UBND PHƯỜNG YÊN HÒA	**ĐỀ CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI VÒNG 2**
TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY	**MÔN TOÁN LỚP 9**
	Năm học: 2025 – 2026
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Thời gian làm bài: 150 phút**

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I. *(5,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+3y^2-3x-1=0 \\ x^2-y^2-x-4y+5=0. \end{cases}$

2) Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn $a^3-b=b^3-c=c^3-a$. Tính giá trị biểu thức

$$M=a^4+b^4+c^4-ab^3-bc^3-ca^3.$$

Bài II. *(5,0 điểm)*

1) Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với kì hạn một năm. Sau một năm bác An mong muốn có số tiền cả gốc và lãi ít nhất là 530 triệu đồng. Hỏi lãi suất của ngân hàng tại thời điểm bác An gửi tiền ít nhất là bao nhiêu % để trong một năm, bác An có được số tiền như mong muốn?

2) Cho a,b là các số nguyên dương thỏa mãn $(4a+1,4b-1)=1$ và $a+b$ là ước của $16ab+1$. Chứng minh rằng $12ab+1$ là số chính phương.

Bài III. *(2,0 điểm)*

Với a,b,c là các số thực không âm thỏa mãn $a+b+c=3$, tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a}{b^3c+1}+\dfrac{b}{c^3a+1}+\dfrac{c}{a^3b+1}$.

Bài IV. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AD,BE,CF. Dựng M thuộc tia đối của tia DA sao cho $\widehat{BMC}=90^0$.

1) Chứng minh rằng $\widehat{BMF}=\widehat{BAM}$.

2) Trên tia đối của các tia EB,FC lần lượt lấy các điểm N,P sao cho $\widehat{CNA}=\widehat{APB}=90^0$. Chứng minh rằng $AN=AP$.

3) Chứng minh tồn tại một điểm mà khoảng cách từ điểm đó đến AP,AN,CN,CM,BM,BP bằng nhau.

Bài V. *(2,0 điểm)*

1) Tìm x,y là các số nguyên thỏa mãn $x^4-y^3+4=0$.

2) Tìm tất cả các tập con khác rỗng A,B của tập các số nguyên dương $\mathbb{Z}^+$ sao cho các điều kiện sau được thỏa mãn:

i. $A\cap B=\varnothing$; $A\cup B=\mathbb{Z}^+$.

ii. Với mọi phần tử $a\in A, b\in B$ ta có $a+b\in A$ và $2a+b\in B$.

-----------------**HẾT**-----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.