

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 111

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi hàm số $y = 4 \sin \frac{\pi(t-60)}{178} + 10$ với $0 < t \leq 365, t \in \mathbb{Z}$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng nhất?

- A. 24 tháng 6. B. 29 tháng 5. C. 12 tháng 6. D. 12 tháng 5.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $f'(0) = 4$ B. $f'(2) = 2$ C. $f'(0) = 2$ D. $f'(2) = 4$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB // CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ADM và (SAC) .

- A. AE (E là giao điểm của DM và SI). B. SI .
C. DE (E là giao điểm của DM và SI). D. DM .

Câu 4. Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$. Số học sinh nữ của lớp thuộc khoảng nào sau đây.

- A. (11;16) B. (15;23) C. (3;6) D. (5;12)

Câu 5. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = \frac{7}{4}$. B. $m = -8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = 8$.

Câu 6. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$

- A. $T = \frac{4}{25}$. B. $T = \frac{12}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{6}{25}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;4)$, $B(3;-5)$. Tọa độ của $\overline{AB}$ là:

- A. (2;-1) B. (-4;9) C. (4;-9) D. (4;9)

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất có phương trình là $ax + by + 10 = 0$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. -6 B. 6 C. -3 D. 3

Câu 9. Mẫu số liệu ghép nhóm về tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt được cho trong bảng sau

Tốc độ (km/h)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

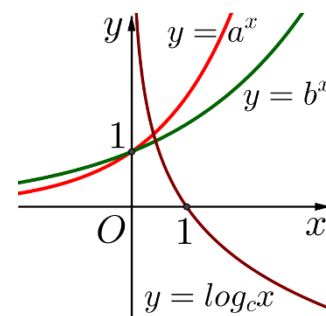
- A. 166,65 B. 167,21 C. 162,5 D. 160,57

Câu 10. Hàm số $y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\left(\frac{x}{\cos x + x \sin x} \right)^2$ B. $\frac{-x^2 \cdot \cos 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ C. $\frac{-x^2 \cdot \sin^2 x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ D. $\frac{-x^2 \cdot \sin 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$

Câu 11. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $c < b < a$.
C. $c < a < b$. D. $a < c < b$.



Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của

(C) song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

- A. $y = 3x - 8$. B. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$.
C. $y = 3x + 14$. D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các khẳng định sau:

- (I) $MN \parallel (ABC)$. (II) $MN \parallel (BCD)$. (III) $MN \parallel (ACD)$. (IV) $MN \parallel (ABD)$.

Các khẳng định đúng là

- A. I, II. B. I, IV. C. III, IV. D. II, III.

Câu 14. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong 5 món, một loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

- A. 25 B. 100 C. 15 D. 75

Câu 15. Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi du lịch, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

- A. $\frac{11}{969}$. B. $\frac{6}{19}$. C. $\frac{224}{323}$. D. $\frac{99}{323}$.

Câu 16. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2; \log_b(ca) = 4$. Giá trị của $\log_c(ab)$ là

- A. $\frac{8}{7}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 17. Một câu lạc bộ có 30 thành viên. Cần chọn một ban điều hành câu lạc bộ gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư ký và 4 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, biết rằng thành viên nào cũng có khả năng điều hành.

- A. 71253000 B. 10260432000 C. 2035800 D. 427518000

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1;5)$ và phương trình đường thẳng BD là $x - 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

- A. $(2;2)$ B. $(3;-1)$ C. $(8;4)$ D. $(5;3)$

Câu 19. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2; 2,5)$	$[2,5; 3)$	$[3; 3,5)$	$[3,5; 4)$	$[4; 4,5)$	$[4,5; 5)$
Số ắc quy	4	9	14	11	7	5

Một của mẫu số liệu trên là

- A. 3,29 B. 3,25 C. 3,31 D. 3,42

Câu 20. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAC) \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Trong các khẳng định sau:

- (1): $AH \perp SC$. (2): $(AHK) \perp (SAC)$. (3): $BC \perp (SAB)$. (4): $HK \perp AC$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 21. Mẫu số liệu ghép nhóm về điểm kiểm tra của 40 học sinh lớp 11A được cho trong bảng sau

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh	4	8	10	12	6

Điểm trung bình của 40 học sinh là

- A. 5,4 B. 5 C. 5,8 D. 5,84

Câu 22. Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ

11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,.... Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 402832,28.

B. 433868,89.

C. 415481,84.

D. 402903,08.

Câu 23. Tìm khẳng định sai

A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

B. $\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

C. $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$

D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$

Câu 24. Tìm n biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển $(x^3 + 2x^2 + 3x)(x+1)^n$ bằng 804.

A. $n = 8$

B. $n = 10$

C. $n = 12$

D. $n = 14$

Câu 25. Trong hội chợ tết Giáp Thìn 2024, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

A. 61.

B. 59.

C. 30.

D. 57.



Câu 26. Khẳng định nào sai?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad (k \in \mathbb{N}^*)$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (a > 0)$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \quad (|q| < 1)$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right] = 0$

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

a) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

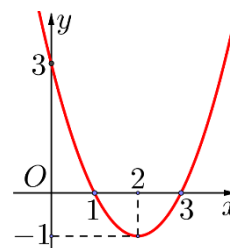
$[f(x)]^2 - (m-2)|f(x)| + m-3 = 0$ có 7 nghiệm phân biệt là khoảng $(a;b)$.

Khi đó $a.b = 12$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

c) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(|x|)$ trên đoạn $[-3;1]$ bằng 3.

d) Bất phương trình $f(x-1) \leq m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq -1$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$.

a) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

b) $SA \perp CD$.

c) Gọi H là trung điểm của SB . Khi đó $AH \perp (SBC)$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 45°

Câu 3. Mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho trong bảng sau

Điểm trung bình	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

a) Cỡ của mẫu số liệu là $n = 82$.

b) Số trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 8,15$

c) Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 8,12$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 8,63$

Câu 4.

a) Giả sử hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khi đó $a = 36b$.

b) Cho $0 < a \neq 1$ và $b \neq 0$ ta có $\log_{a^4} b^2 = \frac{1}{2} \log_a b$

c) Với mọi cặp số thực $(a; b)$ thỏa mãn $a + b = 1$ ta có $\frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = 1$

d) Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p + q)$. Khi đó $\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

Câu 5. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ.

a) Số cách chọn ra từ tổ đó 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là 455.

b) Xếp tổ đó vào một dãy có 15 ghế (xếp thành hàng ngang). Xác suất để các học sinh nam ngồi cạnh nhau thành một cụm là $\frac{1}{273}$.

c) Số cách sắp xếp cả tổ đó thành một hàng dọc sao cho không có hai học sinh nam nào đứng cạnh nhau là 33868800.

d) Số cách chia tổ đó thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm mà mỗi nhóm có 2 học sinh và hai nhóm mà mỗi nhóm có 4 học sinh là 207900.

Câu 6. Xét hàm số $f(x) = \cot 2x + \tan x$

a) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

b) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin 2x}$ với $\forall x \neq k\frac{\pi}{2}$.

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{3}\right]$ bằng $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$.

d) Tập xác định của $f(x)$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AC = 1$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CC' . Tính thể tích của khối chóp $M.ABB'A'$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + ax^2 - 4x + b}{(x-1)^2} = 5$. Tìm $a + 2b$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = \sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa SC và DK . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Tính tổng tất cả các nghiệm trên đoạn $[-\pi; 0]$ của phương trình $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2}{1 - 2 \cos x} = 1$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Gọi $P\%$ là xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân. Tính P . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 112

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,.... Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 415481,84. B. 402832,28. C. 402903,08. D. 433868,89.

Câu 2. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi hàm số $y = 4 \sin \frac{\pi(t-60)}{178} + 10$ với $0 < t \leq 365, t \in \mathbb{Z}$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng nhất?

- A. 12 tháng 6. B. 24 tháng 6. C. 29 tháng 5. D. 12 tháng 5.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

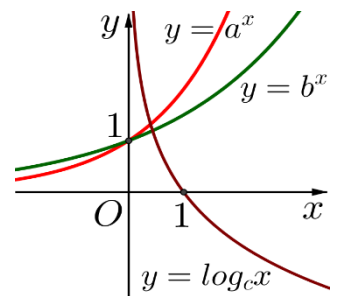
- A. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$. B. $y = 3x + 14$.
C. $y = 3x - 8$. D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.

Câu 4. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$

- A. $T = \frac{4}{25}$. B. $T = \frac{6}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{12}{25}$.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$. B. $c < a < b$.
C. $a < c < b$. D. $a < b < c$.



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB // CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ADM và (SAC) .

- A. DE (E là giao điểm của DM và SI). B. SI .
C. DM . D. AE (E là giao điểm của DM và SI).

Câu 7. Tìm n biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển $(x^3 + 2x^2 + 3x)(x+1)^n$ bằng 804.

- A. $n = 10$ B. $n = 14$ C. $n = 8$ D. $n = 12$

Câu 8. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAC) \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Trong các khẳng định sau:

- (1): $AH \perp SC$. (2): $(AHK) \perp (SAC)$. (3): $BC \perp (SAB)$. (4): $HK \perp AC$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 9. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong 5 món, một loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

- A. 25 B. 15 C. 100 D. 75

Câu 10. Mẫu số liệu ghép nhóm về tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt được cho trong bảng sau

Tốc độ (km/h)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. 167,21 B. 160,57 C. 166,65 D. 162,5

Câu 11. Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$. Số học sinh nữ của lớp thuộc khoảng nào sau đây.

- A. (15;23) B. (11;16) C. (3;6) D. (5;12)

Câu 12. Hàm số $y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\frac{-x^2 \cdot \cos 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ B. $\left(\frac{x}{\cos x + x \sin x} \right)^2$ C. $\frac{-x^2 \cdot \sin 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ D. $\frac{-x^2 \cdot \sin^2 x}{(\cos x + x \sin x)^2}$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các khẳng định sau:

- (I) $MN \parallel (ABC)$. (II) $MN \parallel (BCD)$. (III) $MN \parallel (ACD)$. (IV) $MN \parallel (ABD)$.

Các khẳng định đúng là

- A. III, IV. B. I, IV. C. I, II. D. II, III.

Câu 14. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Số ắc quy	4	9	14	11	7	5

Một của mẫu số liệu trên là

- A. 3,42 B. 3,31 C. 3,25 D. 3,29

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $f'(0) = 4$ B. $f'(0) = 2$ C. $f'(2) = 4$ D. $f'(2) = 2$

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;4)$, $B(3;-5)$. Tọa độ của $\overline{AB}$ là:

- A. (2;-1) B. (-4;9) C. (4;9) D. (4;-9)

Câu 17. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = \frac{7}{4}$. B. $m = -\frac{7}{4}$.
C. $m = 8$. D. $m = -8$.

Câu 18. Trong hội chợ tết Giáp Thìn 2024, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

- A. 30. B. 57.
C. 61. D. 59.



Câu 19. Tìm khẳng định sai

- A. $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$ B. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$
C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$ D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1;5)$ và phương trình đường thẳng BD là $x - 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

- A. (3;-1) B. (5;3) C. (2;2) D. (8;4)

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất có phương trình là $ax + by + 10 = 0$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. 6 B. 3 C. -6 D. -3

Câu 22. Mẫu số liệu ghép nhóm về điểm kiểm tra của 40 học sinh lớp 11A được cho trong bảng sau

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh	4	8	10	12	6

Điểm trung bình của 40 học sinh là

- A. 5,8 B. 5 C. 5,84 D. 5,4

Câu 23. Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi du lịch, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

- A. $\frac{6}{19}$. B. $\frac{11}{969}$. C. $\frac{99}{323}$. D. $\frac{224}{323}$.

Câu 24. Một câu lạc bộ có 30 thành viên. Cần chọn một ban điều hành câu lạc bộ gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư ký và 4 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, biết rằng thành viên nào cũng có khả năng điều hành.

- A. 427518000 B. 71253000 C. 2035800 D. 10260432000

Câu 25. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$; $\log_b(ca) = 4$. Giá trị của $\log_c(ab)$ là

- A. $\frac{8}{7}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{10}{9}$.

Câu 26. Khẳng định nào sai?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad (k \in \mathbb{N}^*)$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right] = 0$
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (a > 0)$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \quad (|q| < 1)$

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

- a) Cho $0 < a \neq 1$ và $b \neq 0$ ta có $\log_{a^4} b^2 = \frac{1}{2} \log_a b$
b) Với mọi cặp số thực $(a; b)$ thỏa mãn $a + b = 1$ ta có $\frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = 1$
c) Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p + q)$. Khi đó $\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.
d) Giả sử hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khi đó $a = 36b$.

Câu 2. Xét hàm số $f(x) = \cot 2x + \tan x$

- a) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{3} \right]$ bằng $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$.
b) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin 2x}$ với $\forall x \neq k\frac{\pi}{2}$.
c) Tập xác định của $f(x)$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
d) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Câu 3. Mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho trong bảng sau

Điểm trung bình	$[6,5; 7)$	$[7; 7,5)$	$[7,5; 8)$	$[8; 8,5)$	$[8,5; 9)$	$[9; 9,5)$	$[9,5; 10)$
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

- a) Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 8,12$
b) Cỡ của mẫu số liệu là $n = 82$.
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 8,63$

d) Số trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 8,15$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$.

a) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 45°

c) Gọi H là trung điểm của SB . Khi đó $AH \perp (SBC)$.

d) $SA \perp CD$.

Câu 5. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

a) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

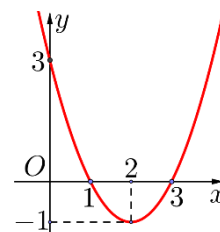
$$[f(x)]^2 - (m-2)|f(x)| + m-3 = 0 \text{ có 7 nghiệm phân biệt là khoảng } (a; b).$$

Khi đó $a.b = 12$.

b) Bất phương trình $f(x-1) \leq m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq -1$.

c) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(|x|)$ trên đoạn $[-3; 1]$ bằng 3.

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.



Câu 6. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ.

a) Số cách chọn ra từ tổ đó 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là 455.

b) Số cách sắp xếp cả tổ đó thành một hàng dọc sao cho không có hai học sinh nam nào đứng cạnh nhau là 33868800.

c) Xếp tổ đó vào một dãy có 15 ghế (xếp thành hàng ngang). Xác suất để các học sinh nam ngồi cạnh nhau thành một cụm là $\frac{1}{273}$.

d) Số cách chia tổ đó thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm mà mỗi nhóm có 2 học sinh và hai nhóm mà mỗi nhóm có 4 học sinh là 207900.

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tính tổng tất cả các nghiệm trên đoạn $[-\pi; 0]$ của phương trình $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2}{1 - 2 \cos x} = 1$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AC = 1$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CC' . Tính thể tích của khối chóp $M.ABB'A'$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Gọi $P\%$ là xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân. Tính P . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + ax^2 - 4x + b}{(x-1)^2} = 5$. Tìm $a + 2b$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = \sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa SC và DK . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

----- HẾT -----

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
111	B	B	A	A	A	A	C	A	D	A	B	C	A	D	D	A	D	D	C	B	A	B	A	C	B	D
112	D	C	B	A	A	D	D	B	D	B	B	B	C	B	D	D	A	D	D	B	C	D	C	A	A	B

ĐÁP ÁN TOÁN -HSG LỚP 11

	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d	
	D	D	S	D	D	D	D	S	D	D	D	D	D	S	D	S	D	D	D	S	S	S	S	D	
	S	D	S	D	S	S	D	S	D	D	D	D	D	S	D	D	D	D	S	D	D	D	D	S	

1	2	3	4	5	6
0,76	5	0,27	-4,7	2,5	0,47
-4,7	0,76	0,47	5	0,27	2,5

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG – TOÁN 11

Thời gian: 90 phút

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;4)$, $B(3;-5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(2;-1)$ B. $(-4;9)$ **C. $(4;-9)$** D. $(4;9)$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất có phương trình là $ax+by+10=0$. Giá trị $a+b$ bằng

- A. 3 B. -3 C. 6 **D. -6**

Lời giải

$$d(O, d) \leq OM \rightarrow \max d(O, d) = OM \Leftrightarrow OM \perp d \Rightarrow \vec{n_d} = \overrightarrow{OM} = (1;2)$$

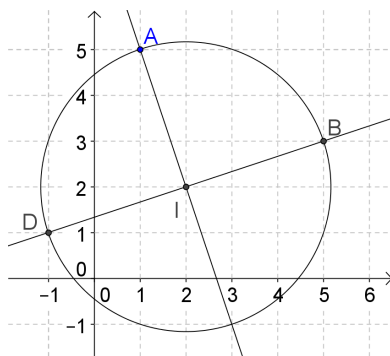
$$\text{Phương trình } d: 1(x-1)+2(y-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-5=0 \Leftrightarrow -2x-4y+10=0 \Rightarrow a+b=-6.$$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(1;5)$ và phương trình đường thẳng BD là $x-3y+4=0$. Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

- A. $(2;2)$ B. $(3;-1)$ **C. $(5;3)$** D. $(8;4)$

Lời giải

Cách 1:



Cách 2: Ta có $\overrightarrow{u_{BD}} = (3;1)$.

$$B \in BD: x-3y+4=0 \Rightarrow B(3b-4;b) \left(b > \frac{4}{3} \right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3b-5;b-5).$$

$$\widehat{ABD} = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{BD}}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{u_{BD}}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} |3(3b-5) + (b-5)| = \sqrt{(3b-5)^2 + (b-5)^2} \cdot \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow 100(b-2)^2 = 5[10b^2 - 40b + 50] \Leftrightarrow 2(b^2 - 4b + 4) = (b^2 - 4b + 5) \Leftrightarrow b^2 - 4b + 3 = 0 \Leftrightarrow b \in \{1;3\}.$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow B(5;3)$$

Câu 4: Mẫu số liệu ghép nhóm về điểm kiểm tra của 40 học sinh lớp 11A được cho trong bảng sau

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Số học sinh	4	8	10	12	6

Điểm trung bình của 40 học sinh là

- A. 5,4** B. 5 C. 5,84 D. 5,8

Câu 5: Mẫu số liệu ghép nhóm về tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt được cho trong bảng sau

Tốc độ (km/h)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số lần	18	28	35	43	41	35

Từ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. 160,57** B. 167,21 C. 166,65 D. 162,5

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 200$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do $x_{50}; x_{51}$ đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm $[160; 165)$. Do đó, $p = 3; a_3 = 160; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46; a_4 - a_3 = 5$ và ta có:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \times 5 = 160.57$$

Câu 6: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2; 2,5)$	$[2,5; 3)$	$[3; 3,5)$	$[3,5; 4)$	$[4; 4,5)$	$[4,5; 5)$
Số ắc quy	4	9	14	11	7	5

Một của mẫu số liệu trên là

- A. 3,25 B. 3,42 C. 3,29 **D. 3,31**

Lời giải

14 là tần số lớn nhất nên một thuộc nhóm $[3; 3,5)$, ta có $j = 3, a_3 = 3, m_3 = 14, m_2 = 9, m_4 = 11, h = 0.5$

$$\text{Do đó: } M_o = 3 + \frac{14 - 9}{(14 - 9) + (14 - 11)} \times 0.5 = 3.31$$

Câu 7: Tìm khẳng định sai

- A. $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$ B. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$
C. $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ D. $\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

Câu 8: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi hàm số $y = 4 \sin \frac{\pi(t-60)}{178} + 10$ với $0 < t \leq 365, t \in \mathbb{Z}$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng nhất?

- A. 29 tháng 5.** B. 12 tháng 6. C. 12 tháng 5. D. 24 tháng 6.

Giải: Ta có $\max y = 14$ khi $\sin \frac{\pi(t-60)}{178} = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi(t-60)}{178} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k, k \in \mathbb{Z}$.

Do $0 < t \leq 365, t \in \mathbb{Z}$ nên $t = 149$ suy ra ngày 29 tháng 5.

Câu 9: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2; \log_b(ca) = 4$. Giá trị của $\log_c(ab)$ là

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{10}{9}$. **C. $\frac{8}{7}$.** D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_a(bc) = 2 \\ \log_b(ca) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc = a^2 \\ ca = b^4 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{a^2}{b} = \frac{b^4}{a} \Rightarrow a^3 = b^5 \Rightarrow a = b^{\frac{5}{3}}$$

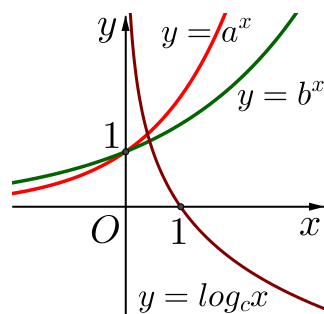
$$\text{Và } \log_a(bc) = 2 \Leftrightarrow \log_a b + \log_a c = 2 \Leftrightarrow \log_{b^{\frac{5}{3}}} b + \log_a c = 2 \Leftrightarrow \log_a c = \frac{7}{5};$$

$$\log_b(ca) = 4 \Leftrightarrow \log_b c + \log_b a = 4 \Leftrightarrow \log_b c + \log_b b^{\frac{5}{3}} = 4 \Leftrightarrow \log_b c = \frac{7}{3}.$$

$$\text{Mà } \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7}.$$

Câu 10: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < b < c$. **B. $c < b < a$.** C. $a < c < b$. D. $c < a < b$.



Câu 11: Trong hội chợ tết Giáp Thìn 2024, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59.

B. 30.

C. 61.

D. 57.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

$$\text{Vậy } u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59.$$

Cách 2:

Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$. Suy ra $n = 30$. Vậy $2n-1 = 59$.

Câu 12: Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30, Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ $n+1$ tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ n là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 415481,84.

B. 402832,28.

C. 402903,08.

D. 433868,89.

Lời giải

Chọn D

Gọi u_1 là số tiền phải trả cho 10 số điện đầu tiên. $u_1 = 10 \cdot 800 = 8000$ (đồng)

u_2 là số tiền phải trả cho các số điện từ 11 đến 20: $u_2 = u_1(1 + 0,025)$

u_{34} là số tiền phải trả cho các số điện từ 331 đến 340: $u_{34} = u_1(1 + 0,025)^{33}$

Số tiền phải trả cho 340 số điện đầu tiên là: $S_1 = u_1 \cdot \frac{1 - (1 + 0,025)^{34}}{1 - (1 + 0,025)} = 420903,08$

Số tiền phải trả cho các số điện từ 341 đến 347 là: $S_2 = 7 \cdot 800(1 + 0,025)^{34} = 12965,80$

Vậy tháng 1 gia đình ông A phải trả số tiền là: $S = S_1 + S_2 = 433868,89$ (đồng).

Câu 13: Khẳng định nào sai?

A. $\lim \sqrt[n]{a} = 1 \ (a > 0)$

B. $\lim \frac{1}{n^k} = 0 \ (k \in \mathbb{N}^*)$

C. $\lim q^n = 0 \ (|q| < 1)$

D. $\lim \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right] = 0$

Câu 14: Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

A. $T = \frac{12}{25}$. B. $T = \frac{4}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{6}{25}$.

Lời giải

Cách 1: Chọn $f(x) = 10x$ và bấm máy.

Cách 2: Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$. Đặt $\sqrt[3]{6f(x) + 5} = t$, khi $x \rightarrow 2$ thì $t \rightarrow 5$.

$$\text{Khi đó } T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 \left(\frac{f(x) - 20}{x - 2} \right)}{(x + 3) [t^2 + 5t + 25]} = \frac{6 \cdot 10}{5 [5^2 + 5 \cdot 5 + 25]} = \frac{4}{25}$$

Câu 15: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

A. $m = -8$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + 4) = 8.$$

$$\text{Và: } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx + 1) = 4m + 1 = f(4).$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại điểm } x = 4 \text{ nếu } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4).$$

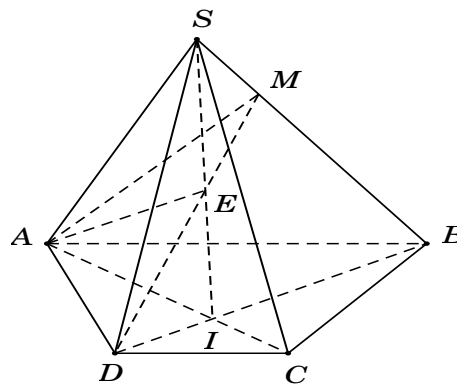
$$\Rightarrow 4m + 1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}.$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ADM và (SAC) .

A. SI . B. AE (E là giao điểm của DM và SI).
C. DM . D. DE (E là giao điểm của DM và SI).

Lời giải

Chọn B



Ta có A là điểm chung thứ nhất của (ADM) và (SAC) .

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $E = SI \cap DM$.

Ta có:

- $E \in SI$ mà $SI \subset (SAC)$ suy ra $E \in (SAC)$.
- $E \in DM$ mà $DM \subset (ADM)$ suy ra $E \in (ADM)$.

Do đó E là điểm chung thứ hai của (ADM) và (SAC) .

Vậy AE là giao tuyến của (ADM) và (SAC) .

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các khẳng định sau:

- (I) $MN \parallel (ABC)$. (II) $MN \parallel (BCD)$. (III) $MN \parallel (ACD)$. (IV) $MN \parallel (ABD)$.

Các khẳng định đúng là

A. I, II.

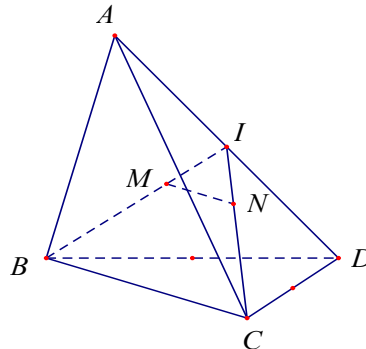
B. II, III.

C. I, IV.

D. III, IV.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AD .

Do M, N lần lượt là trọng tâm $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ nên $\frac{IM}{IB} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BC$.

Mà $BC \subset (BCD)$ và $BC \subset (ABC)$, suy ra $MN \parallel (BCD)$ và $MN \parallel (ABC)$.

Câu 18: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAC) \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Trong các khẳng định sau:

- (1): $AH \perp SC$. (2): $(AHK) \perp (SAC)$. (3): $BC \perp (SAB)$. (4): $HK \perp AC$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1.

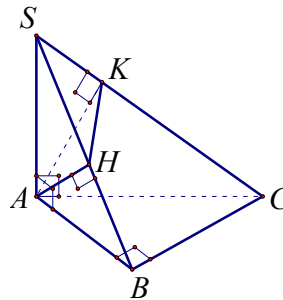
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn C



Câu 19: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong 5 món, một loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25

B. 75

C. 100

D. 15

Câu 20: Tìm n biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển $(x^3 + 2x^2 + 3x)(x+1)^n$ bằng 804.

A. $n = 8$

B. $n = 10$

C. $n = 12$

D. $n = 14$

Lời giải

Ta có $(x^3 + 2x^2 + 3x)(x+1)^n = x^3(1+x)^n + 2x^2(1+x)^n + 3x(1+x)^n$.

Do đó $a_4 = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 = 804 \Leftrightarrow n + \frac{2 \cdot (n-1)n}{2!} + \frac{3 \cdot n(n-1)(n-2)}{3!} = 804 \Leftrightarrow n = 12$. **Chọn C.**

Câu 21: Một câu lạc bộ có 30 thành viên. Cần chọn một ban điều hành câu lạc bộ gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư kí và 4 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, biết rằng thành viên nào cũng có khả năng điều hành.

A. 2035800

B. 10260432000

C. 427518000

D. 71253000

Câu 22: Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$. Số học sinh nữ của lớp thuộc khoảng nào sau đây.

- A. (3;6) B. (5;12) **C. (11;16)** D. (15;23)

Lời giải

Gọi số học sinh nữ là n ($0 < n < 30$)

$$\text{Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là } P = \frac{C_{30-n}^2 \cdot C_n^1}{C_{30}^3} = \frac{12}{29} \Leftrightarrow n = 14$$

Câu 23: Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi du lịch, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

- A. $\frac{6}{19}$. **B. $\frac{99}{323}$.** C. $\frac{224}{323}$. D. $\frac{11}{969}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất trong 10 đôi tất khác nhau là C_{20}^4 .

Số cách chọn có ít nhất một đôi tất là $10 \cdot 18 \cdot 8 + C_{10}^2$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm: } \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 + C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{99}{323}.$$

Cách 2: Lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất trong 10 đôi tất khác nhau là C_{20}^4 .

Gọi $\bar{A}$ là biến cố: "Lấy bốn cái tất không thuộc đôi nào cả"

-Lấy 4 đôi trong 10 đôi, có C_{10}^4 cách.

-Trong 4 đôi lấy ra, mỗi đôi lấy một chiếc: Có $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 16$ cách.

$$\text{Vậy } n(\bar{A}) = C_{10}^4 \cdot 16.$$

$$\text{Do đó: } p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{10}^4 \cdot 16}{C_{20}^4} = \frac{99}{323}.$$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $f'(0) = 4$ B. $f'(0) = 2$ **C. $f'(2) = 2$** D. $f'(2) = 4$

Câu 25: Hàm số $y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\frac{-x^2 \cdot \sin 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ B. $\frac{-x^2 \cdot \sin^2 x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ C. $\frac{-x^2 \cdot \cos 2x}{(\cos x + x \sin x)^2}$ **D. $\left(\frac{x}{\cos x + x \sin x} \right)^2$**

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng

$\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

- A. $y = 3x + 14$.** B. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.
C. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$. D. $y = 3x - 8$.

Lời giải

Chọn A

Vì tiếp tuyến song song với $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = 3$. Gọi x_0 là

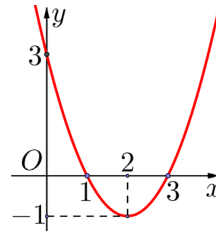
$$\text{hoành độ tiếp điểm khi đó } y'(x_0) = k \text{ hay } \frac{3}{(x_0 + 2)^2} = 3 \Leftrightarrow (x_0 + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \end{cases}.$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -1$ khi đó tiếp tuyến là $y = 3(x+1) - 1 = 3x + 2$ (loại vì trùng với Δ).

Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 5$ khi đó tiếp tuyến là $y = 3(x+3) + 5 = 3x + 14$.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ).



- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 b) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(|x|)$ trên đoạn $[-3; 1]$ bằng 3.
 c) Bất phương trình $f(x-1) \leq m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq -1$.
 d) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $[f(x)]^2 - (m-2)|f(x)| + m-3 = 0$ có 7 nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Khi đó $a.b = 12$.

Câu 2: Mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho trong bảng sau

Điểm trung bình	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

- a) Cỡ của mẫu số liệu là $n = 82$.
 b) Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 8,12$
 c) Số trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 8,15$
 d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 8,63$

Câu 3: Xét hàm số $f(x) = \cot 2x + \tan x$

- a) Tập xác định của $f(x)$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 b) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin 2x}$ với $\forall x \neq k \frac{\pi}{2}$.
 c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{3} \right]$ bằng $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$.
 d) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Câu 4:

a) Cho $0 < a \neq 1$ và $b \neq 0$ ta có $\log_{a^4} b^2 = \frac{1}{2} \log_a b$

b) Với mọi cặp số thực $(a; b)$ thỏa mãn $a + b = 1$ ta có $\frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = 1$

Lời giải

Ta có $a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$.

$$\text{Thay vào } \frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = \frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^{1-a}}{4^{1-a} + 2} = \frac{4 + 2 \cdot 4^a + 4 + 2 \cdot 4^{1-a}}{4 + 2 \cdot 4^a + 2 \cdot 4^{1-a} + 2^2} = 1.$$

c) Giả sử hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khi đó $a = 36b$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 &\Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b. \end{aligned}$$

d) Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p+q)$. Giá trị của $\frac{p}{q}$ bằng $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Lời giải

$$\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25} (p+q) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{16} p = t \\ \log_{20} q = t \\ \log_{25} (p+q) = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p+q = 25^t \end{cases} \Rightarrow 16^t + 20^t = 25^t$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{16}{25}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (vn)} \\ \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \cdot \text{ Suy ra } \frac{p}{q} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$.

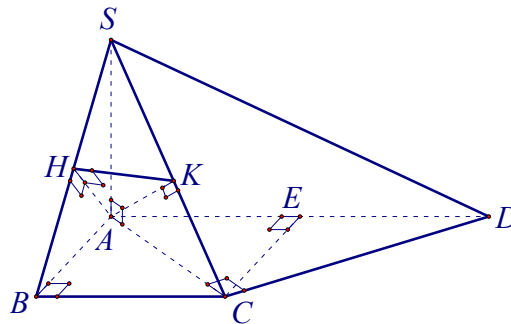
a) $SA \perp CD$.

b) Gọi H là trung điểm của SB . Khi đó $AH \perp (SBC)$.

c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 45°

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AD , suy ra $ABCE$ là hình vuông. Do đó $AC \perp CD$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Khi đó $AH \perp (SBC)$ và $AK \perp (SCD)$.

Suy ra góc giữa (SBC) và (SCD) là góc giữa AH và AK .

Xét tam giác AHK vuông tại H có $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Suy ra $\cos \widehat{HAK} = \frac{AH}{AK} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{HAK} = 30^\circ$. Vậy góc giữa (SBC) và (SCD) bằng 30° .

Câu 6: Một tổ gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ.

a) Số cách chọn ra từ tổ đó 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là 455.

b) Số cách sắp xếp cả tổ đó thành một hàng dọc sao cho không có hai học sinh nam nào đứng cạnh nhau là 33868800.

c) Số cách chia tổ đó thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm mà mỗi nhóm có 2 học sinh và hai nhóm mà mỗi nhóm có 4 học sinh là 207900.

d) Xếp tổ đó vào một dãy có 15 ghế (xếp thành hàng ngang). Xác suất để các học sinh nam ngồi cạnh nhau thành một cụm là $\frac{1}{273}$.

Lời giải

c) + Chia một nhóm 4 học sinh, có C_{12}^4 cách chia.

+ Chia nhóm thứ hai có 4 học sinh, có C_8^4 cách chia.

+ Chia nhóm thứ 3 có 2 học sinh, có C_4^2 cách chia.

+ Chia nhóm thứ 4 có 2 học sinh, có C_2^2 cách chia.

Số cách chia 12 học sinh thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 học sinh và hai nhóm 4 học sinh là:

$$\frac{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{2! \cdot 2!} = 51975 \text{ cách. (do trùng ở hai nhóm 4 người và hai nhóm 2 người).}$$

d) $n(\Omega) = A_{15}^{12}$.

Gọi biến cố A là “các học sinh nam ngồi cạnh nhau thành một cụm”

$$n(A) = A_{11}^8 \cdot 5!.$$

Vậy xác suất là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{A_{11}^8 \cdot 5!}{A_{15}^{12}} = \frac{1}{273}$.

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính tổng tất cả các nghiệm trên đoạn $[-\pi; 0]$ của phương trình $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2}{1 - 2 \cos x} = 1$. (Kết quả

làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp số: $-4,7$

Lời giải

Điều kiện: $1 - 2 \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2 = 1 - 2 \cos x \Leftrightarrow (1 + \cos 2x) + \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos x = 0$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x [\cos x + \sqrt{3} \sin x + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x + \sqrt{3} \sin x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$* \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$* \cos x + \sqrt{3} \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $x = \pi + k2\pi$.

Trên $[-\pi; 0]$ phương trình có nghiệm $x \in \left\{-\frac{\pi}{2}; -\pi\right\}$.

Tổng các nghiệm là $-\frac{3\pi}{2} \approx -4,7$

Câu 2: Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + ax^2 - 4x + b}{(x-1)^2} = 5$. Tìm $a + 2b$

Đáp số: $a + 2b = 5$

Lời giải

Cách 1: Xét $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 4x + b \Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2ax - 4 \Rightarrow f''(x) = 12x + 2a$

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 5 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 2$ (1).

Khi đó giới hạn dạng $\frac{0}{0}$. Theo quy tắc Lopitan ta có $5 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{2(x-1)}$

Suy ra $f'(1) = 0 \Leftrightarrow a = -1$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $a = -1, b = 3 \Rightarrow a + 2b = 5$.

Cách 2: Phân tích $2x^3 + ax^2 - 4x + b = (x-1)^2(2x^2 + mx + n)$

Thay $x = 0 \Rightarrow n = b$, thay $x = 1 \Rightarrow a + b = 2$,

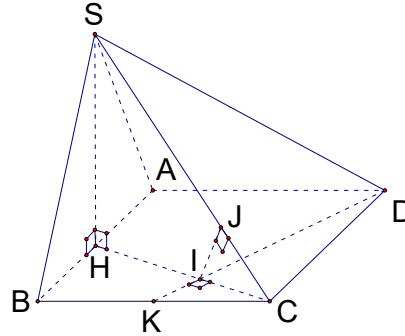
thay $x = 2 \Rightarrow m = 2a$, thay $x = -1 \Rightarrow m - n = 1 \Rightarrow m = b + 1 \Rightarrow 2a = b + 1 \Rightarrow a = -1; b = 3$

Thử lại thỏa mãn.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = \sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa SC và DK . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp số: $\frac{\sqrt{30}}{20} \approx 0,27$

Hướng dẫn



Từ $SC = \sqrt{2}$ suy ra $SB \perp BC$. Do đó $(SAB) \perp (ABCD)$. Vì $ABCD$ là hình vuông nên $HC \perp DK$. Suy ra $SC \perp DK$. Do đó khoảng cách giữa SC và DK là độ dài đoạn vuông góc chung IJ (Hình vẽ).

$$\text{Ta có } IC = \frac{CD \cdot CK}{\sqrt{CD^2 + CK^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\triangle CIJ \sim \triangle CSH \Rightarrow \frac{IJ}{SH} = \frac{IC}{SC} \Rightarrow IJ = \frac{IC \cdot SH}{SC} = \frac{\sqrt{30}}{20}$$

$$\text{Vậy } d(SC; DK) = \frac{\sqrt{30}}{20}$$

Câu 4: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp số: $\frac{5}{2} = 2,5$

Lời giải

$$\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4 \Leftrightarrow \log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{5a+5b} \right) = (5a+5b) - (4a+2b+5)$$

$$\Leftrightarrow \log_5 (4a+2b+5) + (4a+2b+5) = \log_5 (5a+5b) + (5a+5b) \quad (1)$$

Vì hàm số $f(x) = \log_5 x + x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên

$$(1) \Leftrightarrow f(4a+2b+5) = f(5a+5b) \Leftrightarrow 4a+2b+5 = 5a+5b \Leftrightarrow a = 5-3b \text{ thay vào } T, \text{ ta được:}$$

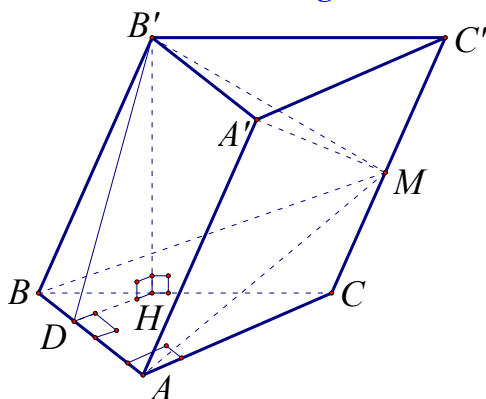
$$T = a^2 + b^2 = (5-3b)^2 + b^2 = 10b^2 - 30b + 25 \geq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } b = \frac{3}{2} \text{ và } a = \frac{1}{2}.$$

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AC = 1$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CC' . Tính thể tích của khối chóp $M.ABB'A'$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp số: $V = \frac{2\sqrt{7}}{7} \approx 0,76$

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A có góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = 1$ nên

$$BC = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2; AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{3}.$$

Gọi H là hình chiếu của B' lên BC , suy ra $B'H \perp (ABC)$ (Do $(BCC'B') \perp (ABC)$).

Gọi D là hình chiếu của H trên AB .

$$AB \perp (DHB') \Rightarrow \widehat{B'DH} = (\widehat{ABB'A'}, (ABC)) = 60^\circ$$

$$\text{Đặt } DH = x \Rightarrow BH = 2x \text{ và } B'H = DH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$$

$$\text{Xét tam giác } B'BH \text{ vuông tại } H \text{ ta có } BH^2 + B'H^2 = BB'^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 3x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$\Rightarrow B'H = x\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot B'H = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 \cdot \frac{2\sqrt{21}}{7} = \frac{3\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Vì } CC' \parallel (ABB'A') \text{ nên } V_{M.ABB'A'} = V_{C'.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C'.ABC}$$

$$= V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \approx 0,7559 \approx 0,76.$$

Câu 6: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Gọi $P\%$ là xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân. Tính P . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp số: $P = 0,47$

Lời giải

Giả sử tập con bất kì $\{a, b, c\} \in S$

$$\Rightarrow 1 \leq a, b, c \leq 100; a, b, c \text{ phân biệt.}$$

$$a + b + c = 91.$$

Đây là bài toán chia kẹo Euler nên số bộ a, b, c là: C_{91-1}^{3-1}

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 chữ số giống nhau, số bộ có 2 chữ số giống nhau là $3.45 = 135$ (bộ). Vậy $n(\Omega) = (C_{90}^2 - 3.45) : 3! = 645$.

Gọi A là biến cố: " a, b, c lập thành cấp số nhân"

Gọi q là công bội của cấp số nhân theo bài ra ta có $q > 0$

$$a + aq + aq^2 = 91$$

$$\Leftrightarrow a(1 + q + q^2) = 1.91 = 13.7$$

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} a = 1 \\ 1 + q + q^2 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ q = 9 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} a = 91 \\ 1 + q + q^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 91 \\ q = 0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\text{Trường hợp 3: } \begin{cases} a = 13 \\ 1 + q + q^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ q = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Trường hợp 3: } \begin{cases} a = 7 \\ 1 + q + q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ q = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $n(A) = 3$.

$$P(A) = \frac{3}{645} \approx 0,00465.. \approx 0,47\% .$$

Câu 1: Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $4.3^{\log(100x^2)} + 9.4^{\log(10x)} = 13.6^{1+\log x}$

A. 100.

B. 10.

C. 0,1.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x > 0$.

$$\text{PT} \Leftrightarrow 4.3^{2+2t} + 9.4^{1+t} = 13.6^{1+t} \quad (\text{Đặt } t = \log x)$$

$$\Leftrightarrow 4.9^{1+t} + 9.4^{1+t} = 13.6^{1+t}$$

$$\Leftrightarrow 4.\left(\frac{9}{4}\right)^{1+t} + 9 - 13.\left(\frac{6}{4}\right)^{1+t} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4u^2 - 13u + 9 = 0 \quad (\text{Đặt } u = \left(\frac{3}{2}\right)^{t+1}, u > 0)$$

$$\Leftrightarrow u = 1 \vee u = \frac{9}{4} \quad (\text{Nhận}).$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{t+1} = 1 \vee \left(\frac{3}{2}\right)^{t+1} = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow t = -1 \vee t = 1$$

$$\Leftrightarrow \log x = -1 \vee \log x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{10} \vee x = 10$$

Vậy tích hai nghiệm bằng 1.

Câu 2: Lãi suất tiền gửi ngân hàng của một số ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi vào ngân hàng (theo hình thức lãi kép) số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% /tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên 1,15% /tháng trong nửa năm tiếp theo mà bạn Châu gửi tiếp. Sau nửa năm đó lãi suất lại giảm xuống còn 0,9% /tháng và bạn Châu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa rồi rút tiền về. Khi rút tiền bạn Châu được cả gốc và lãi là 5816672,205 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Châu đã gửi tiết kiệm tất cả bao nhiêu tháng?

A. 20.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

+ Gọi a ($0 < a < 12$) là số tháng bạn Châu gửi khi lãi suất là 0,7%/tháng. Sau a tháng số tiền gốc và lãi bạn Châu có là: $5.\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^a$ triệu.

+ Sau nửa năm tiếp theo lãi suất là 1,15%/tháng nên số tiền của Châu là $5.\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^a.\left(1 + \frac{1,15}{100}\right)^6$

+ Gọi b ($0 < b$) là số tháng tròn tiếp theo bạn Châu gửi khi lãi suất 0,9%/tháng. Sau b tháng thì số tiền bạn Châu là: $5.\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^a.\left(1 + \frac{1,15}{100}\right)^6.\left(1 + \frac{0,9}{100}\right)^b$.

+ Ta có: $5.\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^a.\left(1 + \frac{1,15}{100}\right)^6.\left(1 + \frac{0,9}{100}\right)^b = 5,816672205$.

+ Vì $\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^a = \frac{5,816672205}{5.\left(1 + \frac{1,15}{100}\right)^6.\left(1 + \frac{0,9}{100}\right)^b} \leq \frac{5,816672205}{5.\left(1 + \frac{1,15}{100}\right)^6.\left(1 + \frac{0,9}{100}\right)} \Rightarrow a \leq 10,5688$

Do đó: $a = 1, a = 2, a = 3, a = 4, a = 5, a = 6, a = 7, a = 8, a = 9, a = 10$.

+ Thử lại chỉ có $a = 8$ thì thỏa mãn b nguyên và $b = 3$. Vậy tổng số tháng Châu đã gửi là: $8+6+3=17$ (tháng)