



Bài 21: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Một phân thức đại số (hai nói gọn là *phân thức*) là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$,

trong đó $A; B$ là hai đa thức và B khác đa thức 0.

A được gọi là *tử thức* (hoặc *tử*) và B được gọi là *mẫu thức* (hoặc *mẫu*).

☉ *Nhận xét*: Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu bằng 1. Đặc biệt, số 0 và số 1 cũng là những phân thức đại số.

• *Hai phân thức bằng nhau*

Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $AD = BC$.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ nếu } AD = BC.$$

• Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0.

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Chứng minh hai phân thức bằng nhau

1. Chứng minh hai phân thức bằng nhau.

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x}$

b) $\frac{x+y}{3x} = \frac{3x(x+y)^2}{9x^2(x+y)}$

c) $\frac{2x^2 + 4x}{(x+2)^2} = \frac{2x}{x+2}$

d) $\frac{x+1}{x+3} = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9}$

e) $\frac{x-2}{-x} = \frac{8-x^3}{x(x^2 + 2x + 4)}$

f) $\frac{x^2 + y^2 + 2xy - 1}{x^2 - y^2 + 2x + 1} = \frac{x + y - 1}{x - y + 1}$

2. Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\frac{xy^3}{7} = \frac{5x^4y^4}{35x^3y}$

b) $\frac{x-2}{x+2} = \frac{(x-2)^2}{x^2-4}$

c) $\frac{x^2(x+3)}{x(x+3)^2} = \frac{x}{x+3}$

d) $\frac{x^2 - 8x + 7}{x-1} = \frac{x^2 - 6x - 7}{x+1}$



3. Ba phân thức sau có bằng nhau không?

$$A = \frac{2x + 3}{15}; B = \frac{2x^2 - 13x - 24}{15x - 20}; C = \frac{10x^2 + 11x - 6}{75x - 30}$$

4. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{x-2}{-x} = \frac{2^3 - x^3}{x(x^2 + 2x + 4)} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{3x}{x+y} = \frac{-3x(x-y)}{y^2 - x^2} \quad (x \neq \pm y)$

c) $\frac{x+y}{3a} = \frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)} \quad (a \neq 0, x \neq -y)$

Dạng 2. Tìm điều kiện xác định của phân thức

5. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-2}{x}$

b) $\frac{x+1}{x-3}$

c) $\frac{5}{9-x}$

d) $\frac{x+3}{-2x-10}$

e) $\frac{8-x}{\frac{1}{2}x+4}$

f) $\frac{\frac{1}{5}x+4}{6-\frac{3}{2}x}$

6. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-4}{(x+1)(x-3)}$

b) $\frac{9}{x^2-1}$

c) $\frac{x^2+2x+7}{x^2-x}$

d) $\frac{2x+1}{x^2+4x+4}$

e) $\frac{x^2-4}{9x^2-16}$

f) $\frac{2x+1}{x^2-5x+6}$

7. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định.

a) $\frac{5x-4}{2x^2-x}$

b) $\frac{2018}{x(x-1)(x-2)}$

c) $\frac{x^2-4}{-x^2+4x-5}$

d) $\frac{x+y}{(x+3)^2+(y-2)^2}$

e) $\frac{5x+4y}{x^2+6x+10}$

f) $\frac{2018x+2019y}{9x^2-24x+16}$

8. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa với mọi giá trị của x



a) $\frac{7}{x^2 + 5}$

b) $\frac{6 - x}{(x + 1)^2 + 4}$

c) $\frac{8 - x^2}{x^2 + 2x + 9}$

d) $\frac{-2x - 11}{-x^2 + 4x - 5}$

e) $\frac{x + 2y}{x^4 - 2x^2 + y^4 + 2}$

e) e) $\frac{x + 5}{x^2 + x + 7}$

Dạng 3. Tìm điều kiện của biến thoả mãn đẳng thức.

9. Tìm giá trị của x để giá trị của các phân thức sau bằng 0

a) $\frac{x + 3}{x - 3} (x \neq 3)$

b) $\frac{3x - 6}{x^2 + 2}$

c) $\frac{5x^2 - 125}{x^2 + 1}$

d) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 5}$

10. Tìm các giá trị nguyên của x để phân thức sau có giá trị nguyên

a) $\frac{3}{2x - 1}$

b) $\frac{5}{x^2 + 1}$

c) $\frac{7}{x^2 - x + 1}$

Dạng 4: Toán thực tế

11. Ao Bà Om hay Ao Vuông, là một thắng cảnh độc đáo và nổi tiếng của tỉnh Trà Vinh, Việt Nam. Mặt nước ao trong xanh và phẳng lặng được phủ bởi hoa sen, hoa súng. Ao được bao bọc xung quanh bởi các gò cát mấp mô với các hàng cây sao, cây dầu cổ thụ hàng trăm năm tuổi có rễ nổi lên khỏi mặt đất tạo nên những hình thù kì lạ. Ao có hình chữ nhật có chiều rộng là x , chiều dài là $(x + 200)$ mét, được đào ở trung tâm miếng đất hình vuông có cạnh là $(x + 400)$ mét.

a) Tính diện tích của ao.

b) Tính diện tích phần đất còn lại sau khi đã đào ao.

12. Có một miếng đất hình vuông có cạnh là $(a + b)$ mét. Người ta chừa ra phần đất hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là $(a + b)$ và $(a - b)$ để lát lối đi ($a > b > 0$). Viết biểu thức đại số tính diện tích phần đất còn lại để làm vườn.

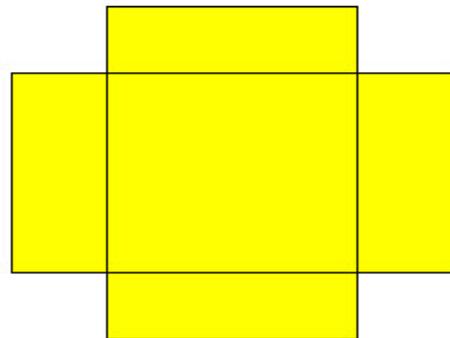
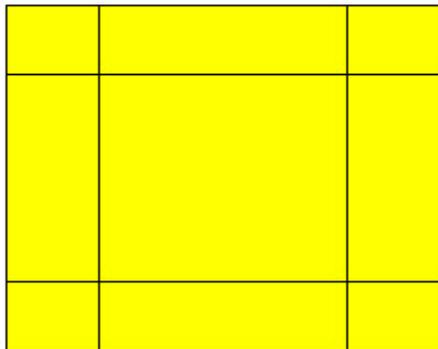


13. Một miếng bìa giấy hình vuông có cạnh bằng 20cm . Người ta cắt bỏ bốn hình vuông nhỏ ở bốn góc của miếng bìa có cạnh bằng x để khi gấp lại được một hình hộp chữ nhật.

a) Viết biểu thức đại số tính độ dài cạnh của mặt đáy sau đó tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật được gấp theo x .

b) Viết biểu thức đại số tính thể tích của hình hộp chữ nhật theo x . Biết công thức tính thể tích của hình hộp chữ nhật $V = S.h$ (S : diện tích đáy, h là chiều cao).

c) Viết biểu thức đại số tính thể tích của hình hộp chữ nhật khi người ta cắt bỏ 4 hình vuông có cạnh $x = 2\text{cm}$. Biết thể tích của hình hộp chữ nhật bằng tích 3 kích thước, hay bằng diện tích đáy x chiều cao.



14. Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 30cm . Người ta cắt 4 hình vuông nhỏ ở 4 góc của miếng bìa cùng có cạnh là 6cm . Sau khi gấp lại được hình hộp chữ nhật có thể tích 3354 cm^3 . Biết thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = S.h$ với S là diện tích đáy, h là chiều cao của hình hộp chữ nhật

a) Viết biểu thức đại số tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật sau khi gấp.

b) Tính các kích thước của miếng bìa lúc đầu.

15. Nhà trường tổ chức giải bóng đá mini mừng Xuân cho học sinh khối 8, mỗi lớp cử một đội tham dự, mỗi đội lần lượt gặp đội của lớp bạn một lần.



- a) Viết biểu thức đại số tính tổng số trận của khối lớp 8 nếu có x đội ($x \in \mathbb{Z}^*$) tham dự.
- b) Nếu số trận đấu là 10 thì khối 8 có bao nhiêu lớp tham dự?

Dạng 5: Tính giá trị biểu thức (dạng khó)

16. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1}, x \neq 1$ tại $3x - 1 = 0$

b) $B = \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}, x \neq 2; x \neq 3$ tại $x^2 - 4 = 0$

17. Cho $x + \frac{1}{x} = 3$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$

b) $B = x^3 + \frac{1}{x^3}$

c) $C = x^4 + \frac{1}{x^4}$

d) $D = x^5 + \frac{1}{x^5}$

18. Cho ba số a, b, c khác 0 và thỏa mãn: $a + b + c = 0$.

Tính $A = \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2}$

Dạng 6: Tìm đa thức trong đẳng thức.

19. Tìm đa thức A thỏa mãn mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{A}{x^2 - 4} = \frac{x}{x + 2}$

b) $\frac{A}{x + y} = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

c) $\frac{x^2 + x + 1}{x} = \frac{1 - x^2}{A}$

d) $\frac{1 - x^3}{A} = \frac{1 + x + x^2}{x}$

e) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x - y} = \frac{A}{x^2 - y^2}$

f) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x + y} = \frac{A}{x^2 - y^2}$



Bài 22: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M} \quad (M \text{ là một đa thức khác đa thức } 0)$$

• Nếu tử và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \quad (N \text{ là một nhân tử chung})$$

• Muốn **rút gọn một phân thức đại số** ta làm như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

• Muốn **quy đồng mẫu thức nhiều phân thức** ta làm như sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung;
- Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức bằng cách chia MTC cho mẫu thức đó;
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm đa thức thoả mãn đẳng thức cho trước

1. Tìm đa thức A thoả mãn mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{A}{x-2} = \frac{2x^3 + 4x^2}{x^2 - 4}$, với $x \neq \pm 2$;

b) $\frac{5(x+y)}{3} = \frac{5x^2 - 5y^2}{A}$, với $x \neq y$

c) $\frac{x^2 + 8}{2x - 1} = \frac{2x^3 + 16x}{A}$, với $x \neq 0, x \neq \frac{1}{2}$

d) $\frac{y-x}{2-x} = \frac{x-y}{A}$, với $x \neq 2$

2. Tìm đa thức A thoả mãn mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{6b^2 - 9b}{4b^2 - 9} = \frac{3b}{A}$ với $b \neq \pm \frac{3}{2}$;

b) $\frac{n-m}{2-m} = \frac{m-n}{A}$ với $m \neq 2$.

Dạng 2: Biến đổi phân thức theo yêu cầu đề toán

3. a) Cho phân thức $\frac{4x+3}{x^2-5}$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = 12x^2 + 9x$.



b) Biến đổi phân thức $\frac{8x^2 - 8x + 2}{(4x - 2)(15 - x)}$ thành một phân thức bằng nó và có tử

thức là $A = 1 - 2x$

4. a) Cho phân thức $\frac{12a^2 - 12a + 3}{(6a - 3)(5 - a)}$ ($a \neq 2; a \neq 5$). Biến đổi phân thức đã cho

thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = 1 - 2a$

b) Biến đổi phân thức $\frac{x^2 - 7}{4x + 3}$ ($x \neq \frac{-3}{4}; x \neq 0$) thành một phân thức bằng nó và

có mẫu thức là $B = 12x^2 + 9x$

5. Biến đổi mỗi phân thức sau thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức B sau đây

a) $\frac{2x - 5}{3x^2 + 4}$ và $B = 2x^2 - 3x - 5$

b) $\frac{(x + 1)(x^2 + x - 6)}{(x^2 - 9)(x^2 + 3x + 2)}$ và $B = x - 2$

6. Tìm bộ ba đa thức A, B, C thỏa mãn chuỗi đẳng thức sau:

$$\frac{A}{x - 3} = \frac{B}{x^2 - 4x + 3} = \frac{C}{x^3 - 27} \text{ với } x \neq 1, x \neq 3.$$

7. Tìm bộ ba đa thức A, B, C thỏa mãn chuỗi đẳng thức sau:

$$\frac{A(x - 1)}{x^2 + 4x + 4} = \frac{B}{x^2 - 4} = \frac{C}{x^3 + 8} \text{ với } x \neq \pm 2$$

8. Dùng tích chất cơ bản của phân thức để biến đổi mỗi cặp phân thức sau thành một cặp phân thức bằng nó và có cùng tử thức:

a) $\frac{3}{x + 2}$ và $\frac{x - 1}{5x}$

b) $\frac{x + 5}{4x}$ và $\frac{x^2 - 25}{2x + 3}$

Dạng 3: Tính giá trị của phân thức

9. Tính giá trị của phân thức:



a) $\frac{2x+2}{x^2+2x+1}$ với $x \neq -1$ tại $x = 1$

b) $\frac{3x^2+3x}{x^2-1}$ với $x \neq \pm 1$ tại $x = -2$

10. Tính giá trị của phân thức: $\frac{x^2-1}{2x^2-3x+1}$ với $x \neq 1; x \neq \frac{1}{2}$ tại $3x-1=0$

11. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{a^2b^3}{a^3b^2}$ với $a = 12; b = -36$

b) $B = \frac{2y-2x}{x^2-2xy+y^2}$ với $x-y = \frac{-1}{2}$

c) $C = \frac{(x-2)(2x+2x^2)}{(x+1)(4x-x^3)}$ với $x = \frac{-1}{2}$

d) $D = \frac{x-xy-y+y^2}{y^3-3y^2+3y-1}$ với $x = \frac{-3}{4}; y = \frac{1}{2}$

Dạng 4: Chứng minh cặp phân thức bằng nhau. Tìm giá trị của biến để phân thức bằng nhau.

12. Cho cặp phân thức $\frac{9x-6}{3x^2+3x-(2x+2)}$ và $\frac{3x^2-3x+3}{x^3+1}$ với $x \neq 1$ và $x \neq \frac{2}{3}$.

Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

13. Cho hai phân thức $\frac{y^2+5y+6}{3y+6}$ và $\frac{2y^2+5y-3}{6y-3}$ với $y \neq 2$ và $y \neq \frac{1}{2}$. Cặp phân thức này có bằng nhau hay không?

14. Cho cặp phân thức $\frac{x^2-1}{x^2-3x-4}$ và $\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-2}$ ($x \neq -1; x \neq 2; x \neq 4$)

a) Hai phân thức này có luôn bằng nhau không?

b) Tìm giá trị cụ thể của x để hai phân thức bằng nhau

Dạng 5: Rút gọn phân thức

15. Rút gọn các phân thức sau.

a) $\frac{14x^5y^3z^2}{21x^2y^4z}$

b) $\frac{25x^2y(x+1)^3}{30xy(x+1)}$

c) $\frac{3x(5-x)}{12(x-5)^3}$

d) $\frac{60xy(3x-2)^3}{45xy^2(2-3x)}$



16. Rút gọn phân thức

$$A = \frac{17xy^3z^4}{34x^3y^2z}$$

$$B = \frac{y^2 - xy}{4xy - 7y^2}$$

$$C = \frac{x^2 - 25}{5x - x^2}$$

$$D = \frac{x^2 + xz - xy - yz}{x^2 + xz + xy + yz}$$

$$E = \frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^2}$$

$$F = \frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}$$

17. Rút gọn phân thức

$$A = \frac{ax^4 - a^4x}{a^2 + ax + x^2}$$

$$B = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 4x}$$

$$C = \frac{2a^2 - 2ab}{ac + ad - bc - bd}$$

$$D = \frac{(x+a)^2 - 4x^2}{a^2 + 9x^2 + 6ax}$$

$$E = \frac{y(2x - x^2)(y + 2)}{x(2y + y^2)(x - 2)}$$

$$F = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$$

18. Đơn giản các phân thức

a) $\frac{7x^3 + 7x}{x^4 - 1} (x \neq \pm 1)$

b) $\frac{48y - 12y^2 + 3y^3}{y^3 + 64} (y \neq -4)$

c) $\frac{x^2 + y^2 - 1 + 2xy}{x^2 - y^2 + 1 + 2x}$

d) $\frac{x^2 + xz - xy - yz}{x^2 + xz + xy + yz}$

e) $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + 1}$

f) $\frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 3x - 2}$

Dạng 6: Tìm mẫu thức chung của các phân thức

19. Tìm mẫu thức chung của các phân thức sau:

a) $\frac{2}{3xy}; \frac{x-y}{5x^2}$

b) $\frac{-3}{7xy}; \frac{5+3x}{2y^2}$

c) $\frac{x+2}{2x^2y}; \frac{-x}{4x^3y^2}; \frac{x-1}{3xy^3}$

d) $\frac{-2}{5}; \frac{3x+2}{7(x+1)}$

e) $\frac{3}{x+1}; \frac{7-x}{3x+3}$

f) $\frac{1}{3x}; \frac{5}{4x-4}; \frac{x+7}{6x^2-6x}$

20. Tìm mẫu thức chung của các phân thức sau:

a) $\frac{2}{x+3}; \frac{x}{2x-6}; \frac{3}{x^2-9}$

b) $\frac{1}{5x-x^2}; \frac{14}{x^3-25x}; \frac{x}{3x+15}$

c) $\frac{3x}{x^3-1}; \frac{x+1}{x^2-x}; \frac{x-5}{x^2+x+1}$

d) $\frac{1}{x^2-3x+2}; \frac{1}{x-1}; \frac{1}{2x-4}$

e) $\frac{7-x}{x^2+3x+2}; \frac{x^2}{x^2+5x+6}; \frac{2x}{x^2+4x+3}$



Dạng 7: Quy đồng mẫu thức các phân thức

21. Quy đồng mẫu các phân thức sau:

a) $\frac{5}{6}; \frac{x-2}{3(x-1)}$

b) $\frac{2}{5x+5}; \frac{2+x}{3x+3}$

c) $\frac{1}{2x}; \frac{5}{10x+10}; \frac{x+7}{5x^2+5x}$

22. Quy đồng mẫu các phân thức sau:

a) $\frac{1}{2x+4}; \frac{x}{2x-4}; \frac{3}{4-x^2}$

b) $\frac{1}{x-2x^2}; \frac{20}{4x^3-x}; \frac{7}{2x^2+x}$

c) $\frac{x}{x^3+1}; \frac{x+1}{x^2+x}; \frac{x+2}{x^2-x+1}$

d) $\frac{1}{x^2+3x+2}; \frac{1}{(x+1)^2}; \frac{1}{(x+2)^2}$

Dạng 8. Chứng minh đẳng thức. Chứng minh biểu thức không phụ thuộc vào biến.

23. Chứng minh đẳng thức.

a) $\frac{b^2+2b+1}{3b^3+3b^2} = \frac{b+1}{3b^2}$

b) $\frac{(x+a)^2-4x^2}{a^2+9x^2+6ax} = \frac{a-x}{a+3x}$

c) $\frac{x^2-3x+2}{x^3-1} = \frac{x-2}{x^2+x+1}$

d) $\frac{xy+x-2y-2}{4-4x+x^2} = \frac{y+1}{x-2}$

e) $\frac{2x^2+3xy+y^2}{2x^3+x^2y-2xy^2-y^3} = \frac{1}{x-y}$

24. Cho hai phân thức $P = \frac{4xy^2-4x^2y+x^3}{4x^3-8x^2y}$ và $Q = \frac{2xy-x^2-2y+x}{4x-4x^2}$ với

$x \neq 0; x \neq 1; x \neq 2y$. Chứng minh rằng $P = Q$.

25. Chứng minh biểu thức không phụ thuộc vào biến x .

$$A = \frac{x^2-y^2}{(x+y)(ay-ax)}; \quad B = \frac{(x^2+a)(1+a)+a^2x^2+1}{(x^2-a)(1-a)+a^2x^2+1}$$

Dạng 9. Chứng minh phân thức tối giản.

26. Chứng minh rằng các phân số sau tối giản với mọi số tự nhiên n :

a) $\frac{3n+1}{5n+2};$

b) $\frac{12n+1}{30n+2};$

c) $\frac{n^3+2n}{n^4+3n^2+1};$

d) $\frac{2n+1}{2n^2-1}.$



Dạng 10. Tìm x để phân thức có giá trị là số nguyên

27. Tìm số nguyên x để phân thức sau có giá trị là số nguyên:

a) $\frac{3}{2x-1}$;

b) $\frac{5}{x^2+1}$;

c) $\frac{7}{x^2-x+1}$;

d) $\frac{x^2-59}{x+8}$

28. Tìm số hữu tỉ x để phân thức $\frac{10}{x^2+1}$ có giá trị là số nguyên.

**Bài 23: PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****• Quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu.**

☞ Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức

$$\frac{A}{M} + \frac{B}{M} = \frac{A+B}{M}$$

Chú ý: Ta thường viết tổng dưới dạng rút gọn.

• Quy tắc cộng hai phân thức không cùng mẫu.

☞ Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

• Quy tắc trừ hai phân thức

☞ Muốn trừ hai phân thức có cùng mẫu thức ta trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{M} - \frac{B}{M} = \frac{A-B}{M}$$

☞ Muốn trừ hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

• Rút gọn biểu thức có dấu ngoặc

☞ Nếu trước dấu ngoặc có dấu “+” thì bỏ dấu ngoặc và giữ nguyên các số hạng.

☞ Nếu trước dấu ngoặc có dấu “-” thì bỏ dấu ngoặc và đổi dấu các số hạng trong dấu ngoặc.

B. BÀI TẬP**Dạng 1: Cộng các phân thức đại số cùng mẫu**

1. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{x-4}{14} + \frac{-10-8x}{14}$

b) $\frac{7x-2}{24xy} + \frac{2-8xy}{24xy}$

c) $\frac{3x-y}{3x+y} + \frac{6x+4y}{3x+y}$

d) $\frac{3xy-4}{-25xy} + \frac{7-12x}{-25xy} + \frac{4x-3}{-25xy}$

2. Thực hiện phép tính.



a) $\frac{3}{5-2a} + \frac{2a-2}{2a-5}$

b) $\frac{x^2 + 2xy}{x-y} + \frac{3y^2 - xy}{y-x} + \frac{2y^2 - 3xy}{x-y}$

c) $\frac{6b-3}{a^2-b^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2}$

d) $\frac{x^2-2}{x^3-2x^2+x} + \frac{x-2}{2x^2-x^3-x}$

3. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{5xy^2-3z}{3xy} + \frac{4x^2y+3z}{3xy}$

b) $\frac{2-a^2}{a-3} + \frac{a-2a^2}{3-a} + \frac{7-5a}{a-3} (a \neq 3)$

Dạng 2: Cộng các phân thức đại số khác mẫu.

4. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{2x}{3} + \frac{2ax+3x}{-3a}$

b) $\frac{a+2b-2x}{ab-ax} + \frac{1}{x-b}$

c) $\frac{3x-2y}{xy} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y}$

d) $\frac{3}{y-1} + \frac{-2}{x} + \frac{-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)}$

5. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{5}{x+2} + \frac{7-2x}{x^2-4}$

b) $\frac{2x+9}{9-4x^2} + \frac{2}{2x-3}$

c) $\frac{x}{2y^2-xy} + \frac{4y}{x^2-2xy}$

d) $\frac{1}{x^2+x} + \frac{2x-5}{2x^2-2}$

6. Thực hiện phép tính:

a) $A = \frac{x^2+2}{x^3-1} + \frac{3}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x} (x \neq 1)$

b) $B = \frac{1-2x}{2x} + \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x-4x^2}$

c) $C = \frac{1}{2x+3} - \frac{1}{2x-3} + \frac{x-2}{2x^2-x-3}$

d) $D = \frac{1}{x^2+x-2} + \frac{1}{x^2-x-2} + \frac{1+x}{(x+1)^2-(x+3)}$

7. Thực hiện phép tính.

a) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+x^8} + \frac{1}{1+x^{16}}$



$$b) \frac{4}{(y-x)(z-x)} + \frac{3}{(y-x)(y-z)} + \frac{3}{(y-z)(x-z)}$$

$$c) \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2}{x^2 + 12x + 35} + \frac{3}{x^2 + 7x + 10}$$

8. Rút gọn rồi tính giá trị của phân thức thu gọn:

$$a) \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} \text{ với } x \neq 1 \quad \text{tại } x = 11$$

$$b) \frac{x+1}{x^2-x} + \frac{x+2}{1-x^2} \text{ với } x \neq \pm 1, x \neq 0 \quad \text{tại } x = \frac{-1}{3}$$

$$c) \frac{2x+1}{4x-2} + \frac{1-2x}{4x+2} - \frac{2}{1-4x^2} \text{ với } x \neq \pm \frac{1}{2} \quad \text{tại } x = \frac{1}{4}$$

$$d) \frac{3x-y}{x-5} - \frac{2x-3y}{2y+5} \text{ với } x \neq 5, y \neq \frac{-5}{2} \quad y - 2x = 5$$

9. Rút gọn rồi tính giá trị của phân thức thu gọn:

$$a) A = \frac{1}{y^2 - xy} + \frac{1}{x^2 - xy}, \text{ biết } xy = -1$$

$$b) B = \frac{x}{y-2} + \frac{2x-3y}{x-6}, \text{ biết } 3y - x = 6$$

c) Cho x, y, z là các số khác nhau và $x + y + z = 2023$.

$$\text{Tính } C = \frac{x^3}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^3}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^3}{(z-x)(z-y)}$$

10. Cho ba số $a; b; c$ đôi một khác nhau. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào $a; b; c$:

$$\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}$$

11. Với a, b, c là 3 số khác nhau. Chứng minh tổng sau bằng 0.

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)}$$



Dạng 3: Tìm các hệ số thoả mãn điều kiện cho trước

12*. Hãy tìm giá trị của a, b để có các đẳng thức sau:

a) $\frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}$.

b) $\frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} + \frac{b}{x+2}$.

c) $\frac{3x+5}{(x-1)^2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$.

d) $\frac{8x+1}{(x+3)^2} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{(x+3)^2}$.

e) $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)}$.

13*. Xác định các số hữu tỷ a, b, c sao cho:

a) $\frac{9x^2 - 16x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$.

b) $\frac{2x^2 - x + 1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2}$.

Dạng 4: Trừ các phân thức đại số cùng mẫu

14. Làm tính trừ các phân thức sau:

a) $\frac{2x-1}{4x^2y} - \frac{6x-1}{4x^2y}$

b) $\frac{3x+2}{2x-3} - \frac{2-5x}{2x-3}$

c) $\frac{x-17}{3-2x} - \frac{11x+1}{2x-3}$

d) $\frac{10x-15}{3x-2} - \frac{2x+7}{2-3x}$

15. Làm tính trừ các phân thức sau:

a) $\frac{2xy-5}{8xy^2} - \frac{5xy^2-5}{8xy^2}$

b) $\frac{7x+5}{3x(x+4)} - \frac{4x+5}{3x^2+12x}$

c) $\frac{x-2}{x-6} - \frac{18-x}{x-6} + \frac{x+2}{x-6}$.

d) $\frac{5x^2+x+4}{x^3-8} - \frac{x^2-2x}{x^3-8} - \frac{x^2-3x-8}{x^3-8}$.

16. Làm tính trừ các phân thức sau:



a) $\frac{2x^2 - x}{x - 1} + \frac{x + 1}{1 - x} - \frac{x^2 - 2}{x - 1}$.

b) $\frac{5}{y - 1} - \frac{1}{1 - y} + \frac{y}{y - 1}$.

c) $\frac{4 - x^2}{x - 5} + \frac{2x - x^2}{5 - x} - \frac{4x - 5}{x - 5}$.

d) $\frac{2x - 9}{x - 6} + \frac{2 - x}{x - 6} - \frac{1}{6 - x}$.

Dạng 5: Trừ các phân thức đại số khác mẫu.

17. Rút gọn các biểu thức:

a) $\frac{4}{3x + 2} - \frac{2x + 1}{3x^2 + 2x}$

b) $x - 1 - \frac{x^2 - 4}{x + 1}$

c) $\frac{1}{x - 1} - \frac{2x}{x^3 - x^2 + x - 1}$

d) $\frac{3x - 1}{6x + 2} - \frac{3x + 1}{2 - 6x} - \frac{6x}{9x^2 - 1}$

18. Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{2 + a}{2a} - \frac{1}{2}$.

b) $\frac{3}{x - 1} - \frac{7 - x}{2x - 2}$.

c) $\frac{7}{5} - \frac{7x - 31}{5x - 15}$.

d) $x^2 + y^2 - \frac{2(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2}$.

e) $\frac{3x - 1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}$.

f) $\frac{2x + 9}{9 - 4x^2} - \frac{1}{2x + 3}$.

19. Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{1}{x - y} - \frac{1}{x + y} + \frac{2x}{x^2 - y^2}$.

b) $\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{4}{1 - x^2}$.

c) $\frac{x}{2x - 2} - \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{3}{2x + 2}$.

d) $\frac{x + 4}{x^2 - 7x + 10} - \frac{x}{2 - x} - 1$.

20. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{2x}{x^3 + 4x^2 + 4x} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$

b) $\frac{1}{2x + 3} - \frac{1}{2x - 3} + \frac{x - 2}{2x^2 - x - 3}$

c) $\frac{1}{x^2 + x - 2} + \frac{1}{x^2 - x - 2} + \frac{1 + x}{(x + 1)^2 - (x - 3)}$

21. Thực hiện phép tính



$$a) A = \frac{x^2}{(x-y)^2(x+y)} - \frac{2xy^2}{x^4 - 2x^2y^2 + y^4} + \frac{y^2}{(x^2 - y^2)(x+y)}$$

$$b) B = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} - \frac{8}{x^8+1} - \frac{16}{x^{16}+1}$$

22. Tính giá trị của biểu thức:

$$a) A = \frac{2x+1}{4x-2} + \frac{1-2x}{4x+2} - \frac{2}{1-4x^2} \text{ với } x = \frac{1}{4}$$

$$b) B = \frac{3x-y}{x-5} - \frac{2x-3y}{2y+5} \text{ với } y-2x=5$$

$$c) C = a + \frac{2a+x}{2-x} - \frac{2a-x}{2+x} + \frac{4a}{x^2-4} \text{ với } x = \frac{a}{a+1}$$

23. Chứng minh rằng: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$. Vận dụng tính nhanh các phép tính

sau:

$$a) \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$$

$$b) \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} + \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x+5}$$

24. Chứng minh đẳng thức:

$$a) \frac{4x^2 - (x-3)^2}{9(x^2-1)} - \frac{x^2-9}{(2x+3)^2-x^2} + \frac{(2x-3)^2-x^2}{4x^2-(x+3)^2} = 1$$

$$b) \frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x-y}{(z-x)(z-y)} = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x}$$

Dạng 6: Tìm phân thức thoả mãn yêu cầu

25. Tìm phân thức A biết

$$a) \frac{4}{x^2+x+1} - A = \frac{2}{1-x} + \frac{2x^2+4x}{x^3-1} \text{ với } x \neq 0, x \neq 1$$

$$b) \frac{2a-6}{a^3-3a^2-a+3} + A = \frac{6}{a-3} - \frac{2a^2}{1-a^2} \text{ với } a \neq \pm 1, a \neq 3$$



c) $A + \frac{6}{x^2 - 1} = \frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$ với $x \neq \pm 1$

Dạng 7: Rút gọn biểu thức có dấu ngoặc

26. Tính giá trị của biểu thức:

a) $\frac{x + 3}{x + 1} - \left(\frac{2x - 1}{x - 1} + \frac{x - 3}{x^2 - 1} \right)$

b) $\left[\frac{1}{x(x + y)} + \frac{1}{y(x + y)} \right] + \left[\frac{1}{x(x - y)} + \frac{1}{y(y - x)} \right]$

c) $\frac{1}{a - b} + \left(\frac{3ab}{a^3 - b^3} + \frac{a - b}{a^2 + ab + b^2} \right)$

d) $\frac{1}{x - 1} - \left[\frac{1}{(1 - x)(x - 2)} - \frac{1}{(x - 2)(x - 3)} \right]$

27. Thực hiện phép tính (Tự luyện).

a) $A = \frac{x + 3}{2x - 1} - \left[\frac{x^2 - 3}{4x^2 - 4x + 1} + \frac{2x^3 - x(1 - 5x) - 1}{8x^3 - 12x^2 + 6x - 1} \right]$.

b) $B = \frac{4(x + 3)^2}{(3x + 5)^2 - 4x^2} - \left[\frac{x^2 - 25}{9x^2 - (2x + 5)^2} + \frac{(2x + 3)^2 - x^2}{(4x + 15)^2 - x^2} \right]$.



Bài 24: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Quy tắc nhân hai phân thức.

☼ Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

Chú ý: Ta thường viết tích dưới dạng rút gọn.

• Các tính chất

☼ Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$

☼ Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right)$

☼ Phân phối đối với phép cộng: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right)$

• Quy tắc chia hai phân thức

☼ Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}, \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Nhân hai phân thức đại số

1. Thực hiện các phép tính sau

a) $\frac{14x}{5y^2} \cdot \frac{2y^3}{x^2}$ b) $\frac{5y^2}{7y^2} \cdot \left(-\frac{2x^2}{10y}\right)$ c) $\frac{x^3 - 8}{5x + 20} \cdot \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 2x + 4}$ d) $3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5}\right)$

2. Thực hiện các phép tính sau

a) $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2} (x \neq 0; y \neq 0)$

b) $\frac{9a^2}{a + 3} \cdot \frac{a^2 - 9}{6a^3} (a \neq -3; a \neq 0)$

d) $\frac{4n^2}{17m^4} \cdot \left(-\frac{7m^2}{12n}\right) (m \neq 0; n \neq 0)$

d) $\frac{3b + 6}{(b - 9)^3} \cdot \frac{2b - 18}{(b + 2)^2} (b \neq -2; b \neq 9)$



3. Rút gọn biểu thức

$$a) A = \frac{t^4 + 4t^2 + 8}{2t^3 + 2} \cdot \frac{t}{12t^2 + 1} \cdot \frac{3t^3 + 3}{t^4 + 4t^2 + 8} \quad (t \neq -1)$$

$$b) B = \frac{y-1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y-1} \right) \quad (y \neq 0; y \neq 1)$$

$$c) C = \frac{x^6 + 2x^3 + 3}{x^3 - 1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{x^6 + 2x^3 + 3} \quad (x \neq \pm 1)$$

$$d) D = \frac{a^3 + 2a^2 - a - 2}{3a + 15} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right) \quad (a \neq -5; -2; \pm 1)$$

4. Tính hợp lí: $M = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}}$ với $x \neq \pm 1$

5. Thực hiện các phép tính sau

$$a) \frac{m^3 - 1}{2m + 4} \cdot \left(\frac{1}{m-1} - \frac{m+1}{m^2 + m + 1} \right) \quad (m \neq -2; m \neq 1)$$

$$b) \frac{u^3}{u-2017} \cdot \frac{2001-2u}{u+2} + \frac{u^3}{u-2017} \cdot \frac{u+16}{u+2} \quad (u \neq -2; u \neq 2017)$$

$$c) \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{4x+3}{360x+150} + \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{6-3x}{360x+150}$$

$$d) \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{4x-2y}{x-y} - \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{x-3y}{x-y}$$

6. Tính giá trị của các biểu thức sau.

$$a) A = \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - 1 \right) \cdot \frac{x-y}{2y} \quad \text{Với } x = 15, y = -15$$

$$b) B = \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \cdot \left(\frac{x+y}{x^2 + xy + y^2} + \frac{1}{x-y} \right) \quad \text{Với } x = 15, y = 5$$

$$c) C = (x^2 - y^2 - z^2 + 2yz) \cdot \frac{x+y+z}{x+y-z} \quad \text{Với } x = 8,6; y = 2, z = 1,4$$



7. Cho $K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$.

a) Rút gọn K .

b) Tìm số nguyên x để K nhận giá trị nguyên.

Dạng 2: Chia hai phân thức đại số

8. Làm tính chia các phân thức

a) $\frac{7xy}{3x+1} : \frac{14x^2y}{6x+2}$

b) $\frac{34x^2y^3}{2xy^2+2y^2} : \frac{17xy}{3x+3}$

c) $\frac{x^3-27}{x+3} : (x^2-6x+9)$

d) $(x^2+2x+1) : \frac{x^2-1}{2x+3}$

9. Làm tính chia các phân thức

a) $\frac{9x^2-4}{3x+1} : \frac{3x+2}{6x^2+2x}$

b) $\frac{5x-15}{x^2-4} : \frac{x-3}{x+2}$

c) $\frac{x^3-8}{x^2-4} : (x^2+2x+4)$

d) $\frac{2x+4x^2}{x^2+x} : \frac{4x^2+4x+1}{x+1}$

10. Làm tính chia các phân thức

a) $(3x^2-48) : \frac{2x-8}{9x+6}$

b) $(3-6x+3x^2) : \frac{x^2-1}{x}$

c) $\frac{x-1}{x-2} : \frac{x-2}{x-3} : \frac{(x-1)(x-3)}{x^2-4}$

d) $\frac{x^3+1}{x-1} : (x^2-x+1) : \frac{x+1}{x-1}$

11. Làm tính chia các phân thức

a) $\frac{9x^2-6x+1}{x^2+2xy+4y^2} : \frac{12x-4}{4x^3+32y^3}$

b) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6} : \frac{x^2+x}{x^2-4x+4}$

c) $\frac{x^4-y^4}{4x^2-4x+1} : \frac{3x^2y+3xy^2}{6-12x}$

d) $\frac{x^2-4xy+4y^2}{2x^2-2xy+2y^2} : \frac{10x-20y}{5x^3+5y^3}$

12. Rút gọn các biểu thức

a) $\frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}$

b) $\frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right)$



13. Rút gọn các biểu thức

$$\text{a) } A = \left(-\frac{-2x + 10}{x} + \frac{5x + 50}{x^2 + 5x} + \frac{x^2}{5x + 25} \right) : \frac{3x + 15}{7}$$

$$\text{b) } B = \left[\frac{3(x + 2)}{2(x^3 + x^2 + x + 1)} + \frac{2x^2 - x - 10}{2(x^3 - x^2 + x - 1)} \right] : \left[\frac{5}{x^2 + 1} + \frac{3}{2(x + 1)} - \frac{3}{2(x - 1)} \right]$$

$$\text{c) } C = \left[\left(\frac{x - y}{2y - x} - \frac{x^2 + y^2 + y - 2}{x^2 - xy - 2y^2} \right) : \frac{4x^4 + 4x^2y + y^2 - 4}{x^2 + y + xy + x} \right] : \frac{x + 1}{2x^2 + y + 2}$$

Dạng 3: Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.

14. Tìm phân thức A, B, C, D thoả mãn :

$$\text{a) } \frac{x - 4}{x^3 - 3x^2 + x - 3} : A = \frac{x^2 - 5x + 4}{(x - 2)(x - 3)} \quad \text{b) } B \cdot \frac{12x^2 + 18x}{\frac{x^3}{8} - 1} = \frac{8x^3 + 36x^2 + 54x + 27}{\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1}$$

$$\text{c) } \frac{x^6 - y^6}{10x^2 + 10xy} : C = \frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{5x^2 - 10xy + 5y^2} \quad \text{d) } \frac{(x - 1)^2 - 6(x - 1) + 9}{3x^2 - 3x} \cdot D = \frac{x^2 - 16}{3x^3 - 3x}$$

15. Tìm phân thức Q biết:

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2 - ab} \cdot Q = \frac{a - b}{a^3 + b^3}.$$

$$\text{b) } \frac{a^4 - b^4}{a^4 + 2a^2b^2 + b^4} : Q = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}.$$

$$\text{c) } \frac{x - y}{x^3 + y^3} \cdot Q = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}.$$

$$\text{d) } \frac{x + y}{x^3 - y^3} \cdot Q = \frac{3x^2 + 3xy}{x^2 + xy + y^2}$$



Bài 24.1: LUYỆN TẬP RÚT GỌN PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1. a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x^2-3}{x^2+2x+4} - \frac{7x+10}{x^3-8} \right) : \frac{x+7}{x^2+2x+4}$

b) Rút gọn $B = \left(a + \frac{2}{0,5a+1} \right) : \frac{a^3-8}{a+2} + \frac{2}{2a-a^2}$

2. Chứng minh rằng với $x \neq 0; x \neq \pm 1$ thì biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến.

$$A = \left(\frac{x^2+x+1}{x^2+x} - \frac{x^2-x+1}{x^2-x} \right) \cdot \frac{x^4+x^3-x^2-x}{x+1}$$

3. Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2} \right) : \frac{4x^2+4x^2y+y^2-4}{x^2+y+xy+x}$

4. Cho biểu thức: $P = \left[\frac{(x-1)^2}{3x+(x-1)^2} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{2x}{x^3+x}$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) So sánh P với $\frac{1}{2}$.

5. Cho $P = \left(\frac{x^3-1}{x^2-x} + \frac{x^3+1}{x^2+x} \right) : \frac{2(x^2-2x+1)}{x^2-x}$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

6. Cho $A = \left(\frac{x}{y^2+xy} - \frac{x-y}{x^2+xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right) : \frac{x}{y}$

a) Rút gọn A

b) Tìm x, y để $A > 1$ và $y < 0$

7. Cho x là số thực dương thỏa mãn điều kiện $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị biểu thức $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{2}{x^5}$



8. Rút gọn biểu thức:

$$a) A = \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \cdot \frac{1 + \frac{a}{b+c}}{1 - \frac{a}{b+c}} \cdot \frac{b^2 + c^2 - (b-c)^2}{a+b+c}$$

$$b) B = \left(\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right) \cdot \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz}} + (x+y+z)^2$$

9. Cho $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x} \right) : \left(\frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x+3} \right)$

a) Rút gọn A

b) Tìm x để $A < -1$

10. Cho biểu thức $M = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 - 3x} \left[\frac{(x+2)^2 - x^2}{4x^2 - 4} - \frac{3}{x^2 - x} \right]$

Rút gọn biểu thức M và tính giá trị của x khi $M = 3$

11. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x+2} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A. Biết $|x| = \frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị của x để $A < 0$

d) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

12. Cho $Q = \frac{12x - 45}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x + 5}{x - 4} + \frac{2x + 3}{3 - x}$

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tính giá trị Q tại $|x| = 3$

c) Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.



13. Cho x, y là hai số thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện: $x > 0, y < 0$ và $x + y = 1$.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{y-x}{xy} : \left[\frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{2x^2y}{(x^2-y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2-x^2} \right]$

b) Chứng minh rằng: $A = -4$

14. Cho $M = \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 - \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right) - 2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$

a) Rút gọn M .

b) Cho $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của M .

15. Cho biểu thức $A = \left[\left(\frac{1-x^3}{1-x} + x \right) \cdot \left(\frac{1+x^3}{1+x} - x \right) \right] : \frac{(1-x^2)^2}{1+x^2}$

Chứng tỏ rằng biểu thức A dương với mọi $x \neq \pm 1$

16. Cho $P = \left[\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} + \frac{2}{xy} : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{x-y}$

Và $Q = \frac{1}{x+y} + \frac{2xy}{(x^2-y^2)(x+y)} + \frac{3}{x^2-2x+2}$

Với giá trị nào của $x; y$ thì $P - Q$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài tập tự luyện

17. Thực hiện các phép tính sau:

a) $A = (4x^2 - 1) \left(\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} - 1 \right)$ với $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

b) $B = \left(\frac{3}{x+3} - \frac{9}{x^2+6x+9} \right) : \left(\frac{3}{x^2-9} + \frac{1}{3-x} \right)$ với $x \neq 0, x \neq \pm 3$.

18. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(\frac{4a+b}{a^2-4ab} + \frac{4a-b}{a^2+4ab} \right) \cdot \frac{a^2-16b^2}{a^2+b^2}$ với $a \neq 0, a \neq \pm 4b$;



b) $B = \left(\frac{y}{y+2} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3y^2}{4-y^2} \right)$ với $y \neq \pm 1; y \neq \pm 2$.

19. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + 2x}{2x + 12} + \frac{x - 6}{x} + \frac{108 - 6x}{2x(x + 6)}$,

a) Tìm điều kiện xác định;

b) Rút gọn phân thức;

c) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức P bằng $\frac{3}{2}$;

d) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức bằng $-\frac{9}{2}$;

e) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức bằng 1.

20. Cho phân thức $A = \frac{x+2}{x-1}$ với $x \neq 1$;

a) Tìm x để $A > 1$;

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

21. Cho phân thức $B = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ với $x \neq 3$;

a) Tìm x để $B < 0$;

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $B \in \mathbb{Z}$.

22.

a) Tìm x để phân thức $A = \frac{8}{x^2 - 4x + 12}$ đạt giá trị lớn nhất;

b) Tìm x để phân thức $B = -\frac{5}{x^2 + 2x + 11}$ đạt giá trị lớn nhất.



Bài 25: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• **Phương trình một ẩn**

☼ Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó với trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

☼ Số x_0 gọi là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu giá trị của $A(x)$ và $B(x)$ tại x_0 bằng nhau.

☼ Giải một phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

• **Phương trình bậc nhất một ẩn**

☼ Phương trình có dạng $ax + b = 0$ với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn x .

☼ Cách giải phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ ($a \neq 0$)

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) luôn có một nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$

• **Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$**

☼ Bằng cách chuyển vế và nhân cả hai vế của phương trình với một số khác 0, ta có thể đưa một số phương trình ẩn x về dạng $ax + b = 0$ và do đó có thể giải được chúng.

☼ Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó và thường được kí hiệu là S

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận biết phương trình một ẩn, phương trình bậc nhất một ẩn, nghiệm của phương trình

1. Cho các phương trình

$$5x^2 - 3y + 4 = 3x - 8y; 2,5x - 10 = 0 \text{ và } 4x^2 - 6x = 5x + 108$$

Trong các phương trình trên:

a) Phương trình nào là phương trình một ẩn?

b) Phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?



c) Số nào trong tập $S = \{-4; 0; 4\}$ là nghiệm của phương trình một ẩn?

2. Cho bốn phương trình:

$$2x - 6 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad (2)$$

$$(x - 1)(x + 5) - 2x^2 = 15x - 47 \quad (3)$$

$$(5x - 15)(x^2 + 1) = 0 \quad (4)$$

a) Chứng tỏ rằng $x = 3$ là nghiệm chung của cả bốn phương trình.

b) Chứng tỏ rằng $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không là nghiệm của phương trình (1) và (3).

3. a) Với giá trị nào của m thì phương trình $\frac{2}{5}mx = 4x + 2$ nhận $x = -5$ là nghiệm?

b) Với giá trị nào của k thì phương trình $(2x + 1)(9x + 2k) - 5(x + 2) = 40$ nhận $x = 2$ là nghiệm?

4. a) Tìm m để phương trình $2x - m + 2 = 0$ không nhận $x = 1$ làm nghiệm.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ không nhận $x = 2$ làm nghiệm.

5. Chứng tỏ các phương trình sau vô nghiệm:

a) $2x - 3 = 2(x - 3)$; b) $x^2 + 1 = 0$; c) $|x - 2| = -1$.

6. Chứng tỏ các phương trình sau có vô số nghiệm:

b) $4(x - 2) - 3x = x - 8$; b) $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$;

c) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$.

7. Với giá trị nào của m thì mỗi phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $mx + (m - 1)x^2 + 2 = 0$ b) $(m^2 - 1)x^2 + x - 10 = 0$ c) $2mx^3 + 3x + 2 = 0$

d) $(m - 3)x + 2,5 = 0$ e) $5x - mx = 2m + 1$ f)

$4x + mx = 3m^2 + 1$

Dạng 2: Giải phương trình

8. Giải các phương trình sau:

a) $3x - 9 = 0$

b) $5x + 35 = 0$

c) $9x - 3 = 0$





d) $24 - 8x = 0$

e) $-6x + 16 = 0$

f) $-7x + 15 = 0$

9. Giải các phương trình sau:

a) $4x + 5 = 1$

b) $-5x + 2 = 14$

c) $6x - 3 = 8x + 9$

d) $7x - 5 = 13 - 5x$

e) $2 - 3x = 5x + 10$

f) $13 - 7x = 4x - 20$

10. Tìm m để phương trình sau có nghiệm khác 0

a) $4x + 9 - m = 0$

b) $2x - 1 + m = 0$

c) $3x + 8 - 2m = 0$

11. Tìm giá trị của m sao cho phương trình sau

a) $4x + 3m = 3 - 2x$ nhận $x = -3$ làm nghiệm

b) $5x - 2m = x - 2$ nhận $x = -1$ làm nghiệm

c) $7x + 4 = x - 2m$ nhận $x = -6$ làm nghiệm

12. Cho hai phương trình ẩn x :

$$3x - 3 = 0 \quad (1) \text{ và } 6 + kx = 8 \quad (2)$$

Tìm giá trị của k sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2).

13. Cho ba phương trình: $12,6 - 3x = 0$ (1); $3x + 2 = 7x - 10$ (2) và $5 - kx = 8$ (3).

Biết mỗi phương trình nhận một trong ba giá trị là $x = -2$; $x = 3$ và $x = 4,2$ làm nghiệm. Tìm k .

14. Cho phương trình $(m^2 - 9).2x + 3 = m$ trong đó m là một số. Giải phương trình trên trong mỗi trường hợp sau:

a) $m = 3$;

b) $m = -3$;

c) $m = 5$;

d) $m = 0$.

15*. Giải các phương trình:

a) $(x + 1) + (2x + 3) + (3x + 5) + \dots + (50x + 99) = 5050$.

b) $(x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + \dots + (x - 2015) = 0$.

c) $\frac{x-1}{99} + \frac{x-2}{98} + \frac{x-3}{97} + \frac{x-4}{96} = 4$

16*. Cho phương trình $(x + 1) + (2x + 4) + (3x + 7) + \dots + (nx + 61) = 420$.



a) Tính n ;

b) Giải phương trình.

17*. Giải các phương trình:

a) $\frac{2x+1}{9} + \frac{2x+2}{8} + \frac{2x+3}{7} + \dots + \frac{2x+8}{2} + \frac{2x+9}{1} + 9 = 0$;

b) $\frac{x-1}{2015} + \frac{x-2}{2014} + \frac{x-3}{2013} + \dots + \frac{x-2014}{2} + x = 4030$.

Dạng 3: Giải phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$

18. Giải các phương trình sau:

a) $15 - 8x = 9 - 5x$

b) $-\frac{5}{9}x + 1 = \frac{2}{3}x - 10$

c) $5 - (x - 6) = 4 \cdot (3 - 2x)$

d) $3,6 - 0,5 \cdot (2x + 1) = x - 0,25 \cdot (2 - 4x)$

19. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9}$

b) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{6} = \frac{x}{6} - x$

c) $\frac{x+4}{5} - x + 4 = \frac{x}{3} - \frac{x-2}{2}$

d) $\frac{2+x}{5} - 0,25x = \frac{1-2x}{4} + 0,25$

20. Tìm giá trị của x sao cho các biểu thức A và B cho sau đây có giá trị bằng nhau:

a) $A = (x-3)(x+4) - 2(3x-2)$ và $B = (x-4)^2$

b) $A = (x+2)(x-2) + 3x^2$ và $B = (2x+1)^2 + 2x$

c) $A = (x-1)(x^2+x+1) - 2x$ và $B = x(x-1)(x+1)$

21. Tìm các giá trị của y sao cho biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau:

$$A = \frac{y-2}{2} - \frac{9-5y}{8} - \frac{2-y}{6} + \frac{3(5y-9)}{4}; \quad B = \frac{45-25y}{8} + \frac{2-y}{3} - \frac{5y-9}{2}.$$

22. Giải các phương trình:

a) $\frac{3-x}{6} + 2x = \frac{4x+3}{3} - \frac{2(x-1)}{5}$;



$$\text{b) } 0,5(x+2)^2(x-1) - \frac{1}{6}x(x^2-2) = \frac{1}{3}(x+2)^3 - \frac{(x-2)^2 + (x-2)(x+2)}{4};$$

$$\text{c) } \frac{3+x}{3} - \frac{x-\frac{x-1}{3}}{2} = \frac{5-3x}{2} + \frac{x-3}{5};$$

$$\text{d) } \frac{x-3}{6} + \frac{\frac{2x-4}{3} - 2\left(3x + \frac{x-1}{5}\right)}{4} = \frac{2+5x - \frac{8-3x}{4}}{3} - 3x.$$

23. Giải các phương trình:

$$\text{a) } 3x\left(\frac{1}{294} + \frac{1}{295}\right) - \left(\frac{6}{294} + \frac{5}{295}\right) = \frac{3x-294}{6} + \frac{3x-295}{5};$$

$$\text{b) } x\left(\frac{1}{126} + \frac{1}{125} + \frac{1}{124}\right) + 5 + \frac{74}{126} + \frac{75}{125} + \frac{76}{124} = -\frac{122(77+x) + 123(78+x)}{122 \cdot 123};$$

$$\text{c) } \frac{99x - 50.49 - 51.50}{50.49} + \frac{25(x-52) + 48(x-175)}{48.25} = 0;$$

$$\text{d) } \frac{4x-350}{15} + \frac{4x-100}{25} + \frac{4x-95}{35} = \frac{110.55 + 145.45 - 400x}{45.55}.$$



Bài 26: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bước 1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
- Biểu diễn đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Bài toán quan hệ hơn kém, so sánh.

1. Hiệu của hai số là 12. Nếu chia số bé cho 7, chia số lớn cho 5 thì thương thứ nhất bé hơn thương thứ hai là 4 đơn vị. Tìm hai số đó.
2. Thương của hai số bằng 3. Nếu tăng số bị chia 10 đơn vị và giảm số chia đi một nửa thì số thứ nhất thu được lớn hơn số thứ hai thu được là 30. Tìm hai số ban đầu.
3. Hai rổ trứng có tất cả 80 quả. Nếu chuyển 5 quả từ rổ thứ nhất sang rổ thứ hai thì số trứng trong rổ thứ nhất bằng $\frac{3}{5}$ số trứng trong rổ thứ hai. Hỏi lúc đầu mỗi rổ có bao nhiêu quả?
4. Hai thư viện có 15000 cuốn sách. Nếu chuyển từ thư viện thứ nhất sang thư viện thứ hai 3000 cuốn, thì số sách của hai thư viện bằng nhau. Hỏi ban đầu mỗi thư viện có bao nhiêu cuốn sách?
5. Thùng thứ nhất đựng 40 lít dầu, thùng thứ hai đựng 85 lít dầu. Ở thùng thứ hai lấy ra một lượng dầu gấp 3 lần lượng dầu lấy ra ở thùng thứ nhất. Khi đó lượng dầu còn lại trong thùng thứ nhất gấp đôi lượng dầu còn lại trong thùng thứ hai. Hỏi đã lấy ra ở mỗi thùng bao nhiêu lít dầu?
6. Trong khối lớp 8 của một trường học, vào đầu năm học số học sinh nam và nữ bằng nhau. Nhưng trong học kì 1, trường nhận thêm 15 học sinh nữ lớp 8 và 5 học sinh nam lớp 8 nên số học sinh nữ chiếm 51% số học sinh của khối lớp 8. Hỏi cuối học kì 1, khối lớp 8 của trường có bao nhiêu học sinh nam, học sinh nữ?

Dạng 2: Bài toán có nội dung hình học.

7. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi $82m$. Chiều dài hơn chiều rộng $11m$. Tìm kích thước của khu vườn.



8. Chu vi một khu vườn hình chữ nhật bằng $60m$, hiệu độ dài của chiều dài và chiều rộng là $20m$. Tính diện tích khu vườn.
9. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi $250m$. Tính diện tích của thửa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi của thửa ruộng vẫn không thay đổi.
10. Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là $10m$. Nếu chiều dài tăng thêm $6m$, chiều rộng giảm đi 3 m thì diện tích mới hơn diện tích cũ là $12m^2$. Tính các kích thước của khu đất ban đầu.
11. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 3 lần chiều rộng. Nếu tăng mỗi cạnh thêm $5m$ thì diện tích khu vườn tăng thêm $385m^2$. Tính độ dài các cạnh của khu vườn.
12. Tính độ dài ba cạnh của một tam giác vuông biết rằng chúng là ba số tự nhiên liên tiếp.

Dạng 3: Toán chuyển động

13. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 5 giờ và ngược dòng từ B đến A mất 6 giờ. Tính khoảng cách AB ? Biết rằng vận tốc dòng nước là 2 km/h.
14. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc của ô tô thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc của ô tô thứ hai. Nếu ô tô thứ nhất tăng vận tốc 5km/h, còn ô tô thứ hai giảm vận tốc 5 km/h thì sau 5 giờ, quãng đường ô tô thứ nhất đi được ngắn hơn quãng đường ô tô thứ hai đã đi là 25 km. Tính vận tốc mỗi ô tô.
15. Ô tô thứ nhất đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 40 km/h. Sau đó 1 giờ, ô tô thứ hai đi từ B đến A với vận tốc 65 km/h. Hai ô tô gặp nhau khi ô tô thứ nhất mới đi được $\frac{2}{5}$ quãng đường AB . Tính quãng đường AB .
16. Hai người cùng khởi hành một lúc từ A đến B, đường dài km . Vận tốc người thứ nhất là $12km/h$, vận tốc người thứ hai là 15 km/h. Hỏi sau lúc khởi hành bao lâu thì người thứ nhất cách B một quãng đường gấp đôi khoảng cách từ người thứ hai đến B.

Dạng 4: Toán năng suất

- 17: Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo đó mỗi ngày phải khai thác được 50 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 57 tấn than. Do đó, đội đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 13 tấn than. Hỏi theo kế hoạch, đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?



18. Một đội máy cày dự định một ngày cày 40 ha. Khi thực hiện, mỗi ngày cày được 52 ha. Vì vậy không những đã cày xong trước 2 ngày mà còn cày thêm 4 ha nữa. Tính diện tích ruộng đội phải cày theo kế hoạch đã định.

19. Một tổ sản xuất dự định phải làm một số dụng cụ trong 30 ngày. Do mỗi ngày đã vượt năng suất so với dự định 10 dụng cụ nên không những đã làm thêm được 20 dụng cụ mà tổ đó còn làm xong trước thời hạn 7 ngày. Tính số dụng cụ mà tổ sản xuất đó phải làm theo kế hoạch.



Bài 27: KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• **Nhận biết khái niệm hàm số:**

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được một và chỉ một đại lượng tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.

• **Nhận biết tọa độ của một điểm trong mặt phẳng tọa độ**

Trong mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm M xác định duy nhất một cặp số (x_0, y_0) và mỗi cặp số (x_0, y_0) xác định duy nhất một điểm M .

Cặp số (x_0, y_0) gọi là tọa độ của điểm M và ký hiệu là $M(x_0, y_0)$, trong đó x_0 là hoành độ và y_0 là tung độ của điểm M

• **Đồ thị của hàm số**

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận dạng hàm số

1. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Nếu bảng các giá trị tương ứng là

a)

x	-4	-2	-1	$\frac{1}{2}$	2	16
y	-4	-8	-16	32	8	1

b)

x	2	2	4	6	8
y	-3	1	2	3	4

2. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

a)





x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	0	-2	-4

b)

x	2	4	4	6	8
y	1	3	6	9	12

3. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $f(x) = \frac{18}{x}$.

a) Tính $f(9)$, $f(-3)$, $f(a)$ với $a \neq 0$.

b) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số $y = f(x)$ vào bảng sau

x	-6	-3	-1	1	3	5	8
y							

4. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $f(x) = \frac{-12}{x}$.

a) Tính $f(5)$, $f(4)$, $f(a)$ với $a \neq 0$.

b) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số $y = f(x)$ vào bảng sau

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
y							

5. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $f(x) = 3x^2 - 1$. Hãy tính $f(1)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$.

6. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $y = f(x) = 4 - 3x$.

a) Tính $f(-3)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(4)$.

b) Tính các giá trị của x tương ứng với y bằng 1; -2; 7.



7. Cho hàm số $y = \frac{5}{6}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau.

x	-0,6			3,6		12
y		-1	0		5	

8. Cho hàm số $y = \frac{3}{4}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau.

x	-0,5		3	4,4		8
y		-2			4	

9. Cho hàm số $y = -3x$. Tìm các giá trị của x sao cho

a) y nhận giá trị dương.

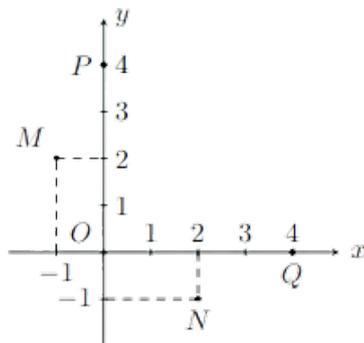
b) y nhận giá trị âm.

Dạng 2: Đồ thị hàm số

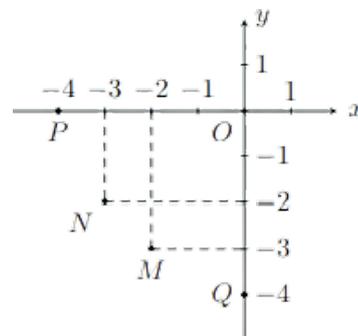
10.

a) Viết tọa độ các điểm M, N, P, Q như hình vẽ.

b) Em có nhận xét gì về tọa độ các cặp điểm M và $N, \frac{1}{2}$ và Q .



Hình bài 10



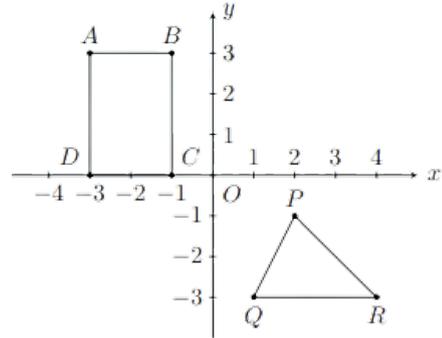
Hình bài 11

11. a) Viết tọa độ các điểm M, N, P, Q như hình vẽ.



b) Em có nhận xét gì về tọa độ các cặp điểm M và N , P và Q .

12. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ và của tam giác PQR trong hình vẽ



13. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2; \frac{1}{2})$, $B(3; -\frac{2}{3})$, $C(1,5; 0)$.

14. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(1; -\frac{3}{2})$, $B(-4; \frac{7}{2})$, $C(0; -2,5)$.

15. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2; -1)$, $B(2; -1)$, $C(2; 3)$, $D(-2; 3)$. Tứ giác $ABCD$ là hình gì?

16. Hàm số y được cho trong bảng sau.

x	-1	0	1	2	3
y	-3	0	3	6	9

a) Viết tất cả các giá trị tương ứng $(x; y)$ của hàm số trên.

b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và xác định các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng của x và y ở câu trên.

17. Hàm số y được cho trong bảng sau

x	-2	0	1	2	4
y	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2

a) Viết tất cả các giá trị tương ứng $(x; y)$ của hàm số trên.

b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và xác định các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng của x và y ở câu trên.



18. Vẽ một hệ trục tọa độ và đường phân giác của các góc phần tư thứ I, III.

- a) Đánh dấu điểm A nằm trên đường phân giác đó và có hoành độ là 3. Điểm A có hoành độ bằng bao nhiêu?
- b) Em có dự đoán gì về mối liên hệ giữa tung độ và hoành độ của điểm M nằm trên đường phân giác đó?

19. Vẽ một hệ trục tọa độ và đường phân giác của các góc phần tư thứ II, IV.

- a) Đánh dấu điểm A nằm trên đường phân giác đó và có hoành độ là 3. Điểm A có hoành độ bằng bao nhiêu?
- b) Em có dự đoán gì về mối liên hệ giữa tung độ và hoành độ của điểm M nằm trên đường phân giác đó?

Dạng 3: Toán thực tế

20. Một cửa hàng gạo nhập vào kho 480 tấn. Mỗi ngày bán đi 20 tấn. Gọi y (tấn) là số gạo còn lại sau x (ngày) bán.

- a) Viết công thức biểu diễn y theo x ? Cho biết y có phải là hàm số của x không? Vì sao?
- b) Tính số gạo còn lại sau khi bán 1 tuần?
- c) Hỏi sau bao nhiêu ngày thì cửa hàng đó bán hết gạo?

21. Nhà máy A sản xuất lô áo với giá vốn là 50 000 000 đồng và giá bán lẻ mỗi chiếc áo là 400 000 đồng. Khi đó gọi y (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà máy thu được khi bán x cái áo.

- a) Viết công thức biểu diễn y theo x . Hỏi y có phải là hàm số của x không? Vì sao?
- b) Hỏi nhà máy A phải bán bao nhiêu cái áo để có số tiền lời trên 20 000 000 đồng?

22. Giá bán 1 kg táo Ninh thuận trong siêu thị là 45000 đồng.

- a) Gọi số tiền phải trả khi mua táo là y (đồng), số lượng táo mua là x (kg). Viết công thức biểu diễn y theo x . Hỏi y có phải là hàm số x không? Vì sao?

Số lượng táo (kg)	3	5	7
Số tiền (đồng)	135000	225000	320000

b) Bình đã tính số tiền mua táo như bảng sau :

Bình tính đúng hay sai đối với từng trường hợp mua 3kg; 5kg; 7kg táo? Nếu sai hãy sửa lại cho đúng.

**Bài 28: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****• Hàm số bậc nhất**

Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y = ax + b$ trong đó a, b là các số cho trước, $a \neq 0$

• Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất**☉ Trường hợp 1.**

Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $A(1;a)$

☉ Trường hợp 1.

Khi $b \neq 0$ ta thường xác định hai điểm đặc biệt trên đồ thị là giao của đồ thị với hai trục tọa độ như sau:

- Cho $x = 0$ thì $y = b$, ta được điểm $P(0;b)$ thuộc trục tung Oy

Cho $y = 0$ thì $x = -\frac{b}{a}$, ta được điểm $Q\left(-\frac{b}{a};0\right)$ thuộc trục hoành Ox

- Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm P, Q ta được đồ thị của hàm số $y = ax + b$

B. BÀI TẬP**Dạng 1: Nhận dạng hàm số bậc nhất**

1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

a) $y = 1 - 3x$;

b) $y = 2x^2 + x - 5$;

c) $y = x^2 + x(\sqrt{2} - x) + 3$;

d) $y = (\sqrt{3} - 1)^2 x + 1$.

2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

a) $y = 3 - 0,5x$;

b) $y = -1,5x$;

c) $y = 5 - 2x^2$;

d) $y = (\sqrt{2} - 1)x + 1$;

e) $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2})$;

f) $y + \sqrt{2} = x - \sqrt{3}$.

3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

a) $y = 10x + 8$;

b) $y = \frac{x}{3} + 2$;

c) $y = 4$;

d) $y = 2x^2 + 4$;

e) $y = \frac{17x - 25}{10}$;



4. Cho hàm số $y = \frac{2}{5}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau.

x		-0,4		2,5		10
y	-2		0		5	

5. Cho hàm số $y = f(x) = 2x - 3$

a) Tính $f(-1), f(3), f(-3)$;

b) Tính các giá trị của x ứng với $y = 6; y = -4; y = -3$.

Dạng 2: Tìm điều kiện của tham số thoả mãn.

6. Tìm m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

a) $y = mx - x + 3$.

b) $y = (m^2 - 1)x - 2014$.

7. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -1)$.

8. Cho hàm số bậc nhất $y = (a - 1)x + a$.

a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1; 1)$ với mọi giá trị của a

b) Xác định a để đường thẳng đi qua gốc toạ độ.

9. Tìm m để hàm số là hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x^2 + (m + 1)x - 1$.

Dạng 3: Điểm thuộc đồ thị hàm số.

10. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $(d): y = 2x + 3$.

a) $A(0; 3)$. b) $B(-\frac{3}{2}; 0)$. c) $C(1; 2)$. d) $D(-1; 1)$.

11. Cho hàm số $y = 2x - 1$ những điểm nào sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị hàm?

a) $A(\frac{1}{2}; 0), B(1; 1), C(5; 6), D(-2; -1)$.

b) $K(-2; 0), M(-3; 2), N(2; 3), P(-1; -3)$.



12. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 2m$.

a) Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

b) Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .

Dạng 4: Vẽ đồ thị hàm số

13. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị các hàm số sau:

a) $y = x$;

b) $y = -x$.

14. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = 3x - 2$

15. Vẽ đồ thị của các hàm số

a) $y = 2x - 5$

b) $y = -3x + 6$.

16. Cho các đồ thị hàm số sau: $(d_1): y = x$; $(d_2): y = 2x$; $(d_3): y = -x + 3$

Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy đồ thị trên.



Bài 29: HÀM SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• **Hệ số góc của đường thẳng**

Ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ trong đó a, b là các số cho trước, $a \neq 0$

Nhận xét:

☼ Khi hệ số góc a dương, đường thẳng $y = ax + b$ đi lên từ trái sang phải. Góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc nhọn.

☼ Khi hệ số góc a âm, đường thẳng $y = ax + b$ đi xuống từ trái sang phải. Góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc tù.

• **Đường thẳng song song, đường thẳng cắt nhau**

☼ Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$; $b \neq b'$ và ngược lại trùng nhau khi $a = a'$; $b = b'$ và ngược lại.

☼ Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) cắt nhau khi ; $a \neq a'$ và ngược lại.

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định hệ số góc của đường thẳng

1. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$. Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(2;6)$.

2. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A(0;1)$, $B(2;5)$.

3. Tìm hệ số góc của đường thẳng $(d): (m - 2)x + 3$, biết d song song với đường thẳng $(d'): 2x - y - 1 = 0$.

4. Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 3$ (1). Hãy xác định hệ số a biết đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

5. Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;2)$.

6. Tìm hệ số góc của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$.



7. Cho đường thẳng $y = (1 - 4m)x + m - 2$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn.
b) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù.

Dạng 2: Vị trí tương đối của các đường thẳng

8. Hãy nhận xét về vị trí tương đối hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau

a) $d : y = 2x - 3$ và $d' : y = 2x + 5$

b) $d : y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$ và $d' : y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

c) $d : y = -2x + 1$ và $d' : y = \frac{1}{2}x - 2$

d) $d : 3y = -x + 1$ và $d' : y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{3}$

9. Cho đường thẳng $d : y = (m^2 - 2)x + m - 1$ với m là tham số. Tìm m để:

- a) d song song với $d_1 : y = 2x - 3$
b) d trùng với $d_2 : y = -x - 2$
c) d cắt $d_3 : y = 3x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = -1$

10. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m(d)$. Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng có phương trình $x - 2y = 1$

11. Cho hàm số $y = (m - 2)x + n$ (d) trong đó m, n là tham số

- a) Tìm m, n để d song song với đường thẳng $3x + 2y = 1$
b) Tìm m, n để d trùng với đường thẳng $y - 2x + 3 = 0$

12. Cho hàm số $y = mx + 1$ (1) trong đó m là tham số

- a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1 ; 4)$.
b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = m^2x + m + 1$

13. Xác định hàm số có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $(2; -3)$ và

- a) Song song với đường thẳng $y = 5x + 1$;
b) Cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 5.



14. Xác định hàm số biết đồ thị của nó là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đường thẳng $y = 3x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

15. Cho hai hàm số với biến x là $y = (m - 1)x - (2m + 1)$ và $y = (2m - 1)x + 3m$.

Tìm giá trị của m sao cho đồ thị của các hàm số đó là

a) hai đường thẳng cắt nhau.

b) hai đường thẳng song song.

c) hai đường thẳng trùng nhau..

16. Tìm giá trị của tham số k để đường thẳng $(d_1): y = -x + 2$ cắt đường thẳng $(d_2): y = 2x + 3 - k$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

17. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.

18. Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

19. Cho hai đường thẳng $(d): y = (m - 3)x + 16$ ($m \neq 3$) và $(d'): y = x + m^2$. Tìm m để $(d), (d')$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN KHÔNG GIẢI

Bài 1: Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song.

$$(d_1): y = \frac{3}{2}x + 2. \quad (d_2): y = x + 2. \quad (d_3): y = \frac{1}{2}x - 3.$$

$$(d_4): y = x - 3. \quad (d_5): y = \frac{3}{2}x - 1. \quad (d_6): y = \frac{1}{2}x + 3.$$

Bài 2: Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song.

$$(d_1): y = 2x + 1. \quad (d_2): y = \frac{x + 3}{2}. \quad (d_3): y = \frac{-3}{2}x + 4.$$

$$(d_4): y = \frac{1}{2}x - 9. \quad (d_5): y = 5 + 2x. \quad (d_6): y = 3 - 2x.$$

Bài 3: Chỉ ra các cặp đường thẳng song song, cắt nhau:



$$(d_1): y = \frac{3}{2}x + 2. \quad (d_2): y = x + 2. \quad (d_3): y = \frac{1}{2}x - 3.$$

$$(d_4): y = x - 3. \quad (d_5): y = \frac{3}{2}x - 1. \quad (d_6): y = \frac{1}{2}x + 3.$$

Bài 4: Tìm a để hai đường thẳng:

a) $(d): y = ax - 7$ và $(d'): y = 2\sqrt{2}x$ song song.

b) $(d): y = (m + \sqrt{2})x + 4$ và $(d'): y = x - 3$ song song.

c) $(d): y = (1 - m^2)x + 2$ và $(d'): y = -3x - m$ song song.

d) $(d): y = (5m - 2)x - 1$ và $(d'): y = m(m + 2)x + 2$ song song.

e) $(d): y = (2 - m^2)x + m - 5$ và $(d'): y = mx + 3m - 7$ song song.

Bài 5: Tìm a để hai đường thẳng:

a) $(d): y = (m - 1)x + 2n$ và $(d'): y = 2x + m - n$ trùng nhau.

b) $(d): y = kx + (m - 2)$ và $(d'): y = (5 - k)x + (4 - m)$ với $k \neq \{0; 5\}$ trùng nhau.

Bài 6: Tìm a để hai đường thẳng:

a) $(d): y = (a - 1)x + 2$ và $(d'): y = (3 - a)x + 1$ song song với $a \neq \{1; 3\}$.

b) $(d): y = (m^2 + m)x + 2$ và $(d'): y = (m + 1)x - m$ song song với $m \neq \{0; 1\}$.

c) $(d): y = kx + (m - 2)$ và $(d'): y = (5 - k)x + (4 - m)$ song song với $k \neq \{0; 5\}$.

Bài 7: Cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 3$ và $(d'): y = (m + 1)x + 2$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Bài 8: Cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 3$ và $(d'): y = (m + 1)x + 2$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Bài 9: Cho đường thẳng $(d): y = mx + 3$ và $(d'): y = (2m + 1)x - 5$. Tìm m để:



- a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.
- b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Bài 10: Cho đường thẳng $(d): y = (m - 2)x - 3$ và $(d'): y = 2x - (m - 1)$. Tìm m để:

- a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.
- b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.
- c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 11: Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3k$ và $(d'): y = (2m + 1)x + 2k - 3$. Tìm m và k để:

- a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.
- b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.
- c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 12: Cho đường thẳng $(d): y = kx + m - 2$ và $(d'): y = (5 - k)x + 4 - m$ với $k \neq \{0; 5\}$. Tìm m và k :

- a) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.
- b) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.
- c) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau. Tìm tọa độ giao điểm.

Bài 13: Cho đường thẳng $(d): y = (k + 1)x + 3$ và $(d'): y = (3 - 2k)x + 1$. Tìm k để:

- a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.
- b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.
- c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 14: Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3k$ và $(d'): y = (2m + 1)x + 2k - 3$. Tìm m và k để

- a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.



- b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.
c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 15: Cho đường thẳng $(d): y = ax + 2$. Tìm a để đường thẳng (d)

- a) Cắt đường thẳng $y = 4x - 5$.
b) Song song với đường thẳng $y = -3x + 1$.

Bài 16: Cho đường thẳng $(d): y = (m + 3)x + m + 1$ và $(d'): y = (2 - m)x - m$.

- a) Tìm m để (d) và (d') song song.
b) Chứng minh khi $m = -1$ thì (d) cắt (d') .

Bài 17: Cho đường thẳng $(d): y = (m + 6)x + 2$ và $(d'): y = m(3m + 4)x - 5$.

- a) Tìm m để (d) và (d') song song.
b) Chứng minh $m = -2$ thì (d) song song (d') .

Bài 18: Cho đường thẳng $(d): y = mx - (m + 2)$ và $(d'): y = (2m - 3)x - (m^2 - 1)$

với $m \neq \left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

- a) Tìm m để (d) cắt (d') .
b) Tìm m để (d) song song với (d') .
c) Chứng minh (d) và (d') không trùng nhau với mọi m .

Bài 19: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(2;1)$ và song song với $(d'): y = 3x - 1$.

Bài 20: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(4;-5)$ và song song với $(d'): y = 3x + 1$.

Bài 21: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(-4;5)$ và song song với $(d'): y = 2x + 1$.



Bài 22: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(1; -2)$ và song song với $(d'): y = -x - 2$.

Bài 23: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(1; -8)$ và song song với $(d'): y = -3x + 9$.

Bài 24: Tìm a, b để $(d): y = ax + b$ đi qua $A(3; -1)$ và song song với $(d'): y = \frac{-2}{3}x - 1$.

Bài 25: Xác định hàm số $y = ax + b$ trong các trường hợp sau:

a) $a = 3$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 2)$.

b) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1; \sqrt{3} + 5)$ và song song với đường thẳng $y = \sqrt{3}x$.

Bài 26: Cho đường thẳng $(d): y = -3x$ và đường thẳng $(d'): y = x + 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ đi qua $A(-1; 3)$ và song song với (d') .

Bài 27: Xác định hàm số $y = ax + b$ trong các TH sau:

a) $a = \sqrt{3}$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $-\sqrt{3}$.

b) $a = -5$ và đồ thị hàm số đi qua $A(-2; 3)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(1; 3)$ và $B(-2; 6)$.

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 7 + \sqrt{7})$ và song song với đường thẳng $y = \sqrt{7}x$.

Bài 28: Cho hàm số $(d): y = (m - 2)x + 3$.

a) Xác định m để (d) đi qua $A(1; -1)$. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được.

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua $B(-2; 2)$ và song song với đường thẳng ở câu a.



Bài 29: Cho hàm số $(d): y = \frac{3}{2}x$ và $(d'): y = 3x - 3$.

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ song song với (d) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -6 .

Bài 30: Cho hàm số $y = (2a - 5)x + a - 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) .

- Tìm a để đường thẳng (d) cắt trục Oy.
- Tìm a để đường thẳng (d) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;4)$ và $B(2;5)$.

Bài 31: Cho hai đường thẳng $(d): y = -3x + 2$ và $(d'): x - 2y = 3$.

- Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d') .
- Tìm m để (d) , (d') và đường thẳng $(d''): y = (-2m + 1)x + m + 1$ đồng quy.

Bài 32: Cho ba đường thẳng sau: $(d): y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$ và $(d_1): y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$ và $(d_2): y = kx + \frac{7}{2}$.

Tìm k để ba đường thẳng trên cùng đi qua một điểm.

Bài 33: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = (m - 1)x - m$ với m là tham số.

- Vẽ đường thẳng (d) khi $m = 3$.
- Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1; -3)$.
- Tìm m để (d) đồng quy với hai đường thẳng $(d'): y = x - \frac{2}{3}$ và $(d''): y = -x + 1$.

Bài 34: Cho hàm số bậc nhất $(d): y = (2m - 1)x + 3$

- Vẽ đồ thị hàm số khi $m = \frac{3}{2}$.
- Tìm m để đường thẳng (d) và hai đường thẳng $y = x + 3$ và $y = 2x + 1$ đồng quy.

Bài 35: Cho hàm số $(d): y = (3 - 2m)x + 3m - 5$ với m là tham số.



- a) Tìm m để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- b) Vẽ đồ thị của hàm số với m vừa tìm được.
- c) Tìm m để (d) đồng quy với đường thẳng (d') : $y = 3x + 3$ và (d'') : $y = -x - 5$.

Bài 36: Cho hai đường thẳng (d) : $y = x + 2$ và (d') : $y = 2x + 1$.

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm m để đường thẳng (d'') : $y = (m^2 + 1)x + m$ đồng quy.

Bài 37: Tìm m để hai đường thẳng:

- a) (d) : $y = 2x + (m - 1)$ và (d') : $y = 3x - 5$ cắt nhau tại 1 điểm thuộc trục hoành.
- b) (d) : $y = 2x + (3 + m)$ và (d') : $y = 3x + (5 - m)$ cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

Bài 38: Cho hàm số (d) : $y = (m - 1)x + 2m - 3$ với m là tham số.

Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại 1 điểm nằm trên trục tung.

Bài 39: Cho hàm số (d) : $y = (m - 2)x + m$ với $m \neq 2$.

- a) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0; 5)$.
- b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = 2x + 3$ tại 1 điểm trên trục tung.

Bài 40: Cho hàm số (d) : $y = (3 - m)x + m - 1$.

- a) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y = 2x + 3$.
- b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = x + 3m - 2$ tại một điểm trên trục tung.

Bài 41: Cho hàm số (d) : $y = (m + 1)x + 2m$ và (d') : $y = (2m + 1)x + 3m$.

- a) Tìm m để đồ thị hai hàm số trên song song với nhau.
- b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Bài 42: Cho hai đường thẳng (d) : $y = 3x - 7$ và (d') : $y = \frac{2}{3}x + m$.

- a) Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m = 2$.
- b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Bài 43: Cho hàm số (d) : $y = 2x + 4$ và (d') : $y = (m - 2)x + m + 2$.

- a) Khi $m = 0$ vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ và tìm giao điểm (d) và (d') .



b) Tìm m để (d) song song với (d') .

c) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm thuộc trục hoành.

Bài 44: Cho hàm số bậc nhất $(d): y = (m - 1)x - 4$ với $m \neq 1$.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$.

b) Tìm m để (d) song song với đường thẳng $y = -3x + 2$.

c) Tìm m để (d) cắt $(d'): y = x - 7$ tại một điểm nằm bên trái trục tung.

Bài 45: Cho hai đường thẳng $(d): y = 4x + m$ và $(d'): y = -3x + 2 - m$.

a, Vẽ đồ thị hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m = -4$.

b, Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d') .

c, Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm nằm bên phải trục tung.

Bài 46: Cho hàm số $(d): y = x - 2$.

a, Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b, Tìm a, b để $y = ax + b$ để đường thẳng này đi qua $A(1; -5)$ và song song với (d) .

c, Tìm m để $(d'): y = (m - 3)x + 5$ với $m \neq 3$ cắt (d) tại một điểm nằm bên phải trục tung.

Bài 47: Cho đường thẳng $(d): y = ax + b$.

Tìm a, b để (d) song song với đường thẳng $y = 2x$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

Bài 48: Cho đường thẳng $(d): y = x + 4$ và $(d'): y = -2x - 2$.

a, Vẽ đồ thị của (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b, Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ song song với (d) và (d'') cắt (d') tại A có hoành độ là -3 .

Dạng tìm điểm cố định **

Bài 1: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = mx - 2m + 1$.

Bài 2: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = (m - 2)x + m + 2$.

Bài 3: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = (1 - 2m)x + m - 1$.



Bài 4: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = (m - 3)x - 2m + 1$.

Bài 5: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = (m^2 - 1)x + m^2 - 5$.

Bài 6: Tìm điểm cố định của hàm số $(d): y = (m - 2)x + (m - 1)y = 1$ với $m \neq 1$



Bài 30: KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Kết quả thuận lợi cho một biến cố

Xét một biến cố E , mà E có thể xảy ra hay không xảy ra tùy thuộc vào kết quả của hành động, thực nghiệm T .

Một kết quả có thể của T để biến cố E xảy ra được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố E .

B. BÀI TẬP

1. Một hộp đựng 5 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 tới 5 và 4 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 6 tới 9. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp. Liệt kê tất cả các kết quả có thể của hành động này? Có bao nhiêu kết quả có thể?

2. Đội văn nghệ khối 8 của một trường THCS có 14 bạn, trong đó có 4 bạn Nam lớp 8A, 5 bạn nữ lớp 8B, 3 bạn nam lớp 8C và 2 bạn nữ lớp 8D. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong đội văn nghệ khối 8 để tham gia một tiết mục văn nghệ của trường.

a) Liệt kê tất cả các kết quả của hành động trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ A : Chọn được một bạn lớp 8A

+ B : Chọn được một bạn nữ.

3. Một hộp có chứa 10 quả bóng giống nhau được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ A : “ Quả bóng lấy ra được đánh số chẵn”

+ B : “ Quả bóng lấy ra được đánh số lớn hơn 5”

4. Một hộp đựng 5 quả bóng được đánh số 0; 2; 4; 6; 8. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:



+ A : “ Lấy được quả bóng đánh số là số chẵn ”.

+ B : “ Lấy được quả bóng đánh số là số lẻ ”

+ C : “ Lấy được quả bóng đánh số là số nguyên tố ”

5. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động này.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố M : “ Số viết ra là số chia hết cho 10 ”

6. Gieo ngẫu nhiên một lần hai con xúc xắc.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : “ Tổng số chấm của hai con xúc xắc là số nhỏ hơn 6 ”.

**Bài 31: CÁCH TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****• Cách tính xác suất bằng tỉ số**

Giải thiết rằng các kết quả có thể của một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng. Khi đó, xác suất của biến cố E , kí hiệu là $P(E)$, bằng tỉ số giữa kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể

$$P(E) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } E}{\text{Tổng số kết quả có thể}}$$

Nhận xét: Việc tính xác suất của một biến cố E trong trường hợp các kết quả có thể của một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng sẽ gồm các bước sau:

Bước 1: Đếm các kết quả có thể (thường bằng cách liệt kê)

Bước 2. Chỉ ra các kết quả có thể là đồng khả năng..

Bước 3. Đếm các kết quả thuận lợi cho biến cố E .

Bước 4. Lập tỉ số giữa kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể

B. BÀI TẬP

1. a) Gieo một con xúc xắc 40 lần liên tiếp, có 18 lần xuất hiện mặt 6 chấm. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 6 chấm”

b) Gieo một con xúc xắc 20 lần liên tiếp, có 8 lần xuất hiện mặt 1 chấm. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 1 chấm” .

2. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 12 hình quạt bằng nhau và đánh số 1, 2, 3, ..., 11, 12. Được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bìa xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất của các biến cố sau.

a) A : “ Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố ”.

b) B : “ Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chính phương ”.

3. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc một lần. Tính xác suất để mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 5



4. Một túi đựng 21 viên bi cùng khối lượng và kích thước, với các màu đỏ, xanh, vàng trong đó có 7 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong túi. Tính xác suất của biến cố E : “Lấy được viên bi màu đỏ”.

5. Một hộp có 10 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương không vượt quá 10, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp. Sau 20 lần lấy thẻ liên tiếp, thẻ ghi số 3 được lấy ra 4 lần.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 3” trong trò chơi trên.

b) Tính xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”

6. Bạn An cầm một bộ bài gồm 52 lá và đưa cho Đức rút bất kì một lá.

a) Tính xác suất để Đức rút được lá có chất cơ.

b) Tính xác suất để Đức rút được lá hình (lá J, Q, K)

c) Tính xác suất để Đức rút được lá nhỏ hơn 5

7. Một hộp có 1 quả bóng vàng, 1 quả bóng hồng và 1 quả bóng đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp.

Trong 45 lần lấy bóng liên tiếp, quả bóng vàng xuất hiện 7 lần; quả bóng hồng xuất hiện 10 lần.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu vàng”.

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu hồng”.

c) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu đỏ”.



8. Trong một hộp có 15 quả bóng, gồm các màu xanh, đỏ và vàng. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Tính số quả bóng màu xanh biết rằng xác suất để lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{5}$.

9. Bạn Liên có 5 thẻ ghi riêng từng loại từ trong Tiếng Anh đã học : *danh từ (D), động từ (Đ), tính từ (T), trạng từ (Tr), giới từ (G)* và xác định xem thẻ đó có từ thuộc loại nào. Liên lấy ngẫu nhiên 1 thẻ trong số 5 thẻ đó và thực hiện thí nghiệm này 12 lần (*trả lại thẻ sau mỗi lần lấy*) và thu được kết quả như sau :

Lần thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Thẻ	D	D	G	Tr	T	Tr	Tr	Đ	G	Tr	G	Đ

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "*thẻ được lấy ra là trạng từ*".

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "*thẻ được lấy ra là danh từ*".

c) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "*thẻ được lấy ra là tính từ*".

10. Thành phố Manaus giữa rừng Amazon là một trong những nơi có lượng mưa trung bình hằng năm lớn nhất thế giới và thường có mưa nhiều nhất vào tháng 3 và tháng 4. Tại đó, trong 10 ngày cuối tháng 3 có 7 ngày mưa. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "*Số ngày không mưa trong 10 ngày cuối tháng 3*".

11. Gieo cùng lúc hai viên xúc xắc. Hãy tính xác suất cho các biến cố sau:

a) *A* : " Cả hai viên xúc xắc đều có số chấm giống nhau "

b) *B* : " Tổng số chấm trên hai viên xúc xắc lớn hơn 10 "



Bài 32: MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI XÁC SUẤT VÀ ỨNG DỤNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- *Xác suất thực nghiệm của một biến cố.*

Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi (quan sát) một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Khi đó xác suất thực nghiệm của biến cố E bằng $\frac{k}{n}$ (tức là bằng tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực hiện thực nghiệm hoặc theo dõi hiện tượng đó).

- *Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm với xác suất.*

Xác suất của biến cố E được ước lượng bằng xác suất thực nghiệm của E

$P(E) \approx \frac{k}{n}$. Trong đó: n là số lần thực nghiệm hay theo dõi một hiện tượng.

k là số lần biến cố E xảy ra.

B. BÀI TẬP

1. Khi kiểm tra các hoa quả trong thùng hàng được vận chuyển về nhà, chị Mai thấy trong thùng 10 kg thì sẽ có $0,5\text{ kg}$ quả bị dập, $1,5\text{ kg}$ quả nhỏ hơn so với kích thước chuẩn chị cần mua. Khi kiểm tra thùng hàng tiếp theo có trọng lượng 10 kg . Xác suất cho biến cố "Quả có size nhỏ hơn với kích thước chuẩn" là bao nhiêu?
2. Gieo một con xúc xắc 20 lần liên tiếp, thấy có 5 lần xuất hiện mặt 2 chấm. Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố "Xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo xúc xắc"
3. Gieo một con xúc xắc 6 mặt 100 lần được kết quả như sau:

Sự kiện	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	17	18	15	14	16	20

Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố mặt xuất hiện có số chấm là số lẻ.



4. Hai bạn Mai và Việt lần lượt thực hiện việc gieo đồng thời hai con xúc xắc và mỗi lần gieo sẽ nhận được số điểm bằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc. Mai gieo được 100 lần và Việt được gieo 120 lần.

Mai gieo trước và ghi lại kết quả của mình như sau:

Số điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	3	5	9	10	14	16	13	11	8	7	4

Trước khi Việt gieo hãy dự đoán xem có bao nhiêu lần số điểm của Việt nhận được là:

- a) A: “Một số chẵn.”
- b) B: “Một số nguyên tố”
- c) C: “Một số lớn hơn 7”

5. Một trò chơi có luật chơi như sau: Ở mỗi ván chơi, người chơi gieo một con xúc xắc, nếu xuất hiện mặt 6 chấm thì người chơi đó thắng cuộc. Bốn người chơi A, B, C, D chơi trò chơi đó. Mỗi người chơi 25 ván. Kết quả số ván thắng của A, B, C, D lần lượt là 4, 5, 4, 3.

- a) Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố “ A thắng ”, “ B thắng ”
- b) Giả sử mỗi người chơi 60 ván. Hãy dự đoán xem người C và D có bao nhiêu ván thắng.



Bài 33: HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• $\Delta A'B'C'$ gọi là đồng dạng với ΔABC nếu:

$$+ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} \text{ và } \widehat{A'} = \widehat{A}, \widehat{B'} = \widehat{B}, \widehat{C'} = \widehat{C} .$$

+ Kí hiệu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng)

⊗ Tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ gọi là tỉ số đồng dạng của $\Delta A'B'C'$ với ΔABC .

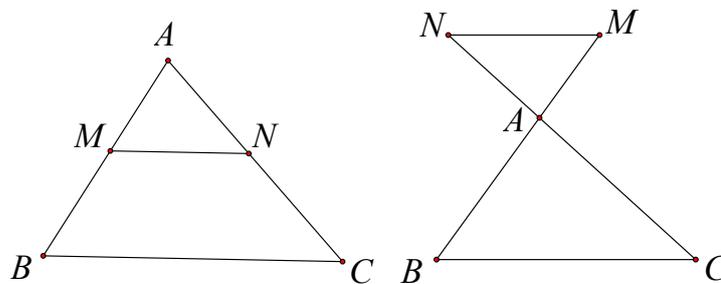
Nhận xét:

⊗ $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ với tỉ số $\frac{1}{k}$

⊗ Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau theo tỉ số đồng dạng $k = 1$.
Đặc biệt mọi tam giác đồng dạng với chính nó.

⊗ Nếu $\Delta A''B''C'' \sim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng k và $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng m thì $\Delta A''B''C'' \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k.m$

Định lí:



Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo ra một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho

Cụ thể: ΔABC có $MN \parallel BC$ với $M \in AB, N \in AC$ thì $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

Chú ý:

Định lí trên vẫn đúng nếu thay bằng đường thẳng cắt phần kéo dài của hai cạnh tam giác.



B. BÀI TẬP

Dạng 1: Tính các cạnh của tam giác đồng dạng

1. Cho tam giác ABC có $AB = 8\text{cm}, AC = 6\text{cm}, BC = 5\text{cm}$. Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC , có cạnh lớn nhất $A'B' = 7\text{cm}$. Tính các cạnh còn lại của tam giác $A'B'C'$.
2. Một tam giác đồng dạng với một tam giác có các cạnh là 15, 20, 30. Tính các cạnh của một tam giác này nếu chu vi của nó bằng 26.
3. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$. Chu vi tam giác ABC là 12cm . Tính chu vi tam giác DEF .
4. Cho $\triangle ABC \# \triangle A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Chứng minh tỉ số chu vi $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ bằng k .
5. Cho $\triangle ABC \# \triangle IMN$ theo hệ số tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{4}$.

- a) $\triangle IMN \# \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng nào?
- b) Giả sử $BC = 6$ (cm). Tính MN .

Dạng 2: Chứng minh tam giác đồng dạng, tính cạnh, chứng minh tỉ số.

6. Cho $\triangle ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC .
 - a) MN là đường đặc biệt nào của $\triangle ABC$.
 - b) Tìm các tam giác đồng dạng có trong hình và cho biết tỉ số đồng dạng.
7. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6\text{cm}, AC = 9\text{cm}$. Các điểm D, E theo thứ tự thuộc các cạnh AB, AC sao cho $BD = 4\text{cm}, CE = 6\text{cm}$.
 - a) Chứng minh rằng $\triangle ADE \# \triangle ABC$ và xác định tỉ số đồng dạng.
 - b) Kẻ $EK // AB (K \in BC)$. Chứng minh rằng $\triangle ADE \# \triangle EKC$.
 - c) Tính tỉ số chu vi $\triangle ADE$ và $\triangle EKC$.
8. Cho $\triangle ABC$, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 2MC$. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N .
 - a) Chứng minh $\triangle CMN \# \triangle CBA$.
 - b) Tính $\frac{MN}{AB}$.



9. Cho $\triangle ABC$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Trên tia đối của tia NM lấy điểm I sao cho $NI = NM$.

a) Chứng minh $\triangle AMN \# \triangle CIN$.

b) Chứng minh $\triangle CIN \# \triangle ABC$.

c) Chứng minh $CI.AC = AB.CN$.

10. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Hạ BH và CK lần lượt vuông góc với AM .

a) Chứng minh $\triangle MBH \# \triangle MCK$.

b) Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AC tại I . Chứng minh $AI.KC = MI.AC$.

11. Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. O là giao của hai đường chéo.

a) Chứng minh $\triangle OAB \# \triangle OCD$ và tìm tỉ số đồng dạng.

b) Từ O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại I . Chứng minh $\triangle DOI \# \triangle DBA$.

c) Chứng minh rằng: $AB.DO = DB.IO$.

12. Cho tam giác ABC . Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = 2AB$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = 2AC$. Chứng minh $\triangle ADE \# \triangle ABC$

13. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 6\text{cm}$ $AD = 5\text{cm}$. Lấy F trên cạnh BC sao cho $CF = 3\text{cm}$. Tia DF cắt AB tại G

a) Chứng minh: $\triangle GBF \# \triangle DCF$ và $\triangle GAD \# \triangle DCF$

b) Tính độ dài đoạn thẳng AG

c) Chứng minh $AG.CF = AD.AB$

14. Cho tam giác ABC , kẻ $Ax // BC$. Từ trung điểm M của cạnh BC , kẻ một đường thẳng bất kì cắt Ax ở N , cắt AB ở P cắt AC ở Q . Chứng minh:

$$\frac{PN}{PM} = \frac{QN}{QM}$$



Bài 34: BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Trường hợp đồng dạng thứ nhất: cạnh – cạnh – cạnh

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

$$\Delta A'B'C' \text{ và } \Delta ABC \text{ có } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} \text{ thì } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \text{ (c-c-c)}$$

- Trường hợp đồng dạng thứ hai: cạnh – góc – cạnh.

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

$$\Delta A'B'C' \text{ và } \Delta ABC \text{ có } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \text{ và } \widehat{B'} = \widehat{B} \text{ thì } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \text{ (c-g-c)}$$

- Trường hợp đồng dạng thứ ba: góc - góc

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

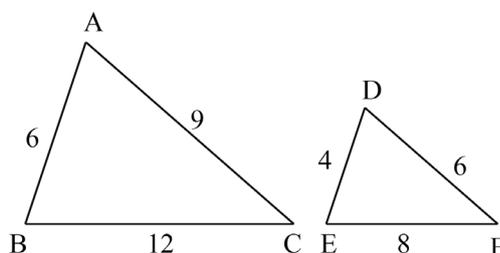
$$\Delta A'B'C' \text{ và } \Delta ABC \text{ có } \widehat{A'} = \widehat{A} \text{ và } \widehat{B'} = \widehat{B} \text{ thì } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \text{ (g-g)}$$

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Trường hợp đồng dạng thứ nhất: Cạnh – cạnh – cạnh.

1. Cho ΔABC có $AB = 3cm$, $BC = 5cm$, $CA = 7cm$ và $\Delta A'B'C'$ có $A'B' = 4,5cm$, $B'C' = 7,5cm$, $C'A' = 10,5cm$. Hỏi ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có đồng dạng không? Tại sao?

2. Cho hình vẽ



a) ΔABC có đồng dạng với ΔDEF hay không?

b) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác.



3. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh tỉ lệ với 4;5;6. Cho biết: $\triangle DFE \sim \triangle ACB$ và cạnh nhỏ nhất của $\triangle DEF$ là 0,8 cm. Tính độ dài các cạnh còn lại của $\triangle DEF$.
4. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$. Cho biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$; $CA = 14\text{cm}$ và chu vi tam giác $A'B'C'$ bằng 45 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$.
5. Cho tam giác ABC và một điểm O nằm trong tam giác đó. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC .

a) Chứng minh: $\triangle PQR \sim \triangle ABC$

b) Cho biết $\triangle ABC$ có chu vi bằng 543 cm. Tính chu vi $\triangle PQR$

6. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$. Cho biết $BC = 24,3\text{cm}$, $CA = 32,4\text{cm}$ $AB = 16,2\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$ nếu:

a) $AB - A'B' = 10\text{cm}$

b) $A'B' - AB = 10\text{cm}$

7. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$, đường chéo $BD = 6\text{cm}$. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABD \sim \triangle BCD$

b) $ABCD$ là hình thang.

8. Cho tam giác ABC . Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\frac{MB}{MC} = \frac{2}{3}$. Kẻ

$MH \parallel AC (H \in AB); MK \parallel AB (K \in AC)$

a) Tính độ dài MB, MC biết $BC = 25(\text{cm})$

b) Tính chu vi tam giác ABC khi biết chu vi $\triangle KMC$ bằng 30cm

c) Chứng minh: $HB.MC = BM.KM$

Dạng 2: Trường hợp đồng dạng thứ hai: Cạnh – góc – cạnh

1. Cho \widehat{xOy} nhọn. Trên Ox lấy hai điểm A và D sao cho $OA = 2(\text{cm})$ $OD = 5(\text{cm})$. Trên Oy lấy hai điểm C và B sao cho $OB = 2,5(\text{cm})$, $OC = 4(\text{cm})$

a) Chứng minh $\triangle OAB \sim \triangle OCD$.



b) Chứng minh $OA \cdot CD = OC \cdot AB$.

2. Cho $\triangle ABC \sim \triangle OMN$ theo hệ số tỉ lệ k . Kẻ hai đường trung tuyến AE và OD .

a) Chứng minh $\frac{AE}{OD} = k$.

b) Chứng minh tỉ số chu vi $\triangle ABC$ với chu vi $\triangle OMN$ cũng bằng k .

3. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}, AC = 7,5\text{cm}, BC = 9\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AC$

a) Chứng minh rằng: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

b) Tính CD

c) Chứng minh rằng: $\widehat{BAC} = 2\widehat{ACB}$

4. Cho hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $AB = 4(\text{cm})$, $CD = 9(\text{cm})$, $BC = 13(\text{cm})$. M là trung điểm của AD . Kẻ $BK \perp CD$ tại K .

a) Tứ giác $ABKD$ là hình gì? Tính KC, BK, AD và AM .

b) Chứng minh $\triangle ABM \sim \triangle DMC$.

c) Tính \widehat{BMC} .

5. Cho $\triangle DEF$ có $DE = 6(\text{cm})$, $DF = 12(\text{cm})$. Trên cạnh DF lấy điểm B sao cho $BD = 3(\text{cm})$.

a) Chứng minh $\triangle EBD \sim \triangle FDE$.

b) Kẻ phân giác trong DA của $\triangle DEF$. Chứng minh $AE \cdot DE = AF \cdot BD$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE và FE . Gọi H là giao điểm PQ với DA .

Chứng minh $\frac{HP \cdot DF}{HQ \cdot DE} = 1$.

6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . M là trung điểm của AC , Từ M vẽ đường thẳng d vuông góc với AC . Trên d lấy điểm N sao cho $MN = \frac{1}{2}AB$ và N và B nằm trên hai nửa mặt phẳng bờ AC .

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MNC$.

b) AB cắt CN tại D , Chứng minh $\triangle CMN \sim \triangle CAD$.

c) Chứng minh $BC = DC$.



7. Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm E , tia AE cắt đường thẳng CD tại M , tia DE cắt đường thẳng AB tại N , Chứng minh rằng:

- a) $\triangle NBC \# \triangle BCM$ b) $BM \perp CN$

8. Cho hình thoi $ABCD$, $\hat{A} = 60^\circ$. Qua C kẻ đường thẳng d cắt các tia đối của các tia BA, DA theo thứ tự tại E, F . Chứng minh rằng

- a) $\frac{EB}{AB} = \frac{AD}{DF}$ b) $\triangle EBD \# \triangle BDF$

c) $\widehat{BID} = 120^\circ$ với I là giao điểm của DE và BF

Dạng 3: Trường hợp đồng dạng thứ hai: Cạnh – góc – cạnh và tổng hợp

1. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC . Lấy K thuộc cạnh AB và I thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{KMI} = \widehat{ABC}$.

- a) Chứng minh $\triangle BMK \# \triangle CIM$.
b) Chứng minh $\triangle CMI \# \triangle MIK$.

2. Cho hình thoi $ABCD$ có $\hat{A} = 60^\circ$. Đường thẳng qua C cắt tia đối của tia BA, DA ở M và N .

- a) Chứng minh $\triangle BCM \# \triangle DNC$ rồi viết tỉ số đồng dạng.
b) Chứng minh $BM \cdot DN = BD^2$.

3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , H là trung điểm của BC . Gọi I là hình chiếu của H trên AC và O là trung điểm của HI . Chứng minh:

- a) $\widehat{AHO} = \widehat{BCI}$.
b) Chứng minh $AH \cdot IC = HI \cdot HC = HO \cdot BC$.
c) $\triangle AHO \# \triangle BCI$.
d) Chứng minh $AO \perp BI$.

4. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = AC = 5\text{cm}, BC = 6\text{cm}$. Tia phân giác \hat{B} cắt AC tại M , phân giác góc \hat{C} cắt AB tại N .

- a) Chứng minh $\triangle ANC \# \triangle AMB$.
b) Chứng minh $MN \parallel BC$ và độ dài cạnh AM .
c) Tính diện tích $\triangle AMN$. Biết diện tích $\triangle ABC$ là 12 cm^2



5. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $AB // CD$ và $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$. Biết $CD = 2AB = 2AD$.

- a) $\triangle BCD$ là tam giác gì? Vì sao?
- b) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BCD$.
- c) Kẻ đường cao BH . Chứng minh $AB \cdot BC = BD \cdot HC$.

6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh: $\triangle ABE \sim \triangle ACF$
- b) Chứng minh: $AH \cdot HD = CH \cdot HF$
- c) Chứng minh: $\triangle BDF \sim \triangle ABC$
- d) Gọi K là giao điểm của DE và CF . Chứng minh: $HF \cdot CK = HK \cdot CF$
- e) Chứng minh $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$

f) Tính $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF}$.

g) Chứng minh $AD \cdot HD \leq \frac{BC^2}{4}$

h) Gọi M, N, P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ E xuống AB, AD, CF, BC . Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường thẳng.

7. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Đường vuông góc AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau tại K . Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh:

- a) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle ACE$
- b) Chứng minh: $HE \cdot HC = HD \cdot HB$;
- c) Chứng minh H, M, K thẳng hàng và $\widehat{ACE} = \widehat{AED}$
- d) AH cắt BC tại O . Chứng minh: $BA \cdot BE + CD \cdot CA = BC^2$.

e) Chứng minh $\frac{HO}{AO} + \frac{HD}{BD} + \frac{HE}{CE} = 1$

f) Chứng minh H là giao điểm các đường phân giác của tam giác ODE .

g) Cho $\widehat{ACB} = 45^\circ$, gọi P là trung điểm của DC . Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với BP tại I và cắt CK tại N . Tìm tỉ số diện tích của tứ giác $CPIN$ và diện tích tam giác DCN .

h) Tam giác ABC có điều kiện gì thì tứ giác $BHCK$ là hình thoi? Hình chữ



nhật?

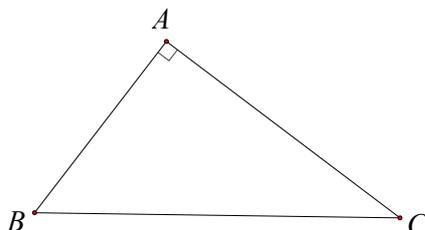


Bài 35: ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Định lý Pythagore

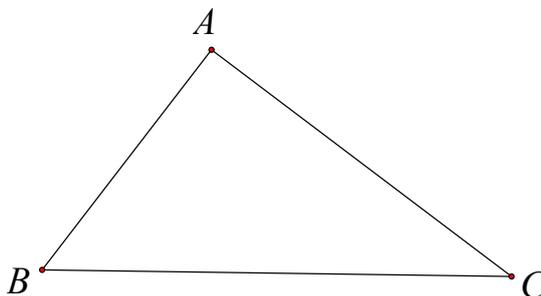
Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.



$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

• Định lý Pythagore đảo.

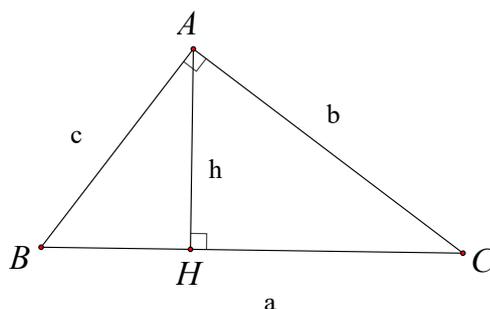
Nếu tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông



$$\Delta ABC \text{ có } BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ thì } \Delta ABC \text{ vuông tại } A$$

• Ứng dụng của định lý Pythagore

Nếu tam giác vuông ABC tại A có đường cao $AH = h$, các cạnh $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ thì $h \cdot a = b \cdot c$





B. BÀI TẬP

Dạng 1: Áp dụng định lý Pythagore để tính cạnh của tam giác vuông.

1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm.

a) Tính độ dài cạnh BC .

b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H . Biết $AH = 4,8$ cm. Tính BH, CH .

2. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 9$ cm, $BC = 15$ cm. trên tia đối của AC lấy điểm D sao cho $AD = 5$ cm. Tính độ dài các cạnh AB, BD .

3. Cho tam giác nhọn ABC , kẻ AH vuông góc với BC . Tính chu vi tam giác ABC biết $AC = 20$ cm, $AH = 12$ cm, $BH = 5$ cm.

4. Hai đoạn thẳng AC, BD vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn thẳng. Tính độ dài AB, BC, CD, DA biết $AC = 12$ cm, $BD = 16$ cm.

5. Cho tam giác ABC vuông tại B . Kẻ BH vuông góc với AC . Biết $BC = 20$ cm, $HA = 9$ cm, $HC = 16$ cm. Hãy tính AB bằng hai cách.

Dạng 2: Áp dụng định lý Pythagore đảo để chứng minh tam giác vuông.

6. Kiểm tra xem tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài sau:

a) 4 cm; 7cm; 6 cm;

b) 6 cm; 10 cm; 8 cm.

c) 20 cm; 12 cm; 16 cm;

d) 6 cm; 11 cm; 9 cm.

7. Cho tam giác ABC , đường cao AH . Biết $AH = 6$ cm, $BH = 4,5$ cm, $HC = 8$ cm. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

8. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 24$, $AC = 32$, $BC = 40$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = 7$. Chứng minh rằng:

a) ABC vuông

b) $\widehat{AMB} = 2\widehat{C}$

Một số bài tập tổng hợp

9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. M là trung điểm của BC . Từ M kẻ hai đường thẳng song song với AC và song song với AB cắt AB và AC lần lượt tại E và F .

a) Tính độ dài BC .

b) Các tứ giác $BEFC$, $AEMF$ là hình gì? Vì sao?

c) Gọi O là trung điểm của EF .

Chứng minh A và M đối xứng qua O .

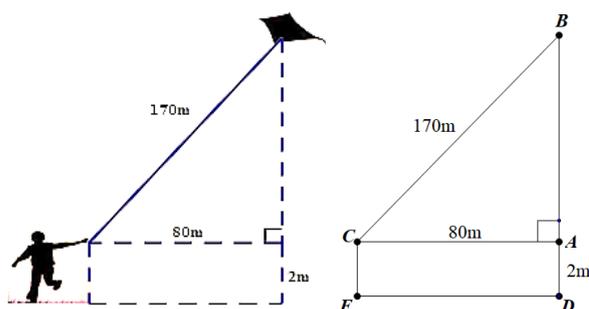
10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 8$ cm; $AC = 6$ cm trung tuyến AM . Kẻ $MD \perp AB$; $ME \perp AC$



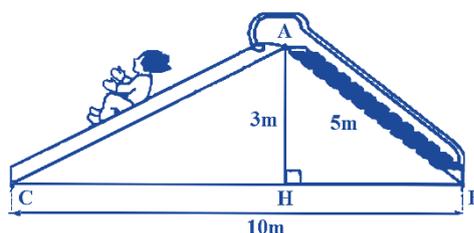
- a) Tứ giác $ADME$ là hình gì ? Vì sao ?
- b) Tìm điều kiện của tam giác $\triangle ABC$ để tứ giác $ADME$ là hình vuông.
- c) Tính độ dài AM .
- d) Tính diện tích $\triangle ABM$.

Toán thực tế

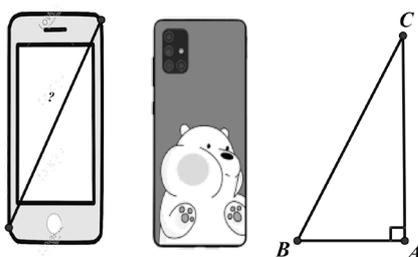
11. Một bạn học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây diều từ tay bạn đến diều dài $170m$ và bạn đứng cách nơi diều được thả lên theo phương thẳng đứng là $80m$. Tính độ cao của con diều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất $2m$.



12. Tính chiều dài đường trượt AC trong hình vẽ trên (kết quả làm tròn hàng phần mười).



13. Để xác định chiếc điện thoại là bao nhiêu inch, các nhà sản xuất đã dựa vào độ dài đường chéo của màn hình điện thoại, biết $1\text{ inch} \approx 2,54\text{cm}$, điện thoại có chiều rộng là 7cm ; chiều dài là $15,5\text{cm}$. Hỏi chiếc điện thoại theo hình vẽ là bao nhiêu inch ? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).





Bài 36: CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- **Định lí 1:** Nếu một góc nhọn của tam giác vuông này bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.
- **Định lí 2:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.
- **Định lí trường hợp đồng dạng đặc biệt của hai tam giác vuông:** Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

B. BÀI TẬP

1. Cho $\triangle ABH$ vuông tại H có $AB = 20, BH = 12$. Trên tia đối của tia HB lấy điểm

C sao cho $AC = \frac{5}{3}AH$.

a) Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle CAH$.

b) Chứng minh $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

2. Tính chu vi của tam giác ABC vuông tại A , biết rằng đường cao AH chia tam giác đó thành hai tam giác AHB và AHC có chu vi theo thứ tự bằng 18 cm và 24 cm.

3. Cho hình bình hành $ABCD$, các đường cao CE, CF . Kẻ DH, BK vuông góc với AC . Chứng minh rằng $AC^2 = AD \cdot DF + AB \cdot AE$.

4. Cho tam giác nhọn ABC , các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng $BC^2 = BH \cdot BD + CH \cdot CE$

5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH . Gọi O là giao điểm của AN với CM . Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABH \sim \triangle CAH$

b) $\triangle ABN \sim \triangle CAM$

c) $AN \perp CM$

d) $AH^2 = 4CM \cdot MO$

6. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8\text{cm}, BC = 6\text{cm}$. Vẽ đường cao AH của $\triangle ABD$.

a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle BCD$.

b) Chứng minh $AD^2 = DH \cdot DB$.

c) Tính độ dài đoạn AH



7. Cho tam giác ABC cân tại A , gọi H là trung điểm của BC . Vẽ HE vuông góc với AC , gọi O là trung điểm của HE . Vẽ BK vuông góc với AC , BE cắt AO tại I

a) Chứng minh: $\triangle AHE \sim \triangle BCK$

b) Chứng minh: $AE \cdot EK = BK \cdot OE$

c) Chứng minh: $OA \perp BE$

8. Cho hình chữ nhật $ABCD$, ($AB > AD$). Kẻ $AH \perp BD$, ($H \in DB$). Cho $HD = 4\text{cm}$, $BD = 16\text{cm}$

a) Chứng minh $\triangle AHD \sim \triangle BAD$.

b) Tính AD .

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH . Chứng minh $MH \cdot CD = AH \cdot MN$.

9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Đường cao AH và phân giác BD cắt nhau tại I .

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ từ đó suy ra: $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Chứng minh $\frac{IH}{IA} = \frac{AD}{CD}$.

c) Tính diện tích $\triangle BCD$.

10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$).

a) Chứng minh $\triangle HBA \sim \triangle ABC$.

b) Chứng minh $AH^2 = HB \cdot HC$.

c) Tia phân giác góc \widehat{AHC} cắt AC tại D . Chứng minh: $\frac{HB}{HC} = \frac{AD^2}{DC^2}$.

11. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, đường cao AH . Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$.

a) Chứng minh $\triangle HBA \sim \triangle ABC$.

b) Chứng minh $BE^2 = BH \cdot BC$.

c) Tính BC và AH .

d) Tia phân giác \widehat{ABC} cắt AC tại D . Tính tỉ số $\frac{S_{CED}}{S_{ABC}}$.

12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH . Qua C vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AH tại D . Biết $AB = 20\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$.

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ và tính BC, AH .



b) Chứng minh $AC^2 = AB \cdot DC$.

c) Gọi I và K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh I, H, K thẳng hàng.

13. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$.

a) Chứng minh $\triangle HBA \sim \triangle ABC$.

b) Tính độ dài các cạnh BC và AH nếu $AB = 9\text{cm}, AC = 12\text{cm}$.

c) Trên HC lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại I . Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt tia phân giác góc \widehat{IMC} tại K . Chứng minh H, I, K thẳng hàng.

14. Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , đường cao AH .

a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle CAB$ và $AH \cdot CB = AB \cdot AC$.

b) Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC . Tứ giác $DHEA$ là hình gì? Vì sao?

c) Cho $AB = 9\text{cm}, AC = 12\text{cm}$. Tính DE .

d) Chứng minh rằng: $AH^2 = DA \cdot DB + EA \cdot EC$.

15. Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 90^\circ$ có $BA < BC$ và AD là đường phân giác $\triangle ABC$. Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với tia AD tại E và cắt AB tại F .

a) Tính DB, DE nếu biết $AB = 42\text{cm}, AC = 70\text{cm}$.

b) Chứng minh rằng $\triangle DAC \sim \triangle DBE$.

c) Chứng minh $\triangle FEB \sim \triangle FAC$.

d) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DF, AC . Chứng minh $MN \perp BE$.

e) Vẽ đường cao BH , đường phân giác BI của $\triangle ABC$. Chứng minh BI là tia phân giác của \widehat{HBN} .

f) Chứng minh $HI + IN = HN$.

g) So sánh các góc của $\triangle ABI$.

h) Nếu cho $AD = FC$, khi đó hãy tính số đo các góc của $\triangle ACF$.

16. Cho tam giác ABC nhọn và đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Kẻ $DI \perp AB$ tại I và $DK \perp AC$ tại K .

a) Chứng minh $AD^2 = AI \cdot AB$;

b) Chứng minh $\triangle AIK \sim \triangle ACB$;



- c) Chứng minh $\triangle AFE \sim \triangle ACB$;
 - d) Chứng minh $EF \parallel IK$;
 - e) Chứng minh $DH \cdot DA = DB \cdot DC$;
 - f) Chứng minh: H là giao điểm các đường phân giác trong $\triangle DEF$;
 - g) Gọi EF cắt AH tại P , chứng minh $HP \cdot AD = AP \cdot DH$;
17. Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao AD và CE cắt nhau tại H .
- a) Chứng minh $BE \cdot BA = BD \cdot BC$.
 - b) Chứng minh rằng $\triangle HAE \sim \triangle HCD$.
 - c) Chứng minh : \widehat{BED} và \widehat{BCA} bằng nhau.
 - d) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và AC . Tính tỉ số diện tích của tam giác ABC và tam giác NMC ?
 - e) Gọi O là điểm cách đều ba điểm A, B, C . Chứng minh rằng $\triangle OMN \sim \triangle HAB$.
 - f) So sánh chu vi của tam giác OMN với chu vi của tam giác HAB .
 - g) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng: $\triangle HAG \sim \triangle OMG$.
 - h) Chứng minh rằng: $GH = 2 \cdot GO$.
 - i) Chứng minh rằng: trục tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ thẳng hàng.

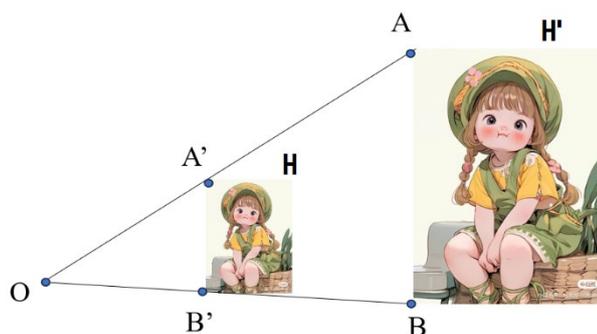


Bài 37: HÌNH ĐỒNG DẠNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cặp hình phóng to – thu nhỏ được gọi là các hình đồng dạng phối cảnh. Điểm đồng quy O trong mỗi hình được gọi là tâm phối cảnh của các cặp hình.

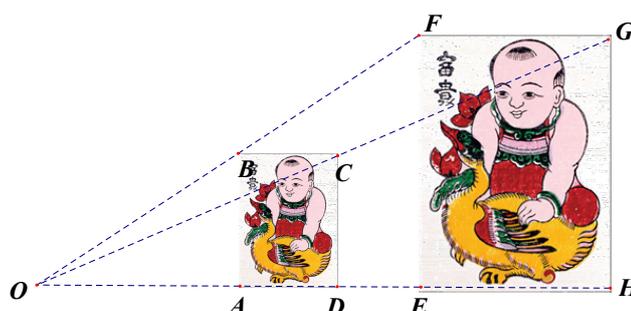
Ta nói hình H đồng dạng phối cảnh với hình H' theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{OA'}{OA}$



Hình H' được gọi là đồng dạng với hình H nếu nó bằng hình H hoặc bằng một hình phóng to hay thu nhỏ của H .

B. BÀI TẬP

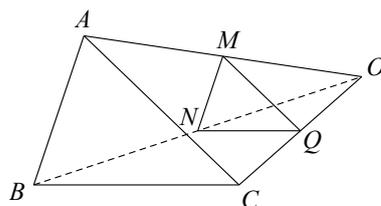
1. Hình ảnh bên dưới là bức tranh Đông Hồ nhưng có kích thước khác nhau. Cho biết hai hình chữ nhật $ABCD$, $EFGH$ có đồng dạng phối cảnh không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.



Giải:

Hai hình chữ nhật $ABCD$, $EFGH$ có đồng dạng phối cảnh. Tâm đồng dạng phối cảnh là tâm O .

2. $\triangle MNQ$ đồng dạng phối cảnh với $\triangle ABC$ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$.



Hãy cho biết các tỉ số sau:

a) $\frac{MN}{AB}$

b) $\frac{CO}{CQ}$

c) $\frac{ON}{NB}$

Giải:

a) Vì $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{1}{2}$

b) Vì $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{OQ}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow OC = 2.OQ \Rightarrow CQ = OQ = \frac{1}{2}OC$

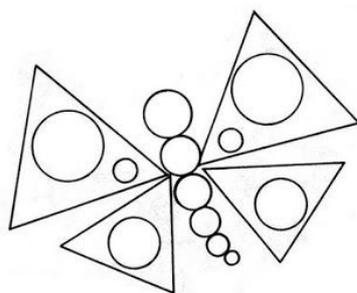
Khi đó $\frac{CO}{CQ} = 2$

c) Vì $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ON}{OB} = \frac{1}{2} \Rightarrow OB = 2.ON \Rightarrow ON = NB = \frac{1}{2}OB$

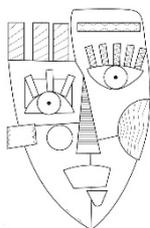
Khi đó $\frac{ON}{NB} = 1$

3. Lấy điểm O nằm ngoài đoạn thẳng AB , hãy vẽ hình đồng dạng phối cảnh tâm O của đoạn thẳng AB theo tỉ số đồng dạng 2.

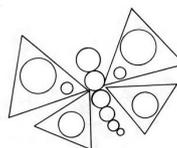
4. Biết rằng mỗi hình dưới đây đồng dạng với một hình khác, hãy tìm các cặp hình đồng dạng đó.



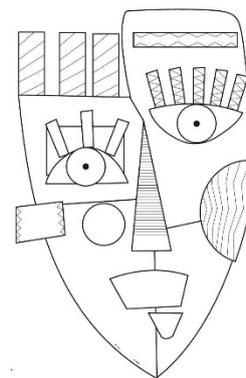
a)



b)



c)



d)



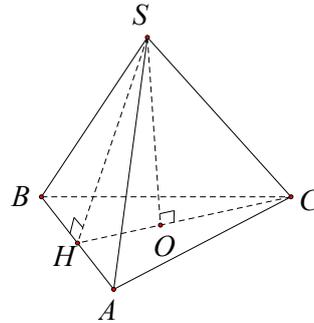
Bài 38: HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• **Hình chóp tam giác đều** có đáy là một tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau chung một đỉnh. Đỉnh chung này được gọi là đỉnh của hình chóp đều.

Hình chóp đều $S.ABC$

- ☼ Đoạn thẳng nối đỉnh của hình chóp và trọng tâm của tam giác đáy gọi là đường cao của hình chóp tam giác đều.
- ☼ Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên gọi là trung đoạn của hình chóp tam giác đều



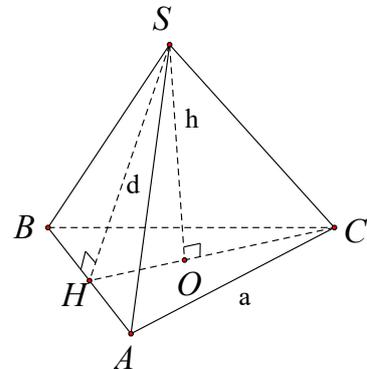
Nhận xét: Hình chóp tam giác đều có:

- Đáy là tam giác đều;
- Mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh;
- Chân đường cao kẻ từ đỉnh tới mặt đáy là điểm cách đều các đỉnh của tam giác đáy.

• **Diện tích xung quanh** của hình chóp tam giác đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn.

$$S_{xq} = p.d$$

trong đó p là nửa chu vi đáy; d là trung đoạn.



Chu vi đáy của tam giác đều: $C = 3a$

(a là độ dài cạnh của tam giác đều)

• **Thể tích** của hình chóp đều bằng $\frac{1}{3}$ tích của diện tích mặt đáy với chiều cao của nó.

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

trong đó S là diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp.



B. BÀI TẬP

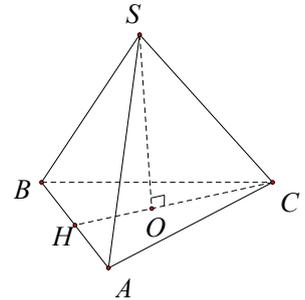
1. Cho hình chóp đều tam giác đều $S.ABC$ có đường cao SO .

a) Cho biết các mặt bên của hình chóp có dạng hình gì ?

Nêu tên đỉnh của hình chóp.

b) Kể tên các cạnh bên.

c) Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

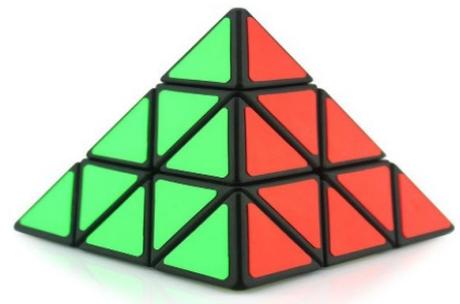


2. Hình ảnh bên là khối *Rubik* có bốn mặt, các mặt bên, mặt đáy là các tam giác đều.

a) Khối *Rubik* có dạng như hình bên thường được gọi là hình gì ?

b) Cho biết số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình khối bên ?

c) Hình vẽ bên là hình ảnh một chiếc *Robik* – 4 mặt, mỗi mặt đều được ghép bởi những tam giác đều nhỏ bằng nhau. Hãy cho biết có bao nhiêu tam giác đều có trên một mặt của chiếc *Robik* này ?



3. Một giỏ hoa gỗ mini có dạng hình chóp tam giác đều (như hình bên) có độ dài cạnh đáy là 10 cm và độ dài trung đoạn bằng 20 cm. Tính diện tích xung quanh giỏ hoa gỗ mini đó.

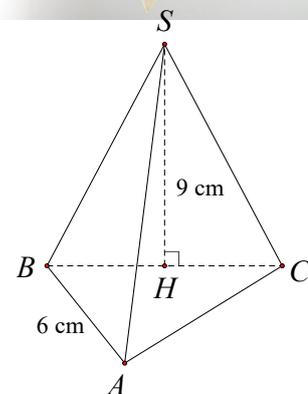


4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với kích thước như hình vẽ.

a) Tính chu vi tam giác ABC .

b) Cho biết độ dài trung đoạn hình chóp $S.ABC$.

c) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$.





5. Cho một hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy AB bằng 7 cm và đường cao của tam giác cân SAB là $SM = 11\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$.
6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4 cm và chiều cao tam giác đáy là 3,5 cm; trung đoạn bằng 5 cm. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần (tức là tổng diện tích các mặt) của hình chóp.
7. Một khối bê tông được làm có dạng hình chóp tam giác đều trong đó cạnh đáy hình chóp là 2 m, trung đoạn của hình chóp là 3 m. Người ta sơn ba mặt xung quanh của khối bê tông. Cứ mỗi mét vuông sơn cần trả 30000 đồng (tiền sơn và tiền công). Cần phải trả bao nhiêu tiền khi sơn ba mặt xung quanh?
8. Chóp inox đặt trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam) có dạng hình chóp tam giác đều với diện tích đáy khoảng 1560 cm^2 và chiều cao khoảng 90 cm. Tính thể tích của chóp inox trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam).
9. a) Một khối Rubic có dạng hình chóp tam giác đều. Biết chiều cao khoảng 5,88 cm, thể tích của khối Rubic là $44,002\text{ cm}^3$. Tính diện tích đáy của khối Rubic.
b) Một hình chóp tam giác đều có thể tích là $12\sqrt{3}\text{ cm}^3$, diện tích đáy là $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Tính chiều cao của hình chóp tam giác đều đó.
10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là 12 cm, độ dài cạnh bên là 8 cm. Hãy tính:
- a) Thể tích của hình chóp;
b) Diện tích toàn phần của hình chóp.

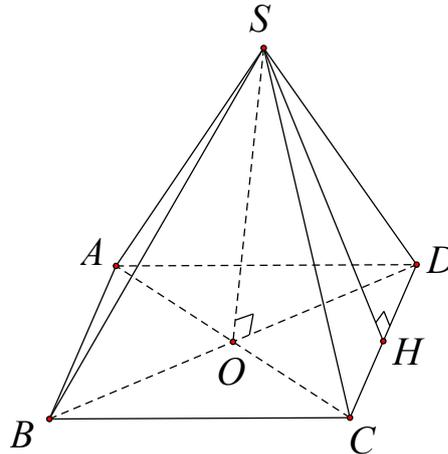


Bài 39: HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• **Hình chóp tứ giác đều**

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau, có chung đỉnh. Ta gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.



Nhận xét: Hình chóp tứ giác đều có:

- Mặt đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh
- Chân đường cao kẻ từ đỉnh tới mặt đáy là điểm cách đều các đỉnh của mặt đáy (giao điểm của hai đường chéo)

- **Diện tích xung quanh** của hình chóp tứ giác đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn.

$$S_{xq} = p.d$$

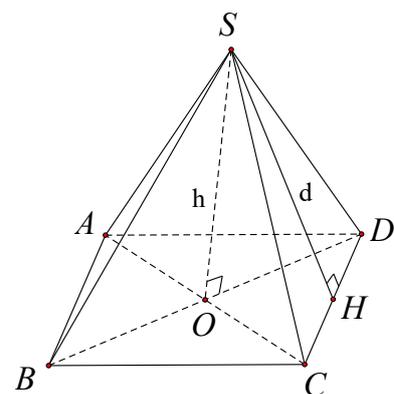
trong đó p là nửa chu vi đáy; d là trung đoạn.

Chu vi đáy của tứ giác đều: $C = 4a$
(a là độ dài cạnh đáy tứ giác đều)

- **Thể tích** của hình chóp đều bằng $\frac{1}{3}$ tích của diện tích mặt đáy với chiều cao của nó.

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

trong đó S là diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp.

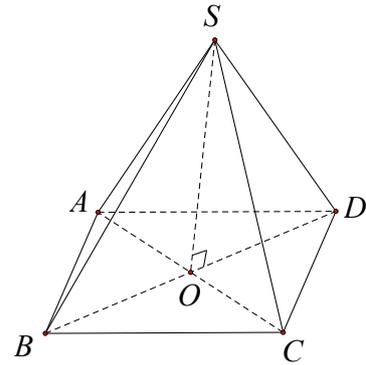




B. BÀI TẬP

1. Cho hình chóp đều tứ giác đều $S.ABCD$ có đường cao SO .

(Hình vẽ bên).



a) Cho biết các mặt bên của hình chóp có dạng hình gì? Nêu tên đỉnh của hình chóp.

b) Kể tên các cạnh bên.

c) Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

2. Một túi quà có dạng hình chóp tứ giác đều (như hình bên) có độ dài cạnh đáy là 12 cm và độ dài trung đoạn bằng 8 cm. Tính diện tích xung túi quà đó.

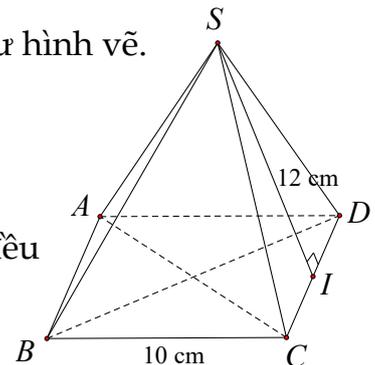


3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với kích thước như hình vẽ.

a) Tính chu vi đáy $ABCD$.

b) Cho biết độ dài trung đoạn hình chóp $S.ABCD$.

c) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



4. Cho một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy là 400 cm^2 , trung đoạn $SI = 25\text{ cm}$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần (tức là tổng diện tích các mặt) của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

5. a) Kim tự tháp Kê - ốp (thế kỉ 25 trước công nguyên) là một hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 233 m ; chiều cao hình chóp $146,5\text{ m}$. Tính thể tích kim tự tháp Kê - ốp?

b) Kim tự tháp Louvre (xây dựng vào năm 1988). Người ta làm mô hình một kim tự tháp ở cổng vào của bảo tàng Louvre. Mô hình có dạng hình chóp tứ giác đều có chiều cao 21 m , độ dài cạnh đáy là 34 m . Tính thể tích của kim tự tháp Louvre?



6. Bộ đồ chơi gồm có chim đại bàng và hình chóp để giữ thăng bằng. Biết hình chóp để giữ thăng bằng là hình chóp tứ giác đều có cạnh 40 mm; chiều cao hình chóp tứ giác đều đó là 52 mm. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ có chiều cao 15 cm và thể tích là 1280 cm^3 .

a) Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp biết, độ dài trung đoạn của hình chóp là 17 cm.

8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{10}$. Tính thể tích hình chóp.

9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên dài 5 cm và diện tích xung quanh bằng 48 cm^2 . Tính thể tích của hình chóp đó.



Bài 21: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1.

a) $3y.8x = 24xy$ và $4.6xy = 24xy$ nên $3y.8x = 4.6xy \Rightarrow \text{đpcm}$

b) $(x + y).9x^2(x + y) = 9x^2(x + y)^2$ và $3x.3x(x + y)^2 = 9x^2(x + y)^2$

Nên $(x + y).9x^2(x + y) = 3x.3x(x + y)^2 \Rightarrow \text{đpcm}$

c) $(2x^2 + 4x)(x + 2) = 2x^3 + 8x^2 + 8x$ và $(x + 2)^2.2x = 2x^4 + 8x^3 + 8x \dots \Rightarrow \text{đpcm}$

d) $(x + 1)(x^2 + 6x + 9) = (x + 1)(x + 3)^2$ và $(x + 3)(x^2 + 4x + 3) = (x + 3)^2(x + 1)$

$\dots \Rightarrow \text{đpcm}$

e) $(x - 2).x.(x^2 + 2x + 4) = x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

và $-x.(8 - x^3) = -x(2 - x)(x^2 + 2x + 4) = x(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \dots \Rightarrow \text{đpcm}$

f) $(x^2 + y^2 + 2xy - 1)(x - y + 1) = (x + y - 1)(x + y + 1)(x - y + 1)$

và $(x^2 - y^2 + 2x + 1)(x + y - 1) = (x + 1 - y)(x + 1 + y)(x + y - 1) \dots \Rightarrow \text{đpcm}$

2.

a) Ta có: $xy^3.35x^3y = 7.5x^4y^4 = 35x^4y^4 \Rightarrow \frac{xy^3}{7} = \frac{5x^4y^4}{35x^3y}$

b) Ta có: $(x - 2)(x^2 - 4) = (x - 2)^2(x + 2) \Rightarrow \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 4}$

c) Ta có: $x^2(x + 3)(x + 3) = x^2(x + 3)^2 \Rightarrow \frac{x^2(x + 3)}{x(x + 3)^2} = \frac{x}{x + 3}$

d) Ta có: $(x^2 - 8x + 7)(x + 1) = (x^2 - 6x - 7)(x - 1) \Rightarrow \frac{x^2 - 8x + 7}{x - 1} = \frac{x^2 - 6x - 7}{x + 1}$

3.

Ta có $(2x + 3)(15x - 20) = 5(2x + 3)(x - 4) = 15(2x^2 - 13x - 24) \Rightarrow A = B(1)$

Lại có $(2x + 3)(75x - 30) = 15(2x + 3)(5x - 2) = 15(10x^2 + 11x - 6) \Rightarrow A = C(2)$



Từ (1); (2) $\Rightarrow A = B = C$

4. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(x-2) \cdot x \cdot (x^2 + 2x + 4) = -x \cdot (2^3 - x^3)$

b) $3x \cdot (y^2 - x^2) = (x + y) \cdot (-3x) \cdot (x - y)$

c) $(x+y) \cdot 9a^2(x+y) = 3a \cdot 3a(x+y)^2$

5. Điều kiện xác định

a) $x \neq 0$

b) $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

c) $9 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9$

d) $-2x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$

e) $\frac{1}{2}x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -8$

f) $6 - \frac{3}{2}x \neq 0 \Leftrightarrow x = 4$

6. Điều kiện xác định

a) $(x+1)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$

b) $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

c) $x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

d) $x^2 + 4x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

e) $(3x-4)(3x+4) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{4}{3}$

g) $(x-2)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2; x \neq 3$

7. Điều kiện xác định

a) $2x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(2x-1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

b) $x(x-1)(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \notin \{0; 1; 2\}$

c) Ta có $-x^2 + 4x - 5 = -(x-2)^2 - 1 \leq -1 < 0$ với mọi x nên phân thức đã cho luôn có nghĩa

d) Điều kiện xác định $x = -3; y = 2$ không đồng thời xảy ra.

e) Ta có $x^2 + 6x + 10 = (x+3)^2 + 1 > 0$ với mọi x

f) $9x^2 - 24x + 16 \neq 0 \Leftrightarrow (3x-4)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{4}{3}$



8.

a) Ta có $x^2 \geq 0, \forall x \Rightarrow x^2 + 5 \geq 5, \forall x$

b) Ta có $(x + 1)^2 \geq 0, \forall x \Rightarrow (x + 1)^2 + 4 \geq 4, \forall x$

c) Ta có $x^2 + 2x + 9 = (x + 1)^2 + 8 \geq 8, \forall x$

d) Ta có $-x^2 + 4x - 5 = -(x - 2)^2 - 1 \leq -1; \forall x$

e) Ta có $x^4 - 2x^2 + y^4 + 2 = (x^2 - 1)^2 + y^2 + 1 \geq 1 > 0$

e) $x^2 + x + 7 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \geq \frac{27}{4} \forall x$

9.

a) $\frac{x + 3}{x - 3} = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ (thỏa mãn $x \neq 3$)

b) $\frac{3x - 6}{x^2 + 2} = 0 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

c) $\frac{5x^2 - 125}{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 125 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 5$

d) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 5} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

10.

a) Vì x nguyên nên $2x - 1$ nguyên

do đó $\frac{3}{2x - 1}$ nguyên $\Leftrightarrow 2x - 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\} \Leftrightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2\}$

b) Vì x nguyên nên $x^2 + 1$ nguyên

do đó $\frac{5}{x^2 + 1}$ nguyên $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 1 \\ x^2 + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

c) Vì x nguyên nên $x^2 - x + 1$ nguyên



$$\text{do đó } \frac{7}{x^2 - x + 1} \text{ nguyên} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 = 1 \\ x^2 - x + 1 = 7 \end{cases} \begin{matrix} (x^2 - x + 1 > 0) \\ (x^2 - x + 1 > 0) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1) = 0 \\ (x-3)(x+2) = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x \in \{-2; 0; 1; 3\}$$

11. a) Diện tích của ao là: $S' = x(x + 200)(m^2)$

b) Diện tích miếng đất là: $S = (x + 400)(x + 400)(m^2)$

Diện tích phần đất còn lại sau khi đã đào ao là:

$$\begin{aligned} S'' &= S - S' = (x + 400)(x + 400) - x(x + 200) \\ &= x^2 + 800x + 160000 - x^2 - 200x \\ &= 600x + 160000 = 200(3x + 800)(m^2) \end{aligned}$$

12.

Diện tích miếng đất hình vuông là: $S = (a + b)(a + b) (m^2)$

Diện tích miếng đất được dành để lát lối đi là: $S' = (a + b)(a - b) (m^2)$

Diện tích miếng đất còn lại sau khi đã lát lối đi là:

$$S'' = S - S' = (a + b)(a + b) - (a + b)(a - b) = (a + b)(a + b - a + b) = 2b(a + b) (m^2)$$

13. a) Sau khi gấp, đáy của hình hộp chữ nhật là hình vuông có cạnh là:

$$20 - x - x = 20 - 2x$$

Mặt đáy có dạng hình vuông nên diện tích là: $S = (20 - 2x)(20 - 2x)$

$$S = 400 - 80x + 4x^2 = 4x^2 - 80x + 400$$

b) Thể tích của hình hộp chữ nhật là:

$$V = S.h = (4x^2 - 80x + 400)x = 4x^3 - 80x^2 + 400x$$

c) Thế $x = 2 \text{ cm}$ vào biểu thức biểu diễn thể tích của hình hộp chữ nhật, ta có:



$$V = 4x^3 - 80x^2 + 400x = 4.2^3 - 80.2^2 + 400.2 = 4.8 - 80.4 + 400.2 \\ = 32 - 320 + 800 = 512 \text{ (cm}^3\text{)}$$

14. a) Gọi x (cm) là chiều rộng miếng bìa lúc đầu ($x > 0$)

Khi đó $x + 30$ (cm) là chiều dài miếng bìa lúc đầu.

Chiều rộng miếng bìa sau khi cắt: $x - 6 - 6 = x - 12$ (cm)

Chiều dài miếng bìa sau khi cắt: $x + 30 - 6 - 6 = x + 18$ (cm)

Diện tích đáy cần tìm là: $(x - 12)(x + 18)$ (cm²)

b) Chiều cao của hình hộp chữ nhật chính là cạnh của hình vuông bị cắt bỏ bằng 6cm.

Thể tích đáy của hình hộp chữ nhật là:

$$V = S.h \Rightarrow S = \frac{V}{h} = \frac{3354}{6} = 559 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$(x - 12)(x + 18) = 559 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 775 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 6x + 9) - 784 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)^2 = 28^2 \Leftrightarrow x + 3 = 28 \text{ hoặc } x + 3 = -28$$

$$\Leftrightarrow x = 25 \text{ (nhận) hay } x = -31 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng ban đầu của miếng bìa là 25 (cm).

Chiều dài ban đầu của miếng bìa là $25 + 30 = 55$ (cm).

15.

a) Mỗi đội đá một trận duy nhất với mỗi đội của lớp bạn thì số trận đấu của mỗi đội sẽ là: $x - 1$ trận.

Vì có x đội, mỗi đội đá $x - 1$ trận và một trận đấu chỉ được tính cho một đội,

do đó tổng số trận đấu sẽ là: $\frac{x(x - 1)}{2}$



b) Do tổng số trận đấu là 10, ta có: $\frac{x(x-1)}{2} = 10$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 20 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0 \Leftrightarrow x(x-5) + 4(x-5) = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (nhận) hay } x = -4 \text{ (loại)}$$

Vậy khối 8 có 5 lớp tham dự giải bóng đá của trường.

16. $A = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1} = \frac{x - 3}{x + 1}$

Thay $x = \frac{1}{3} \Rightarrow A = -2$

b) ta có $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ (loại) hoặc $x = -2$ (thỏa mãn)

$$B = \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \frac{1}{x-3}$$

Với $x = -2 \Rightarrow B = \frac{-1}{5}$

17.

a) $A = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} - 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$

b) $B = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 3 \cdot 6 = 18$

c) $C = x^4 + \frac{1}{x^4} = x^4 + \frac{1}{x^4} + 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 47$

d) $D = x^5 + \left(\frac{1}{x}\right)^5 = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^4 - x^3 \cdot \frac{1}{x} + x^2 \cdot \frac{1}{x^2} - x \cdot \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4} - x^2 + 1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 3 \cdot (47 - 7 + 1) = 123$$

Cách 2: $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 123$



18. Từ: $a + b + c = 0 \Rightarrow a = -(b + c) \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow (a + b)^2 = c^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - c^2 = -2ab \\ b^2 + c^2 - a^2 = -2bc \\ c^2 + a^2 - b^2 = -2ac \end{cases}$$

Từ GT: $\Rightarrow A = \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} \Rightarrow A = \frac{-(a + b + c)}{2abc} = 0$

19. Sử dụng tính chất bằng nhau của hai phân thức để tìm đa thức chưa biết.

a) $\frac{A}{x^2 - 4} = \frac{x}{x + 2} \Rightarrow x \cdot (x^2 - 4) = A \cdot (x + 2) \Rightarrow A = x \cdot (x - 2)$

b) $\frac{A}{x + y} = \frac{x^2 - y^2}{x - y} \Rightarrow (x + y)(x^2 - y^2) = A \cdot (x - y) \Rightarrow A = (x + y)^2$

c) $\frac{1 - x^3}{A} = \frac{1 + x + x^2}{x} \Rightarrow (1 - x^3) \cdot x = A \cdot (1 + x + x^2) \Rightarrow A = x \cdot (1 - x)$

d) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x - y} = \frac{A}{x^2 - y^2} \Rightarrow (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x^2 - y^2) = A \cdot (x - y) \Rightarrow A = (x + y)^3$



Bài 22: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1. a) $\frac{A}{x-2} = \frac{2x^2}{x-2} \Rightarrow A = 2x^2$

b) $\frac{5(x+y)}{3} = \frac{5(x-y)(x+y)}{3(x-y)} \Rightarrow A = 3(x-y)$

c) $\frac{x^2+8}{2x-1} = \frac{2x(x^2+8)}{A} \Rightarrow A = 2x(2x-1)$

d) $\frac{y-x}{2-x} = \frac{-(y-x)}{A} \Rightarrow A = x-2$

2. a) $\frac{6b^2-9b}{4b^2-9} = \frac{3b(2b-3)}{(2b)^2-3^2} = \frac{3b(2b-3)}{(2b-3)(2b+3)} = \frac{3b}{2b+3} \Rightarrow A = 2b+3$

b) $\frac{n-m}{2-m} = \frac{-(m-n)}{2-m} = \frac{m-n}{m-2} \Rightarrow A = m-2.$

3. a) $\frac{4x+3}{x^2-5} = \frac{(4x+3) \cdot 3x}{(x^2-5) \cdot 3x} = \frac{12x^2+9x}{3x^3-15x}$

b) $\frac{8x^2-8x+2}{(4x-2)(15-x)} = \frac{2(4x^2-4x+1)}{2(2x-1)(15-x)} = \frac{2(2x-1)^2}{2(2x-1)(15-x)} = \frac{2x-1}{15-x} = \frac{1-2x}{x-15}.$

4. a) $\frac{12a^2-12a+3}{(6a-3)(5-a)} = \frac{(6a-3)(2a-1)}{(6a-3)(5-a)} = \frac{1-2a}{a-5}$

b) Ta có $\frac{x^2-7}{4x+3} = \frac{3x^3-21x}{12x^2+9x} \Rightarrow$ phân thức cần tìm là $\frac{3x^3-21x}{12x^2+9x}$

5. a) $B = 2x^2 - 3x - 5 = (x+1)(2x-5)$ nên

$$\frac{2x-5}{3x^2+4} = \frac{(2x-5)(x+1)}{(3x^2+4)(x+1)} = \frac{2x^2-3x-5}{3x^3+3x^2+4x+4}$$

b) $\frac{(x+1)(x^2+x-6)}{(x^2-9)(x^2+3x+2)} = \frac{(x+1)(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+3)(x+2)(x+1)} = \frac{x-2}{x^2-x-6}$

6. $\frac{A}{x-3} = \frac{B}{(x-3)(x-1)} = \frac{C}{(x^2+3x+9)(x-3)}, x \neq 1, x \neq 3.$



$$\Rightarrow \frac{A}{1} = \frac{B}{(x-1)} = \frac{C}{(x^2 + 3x + 9)}, x \neq 1, x \neq 3.$$

Chọn $A = 1 \Rightarrow C = x^2 + 3x + 9; B = x - 1$

$$7. \frac{A(x-1)}{(x+2)^2} = \frac{B}{(x+2)(x-2)} = \frac{C}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}$$

$$\Rightarrow \frac{A(x-1)}{(x+2)} = \frac{B}{(x-2)} = \frac{C}{(x^2 - 2x + 4)}$$

chọn $A = x + 2 \Rightarrow B = (x-1)(x-2); C = (x-1)(x^2 - 2x + 4)$

$$8. a) \text{ Ta có: } \frac{3}{x+2} = \frac{3 \cdot (x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{3x-3}{x^2+x-2}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{5x} = \frac{(x-1) \cdot 3}{5x \cdot 3} = \frac{3x-3}{15x}$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{x+5}{4x} = \frac{(x+5) \cdot (x-5)}{4x \cdot (x-5)} = \frac{x^2-25}{4x^2-20x}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x^2-25}{2x+3}.$$

$$9. a) \text{ Ta có: } A = \frac{2x+2}{x^2+2x+1} = \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{x+1}.$$

Thay $x = 1$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{2}{x+1} = \frac{2}{1+1} = 1$

$$b) \text{ Ta có: } B = \frac{3x^2+3x}{x^2-1} = \frac{3x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x}{x-1}$$

Thay $x = -2$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức B ta được:

$$B = \frac{3x}{x-1} = \frac{3 \cdot (-2)}{(-2)-1} = 2$$

$$10. \text{ Ta có: } 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$



Ta có: $C = \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x-1)} = \frac{x+1}{2x-1}$

Thay $x = \frac{1}{3}$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức C ta được:

$$C = \frac{x+1}{2x-1} = \frac{\frac{1}{3}+1}{2 \cdot \frac{1}{3}-1} = -4$$

11. a) Ta có: $A = \frac{a^2b^3}{a^3b^2} = \frac{b}{a} = \frac{-36}{12} = -3 \Rightarrow A = -3$

b) $B = \frac{2y-2x}{x^2-2xy+y^2} = \frac{2(y-x)}{(x-y)^2} = \frac{-2(x-y)}{(x-y)^2} = \frac{(-2) \cdot \frac{-1}{2}}{\frac{1}{4}} = 4$ với $x-y = \frac{-1}{2}$

c) $C = \frac{(x-2)(2x+2x^2)}{(x+1)(4x-x^3)} = \frac{2x(x-2)(1+x)}{x(2-x)(2+x)(x+1)} = \frac{-2}{x+2} = \frac{-2}{\frac{-1}{2}+2} = \frac{-2}{\frac{3}{2}} = \frac{-4}{3}$ với

$$x = \frac{-1}{2}$$

d) $D = \frac{x-xy-y+y^2}{y^3-3y^2+3y-1} = \frac{x(1-y)-y(1-y)}{(y-1)^3} = \frac{(y-x)(y-1)}{(y-1)^3} = \frac{y-x}{(y-1)^2} = 5$ với

$$x = \frac{-3}{4}; y = \frac{1}{2}$$

12. Ta có:

$$\frac{9x-6}{3x^2+3x-(2x+2)} = \frac{9x-6}{3x^2+3x-2x-2} = \frac{9x-6}{3x^2+x-2} = \frac{3(3x-2)}{(x+1)(3x-2)} = \frac{3}{x+1} \quad (1)$$

Ta có: $\frac{3x^2-3x+3}{x^3+1} = \frac{3(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{3}{x+1} \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow \frac{9x-6}{3x^2+3x-(2x+2)} = \frac{3x^2-3x+3}{x^3+1}$ (Hai phân thức bằng nhau)

13.



$$\text{Ta có: } \frac{y^2 + 5y + 6}{3y + 6} = \frac{(y + 2)(y + 3)}{3(y + 2)} = \frac{y + 3}{3} \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \frac{2y^2 + 5y - 3}{6y - 3} = \frac{(y + 3)(2y - 1)}{3(2y - 1)} = \frac{y + 3}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{y^2 + 5y + 6}{3y + 6} = \frac{2y^2 + 5y - 3}{6y - 3}. \text{ (Hai phân thức bằng nhau)}$$

$$14. \text{ a) Ta có } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x - 4} = \frac{x - 1}{x - 4} \text{ và } \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2} = \frac{x - 3}{x - 2}$$

Vậy hai phân thức không luôn bằng nhau.

$$\text{b) } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x - 4} = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2} \Leftrightarrow \frac{x - 1}{x - 4} = \frac{x - 2}{x - 4} \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) = (x - 2)(x - 4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = x^2 - 7x + 12 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$15. \text{ a) } \frac{14x^5y^3z^2}{21x^2y^4z} = \frac{2x^3z}{3y}$$

$$\text{b) } \frac{25x^2y(x + 1)^3}{30xy(x + 1)} = \frac{5x(x + 1)^2}{6}$$

$$\text{c) } \frac{3x(5 - x)}{12(x - 5)^3} = \frac{-3x(x - 5)}{12(x - 5)^3} = \frac{-x}{4(x - 5)^2}$$

$$\text{d) } \frac{60xy(3x - 2)^3}{45xy^2(2 - 3x)} = \frac{-4(2 - 3x)^2}{3y}$$

16.

$$A = \frac{17xy^3z^4}{34x^3y^2z} = \frac{yz^3}{2x^2}$$

$$B = \frac{y^2 - xy}{4xy - 7y^2} = \frac{-y(x - y)}{y(4x - 7y)} = \frac{y - x}{4x - 7y}$$

$$C = \frac{x^2 - 25}{5x - x^2} = \frac{(x + 5)(x - 5)}{-x(x - 5)} = \frac{x + 5}{-x}$$

$$D = \frac{x^2 + xz - xy - yz}{x^2 + xz + xy + yz} = \frac{(x + z)(x - y)}{(x + z)(x + y)} = \frac{x - y}{x + y}$$

$$E = \frac{45x(3 - x)}{15x(x - 3)^2} = \frac{3}{3 - x}$$



$$F = \frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3} = \frac{-(x+y)(x-y)}{(x-y)^3} = \frac{-x-y}{(x-y)^2}$$

$$17. A = \frac{ax^4 - a^4x}{a^2 + ax + x^2} = \frac{ax(x^3 - a^3)}{a^2 + ax + x^2} = \frac{ax(x-a)(a^2 + ax + x^2)}{a^2 + ax + x^2} = ax(x-a)$$

$$B = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 4x} = \frac{x(x^2 + x - 6)}{x(x^2 - 4)} = \frac{x(x-2)(x+3)}{x(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x+2}$$

$$C = \frac{2a^2 - 2ab}{ac + ad - bc - bd} = \frac{2a(a-b)}{a(c+d) - b(c+d)} = \frac{2a(a-b)}{(c+d)(a-b)} = \frac{2a}{c+d}$$

$$D = \frac{(x+a)^2 - 4x^2}{a^2 + 9x^2 + 6ax} = \frac{(x+a+2x)(x+a-2x)}{a^2 + 6ax + 9x^2} = \frac{(3x+a)(a-x)}{(3x+a)^2} = \frac{(a-x)}{(3x+a)}$$

$$E = \frac{y(2x-x^2)(y+2)}{x(2y+y^2)(x-2)} = \frac{xy(2-x)(y+2)}{xy(2+y)(x-2)} = \frac{-xy(x-2)(y+2)}{xy(y+2)(x-2)} = -1$$

$$F = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{(x-2)}{(x^2+x+1)}$$

$$18. a) \text{ Ta có: } \frac{7x^3 + 7x}{x^4 - 1} = \frac{7x(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)(x^2 - 1)} = \frac{7x}{x^2 - 1}$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{48y - 12y^2 + 3y^3}{y^3 + 64} = \frac{3y(y^2 - 4y + 16)}{(y+4)(y^2 - 4y + 16)} = \frac{3y}{y+4}$$

$$c) \text{ Ta có: } \frac{x^2 + y^2 - 1 + 2xy}{x^2 - y^2 + 1 + 2x} = \frac{(x+y)^2 - 1}{(x+1)^2 - y^2} = \frac{x+y-1}{x+1-y}$$

$$d) \text{ Ta có: } \frac{x^2 + xz - xy - yz}{x^2 + xz + xy + yz} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$e) \text{ Ta có: } \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + 1} = \frac{x^2(x-1) - (x-1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{(x-1)^2}{(x^2-x+1)}$$



$$\begin{aligned} \text{f) Ta có: } \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 3x - 2} &= \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3 + x^2 - x^2 - x - 2x - 2} = \frac{[(x+1)(x-1)]^2}{(x+1)(x^2 - x - 2)} \\ &= \frac{[(x+1)(x-1)]^2}{(x+1)(x+1)(x-2)} = \frac{(x-1)^2}{(x-2)} \end{aligned}$$

19.

a) MTC: $15x^2y$ b) MTC: $14xy^2$ c) MTC: $12x^3y^3$

d) MTC: $35(x+1)$ e) $3x+3=3(x+1)$; MTC: $3(x+1)$

f) $4x-4=4(x-1)$; $6x^2-6x=6x(x-1)$. MTC: $12x(x-1)$

20.

a) $2x-6=2(x-3)$; $x^2-9=(x+3)(x-3)$

MTC: $2(x+3)(x-3)$

b) $5x-x^2=-x(x-5)$; $x^3-25x=x(x^2-25)$; $3x+15=3(x+5)$

MTC: $3x(x-5)(x+5)$

c) $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$; $x^2-x=x(x-1)$

MTC: $x(x-1)(x^2+x+1)$

d) $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$; $2x-4=2(x-2)$

MTC: $2(x-1)(x-2)$

e) $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

MTC: $(x+1)(x+2)(x+3)$

21. a) MTC: $6(x-1)$

$$\frac{5}{6} = \frac{5(x-1)}{6(x-1)} = \frac{5x-5}{6(x-1)}$$



$$\frac{x-2}{3(x-1)} = \frac{(x-2).2}{3(x-1).2} = \frac{2x-4}{6(x-1)}$$

b) $5x+5 = 5(x+1); 3x+3 = 3(x+1)$

MTC: $15(x+1)$

$$\frac{2}{5x+5} = \frac{2}{5(x+1)} = \frac{2.3}{5(x+1).3} = \frac{6}{15(x+1)}$$

$$\frac{2+x}{3x+3} = \frac{2+x}{3(x+1)} = \frac{(2+x).5}{3(x+1).5} = \frac{10+5x}{15(x+1)}$$

c) $10x+10 = 10(x+1); 5x^2+5x = 5x(x+1)$

MTC: $10x(x+1)$

$$\frac{1}{2x} = \frac{5(x+1)}{2x.5(x+1)} = \frac{5x+5}{10x(x+1)}$$

$$\frac{5}{10x+10} = \frac{5}{10(x+1)} = \frac{5.x}{10(x+1).x} = \frac{5.x}{10x.(x+1)}$$

$$\frac{x+7}{5x^2+5x} = \frac{x+7}{5x(x+1)} = \frac{(x+7).2}{5x(x+1).2} = \frac{2x+14}{10x(x+1)}$$

22. a) $\frac{3}{4-x^2} = \frac{-3}{x^2-4}$. MTC: $2(x^2-4)$

$$\frac{1}{2x+4} = \frac{x-2}{2(x^2-4)}; \frac{x}{2x-4} = \frac{x+2}{2(x^2-4)}; \frac{3}{4-x^2} = \frac{-6}{2(x^2-4)}$$

b) $x-2x^2 = -x(2x-1); 4x^3-x = x(4x^2-1); 2x^2+x = x(2x+1)$. MTC: $x(4x^2-1)$

$$\frac{1}{x-2x^2} = \frac{-1}{x(2x-1)} = \frac{-(2x+1)}{x(4x^2-1)}; \frac{20}{4x^3-x} = \frac{20}{x(4x^2-1)}$$

$$\frac{7}{2x^2+x} = \frac{7}{x(2x+1)} = \frac{7(2x-1)}{x(4x^2-1)} = \frac{14x-7}{x(4x^2-1)}$$

c) MTC: $x(x^3+1)$

$$\frac{x}{x^3+1} = \frac{x^2}{x(x^3+1)}; \frac{x+1}{x^2+x} = \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} = \frac{x^3+1}{x(x^3+1)}$$



$$\frac{x+2}{x^2-x+1} = \frac{x(x+2)(x+1)}{x(x^3+1)} = \frac{x^3+3x^2+2x}{x(x^3+1)}$$

d) MTC: $(x+1)^2(x+2)^2$

$$\frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{x^2+3x+2}{(x+1)^2(x+2)^2}; \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)^2(x+2)^2}; \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2(x+2)^2}$$

23.

a) $VT = \frac{(b+1)^2}{3b^2(b+1)} = \frac{b+1}{3b^2} = VP$

b) $VT = \frac{(a-x)(a+3x)}{(a+3x)^2} = \frac{a-x}{a+3x} = VP$

c) $VT = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x-2}{x^2+x+1} = VP$

d) $VT = \frac{(x-2)(y+1)}{(2-x)^2} = \frac{y+1}{x-2} = VP$

e) $VT = \frac{2x(x+y) + y(y+x)}{x^2(2x+y) - y^2(2x+y)} = \frac{1}{x-y} = VP$

24. $P = \frac{x(2y-x)^2}{4x(x-2y)} = \frac{x-2y}{4x}; Q = \frac{(2y-x)(x-1)}{4x(1-x)} = \frac{x-2y}{4x} \Rightarrow P = Q$

25. $A = \frac{x^2-y^2}{(x+y)(ay-ax)} = \frac{(x+y)(x-y)}{a(x+y)(y-x)} = \frac{(x+y)(x-y)}{-a(x+y)(x-y)} = \frac{-1}{a}$

b) $\frac{(x^2+a)(1+a) + a^2x^2 + 1}{(x^2-a)(1-a) + a^2x^2 + 1} = \frac{x^2 + ax^2 + a + a^2 + a^2x^2 + 1}{x^2 - ax^2 - a + a^2 + a^2x^2 + 1}$

$$= \frac{x^2(1+a+a^2) + (1+a+a^2)}{x^2(1-a+a^2) + (1-a+a^2)} = \frac{(1+a+a^2)(x^2+1)}{(1-a+a^2)(x^2+1)} = \frac{1+a+a^2}{1-a+a^2}$$

26.

a) Giả sử $(3n+1, 5n+2) = d$.

Ta có: $3(5n+2) - 5(3n+1) : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = \pm 1$



Vậy phân số $\frac{3n+1}{5n+2}$ là phân số tối giản.

b) Giả sử $(12n+1, 30n+2) = d$.

Ta có $5(12n+1) - 3(30n+2) : d \Rightarrow -1 : d \Rightarrow d = \pm 1$

Vậy phân số $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

c) Giả sử: $(n^4 + 3n^2 + 1, n^4 + 3n^2 + 1) = d$

Ta có $(n^4 + 3n^2 + 1) - n(n^3 + 2n) = n^2 + 1 : d$.

Do đó $(n^4 + 3n^2 + 1) - (n^2 + 1)^2 = n^2 : d$. Suy ra $1 : d \Rightarrow d = \pm 1$

Vậy phân số $\frac{n^3 + 2n}{n^4 + 3n^2 + 1}$ là phân số tối giản.

d) Giả sử $d \in (C)(2n+1, 2n^2-1) \Rightarrow n(2n+1) - (2n^2-1) = n+1 : d \Rightarrow 2n+2 : d$

$\Rightarrow (2n+2) - (2n+1) = 1 : d \Rightarrow d = \pm 1$

Vậy phân số $\frac{2n+1}{2n^2-1}$ là phân số tối giản.

27.

a) Để $\frac{3}{2x-1}$ có giá trị là số nguyên thì $2x-1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$. Do đó $x \in \{-1; 0; 1; 2\}$.

b) Để $\frac{5x-1}{x^2+1}$ có giá trị là số nguyên thì $x^2+1 \in \{1; 5\}$. Do đó $x \in \{-2; 0; 2\}$.

c) Để $\frac{7}{x^2-x+1}$ có giá trị là số nguyên thì $x^2-x+1 \in \{-7; -1; 1; 7\}$. Do đó $x \in \{-2; 0; 1; 3\}$.

d) Để $\frac{x^2-59}{x+8}$ có giá trị là số nguyên thì $x^2-59 : x+8 \Leftrightarrow x^2-64+5 : x+8 \Leftrightarrow 5 : x+8$.



28. Đặt $\frac{10}{x^2 + 1} = k \in \mathbb{Z}$, ta có $kx^2 + k = 10$ nên $x^2 = \frac{10 - k}{k}$.

Ta phải có $\frac{10 - k}{k} \geq 0$ nên có $0 < k \leq 10$. Ta có bảng sau:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x^2 = \frac{10 - k}{k}$	9	4	$\frac{7}{3}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	0
$x \in \mathbb{Q}$	± 3	± 2			± 1			$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \frac{1}{3}$	0

Vậy $x = \pm 3; \pm 2; \pm 1; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}; 0$.



Bài 23: PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1.

$$\text{a) } \frac{x-4}{14} + \frac{-10-8x}{14} = \frac{x-4-10-8x}{14} = \frac{-7x-14}{14} = \frac{7(-x-2)}{14} = \frac{-x-2}{2}$$

$$\text{b) } \frac{7x-2}{24xy} + \frac{2-8xy}{24xy} = \frac{7x-2+2-8xy}{24xy} = \frac{7x-8xy}{24xy} = \frac{x(7-8y)}{24xy} = \frac{7-8y}{24y}$$

$$\text{c) } \frac{3x-y}{3x+y} + \frac{6x+4y}{3x+y} = \frac{3x-y+6x+4y}{3x+y} = \frac{9x+3y}{3x+y} = \frac{3(3x+y)}{3x+y} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3xy-4}{-25xy} + \frac{7-12x}{-25xy} + \frac{4x-3}{-25xy} &= \frac{3xy-4+7-12x+4x-3}{-25xy} = \frac{3xy-8x}{-25xy} \\ &= \frac{x(3y-8)}{-25xy} = \frac{3y-8}{-25y} = \frac{8-3y}{25y} \end{aligned}$$

2.

$$\text{a) } \frac{3}{5-2a} + \frac{2a-2}{2a-5} = \frac{3}{5-2a} + \frac{2-2a}{5-2a} = \frac{3+2-2a}{5-2a} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^2+2xy}{x-y} + \frac{3y^2-xy}{y-x} + \frac{2y^2-3xy}{x-y} &= \frac{x^2+2xy}{x-y} + \frac{xy-3y^2}{x-y} + \frac{2y^2-3xy}{x-y} \\ &= \frac{x^2+2xy+xy-3y^2+2y^2-3xy}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{x-y} = x+y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{6b-3}{a^2-b^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} &= \frac{3-6b}{b^2-a^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} \\ &= \frac{3-6b+2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} = \frac{6(a-b)-2x(a-b)}{b^2-a^2} = \frac{(a-b)(6-2x)}{b^2-a^2} = \frac{2x-6}{a+b} \end{aligned}$$

3.

$$\text{a) } \frac{5xy^2-3z}{3xy} + \frac{4x^2y+3z}{3xy} = \frac{5xy^2-3z+4x^2y+3z}{3xy} = \frac{xy(5y+4x)}{3xy} = \frac{5y+4x}{3}$$

$$\text{b) } \frac{3x^2-x}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} + \frac{3-2x^2}{x-1} = \frac{3x^2-x}{x-1} + \frac{-x-2}{x-1} + \frac{3-2x^2}{x-1} = \frac{(x-1)^2}{x-1} = x-1$$

$$\text{4. a) } \frac{2x}{3} + \frac{2ax+3x}{-3a} = \frac{2ax-2ax-3x}{3a} = \frac{-x}{a}$$



$$\text{b) } \frac{a+2b-2x}{ab-ax} + \frac{1}{x-b} = \frac{a+2b-2x-a}{a(b-x)} = \frac{2}{a}$$

$$\text{c) } \frac{3x-2y}{xy} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3x-2y+2y+2x}{xy} = \frac{5}{y}$$

d)

$$\frac{3}{y-1} + \frac{-2}{x} + \frac{-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)} = \frac{3x^2-2x(y-1)-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)} = \frac{-2xy+x}{x^2(y-1)} = \frac{1-2y}{x(y-1)}$$

$$\text{5. a) } \frac{5}{x+2} + \frac{7-2x}{x^2-4} = \frac{5(x-2)+7-2x}{x^2-4} = \frac{3x-3}{x^2-4}$$

$$\text{b) } \frac{2x+9}{9-4x^2} + \frac{2}{2x-3} = \frac{-2x-9+2(2x+3)}{4x^2-9} = \frac{2x-3}{4x^2-9} = \frac{1}{2x+3}$$

$$\text{c) } \frac{x}{2y^2-xy} + \frac{4y}{x^2-2xy} = \frac{x}{y(2y-x)} + \frac{4y}{x(x-2y)} = \frac{x^2-4y^2}{xy(2y-x)} = \frac{-x-2y}{xy}$$

$$\text{d) } \frac{1}{x^2+x} + \frac{2x-5}{2x^2-2} = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{2x-5}{2(x^2-1)} = \frac{2(x-1)+x(2x-5)}{2x(x^2-1)} = \frac{2x^2-3x-2}{2x(x^2-1)}$$

$$\text{6. a) } A = \frac{x^2+2}{x^3-1} + \frac{3}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x}$$

$$= \frac{x^2+2}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{3}{x^2+x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2+x+1}$$

$$\text{b) } B = \frac{1-2x}{2x} + \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x-4x^2}$$

$$= \frac{1-2x}{2x} - \frac{2x}{1-2x} + \frac{1}{2x(1-2x)} = \frac{(1-2x)^2 - 4x^2 + 1}{2x(1-2x)}$$

$$= \frac{2-4x}{2x(1-2x)} = \frac{1}{x}$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{2x+3} - \frac{1}{2x-3} + \frac{x-2}{2x^2-x-3}$$

$$= \frac{1}{2x+3} + \frac{-1}{2x-3} + \frac{x-2}{2x^2-x-3} = \frac{1}{2x+3} + \frac{-1}{2x-3} + \frac{x-2}{2x^2+2x-3x-3}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2x+3} + \frac{-1}{2x-3} + \frac{x-2}{2x(x+1)-3(x+1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(x+1)}{(2x-3)(2x+3)(x+1)} + \frac{-(2x+3)(x+1)}{(2x-3)(2x+3)(x+1)} + \frac{(x-2)(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)(x+1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(x+1) - (2x+3)(x+1) + (x-2)(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)(x+1)} \\
 &= \frac{2x^2 - x - 3 - 2x^2 - 5x - 3 + 2x^2 - x - 6}{(2x-3)(2x+3)(x+1)} = \frac{2x^2 - 7x - 12}{(2x-3)(2x+3)(x+1)}.
 \end{aligned}$$

d) $D = \frac{1}{x^2+x-2} + \frac{1}{x^2-x-2} + \frac{1+x}{(x+1)^2 - (x+3)}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{x^2+2x-x-2} + \frac{1}{x^2-2x+x-2} + \frac{1+x}{x^2+2x+1-x-3} \\
 &= \frac{1}{x(x+2)-(x+2)} + \frac{1}{x(x-2)+(x-2)} + \frac{1+x}{x^2+2x-x-2} \\
 &= \frac{1}{(x-1)(x+2)} + \frac{1}{(x+1)(x-2)} + \frac{1+x}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} + \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} + \frac{(1+x)(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{x^2-x-2+x^2+x-2+x^3-3x-2}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x^3+2x^2-3x-6}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{(x^2-3)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-3}{(x-1)(x+1)(x-2)}.
 \end{aligned}$$

7. a) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} \\
 &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} \\
 &= \frac{8}{1-x^8} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{16}{1-x^{16}} + \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{32}{1-x^{32}}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{4}{(y-x)(z-x)} + \frac{3}{(y-x)(y-z)} + \frac{3}{(y-z)(x-z)} = \frac{4(y-z) + 3(z-x) - 3(y-x)}{(y-x)(z-x)(y-z)} \\ & = \frac{y-z}{(y-x)(z-x)(y-z)} = \frac{1}{(y-x)(z-x)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2}{x^2 + 12x + 35} + \frac{3}{x^2 + 7x + 10} \\ & = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+5)(x+7)} + \frac{3}{(x+2)(x+5)} \\ & = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} = \frac{6}{(x+1)(x+7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8. a) } A & = \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} = \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \\ & = \frac{x-1}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

Thay $x = 11$ (thoả mãn ĐK) vào A ta được: $A = \frac{1}{10}$

$$\begin{aligned} \text{b) } B & = \frac{x+1}{x^2 - x} + \frac{x+2}{1-x^2} = \frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{x+2}{(1-x)(1+x)} \\ & = \frac{-(x+1)(x+1)}{x(1-x)(1+x)} + \frac{(x+2)x}{x(1-x)(1+x)} = \frac{1}{x(x^2 - 1)} \end{aligned}$$

Thay $x = \frac{-1}{3}$ (thoả mãn ĐK) vào B ta được $B = \frac{27}{8}$

$$\begin{aligned} \text{c) } C & = \frac{2x+1}{4x-2} + \frac{1-2x}{4x+2} - \frac{2}{1-4x^2} \\ & = \frac{2x+1}{2(2x-1)} + \frac{1-2x}{2(2x+1)} + \frac{2}{(2x-1)(2x+1)} \\ & = \frac{(2x+1)(2x+1)}{2(2x-1)(2x+1)} + \frac{(1-2x)(2x-1)}{2(2x-1)(2x+1)} + \frac{4}{2(2x-1)(2x+1)} \end{aligned}$$



$$= \frac{8x + 4}{2(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{4(2x + 1)}{2(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{2}{2x - 1}$$

Thay $x = \frac{1}{4}$ (thoả mãn ĐK) vào C ta được $C = -4$

d) Từ $y - 2x = 5$ ta có $y = 5 + 2x$ thay vào biểu thức ta được:

$$D = \frac{3x - y}{x - 5} - \frac{2x - 3y}{2y + 5} = \frac{3x - 5 - 2x}{x - 5} - \frac{2x - 15 - 6x}{4x + 10 + 5}$$

$$= \frac{x - 5}{x - 5} - \frac{-4x - 15}{4x + 15} = 1 + 1 = 2$$

9.

a) $A = \frac{1}{y^2 - xy} + \frac{1}{x^2 - xy} = \frac{-1}{xy} = 1$

b) $3y - x = 6 \Rightarrow x = 3y - 6$

$$\Rightarrow B = \frac{x}{y - 2} + \frac{2x - 3y}{x - 6} = \frac{3y - 6}{y - 2} + \frac{2x - x - 6}{x - 6} = 3 + 1 = 4$$

c) MTC : $(x - y)(x - z)(y - z)$

Từ số $= x^3(y - z) - y^3(x - z) + z^3(x - y) = x^3(y - z) - y^3(x - z) + z^3[(x - z) + (z - y)]$

$$= (y - z)(x^3 - z^3) - (x - z)(y^3 - z^3) = (x + y)(y - z)(x - z)(x + y + z)$$

$$\Rightarrow A = x + y + z = 2023$$

10. $\frac{bc}{(a - b)(a - c)} + \frac{ac}{(b - a)(b - c)} + \frac{ab}{(c - a)(c - b)}$

$$= \frac{bc}{(a - b)(a - c)} + \frac{-ac}{(a - b)(b - c)} + \frac{ab}{(a - c)(b - c)}$$

$$= \frac{bc(b - c) - ac(a - c) + ab(a - b)}{(a - b)(a - c)(b - c)} = \frac{bc(b - c) - ac(a - b + b - c) + ab(a - b)}{(a - b)(a - c)(b - c)}$$

$$= \frac{(b - c)(bc - ac) + (a - b)(ab - ac)}{(a - b)(a - c)(b - c)} = \frac{(a - b)(b - c)(a - c)}{(a - b)(a - c)(b - c)} = 1$$

11. Ta có: $\frac{1}{(a - b)(b - c)} + \frac{1}{(c - a)(a - b)} = \frac{c - a + b - c}{(a - b)(b - c)(c - a)}$



$$= \frac{b-a}{(a-b)(b-c)(c-a)} = -\frac{1}{(b-c)(c-a)}.$$

Nên

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} = -\frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} = 0.$$

12.

$$\text{a) } \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3} \Rightarrow \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a(x-3) + b(x-2)}{(x-2)(x+3)}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{x(a+b) - 3a - 2b}{(x-2)(x+3)} \Rightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ -3a-2b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-10 \\ b=15 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} + \frac{b}{x+2} \Rightarrow \frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a(x+2) + b(x-5)}{(x-5)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{x(a+b) + 2a - 5b}{(x-5)(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ 2a-5b=31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=3 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \frac{3x+5}{(x-1)^2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} \Rightarrow \frac{3x+5}{(x-1)^2} = \frac{a(x-1) + b}{(x-1)^2} \Rightarrow \frac{3x+5}{(x-1)^2} = \frac{ax-a+b}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ -a+b=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=8 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \frac{8x+1}{(x+3)^2} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{(x+3)^2} \Rightarrow \frac{8x+1}{(x+3)^2} = \frac{a(x+3) + b}{(x+3)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8x+1}{(x+3)^2} = \frac{ax+3a+b}{(x+3)^2} \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ 3a+b=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-19 \end{cases}.$$

$$\text{e) } \frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)} \Rightarrow \frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a(x+2) + bx}{x(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{x(a+b) + 2a}{x(x+1)(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 2a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{13*. a) } \frac{9x^2 - 16x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2 - 16x + 4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)}{x(x-1)(x-2)}$$



$$\Rightarrow \frac{9x^2 - 16x + 4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{x^2(a+b+c) + (-3a-2b-c)x + 2a}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=9 \\ -3a-2b-c=-16 \\ 2a=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \frac{2x^2 - x + 1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - x + 1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{a(x-2)^2 + b(x+1)(x-2) + c(x+1)}{(x+1)(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - x + 1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{x^2(a+b) + (-4a-b+c)x + (4a-2b+c)}{(x+1)(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ -4a-b+c=-1 \\ 4a-2b+c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{4}{9} \\ b=\frac{14}{9} \\ c=\frac{7}{3} \end{cases}$$

14.

$$\text{a) } \frac{2x-1}{4x^2y} - \frac{6x-1}{4x^2y} = \frac{8x}{4x^2y} = \frac{2}{xy}$$

$$\text{b) } \frac{3x+2}{2x-3} - \frac{2-5x}{2x-3} = \frac{8x}{2x-3}$$

$$\text{c) } \frac{x-17}{3-2x} - \frac{11x+1}{2x-3} = \frac{x-17}{3-2x} + \frac{11x+1}{3-2x} = \frac{12x-18}{-2x+3} = -6$$

$$\text{d) } \frac{10x-15}{3x-2} - \frac{2x+7}{2-3x} = \frac{10x-15}{3x-2} + \frac{2x+7}{3x-2} = \frac{12x-8}{3x-2} = 4$$

$$\text{15. a) } \frac{2xy-5}{8xy^2} - \frac{5xy^2-5}{8xy^2} = \frac{2xy-5xy^2}{8xy^2} = \frac{2-5y}{8y}$$

$$\text{b) } \frac{7x+5}{3x(x+4)} - \frac{4x+5}{3x^2+12x} = \frac{7x+5}{3x(x+4)} - \frac{4x+5}{3x(x+4)} = \frac{3x}{3x(x+4)} = \frac{1}{x+4}$$

$$\text{c) } \frac{x-2}{x-6} - \frac{18-x}{x-6} + \frac{x+2}{x-6} = \frac{x-2-18+x+x+2}{x-6} = \frac{3(x-6)}{x-6} = 3.$$



$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{5x^2 + x + 4}{x^3 - 8} - \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 8} - \frac{x^2 - 3x - 8}{x^3 - 8} &= \frac{5x^2 + x + 4 - x^2 + 2x - x^2 + 3x + 8}{x^3 - 8} \\ &= \frac{3(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{3}{x - 2}. \end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2x^2 - x}{x - 1} + \frac{x + 1}{1 - x} - \frac{x^2 - 2}{x - 1} &= \frac{2x^2 - x}{x - 1} - \frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x^2 - 2}{x - 1} \\ &= \frac{2x^2 - x - x - 1 - x^2 + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)^2}{x - 1} = x - 1 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{5}{y - 1} - \frac{1}{1 - y} + \frac{y}{y - 1} = \frac{5}{y - 1} + \frac{1}{y - 1} + \frac{y}{y - 1} = \frac{6 + y}{y - 1}.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4 - x^2}{x - 5} + \frac{2x - x^2}{5 - x} - \frac{4x - 5}{x - 5} &= \frac{4 - x^2}{x - 5} - \frac{2x - x^2}{x - 5} - \frac{4x - 5}{x - 5} \\ &= \frac{4 - x^2 - 2x + x^2 - 4x + 5}{x - 5} = \frac{9 - 6x}{x - 5} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \frac{2x - 9}{x - 6} + \frac{2 - x}{x - 6} - \frac{1}{6 - x} = \frac{2x - 9}{x - 6} + \frac{2 - x}{x - 6} + \frac{1}{x - 6} = \frac{2x - 9 + 2 - x + 1}{x - 6} = \frac{x - 6}{x - 6} = 1$$

17.

$$\text{a) } \frac{4}{3x + 2} - \frac{2x + 1}{3x^2 + 2x} = \frac{4}{3x + 2} - \frac{2x + 1}{x(3x + 2)} = \frac{2x - 1}{x(3x + 2)}$$

$$\text{a) } \frac{x - 1 + 1 - y}{x - y} = \frac{x - y}{x - y} = 1;$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 1 - (x^2 - 4)}{x + 1} = \frac{3}{x + 1}.$$

$$\text{c) } \frac{1}{x - 1} - \frac{2x}{(x - 1)(x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 1 - 2x}{(x - 1)(x^2 + 1)} = \frac{x - 1}{x^2 + 1}.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3x - 1}{2(3x + 1)} + \frac{3x + 1}{2(3x - 1)} - \frac{6x}{9x^2 - 1} &= \frac{(3x - 1)^2 + (3x + 1)^2 - 12x}{2(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{18x^2 - 12x + 2}{2(3x + 1)(3x - 1)} \\ &= \frac{2(3x - 1)^2}{2(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{3x - 1}{3x + 1}. \end{aligned}$$

18.



$$\text{a) } \frac{2+a}{2a} - \frac{1}{2} = \frac{2+a-a}{2a} = \frac{1}{a}.$$

$$\text{b) } \frac{3}{x-1} - \frac{7-x}{2x-2} = \frac{3}{x-1} - \frac{7-x}{2(x-1)} = \frac{6-7+x}{2(x-1)} = \frac{x-1}{2(x-1)} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{c) } \frac{7}{5} - \frac{7x-31}{5x-15} = \frac{7}{5} - \frac{7x-31}{5(x-3)} = \frac{7(x-3) - 7x + 31}{5(x-3)} = \frac{10}{5(x-3)} = \frac{2}{x-3}.$$

$$\text{d) } x^2 + y^2 - \frac{2(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2} = \frac{(x^2 + y^2)^2 - 2(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2} = \frac{-(x^2 - y^2)^2}{x^2 + y^2}.$$

$$\text{e) } \frac{3x-1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{3x-1}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x-1} = \frac{3x-1-(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x+1}$$

$$\text{f) } \frac{2x+9}{9-4x^2} - \frac{1}{2x+3} = \frac{2x+9}{(3-2x)(3+2x)} - \frac{1}{2x+3} = \frac{2x+9-(3-2x)}{(3-2x)(3+2x)}$$

$$= \frac{2(3+2x)}{(3-2x)(3+2x)} = \frac{2}{3-2x}$$

19.

$$\text{a) } \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2-y^2} = \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x+y-x+y+2x}{(x-y)(x+y)} = \frac{2(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x-y}.$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{1-x^2} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{4}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{x-1}$$

$$\text{c) } \frac{x}{2x-2} - \frac{1}{x^2-1} - \frac{3}{2x+2} = \frac{x}{2(x-1)} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} - \frac{3}{2(x+1)}$$

$$= \frac{x(x+1) - 2 - 3(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}.$$

$$\text{d) } \frac{x+4}{x^2-7x+10} - \frac{x}{2-x} - 1 = \frac{x+4}{(x-5)(x-2)} + \frac{x}{x-2} - 1$$



$$20. a) = \frac{(x+2)(x+3) - 2(x+1)(x+3) + (x+1)(x+2)}{(x+1)(x+2)^2(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + 5x + 6 - 2x^2 - 8x - 6 + x^2 + 3x + 2}{(x+1)(x+2)^2(x+3)} = \frac{2}{(x+1)(x+2)^2(x+3)}$$

$$b) \frac{2x^2 - 7x - 12}{(x+1)(2x+3)(2x-3)}$$

$$c) = \frac{x^2 - x - 2 + x^2 + x - 2 + x^3 - 3x - 2}{(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 6}{(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2 - 3}{(x-2)(x-1)(x+1)}$$

$$21. a) A = \frac{x^2}{(x-y)^2(x+y)} - \frac{2xy^2}{(x-y)^2(x+y)^2} + \frac{y^2}{(x-y)(x+y)^2}$$

$$= \frac{x^2(x+y) - 2xy^2 + y^2(x-y)}{(x-y)^2(x+y)^2} = \frac{(x-y)(x+y)^2}{(x-y)^2(x+y)^2} = \frac{1}{x-y}$$

$$b) B = \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} - \frac{8}{x^8+1} - \frac{16}{x^{16}+1} = \frac{4}{x^4-1} - \frac{4}{x^4+1} - \frac{8}{x^8+1} - \frac{16}{x^{16}+1}$$

$$= \frac{8}{x^8-1} - \frac{8}{x^8+1} - \frac{16}{x^{16}+1} = \frac{16}{x^{16}-1} - \frac{16}{x^{16}+1} = \frac{32}{x^{32}-1}$$

$$22. a) \frac{2x+1}{4x-2} + \frac{1-2x}{4x+2} - \frac{2}{1-4x^2} = \frac{2x+1}{2(2x-1)} + \frac{1-2x}{2(2x+1)} + \frac{2}{(2x-1)(2x+1)}$$

$$= \frac{(2x+1)(2x+1) - (2x-1)(2x-1) + 4}{2(2x+1)(2x-1)}$$

$$= \frac{8x+4}{2(2x+1)(2x-1)} = \frac{2(2x+1)}{2(2x+1)(2x-1)} = \frac{2}{2x-1}$$

Với $x = \frac{1}{4}$ tính được $A = -4$

$$b) y - 2x = 5 \Leftrightarrow y = 2x + 5$$



$$\begin{aligned} \frac{3x-y}{x-5} - \frac{2x-3y}{2y+5} &= \frac{3x-y}{x-5} + \frac{3y-2x}{2y+5} = \frac{x-(y-2x)}{x-5} + \frac{2y+(y-2x)}{2y+5} \\ &= \frac{x-5}{x-5} + \frac{2y+5}{2y+5} = 1+1=2 \end{aligned}$$

c) Với $x = \frac{a}{a+1} \Rightarrow a = x.(a+1)$

$$\begin{aligned} a + \frac{2a+x}{2-x} - \frac{2a-x}{2+x} + \frac{4a}{x^2-4} &= a + \frac{(2a+x)(2+x) - (2a-x)(2-x) - 4a}{(2-x)(2+x)} \\ &= a + \frac{4x+4ax-4a}{(2-x)(2+x)} = a + \frac{4x(1+a) - 4a}{(2-x)(2+x)} = a + \frac{4x(1+a) - 4x(1+a)}{(2-x)(2+x)} = a \end{aligned}$$

23.

a)
$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} = \frac{x+3}{x(x+4)}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{x+5} \\ = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

24. a)
$$\frac{4x^2 - (x-3)^2}{9(x^2-1)} - \frac{x^2-9}{(2x+3)^2-x^2} + \frac{(2x-3)^2-x^2}{4x^2-(x+3)^2}$$

$$= \frac{(2x-x+3)(2x+x-3)}{9(x-1)(x+1)} - \frac{(x-3)(x+3)}{(2x+3-x)(2x+3+x)} + \frac{(2x-3-x)(2x-3+x)}{(2x-x-3)(2x+x+3)}$$

$$= \frac{3(x+3)(x-1)}{9(x-1)(x+1)} - \frac{(x-3)(x+3)}{3(x+3)(x+1)} + \frac{3(x-3)(x-1)}{3(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{x+3}{3(x+1)} - \frac{x-3}{3(x+1)} + \frac{3(x-1)}{3(x+1)} = \frac{x+3-x+3+3x-3}{3(x+1)} = \frac{3x+3}{3x+3} = 1$$

b)
$$\frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x-y}{(z-x)(z-y)}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-z)-(x-y)}{(x-y)(x-z)} + \frac{(y-x)-(y-z)}{(y-z)(y-x)} + \frac{(z-y)-(z-x)}{(z-x)(z-y)} \\
 &= \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x-z} + \frac{1}{y-z} - \frac{1}{y-x} + \frac{1}{z-x} - \frac{1}{z-y} \\
 &= \frac{1}{x-y} + \frac{1}{z-x} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{x-y} + \frac{1}{z-x} + \frac{1}{y-z} \\
 &= \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x}
 \end{aligned}$$

25. a) $A = \frac{4}{x^2+x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x^3-1} = \frac{2x-2}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2}{x^2+x+1}$

b) $\frac{2a-6}{a^3-3a^2-a+3} + A = \frac{6}{a-3} - \frac{2a^2}{1-a^2} \Rightarrow A = \frac{2a}{a-3}$

c) $A + \frac{6}{x^2-1} = \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1} \Rightarrow A = \frac{10(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$

26. a) $\frac{x+3}{x+1} - \left(\frac{2x-1}{x-1} + \frac{x-3}{x^2-1} \right) = \frac{(x+3)(x-1) - (2x-1)(x+1) - (x-3)}{x^2-1}$
 $= \frac{-x^2+1}{x^2-1} = -1$

b) $\left[\frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{y(x+y)} \right] + \left[\frac{1}{x(x-y)} + \frac{1}{y(y-x)} \right] = \frac{x+y}{xy(x+y)} + \frac{y-x}{xy(x-y)}$
 $= \frac{1}{xy} - \frac{1}{xy} = 0$

c) $\frac{1}{a-b} + \left(\frac{3ab}{a^3-b^3} + \frac{a-b}{a^2+ab+b^2} \right) = \frac{a^2+ab+b^2+3ab+(a-b)^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$
 $= \frac{2a^2+2b^2+2ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = \frac{2}{a-b}$

d) $\frac{1}{x-1} - \left[\frac{1}{(1-x)(x-2)} - \frac{1}{(x-2)(x-3)} \right]$
 $= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{x-3}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$



$$= \frac{x^2 - 5x + 6 + x - 3 + x - 1}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} = \frac{1}{x - 3}$$



Bài 24: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1. a) $\frac{14x}{5y^2} \cdot \frac{2y^3}{x^2} = \frac{14x \cdot 2y^3}{5y^2 \cdot x^2} = \frac{28xy^3}{5y^2x^2} = \frac{28y}{5x};$

b) $\frac{5y^2}{7y^2} \cdot \left(-\frac{2x^2}{10y}\right) = \frac{5y^2 \cdot (-2x^2)}{7y^2 \cdot 10y} = \frac{-10y^2x^2}{7 \cdot 10y^3} = \frac{-x^2}{7y};$

c) $\frac{x^3 - 8}{5x + 20} \cdot \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x^3 - 8)(x^2 + 4x)}{(5x + 20)(x^2 + 2x + 4)}$
 $= \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)x(x + 4)}{5(x + 4)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{(x - 2)x}{5}$

d) $3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5}\right) = \frac{3x^3y^4 \cdot (-7z)}{9xy^5} = -\frac{7x^2z}{3y}.$

2. a) $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2} = \frac{8x \cdot 4y^2}{15y^3 \cdot x^2} = \frac{32}{15xy}$

b) $\frac{9a^2}{a + 3} \cdot \frac{a^2 - 9}{6a^3} = \frac{9a^2 \cdot (a + 3)(a - 3)}{6a^3(a + 3)} = \frac{3(a - 3)}{2a}$

c) $\frac{4n^2}{17m^4} \cdot \left(-\frac{7m^2}{12n}\right) = \frac{4n^2 \cdot (-7m^2)}{17m^4 \cdot 12n} = \frac{-n}{13m^2}$

d) $\frac{3b + 6}{(b - 9)^3} \cdot \frac{2b - 18}{(b + 2)^2} = \frac{3(b + 2) \cdot 2 \cdot (b - 9)}{(b - 9)^3 \cdot (b + 2)^2} = \frac{6}{(b - 9)^2 \cdot (b + 2)}$

3.

a)

$$A = \frac{t^4 + 4t^2 + 8}{2t^3 + 2} \cdot \frac{t}{12t^2 + 1} \cdot \frac{3t^3 + 3}{t^4 + 4t^2 + 8} = \frac{(t^4 + 4t^2 + 8) \cdot t \cdot 3(t^3 + 1)}{2(t^3 + 1) \cdot (12t^2 + 1) \cdot (t^4 + 4t^2 + 8)} = \frac{3t}{2(12t^2 + 1)}$$

b) $B = \frac{y - 1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y - 1}\right) = \frac{y - 1}{2y} \cdot \left(\frac{y^3 - 1}{y - 1} + \frac{y^3}{y - 1}\right) = \frac{2y^3 - 1}{2y}$



$$c) C = \frac{x^6 + 2x^3 + 3}{x^3 - 1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{x^6 + 2x^3 + 3} = \frac{3x}{x^2 - 1}$$

d)

$$D = \frac{a^3 + 2a^2 - a - 2}{3a + 15} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right) = \frac{(a-1)(a+1)(a+2)}{3(a+5)} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right)$$

$$B = \frac{(a-1)(a+1)(a+2)}{3(a+5)} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right)$$

$$= \frac{(a+1)(a+2)}{3(a+5)} - \frac{2(a-1)(a+2)}{3(a+5)} + \frac{(a-1)(a+1)}{3(a+5)} \Rightarrow B = \frac{1}{3}$$

4. Áp dụng hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Ta có:

$$M = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}} = \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{1-x^{16}} \cdot \frac{1}{1+x^{16}} = \frac{1}{1-x^{32}}$$

$$5. a) \frac{m^3 - 1}{2m + 4} \cdot \left(\frac{1}{m-1} - \frac{m+1}{m^2 + m + 1} \right) = \frac{1}{2} (m \neq -2; m \neq 1)$$

$$b) \frac{u^3}{u-2017} \cdot \frac{2001-2u}{u+2} + \frac{u^3}{u-2017} \cdot \frac{u+16}{u+2} = \frac{u^3}{u-2017} \cdot \left(\frac{2001-2u}{u+2} + \frac{u+16}{u+2} \right) = \frac{-u^3}{u+2}$$

$$c) \frac{12x+5}{x+9} \cdot \left(\frac{4x+3}{360x+150} + \frac{6-3x}{360x+150} \right) = \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{x+9}{30(12x+5)} = \frac{1}{30}$$

$$d) \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \left(\frac{4x-2y}{x-y} - \frac{x-3y}{x-y} \right) = \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{3x+y}{x-y} = \frac{x+3y}{x-y}$$

$$6. a) A = \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - 1 \right) \cdot \frac{x-y}{2y} = \frac{y}{x+y} = 15$$

$$b) B = \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \cdot \left(\frac{x+y}{x^2 + xy + y^2} + \frac{1}{x-y} \right) = \frac{2x+y}{y} = 7$$

$$c) C = (x^2 - y^2 - z^2 + 2yz) \cdot \frac{x+y+z}{x+y-z} = [x^2 - (y-z)^2] \cdot \frac{x+y+z}{x+y-z} = (z+x)^2 - y^2 = 96$$



$$\begin{aligned} 7.a) \quad K &= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+2003}{x} \\ &= \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+2003}{x} \\ &= \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x+2003}{x} = \frac{x+2003}{x} \end{aligned}$$

b) Điều kiện $x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1$.

Ta có $K = 1 + \frac{2003}{x}$.

Để $K \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{2003}{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in U(2003)$ và $x \neq 1; x \neq -1$.

Vậy $x \in \{-2003; 2003\}$ thì K nhận giá trị nguyên.

$$8. a) \quad \frac{7xy}{3x+1} : \frac{14x^2y}{6x+2} = \frac{7xy}{3x+1} \cdot \frac{6x+2}{14x^2y} = \frac{7xy}{3x+1} \cdot \frac{2 \cdot (3x+1)}{14x^2y} = \frac{1}{x}.$$

b)

$$\frac{34x^2y^3}{2xy^2 + 2y^2} : \frac{17xy}{3x+3} = \frac{34x^2y^3}{2xy^2 + 2y^2} \cdot \frac{3x+3}{17xy} = \frac{34x^2y^3}{2y^2(x+1)} \cdot \frac{3(x+1)}{17xy} = \frac{102x^2y^3 \cdot (x+1)}{34xy^3(x+1)} = 3x$$

$$c) \quad \frac{x^3 - 27}{x+3} : (x^2 - 6x + 9) = \frac{x^3 - 3^3}{x+3} \cdot \frac{1}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{x+3} \cdot \frac{1}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 9}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 - 9}$$

d)

$$(x^2 + 2x + 1) : \frac{x^2 - 1}{2x + 3} = (x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x + 3}{x^2 - 1} = (x+1)^2 \cdot \frac{2x + 3}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(2x+3)}{x-1}$$

9.

a)

$$\frac{9x^2 - 4}{3x+1} : \frac{3x+2}{6x^2+2x} = \frac{(3x)^2 - 2^2}{3x+1} \cdot \frac{6x^2+2x}{3x+2} = \frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+1} \cdot \frac{2x(3x+1)}{3x+2} = 2x(3x-2)$$



$$b) \frac{5x-15}{x^2-4} : \frac{x-3}{x+2} = \frac{5 \cdot (x-3)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{x-3} = \frac{5}{x-2}$$

c)

$$\frac{x^3-8}{x^2-4} : (x^2+2x+4) = \frac{x^3-2^3}{x^2-2^2} \cdot \frac{1}{x^2+2x+4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{1}{x^2+2x+4} = \frac{1}{x+2}$$

$$d) \frac{2x+4x^2}{x^2+x} : \frac{4x^2+4x+1}{x+1} = \frac{2x+4x^2}{x^2+x} \cdot \frac{x+1}{4x^2+4x+1} = \frac{2x \cdot (1+2x)}{x \cdot (x+1)} \cdot \frac{x+1}{(2x+1)^2} = \frac{2}{2x+1}$$

$$10. a) (3x^2-48) : \frac{2x-8}{9x+6} = (3x^2-48) \cdot \frac{9x+6}{2x-8} = 3 \cdot (x^2-16) \cdot \frac{3 \cdot (3x+2)}{2 \cdot (x-4)}$$

$$= 3 \cdot (x-4)(x+4) \cdot \frac{3 \cdot (3x+2)}{2 \cdot (x-4)} = \frac{9 \cdot (x+4)(3x+2)}{2}$$

b)

$$(3-6x+3x^2) : \frac{x^2-1}{x} = 3 \cdot (1-2x+x^2) \cdot \frac{x}{x^2-1} = 3 \cdot (x-1)^2 \cdot \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x \cdot (x-1)}{x+1}$$

$$c) \frac{x-1}{x-2} : \frac{x-2}{x-3} : \frac{(x-1)(x-3)}{x^2-4} = \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x-3}{x-2} : \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-2}$$

d)

$$\frac{x^3+1}{x-1} : (x^2-x+1) : \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x^2-x+1} : \frac{x+1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} = 1$$

$$11. a) \frac{9x^2-6x+1}{x^2+2xy+4y^2} : \frac{12x-4}{4x^3+32y^3} = \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4x^3+32y^3}{12x-4}$$

$$= \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4 \cdot (x^3+8y^3)}{4 \cdot (3x-1)} = \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4 \cdot (x+2y)(x^2+2xy+4y^2)}{4 \cdot (3x-1)}$$

$$= (3x-1)(x+2y)$$

$$b) \frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6} : \frac{x^2+x}{x^2-4x+4} = \frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2+x}$$



$$= \frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{x(x+1)} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+3)}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x^4 - y^4}{4x^2 - 4x + 1} : \frac{3x^2y + 3xy^2}{6 - 12x} &= \frac{x^4 - y^4}{4x^2 - 4x + 1} \cdot \frac{6 - 12x}{3x^2y + 3xy^2} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(2x - 1)^2} \cdot \frac{6 \cdot (1 - 2x)}{3xy \cdot (x + y)} = \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(1 - 2x)^2} \cdot \frac{6 \cdot (1 - 2x)}{3xy \cdot (x + y)} \\ &= \frac{2(x - y)(x^2 + y^2)}{xy \cdot (1 - 2x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{10x - 20y}{5x^3 + 5y^3} &= \frac{(x - 2y)^2}{2 \cdot (x^2 - xy + y^2)} \cdot \frac{5 \cdot (x^3 + y^3)}{10 \cdot (x - 2y)} \\ &= \frac{(x - 2y)^2}{2 \cdot (x^2 - xy + y^2)} \cdot \frac{5 \cdot (x + y)(x^2 - xy + y^2)}{10 \cdot (x - 2y)} = \frac{(x - 2y)(x + y)}{4} \end{aligned}$$

12.

$$\text{a) } \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x+3} = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right) &= \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x+3} \right) = \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x+3} \right) \\ &= \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+3)^2}{(x+3)^2} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+3)^2}{(x+2) \cdot (x+1)} = \frac{(x+3)^2}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

13.

$$\text{a) } A = \left(-\frac{-2x+10}{x} + \frac{5x+50}{x^2+5x} + \frac{x^2}{5x+25} \right) : \frac{3x+15}{7} = \frac{7}{15}$$

$$\text{b) } B = \left[\frac{3(x+2)}{2(x^3+x^2+x+1)} + \frac{2x^2-x-10}{2(x^3-x^2+x-1)} \right] : \left[\frac{5}{x^2+1} + \frac{3}{2(x+1)} - \frac{3}{2(x-1)} \right] = \frac{x+2}{2}$$

$$\text{c) } C = \left[\frac{2x^2+y-2}{(x+y)(2y-x)} : \frac{(2x^2+y-2)(2x^2+y+2)}{(x+y)(x+1)} \right] : \frac{x+1}{2x^2+y+2} = \frac{1}{2y-x}$$



14.

$$\text{a) } \frac{x-4}{x^3-3x^2+x-3} : A = \frac{x^2-5x+4}{(x-2)(x-3)} \Rightarrow A = \frac{x-4}{x^3-3x^2+x-3} : \frac{x^2-5x+4}{(x-2)(x-3)}$$

$$A = \frac{x-4}{x^3-3x^2+x-3} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{x^2-5x+4} = \frac{x-4}{x^2(x-3)+x-3} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{x^2-x-4x+4}$$

$$= \frac{x-4}{(x-3)(x^2+1)} \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-4)} = \frac{x-2}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$\text{b) } B = \frac{12x^2+18x}{\frac{x^3}{8}-1} = \frac{8x^3+36x^2+54x+27}{\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1} \Rightarrow B = \frac{8x^3+36x^2+54x+27}{\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1} : \frac{12x^2+18x}{\frac{x^3}{8}-1}$$

$$= \frac{(2x+3)^3}{\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1} \cdot \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^3-1}{6x \cdot (2x+3)} = \frac{(2x+3)^3}{\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1} \cdot \frac{\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1\right)}{6x \cdot (2x+3)} = \frac{(2x+3)^2 \cdot \left(\frac{x}{2}-1\right)}{6x}$$

$$\text{c) } \frac{x^6-y^6}{10x^2+10xy} : C = \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{5x^2-10xy+5y^2} \Rightarrow C = \frac{x^6-y^6}{10x^2+10xy} : \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{5x^2-10xy+5y^2}$$

$$C = \frac{(x^2)^3-(y^2)^3}{10x(x+y)} \cdot \frac{5(x^2-2xy+y^2)}{x^4+x^2y^2+y^4} = \frac{(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)}{10x(x+y)} \cdot \frac{5(x-y)^2}{x^4+x^2y^2+y^4}$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)}{2x(x+y)} \cdot \frac{(x-y)^2}{1} = \frac{(x-y)^3}{2x}$$

$$\text{d) } \frac{(x-1)^2-6(x-1)+9}{3x^2-3x} \cdot D = \frac{x^2-16}{3x^3-3x} \Rightarrow D = \frac{(x-1)^2-6(x-1)+9}{3x^2-3x} : \frac{x^2-16}{3x^3-3x}$$

$$D = \frac{(x-1)^2-6(x-1)+3^2}{3x \cdot (x-1)} \cdot \frac{3x^3-3x}{x^2-16} = \frac{(x-1-3)^2}{3x \cdot (x-1)} \cdot \frac{3x(x^2-1)}{x^2-4^2}$$

$$= \frac{(x-4)^2}{3x \cdot (x-1)} \cdot \frac{3x \cdot (x-1) \cdot (x+1)}{(x-4) \cdot (x+4)} = \frac{(x-4)(x+1)}{x+4}$$



15.

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2 - ab} \cdot Q = \frac{a - b}{a^3 + b^3}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{a - b}{a^3 + b^3} : \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2 - ab} = \frac{a - b}{(a + b)(a^2 - ab + b^2)} \cdot \frac{a^2 - ab + b^2}{(a - b)^2} = \frac{1}{a^2 - b^2}$$

$$\text{b) } \frac{a^4 - b^4}{a^4 + 2a^2b^2 + b^4} : Q = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{a^4 - b^4}{a^4 + 2a^2b^2 + b^4} : \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = \frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{(a^2 + b^2)^2} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = 1$$

$$\text{c) } \frac{x - y}{x^3 + y^3} \cdot Q = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} : \frac{x - y}{x^3 + y^3} = \frac{(x - y)^2}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{x - y} = (x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

$$\text{d) } \frac{x + y}{x^3 - y^3} \cdot Q = \frac{3x^2 + 3xy}{x^2 + xy + y^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3x^2 + 3xy}{x^2 + xy + y^2} : \frac{x + y}{x^3 - y^3} = \frac{3x(x + y)}{x^2 + xy + y^2} \cdot \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x + y)} = 3x(x - y)$$



Bài 24.1: LUYỆN TẬP RÚT GỌN PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x^2-3}{x^2+2x+4} - \frac{7x+10}{x^3-8} \right) : \frac{x+7}{x^2+2x+4} \\ &= \frac{x(x^2+2x+4) - (x^2-3)(x-2) - (7x+10)}{(x-2)(x^2+2x+4)} : \frac{x+7}{x^2+2x+4} \\ &= \frac{x^3+2x^2+4x - x^3+2x^2+3x-6-7x-10}{(x-2)(x^2+2x+4)} : \frac{x+7}{x^2+2x+4} \\ &= \frac{4x^2-16}{(x-2)(x^2+2x+4)} \cdot \frac{x^2+2x+4}{x+7} \\ &= \frac{4(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \cdot \frac{x^2+2x+4}{x+7} = \frac{4(x+2)}{x+7} \end{aligned}$$

$$\text{b) Ta có: } B = \left(a + \frac{2}{0,5a+1} \right) : \frac{a^3-8}{a+2} + \frac{2}{2a-a^2} \quad (a \neq \pm 2; 0)$$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{a^2+2a}{a+2} + \frac{4}{a+2} \right) : \frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{a+2} - \frac{2}{a(a-2)} \\ &= \frac{a^2+2a+4}{a+2} : \frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{a+2} - \frac{2}{a(a-2)} \\ &= \frac{1}{a-2} - \frac{2}{a(a-2)} = \frac{a-2}{a(a-2)} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

2. Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(x-1)(x^2+x+1) - (x+1)(x^2-x+1)}{x(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x^3+x^2-x-1)}{x+1} \\ &= \frac{x^3-1-x^3-1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x^2-1)(x+1)}{x+1} = \frac{-2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x^2-1)(x+1)}{x+1} = -2 \end{aligned}$$

Vậy biểu thức $A = -2$ không phụ thuộc vào biến.





$$\begin{aligned}
 3. A &= \left(\frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{(x+y)(2y-x)} \right) : \frac{(2x^2+y)^2-4}{x(x+y)+(x+y)} \\
 &= \frac{x^2-y^2+x^2+y^2+y-2}{(x+y)(2y-x)} : \frac{(2x^2+y-2)(2x^2+y+2)}{(x+y)(x+1)} \\
 &= \frac{2x^2+y-2}{(x+y)(2y-x)} \cdot \frac{(x+y)(x+1)}{(2x^2+y-2)(2x^2+y+2)} = \frac{x+1}{(2y-x)(2x^2+y+2)}
 \end{aligned}$$

4.

$$\text{a) Ta có: } P = \left[\frac{(x-1)^2}{3x+(x-1)^2} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{2x}{x^3+x} \quad (\text{ĐK: } x \neq \pm 1; 0)$$

$$\begin{aligned}
 P &= \left[\frac{(x-1)^3}{(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{1-2x^2+4x}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} \right] : \frac{2}{x^2+1} \\
 &= \left[\frac{x^3-3x^2+3x-1-1+2x^2+4x+x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} \right] : \frac{2}{x^2+1} \\
 &= \frac{x^3-1}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{x^2+1}{2} = \frac{x^2+1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P = \frac{x^2+1}{2} \geq \frac{1}{2}. \text{ Dấu bằng không xảy ra. Vậy } P > \frac{1}{2}$$

5.

$$\begin{aligned}
 \text{a) Ta có: } P &= \left(\frac{x^3-1}{x^2-x} + \frac{x^3+1}{x^2+x} \right) : \frac{2(x^2-2x+1)}{x^2-x} \\
 &= \left(\frac{x^2+x+1}{x} + \frac{x^2-x+1}{x} \right) : \frac{2(x-1)}{x} \\
 &= \left(\frac{2x^2+2}{x} \right) : \frac{2(x-1)}{x} = \frac{x^2+1}{x} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x^2+1}{x-1}
 \end{aligned}$$

$$\text{ĐK: } x \neq 0, x \neq 1$$



b) Ta có $P = \frac{x^2 + 1}{x - 1} = x + 1 + \frac{2}{x - 1}$ vì $x \in Z \Rightarrow x + 1 \in Z \Leftrightarrow \frac{2}{x - 1} \in Z$

$\Leftrightarrow x - 1 \in U(2)$ suy ra:

$x - 1$	1	2	-1	-2
x	2	3	0	-1

Kết hợp với tập xác định $x \in \{0; 1; -1\}$ thì $x \in \{2; 3\}$ ta được $P \in Z$.

6.

a) Ta có: $A = \left(\frac{x}{y^2 + xy} - \frac{x - y}{x^2 + xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3 - xy^2} + \frac{1}{x + y} \right) : \frac{x}{y}$

$$A = \left(\frac{x^2}{xy(x + y)} - \frac{xy - y^2}{xy(x + y)} \right) : \left(\frac{y^2}{x(x + y)(x - y)} + \frac{x^2 - xy}{x(x - y)(x + y)} \right) : \frac{x}{y}$$

$$= \frac{x^2 - xy + y^2}{xy(x + y)} : \frac{x^2 - xy + y^2}{x(x - y)(x + y)} : \frac{x}{y} = \frac{x(x - y)(x + y)}{xy(x + y)} : \frac{x}{y} = \frac{x - y}{x}$$

ĐK: $xy \neq 0, x \neq \pm y$

b) $A > 1 \Leftrightarrow \frac{-y}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$

7. Từ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ (vì $x > 0$)

Ta có $\left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) = 3 \cdot 7 \Leftrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + x + \frac{1}{x} = 21 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 = 21$

$\Rightarrow A = 18$

Ta có: $\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) = 7 \cdot 18 \Leftrightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126 \Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} + 3 = 126$

$\Rightarrow B = 123$

8.

a) $A = \frac{(b + c)^2 - a^2}{2bc} \cdot \frac{b + c + a}{b + c - a} \cdot \frac{b^2 + c^2 - b^2 + 2bc - c^2}{a + b + c}$



$$= \frac{(b+c-a)(b+c+a)}{2bc} \cdot \frac{b+c+a}{b+c-a} \cdot \frac{2bc}{a+b+c} = a+b+c$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \left(\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3yz}{y+z} \right) \cdot \frac{\frac{2(x+y)}{yz}}{\frac{x+y+z}{xyz}} + (x+y+z)^2 \\ &= \frac{(y+z)(y^2 - yz + z^2) + x^3 - 3xy}{x(y+z)} \cdot \frac{2x(x+y)}{x+y+z} + (x+y+z)^2 \\ &= \frac{y^3 + z^3 + x^3 - 3xyz}{1} \cdot \frac{2}{x+y+z} + (x+y+z)^2 \\ &= \frac{(x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \cdot 2}{(x+y+z)} + (x+y+z)^2 \\ &= 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx + x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \\ &= 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 \end{aligned}$$

9.

$$\text{a) Ta có } A = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x} \right) : \left(\frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x+3} \right) \quad (x \neq 0; \pm 3)$$

$$= \left[\frac{x^2 - 3x + 9}{3x(x-3)} \right] : \left[\frac{-x^2}{3(x-3)(x+3)} + \frac{3x-9}{3(x-3)(x+3)} \right]$$

$$= \left[\frac{x^2 - 3x + 9}{3x(x-3)} \right] : \left[\frac{-x^2 + 3x - 9}{3(x-3)(x+3)} \right] = \frac{-x-3}{x}$$

$$\text{b) } A < -1 \Leftrightarrow A + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-x-3}{x} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{x} < 0 \Leftrightarrow x > 0$$

vậy $x > 0; x \neq 3$ thì $A < -1$

10.

$$\text{Ta có: } M = \frac{x^2(x+2) - (x+2)}{x^2(x+1) - 3x(x+1)} \cdot \left[\frac{x-3}{x(x-1)} \right]. \text{TXĐ } x \neq \{0; 1; -1\}$$



$$= \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{x(x-3)(x+1)} \left[\frac{x-3}{x(x-1)} \right] = \frac{x+2}{x^2}$$

$$M = \frac{x+2}{x^2} = 3 \Leftrightarrow 3x^2 = x+2 \Leftrightarrow (3x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(\text{loại}) \\ x = \frac{-2}{3} (\text{thỏa m.n}) \end{cases}$$

11.

a) Ta có: $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x-2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right) (x \neq \pm 2)$

$$A = \left[\frac{x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \right] : \left(\frac{x^2-4}{x+2} + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$$

$$A = \left[\frac{x+x-2-2x-4}{(x-2)(x+2)} \right] : \left(\frac{x^2-4+10-x^2}{x+2} \right)$$

$$A = \frac{-6}{(x-2)(x+2)} : \frac{6}{x+2} = \frac{1}{2-x}$$

b) $|x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} (\text{thỏa m.n}) \\ x = -\frac{1}{2} (\text{thỏa m.n}) \end{cases}$

với $x = \frac{1}{2}$ thì $A = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$

với $x = -\frac{1}{2}$ thì $A = \frac{1}{2,5} = \frac{2}{5}$

c) $A < 0 \Leftrightarrow 2-x < 0 \Leftrightarrow x > 2$

Vậy với $x > 2$ thì $A < 0$

d) $A \in Z \Leftrightarrow 1:(2-x) \in \{\pm 1\} \Leftrightarrow x \in \{3; 1\}$

Vậy với $x \in \{3; 1\}$ thì $A \in Z$

12.

a) TXĐ: $x \neq 3; x \neq 4$



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } Q &= \frac{12x - 45}{(x - 3)(x - 4)} - \frac{x + 5}{x - 4} - \frac{2x + 3}{x - 3} \\ &= \frac{12x - 45 - (x + 5)(x - 3) - (2x + 3)(x - 4)}{(x - 3)(x - 4)} \\ &= \frac{12x - 45 - x^2 + 3x - 5x + 15 - 2x^2 + 8x - 3x + 12}{(x - 3)(x - 4)} \\ &= \frac{-3x^2 + 15x - 18}{(x - 3)(x - 4)} = \frac{-3(x - 2)(x - 3)}{(x - 3)(x - 4)} = \frac{-3(x - 2)}{x - 4} \end{aligned}$$

$$\text{b) } |x| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$x = 3$ (loại)

$$\text{Với } x = -3 \text{ thì } Q = \frac{-15}{7}$$

$$\text{c) } Q = \frac{-3x + 6}{(x - 4)} = -3 - \frac{6}{x - 4}$$

$$Q \in Z \Leftrightarrow \frac{6}{x - 4} \in Z \Rightarrow x - 4 \in U(6)$$

$$\text{Mà } U(6) = \{1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6\}$$

$x - 4$	1	2	3	6	-1	-2	-3	-6
x	5	6	7	10	3	2	1	-2

Kết hợp với tập xác định, ta có:

$x \in \{-2; 1; 2; 5; 6; 7; 10\}$ thì Q nhận giá trị nguyên.

13.

a) Do $x + y = 1$ suy ra $(x^2 - y^2)^2 = (x - y)^2$ và $y^2 - x^2 = -(x - y)$

$$\text{suy ra: } A = \frac{y - x}{xy} : \left[\frac{y^2}{(x - y)^2} - \frac{2x^2y}{(x^2 - y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2 - x^2} \right]$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{y-x}{xy} \cdot \left[\frac{y^2 - 2x^2y - x^2(x-y)}{(x-y)^2} \right] = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - 2x^2y - x^3 + x^2y}{(x-y)^2} \\
 &= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - x^3 - x^2y}{(x-y)^2} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - x^2(x+y)}{(x-y)^2} \\
 &= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x-y)^2} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{(x-y)^2}{y-x} = \frac{(x-y)^2}{xy}
 \end{aligned}$$

b) Ta có: $A = \frac{(x+y)^2 - 4xy}{xy} = \frac{(x+y)^2}{xy} - 4 = \frac{1}{xy} - 4 < -4$ vì theo giả thiết $x > 0, y < 0$

14.

a) Ta có:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)} = \frac{\left[\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\right] \left[\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\right]}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)} \\
 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3x + \frac{3}{x}
 \end{aligned}$$

b) $M = 3x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{3x \cdot \frac{3}{x}} = 6$

dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 6 khi $x = 1$.

15. Ta có

$$\begin{aligned}
 A &= \left[\left(\frac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x} + x \right) \left(\frac{(1+x)(1-x+x^2)}{1+x} - x \right) \right] \cdot \frac{(1-x^2)^2}{1+x^2} \\
 &= (1+x+x^2+x)(1-x+x^2-x) \cdot \frac{(1-x^2)^2}{1+x^2} \\
 &= (1+x)^2(1-x)^2 \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} = (1-x^2)^2 \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} = 1+x^2
 \end{aligned}$$



Vì $x^2 \geq 0$ do đó $A = 1 + x^2 > 0$ với mọi $x \neq \pm 1$

16.

$$\text{Ta có: } P = \left[\frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2} + \frac{2}{xy} : \frac{(x+y)^2}{x^2y^2} \right] \cdot \frac{1}{x-y}$$

$$P = \left[\frac{x-y}{x+y} + \frac{2}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{(x+y)^2} \right] \frac{1}{x-y} = \left[\frac{x-y}{x+y} + \frac{2xy}{(x+y)^2} \right] \cdot \frac{1}{x-y}$$

$$P = \frac{x-y}{x+y} \cdot \frac{1}{x-y} + \frac{2xy}{(x+y)^2} \cdot \frac{1}{x-y} = \frac{1}{x+y} + \frac{2xy}{(x^2-y^2)(x+y)}$$

$$\text{Suy ra } P - Q = -\frac{3}{x^2 - 2x + 2} = \frac{-3}{(x-1)^2 + 1} \geq -3$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P - Q$ là -3 khi $x = 1$; y tùy ý khác $\{1; 0; -1\}$

$$17. \text{ a) } A = (4x^2 - 1) \frac{(2x+1) - (2x-1) - (4x^2-1)}{(2x+1)(2x-1)} = 3 - 4x^2$$

$$\text{b) } B = \frac{3}{(x+3)^2} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{-x} = \frac{9-3x}{x+3}$$

18.

$$\text{a) } A = \frac{8(a^2 + b^2)}{a(a^2 - 16b^2)} \cdot \frac{a^2 - 16b^2}{a^2 + b^2} = \frac{8}{a}$$

$$\text{b) } B = \frac{2y+2}{y+2} \cdot \frac{4-y^2}{4-4y^2} = \frac{2-y}{2-2y}$$

19.

a) Tìm được $x \neq -6; x \neq 0$

b) Gợi ý: $x^3 + 4x^2 - 6x + 36 = (x+6)(x^2 - 2x + 6)$

$$\text{Ta tìm được } P = \frac{x^2 - 2x + 6}{2x}$$

$$\text{c) Ta có } P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (TM)}$$

d) Tương tự câu c) tìm được $x = -6$ (KTM) hoặc $x = -1$ (TM)



e) $P = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + 2 = 0$ (vô nghiệm)
Vì $(x - 2)^2 + 2 \geq 2 > 0$ với mọi x . Do vậy $x \in \emptyset$

20.

a) Ta có $A > 1$ dẫn đến $\frac{3}{x-1} > 0 \Leftrightarrow x > 1$ (TMĐK)

b) Ta có: $A = 1 + \frac{3}{x-1}$ nên $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (x-1)$ nhận giá trị là Ư(3).

Từ đó tìm được $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$

21.

a) Ta có $x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0$ nên $B < 0 \Leftrightarrow x < 3$

b) Ta có $B = x + 2 + \frac{8}{x-3}$ nên $B \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (x-3)$ nhận giá trị là Ư(8). Từ đó tìm được
 $x \in \{-5; -1; 1; 2; 4; 5; 7; 11\}$.

22.

a) Ta có $x^2 - 4x + 12 = (x - 2)^2 + 8 \geq 8$ hay $\frac{1}{x^2 - 4x + 12} \leq \frac{1}{8}$ dẫn đến $M \leq 1$. Từ đó tìm được giá trị lớn nhất của $M = 1$ khi $x = 2$.

b) Tương tự ta có $x^2 + 2x + 11 = (x + 1)^2 + 10 \geq 10$ hay

$$\frac{1}{x^2 + x + 11} \leq \frac{1}{10} \Rightarrow N \geq -\frac{1}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất của $N = -\frac{1}{2}$ khi $x = -1$

Chú ý : Ta dựa vào lập luận

- Nếu $M \geq a \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{M} \leq \frac{1}{a}$;

- Nếu $0 \leq M \leq a \Leftrightarrow \frac{1}{M} \geq \frac{1}{a}$



Bài 25: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

1.

a) Các phương trình $2,5x - 10 = 0$ và $4x^2 - 6x = 5x + 108$ là phương trình một ẩn.

b) Phương trình $2,5x - 10 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.

c) Lần lượt thay các giá trị $x = -4; 0; 4$ vào từng phương trình một ẩn ta có:

* Với $x = 4$ thì $2,5.4 - 10 = 0$

nên $x = 4$ là nghiệm của phương trình $2,5x - 10 = 0$

* Với $x = -4$ thì $4x^2 - 6x = 4.(-4)^2 - 6.(-4) = 64 + 24 = 88$

Và $5x + 108 = 5.(-4) + 108 = 88$

Vậy $x = -4$ là nghiệm của phương trình $4x^2 - 6x = 5x + 108$

2.

a) Với $x = 3$

- Thay vào phương trình (1) ta có $2.3 - 6 = 6 - 6 = 0$

- Thay vào phương trình (2) ta có $3^2 - 2.3 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$

- Thay vào phương trình (3) ta có:

$$\text{Vế trái } (3 - 1)(3 + 5) - 2.3^2 = 2.8 - 2.9 = 16 - 18 = -2$$

$$\text{Vế phải } 15.3 - 47 = 45 - 47 = -2$$

- Thay vào phương trình (4) ta có $(5.3 - 15)(3^2 + 1) = (15 - 15).10 = 0.10 = 0$

$x = 3$ nghiệm đúng cả bốn phương trình nên là nghiệm chung của bốn phương trình.

b) Với $x = -1$

- Thay vào phương trình (1) ta có $2.(-1) - 6 = -2 - 6 = -8 \neq 0$

- Thay vào phương trình (2) ta có: $(-1)^2 - 2.(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

- Thay vào phương trình (3): $(x - 1)(x + 5) - 2x^2 = 15x - 47$ ta có:

$$\text{Vế trái } (-1 - 1)(-1 + 5) - 2.(-1)^2 = (-2).4 - 2 = -10$$



Vế phải $15 \cdot (-1) - 47 = -15 - 47 = -62$

Vậy $x = -1$ nghiệm đúng phương trình (2) nhưng không nghiệm đúng phương trình (1) và (3) nên là nghiệm của phương trình (2) nhưng không là nghiệm của phương trình (1) và (3).

3. a) $x = -5$ là nghiệm của phương trình $\frac{2}{5}mx = 4x + 2$ khi

$$\frac{2}{5} \cdot m \cdot (-5) = 4 \cdot (-5) + 2 \text{ hay } -2m = -18 \Rightarrow m = (-18) : (-2) \Rightarrow m = 9$$

b) Phương trình $(2x + 1)(9x + 2k) - 5(x + 2) = 40$ nhận $x = 2$ làm nghiệm khi:

$$(2 \cdot 0 + 1)(9 \cdot 0 + 2k) - 5(0 + 2) = 40 \Rightarrow k = 25.$$

Vậy $k = 25$ thì $x = 2$ là nghiệm của phương trình

$$(2x + 1)(9x + 2k) - 5(x + 2) = 40$$

4. a) Phương trình $2x - m + 2 = 0$ không nhận $x = 1$ làm nghiệm khi

$$2 \cdot 1 - m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 4.$$

b) Phương trình $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ không nhận $x = 2$ làm nghiệm khi:

$$2^2 - (2m + 1) \cdot 2 - 3 \neq 0 \Rightarrow m \neq \frac{-1}{4}.$$

5.

a) $2x - 3 = 2(x - 3) \Leftrightarrow 2x - 3 = 2x - 6 \Leftrightarrow 0x = -3$ (vô lí)

Vậy phương trình vô nghiệm

b) Ta có: $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 > 0$. Vậy phương trình vô nghiệm

c) Ta có: $|x - 2| \geq 0$ mà $|x - 2| = -1$. Vậy phương trình vô nghiệm.

6.

a) $4(x - 2) - 3x = x - 8 \Leftrightarrow x - 8 = x - 8 \Leftrightarrow 0x = 0$. Vậy phương trình có vô số nghiệm.

b) $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = (x - 1)^2$. Vậy phương trình có vô số nghiệm.

c) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = (x + 2)^2$. Vậy phương trình có vô số nghiệm.

7. a) $mx + (m - 1)x^2 + 2 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi

$$\begin{cases} m - 1 = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$



b) $(m^2 - 1)x^2 + x - 10 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi

$$m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (m - 1).(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \\ m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

c) $2mx^3 + 3x + 2 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $m = 0$

d) $(m - 3)x + 2,5 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$

e) $5x - mx = 2m + 1 \Leftrightarrow (5 - m)x = 2m + 1$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $5 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$

f) $4x + mx = 3m^2 + 1 \Leftrightarrow (4 + m)x = 3m^2 + 1$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$

8.

a) $3x - 9 = 0 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$

b) $5x + 35 = 0 \Leftrightarrow 5x = -35 \Leftrightarrow x = -35 : 5 \Leftrightarrow x = -7$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-7\}$

c) $9x - 3 = 0 \Leftrightarrow 9x = 3 \Leftrightarrow x = 3 : 9 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

d) $24 - 8x = 0 \Leftrightarrow 8x = 24 \Leftrightarrow x = 24 : 8 \Leftrightarrow x = 3$

e) $-6x + 16 = 0 \Leftrightarrow 6x = 16 \Leftrightarrow x = 16 : 6 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$

f) $-7x + 15 = 0 \Leftrightarrow 7x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{7}$

9. a) $4x + 5 = 1 \Leftrightarrow 4x = 1 - 5 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -4 : 4 \Leftrightarrow x = -1$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1\}$

b) $-5x + 2 = 14 \Leftrightarrow 5x = 2 - 14 \Leftrightarrow 5x = -12 \Leftrightarrow x = \frac{-12}{5}$

c) $6x - 3 = 8x + 9 \Leftrightarrow 8x - 6x = -3 - 9 \Leftrightarrow 2x = -12 \Leftrightarrow x = -12 : 2 \Leftrightarrow x = -6$

d) $7x - 5 = 13 - 5x \Leftrightarrow 7x + 5x = 13 + 5 \Leftrightarrow 12x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{12} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$



$$e) 2 - 3x = 5x + 10 \Leftrightarrow 5x + 3x = 2 - 10 \Leftrightarrow 8x = -8 \Leftrightarrow x = -8 : 8 \Leftrightarrow x = -1$$

$$f) 13 - 7x = 4x - 20 \Leftrightarrow 4x + 7x = 13 + 20 \Leftrightarrow 11x = 33 \Leftrightarrow x = 33 : 11 \Leftrightarrow x = 3$$

10.

$$a) 4x + 9 - m = 0 \Leftrightarrow 4x = m - 9 \Leftrightarrow x = \frac{m - 9}{4}$$

Để phương trình có nghiệm khác 0 thì $\frac{m - 9}{4} \neq 0 \Leftrightarrow m - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 9$

$$b) 2x - 1 + m = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 - m \Leftrightarrow x = \frac{1 - m}{2}$$

Để phương trình có nghiệm khác 0 thì $\frac{1 - m}{2} \neq 0 \Leftrightarrow 1 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

$$c) 3x + 8 - 2m = 0 \Leftrightarrow 3x = 2m - 8 \Leftrightarrow x = \frac{2m - 8}{3}$$

Để phương trình có nghiệm khác 0 thì

$$\frac{2m - 8}{3} \neq 0 \Leftrightarrow 2m - 8 \neq 0 \Leftrightarrow 2m \neq 8 \Leftrightarrow m \neq 4$$

11.

$$a) \text{ Xét phương trình } 4x + 3m = 3 - 2x \quad (1)$$

Vì phương trình (1) nhận $x = -3$ làm nghiệm, nên thay $x = -3$ vào phương trình (1), ta được: $4 \cdot (-3) + 3m = 3 - 2 \cdot (-3) \Leftrightarrow 3m - 12 = 9 \Leftrightarrow 3m = 21 \Leftrightarrow m = 7$

Ngược lại, khi $m = 7$ thì phương trình (1) trở thành:

$$4x + 3 \cdot 7 = 3 - 2x \Leftrightarrow 4x + 21 = 3 - 2x \Leftrightarrow 4x + 2x = 3 - 21 \Leftrightarrow 6x = -18 \Leftrightarrow x = -3$$

Vậy $m = 7$ là giá trị cần tìm.

$$b) \text{ Xét phương trình } 5x - 2m = x - 2 \quad (2)$$

Vì phương trình (2) nhận $x = -1$ làm nghiệm, nên thay $x = -1$ vào phương trình (2), ta được:

$$5 \cdot (-1) - 2m = -1 - 2 \Leftrightarrow -5 - 2m = -3 \Leftrightarrow 5 + 2m = 3 \Leftrightarrow 2m = 3 - 5 \Leftrightarrow 2m = -2 \Leftrightarrow m = -1$$

Ngược lại, khi $m = -1$ thì phương trình (2) trở thành:

$$5x - 2 \cdot (-1) = x - 2 \Leftrightarrow 5x + 2 = x - 2 \Leftrightarrow 5x - x = -2 - 2 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -1$$



Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

c) Xét phương trình $7x + 4 = x - 2m$ (3)

Vì phương trình (3) nhận $x = -6$ làm nghiệm, nên thay $x = -6$ vào phương trình (3), ta được: $7.(-6) + 4 = -6 - 2m \Leftrightarrow -42 + 4 = -6 - 2m$
 $\Leftrightarrow -38 = -6 - 2m \Leftrightarrow 38 = 6 + 2m \Leftrightarrow 2m = 32 \Leftrightarrow m = 16$

Ngược lại, khi $m = 16$ thì phương trình (3) trở thành:

$$7x + 4 = x - 2.16 \Leftrightarrow 7x + 4 = x - 32 \Leftrightarrow 7x - x = -4 - 32 \Leftrightarrow 6x = -36 \Leftrightarrow x = -6$$

Vậy $m = 16$ là giá trị cần tìm.

12. Xét các phương trình: $3x - 3 = 0$ (1) và $6 + kx = 8$ (2)

Giải phương trình (1), ta có: $3x - 3 = 0 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình (1) có nghiệm $x = 1$

Vì $x = 1$ là nghiệm của phương trình (2) nên thay $x = 1$ vào phương trình (2) ta được:

$$6 + k.1 = 8 \Leftrightarrow 6 + k = 8 \Leftrightarrow k = 8 - 6 \Leftrightarrow k = 2$$

Ngược lại, khi $k = 2$ thì phương trình (2) trở thành:

$$6 + 2x = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 - 6 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $k = 2$ là giá trị cần tìm.

13. Ta có: $12,6 - 3x = 0 \Leftrightarrow -3x = -12,6 \Leftrightarrow x = -12,6 : (-3) \Leftrightarrow x = 4,2$ và

$$3x + 2 = 7x - 10 \Leftrightarrow 3x - 7x = -10 - 2 \Leftrightarrow -4x = -12 \Leftrightarrow x = 3$$

Như vậy $x = 4,2$ là nghiệm của phương trình (1); $x = 3$ là nghiệm của phương trình (2). Vậy nghiệm phương trình (3) là $x = -2$.

Do đó $5 - k.(-2) = 8 \Leftrightarrow 2k = 8 - 5 \Leftrightarrow k = 3 : 2 \Leftrightarrow k = 1,5$;

14. a) Với $m = 3$ ta có $0x + 3 = 3$ nghiệm đúng $\forall x$;

b) Với $m = -3$ ta có $0x + 3 = -3 \Leftrightarrow 0x = -6$ vô nghiệm;

c) Với $m = 5$ ta có $32x + 3 = 5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{16}$;



d) Với $m = 0$ ta có $-18x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

15*.

a) Vế trái là tổng của 50 hạng tử, mỗi hạng tử chứa trong dấu () là một tổng 2 số hạng, một số hạng chứa x và hệ số của x lần lượt là thứ tự của các hạng tử, số hạng kia lần lượt là các số lẻ từ 1 đến 99. Số các số lẻ cũng là 50 số.

$$\text{Do đó } (x + 1) + (2x + 3) + (3x + 5) + \dots + (50x + 99) = 5050$$

$$\Leftrightarrow x + 2x + 3x + \dots + 50x + 1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 5050.$$

$$\Leftrightarrow x(1 + 2 + 3 + \dots + 50) + (1 + 3 + 5 + \dots + 99) = 5050$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1 + 50).50}{2}x + \frac{(1 + 99).50}{2} = 5050 \Leftrightarrow 1275x + 2500 = 5050$$

$$\Leftrightarrow 1275x = 5050 - 2500 \Leftrightarrow 1275x = 2550 \Leftrightarrow x = 2.$$

b) Ta có: $(x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + \dots + (x - 2015) = 0$

$$\Leftrightarrow 2015x - (1 + 2 + 3 + \dots + 2015) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2015x - \frac{(1 + 2015).2015}{2} = 0 \Leftrightarrow 2015x - 1008.2015 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2015x = 1008.2015 \Leftrightarrow x = 1008.$$

c) (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{x-1}{99} - 1\right) + \left(\frac{x-2}{98} - 1\right) + \left(\frac{x-3}{97} - 1\right) + \left(\frac{x-4}{96} - 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x-100}{99} + \frac{x-100}{98} + \frac{x-100}{97} + \frac{x-100}{96} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-100) \left(\frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{1}{97} + \frac{1}{96} \right) = 0;$$

Do $\frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{1}{97} + \frac{1}{96} \neq 0$. Nên $x - 100 = 0 \Leftrightarrow x = 100$.

16*. Ta biết dãy số cộng (từ số thứ hai, các số đều bằng số liền trước cộng với cùng một số; số được cộng vào ta gọi là khoảng cách) có cách tính số số hạng là: $[|\text{số cuối} - \text{số đầu}| : \text{khoảng cách}] + 1$



Vế trái của phương trình sẽ có $1 + 4 + 7 + \dots + 61$ là tổng các số hạng của dãy số cộng có khoảng cách (hay công sai) là 3. Do đó số số hạng của tổng sẽ là $(61 - 1) : 3 + 1 = 21$.

Ta có: $(x + 1) + (2x + 4) + (3x + 7) + \dots + (nx + 61) = 420$

$\Leftrightarrow (x + 2x + 3x + \dots + nx) + (1 + 4 + 7 + \dots + 61) = 420$

a) n chính là số số hạng của tổng $1 + 4 + 7 + \dots + 61$; $n = \frac{61 - 1}{3} + 1 = 21$.

b) Phương trình trở thành:

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 21)x + (1 + 4 + 7 + \dots + 61) = 420$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1 + 21) \cdot 21}{2} x + \frac{(1 + 61) \cdot 21}{2} = 420 \Leftrightarrow 231x + 651 = 420$$

$$\Leftrightarrow 231x = -231 \Leftrightarrow x = -1.$$

17*. a) Ta có $9 = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{9 \text{ số } 1}$ và ghép mỗi số 1 với một số hạng còn lại được:

$$\left(\frac{2x + 1}{9} + 1\right) + \left(\frac{x + 2}{8} + 1\right) + \left(\frac{x + 3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{x + 9}{1} + 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x + 10}{9} + \frac{2x + 10}{8} + \frac{2x + 10}{7} + \dots + \frac{2x + 10}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 10) \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2} + 1\right) = 0$$

Do $\frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2} + 1 \neq 0$

Nên $2x + 10 = 0 \Leftrightarrow 2x = -10 \Leftrightarrow x = -5$.

b) Biến đổi thành $\frac{x - 1}{2015} + \frac{x - 2}{2014} + \dots + \frac{x - 2014}{2} + \frac{x - 2015}{1} - 2015 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x - 1}{2015} - 1\right) + \left(\frac{x - 2}{2014} - 1\right) + \dots + \left(\frac{x - 2014}{2} - 1\right) + \left(\frac{x - 2015}{1} - 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 2016}{2015} + \frac{x - 2016}{2015} + \dots + \frac{x - 2016}{2} + \frac{x - 2016}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2016) \left(\frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} + \dots + \frac{1}{2} + 1\right) = 0;$$



Do $\frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} + \dots + \frac{1}{2} + 1 \neq 0$. Nên $x - 2016 = 0 \Leftrightarrow x = 2016$.

18.

$$\begin{aligned} \text{a) } 15 - 8x &= 9 - 5x \\ \Leftrightarrow -8x + 5x &= 9 - 15 \\ \Leftrightarrow -3x &= -6 \\ \Leftrightarrow x &= -6 : (-3) \\ \Leftrightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 5 - (x - 6) &= 4 \cdot (3 - 2x) \\ \Leftrightarrow 5 - x + 6 &= 12 - 8x \\ \Leftrightarrow -x + 8x &= 12 - 5 - 6 \\ \Leftrightarrow 7x &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{10x + 3}{12} &= 1 + \frac{6 + 8x}{9} \\ \Leftrightarrow \frac{(10x + 3) \cdot 3}{36} &= \frac{36}{36} + \frac{(6 + 8x) \cdot 4}{36} \\ \Leftrightarrow (10x + 3) \cdot 3 &= 36 + (6 + 8x) \cdot 4 \\ \Leftrightarrow 30x + 9 &= 36 + 24 + 32x \\ \Leftrightarrow 30x - 32x &= 36 + 24 - 9 \\ \Leftrightarrow -2x &= 51 \Leftrightarrow x = -\frac{51}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x + 4}{5} - x + 4 &= \frac{x}{3} - \frac{x - 2}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{(x + 4) \cdot 6}{30} + \frac{(-x + 4) \cdot 30}{30} &= \frac{10x}{30} - \frac{(x - 2) \cdot 15}{30} \\ \Leftrightarrow (x + 4) \cdot 6 + (-x + 4) \cdot 30 &= 10x - (x - 2) \cdot 15 \\ \Leftrightarrow 6x + 24 - 30x + 120 &= 10x - 15x + 30 \\ \Leftrightarrow 6x - 30x - 10x + 15x &= 30 - 24 - 120 \\ \Leftrightarrow -19x &= -114 \Leftrightarrow x = \frac{-114}{-19} \Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -\frac{5}{9}x + 1 &= \frac{2}{3}x - 10 \\ -\frac{5}{9}x - \frac{2}{3}x &= -10 - 1 \Leftrightarrow -\frac{11}{9}x = -11 \\ \Leftrightarrow x &= -11 : \left(-\frac{11}{9}\right) \Leftrightarrow x = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 3,6 - 0,5 \cdot (2x + 1) &= x - 0,25 \cdot (2 - 4x) \\ \text{⊙} \\ \Leftrightarrow 3,6 - x - 0,5 &= x - 0,5 + x \\ \Leftrightarrow -x - x - x &= -0,5 - 3,6 + 0,5 \\ \Leftrightarrow -3x &= -3,6 \\ \Leftrightarrow x &= -3,6 : (-3) \\ \Leftrightarrow x &= -1,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x}{3} - \frac{2x + 1}{6} &= \frac{x}{6} - x \\ \Leftrightarrow \frac{2x}{6} - \frac{2x + 1}{6} &= \frac{x}{6} - \frac{6x}{6} \\ \Leftrightarrow 2x - (2x + 1) &= x - 6x \\ \Leftrightarrow 2x - 2x - 1 &= -5x \\ \Leftrightarrow -1 &= -5x \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-1}{-5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{2 + x}{5} - 0,25x &= \frac{1 - 2x}{4} + 0,25 \\ \Leftrightarrow \frac{2 + x}{5} - 0,25x &= \frac{1 - 2x}{4} + 0,25 \\ \Leftrightarrow \frac{(2 + x) \cdot 4}{20} - \frac{0,25x \cdot 20}{20} &= \frac{(1 - 2x) \cdot 5}{20} + \frac{0,25 \cdot 20}{20} \\ \Leftrightarrow (2 + x) \cdot 4 - 0,25x \cdot 20 &= (1 - 2x) \cdot 5 + 0,25 \cdot 20 \\ \Leftrightarrow 8 + 4x - 5x &= 5 - 10x + 5 \\ \Leftrightarrow 4x - 5x + 10x &= 5 + 5 - 8 \\ \Leftrightarrow 9x &= 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

20. a) $A = (x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2)$ và $B = (x - 4)^2$



$$(x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 4)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 3x - 12 - 6x + 4 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8$$

b) $A = (x + 2)(x - 2) + 3x^2$ và $B = (2x + 1)^2 + 2x$

$$(x + 2)(x - 2) + 3x^2 = (2x + 1)^2 + 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 3x^2 = 4x^2 + 4x + 1 + 2x$$

$$\Leftrightarrow -4 = 4x + 2x + 1 \Leftrightarrow 6x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{6}$$

c) $A = (x - 1)(x^2 + x + 1) - 2x$ và $B = x(x - 1)(x + 1)$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) - 2x = x(x - 1)(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 1 - 2x = x(x^2 - 1) \Leftrightarrow x^3 - 1 - 2x = x^3 - x \Leftrightarrow -x = 1 \Leftrightarrow x = -1$$

21.

Để $A = B$ ta phải có:

$$\frac{y - 2}{2} - \frac{9 - 5y}{8} - \frac{2 - y}{6} + \frac{3(5y - 9)}{4} = \frac{45 - 25y}{8} + \frac{2 - y}{3} - \frac{5y - 9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y - 2}{2} + \frac{y - 2}{6} + \frac{y - 2}{3} = \frac{5(9 - 5y)}{8} + \frac{9 - 5y}{2} + \frac{9 - 5y}{8} + \frac{3(9 - 5y)}{4}$$

$$\Leftrightarrow (y - 2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right) = (9 - 5y) \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \right)$$

$$\Leftrightarrow (y - 2) \left(\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \right) = (9 - 5y) \left(\frac{5}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} + \frac{6}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow (y - 2) \cdot 1 = (9 - 5y) \cdot 2 \Leftrightarrow y - 2 = 18 - 10y \Leftrightarrow 11y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{20}{11}$$

22. Đáp số: a) $x = 1$; b) $x = -1$; c) $x = 2\frac{1}{3}$; d) $x = -4$

23. a) Ta biến đổi phương trình đã cho thành phương trình

$$\frac{3x - 5}{295} + \frac{3x - 6}{294} = \frac{3x - 294}{6} + \frac{3x - 295}{5}$$



$$\Leftrightarrow (3x - 300) \left(\frac{1}{295} + \frac{1}{294} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = 0. \text{ Tìm được } x = 100.$$

b) Biến đổi thành: $\frac{74+x}{126} + \frac{75+x}{125} + \frac{76+x}{124} + \frac{77+x}{123} + \frac{78+x}{122} + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{74+x}{126} + 1 \right) + \left(\frac{75+x}{125} + 1 \right) + \left(\frac{76+x}{124} + 1 \right) + \left(\frac{77+x}{123} \right) + \left(\frac{78+x}{122} + 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (200+x) \left(\frac{1}{126} + \frac{1}{125} + \frac{1}{124} + \frac{1}{123} + \frac{1}{122} \right) = 0. \text{ Tìm được } x = -200.$$

c) Biến đổi phương trình thành: $\frac{x-50}{50} + \frac{x-51}{49} + \frac{x-52}{48} + \frac{x-175}{25} = 0$

Ở vế trái của phương trình, nếu ta thêm (-1) vào mỗi phân thức trong ba phân thức đầu và thêm $(+3)$ vào phân thức thứ tư rồi quy đồng mẫu từng cặp ta làm xuất hiện 4 phân thức đều có tử là $x-100$. Việc thêm vào không làm thay đổi giá trị của vế trái vì $-1-1-1+3=0$.

$$\text{Ta có } \left(\frac{x-50}{50} - 1 \right) + \left(\frac{x-51}{49} - 1 \right) + \left(\frac{x-52}{48} - 1 \right) + \left(\frac{x-175}{25} + 3 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-100) \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \frac{1}{48} + \frac{1}{25} \right) = 0. \text{ Tìm được } x = 100.$$

d) Biến đổi thành: $\frac{4x-350}{15} + \frac{4x-100}{25} + \frac{4x-95}{35} + \frac{4x-110}{45} + \frac{4x-145}{55} = 0$

Ở vế trái của phương trình, phân thức thứ nhất nếu ta thêm 10, phân tử thứ hai thêm -4 ; phân thức thứ ba thêm -3 ; phân thức thứ tư thêm -2 ; phân thức thứ năm thêm -1 thì giá trị vế trái không đổi vì $10-4-3-2-1=0$; ta quy đồng mẫu từng cặp làm xuất hiện 4 phân thức đều có tử là $4x-200$. Từ đó, ta có:

$$\left(\frac{4x-350}{15} + 10 \right) + \left(\frac{4x-100}{25} - 4 \right) + \left(\frac{4x-95}{35} - 3 \right) + \left(\frac{4x-110}{45} - 2 \right) + \left(\frac{4x-145}{55} - 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-200) \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{25} + \frac{1}{35} + \frac{1}{45} + \frac{1}{55} \right) = 0. \text{ Tìm được } x = 50.$$



Bài 26: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

1. Gọi x là số lớn ($x \in \mathbb{R}$)

Số bé là $x - 12$

Chia số lớn cho 5 được thương là $\frac{x}{5}$

Chia số bé cho 7 được thương là $\frac{x - 12}{7}$

Theo bài ra, ta có: $\frac{x}{5} - \frac{x - 12}{7} = 4 \Leftrightarrow 7x - 5(x - 12) = 140 \Leftrightarrow x = 40$ (thoả mãn)

Vậy số lớn là 40 và số nhỏ là 28.

2.

Gọi x là số bị chia ($x \in \mathbb{R}$)

Số chia là $\frac{x}{3}$

Tăng số bị chia 10 đơn vị là $x + 10$

Giảm số chia đi một nửa là $\frac{x}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x}{6}$

Theo bài ra, ta có: $x + 10 - \frac{x}{6} = 30 \Leftrightarrow x = 24$ (thoả mãn)

Vậy hai số ban đầu là 24 và 8.

3.

Gọi x (quả) là số quả trứng lúc đầu của rổ 1 ($x \in \mathbb{N}; x > 5$)

Số quả trứng lúc đầu của rổ 2 là $80 - x$

Chuyển 5 quả trứng từ rổ 1 sang rổ 2 thì số trứng trong rổ 1 là $x - 5$ và số trứng trong rổ 2 là $80 - x + 5$

Theo bài ra, ta có: $x - 5 = \frac{3}{5}(80 - x + 5) \Leftrightarrow x = 35$ (thoả mãn)

Vậy lúc đầu số trứng trong rổ 1 là 35 quả và số trứng trong rổ 2 là $80 - 35 = 45$ (quả).

4. Gọi x (cuốn) là số sách của thư viện 1 ($x \in \mathbb{N}; x > 3000$).

Số sách của thư viện 2 là $15000 - x$

Chuyển từ thư viện 1 sang thư viện 2 3000 cuốn thì số sách ở thư viện 1 là $x - 3000$ và số sách ở thư viện 2 là $15000 - x + 3000$.

Theo bài ra, ta có: $x - 3000 = 15000 - x + 3000 \Leftrightarrow x = 10500$ (thoả mãn)

Vậy số sách ban đầu thư viện 1 có là 10500 cuốn và thư viện 2 có $15000 - 10500 = 4500$ cuốn

5.

Gọi x (lít) là số lít dầu lấy ra ở thùng 1 ($x > 0$)



Số lít dầu lấy ra ở thùng 2 là $3x$

Số dầu còn lại trong thùng 1 là $40 - x$

Số dầu còn lại trong thùng 2 là $85 - 3x$

Theo bài ra, ta có: $40 - x = 2(85 - 3x) \Leftrightarrow x = 26$ (thoả mãn)

Vậy lấy ra ở thùng 1 26 lít và thùng 2 là $26 \cdot 3 = 78$ lít.

6.

Gọi x (HS) là số học sinh nam và nữ của khối 8 đầu kì 1 ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số học sinh nữ trong học kì 1 là $x + 15$

Số học sinh nam trong học kì 1 là $x + 5$

Theo bài ra, ta có: $x + 15 = 15\%(x + 15 + x + 5) \Leftrightarrow x = 240$ (thoả mãn)

Vậy số học sinh nữ cuối kì 1 là $240 + 15 = 255$ (HS) và số học nam là $240 + 5 = 245$ (HS).

7. Gọi $x(m)$ là chiều dài khu vườn ($x > 11$)

Chiều rộng khu vườn là $x - 11$

Theo bài ra, ta có: $2[x + (x - 11)] = 82 \Leftrightarrow x = 26$ (thoả mãn)

Vậy chiều dài khu vườn là $26(m)$ và chiều rộng khu vườn là $26 - 11 = 15(m)$.

8.

Gọi $x(m)$ là chiều dài khu vườn ($x > 20$)

Chiều rộng khu vườn là $x - 20$

Theo bài ra, ta có: $2[x + (x - 20)] = 60 \Leftrightarrow x = 25$ (thoả mãn)

Vậy diện tích khu vườn là $x(x - 20) = 25 \cdot (25 - 20) = 125(m^2)$.

9.

Nửa chu vi thửa ruộng HCN là: $250 : 2 = 125$ (m)

Gọi $x(m)$ là chiều dài thửa ruộng ($x > 0$)

Chiều rộng thửa ruộng là $125 - x$

Giảm chiều dài đi 3 lần là $\frac{x}{3}$

Tăng chiều rộng 2 lần là $2(125 - x)$

Theo bài ra, ta có phương trình: $\frac{x}{3} + 2(125 - x) = 125 \Leftrightarrow x = 75$ (thoả mãn)

Vậy diện tích thửa ruộng là $x(125 - x) = 75 \cdot (125 - 75) = 3750(m^2)$.

10.

Gọi $x(m)$ là chiều dài của khu đất ($x > 0$)

Chiều rộng khu đất là $x - 10$

Chiều dài tăng thêm $6m$ là $x + 6$

Chiều rộng giảm đi $3m$ là $x - 10 - 3$



Diện tích ban đầu của khu đất là: $x(x - 10)$

Theo đề bài ta có:

$$(x + 6)(x - 10 - 3) - x(x - 10) = 12 \Leftrightarrow x = 30 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy diện tích ban đầu của khu đất là $x(x - 10) = 30 \cdot (30 - 10) = 600 (m^2)$.

11. Gọi $x(m)$ là chiều dài của khu vườn ($x > 0$)

Thì chiều rộng của khu vườn sẽ là $\frac{x}{3}$

Chiều dài tăng thêm $5m$ là: $x + 5$

Chiều rộng tăng thêm $5m$ là $\frac{x}{3} + 5$

Theo đề bài ta có: $(x + 5)\left(\frac{x}{3} + 5\right) - x \cdot \frac{x}{3} = 385 \Leftrightarrow x = 54 \text{ (thoả mãn)}$

Vậy diện tích ban đầu của khu vườn là: $x \cdot \frac{x}{3} = 54 \cdot \frac{54}{3} = 972 (m^2)$.

12.

Gọi 3 cạnh của tam giác vuông lần lượt là $(x - 1), x, (x + 1)$ với $x > 1$.

Theo định lý pi-ta-go trong tam giác vuông, ta có:

$$(x - 1)^2 + x^2 = (x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại) hoặc } x = 4 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là 3; 4; 5.

13. Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h) ($x > 2$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là $x + 2$ (km/h)

Vận tốc ca nô ngược dòng là $x - 2$ (km/h)

Quãng đường ca nô xuôi dòng là $5(x + 2)$ (km)

Quãng đường ngược dòng của ca nô là $6(x - 2)$ (km)

Quãng đường xuôi dòng và ngược dòng của ca nô là bằng nhau, ta có phương trình

$$5(x + 2) = 6(x - 2) \Leftrightarrow x = 22 \text{ (thoả mãn)}$$



Vận khoảng cách AB là $5 \cdot (22 + 2) = 120$ (km)

14. Gọi vận tốc của ô tô thứ hai là x ($x > 5$) (km/h)

Vận tốc của ô tô thứ nhất là $\frac{3}{4}x$ (km/h)

Vận tốc của ô tô thứ nhất sau khi tăng vận tốc 5km/h là $\frac{3}{4}x + 5$ (km/h)

Quãng đường ô tô thứ nhất đi được sau 5 giờ là $\left(\frac{3}{4}x + 5\right) \cdot 5$ (km)

Vận tốc của ô tô thứ hai sau khi giảm vận tốc 5 km/h là $x - 5$ (km/h)

Quãng đường ô tô thứ hai đi được sau 5 giờ là $5 \cdot (x - 5)$ (km)

Quãng đường ô tô thứ nhất đi được ngắn hơn quãng đường ô tô II đi được sau 5 giờ, ta có phương trình:

$$5(x - 5) - 5\left(\frac{3}{4}x - 5\right) = 25$$

$$\Leftrightarrow (x - 5) - \left(\frac{3x}{4} - 5\right) = 5 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = 5 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (thoả mãn)}$$

Vận vận tốc của ô tô thứ hai là 20km/h, vận tốc của ô tô thứ nhất là 15km/h.

15. Gọi quãng đường AB là x ($x > 0$) (km)

Quãng đường ô tô thứ nhất đi được là $\frac{2}{5}x$ (km)

Quãng đường ô tô thứ hai đi được là $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$ (km)

Thời gian ô tô thứ nhất đi được là $\frac{2}{5}x : 40 = \frac{x}{100}$ (giờ)

Thời gian ô tô thứ hai đi được là $\frac{3}{5}x : 65 = \frac{3}{325}x$ (giờ)

Ô tô thứ hai đi sau ô tô thứ nhất là 1 giờ, ta có phương trình:

$$\frac{x}{100} - \frac{3x}{325} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1300} = 1 \Leftrightarrow x = 1300 \text{ (thoả mãn)}$$

Vận quãng đường AB dài 1300 km.

16. Gọi x là khoảng thời gian tính từ lúc cả 2 khởi hành cho tới khi người I cách B 1 quãng đường gấp đôi khoảng cách từ người II đến B.

Khi đó người I đã đi được quãng đường là $12x$ (km), người II đã đi được quãng đường là $15x$ (km)



Vì người I cách B một quãng đường gấp đôi khoảng cách từ người II đến B nên ta có phương trình

$$60 - 12x = 2(60 - 15x) \Rightarrow 60 - 12x = 120 - 30x \Leftrightarrow 18x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3} \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy $x = \frac{10}{3}$ (giờ) = 3 giờ 20 phút.

Sau lúc khởi hành 3 giờ 20 phút thì người I cách B một quãng đường gấp đôi khoảng cách từ người II đến B.

17.

Gọi x là số ngày khai thác than, ($x > 0$)

Theo dự kiến số tấn than được khai thác là $50x$ (tấn)

Trên thực tế số tấn than được khai thác là $57x$. (tấn)

Vì đội hoàn thành kế hoạch trước một ngày và vượt mức 13 tấn than so với kế hoạch nên ta có:

$$50x = 57(x - 1) - 13 \Leftrightarrow 7x = 70 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy theo kế hoạch đội phải khai thác $50 \cdot 10 = 500$ tấn than

18.

Gọi diện tích ruộng đội phải cày theo kế hoạch là x (ha) ($x > 0$)

Thời gian đội cày xong theo kế hoạch là $\frac{x}{40}$ (giờ)

Diện tích ruộng đội đã cày trên thực tế là $x + 4$ (ha)

Thời gian đội cày xong trên thực tế là $\frac{x + 4}{52}$ (giờ)

Thực tế đội đã cày xong trước 2 ngày, ta có phương trình:

$$\frac{x + 4}{52} + 2 = \frac{x}{40}$$

$$\Leftrightarrow 40(x + 4) + 4160 = 52x \Leftrightarrow 12x = 4320 \Leftrightarrow x = 360 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy diện tích ruộng đội phải cày theo kế hoạch là 360 ha.

19. Gọi số dụng cụ mà tổ sản xuất đó phải làm theo kế hoạch là x (dụng cụ) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Theo dự định, mỗi ngày tổ đó sản xuất được $\frac{x}{30}$ (dụng cụ).

Thực tế, số sản phẩm tổ đó sản xuất được là $x + 20$ (dụng cụ).

Thời gian thực tế tổ hoàn thành công việc là $30 - 7 = 23$ (ngày).

Mỗi ngày tổ vượt năng suất 10 dụng cụ, ta có phương trình:



$$\frac{x}{30} + 10 = \frac{x + 20}{23}$$

$$\Leftrightarrow 23x + 6900 = 30(x + 20)$$

$$\Leftrightarrow 7x = 6300 \Leftrightarrow x = 900 \text{ ((thoả mãn))}$$

Vậy số dụng cụ mà tổ sản xuất đó phải làm theo kế hoạch là 900 dụng cụ.



Bài 27: KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

1.

- a) Ta thấy với mỗi giá trị của x có tương ứng duy nhất một giá trị của đại lượng y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
- b) Ta thấy với $x = 2$ có tương ứng hai giá trị của y là -3 và 1 nên đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x .

2.

- a) Ta thấy với mỗi giá trị của x có tương ứng duy nhất một giá trị của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
- b) Ta thấy với $x = 4$ có tương ứng hai giá trị của y là 3 và 6 nên đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x .

3. a) Ta có $f(9) = \frac{18}{9} = 2$; $f(-3) = \frac{18}{-3} = -6$ và $f(a) = \frac{18}{a}$ với $a \neq 0$.

b)

x	-6	-3	-1	1	3	5	8
y	-3	-6	-18	18	6	3,6	2,25

4. a) Ta có $f(5) = \frac{-12}{5} = -2,4$; $f(-4) = \frac{-12}{-4} = 3$; $f(a) = \frac{-12}{a}$ với $a \neq 0$.

b)

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
y	2	3	4	-6	-2,4	-2	-1

5. $f(1) = 3 \cdot 1^2 - 1 = 2$.

$f(0) = 3 \cdot 0^2 - 1 = -1$.

$f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 1 = 11$.

$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 1 = 11$.

6.

a) Ta có $f(-3) = 4 - 3 \cdot (-3) = 13$; $f(4) = 3 \cdot 4 + 4 = 16$.



$$f(0) = 4 - 3 \cdot 0 = 4; f(4) = 4 - 3 \cdot 4 = -8.$$

b) Với $y = 1$ ta được $1 = 4 - 3x$, suy ra $x = 1$.

Với $y = -2$ ta được $-2 = 4 - 3x$, suy ra $x = 2$.

Với $y = 7$ ta được $7 = 4 - 3x$, suy ra $x = -1$.

7.

x	-0,6	-1,2	0	3,6	6	12
y	-0,5	-1	0	3	5	10

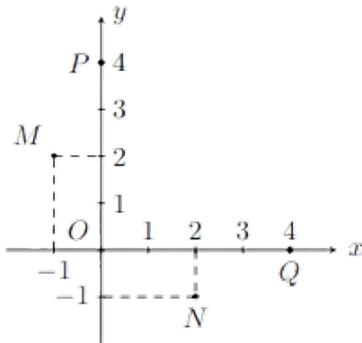
8.

x	-0,5	$-\frac{8}{3}$	3	4,4	$\frac{16}{3}$	8
y	$-\frac{3}{8}$	-2	$\frac{9}{4}$	$\frac{33}{10}$	4	6

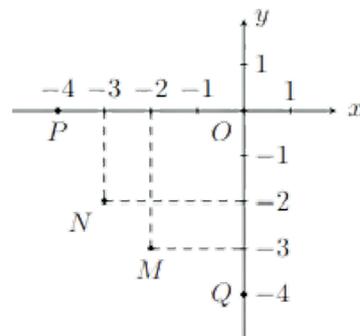
9. a) Vì $-3 < 0$ và $y = -3x$ nhận giá trị dương nên $x < 0$.

b) Vì $-3 < 0$ và $y = -3x$ nhận giá trị âm nên $x > 0$.

10.



Hình bài 10



Hình bài 11

a) Tọa độ các điểm trong hình vẽ là $M(-1;2)$, $N(2;-1)$, $P(0;4)$, $Q(4;0)$.

b) Các cặp điểm M và N , P và Q có hoành độ của điểm này là tung độ của điểm kia và ngược lại.

11. a) Tọa độ các điểm trong hình vẽ là $M(-2;-3)$, $N(3;-2)$, $P(-4;0)$, $Q(0;-4)$.



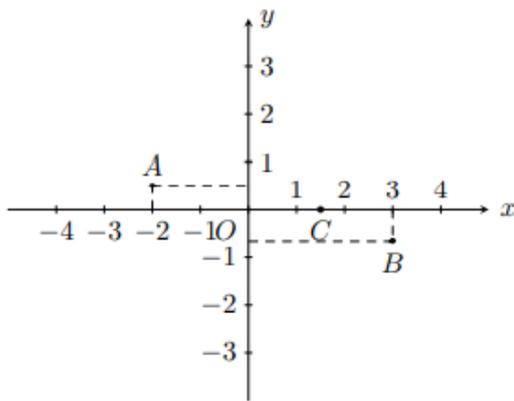
b) Các cặp điểm M và N , P và Q có hoành độ của điểm này là tung độ của điểm kia và ngược lại.

12.

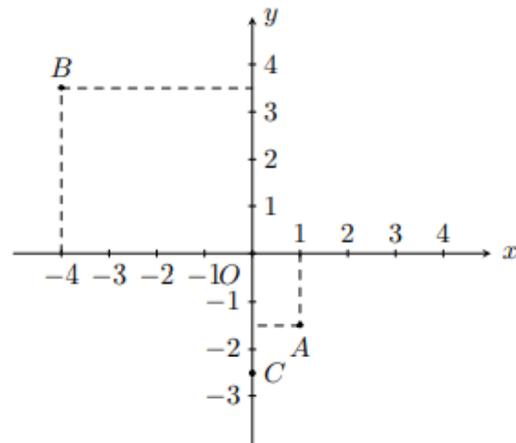
Tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ là $A(-4;-1)$, $B(-1;-1)$, $C(-1;-3)$ và $D(-4;-3)$.

Tọa độ các đỉnh của tam giác PQR là $P(2;5;2)$, $Q(2;0)$ và $R(4;0)$.

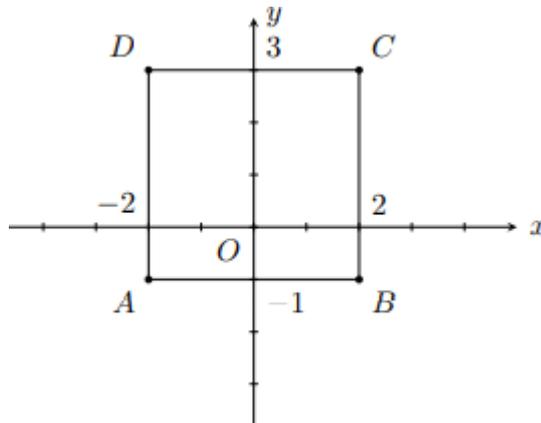
13.



14.



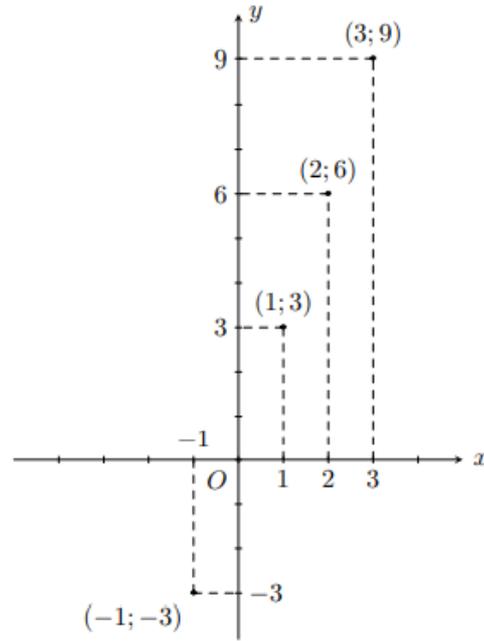
15.



Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

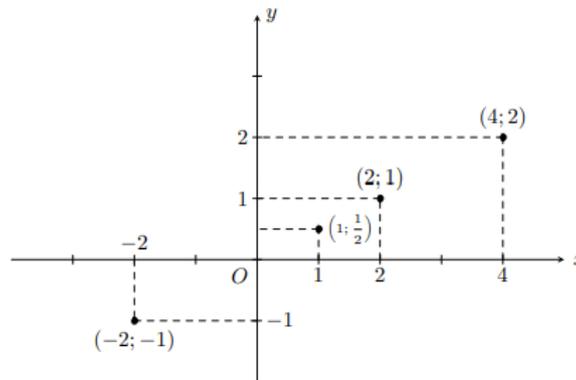
16. a) Các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ của hàm số trên là $(-1; -3)$, $(0; 0)$, $(1; 3)$, $(2; 6)$, $(3; 9)$.

b)



17. a) Các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ của hàm số trên là $(-2; -1)$, $(0; 0)$, $(1; \frac{1}{2})$, $(2; 1)$, $(4; 2)$.

b)



18. HS tự vẽ

a) Điểm A nằm trên đường phân giác $y = x$ của các góc phần tư thứ I, III và có hoành độ là 3. Điểm A có tung độ bằng 3.

b) Tung độ và hoành độ của điểm M nằm trên đường phân giác đó bằng nhau.

19. HS tự vẽ

a) Điểm A nằm trên đường phân giác $y = -x$ của các góc phần tư thứ II, IV và có hoành độ là 3. Điểm A có tung độ bằng -3 .



b) Tung độ và hoành độ của điểm M nằm trên đường phân giác đó đối nhau.

20.

a) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = 480 - 20.x$

y là hàm số của x . Vì với mỗi giá trị của x chỉ xác định đúng một giá trị của y .

b) Số gạo còn lại sau khi bán một tuần là :

$$480 - 20.7 = 480 - 140 = 340 \text{ (tấn).}$$

c) Ta có :

$$340 = 480 - 20.x$$

$$20x = 480 - 340 = 140$$

$$x = 140 : 20 = 7 \text{ ngày}$$

Vậy sau số ngày thì cửa hàng đó bán hết gạo là : 7 ngày (1 tuần).

21. a) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = 50000000 - 400000.x$

y là hàm số của x . Vì với mỗi giá trị của x chỉ xác định đúng một giá trị của y .

b) Ta có :

$$50000000 - 400000.x = 20000000$$

$$400000.x = 50000000 - 20000000$$

$$400000.x = 30000000$$

$$x = 30000000 : 400000 = 75$$

Vậy nhà máy A phải bán được 75 cái áo để có số tiền lời trên 20000000 đồng

22.

a) Công thức biểu diễn y theo x là : $y = 45000.x$.

y là hàm số của x . Vì với mỗi giá trị của x chỉ xác định đúng một giá trị của y .

b) Bình tính sai trường hợp mua 7 kg táo. Sửa lại :

Số tiền là 315000 đồng (Vì $45000.7 = 315000$ đồng).



Bài 28: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. $y = 1 - 3x$ và $y = (\sqrt{3} - 1)^2 x + 1$ là các hàm số bậc nhất

2. $y = 3 - 0,5x$ và $y = -1,5x$; $y = (\sqrt{2} - 1)x + 1$; $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2})$; $y + \sqrt{2} = x - \sqrt{3}$ là các hàm số bậc nhất

3. $y = 10x + 8$ và $y = \frac{x}{3} + 2$; $y = \frac{17x - 25}{10}$ là các hàm số bậc nhất.

4.

x	-5	-0,4	0	2,5	12,5	10
y	-2	-0,16	0	1	5	4

5.

a) Ta có

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) - 3 = -5, f(3) = 2 \cdot 3 - 3 = 3, f(-3) = 2 \cdot (-3) - 3 = -9.$$

b) Ta có

$$\text{Với } y = 6 \Rightarrow 2x - 3 = 6 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Với } y = -4 \Rightarrow 2x - 3 = -4 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Với } y = -3 \Rightarrow 2x - 3 = -3 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

6. a) $y = mx - x + 3 \Leftrightarrow y = (m - 1)x + 3.$

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1.$

b) $y = (m^2 - 1)x - 2014.$

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1.$

7. Đồ thị hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$ đi qua điểm $A(3; -1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ 2 = (m - 1)1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0.$$

8. a) Hàm số $y = (a - 1)x + a \Leftrightarrow y + x - (x + 1)a = 0$ (*).



Phương trình (*) luôn đúng khi và chỉ khi $\begin{cases} y + x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1;1)$ với mọi giá trị của a .

b) Đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ khi và chỉ khi: $0 = (a - 1) \cdot 0 + a \Leftrightarrow a = 0$.

Vậy $a = 0$ thì đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

9. Điều kiện để là hàm số bậc nhất là $\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Rightarrow m = 1$.

Vậy $m = 1$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất có dạng $y = 2x - 1$.

10. a) Thay tọa độ điểm $A(0;3)$ vào công thức hàm số (d) ta có: $3 = 2 \cdot 0 + 3$ nên $A \in (d)$.

b) Thay tọa độ điểm $B\left(-\frac{3}{2};0\right)$ vào công thức hàm số (d) ta có: $0 = 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3$ nên $B \in (d)$.

c) Thay tọa độ điểm $C(1;2)$ vào công thức hàm số (d) ta có: $2 \neq 2 \cdot 1 + 3$ nên $C \notin (d)$.

d) Thay tọa độ điểm $D(-1;1)$ vào công thức hàm số (d) ta có: $1 = 2 \cdot (-1) + 3$ nên $D \in (d)$.

11. a) Ta có

Với $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$. Vậy A thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$. Vậy B thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Với $x = 5 \Rightarrow y = 2 \cdot 5 - 1 = 9 \neq 6$. Vậy C không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Với $x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) - 1 = 5 \neq -1$. Vậy D không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

b) Ta có

Với $x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) - 1 = -5 \neq 0$. Vậy K không thuộc đồ thị hàm số đã cho.



Với $x = -3 \Rightarrow y = 2 \cdot (-3) - 1 = -7 \neq 2$. Vậy M không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Với $x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$. Vậy N thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Với $x = -1 \Rightarrow y = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$. Vậy P thuộc đồ thị hàm số đã cho.

12. a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 thì:

$$2 = (m - 1) \cdot 0 + 2m \Leftrightarrow m = 1. \text{ Đường thẳng cần tìm là } y = 2.$$

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 thì:

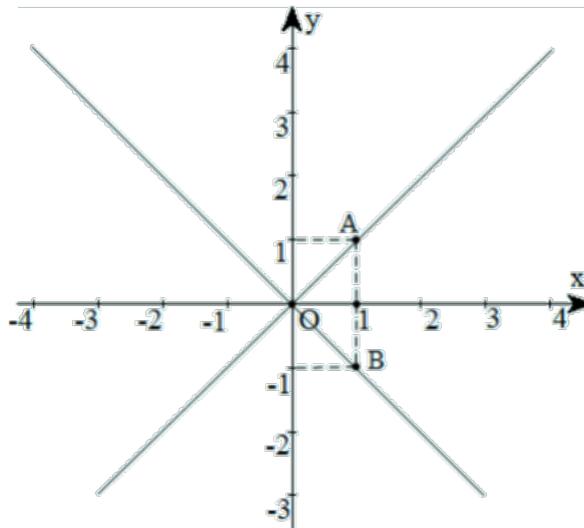
$$0 = (m - 1)(-3) + 2m \Leftrightarrow m = 3. \text{ Đường thẳng cần tìm là } y = 2x + 6.$$

13.

Vẽ hệ trục tọa độ Oxy

a) Với $x = 1$ ta được $y = 1$, điểm $A(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x$. Vậy đường thẳng OA là đồ thị hàm số $y = x$.

b) Với $x = 1$ ta được $y = -1$, điểm $B(1;-1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = -x$. Vậy đường thẳng OB là đồ thị hàm số $y = -x$.

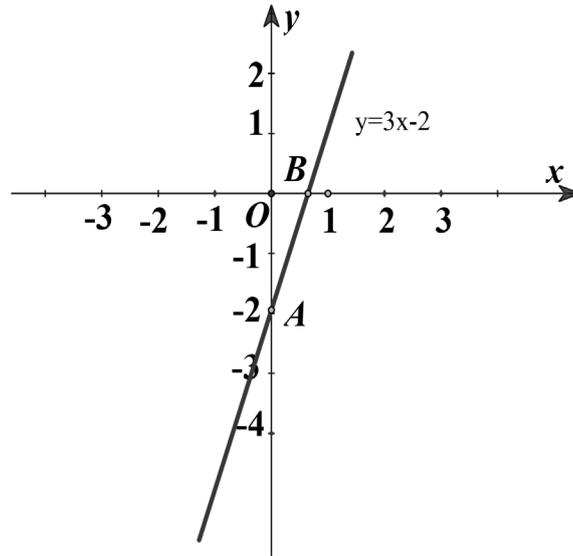


14. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = 3x - 2$

Với $x = 0$ ta được $y = -2$, điểm $A(0;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 2$;

Với $y = 0$ ta được $x = \frac{2}{3}$, điểm $B\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 2$. Vậy

đường thẳng AB là đồ thị hàm số $y = 3x - 2$.



15. Vẽ đồ thị của các hàm số

a) $y = 2x - 5$

b) $y = -3x + 6$.

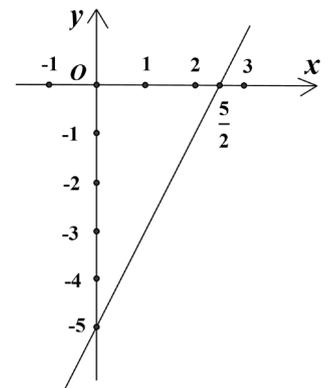
a) Cho $x = 0$, được $y = -5$, ta có $A(0 ; -5)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = 2x - 5$.

Cho $y = 0$, được $x = \frac{5}{2}$, ta có $B\left(\frac{5}{2} ; 0\right)$ là điểm

nằm trên đường thẳng $y = 2x - 5$.

Vẽ đường thẳng qua hai điểm

$A(0 ; -5), B\left(\frac{5}{2} ; 0\right)$ được đồ thị của hàm số như hình vẽ bên.

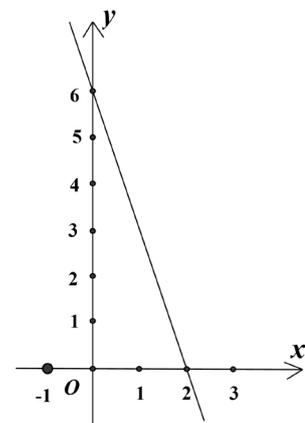


b) Cho $x = 0$, được $y = 6$, ta có $A(0 ; 6)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = -3x + 6$

Cho $y = 0$, được $x = 2$, ta có $B(2 ; 0)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = -3x + 6$.

Vẽ đường thẳng qua hai điểm

$A(0 ; 6), B(2 ; 0)$ được đồ thị như hình vẽ bên.

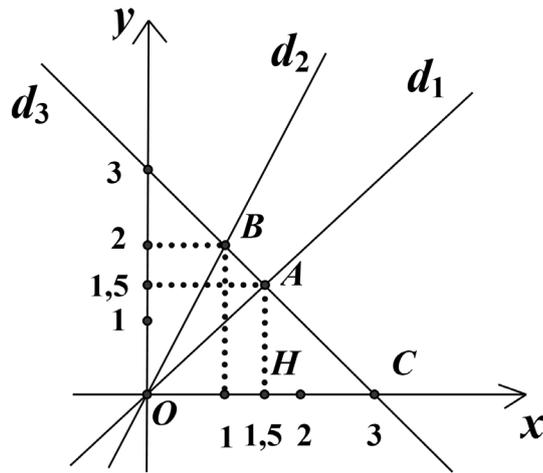




16. Cho các đồ thị hàm số sau:

$$(d_1): y = x; \quad (d_2): y = 2x; \quad (d_3): y = -x + 3$$

Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy đồ thị trên.





Bài 29: HÀM SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $M(2;6)$ nên ta có

$$6 = 2.a + 3 \Leftrightarrow 2.a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

2. Vì đồ thị đi qua hai điểm $A(0;1)$, $B(2;5)$ nên ta có $1 = 0.a + b$ và $5 = 2a + b$.

Từ đó $b = 1$ và $a = 2$

Vậy hệ số góc $a = 2$.

3. Đường thẳng (d') có phương trình $2x - y - 1 = 0$ hay $y = 2x - 1$. Hệ số góc của d' là $k' = 2$.

$$\text{Ta có } d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 2 \\ 3 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Vậy đường thẳng d có hệ số góc là $k = 2$.

4. Gọi $N(x_N; y_N)$ là giao điểm. Theo đề ra ta có $x_N = 2 \Rightarrow y_N = 3$. Vậy $N(2;3)$.

Đồ thị hàm số (1) đi qua $N(2;3)$ nên ta có $3 = a.2 - 3 \Leftrightarrow a = 3$.

5. Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng d cần tìm.

Vì đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O nên $b = 0$ vậy đường thẳng là $y = ax$ đi qua và điểm $M(1;2)$ nên ta có $2 = a.1$.

Vậy hệ số góc của đường thẳng đã cho là $a = 2$.

6. Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng d cần tìm.

Vì đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$ nên ta có $a + b = 2$ và

$$3a + b = 4$$

Từ $b = 2 - a$ ta có $3a + 2 - a = 4 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1, b = 1$

Đường thẳng $d: y = x + 1$ nên có hệ số góc $a = 1$.

7. a) Đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn khi $1 - 4m > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{4}$

b) Đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù khi $1 - 4m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{4}$

8. a) Ta có $d // d'$ vì $a = a'; b \neq b'$

b) Ta có d cắt d' vì $a \neq a'$

c) Ta có d cắt d' vì $a \neq a'$



d) Ta có $d \equiv d'$ vì $a = a'; b = b'$

9.

$$\text{a) } d // d_1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 = 2 \\ m - 1 \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

$$\text{b) } d \equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

c) Thay $x = -1$ vào d_3 ta được $y = -5$

Thay $x = -1; y = -5$ vào d ta được: $m = -2$ hoặc $m = 3$ (thỏa mãn)

10. Đường thẳng $x - 2y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (d')

$$\text{Để } (d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = \frac{1}{2} \\ m \neq \frac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

11. a) Đường thẳng $3x + 2y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{-3}{2}x + \frac{1}{2}$ (d_2)

$$\text{Để } d // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = \frac{-3}{2} \\ n \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{1}{2}; n \neq \frac{1}{2}$ thì $d // d_2$

b) Đường thẳng $y - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 3$ (d_3)

$$\text{Để } (d) \equiv (d_3) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 2 \\ n = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = -3 \end{cases}$$

Vậy $m = 4; n = -3$ thì $(d) \equiv (d_3)$

12. a) Đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1; 4)$ nên $4 = m + 1$. Vậy $m = 3$

b) đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = m^2x + m + 1$

Ta có $m = m^2$ và $1 \neq m + 1$ tìm được $m = 1$



13. Giả sử đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $(2; -3)$ nên ta có $2a + b = -3$ (1).

a) Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 5x + 1$ nên ta có $a = 5$, thay vào (1) suy ra $b = -13$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = 5x - 13$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Vì đường thẳng $y = ax + b$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 5 nên hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $5 = 2x - 1 \Rightarrow x = 3$. Tọa độ giao điểm là $A(3; 5)$. Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(3; 5)$ nên ta có phương trình

$$3a + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 3a, \text{ thay vào (1) suy ra } a = 8 \Rightarrow b = 5 - 3.8 = -19.$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = 5x - 13$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

14. Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên phương trình có dạng $y = 2x + b$ (1).

Mặt khác hoành độ giao điểm của nó với đường thẳng $y = 3x + 2$ là $x = 1$ nên tung độ giao điểm là $y = 3.1 + 2 = 5$, hay đường thẳng $y = 2x + b$ đi qua điểm $A(1; 5)$ nên từ (1) ta có

$$5 = 2.1 + b \Rightarrow b = 3.$$

Vậy đồ thị hàm số cần tìm là đường thẳng có phương trình $y = 2x + 3$.

15. a) Hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi thỏa mãn các điều kiện sau

$$\begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ 2m - 1 \neq 0 \\ m + 1 \neq 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}.$$

Vậy với $m \neq -1$, $m \neq \frac{1}{2}$ và $m \neq 2$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

b) Hai đường thẳng song song khi thỏa mãn các điều kiện sau

$$\begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ 2m - 1 \neq 0 \\ m + 1 = 2m - 1 \\ -(2m + 1) \neq 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m = 2 \\ m \neq -\frac{1}{5} \end{cases}.$$



Vì giá trị $m = 2$ đều khác các giá trị $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{5}$ nên $m = 2$ là giá trị cần tìm.

c) Hai đường thẳng trùng nhau khi

$$\begin{cases} m + 1 = 2m - 1 \\ -(2m + 1) = 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{1}{5} \end{cases} \text{ (vô lí).}$$

Vậy không có giá trị nào của m để hai đường thẳng trùng nhau. Nói cách khác hai đường thẳng trên không bao giờ trùng nhau.

16. Ta thấy hai đường thẳng $(d_1); (d_2)$ luôn cắt nhau.

Đường thẳng (d_1) cắt trục hoành tại điểm $A(2;0)$;

Đường thẳng (d_2) cắt trục hoành tại điểm $B\left(\frac{k-3}{2};0\right)$;

Để hai đường thẳng $(d_1); (d_2)$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì $\frac{k-3}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 7$.

17. Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên (d) có dạng $y = 2x + b$ ($b \in \mathbb{R}$)

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4 nên (d) đi qua điểm $A(0;4)$ hay

$$4 = 3 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 4.$$

Vậy phương trình đường thẳng (d) là $y = 3x + 4$.

18. Để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì

$$\begin{cases} y = m \\ y = -2m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2m + 3 \Leftrightarrow m = 1.$$

19. Để $(d), (d')$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì

$$\begin{cases} y = 16 \\ y = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Khi $m = 4$ thì $d \equiv d'$ (loại).

Vậy $m = -4$.



Bài 30: KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

1. Kí hiệu X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 là quả bóng màu xanh được đánh số 1 đến số 6, và D_6, D_7, D_8, D_9 là quả bóng màu đỏ được đánh số 6 đến số 9.

Các kết quả có thể của hành động này là: $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, D_6, D_7, D_8, D_9$

Có tất cả 9 kết quả có thể xảy ra.

2. Kí hiệu 4 bạn Nam lớp 8A là: A_1, A_2, A_3, A_4

5 bạn nữ lớp 8B là: B_1, B_2, B_3, B_4, B_5

3 bạn nam lớp 8C là: C_1, C_2, C_3

2 bạn nữ lớp 8D là: D_1, D_2

a) Các kết quả có thể xảy ra là: $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3$.

Có tất cả 14 kết quả.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: A_1, A_2, A_3, A_4

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, D_1, D_2$

3. a) Các kết quả có thể của hành động trên là: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 4; 6; 8; 10

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 6; 7; 8; 9; 10

4. a) Các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên là lấy được quả bóng đánh các số 0; 2; 4; 6; 8.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: Quả bóng đánh các số 0; 2; 4; 6; 8

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: không có.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: Quả bóng đánh số 2

5. a) Các số tự nhiên có hai chữ số là 10; 11; 12; ;99.

Vậy có $(99 - 10) : 1 + 1 = 90$ kết quả cho hành động trên.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố M là: 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90

6.

a) Vì con xúc xắc có 6 mặt ứng với 6 chấm.

Với mặt 1 chấm của con xúc xắc thứ nhất có thể đi với 6 mặt của con xúc xắc

thứ hai: $(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6)$

Tương tự với mặt 2; 3; 4; 5; 6 chấm của con xúc xắc thứ nhất thì ta có $6.6 = 36$ kết quả cho hành động trên.

b) Các kết quả thuận lợi cho hành động A là:

$(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (3;1), (3;2), (4;1)$



Bài 31: CÁCH TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ

1. a) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 6 chấm” là $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 1 chấm” là $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

2. Có 12 kết quả có thể cho hành động trên là: 1; 2; 3;.....;12

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là 2; 3; 5; 7; 11. Nên xác suất cho biến cố A là: $P(A) = \frac{5}{12}$

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là 1; 4; 9. Nên xác suất cho biến cố B là: $P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3. Khi gieo 1 con xúc xắc thì có 6 kết quả có thể xảy ra là: 1; 2; 3; 4; 5; 6

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên là 1; 2. Nên xác suất là $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

4. Có 21 kết quả cho hành động trên.

Có $21 - 7 - 4 = 10$ kết quả thuận lợi cho biến cố E nên xác suất cho biến cố E là: $P(E) = \frac{10}{21}$.

5. Số thẻ có trong hộp là 10 và mỗi thẻ được ghi một số nguyên dương từ 1 đến 10 sao cho hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Vậy ta có tập hợp các số trên các thẻ là tập hợp 1,2,3,....,10.

a) Xác suất của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 3” trong trò chơi trên là

$$P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

b) Các số nguyên tố nguyên tố trong tập hợp $\{1,2,3,....,10\}$ là 2,3,5,7 với số phần tử là 4.

Xác suất của biến cố "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố" là

$$P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



6. Có 52 kết quả khi rút một lá bài trong bộ bài 52 lá.

a) Có 13 kết quả thuận lợi cho biến cố “ rút được lá có chất cơ”

Nên xác suất cho biến cố này là: $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

b) Có 12 kết quả thuận lợi cho biến cố “ rút được lá hình”

Nên xác suất cho biến cố này là: $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

c) Các lá nhỏ hơn 5 gồm có lá 1; 2; 3; 4 với bốn chất nên có 16 kết quả

thuận lợi cho biến cố này. Khi đó xác suất cho biến cố này là $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

7. Trong 45 lần lấy bóng liên tiếp, quả bóng vàng xuất hiện 7 lần; quả bóng hồng xuất hiện 10 lần. Số lần xuất hiện bóng màu đỏ là $45 - 7 - 10 = 28$

a) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu vàng”.

$$P(A) = \frac{7}{45}$$

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu hồng”.

$$P(B) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

c) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu đỏ”.

$$P(C) = \frac{28}{45}$$

8. Gọi a là số quả bóng màu xanh có trong hộp

Khi đó có a kết quả thuận lợi khi lấy được quả bóng màu xanh.

Ta có $\frac{a}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 3$. Vậy trong hộp có 3 quả bóng màu xanh.

9.

Lần thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Thẻ	D	D	G	Tr	T	Tr	Tr	Đ	G	Tr	G	Đ

Dựa vào bảng ta có số lần lấy được thẻ danh từ là 2, số lần lấy được thẻ trạng từ là 4. Số lần lấy được thẻ tính từ là 1.



a) Xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là trạng từ” là

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là danh từ” là

$$P(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

c) Xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là tính từ” là $P(C) = \frac{1}{12}$

10.

Số ngày không mưa trong 10 ngày cuối tháng 3 là 3 ngày.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Số ngày không mưa trong 10 ngày cuối

tháng 3 là $P(A) = \frac{3}{10}$

11.

Có $6 \cdot 6 = 36$ kết quả khi gieo cùng lúc hai viên xúc xắc.

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (6;6)$

Nên xác suất cho biến cố này là: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(5;6), (6;6), (6;5), (6;6)$

Nên xác suất cho biến cố này là: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$



Bài 32: MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

1. Xác suất cho biến cố “ Quả có size nhỏ hơn với kích thước chuẩn ” là

$$\frac{1,5}{10} = \frac{3}{20}$$

2. Xác suất cho biến cố “ Xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo xúc xắc ” là

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

3.

Sự kiện	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	17	18	15	14	16	20

Số lần xuất hiện mặt có số chấm lẻ là $17 + 15 + 16 = 48$

Xác suất thực nghiệm cho biến cố mặt xuất hiện có số chấm là số lẻ là:

$$\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$$

4. Mai gieo 100 lần và ghi lại kết quả của mình như sau:

Số điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	3	5	9	10	14	16	13	11	8	7	4

Xác suất thực nghiệm của các biến cố $A; B; C$ tương ứng của Mai là

$$\frac{3 + 9 + 14 + 13 + 8 + 4}{100} = \frac{51}{100} = 0,51; \quad \frac{3 + 5 + 10 + 16 + 7}{100} = \frac{41}{100} = 0,41;$$

$$\frac{13 + 11 + 8 + 7 + 4}{100} = \frac{43}{100} = 0,43$$

Khi Việt gieo 120 lần.

$P(A) = \frac{k}{120} = 0,51 \Rightarrow k = 61,2$. Vậy có khoảng 61 lần Việt nhận được một số chẵn

$P(B) = \frac{h}{120} = 0,41 \Rightarrow h = 49,2$. Vậy có khoảng 49 lần Việt nhận được một số nguyên tố.



$P(C) = \frac{m}{120} = 0,43 \Rightarrow k = 51,6$. Vậy có khoảng 52 lần Việt nhận được một số lớn hơn 7.

5. a) Xác suất thực nghiệm cho biến cố người A thắng là $\frac{4}{25}$

Xác suất thực nghiệm cho biến cố người B thắng là $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

c) Xác suất thực nghiệm cho biến cố người C thắng là $P(C) = \frac{4}{25} = 0,16$

Giờ mỗi người chơi 60 ván. Gọi số ván thắng người C theo dự đoán là k

Khi đó ta có $P(C) = \frac{k}{60} = 0,16 \Rightarrow k = 9,6$ ván thắng.

Dự đoán người C sẽ có 10 ván thắng.

Xác suất thực nghiệm cho biến cố người D thắng là $P(D) = \frac{3}{25} = 0,12$

Giờ mỗi người chơi 60 ván. Gọi số ván thắng của người C là h

Khi đó ta có $P(D) = \frac{h}{60} = 0,12 \Rightarrow h = 7,2$ ván thắng.

Dự đoán người D sẽ có 7 ván thắng.



$$1. \Delta A'B'C' \# \Delta ABC \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{7}{8} = \frac{A'C'}{6} = \frac{B'C'}{5}$$

$$\Rightarrow A'C' = \frac{42}{8} = 5,25(\text{cm}) ; B'C' = \frac{35}{8} = 4,375(\text{cm}).$$

2. Gọi các cạnh của tam giác cần tìm là a, b, c từ giả thiết ta có:

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{20} = \frac{c}{30} = \frac{a+b+c}{15+20+30} = \frac{26}{65}$$

$$\Rightarrow a = \frac{26}{65} \cdot 15 = 6 ; b = \frac{26}{65} \cdot 20 = 8 ; c = \frac{26}{65} \cdot 30 = 12$$

3. $\Delta ABC \# \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$ nên ta có:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{AB+AC+BC}{DE+DF+EF} = \frac{12}{C_{\Delta DEF}} = \frac{3}{5}$$

$$C_{\Delta DEF} = \frac{12 \cdot 5}{3} = 20.$$

4. Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để chứng minh.

$$\Delta ABC \# \Delta A'B'C' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB+BC+AC}{A'B'+B'C'+A'C'} = k$$

5. a) Ta có $\Delta ABC \# \Delta IMN$ theo hệ số tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \frac{AB}{IM} = \frac{AC}{IN} = \frac{BC}{MN} = \frac{3}{4} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

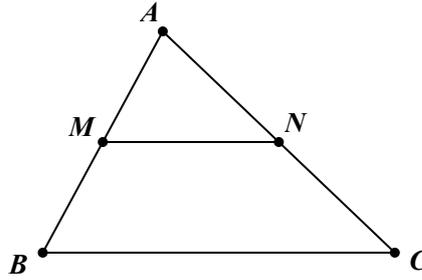
$$\Rightarrow \frac{IM}{AB} = \frac{IN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{4}{3} \text{ (tính chất tỉ lệ thức)}$$

$$\Rightarrow \Delta IMN \# \Delta ABC \text{ theo tỉ số đồng dạng là } k' = \frac{4}{3}.$$

b) Giả sử $BC = 6(\text{cm})$, ta có $\frac{MN}{BC} = \frac{4}{3} \Rightarrow MN = \frac{4}{3} \cdot BC = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8(\text{cm})$.

Vậy $MN = 8(\text{cm})$.

6.



a) Trong $\triangle ABC$ có:

$$MA = MB \text{ (do } M \text{ là trung điểm của } AB \text{)}$$

$$NA = NC \text{ (do } N \text{ là trung điểm của } AC \text{)}$$

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của $\triangle ABC$

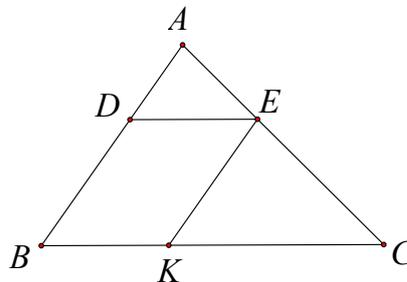
b) Vì MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ (chứng minh ý a)

$\Rightarrow MN \parallel BC$ (tính chất đường trung bình của tam giác)

$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ (định lý)

$$\text{Hệ số tỉ lệ } k = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \frac{AB}{AB} = \frac{1}{2}$$

7.



a) Trong $\triangle ABC$ ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
 $\Rightarrow DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$

Tỉ số đồng dạng của $\triangle ADE$ và $\triangle EKC$ là: $k = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$.

b) Theo kết quả câu a) ta có $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

Mặt khác vì $EK \parallel BC \Rightarrow \triangle EKC \sim \triangle ABC$

$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle EKC$.

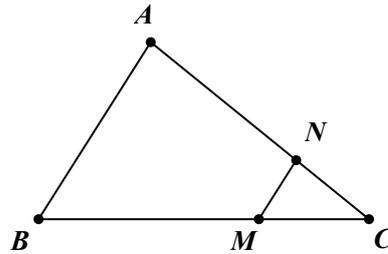
c) Theo kết quả câu b) ta có $\triangle ADE \sim \triangle EKC$ suy ra:



$$\frac{AD}{EK} = \frac{DE}{KC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2} = \frac{AD + DE + EC}{EK + KC + EC} = \frac{P_{\triangle ADE}}{P_{\triangle EKC}}$$

Vậy $P_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} P_{\triangle EKC}$.

8.



a) Trong $\triangle ABC$ có: $MN \parallel BC$ (giả thiết) $\Rightarrow \triangle CMN \sim \triangle CBA$ (định lý)

b) Ta có: $BM = 2MC$

$$\Rightarrow BC = BM + MC$$

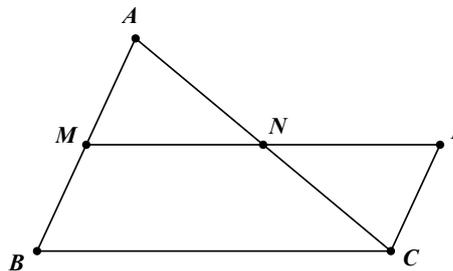
$$\Rightarrow BC = 2MC + MC = 3MC$$

$$\Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{1}{3}.$$

Mặt khác $\triangle CMN \sim \triangle CBA$ (ý a) $\Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CB}$ (hai cạnh tương ứng tỉ lệ).

Vậy $\frac{MN}{AB} = \frac{1}{3} \left(= \frac{CM}{CB} \right)$

9.



a) Xét $\triangle AMN$ và $\triangle CIN$ có:

$$MN = NI \text{ (GT);}$$

$$AN = CN \text{ (N là trung điểm của AC);}$$

$$\widehat{ANM} = \widehat{CNI} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$



$\Rightarrow \Delta AMN = \Delta CIN (c.g.c) \Rightarrow \Delta AMN \# \Delta CIN$ (tính chất).

b) Trong ΔABC có:

$MA = MB$ (do M là trung điểm của AB)

$NA = NC$ (do N là trung điểm của AC)

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của ΔABC

$\Rightarrow MN // BC$

$\Rightarrow \Delta AMN \# \Delta ABC$ (định lý)

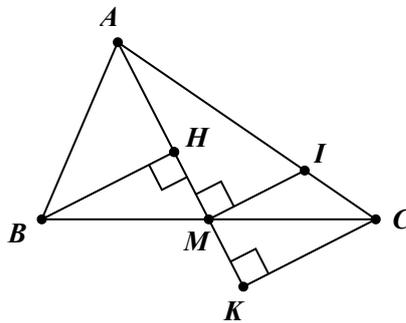
Mà $\Delta AMN \# \Delta CIN$ (ý a)

$\Rightarrow \Delta CIN \# \Delta ABC$ ($\# \Delta AMN$).

c) Vì $\Delta CIN \# \Delta ABC$ (ý b) $\Rightarrow \frac{CI}{AB} = \frac{CN}{AC}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow CI.AC = AB.CN$.

10.



a) Xét ΔMBH và ΔMCK có:

$MB = MC$ (AM là trung tuyến của ΔABC);

$\widehat{MHB} = \widehat{MKC} = 90^\circ$

$\widehat{BMH} = \widehat{CMK}$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta MBH = \Delta MCK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow \Delta MBH \# \Delta MCK$ (tính chất).

b) Trong ΔAKC có:

$MI // KC$ (cùng vuông góc với AM)

$\Rightarrow \Delta AMI \# \Delta AKC$ (định lý)

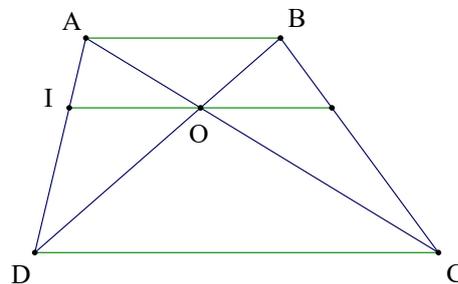


$$\Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{MI}{KC} \text{ (các cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow AI.KC = MI.AC.$$

11. Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. O là giao của hai đường chéo.

- Chứng minh $\triangle OAB \# \triangle OCD$ và tìm tỉ số đồng dạng.
- Từ O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại I . Chứng minh $\triangle DOI \# \triangle DBA$.
- Chứng minh rằng: $AB.DO = DB.IO$.

Lời giải



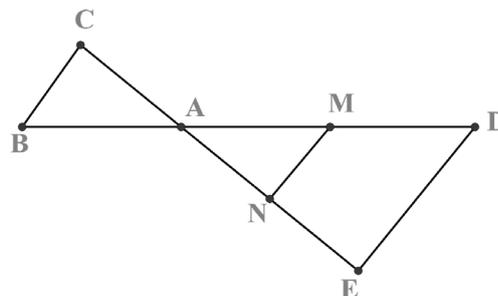
a) Xét $\triangle OCD$ có $AB // CD(gt) \Rightarrow \triangle OAB \# \triangle OCD$.

Gọi k là tỉ số đồng dạng thì $k = \frac{AB}{CD}$

b) Xét $\triangle ABD$ có $OI // AB(gt) \Rightarrow \triangle DOI \# \triangle DBA$.

c) Vì $\triangle DOI \# \triangle DBA$ (chứng minh câu b) $\Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{IO}{AB} \Rightarrow DO.AB = DB.IO$.

12.

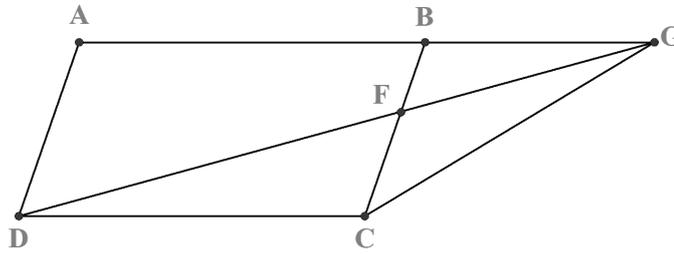


Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AD, AE



$$\Rightarrow \triangle AMN \# \triangle ADE; \triangle ABC = \triangle AMN \Rightarrow \triangle ABC \# \triangle ADE$$

13.

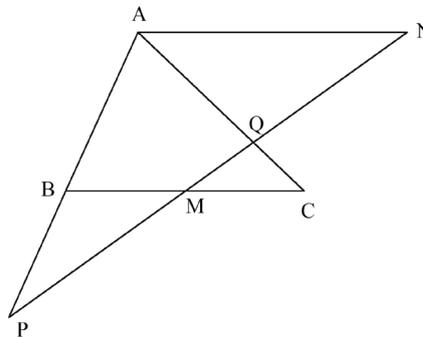


a) $\triangle GBF \# \triangle GAD; \triangle GBF \# \triangle DCF \Rightarrow \triangle GAD \# \triangle DCF$

b) Do $\triangle GBF \# \triangle DCF \Rightarrow \frac{BG}{CD} = \frac{BF}{CF} \Rightarrow BG = 4 \Rightarrow AG = 10$

c) $\triangle GAD \# \triangle DCF \Rightarrow \frac{GA}{DC} = \frac{AD}{CF} \Rightarrow GA \cdot CF = CD \cdot AD$, mà $AB = CD \Rightarrow$
 $AG \cdot CF = AD \cdot AB$

14.



Ta có: $\triangle PBM \# \triangle PAN \Rightarrow \frac{PM}{PN} = \frac{BM}{AN}$ (1)

Theo định lí Thales ta có: $\frac{QM}{QN} = \frac{MC}{AN} = \frac{BM}{AN}$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow \frac{PN}{PM} = \frac{QN}{QM}$.



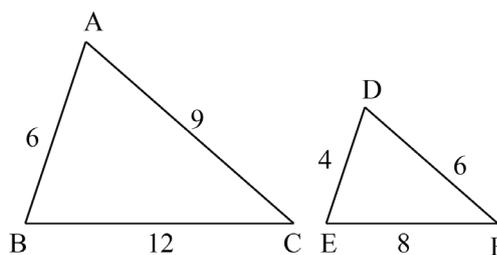
Bài 34: BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

Dạng 1: Trường hợp đồng dạng thứ nhất: Cạnh – cạnh – cạnh.

1. Ta có : $\frac{3}{4,5} = \frac{5}{7,5} = \frac{7}{10,5} \left(= \frac{1}{1,5} \right)$ nên $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$

Do đó $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (c.c.c)

2.



a) Ta có: $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$ (ccc)

b) $\frac{C_{ABC}}{C_{DEF}} = \frac{AB + BC + CA}{DE + EF + FD} = \frac{6 + 9 + 12}{4 + 6 + 8} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$

3.

Vì $\Delta DEF \sim \Delta ABC$ nên ΔDEF cũng có độ dài các cạnh tỉ lệ với 4, 5, 6

Giải sử $DE < EF < DF \Rightarrow DE = 0,8cm$

Vì ba cạnh của tam giác ABC có độ dài tỉ lệ với 4, 5, 6 nên ta có:

$$\frac{DE}{4} = \frac{EF}{5} = \frac{FD}{6} = 0,2 \Rightarrow EF = 1(cm); FD = 1,2(cm)$$

4. Ta có: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{AB + BC + CA}{A'B' + B'C' + C'A'} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow A'B' = 9cm, B'C' = 15cm, A'C' = 21cm.$

5. a) Vận dụng tính chất đường trung bình chỉ ra $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$ suy ra

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (c-c-c)

Ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{AB + BC + CA}{A'B' + B'C' + C'A'} = \frac{2}{3}$



$\Rightarrow A'B' = 9cm, B'C' = 15cm, A'C' = 21cm.$

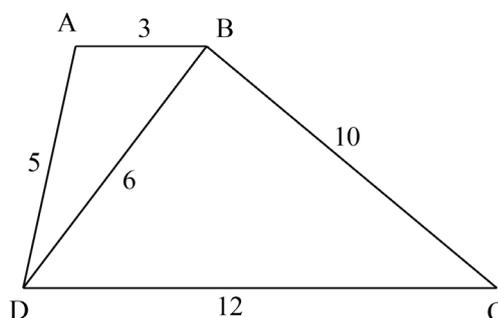
6.

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$. Ta có: $\frac{16,2}{A'B'} = \frac{24,3}{B'C'} = \frac{32,4}{C'A'}$

a) Tính được: $A'B' = 6,2cm \Rightarrow B'C' = 9,3cm; A'C' = 12,4cm$

b) Tương tự tính được: $A'B' = 26,2cm \Rightarrow B'C' = 39,3cm; A'C' = 52,4cm$

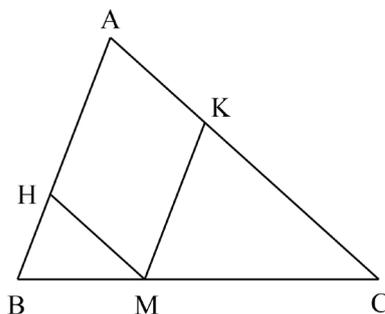
7.



a) Ta có: $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta BCD (ccc) \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BDC} \Rightarrow AB \parallel CD$

b) Ta có $AB \parallel CD$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \diamond ABCD$ là hình thang.

8.



a) Ta có $\frac{MB}{MC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MB}{2} = \frac{MC}{3} = \frac{BC}{5} = 5 \Rightarrow MC = 15(cm), MB = 10(cm)$

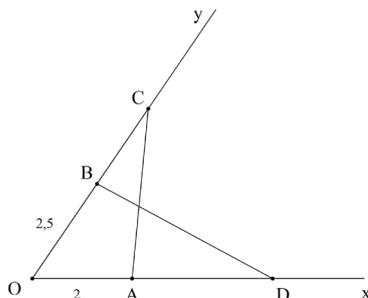
b) $\Delta KMC \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{C_{KMC}}{C_{ABC}} = \frac{30.5}{3} = 50$



c) $\Delta HMB \sim \Delta KMC (\sim \Delta ABC) \Rightarrow \frac{HB}{KM} = \frac{MB}{CM}$ (đpcm)

Dạng 2: Trường hợp đồng dạng thứ hai: Cạnh – góc – cạnh

1.



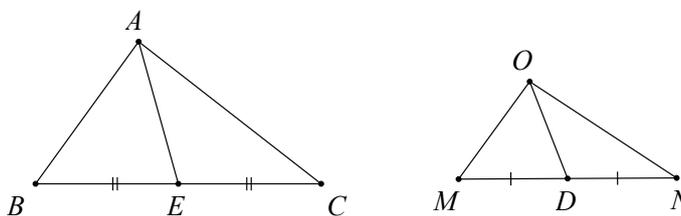
a) Xét ΔOAB và ΔOCD có:

\hat{O} : góc chung

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \text{ (vì } \frac{2}{4} = \frac{2,5}{5} \text{)} \Rightarrow \Delta OAB \sim \Delta OCD \text{ (c-g-c)}$$

b) Vì $\Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow OA \cdot CD = OC \cdot AB$

2.



a) ΔABC có trung tuyến AE (giả thiết) nên E là trung điểm $BC \Rightarrow BC = 2BE$

ΔOMN có trung tuyến OD (giả thiết) nên O là trung điểm $MN \Rightarrow MN = 2MD$

Ta có $\Delta ABC \sim \Delta OMN$ theo hệ số tỉ lệ k (giả thiết)

$$\Rightarrow k = \frac{BC}{MN} = \frac{2BE}{2MD} = \frac{BE}{MD}; k = \frac{AB}{OM} \text{ và } \widehat{ABE} = \widehat{OMD}.$$

Xét ΔABE và ΔOMN

Có: $k = \frac{AB}{OM} = \frac{BE}{MD}$ (chứng minh trên)

$\widehat{ABE} = \widehat{OMD}$ (chứng minh trên)



$$\Rightarrow \triangle ABE \# \triangle OMD \text{ theo hệ số tỉ lệ } k \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \frac{AE}{OD} = k$$

b) Chứng minh tỉ số chu vi $\triangle ABC$ với chu vi $\triangle OMN$ cũng bằng k .

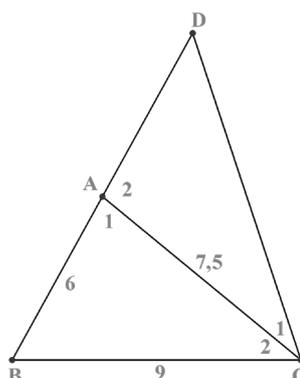
Ta có $\triangle ABC \# \triangle OMN$ theo hệ số tỉ lệ k (giả thiết)

$$\Rightarrow k = \frac{AB}{OM} = \frac{AC}{ON} = \frac{BC}{MN}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$k = \frac{AB}{OM} = \frac{AC}{ON} = \frac{BC}{MN} = \frac{AB + AC + BC}{OM + ON + MN} = \frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle OMN}}$$

3.



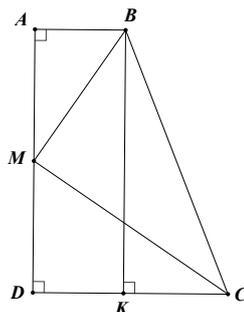
a) Ta có: $BD = 13,5\text{cm}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BA}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = \frac{BC}{BD} \\ \widehat{B} : \text{chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \# \triangle CBD \text{ (cgc)}$$

b) Ta có: $\triangle ABC \# \triangle CBD \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{CB} \Rightarrow CD = 11,25(\text{cm})$

c) $\triangle ABC \# \triangle CBD \Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{D}; \widehat{BAC} = \widehat{C} + \widehat{D} = 2\widehat{D}$ (góc ngoài tam giác).

4.



a) Tứ giác $ABKD$ có $\widehat{A} = \widehat{ADK} = \widehat{BKD} = 90^\circ$

Nên tứ giác $ABKD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow AD = BK; AB = DK$$

Mà $AB = 4$ (cm) nên $DK = 4$ (cm)

$$\text{Có } DK + KC = DC \Rightarrow KC = DC - DK \Rightarrow KC = 9 - 4 \Rightarrow KC = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle BKC$ vuông tại K nên $BC^2 = BK^2 + KC^2$

$$\Rightarrow BK^2 = BC^2 - KC^2$$

$$\Rightarrow BK^2 = 169 - 25 = 144$$

$$\Rightarrow BK = 12 \text{ (cm)}$$

Mà $AD = BK$

$$\Rightarrow AD = 12 \text{ (cm)}$$

Có $MD = AM = \frac{1}{2}AD$ (vì là trung điểm của AD)

$$\Rightarrow AM = 6 \text{ (cm)}, DM = 6 \text{ (cm)}$$

b)

$$\text{Có } AM = 6 \text{ (cm)}, DC = 9 \text{ (cm)} \Rightarrow \frac{AM}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Có } AB = 4 \text{ (cm)}, DM = 6 \text{ (cm)}, \Rightarrow \frac{AB}{DM} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AM}{DC} = \frac{AB}{DM}$$

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle DMC$ có

$$\widehat{BAM} = \widehat{MDC} (= 90^\circ)$$

$$\frac{AM}{DC} = \frac{AB}{DM}$$

$$\Rightarrow \triangle ABM \# \triangle DMC (c - g - c).$$

c) Tính \widehat{BMC} .

$$\text{Có } \triangle ABM \# \triangle DMC \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{DCM}$$



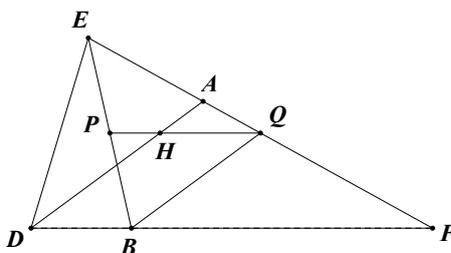
$\triangle DCM$ vuông tại D nên $\widehat{DCM} + \widehat{DMC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{DMC} = 90^\circ$

Có $\widehat{AMB} + \widehat{DMC} + \widehat{BMC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BMC} = 90^\circ$

5.



a) Có $DE = 6$ (cm), $DF = 12$ (cm) $\Rightarrow \frac{DE}{DF} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{DE}{DF} = \frac{BD}{DE}$

Xét $\triangle EBD$ và $\triangle FDE$ có:

\widehat{EDF} : góc chung

$\frac{DE}{DF} = \frac{BD}{DE}$

$\triangle EBD \sim \triangle FED$ (c - g - c).

b) Có $\triangle EBD \sim \triangle FED$

$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{ED}{FD}$ (định nghĩa hai tam giác đồng dạng)

Xét $\triangle EDF$ có DA là phân giác

$\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{ED}{FD} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{BD}{ED}$

$\Rightarrow AE \cdot DE = AF \cdot BD$.

c) $\frac{HP \cdot DF}{HQ \cdot DE} = 1$

Có $\frac{AE}{AF} = \frac{ED}{FD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{EA}{EF} = \frac{1}{3}$

Có $\frac{EQ}{EF} = \frac{1}{2}$ (vì Q là trung điểm của FE)

$\Rightarrow \frac{AE}{EQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AQ}{EQ} = \frac{1}{3}$



$$\Rightarrow \frac{AQ}{QF} = \frac{1}{3} \text{ (vì } QE = QF)$$

$$\text{mà } \frac{DB}{BF} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AQ}{QF} = \frac{DB}{BF}$$

$$\text{Xét } \triangle FAD \text{ có } \frac{AQ}{QF} = \frac{DB}{BF}$$

$\Rightarrow BQ // AD$ (định lí Thales đảo).

Xét $\triangle EBF$ có P, Q lần lượt là trung điểm của BE và FE

$$\Rightarrow PQ \text{ là đường trung bình của } \triangle EBF \Rightarrow PQ = \frac{1}{2}BF \text{ (1)}$$

$$\text{Xét } \triangle ADF \text{ có } HQ // DF \text{ nên } \frac{HQ}{DF} = \frac{AQ}{AF} = \frac{1}{4} \text{ (vì } \frac{AQ}{QF} = \frac{1}{3})$$

Tứ giác $DHQB$ có $HQ // DB, DH // BQ$

\Rightarrow Tứ giác $DHQB$ là hình bình hành

$$\Rightarrow HQ = DB$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{DF} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{DB}{BF} = \frac{1}{3}$$

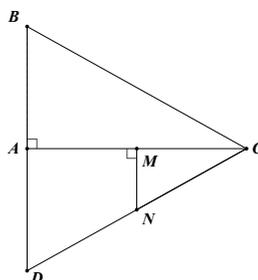
$$\Rightarrow \frac{HQ}{BF} = \frac{1}{3} \Rightarrow BF = 3HQ \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow PQ = \frac{3}{2}HQ \Rightarrow PH = \frac{1}{2}HQ$$

$$\Rightarrow \frac{PH}{QH} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } \frac{DF}{DE} = 2 \Rightarrow \frac{HP \cdot DF}{HQ \cdot DE} = 1$$

6.



a) Có M là trung điểm của AC nên $\frac{AC}{MC} = 2$

Có $MN = \frac{1}{2}AB$ nên $\frac{AB}{MN} = 2$



$$\Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MC}$$

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle MNC$ có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CMN} (= 90^\circ)$$

$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MC}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \# \triangle MNC (c - g - c).$$

b) Xét $\triangle CAD$ có M là trung điểm của AC

$MN \parallel AD$ (vì cùng $\perp AC$)

$\Rightarrow N$ là trung điểm của CD

Xét $\triangle CAD$ có M là trung điểm của AC

N là trung điểm của CD

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của $\triangle CAD$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \frac{MN}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } CM = \frac{1}{2}CA$$

$$\Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AD}$$

Xét $\triangle CMN$ và $\triangle CAD$ có:

$$\widehat{CMN} = \widehat{CAD} (= 90^\circ)$$

$$\frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AD}$$

$$\Rightarrow \triangle CMN \# \triangle CAD (c - g - c).$$

c) $BC = DC$

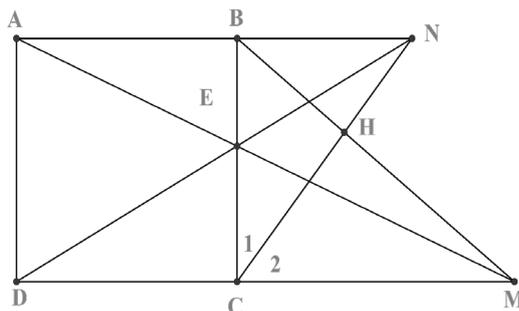
Có $\triangle ABC \# \triangle MNC$; $\triangle CMN \# \triangle CAD$

$$\Rightarrow \triangle ABC \# \triangle ADC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{AC} \Rightarrow \frac{BC}{DC} = 1$$

$$\Rightarrow BC = DC.$$

7.



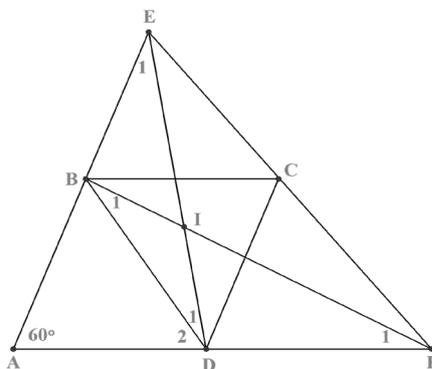
a) Xét $\triangle EDC$, có: $BN \parallel CD \Rightarrow \frac{BN}{CD} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{BN}{BC} = \frac{BE}{EC}$ (1)

Xét $\triangle ECN$, có: $AB \parallel CM \Rightarrow \frac{AB}{CM} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{BC}{CM} = \frac{BE}{EC}$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow \frac{BN}{BC} = \frac{BC}{CM}; \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \triangle NBC \cong \triangle BCM$ (cgc)

b) $\triangle NBC \cong \triangle BCM \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{M}, \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_2 + \widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CHM} = 90^\circ$

8.



a) Ta có: $BC \parallel AF \Rightarrow \frac{EB}{AB} = \frac{EC}{FC}$ (hệ quả thales) (1)

$CD \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{CF} = \frac{AD}{DF}$ (hq Thales) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{EB}{AB} = \frac{AD}{DF}$

b) $\frac{EB}{AB} = \frac{AD}{DF} \Rightarrow \frac{EB}{BD} = \frac{BD}{DF}; \widehat{EBD} = \widehat{BDF} = 120^\circ \Rightarrow \triangle EBD \cong \triangle BDF$

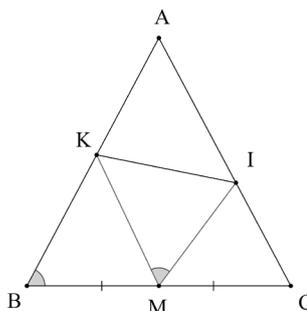


c)

$$\triangle EBD = \triangle BDF \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{F}_1; \widehat{E}_1 = \widehat{B}_1; \widehat{F}_1 + \widehat{B}_1 = \widehat{D}_2 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BID} = 120^\circ$$

Dạng 3: Trường hợp đồng dạng thứ hai: Cạnh – góc – cạnh và tổng hợp

1.



a) Chứng minh $\triangle BMK \# \triangle CIM$.

Có: $\widehat{KMI} = \widehat{ABC}$ (giả thiết) và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (do $\triangle ABC$ cân tại A)

$$\Rightarrow \widehat{KMI} = \widehat{MCI} \quad (1)$$

Có: $\widehat{BMK} + \widehat{KMI} + \widehat{IMC} = 180^\circ$ (do ba điểm B, M, C thẳng hàng)

$$\Rightarrow \widehat{BMK} = 180^\circ - (\widehat{KMI} + \widehat{IMC}) \quad (2)$$

Trong $\triangle CIM$ có: $\widehat{MIC} + \widehat{IMC} + \widehat{MCI} = 180^\circ$ (định lí tổng ba góc trong tam giác)

$$\Rightarrow \widehat{MIC} = 180^\circ - (\widehat{MCI} + \widehat{IMC}) \quad (3)$$

Từ (1), (2) & (3) $\Rightarrow \widehat{BMK} = \widehat{MIC}$

Xét $\triangle BMK$ và $\triangle CIM$ có:

$$\widehat{BMK} = \widehat{MIC} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\widehat{KBM} = \widehat{MCI} \text{ (do } \triangle ABC \text{ cân tại A)}$$

$\Rightarrow \triangle BMK \# \triangle CIM$ (g-g).

b) Chứng minh $\triangle CMI \# \triangle MIK$.

Ta có $\triangle BMK \# \triangle CIM$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \frac{BM}{CI} = \frac{MK}{IM} \Rightarrow \frac{CM}{CI} = \frac{MK}{IM} \text{ (do M là trung điểm của BC)}$$

Xét $\triangle CMI$ và $\triangle MIK$ có:

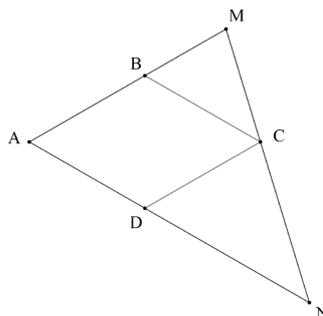


$$\frac{CM}{CI} = \frac{MK}{IM} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\widehat{KMI} = \widehat{MCI} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle CMI \# \triangle MIK \text{ (c-g-c)}$$

2.



a) Chứng minh $\triangle BCM \# \triangle DNC$

-Ta có $ABCD$ là hình thoi (giả thiết)

$$\Rightarrow CD \parallel AB, BC \parallel AD \text{ hay } CD \parallel AM, BC \parallel AN$$

$$\Rightarrow \widehat{NCD} = \widehat{CMB}, \widehat{CND} = \widehat{MCB} \text{ (các cặp góc ở vị trí đồng vị)}$$

Xét $\triangle CMI$ và $\triangle MIK$ có:

$$\widehat{NCD} = \widehat{CMB} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\widehat{CND} = \widehat{MCB} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle BCM \# \triangle DNC \text{ (g-g)}$$

-Viết tỉ số đồng dạng:

$$\text{Có: } \triangle BCM \# \triangle DNC \text{ (chứng minh trên)} \Rightarrow \frac{BC}{DN} = \frac{BM}{DC} = \frac{CM}{NC}$$

b) Chứng minh $BM \cdot DN = BD^2$.

$$\text{Có: } \frac{BC}{DN} = \frac{BM}{DC} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow BM \cdot DN = BC \cdot DC \text{ (1)}$$

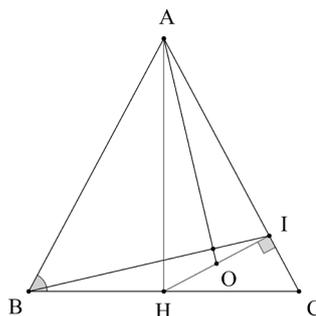
Do $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{A} = 60^\circ$ (giả thiết)

$$\Rightarrow \triangle BCD \text{ đều} \Rightarrow BC = DC = BD \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) \& (2)} \Rightarrow BM \cdot DN = BD^2$$



3.



a) $\widehat{AHO} = \widehat{BCI}$.

Có ΔABC cân tại A , H là trung điểm của BC (giả thiết)

\Rightarrow Đường trung tuyến AH đồng thời là đường cao của ΔABC

Hay $AH \perp BC$

Có I là hình chiếu của H trên AC (giả thiết) $\Rightarrow HI \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{AHI} = \widehat{HCI}$ (cùng phụ với \widehat{IHC}) hay $\widehat{AHO} = \widehat{BCI}$.

b) Chứng minh $AH.IC = HI.HC = HO.BC$.

- Xét ΔAIH và ΔHIC có

$\widehat{AHI} = \widehat{HCI}$ (chứng minh trên)

$\widehat{AIH} = \widehat{HIC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta AIH \# \Delta HIC$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{AH}{HC} = \frac{IH}{IC} \Rightarrow AH.IC = HI.HC$ (1)

Ta có $HI.HC = (2HO) \left(\frac{1}{2} BC \right) = HO.BC$ (2)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow AH.IC = HI.HC = HO.BC$

c) Chứng minh $\Delta AHO \# \Delta BCI$.

Có $AH.IC = HO.BC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \frac{AH}{HO} = \frac{BC}{IC}$

- Xét ΔAHO và ΔBCI

Có: $\widehat{AHI} = \widehat{HCI}$ (chứng minh trên)

$\frac{AH}{HO} = \frac{BC}{IC}$ (chứng minh trên)



$\Rightarrow \Delta AHO \# \Delta BCI$ (c-g-c).

d) Chứng minh $AO \perp BI$.

Có $\Delta AHO \cong \Delta BCI$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{HAO} = \widehat{CBI}$

Có $AH \perp BC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$

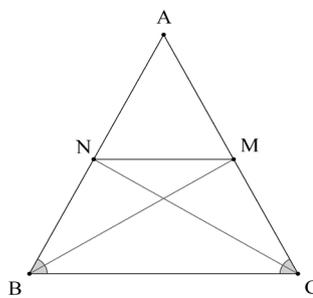
$\Rightarrow \widehat{CBI} + \widehat{IBA} + \widehat{BAH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{HAO} + \widehat{IBA} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ (do $\widehat{HAO} = \widehat{CBI}$)

$\Rightarrow \widehat{OAB} + \widehat{IBA} = 90^\circ$

$\Rightarrow AO \perp BI$

4.



a) Chứng minh $\Delta ANC \# \Delta AMB$.

ΔABC cân tại A

Có tia phân giác \widehat{B} cắt AC tại M , phân giác góc \widehat{C} cắt AB tại N (giả thiết)

nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$.

- Xét ΔANC và ΔAMB có:

\widehat{ABC} (chứng minh trên)

$\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta ANC \# \Delta AMB$ (g-g).

b) Chứng minh $MN \parallel BC$ và độ dài cạnh AM .

Do $\Delta ANC \# \Delta AMB$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \text{ (do } AB = AC \text{)}$$



$\Rightarrow MN // BC$ (định lý Thales đảo).

Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác và tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MC}{BC} = \frac{AM + MC}{AB + BC} = \frac{AC}{AB + BC} = \frac{5}{5 + 6} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{AM}{5} = \frac{5}{11} \Rightarrow AM = \frac{25}{11} \text{ (cm)}$$

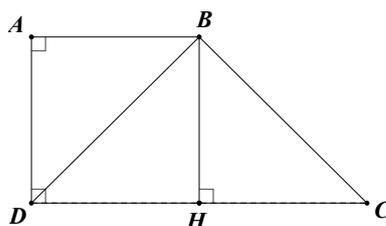
c) Tính diện tích ΔAMN . Biết diện tích ΔABC là 12cm^2 .

Do: $MN // BC$ (chứng minh trên) nên $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ (định lí)

Theo hệ số: $\frac{AM}{AC} = \frac{11}{5} = \frac{5}{11}$

$$\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AM}{AC}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{12} = \left(\frac{5}{11}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{12} = \frac{25}{121} \Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{12 \cdot 25}{121} = \frac{300}{121} \text{ (cm}^2\text{)}$$

5.



a) Kẻ $BH \perp CD$ ($H \in CD$)

Tứ giác $ABHD$ có $\widehat{A} = \widehat{ADH} = \widehat{BHD} = 90^\circ$

Nên tứ giác $ABHD$ là hình chữ nhật

Mà $AB = AD \left(= \frac{1}{2}CD \right)$

Nên tứ giác $ABHD$ là hình vuông $\Rightarrow BH = HD = AD$

Mà $AD = \frac{1}{2}CD \Rightarrow BH = DH = \frac{1}{2}CD$

$\Rightarrow HD = HC \Rightarrow H$ là trung điểm của CD

ΔBDC có BH là đường trung tuyến. Mà $BH = \frac{1}{2}CD \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B (1)

$\Rightarrow \widehat{BDC} + \widehat{BCD} = 90^\circ$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên DB là phân giác của \widehat{ADH}

Mà $\widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = 45^\circ$



Mà $\widehat{BDC} + \widehat{BCD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 45^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BCD}$

$\Rightarrow \Delta BDC$ cân tại B (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta BDC$ vuông cân tại B .

b) Xét ΔABD và ΔBCD có:

$\widehat{BAD} = \widehat{CBD} (= 90^\circ)$

$\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (hai góc so le trong do $AB // CD$)

$\Rightarrow \Delta ABD \# \Delta BDC$ (g-g)

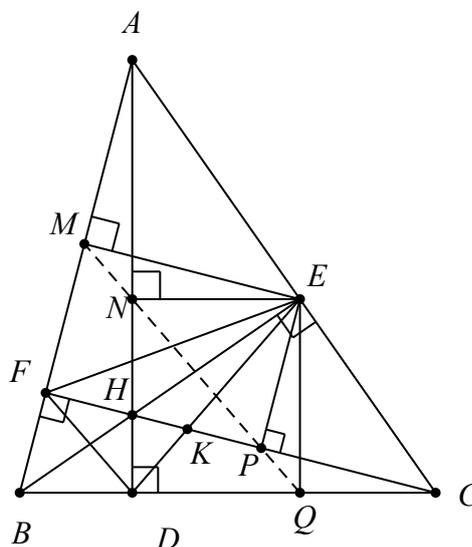
c) Xét ΔABD và ΔHCB có:

$\widehat{BAD} = \widehat{BHC} (= 90^\circ)$

$\widehat{ABD} = \widehat{BCH} (= 45^\circ)$

$\Rightarrow \Delta ABD \# \Delta HCB$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AB}{HC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow AB \cdot BC = BD \cdot HC$

6.



a) Chứng minh: $\Delta ABE \# \Delta ACF$

Xét ΔABE và ΔACF có:

$\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ$ (Vì $AD \perp BC; CF \perp AB$)

\widehat{A} chung



Suy ra $\triangle ABE \# \triangle ACF$ (g.g)

b) Chứng minh: $AH.HD = CH.HF$

Xét $\triangle AHF$ và $\triangle CHD$ có:

$$\widehat{AHF} = \widehat{CHD} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{AFH} = \widehat{CDH} = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra } \triangle AHF \# \triangle CHD \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{HF}{HD} \Rightarrow AH.HD = CH.HF$$

c) Chứng minh: $\triangle BDF \# \triangle ABC$

- Chứng minh tương tự câu 1) $\triangle ABD \# \triangle CBF \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{BF}{BC}$

Xét $\triangle BDF$ và $\triangle ABC$ có:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BF}{BC} \text{ (cmt)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\triangle BDF \# \triangle ABC$ (c.g.c)

d) Gọi K là giao điểm của DE và CF . Chứng minh: $HF.CK = HK.CF$

- Theo câu 1) $\triangle ABE \# \triangle ACF \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

- Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ (cmt)}$$

\widehat{A} chung

Suy ra $\triangle AEF \# \triangle ABC$ (g-g)

$$\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC} \text{ (1)}$$

- Chứng minh tương tự: $\triangle CED \# \triangle CBA \Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{CBA} \text{ (2)}$

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{CED}$

- Mặt khác: $\widehat{AEF} = 90^\circ - \widehat{FEB}$; $\widehat{CED} = 90^\circ - \widehat{DEB}$



Suy ra $\widehat{FEB} = \widehat{DEB} \Rightarrow EH$ là tia phân giác của \widehat{FED}

Lại có $EC \perp EH \Rightarrow EC$ là phân giác ngoài của tam giác EKF tại đỉnh E .

Xét $\triangle EKF$ có EH, EC là phân giác trong và ngoài tại E

$$\Rightarrow \frac{HF}{HK} = \frac{EF}{EK}; \frac{CF}{CK} = \frac{EF}{EK} \Rightarrow \frac{HF}{HK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow HF \cdot CK = HK \cdot CF.$$

e) Chứng minh $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$

- Xét $\triangle BDH$ và $\triangle BEC$ có:

$$\widehat{BDH} = \widehat{BEC} = 90^\circ$$

\widehat{EBC} chung

$$\text{Suy ra } \triangle BDH \sim \triangle BEC \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH \cdot BE = BC \cdot BD \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự: } \triangle CDH \sim \triangle CFB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CD}{CF} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH \cdot CF = BC \cdot CD \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC \cdot BD + BC \cdot CD = BC^2$$

f) Tính $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF}$.

Xét $\triangle HBC$ và $\triangle ABC$ chung đáy BC , đường cao tương ứng là HD, AD ta có:

$$\frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} HD \cdot BC}{\frac{1}{2} AD \cdot BC} = \frac{HD}{AD}$$

$$\text{Chứng minh tương tự: } \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HE}{BE}; \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HF}{CF}$$

$$\text{Cộng theo vế ba đẳng thức trên ta được: } \frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = \frac{S_{HBC} + S_{HCA} + S_{HAB}}{S_{ABC}} = 1.$$

g) $AD \cdot HD \leq \frac{BC^2}{4}$

$$\text{Ta có } \widehat{DBH} + \widehat{BCA} = 90^\circ; \widehat{DAC} + \widehat{BCA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DBH} = \widehat{DAC}$$

Xét $\triangle DBH$ và $\triangle DAC$ có:



$$\widehat{DBH} = \widehat{DAC} \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{BDH} = \widehat{ACD} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle DBH \# \triangle DAC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{DB}{DA} \Rightarrow DH \cdot DA = DC \cdot DB$

Lại có: $DC \cdot DB \leq \frac{(DC + DB)^2}{4} = \frac{BC^2}{4}$

Do đó: $AD \cdot HD \leq \frac{BC^2}{4}$

h) Gọi M, N, P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ E xuống AB, AD, CF, BC . Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường thẳng.

Từ giả thiết suy ra $EM \parallel CF, EN \parallel BC, EP \parallel AB, EQ \parallel AD$

Áp dụng định lý Thales ta có:

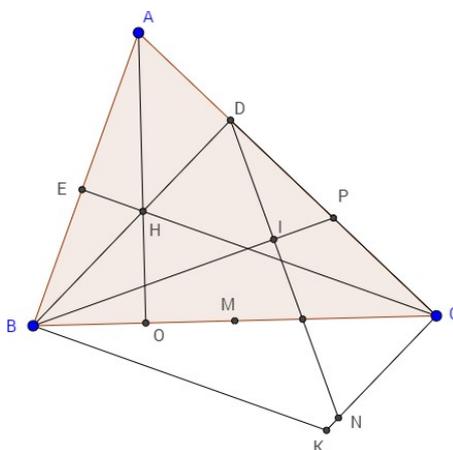
$$* \frac{AM}{AF} = \frac{AE}{AC} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow MN \parallel DF(3)$$

$$* \frac{BF}{BM} = \frac{BH}{BE} = \frac{BD}{BQ} \Rightarrow MQ \parallel DF(4)$$

$$* \frac{CQ}{CD} = \frac{CE}{CA} = \frac{CP}{CF} \Rightarrow PQ \parallel DF(5)$$

Từ (3);(4);(5) suy ra bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

7.



a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có



\widehat{BAD} chung

$$\widehat{BDA} = \widehat{CEA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \# \triangle ACE (g - g)$$

b) Xét $\triangle BHE$ và $\triangle CHD$ có

$$\widehat{BHE} = \widehat{CHD} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{BEH} = \widehat{CDH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle BHE \# \triangle CHD (g - g) \Rightarrow \frac{HB}{HC} = \frac{HE}{HD} \Rightarrow HB \cdot HD = HE \cdot HC$$

$$c) *) \text{ Có } \left. \begin{array}{l} BD \perp AC(gt) \\ CK \perp AC(gt) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \parallel CK \text{ hay } BH \parallel CK \quad (1)$$

Chứng minh tương tự có $CH \parallel BK$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BHCK$ là hình bình hành

$\Rightarrow BC$ và HK cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà M là trung điểm của BC (gt)

$\Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HK

Hay H, M, K thẳng hàng

*) $\Rightarrow \triangle ABD \# \triangle ACE (g - g)$ (câu a)

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \text{ mà } \widehat{BAC} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \# \triangle ADE (c.g.c) \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AED}$$

d) Xét $\triangle ABC$ các đường cao BD và CE cắt nhau tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow AO \perp BC$$

Xét $\triangle BAO$ và $\triangle BCE$ có

\widehat{ABC} chung

$$\widehat{BEC} = \widehat{AOB} = 90^\circ$$



$$\Rightarrow \triangle BAO \# \triangle BCE(g.g) \Rightarrow \frac{BA}{BC} = \frac{BO}{BE} \Rightarrow BA \cdot BE = BO \cdot BC(3)$$

Chúng minh tương tự ta có $\triangle CDB \# \triangle COA(g.g) \Rightarrow \frac{CD}{CO} = \frac{CB}{CA} \Rightarrow CD \cdot CA = CB \cdot CO(4)$

Từ (3) và (4) suy ra $BA \cdot BE + CD \cdot CA = BO \cdot BC + BC \cdot CO = BC(BO + CO) = BC^2$

$$e) \text{ Ta c\`a } \left. \begin{array}{l} S_{BHC} = \frac{1}{2} HO \cdot BC \\ S_{ABC} = \frac{1}{2} AO \cdot BC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{HO}{AO}$$

Chúng minh tương tự ta có

$$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{HD}{BD}; \frac{S_{AHB}}{S_{ABC}} = \frac{HE}{CE}$$

$$\Rightarrow \frac{HO}{AO} + \frac{HD}{BD} + \frac{HE}{CE} = \frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{AHB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1 \text{ (đpcm)}$$

f) Xét $\triangle BEO$ và $\triangle BCA$ có

\widehat{ABC} chung

$$BA \cdot BE = BO \cdot BC(cmt) \Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BO}{BA}$$

$$\Rightarrow \triangle BEO \# \triangle BCA(c.g.c) \Rightarrow \widehat{BEO} = \widehat{ACB}$$

$$\text{M\`a } \widehat{ACB} = \widehat{AED}(cmt) \Rightarrow \widehat{BEO} = \widehat{AED} \Rightarrow \widehat{DEC} = \widehat{OEC}$$

$$\Rightarrow EH \text{ là phân giác của } \widehat{DEO} \text{ (5)}$$

Chúng minh tương tự DH là phân giác của \widehat{EDO} (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow H$ là giao điểm các đường phân giác của tam giác ODE .

g) Khi $\widehat{ACB} = 45^\circ \Rightarrow \triangle BDC$ vuông cân tại D

$$\Rightarrow BD = DC \text{ mà } DP = PC = \frac{1}{2} DC \text{ (vì } P \text{ là trung điểm của } DC) \Rightarrow \frac{DP}{BD} = \frac{1}{2}$$

Xét $\triangle DIP$ và $\triangle BDP$ có

\widehat{DPB} chung

$$\widehat{DIP} = \widehat{BDP} = 90^\circ$$



$$\Rightarrow \triangle DIP \# \triangle BDP(g.g) \Rightarrow \frac{IP}{ID} = \frac{DP}{BD} = \frac{1}{2} \text{ và } \frac{IP}{DP} = \frac{DI}{BD} = \frac{ID}{DC}$$

$$\text{Có } \frac{IP}{ID} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IP^2}{ID^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{IP^2}{IP^2 + ID^2} = \frac{1}{1+4} \Rightarrow \frac{IP^2}{DP^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{ID^2}{DC^2} = \frac{1}{5}$$

Xét $\triangle DIP$ và $\triangle DCN$ có

\widehat{PDI} chung

$$\widehat{DIP} = \widehat{DCN} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle DIP \# \triangle DCN(g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{DIP}}{S_{DCN}} = \frac{DI^2}{DC^2} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CPIN}}{S_{DCN}} = \frac{S_{DCN} - S_{DIP}}{S_{DCN}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

h) *) Giả sử $BHCK$ là hình thoi

$$\Rightarrow \widehat{HBC} = \widehat{HCB} \text{ mà } \Rightarrow \triangle ABD \# \triangle ACE(g-g) \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \Rightarrow \triangle ABC \text{ cân tại } A$$

Vậy $\triangle ABC$ cân tại A thì $BHCK$ là hình thoi

*) Giả sử $BHCK$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \widehat{BHC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EHD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AEHD \text{ là hình chữ nhật } \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$$

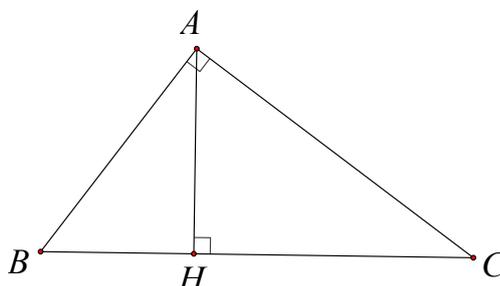
$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } A$$

Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A thì $BHCK$ là hình chữ nhật.



Bài 35: ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

1.



a) $\triangle ABC$ vuông tại A nên theo định lý Pythagore có

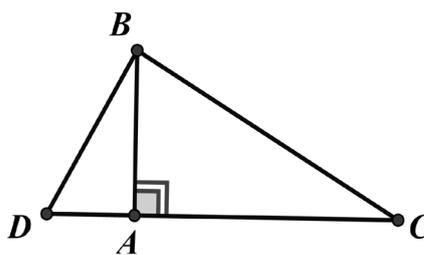
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 6^2 + 8^2 = 100 \\ \Rightarrow BC &= \sqrt{100} = 10 \text{ cm.} \end{aligned}$$

b) $\triangle ABH$ vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ \Rightarrow BH^2 &= AB^2 - AH^2 \\ \Rightarrow BH^2 &= 6^2 - (4,8)^2 = 12,96 \Rightarrow BH = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Từ đó tính được $HC = BC - BH = 10 - 3,6 = 6,4 \text{ cm.}$

2.



$\triangle ABC$ vuông tại A nên theo định lý Pythagore có

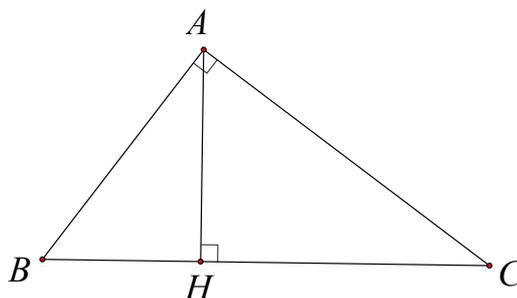
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ \Rightarrow AB^2 &= BC^2 - AC^2 \Rightarrow AB^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow AB = \sqrt{144} = 12 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$\triangle ABD$ vuông tại A nên theo định lý Pythagore có

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow BD = \sqrt{169} = 13 \text{ cm.}$$



3.



Trong $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow AB = 13.$$

Trong $\triangle ACH$ vuông tại H , ta có

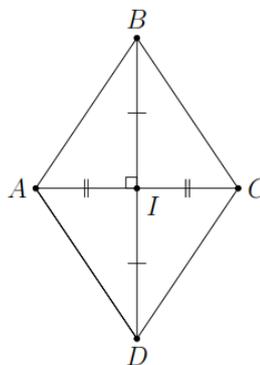
$$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow CH = 16$$

$$\Rightarrow BC = BH + CH = 5 + 16 = 21 \text{ cm.}$$

Khi đó, chu vi $\triangle ABC$ được tính bởi

$$CV_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 13 + 21 + 20 = 54 \text{ cm.}$$

4.



Gọi I là giao điểm của AC và BD .

Khi đó $AI = CI = 6 \text{ cm}$, $BI = DI = 8 \text{ cm}$, $\widehat{AIB} = \widehat{BIC} = \widehat{CID} = \widehat{DIA} = 90^\circ$

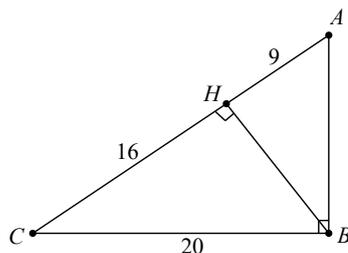
Ta có $\triangle ABI = \triangle CBI = \triangle CDI = \triangle ADI$ (c.g.c).

$$\Rightarrow AB = BC = CD = AD \text{ (các cạnh tương ứng).}$$

Áp dụng định lý Pythagore, ta có $AB^2 = AI^2 + BI^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AB = 10 \text{ cm}$.

Vậy $AB = BC = CD = DA = 10 \text{ cm}$.

5.



Cách 1: Có $AC = AH + HC = 9 + 16 = 25$

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle ABC$ vuông tại B có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow 25^2 = AB^2 + 20^2 \Rightarrow AB^2 = 25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225$$

$$\Rightarrow AB = 15 \text{ cm}$$

Cách 2

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle HBC$ vuông tại H có:

$$BC^2 = HB^2 + HC^2 \Rightarrow HB^2 = BC^2 - HC^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144 \Rightarrow HB = 12$$

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle HAB$ vuông tại H có:

$$AB^2 = HA^2 + HB^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \Rightarrow AB = 15 \text{ cm}$$

6.

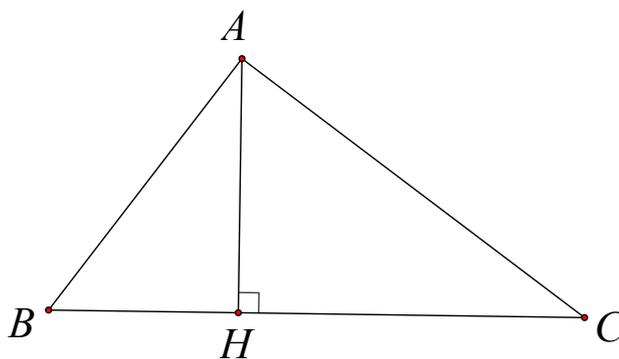
a) Ta có $4^2 + 6^2 = 52 \neq 49 = 7^2$ nên tam giác này không phải tam giác vuông.

b) Ta có $6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$ nên tam giác này là tam giác vuông.

c) Ta có $12^2 + 16^2 = 400 = 20^2$ nên tam giác này là tam giác vuông.

d) Ta có $6^2 + 9^2 = 117 \neq 121 = 11^2$ nên tam giác này không phải là tam giác vuông.

7.



Tam giác ABH vuông tại H nên theo định lý Pythagoreta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$



$$AB^2 = 6^2 + (4,5)^2 = \frac{225}{4}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{\frac{225}{4}} = 7,5 \text{ cm.}$$

Tam giác ACH vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có

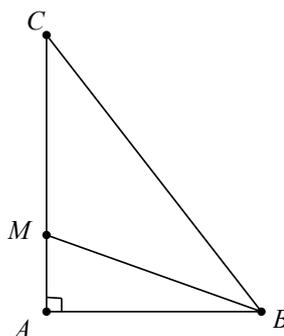
$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = (7,5)^2 + 10^2 = \frac{625}{4} = (12,5)^2 = BC^2$

Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A .

8.



a) Có: $AB^2 + AC^2 = 24^2 + 32^2 = 576 + 1024 = 1600 = 40^2 = BC^2$.

Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A (Định lý Pythagore đảo)

b) Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle ABM$ vuông tại A có:

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 \Rightarrow MB = 25$$

Có $AM + MC = AC$ nên $MC = AC - AM = 32 - 7 = 25$.

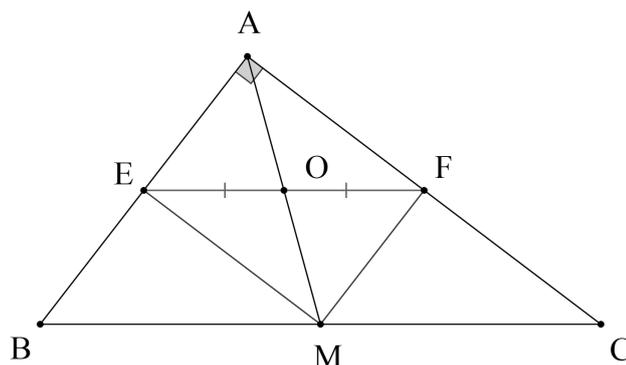
$\triangle MBC$ có $MB = MC = 25$ nên $\triangle MBC$ cân tại M .

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{MBC} \text{ (tc tam giác cân) (1)}$$

Lại có: $\widehat{AMB} = \widehat{C} + \widehat{MBC}$ (Tính chất góc ngoài tam giác) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMB} = 2\widehat{C}$.

9.



a) Xét ΔABC vuông tại A có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Định lý Pythagore)

Hay $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5 (cm)$

b) Xét ΔABC có:

$$\begin{cases} MB = MC \\ ME // AB \end{cases} \Rightarrow EA = EB \quad (1) \text{ (Tính chất đường trung bình của tam giác)}$$

$$\begin{cases} MB = MC \\ MF // AC \end{cases} \Rightarrow FA = FC \quad (2) \text{ (Tính chất đường trung bình của tam giác)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF$ là đường trung bình của ΔABC

$$\Rightarrow EF // BC$$

Xét tứ giác $BEFC$ có: $EF // BC$

\Rightarrow Tứ giác $BEFC$ là hình thang(Dấu hiệu nhận biết hình thang)

Xét tứ giác $AEMF$ có:

$$MF // AE \text{ (Vì } MF // AC, E \in AB \text{)}$$

$$ME // AF \text{ (Vì } ME // AB, F \in AC \text{)}$$

\Rightarrow Tứ giác $AEMF$ là hình bình hành (Dấu hiệu nhận biết hình bình hành)

Mà $\widehat{EAF} = 90^\circ$ (Vì ΔABC vuông tại A)

\Rightarrow hình bình hành $AEMF$ là hình chữ nhật (Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

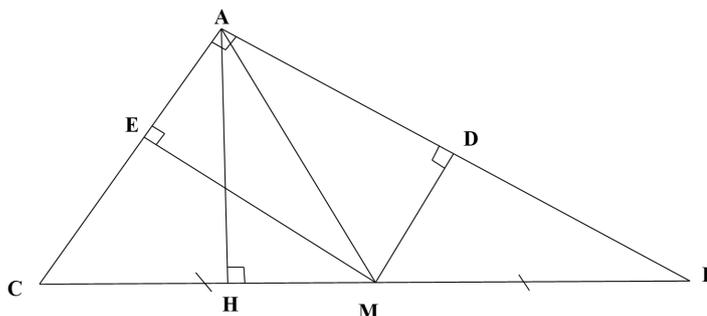
c) Vì tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật (Chứng minh trên)

\Rightarrow 2 đường chéo AM và EF cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (Tính chất hình chữ nhật)

Mà O là trung điểm của $EF \Rightarrow O$ là trung điểm của AM

$\Rightarrow A$ và M đối xứng qua O .

10.



a) Xét tứ giác $ADME$ có: $\widehat{A} = 90^\circ$ (gt); $\widehat{AEM} = 90^\circ$ ($ME \perp AC$);
 $\widehat{ADM} = 90^\circ$ ($MD \perp AB$)

Do đó tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.

b) Hình chữ nhật $ADME$ là hình vuông $\Leftrightarrow AM$ là đường phân giác \widehat{BAC}

Mà AM là đường trung tuyến $\triangle ABC$ (gt)

Vậy $\triangle ABC$ cân tại A

c) Xét $\triangle ABC$, $\widehat{A} = 90^\circ$ có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (ĐL Pythagore)

$$\Rightarrow BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BC = 10(cm)$$

Lại có $\triangle ABC$, $\widehat{A} = 90^\circ$, trung tuyến AM

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.10 = 5(cm) \text{ (tính chất tam giác vuông).}$$

d) Kẻ $AH \perp BC$. Có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC$; $S_{AMB} = \frac{1}{2}AH.MB$

$$\text{Mà } MB = \frac{1}{2}BC \text{ (}\triangle ABC, \text{ trung tuyến } AM) \Rightarrow S_{AMB} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2}.6.8 = 24(cm^2).$$

11.

Áp dụng định lí Pythagore vào $\triangle ABC$ vuông tại A

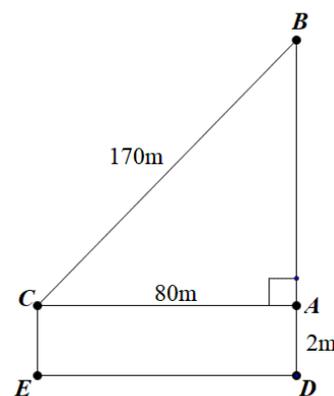
:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{170^2 - 80^2} = 150$$

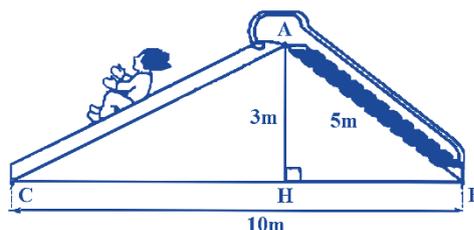
+ Độ cao của con điều so với mặt đất

$$150 + 2 = 152(m)$$





12.



Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác AHB vuông tại H .

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + HB^2 \\ \Rightarrow HB^2 &= AB^2 - AH^2 = (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9 = 16 \\ \Rightarrow HB &= \sqrt{16} = 4m \\ \Rightarrow CH &= CB - HB = 10 - 4 = 6m \end{aligned}$$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác AHC vuông tại H .

$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + CH^2 = (3)^2 + (6)^2 = 9 + 36 = 45 \\ \Rightarrow AC &= \sqrt{45} \approx 6,7m \end{aligned}$$

Vậy chiều dài đường trượt AC là $6,7m$.

13. Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại A ta có :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{(15,5)^2 + (7)^2} \approx 17(cm)$$

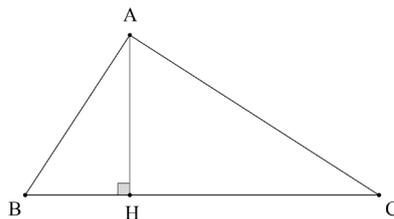
Vì $1\text{ inch} \approx 2,54cm$ nên chiếc điện thoại theo hình vẽ có : $\frac{17}{2,54} \approx 7\text{ inch}$



Bài 36: CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

B. BÀI TẬP

1.



a) Ta có $\frac{AB}{BH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = \frac{AC}{AH}$

Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CAH$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

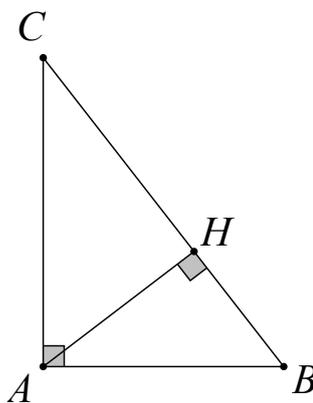
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} \text{ (chứng minh trên)}$$

Do đó $\triangle ABH$ và $\triangle CAH$ đồng dạng (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

b) Từ câu a suy ra $\widehat{CAH} = \widehat{ABH}$.

Ta lại có $\widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 90^\circ$ nên $\widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 90^\circ$. Do đó $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

2.



Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CHA$, ta có

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ; \widehat{ABH} = \widehat{CAH} \text{ (cùng phụ với góc HAB)}$$



Do đó $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (g.g), suy ra

$$\frac{AH}{CH} = \frac{AB}{CA} = \frac{HB}{HA} = \frac{AH + AB + HB}{CH + CA + HA} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CAB$, có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CAB} = 90^\circ; \widehat{B} \text{ là góc chung.}$$

Do đó $\triangle AHB \sim \triangle CAB$ (g.g), suy ra

$$\frac{AH}{CA} = \frac{AB}{CB} = \frac{HB}{AB} = \frac{AH + AB + HB}{CH + CB + AB} = \frac{18}{CH + CB + AB} \quad (2)$$

Từ (1), ta đặt $AB = 3k, CA = 4k$. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A :

$$CB^2 = AB^2 + CA^2 = (3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

nên $CB = 5k$. Do đó $\frac{AB}{CB} = \frac{3}{5}$

Từ (2) suy ra $\frac{3}{5} = \frac{18}{\text{chu vi } \triangle ABC}$

Vậy chu vi $\triangle ABC$ bằng $18 \cdot \frac{5}{3} = 30$ (cm).

3.

Từ $\triangle ADH$ và $\triangle ACF$ đồng dạng (g.g) suy ra được

$$AD \cdot AF = AC \cdot AH \quad (1)$$

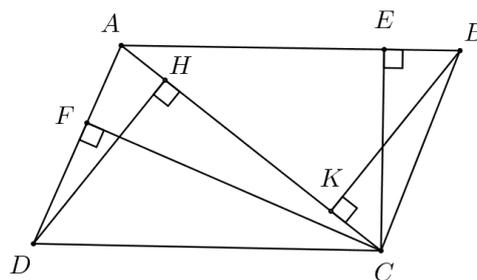
Từ $\triangle ACE$ và $\triangle ABK$ đồng dạng (g.g) suy ra được

$$AB \cdot AE = AC \cdot AK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$AD \cdot AF + AB \cdot AE = AC \cdot (AH + AK) = AC^2$$

4.





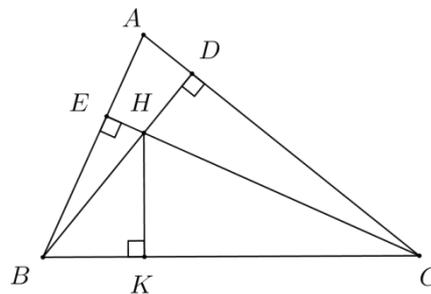
Kẻ $HK \perp BC$. Từ các tam giác đồng dạng, ta chứng minh được

$$BH \cdot BD = BK \cdot BC \quad (1)$$

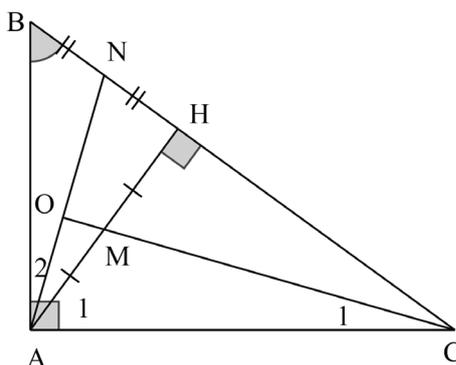
$$CH \cdot CE = CK \cdot CB \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) ta được đẳng thức

$$BC^2 = BH \cdot BD + CH \cdot CE$$



5.



a) Ta có: $\widehat{B} = \widehat{A}_1$ (phụ \widehat{BAH}); $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle ABH \# \triangle CAH (gg) \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{AC}{AB} = \frac{AM}{BN}$$

b) Ta có: $\frac{AC}{AB} = \frac{AM}{BN}$; $\widehat{B} = \widehat{A}_1 \Rightarrow \triangle ABN \# \triangle CAM (cgc)$

c) $\triangle ABN \# \triangle CAM \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1$

Gọi O là giao điểm của CM và AN. Xét $\triangle AOC$, có:

$$\widehat{OAC} + \widehat{ACO} = \widehat{OAC} + \widehat{A}_2 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{O} = 90^\circ$$

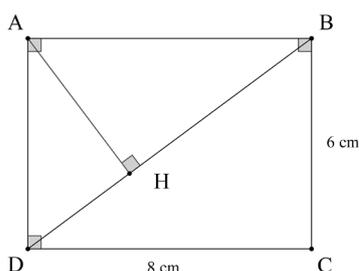
$$d) \triangle AMO \# \triangle CMH (gg) \Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{MO}{MH}$$

$$\Rightarrow AM \cdot MH = MC \cdot MO \Rightarrow AM^2 = MC \cdot MO \Rightarrow \left(\frac{AH}{2}\right)^2 = MC \cdot MO$$

$$\Rightarrow AH^2 = 4MC \cdot MO \text{ (đpcm)}$$



6.



a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle BCD$ ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{BCD} = 90^\circ; \widehat{ABH} = \widehat{BDC} \text{ (} AB \parallel CD \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle BCD \text{ (} g.g \text{)}.$$

b) Xét $\triangle AHD$ và $\triangle BAD$ ta có:

$$\widehat{AHD} = \widehat{BAD} = 90^\circ; \widehat{ADH} : \text{chung}$$

$$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle BAD \text{ (} g.g \text{)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{HD}{AD} \Leftrightarrow AD^2 = DH \cdot BD \text{ (đpcm)}$$

c) Ta có: $AD = BC = 6 \text{ cm}$ ($ABCD$ là H.C.N)

Xét $\triangle ADB$ vuông tại A , ta có:

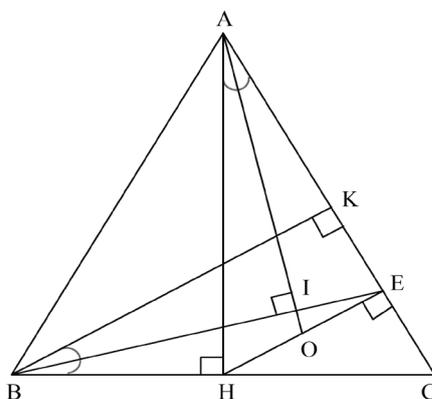
$$BD^2 = AD^2 + AB^2 \text{ (định lí Pythagore)}$$

$$\Rightarrow BD^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BD = 10$$

$$\text{Lại có: } \frac{AH}{AB} = \frac{AD}{BD} \text{ (vì } \triangle AHD \sim \triangle BAD \text{)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{8} = \frac{6}{10} \Rightarrow AH = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8. \text{ Vậy } AH = 4,8 \text{ cm}$$

7.





a) Xét $\triangle AHE$ và $\triangle BCK$, có:

$$\widehat{AEH} = \widehat{BKC} = 90^\circ; \widehat{HAE} = \widehat{CBK} \Rightarrow \triangle AHE \cong \triangle BCK (gg)$$

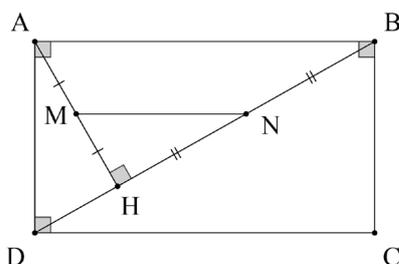
b) Ta có: $\triangle AHE \cong \triangle BCK (gg) \Rightarrow \frac{AE}{BK} = \frac{HE}{CK} = \frac{OE}{EK}$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EO} = \frac{BK}{KE} \Rightarrow \triangle AEO \cong \triangle BKE (cgc)$$

c) Theo câu b, có:

$$\triangle AEO \cong \triangle BKE (c-g-c) \Rightarrow \widehat{EBK} = \widehat{EAI}; \widehat{KBE} + \widehat{KEB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{KEB} + \widehat{EAI} = 90^\circ$$

8.



a) Xét $\triangle AHD$ và $\triangle BAD$

$$\widehat{AHD} = \widehat{BAD} = 90^\circ; \widehat{ADH} : chung$$

$$\Rightarrow \triangle AHD \cong \triangle BAD (g.g)$$

b) Ta có $\triangle AHD \cong \triangle BAD (cmt)$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{HD}{AD}$$

$$\Leftrightarrow AD^2 = HD \cdot BD$$

$$\Leftrightarrow AD^2 = 4 \cdot 16 = 64$$

$$\Rightarrow AD = 8 \text{ (cm)}.$$

c) Xét $\triangle HAB$

M là trung điểm AH (gt)

N là trung điểm HB (gt)

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của $\triangle HAB$

$$\Rightarrow MN \parallel AB$$

$$\Rightarrow \triangle HMN \cong \triangle HAB$$

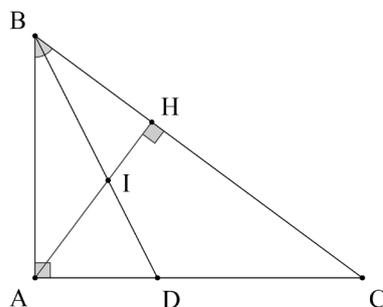


$$\Rightarrow \frac{HM}{HN} = \frac{MN}{AB} \Leftrightarrow HM \cdot AB = HA \cdot MN$$

Mà $AB=CD$ (ABCD là H.C.N)

$$\Rightarrow HM \cdot CD = HA \cdot MN \text{ (đpcm)}$$

9.



a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HBA$

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ; \widehat{ABH} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle HBA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{HB} = \frac{BC}{BA} \Leftrightarrow AB^2 = BH \cdot BC \text{ (đpcm)}$$

b) Ta có BI là đường phân giác của $\triangle HBA$ ($\widehat{ABI} = \widehat{HBI}$)

$$\Rightarrow \frac{IH}{IA} = \frac{BH}{BA} \quad (1)$$

Lại có BD là đường phân giác của $\triangle ABC$ (gt)

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{BA}{BC} \quad (2)$$

$$\text{mà } \frac{BH}{BA} = \frac{BA}{BC} \text{ (vì } \triangle ABC \sim \triangle HBA \text{)} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow \frac{IH}{IA} = \frac{AD}{CD} \text{ (đpcm).}$$

c) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10$$

$$\text{Ta có: } \frac{AD}{CD} = \frac{BA}{BC} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD + CD}{CD} = \frac{BA + BC}{BC}$$

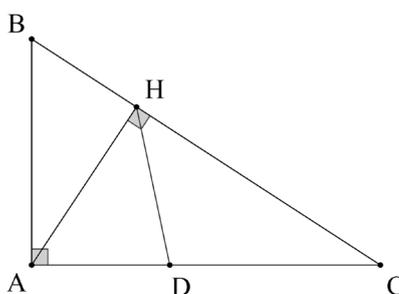


$$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{6+10}{10} \Leftrightarrow \frac{8}{CD} = \frac{16}{10} \Rightarrow CD = 5$$

Ta có: $S_{BCD} = \frac{1}{2}.AB.CD = \frac{1}{2}.6.5 = 15 (cm^2)$

Vậy $S_{BCD} = 15 cm^2$

10.



a) Xét ΔHBA và ΔABC

$$\widehat{BHA} = \widehat{BAC} = 90^\circ$$

\widehat{ABH} chung

$$\Rightarrow \Delta HBA \sim \Delta ABC (g.g)$$

b) Xét ΔAHB và ΔCHA

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

$\widehat{BAH} = \widehat{HCA}$ (cùng phụ \widehat{HAC})

$$\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta CHA (g.g)$$

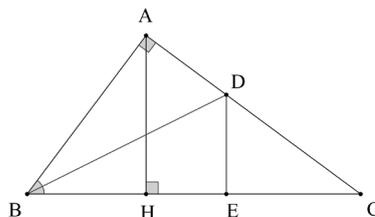
$$\Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{HB}{HA} \Rightarrow AH^2 = HB.HC \text{ (đpcm)}$$

c) Ta có: $\frac{DA}{DC} = \frac{HA}{HC} \Rightarrow \frac{DA^2}{DC^2} = \frac{HA^2}{HC^2}$

mà $HA^2 = HB.HC$ (cmt) $\Rightarrow \frac{DA^2}{DC^2} = \frac{HB.HC}{HC^2} \Leftrightarrow \frac{DA^2}{DC^2} = \frac{HB}{HC}$

Vậy $\frac{HB}{HC} = \frac{DA^2}{DC^2}$ (đpcm)

11.



a) Xét $\triangle HBA$ và $\triangle ABC$ có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

\widehat{ABC} chung

$$\Rightarrow \triangle HBA \sim \triangle ABC \text{ (g-g)}$$

b) Vì $\triangle HBA \sim \triangle ABC$ (cmt)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \text{ (cặp cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

Mà $AB = BE$ (gt)

$$\Rightarrow BE^2 = BH \cdot BC$$

c) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A (gt)

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 25 \text{ mà } BC > 0$$

Vậy $BC = 5\text{cm}$

d) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle EBD$:

$$AB = BE \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{EBD} \text{ (vì } BD \text{ là phân giác của } \widehat{ABC}\text{)}$$

BD chung

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle EBD \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BED} = 90^\circ \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DEC} = 90^\circ$$

Biết $BE + CE = BC$

$$CE = 2\text{cm}$$

Xét $\triangle EDC$ và $\triangle ABC$:

$$\widehat{DEC} = \widehat{BAC} = 90^\circ \text{ (gt và cmt)}$$

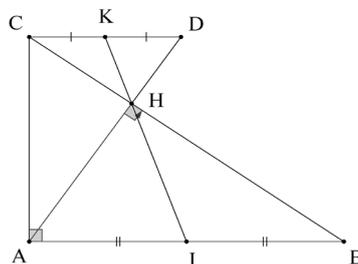
\widehat{C} chung

$$\Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle ABC \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CED}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CE}{AC}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



12.



a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HBA$ có:

$$\widehat{CAB} = \widehat{AHB} (= 90^\circ)$$

\widehat{B} chung

$\Rightarrow \triangle ABC \# \triangle HBA \Rightarrow đpcm.$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 20^2 + 15^2 = BC^2 \Leftrightarrow BC^2 = 625 \Leftrightarrow BC = 25cm$$

Ta có: $\triangle ABC \# \triangle HBA$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA} \Leftrightarrow AH = \frac{AC \cdot BA}{BC} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12cm$$

b) Ta có: $\begin{cases} AB // CD \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp CD \Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ$

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CAD$ có:

$$\widehat{CAB} = \widehat{ACD} (= 90^\circ)$$

$\widehat{B} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với \widehat{HAB}).

$$\Rightarrow \triangle ABC \# \triangle CAD \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{CA} \Leftrightarrow AC^2 = AB \cdot CD$$

c) Ta có $BI // CK \Rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{HCK}$ (so le trong)

Xét $\triangle HBA$ vuông tại H có HI là đường trung tuyến $\Rightarrow HI = BI \Rightarrow \widehat{IBH} = \widehat{IHB}$

Xét $\triangle DHC$ vuông tại H có HK là đường trung tuyến

$$\Rightarrow HK = KC \Rightarrow \widehat{KHC} = \widehat{KCH}$$

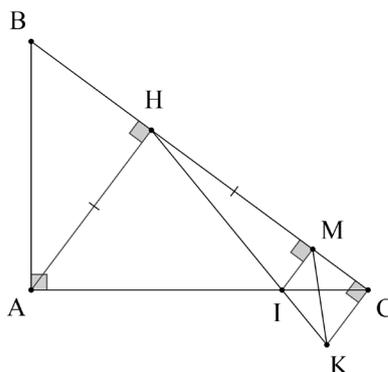
$$\text{Mà: } \widehat{HBI} = \widehat{KCH} \Rightarrow \widehat{IHB} = \widehat{KHC}$$

$$\text{Lại có: } \widehat{CHK} + \widehat{KHB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BHI} + \widehat{KHB} = 180^\circ$$



$\Rightarrow H, I, K$ thẳng hàng.

13.



a) Xét $\triangle HBA$ và $\triangle ABC$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{BAC} (= 90^\circ)$$

\widehat{B} chung

$\Rightarrow \triangle HBA \sim \triangle ABC$ (g - g)

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 9^2 + 12^2 \Leftrightarrow BC = 15 \text{ cm}$$

Ta có: $\triangle HBA \sim \triangle ABC$ (theo câu a)

$$\Rightarrow \frac{HA}{AC} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2 \text{ cm}$$

c) Xét $\triangle MCK$ vuông tại C có: $\widehat{CMK} = 45^\circ$ (do KM là tia phân giác của \widehat{IMC})

$\Rightarrow \triangle MCK$ vuông cân tại $C \Rightarrow MC = CK$

Xét $\triangle HAC$ có:

$MI \parallel AH$ (cùng vuông góc với BC)

$$\Rightarrow \frac{CM}{HM} = \frac{CI}{AI} \text{ (định lý Ta - let). (1)}$$

Mà có $MC = CK$ (cmt) và $HM = AH$

$$\Rightarrow \frac{CK}{AH} = \frac{CI}{AI}$$

Xét $\triangle IHA$ và $\triangle IKC$ có:

$$\widehat{IHA} = \widehat{IKC} \text{ (cặp góc so le trong)}$$



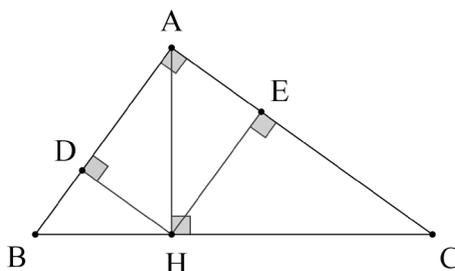
$$\frac{AH}{CK} = \frac{AI}{CI} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle IHA \# \triangle IKC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AIH} = \widehat{CIK} \text{ (Hai góc tương ứng)}$$

Mà $\widehat{AIH} + \widehat{HIC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CIK} + \widehat{HIC} = 180^\circ \Rightarrow I, H, K$ thẳng hàng.

14.



Vì AH là đường cao của $\triangle ABC$ nên $AH \perp BC$ tại H

$$\Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$$

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{BAC} = 90^\circ$

a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CAB$ có $\widehat{AHB} = \widehat{CAB} = 90^\circ$

$$\widehat{AHB} = \widehat{CBA} \text{ (góc chung)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHB \# \triangle ABC \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

b) Vì D là hình chiếu của H trên AB nên $HD \perp AB$ tại D

$$\Rightarrow \widehat{ADH} = \widehat{BDH} = 90^\circ$$

Vì E là hình chiếu của H trên AC nên $HE \perp AC$ tại E

$$\Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{CEH} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ADHE$ có $\widehat{DAE} = \widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật

c) Theo câu b) tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow DE = AH$

Áp dụng định lí Pythagore vào $\triangle ABC$ vuông tại A ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow BC = 15 \text{ (cm)}$$

$$\text{Theo câu a) } AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2 \text{ (cm)}$$

Do đó $DE = AH = 7,2 \text{ (cm)}$

d) Xét $\triangle ADH$ và $\triangle HDB$ có $\widehat{ADH} = \widehat{HDB} = 90^\circ$

$$\widehat{DAH} = \widehat{DHB} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ABC} \text{)}$$



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABD} = \widehat{CED} = 90^\circ \\ \widehat{BDA} = \widehat{EDC} \text{ (dd)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABD \# \Delta CED (g - g) \rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD}$$

Xét ΔBDE và ΔADC có:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \text{ (cmt)} \\ \widehat{D} \text{ (chung)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta BED \# \Delta ADC (c - g - c)$$

c) Tương tự, xét ΔFEA và ΔFBC có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{FEA} = \widehat{FBC} = 90^\circ \\ \widehat{F} \text{ (chung)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FEA \# \Delta FBC (g - g) \rightarrow \frac{FE}{FB} = \frac{FA}{FC}$$

Xét ΔFBE và ΔFCA có:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{FE}{FB} = \frac{FA}{FC} \text{ (cmt)} \\ \widehat{F} \text{ (chung)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FEB \# \Delta FAC (c - g - c)$$

d) Vì $\Delta BDE, \Delta EDF$ vuông, có $MF = MD$ (gt) $\rightarrow MF = MD = MB = ME$ (t/c đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Nên M là điểm thứ nhất nằm trên đường trung trực của BE (1)

Vì $\Delta ABC, \Delta CEA$ vuông, có $AN = NC$ (gt) $\rightarrow BN = AN = NC = NE$ (t/c

đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Nên N là điểm thứ hai nằm trên đường trung trực của BE (2)

Từ (1) và (2) suy ra; MN là đường trung trực của BE hay $MN \perp BE$

e) Ta có $\widehat{BCH} = \widehat{HBA}$ (cùng phụ với \widehat{HBC})

Mà: $\widehat{NBC} = \widehat{NCB}$ (vì ΔBNC cân tại N) $\rightarrow \widehat{NBC} = \widehat{HAB}$

Lại có: $\widehat{ABI} = \widehat{CBI} \rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{NBI}$ hay BI là tia phân giác của ΔHBN

f) Nên điểm I nằm giữa hai điểm H và N hay $HI + IN = HN$ (đpcm)

g) Vì ΔABC vuông tại B, mà $AB < BC \Leftrightarrow AB < BC < AC$

$$\Leftrightarrow \widehat{BCA} < \widehat{BAC} < \widehat{ABC} \Leftrightarrow \widehat{BCA} < 45^\circ < \widehat{BAC}$$

Mà: $\widehat{ABI} = \widehat{BCI}$ (cmt) $\Leftrightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC} = 45^\circ$

Suy ra: $\widehat{BAI} > \widehat{ABI}$ (3)



Lại có: $\widehat{BAC} = \widehat{HBC}$ (cùng phụ \widehat{HCB})

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{HBC} = \widehat{HBN} + \widehat{NBC} \\ \widehat{BIA} = \widehat{IBC} + \widehat{NCB} \\ \widehat{NBC} = \widehat{NCB} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{HBN} < \widehat{IBC} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{HBC} < \widehat{BIA} \Leftrightarrow \widehat{BAI} < \widehat{BIA} (4)$$

Từ (3) và (4), suy ra trong tam giác: $\widehat{ABI} < \widehat{BAI} < \widehat{BIA}$

h) Giả sử $AD = FC$, kéo dài FD cắt AC tại G

Mà D là trực tâm của $\triangle ACF \rightarrow \widehat{FGA} = 90^\circ$

Xét $\triangle ADG$ vuông và $\triangle FCG$ vuông có:

$$\widehat{DAG} = \widehat{DFE} \text{ (cùng phụ } \widehat{ADG} = \widehat{FDE} \text{)}$$

$$AD = FC \text{ (gt)}$$

Suy ra: $\triangle ADG$ vuông = $\triangle FCG$ vuông (ch-gn) $\Rightarrow AG = FG$ và $DG = GC$

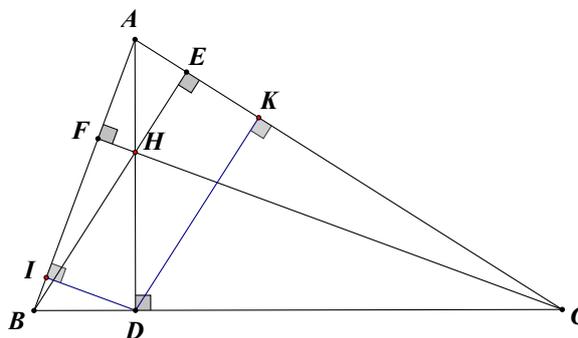
$\Leftrightarrow \triangle FGA$ và $\triangle DGC$ vuông cân tại G hay $\widehat{FAG} = \widehat{GFA} = 45^\circ$ và

$$\widehat{DCG} = \widehat{GDC} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{GDB} = 135^\circ \Leftrightarrow \widehat{GDA} = \widehat{ADB} = \frac{1}{2} \cdot 135^\circ \Leftrightarrow \widehat{DFE} = 90^\circ - \frac{135^\circ}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

Suy ra: $\widehat{CFA} = 45^\circ + 22,5^\circ = 67,5^\circ$, tương tự ta có: $\widehat{ACF} = 67,5^\circ$

16.



a) **Chứng minh** $AD^2 = AI \cdot AB$

Xét $\triangle AID$ và $\triangle ADB$ có



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AID} = \widehat{ADB} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AID \# \Delta ADB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AI}{AD} \text{ (tỉ lệ cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AI \cdot AB \text{ (1)}$$

b) Chứng minh $\Delta AIK \# \Delta ACB$

Chứng minh tương tự $\Delta AKD \# \Delta ADC$ và suy ra $AD^2 = AK \cdot AC$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $AK \cdot AC = AI \cdot AB$

$$\Rightarrow \frac{AK}{AI} = \frac{AB}{AC}$$

Xét ΔAIK và ΔACB có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} \text{ chung} \\ \frac{AK}{AI} = \frac{AB}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AIK \# \Delta ACB \text{ (c.g.c) (3)}$$

c) Chứng minh $\Delta AFE \# \Delta ACB$

Xét ΔAEB và ΔAFC có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AEB \# \Delta AFC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$$

Xét ΔAFE và ΔACB có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} \text{ chung} \\ \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AFE \# \Delta ACB \text{ (c.g.c) (4)}$$

d) Chứng minh $EF // IK$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \Delta AFE \# \Delta AIK$ (tính chất bắc cầu)

$$\Rightarrow \frac{AF}{AI} = \frac{AE}{AK} \text{ (Tỉ lệ cạnh tương ứng)}$$



$$\Rightarrow EF // IK$$

e) Chứng minh $DH \cdot DA = DB \cdot DC$

Ta có $\widehat{DAC} = \widehat{KDC}$ (cùng phụ với \widehat{ACD}) (5),

Mặt khác $BE // DK$ (cùng vuông góc AC),

$$\Rightarrow \widehat{EBD} = \widehat{KDC} \text{ (góc đồng vị) (6)}$$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{EBD}$

Xét $\triangle BDH$ và $\triangle ADC$ có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{DAC} = \widehat{EBD} \\ \widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle ADC \text{ (g,g)}$$

$$\Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD} \Rightarrow DH \cdot DA = DB \cdot DC$$

f) Chứng minh: H là giao điểm các đường phân giác trong $\triangle DEF$

Ta có $\triangle AFE \sim \triangle ACB$

$$\Rightarrow \widehat{E}_3 = \widehat{ABC}$$

Chứng minh tương tự cặp $\triangle AFE \sim \triangle ACB$ ta cũng có $\triangle CDE \sim \triangle ACB$

$$\text{Khi đó } \Rightarrow \widehat{E}_4 = \widehat{ABC} = \widehat{E}_3$$

$$\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 \Rightarrow EH \text{ là tia phân giác của } \widehat{FED} .$$

Chứng minh tương tự ta có FH là tia phân giác của \widehat{EFD}

Vậy H là giao điểm của ba đường phân giác trong $\triangle EFD$.

g) Gọi EF cắt AH tại P , chứng minh $HP \cdot AD = AP \cdot DH$

Trong tam giác EPC có

EH là phân giác trong của \widehat{PFD} ;

Mà $HE \perp AE$

$\Rightarrow AE$ là phân giác ngoài tại đỉnh E của tam giác PEH .

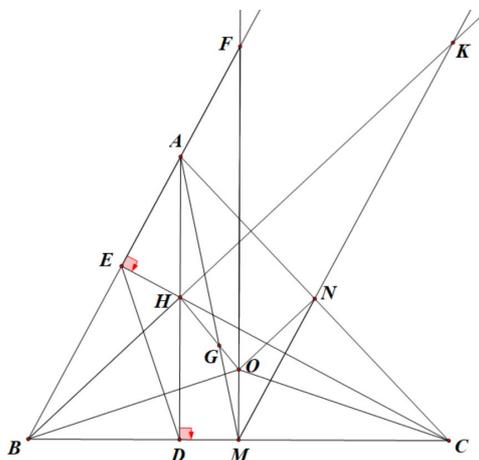
Áp dụng tính chất phân giác ngoài ta có:



$$\frac{AP}{AD} = \frac{PE}{ED} = \frac{PH}{HD}$$

$$\Rightarrow HP \cdot AD = AP \cdot DH$$

17.



a) Chứng minh $BE \cdot BA = BD \cdot BC$.

Xét tam giác $\triangle BAD$ và $\triangle BCE$ ta có:

$$\widehat{ADB} = \widehat{CEB} = 90^\circ$$

\widehat{B} chung

Do đó $\triangle BAD \square \triangle BCE$ (g - g)

$$\text{Từ đó suy ra: } \frac{BA}{BC} = \frac{BD}{BE} \text{ hay } BE \cdot BA = BD \cdot BC.$$

b) Chứng minh rằng $\triangle HAE \square \triangle HCD$.

Xét tam giác $\triangle HAE$ và $\triangle HCD$ ta có:

$$\widehat{HEA} = \widehat{HDC} = 90^\circ$$

$$\widehat{AHE} = \widehat{CHD} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Vậy $\triangle HAE \square \triangle HCD$ (g - g).

c) Chứng minh: \widehat{BED} và \widehat{BCA} bằng nhau.

Xét tam giác $\triangle BED$ và $\triangle BCA$ ta có:

$$\frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BE} \text{ (theo câu 1)}$$

\widehat{B} chung

Do đó $\triangle BED \square \triangle BCA$ (c - g - c), suy ra $\widehat{BED} = \widehat{BCA}$ (hai góc tương ứng).



d) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và AC . Tính tỉ số diện tích của tam giác ABC và tam giác NMC ?

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN // AB$ và

$$AB = 2.MN.$$

Xét tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle NMC$ ta có:

$$\widehat{CAB} = \widehat{CNM} \text{ (hai góc đồng vị)}$$

\widehat{C} chung

Do đó $\triangle ABC \sim \triangle NMC$ (g - g) với tỉ số đồng dạng là $\frac{AB}{MN} = 2$.

Vậy tỉ số diện tích của tam giác ABC và tam giác NMC là 4.

e) Gọi O là điểm cách đều ba điểm A, B, C . Chứng minh rằng $\triangle OMN \sim \triangle HAB$.

Ta có $OB = OC$ và M là trung điểm của BC nên OM là đường trung trực của BC .

Do đó $OM \perp BC$. Suy ra $OM // AD$ (vì cùng vuông góc với BC).

Gọi F là giao điểm của OM và AB , K là giao điểm của BH và MN .

$$\text{Ta có } \widehat{OMN} = \widehat{HAB} \text{ (vì cùng bằng } \widehat{F} \text{)}. \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có } \widehat{ONM} = \widehat{HBA} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle OMN \sim \triangle HAB$ (g - g).

f) So sánh chu vi của tam giác OMN với chu vi của tam giác HAB .

Theo câu 5 ta có $\triangle OMN \sim \triangle HAB$ với tỉ số đồng dạng là $\frac{MN}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{OM}{HA}$.

Do đó tỉ số chu vi của tam giác OMN với chu vi của tam giác HAB là $\frac{1}{2}$, hay chu vi của tam giác HAB gấp 2 lần chu vi của tam giác OMN .

g) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng: $\triangle HAG \sim \triangle OMG$.

Xét tam giác $\triangle HAG$ và $\triangle OMG$ ta có:

$$\frac{OM}{HA} = \frac{MG}{AG} = \frac{1}{2}$$

$$\widehat{OMG} = \widehat{HAG} \text{ (do } OM // AH \text{)}$$

Do đó $\triangle HAG \sim \triangle OMG$ (c - g - c).

h) Chứng minh rằng: $GH = 2.GO$.

Vì $\triangle HAG \sim \triangle OMG$ (theo câu 7) nên $\frac{GH}{OG} = \frac{AG}{MG} = 2$.



Vậy $GH = 2.OG$.

i) Chứng minh rằng: trục tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ thẳng hàng.

Theo câu 7 ta có $\triangle HAG \cong \triangle OMG$, suy ra $\widehat{HGA} = \widehat{OGM}$

Vì $\widehat{HGA} + \widehat{HGM} = 180^\circ$ nên $\widehat{OGM} + \widehat{HGM} = 180^\circ$, do đó O, G, H thẳng hàng.

Vậy trục tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ thẳng hàng.



Bài 38: HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

1. a) Các mặt bên của hình chóp có dạng hình tam giác cân. Đỉnh của hình chóp là đỉnh S

b) Các cạnh bên: SA, SB, SC .

d) Mặt đáy: ABC . Mặt bên: SAB, SBC, SAC .

2. a) Khối Rubik có dạng như hình bên thường được gọi là hình chóp tam giác đều.

b) Số mặt là 4. Số cạnh là 6, số đỉnh là 1.

c) Có 13 tam giác đều có trên một mặt của chiếc Rubik này.

3. Diện tích xung quanh giỏ hoa gỗ mini là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.C.d = \frac{1}{2}.(3.10).20 = 300(cm^2)$$

4. a) Chu vi tam giác ABC là: $C = 3a = 3.6 = 18$ (cm).

b) Độ dài trung đoạn hình chóp $S.ABC$ là $d = SH = 9$ (cm)

c) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.C.d = \frac{1}{2}.18.9 = 81 (cm^2)$$

5. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.C.d = \frac{1}{2}.(7.3).11 = 115,5 (cm^2)$$

6. Diện tích xung quanh của hình chóp là : $S_{xq} = \frac{1}{2}.C.d = \frac{1}{2}.(3.4).5 = 30(cm^2)$.

Diện tích toàn phần của hình chóp là : $S_{tp} = S_{xq} + S = 30 + \frac{1}{2}.4.3,5 = 37(cm^2)$

7. Diện tích xung quanh của khối bê tông là

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.C.d = \frac{1}{2}.(3.2).3 = 9(cm^2)$$

Cần phải trả số tiền khi sơn ba mặt xung quanh là $9.30000 = 270000$ (đồng).

8. Thể tích của chóp inox trên đỉnh núi Fansipan (Việt Nam) là :



$$V = \frac{1}{3} \cdot 1560 \cdot 90 = 46800 (\text{cm}^3)$$

9. a) Diện tích đáy của khối Rubic.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h \quad \text{Suy ra } S = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot 44,002}{5,88} = 22,45 (\text{cm}^2)$$

b) Chiều cao của hình chóp tam giác đều đó là :

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h \quad \text{Suy ra } h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 12\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = 4 (\text{cm})$$

10. a) Gọi M là trung điểm của AC và O là giao điểm của ba đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Ta có BM là đường cao của tam giác đều nên

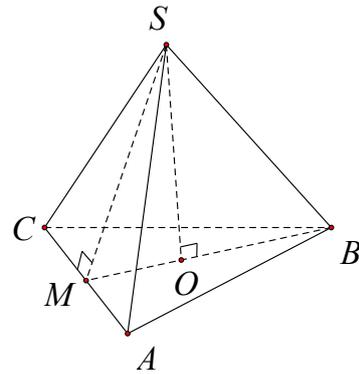
$$BM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}; \quad BO = \frac{2}{3}BM = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle SBO$ vuông tại O nên ta có:

$$SO^2 = SB^2 - OB^2 = 8 - (4\sqrt{3})^2 = 16$$

$$\Rightarrow SO = 4 (\text{cm})$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là } \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} (\text{cm}^2).$$



$$\text{Thể tích của hình chóp là: } V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot 36\sqrt{3} \cdot 4 = 48\sqrt{3} (\text{cm}^3).$$

b) Tam giác SMA vuông tại M nên $SM^2 = SA^2 - MA^2 = 8^2 - 6^2$

$$\Rightarrow SM = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} (\text{cm})$$

Diện tích xung quanh của hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d = \frac{12 \cdot 3}{2} \cdot 2\sqrt{7} = 36\sqrt{7} (\text{cm}^2).$$

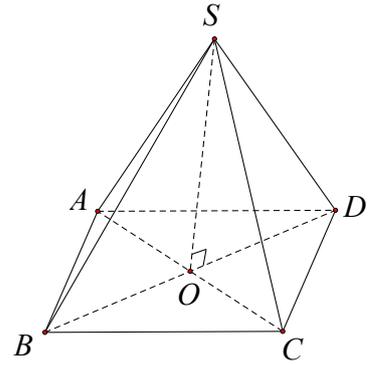
Diện tích toàn phần của hình chóp là:

$$S_{tp} = 36\sqrt{7} + 36\sqrt{3} = 36(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \approx 157,6 (\text{cm}^2).$$



Bài 39: HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

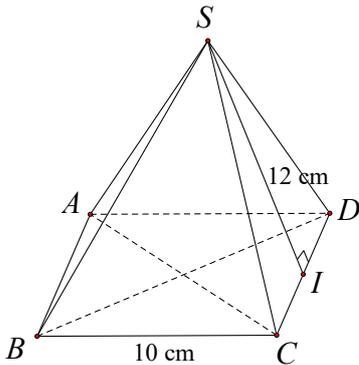
1. a) Các mặt bên của hình chóp có dạng hình tam giác cân. Đỉnh của hình chóp là đỉnh S
- b) Các cạnh bên: SA, SB, SC, SD .
- d) Mặt đáy: $ABCD$. Mặt bên: SAB, SBC, SCD, SAD



2. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot d = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 12) \cdot 8 = 192(\text{cm}^2)$$

- 3.



- a) Chu vi $ABCD$ là: $C = 4a = 4 \cdot 10 = 40(\text{cm})$.
- b) Độ dài trung đoạn hình chóp $S.ABCD$ là $d = SI = 12(\text{cm})$
- c) Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 12 = 240(\text{cm}^2)$$

4. a) Độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là :

$$S = a^2 \text{ Suy ra } 400 = a^2 \text{ nên } a = 20 \text{ cm}$$

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot d = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 20) \cdot 25 = 1000(\text{cm}^2)$$

- b) Diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là :

$$S_{tp} = S_{xq} + S = 1000 + 20^2 = 1400(\text{cm}^2)$$

5. a) Thể tích kim tự tháp Kê - ốp là : $V = \frac{1}{3} \cdot (233)^2 \cdot 146,5 = 2651112,8(\text{m}^3)$

- b) Thể tích của kim tự tháp Louvre $V = \frac{1}{3} \cdot (34)^2 \cdot 21 = 8092(\text{m}^3)$



6. Thể tích của hình chóp tứ giác đều đó là :

$$V = \frac{1}{3} \cdot (40 \cdot 40) \cdot 52 = 27733,3 \text{ (mm}^3\text{)}$$

7.

a) Độ dài cạnh đáy của hình chóp là :

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h \Rightarrow S = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot 1280}{15} = 256 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{256} = 16 \text{ (cm)}$$

Vậy độ dài cạnh đáy của hình chóp là 16 (cm).

b) Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là :

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot d = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 16) \cdot 17 = 544 \text{ (cm}^2\text{)}$$

8.

Gọi SO là đường cao của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

$ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $BD = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a \Rightarrow OB = a$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều $\Rightarrow \triangle SOB$ vuông tại O .

Ta có: $SO^2 = SB^2 - OB^2 = (a\sqrt{10})^2 - a^2 = 9a^2 \Rightarrow SO = 3a$.

Thể tích của hình chóp là: $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (a\sqrt{2})^2 \cdot 3a = 2a^3$.

9.

Ta đặt $BC = 2a$ và trung đoạn $SM = d (a < d)$.

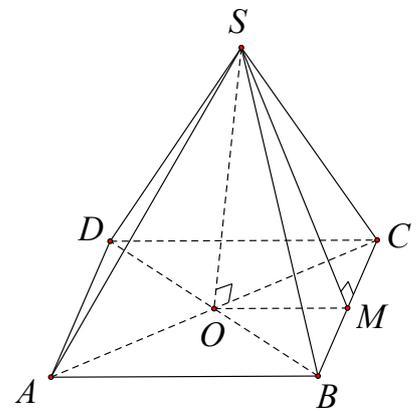
Khi đó $S_{xq} = \frac{2a \cdot 4}{2} \cdot d = 4ad$.

Theo đề bài ta có: $4ad = 48 \Rightarrow ad = 12$ (1)

Xét $\triangle SMC$ vuông tại M , ta có: $MC^2 + SM^2 = SC^2$.

Do đó $a^2 + d^2 = 25$. Suy ra $a^2 + d^2 + 2ad = 25 + 24$

$$\Rightarrow (a + d)^2 = 49 \Rightarrow a + d = 7. \quad (2)$$





Từ (1) và (2) ta được: $\begin{cases} a + d = 7 \\ ad = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4; d = 3 \text{ (loại)} \\ a = 3; d = 4 \text{ (Thỏa mãn)}. \end{cases}$

Khi đó $SO^2 = SM^2 - OM^2 = d^2 - a^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow h = SO = \sqrt{7}$ (cm). Vậy thể tích hình chóp là: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.6^2.\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$ (cm^3).