

Câu 1 (2,5 điểm) Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} + 4\sqrt{a} \right) \frac{1}{2a\sqrt{a}}, \text{ (Với } a > 0, a \neq 1)$$

a) Rút gọn P .

b) Tìm điều kiện của a để $P < \frac{1}{a+1}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$ (x là ẩn số). Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$

b) Gieo hai con súc sắc (I) và (II) cân đối và đồng chất. Gọi số chấm xuất hiện trên con súc sắc (I) là m , số chấm xuất hiện trên con súc sắc (II) là n . Tính xác suất để xuất hiện cặp số m, n làm cho phương trình $x^2 + mx + n = 0$ vô nghiệm.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$.

Tìm giá trị của m để biểu thức $P = xy + x - 1$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 4$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq 1$. Đẳng thức xảy ra khi nào?

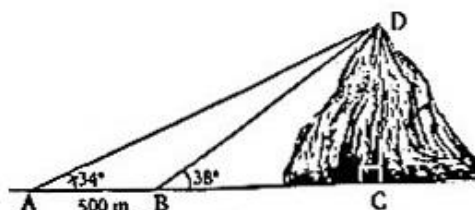
Câu 4 (2,5 điểm) Cho hình vuông $ABCD$. Lấy điểm E thuộc cạnh BC , với E không trùng B và E không trùng C . Vẽ EF vuông góc với AE , với F thuộc CD . Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G . Vẽ đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với AE , đường thẳng a cắt đường thẳng DE tại điểm H .

a) Chứng minh: $\frac{AE}{AF} = \frac{CD}{DE}$.

b) Chứng minh rằng tứ giác $AEGH$ là tứ giác nội tiếp được đường tròn.

c) Gọi b là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE tại E , biết b cắt đường trung trực của đoạn thẳng EG tại điểm K . Chứng minh rằng KG là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE .

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hai điểm A, B cách nhau $500m$ và thẳng hàng với điểm C là hình chiếu vuông góc của đỉnh núi D xuống mặt đất (như hình vẽ). Biết tại điểm A và B người ta nhìn thấy đỉnh núi D với các góc nâng so với phương nằm ngang lần lượt là 34° và 38° . Tính chiều cao của đỉnh núi trên so với mặt đất (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



-----HẾT-----