

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



LÝ THUYẾT.

I. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Vector trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Độ dài của vector trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó.

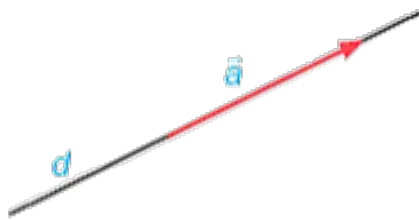
Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, đối với vector trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:

Vector có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.

Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vector thì vector còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

Độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là giá của vector đó



Hình 2.4. Đường thẳng d
là giá của vector $\vec{a}$.

Hai vector được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

Nếu hai vector cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vector trong không gian:

Trong không gian, với mỗi điểm O và vector $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.

Các vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vector -không.

Ta quy ước vector-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vector. Do đó, các vector-không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

II. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

a) Tổng của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

Bốn điểm A, B, A', B' đồng phẳng và tứ giác $ABB'A'$ là hình bình hành.

Chú ý: Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:

Tính chất giao hoán: Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

Tính chất kết hợp: Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là ba vectơ bất kì thì $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

Tính chất cộng với vectơ $\vec{0}$: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ được gọi là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.

Chú ý:

Hai vectơ là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.

Vectơ $\overrightarrow{BA}$ là một vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó.



Tương tự như hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian:

Vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

III. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k > 0$; ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k < 0$;

Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

Chú ý:

Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

Chú ý: Tương tự như phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vector trong không gian có các tính chất sau:

Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ và $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

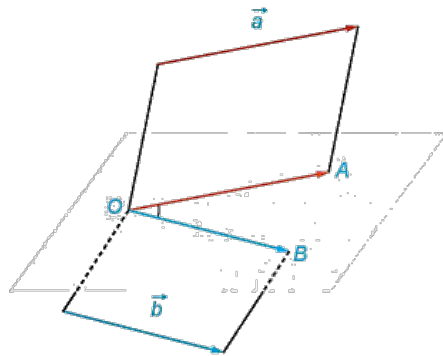
Tính chất nhân với 1 và -1: Nếu $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

Chú ý: Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tùy ý, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$

IV. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

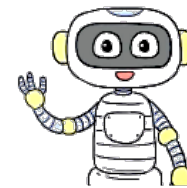
a) Góc giữa hai vector trong không gian

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A, B là hai điểm sao cho $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$. Khi đó, góc $\widehat{AOB}$ ($0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$.



Hình 2.22

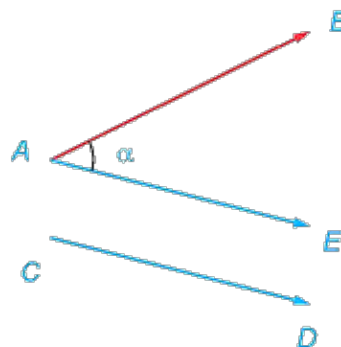
Nếu góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 90° thì ta nói hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau và kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$.



Chú ý:

Để xác định góc giữa hai vector $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\vec{AE} = \vec{CD}$, khi đó $(\vec{AB}, \vec{CD}) = \widehat{BAE}$ (H.2.23).

Quy ước góc giữa một vector bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .



Hình 2.23

b) Tích vô hướng của hai vector trong không gian

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Chú ý:

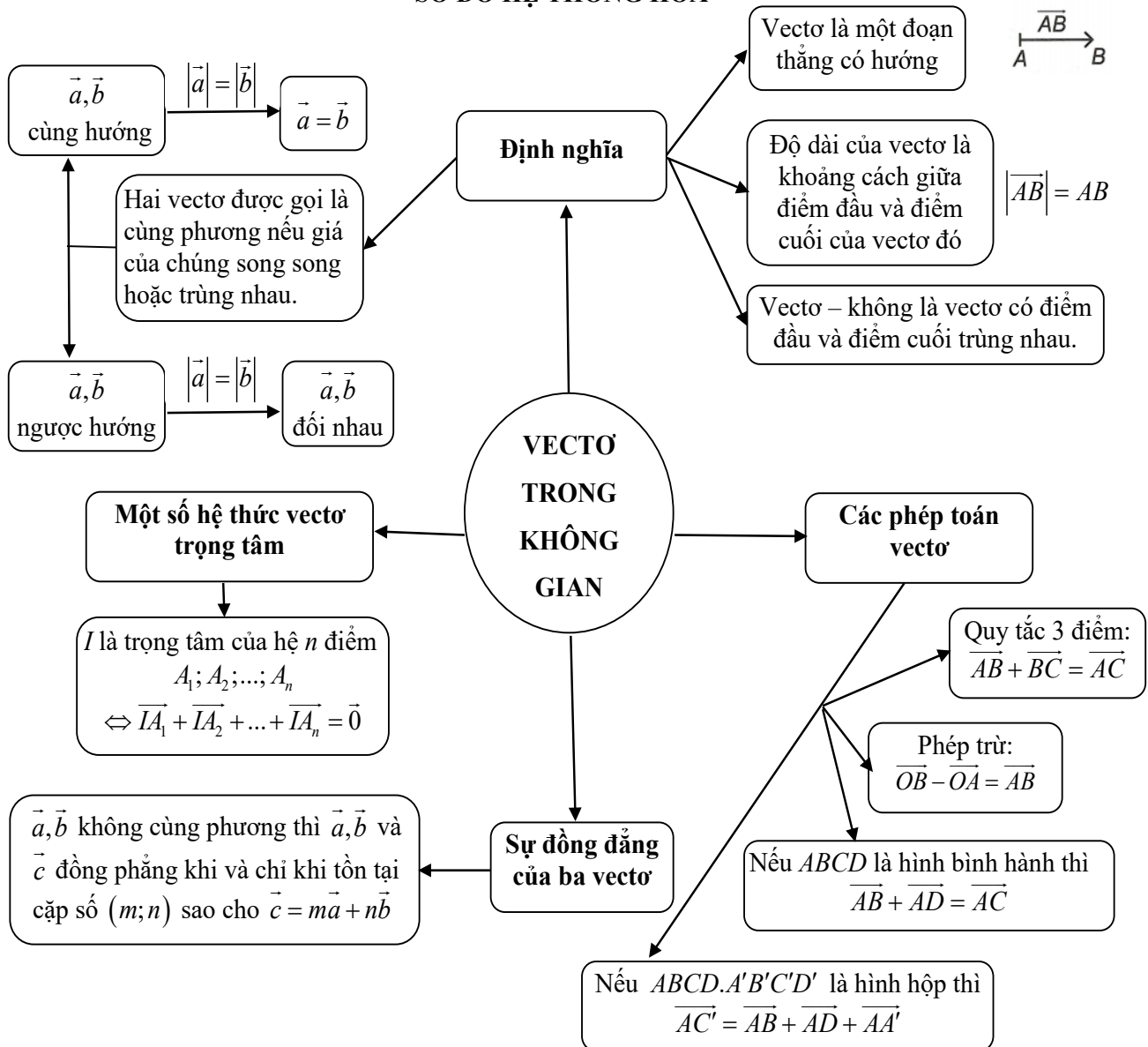
Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VECTO VÀ CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

1 PHƯƠNG PHÁP.

Vận dụng các kiến thức sau.

- ☐ Định nghĩa các khái niệm liên quan đến vectơ;
- ☐ Tính chất hình học của các đa giác đã học;
- ☐ Các quy tắc tính toán với vectơ;
- ☐ Một số hệ thức vectơ hay dùng;
- ☐ Các tính chất của các hình hình học cụ thể.

2 BÀI TẬP.

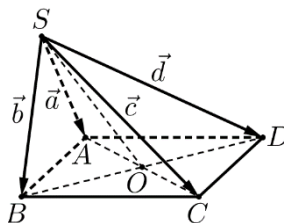
Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Sử dụng các đỉnh của hình hộp làm điểm đầu và điểm cuối của vectơ.

- a) Hãy kể tên các vectơ bằng nhau lần lượt bằng các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$.
- b) Hãy kể tên các vectơ luôn có độ dài bằng nhau và bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$.

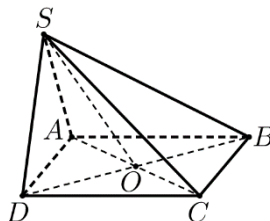
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- a) Chứng minh $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$
- b) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Chứng minh: $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

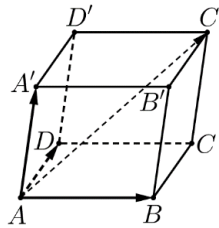


Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Chứng minh: $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.



Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tứ diện, M là một điểm trong không gian. Chứng minh: $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.



Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình hình hành $ABCD$. Chứng minh:

$$\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{8}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'}).$$

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác BCD chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \quad \text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$$

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

DẠNG 2. CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, PHÂN TÍCH VECTO

1

PHƯƠNG PHÁP.

- Chứng minh ba vectơ đồng phẳng, sử dụng một trong các cách sau.
- + Chứng minh ba vectơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.
- + Chứng minh hai vectơ có giá cùng song song với mặt phẳng chứa giá của vectơ còn lại.
- + Biến đổi vectơ để được đẳng thức dạng $\vec{c} = m.\vec{a} + n.\vec{b}$
- Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : k.\overrightarrow{MA} + (1-k).\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$$

2

BÀI TẬP.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là các điểm trên các cạnh AD và BC sao cho

$$AM = 2MD, BC = 3NC. \text{ Chứng minh: } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}.$$

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{NB}$. Chứng minh $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J là trung điểm của AB và CD .

a) Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{IJ}$ theo 3 vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AG}$ theo 3 vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M và N lần lượt thuộc AD và BC sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$.

a) Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

b) Gọi G là trung điểm của PQ , chứng minh rằng G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.

Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{b}$; $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên AC và DC' sao cho $MB \parallel BD'$. Tính tỷ số $\frac{MN}{BD'}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các tia SA, SB, SC sao cho $SA = a.SA', SB = b.SB', SC = c.SC'$, trong đó a, b, c là các số thay đổi. Chứng minh rằng mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $a + b + c = 3$.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$, M và N là các điểm lần lượt thuộc AB và CD sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND} = -2\overrightarrow{NC}$; các điểm I, J, K lần lượt thuộc AD, MN, BC sao cho $\overrightarrow{IA} = k.\overrightarrow{ID}, \overrightarrow{JM} = k.\overrightarrow{JN}, \overrightarrow{KB} = k.\overrightarrow{KC}$. Chứng minh rằng các điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $BDA', CB'D'$. Chứng minh các điểm A, G, G', C' thẳng hàng.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên các đường thẳng AD, BC sao cho $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC}$. Chứng minh rằng 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$; trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$. Chứng minh rằng ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$ và trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$. Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Hãy xác định k để M, N, P, Q đồng phẳng.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên các đường thẳng AD, BC sao cho $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC}$. Chứng minh rằng 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, MN và P là một điểm bất kì trong không gian thỏa $4\overrightarrow{PA} = -(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$. Chứng minh: $\overrightarrow{PA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{PI}$

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng Δ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overrightarrow{NM} = 2\overrightarrow{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , Xác định vị trí của M để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ nhỏ nhất.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và I là trung điểm của BC . Tìm điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

DẠNG 3: GÓC GIỮA HAI VECTO. TÍCH VÔ HƯỚNG GIỮA HAI VECTO



PHƯƠNG PHÁP.

Nắm được định nghĩa góc giữa hai vectơ, công thức tích vô hướng của hai vectơ trong không gian



BÀI TẬP.

- Câu 28:** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$?
- Câu 29:** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?
- Câu 30:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$?
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?
- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC$ và $AB \perp BD$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng $AB \perp PQ$.
- Câu 34:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$.
- Câu 35:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có H là trung điểm của cạnh AB . Hãy tính góc giữa các cặp vectơ sau đây:
 a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{CH}$ và $\overrightarrow{AC}$
- Câu 36:** Cho tứ diện $ABCD$ có OA, OB, OC lần lượt vuông góc với nhau từng đôi một, $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC})$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



LÝ THUYẾT.

I. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Vector trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Độ dài của vector trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó.

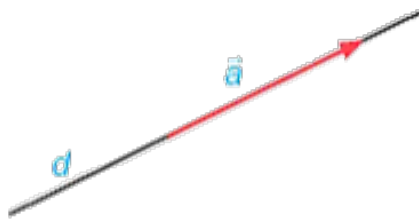
Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, đối với vector trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:

Vector có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.

Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vector thì vector còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

Độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là giá của vector đó



Hình 2.4. Đường thẳng d là giá của vector $\vec{a}$.

Hai vector được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

Nếu hai vector cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vector trong không gian:

Trong không gian, với mỗi điểm O và vector $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.

Các vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vector -không.

Ta quy ước vector-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vector. Do đó, các vector-không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

II. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

a) Tổng của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

Bốn điểm A, B, A', B' đồng phẳng và tứ giác $ABB'A'$ là hình bình hành.

Chú ý: Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:

Tính chất giao hoán: Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

Tính chất kết hợp: Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là ba vectơ bất kì thì $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

Tính chất cộng với vectơ $\vec{0}$: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ được gọi là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.

Chú ý:

Hai vectơ là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.

Vectơ $\overrightarrow{BA}$ là một vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó.



Tương tự như hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian:

Vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

III. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k > 0$; ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k < 0$;

Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

Chú ý:

Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

Chú ý: Tương tự như phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vector trong không gian có các tính chất sau:

Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ và $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

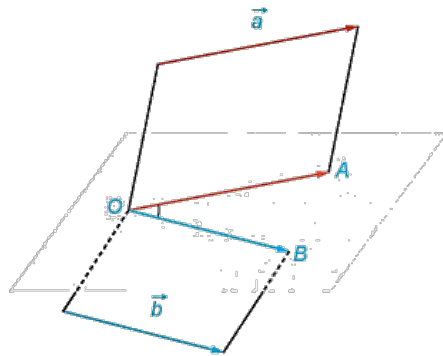
Tính chất nhân với 1 và -1: Nếu $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

Chú ý: Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tùy ý, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$

IV. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

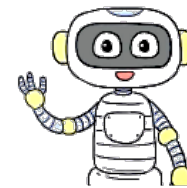
a) Góc giữa hai vector trong không gian

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A, B là hai điểm sao cho $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$. Khi đó, góc $\widehat{AOB}$ ($0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$.



Hình 2.22

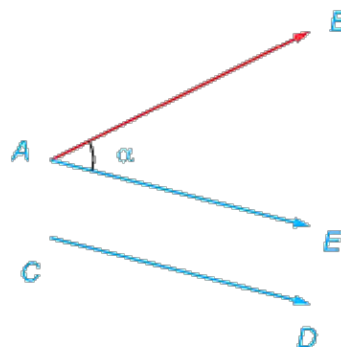
Nếu góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 90° thì ta nói hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau và kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$.



Chú ý:

Để xác định góc giữa hai vector $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\vec{AE} = \vec{CD}$, khi đó $(\vec{AB}, \vec{CD}) = \widehat{BAE}$ (H.2.23).

Quy ước góc giữa một vector bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .



Hình 2.23

b) Tích vô hướng của hai vector trong không gian

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Chú ý:

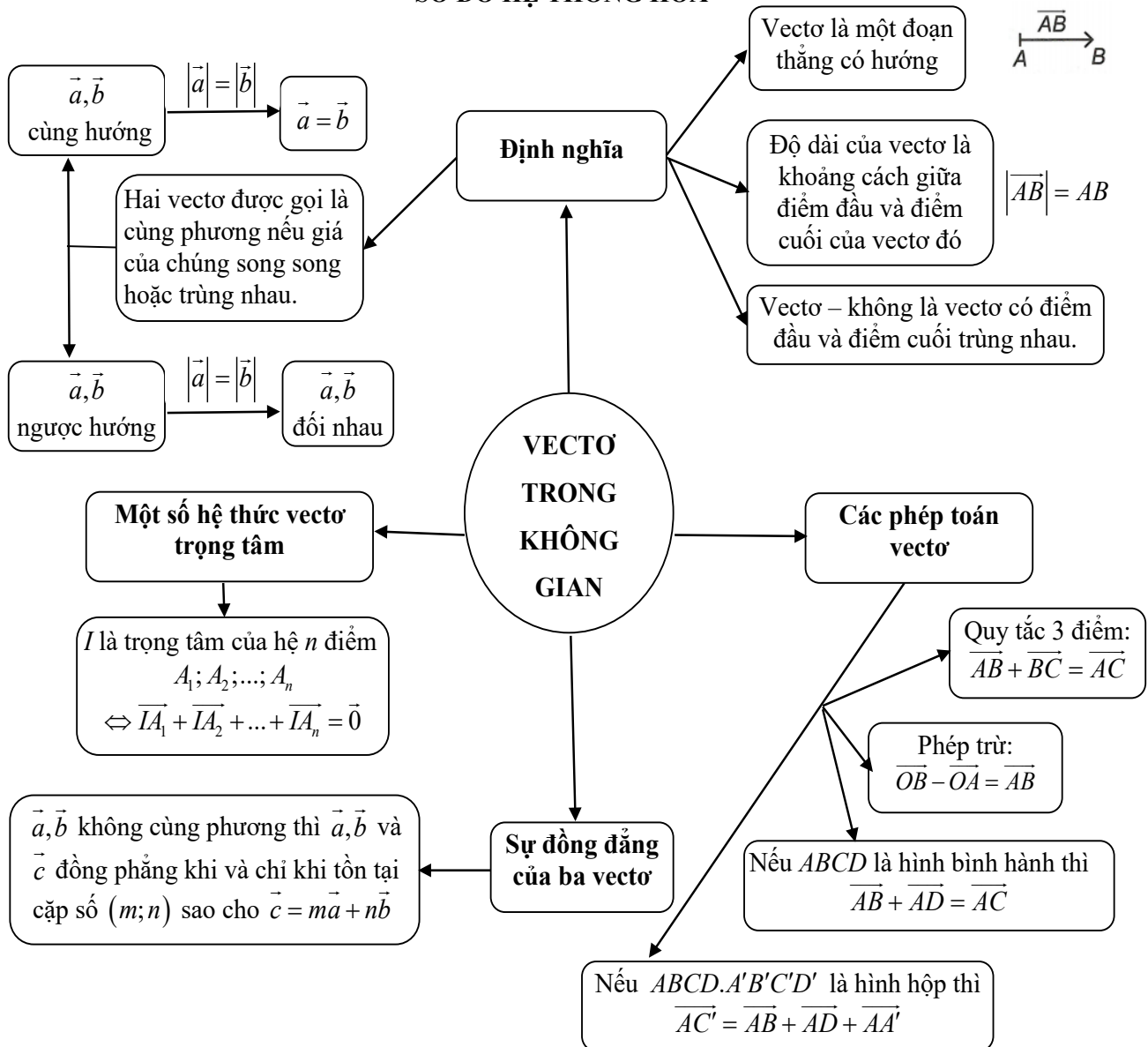
Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VECTO VÀ CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

1 PHƯƠNG PHÁP.

Vận dụng các kiến thức sau.

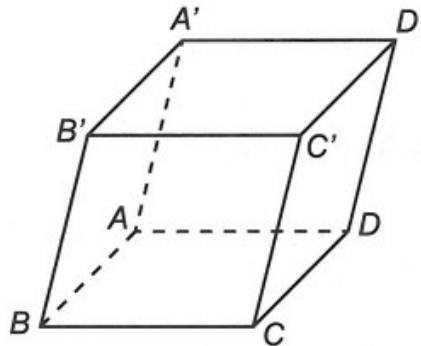
- ☐ Định nghĩa các khái niệm liên quan đến vectơ;
- ☐ Tính chất hình học của các đa giác đã học;
- ☐ Các quy tắc tính toán với vectơ;
- ☐ Một số hệ thức vectơ hay dùng;
- ☐ Các tính chất của các hình hình học cụ thể.

2 BÀI TẬP.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Sử dụng các đỉnh của hình hộp làm điểm đầu và điểm cuối của vectơ.

- a) Hãy kể tên các vectơ bằng nhau lần lượt bằng các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$.
- b) Hãy kể tên các vectơ luôn có độ dài bằng nhau và bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

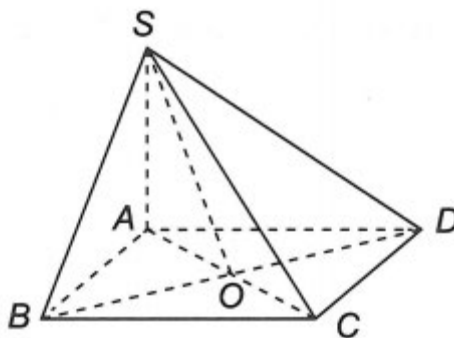


- a) Ta có
 - +) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{D'C'}$.
 - +) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.
 - +) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'}$
 - +) $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$
- b) Từ tính chất của hình bình hành, ta suy ra các vectơ luôn có độ dài bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{C'B'}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- a) Chứng minh $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$
- b) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2$

Lời giải



a) Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$ thì O là trung điểm của mỗi đường chéo AC và BD .

Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$

Vậy $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$

b) Ta có $\overrightarrow{SA}^2 = (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OA})^2 = \overrightarrow{SO}^2 + \overrightarrow{OA}^2 + 2\overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{OA}$,

$\overrightarrow{SC}^2 = (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OC})^2 = \overrightarrow{SO}^2 + \overrightarrow{OC}^2 + 2\overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{OC}$.

Suy ra $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = 2\overrightarrow{SO}^2 + \overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{OC}^2 + 2\overrightarrow{SO}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})$

$= 2(\overrightarrow{SO}^2 + \overrightarrow{OA}^2)$

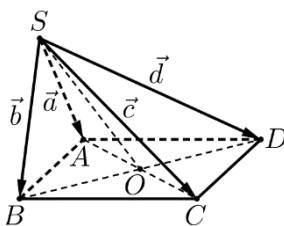
$= 2(SO^2 + OA^2)$

Tương tự. $\overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2 = 2(SO^2 + OB^2)$

Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA = OB$

Suy ra $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Chứng minh: $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

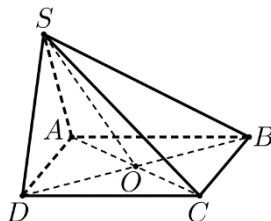


Lời giải

Vì O là trung điểm của AC và BD nên $\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases}$

Suy ra $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ hay $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Chứng minh: $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.



Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \underbrace{(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})}_{=\vec{0}} = \vec{0} \text{ (do } O \text{ là tâm hình bình hành)}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}.$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tứ diện, M là một điểm trong không gian. Chứng minh: $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$

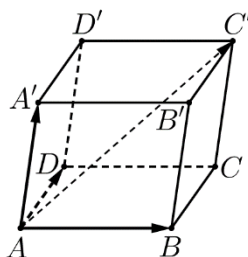
Lời giải

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tứ diện nên ta có } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MD}) = \vec{0}, \forall M$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}).$$

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

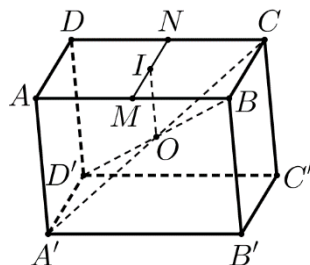


Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{D'A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'}) + \overrightarrow{CD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{CD} = \vec{0} : \text{ luôn đúng}$$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$. Chứng minh: $\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{8}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'})$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Suy ra I là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OI}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{ON} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó suy ra } \overrightarrow{OI} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \\ &= \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DB'}\right) = -\frac{1}{8}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'}). \end{aligned}$$

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác BCD chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \quad \text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$$

Lời giải

a) Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}((\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD})) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

$$\text{b) Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}; \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD}$$

$$\text{Cộng các đẳng thức theo vế ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3\overrightarrow{AG}$$

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

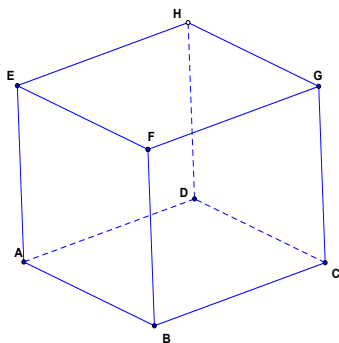
$$\text{suy ra } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{FE} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0} + (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HD}) = \overrightarrow{AD}$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GB} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

DẠNG 2. CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, PHÂN TÍCH VECTO



PHƯƠNG PHÁP.

- Chứng minh ba vectơ đồng phẳng, sử dụng một trong các cách sau.
- + Chứng minh ba vectơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.
- + Chứng minh hai vectơ có giá cùng song song với mặt phẳng chứa giá của vectơ còn lại.
- + Biến đổi vectơ để được đẳng thức dạng $\vec{c} = m.\vec{a} + n.\vec{b}$
- Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : k.\overrightarrow{MA} + (1-k).\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$$

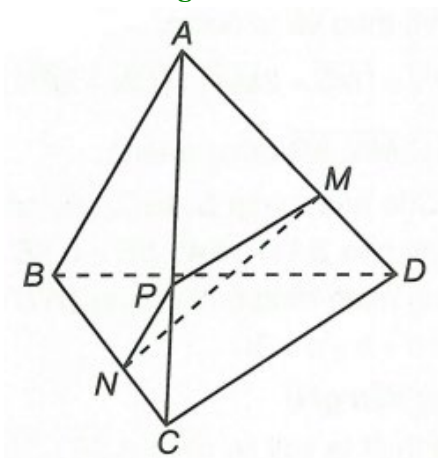


BÀI TẬP.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là các điểm trên các cạnh AD và BC sao cho

$$AM = 2MD, BC = 3NC. \text{ Chứng minh: } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}.$$

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ 2\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}) \end{cases}$$

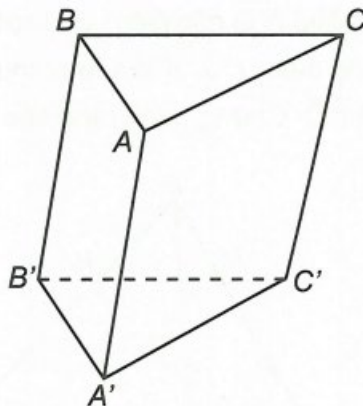
Cộng vế theo vế của hai đẳng thức này ta được

$$3\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{CN}) + (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC})$$

$$\text{Do } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MD} = \vec{0}, \overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{CN} = \vec{0} \text{ nên } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$$

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải

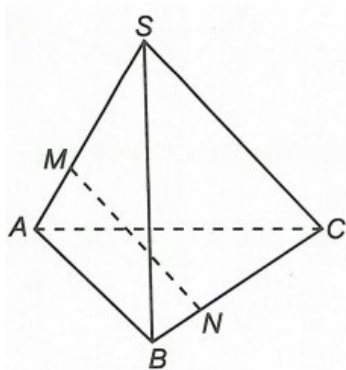


$$\text{Ta có } \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

$$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{NB}$. Chứng minh $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải



$$\text{Từ giả thiết ta có } \overrightarrow{MS} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0}; \overrightarrow{CN} + 2\overrightarrow{NB} = \vec{0}$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CN} \\ 2\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}) \end{cases}$$

Cộng vế theo vế ta được

$$3\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MS} + 2\overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{CN} + 2\overrightarrow{BN}) + \overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{AB}$$

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J là trung điểm của AB và CD .

a) Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{IJ}$ theo 3 vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AG}$ theo 3 vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ})$, mặt khác $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

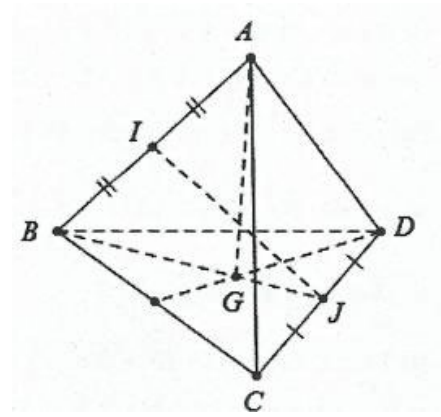
$$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \text{ (tính chất trung điểm)}$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} \end{cases} \text{ cộng theo vế ta được:}$$

$$3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0} \text{ (do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC). \text{ Do vậy } \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3}.$$



Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M và N lần lượt thuộc AD và BC sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}$; $\overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$.

a) Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

b) Gọi G là trung điểm của PQ , chứng minh rằng G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \quad (1).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \quad (2).$$

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MD} = \vec{0}; \overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}.$$

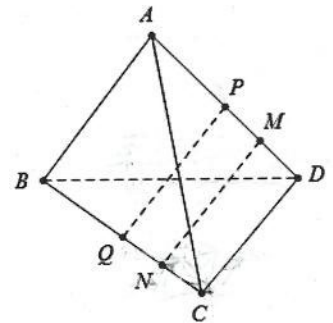
$$\text{Lấy } (2) + 3.(1) \text{ ta được } 4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{DC}.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b}.$$

b) Theo tính chất trung điểm ta có:

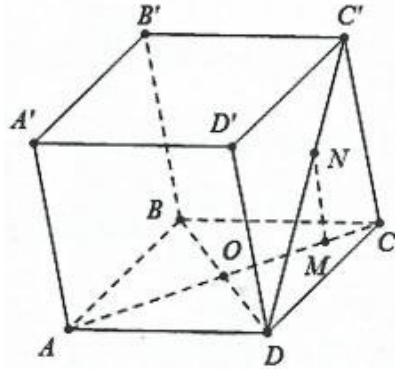
$$\begin{cases} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GP} \\ \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GQ} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ})$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow G \text{ là trọng tâm tứ diện } ABCD.$$



Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{b}$; $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên AC và DC' sao cho $MB \parallel BD'$. Tính tỷ số $\frac{MN}{BD'}$.

Lời giải



Giả sử: $\overrightarrow{MC} = n\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{C'N} = m\overrightarrow{C'D}$.

Ta có: $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Lại có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'N} = n\overrightarrow{AC} + \vec{b} + m\overrightarrow{C'D}$
 $= n(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) + \vec{b} + m(\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CD}) = n(\vec{c} - \vec{a}) + \vec{b} + m(-\vec{b} + \vec{a}) = (m-n)\vec{a} + (1-m)\vec{b} + n\vec{c}$.

Khi đó $MN \parallel BD' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = k.\overrightarrow{BD'}$

$$\frac{m-n}{1} = \frac{1-m}{1} = \frac{n}{1} = k \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{MN}{B'D'} = k = \frac{1}{3}.$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các tia SA, SB, SC sao cho $SA = a.SA', SB = b.SB', SC = c.SC'$, trong đó a, b, c là các số thay đổi. Chứng minh rằng mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $a + b + c = 3$.

Lời giải

Từ giả thiết ta suy ra $\overrightarrow{SA} = a.\overrightarrow{SA'}, \overrightarrow{SB} = b.\overrightarrow{SB'}, \overrightarrow{SC} = c.\overrightarrow{SC'}$

Gọi G là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$. Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$

$G \in (A'B'C') \Leftrightarrow \overrightarrow{SG} = x.\overrightarrow{SA'} + y.\overrightarrow{SB'} + z.\overrightarrow{SC'}$ với $x + y + z = 1$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{SG} = 3x.\overrightarrow{SA'} + 3y.\overrightarrow{SB'} + 3z.\overrightarrow{SC'}$ với $x + y + z = 1$

$\Leftrightarrow a.\overrightarrow{SA'} + b.\overrightarrow{SB'} + c.\overrightarrow{SC'} = 3x.\overrightarrow{SA'} + 3y.\overrightarrow{SB'} + 3z.\overrightarrow{SC'}$

$\Leftrightarrow (a-3x).\overrightarrow{SA'} + (b-3y).\overrightarrow{SB'} + (c-3z).\overrightarrow{SC'} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow a-3x = b-3y = c-3z = 0$

+) Nếu $G \in (A'B'C')$ ta có $a-3x = b-3y = c-3z = 0$.

Do đó $a + b + c = 3$

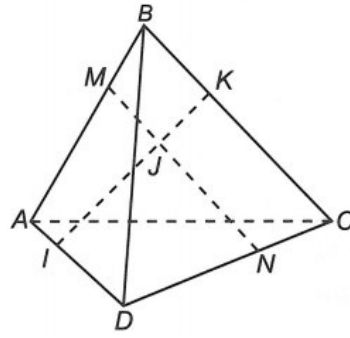
+) Nếu $a + b + c = 3$, ta đặt $x = \frac{a}{3}, y = \frac{b}{3}, z = \frac{c}{3}$ thì

$x + y + z = \frac{a+b+c}{3} = 1$ và $a-3x = b-3y = c-3z = 0$

Do đó $G \in (A'B'C')$.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$, M và N là các điểm lần lượt thuộc AB và CD sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND} = -2\overrightarrow{NC}$; các điểm I, J, K lần lượt thuộc AD, MN, BC sao cho $\overrightarrow{IA} = k.\overrightarrow{ID}, \overrightarrow{JM} = k.\overrightarrow{JN}, \overrightarrow{KB} = k.\overrightarrow{KC}$. Chứng minh rằng các điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$ nên với điểm O bất kỳ thì $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}}{3}$

Tương tự, ta chỉ ra được

$$\overrightarrow{ON} = \frac{\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{OC}}{3}, \overrightarrow{OI} = \frac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OD}}{1-k}, \overrightarrow{OK} = \frac{\overrightarrow{OB} - k\overrightarrow{OC}}{1-k}, \overrightarrow{OJ} = \frac{\overrightarrow{OM} - k\overrightarrow{ON}}{1-k}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OJ} = \frac{1}{1-k} \cdot \frac{1}{3} (\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - k\overrightarrow{OD} - 2k\overrightarrow{OC})$$

$$= \frac{1}{1-k} \cdot \frac{1}{3} [(1-k)\overrightarrow{OI} + 2(1-k)\overrightarrow{OK}]$$

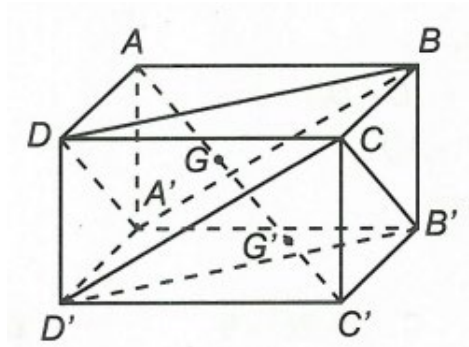
$$= \frac{1}{3} (\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OK}) = \frac{1}{3} \overrightarrow{OI} + \frac{2}{3} \overrightarrow{OK}$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{3} (\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}) + \frac{2}{3} (\overrightarrow{OK} - \overrightarrow{OJ}) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \overrightarrow{JI} + \frac{2}{3} \overrightarrow{JK} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{JK}$$

Suy ra I, J, K thẳng hàng.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $BDA', CB'D'$. Chứng minh các điểm A, G, G', C' thẳng hàng.

Lời giải



$$\text{Đặt } \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$$

$$\text{Theo quy tắc trọng tâm, ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

$$\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{a} + \vec{c} + \vec{b} + \vec{c}) = \frac{2}{3} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG'} \text{ nên các điểm } A, G, G', C' \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên các đường thẳng AD, BC sao cho $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC}$. Chứng minh rằng 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MP} = 2(\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}.$$

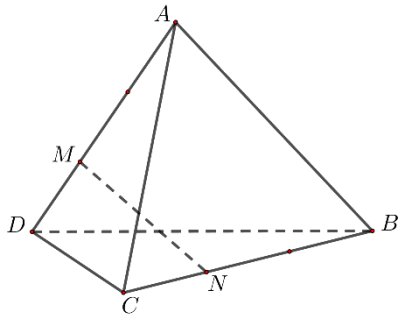
$$\text{Tương tự } \overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} = 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} &= 2(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \\ &= 2.2\overrightarrow{MN} - \vec{0} \quad (\text{vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD) \\ &= 4\overrightarrow{MN}. \end{aligned}$$

Vậy ba vector $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng hay bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng (đpcm).

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$; trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$. Chứng minh rằng ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \Rightarrow 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{NC} \quad (2)$$

$$\text{Cộng theo vế (1) và (2) ta được: } \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{DM}) + (\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC}) \quad (3)$$

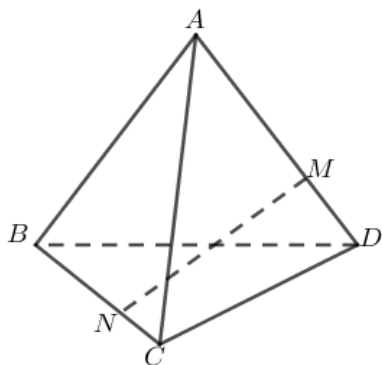
$$\text{Do } \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD} \text{ nên } \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{DM} = \vec{0}; \text{ do } \overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC} \text{ nên } \overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}.$$

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{MN} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}.$$

Suy ra ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng (đpcm).

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$ và trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$. Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$.

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} & (1) \\ 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{CN} & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Hãy xác định k để M, N, P, Q đồng phẳng.

Lời giải

Đặt $\overrightarrow{DA} = \vec{a}, \overrightarrow{DB} = \vec{b}, \overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Khi đó ta có :

$$\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{MP} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + k\vec{c}, \overrightarrow{MQ} = -\frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$$

Các điểm M, N, P, Q đồng phẳng khi và chỉ khi các vec tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}$ đồng phẳng

$$\Leftrightarrow \exists x, y : \overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MN} + y\overrightarrow{MQ}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + k\vec{c} = x\left(-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) + y\left(-\frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}\right)$$

Do các vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng nên điều này tương đương với

$$\begin{cases} -\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}y = -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3}y = -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3}x = k \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}, y = 1, k = \frac{1}{2}.$$

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên các đường thẳng AD, BC sao cho $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC}$. Chứng minh rằng 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MP} = 2(\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$.

Tương tự $\overrightarrow{QB} = 2\overrightarrow{QC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} = 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}$.

Suy ra $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} = 2(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$

$$= 2.2\overrightarrow{MN} - \vec{0} \text{ (vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD \text{)}$$

$$= 4\overrightarrow{MN}.$$

Vậy ba vector $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng hay bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, MN và P là một điểm bất kì trong không gian thoả $4\overrightarrow{PA} = -(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$. Chứng minh: $\overrightarrow{PA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{PI}$

Lời giải

Ta có M là trung điểm của AC nên $2\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC}$.

N là trung điểm của BD nên $2\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD}$.

I là trung điểm của MN nên $2\overrightarrow{PI} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}$.

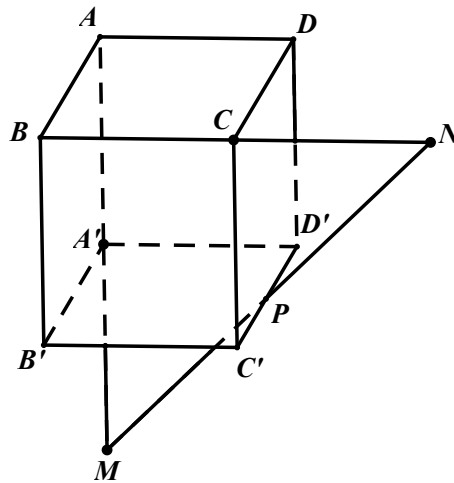
Khi đó

$$4\overrightarrow{PA} = -(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}) \Leftrightarrow 3\overrightarrow{PA} = -(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}) = -(2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN}) = -2.2\overrightarrow{PI} = -4\overrightarrow{PI}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{PA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{PI}.$$

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng Δ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overrightarrow{NM} = 2\overrightarrow{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{AD} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

Vì $M \in AA'$ nên $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AA'} = k\vec{c}$

$N \in BC \Rightarrow \overrightarrow{BN} = l\overrightarrow{BC} = l\vec{a}, P \in C'D' \Rightarrow \overrightarrow{C'P} = m\vec{b}$

Ta có $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -l\vec{a} - \vec{b} + k\vec{c}$

$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'P} = (1-l)\vec{a} + m\vec{b} + \vec{c}$

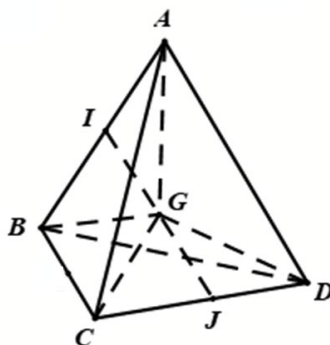
Do $\overrightarrow{NM} = 2\overrightarrow{NP} \Rightarrow -l\vec{a} - \vec{b} + k\vec{c} = 2[(1-l)\vec{a} + m\vec{b} + \vec{c}]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -l = 2(1-l) \\ -1 = 2m \\ k = 2 \end{cases} \Leftrightarrow k = 2, m = -\frac{1}{2}, l = 2. \text{ Vậy } \frac{MA}{MA'} = 2.$$

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , Xác định vị trí của M để

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ nhỏ nhất.

Lời giải



Gọi G trung điểm IJ

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}| &= |(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})| \\ &= |2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ}| = |2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ})| = |\vec{0}| = 0. \end{aligned}$$

Nên $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 0$ là nhỏ nhất khi $M \equiv G$

Vậy M trung điểm IJ .

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và I là trung điểm của BC . Tìm điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Ta có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.

I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$.

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MG}| = |2\overrightarrow{AI}| \Leftrightarrow MG = \frac{1}{2} AI.$$

Vậy điểm M nằm trên mặt cầu tâm G với bán kính $\frac{1}{2} AI$.

DẠNG 3: GÓC GIỮA HAI VECTO. TÍCH VÔ HƯỚNG GIỮA HAI VECTO

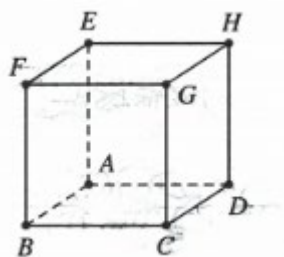
1 PHƯƠNG PHÁP.

Nắm được định nghĩa góc giữa hai vectơ, công thức tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

2 BÀI TẬP.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$?

Lời giải

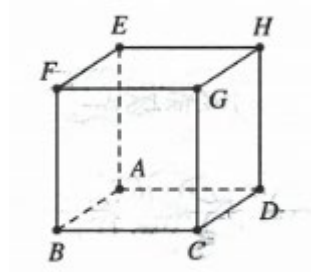


Vì $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AE}$ ($ADHE$ là hình vuông)

Nên $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DH}) = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE}) = \widehat{BAE} = 90^\circ$ ($ABFE$ là hình vuông).

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

Lời giải

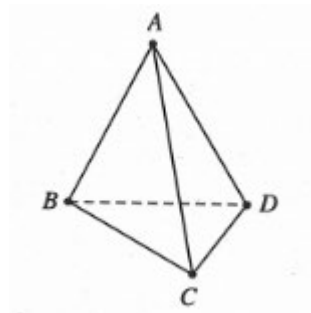


Vì $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC}$ ($AEGC$ là hình vuông)

Nên $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$ ($ABCD$ là hình vuông).

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

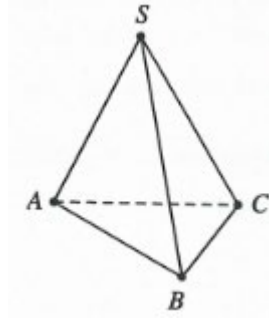
$$= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$$

$$= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos 60^\circ.$$

Mà $AC = AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$?

Lời giải



$$\text{Ta có } \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA}$$

$$= |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SB}) - |\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SA}| \cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{SA})$$

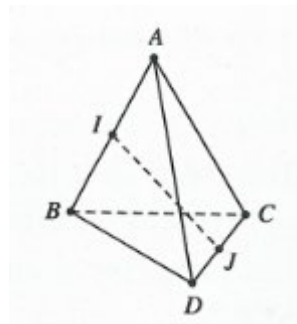
$$= SC \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSC} - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC}.$$

$$\text{Mà } SA = SB = SC \text{ và } \widehat{BSC} = \widehat{ASC} \longrightarrow \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\text{Do đó } (\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{AB}) = 90^\circ.$$

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?

Lời giải



Xét tam giác ICD có J là trung điểm

$$CD \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ có } \begin{cases} AB = AC \\ \widehat{BAC} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow CI \perp AB$$

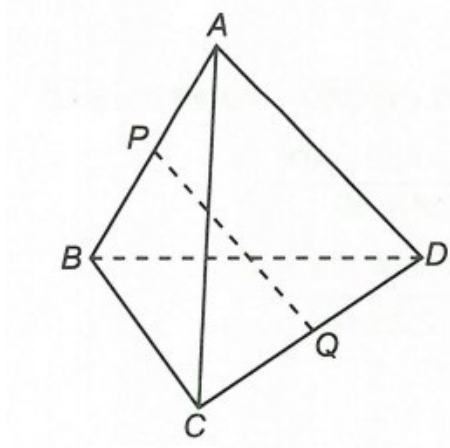
Tương tự ta có $\triangle ABD$ đều nên $DI \perp AB$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{IJ}) = 90^\circ$$

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC$ và $AB \perp BD$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng $AB \perp PQ$.

Lời giải



Vì $AB \perp AC$ và $AB \perp BD$ nên $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Ta có $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DQ}$

Do đó $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \Rightarrow 2\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

Hay $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Vậy $AB \perp PQ$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$.

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$

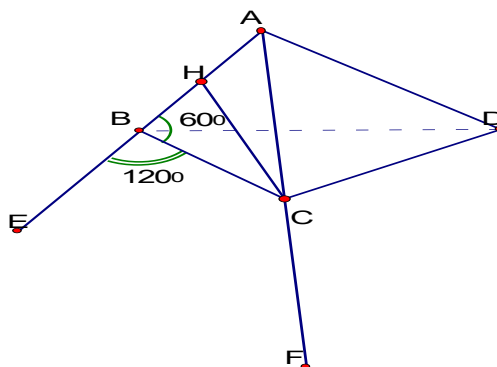
$\Rightarrow \overrightarrow{A'C'} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{A'C'}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{AB}) = a \cdot a \cdot 1 = a^2$

Câu 35: Cho tứ diện đều $ABCD$ có H là trung điểm của cạnh AB . Hãy tính góc giữa các cặp vec tơ sau đây:

a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{CH}$ và $\overrightarrow{AC}$

Lời giải



a) Dựng $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó:

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{EBC} = 120^\circ$

b) Dựng $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AC}$. Khi đó:

$$(\overrightarrow{CH}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CH}, \overrightarrow{CF}) = \widehat{HCF} = 150^\circ$$

Câu 36: Cho tứ diện ABCD có OA, OB, OC lần lượt vuông góc với nhau từng đôi một, OA = OB = OC = 1. Gọi M là trung điểm của AB. Tính $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC})$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{OM}| |\overrightarrow{BC}|}$$

$$+) |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{2}; |\overrightarrow{OM}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} +) \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OB}) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{OM}| |\overrightarrow{BC}|} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh trong các đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

DẠNG 2. ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{AI} = \vec{CJ}$. B. $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$. C. $\vec{BI} = \vec{D'J}$. D. $\vec{A'I} = \vec{JC}$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Câu 4: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$. B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.
C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$. D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$. B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$.
C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$. D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

- A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$. B. $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.
C. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$. D. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.

- Câu 8:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:
- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.
- Câu 9:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có
- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.
- Câu 12:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.
- Câu 13:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng.
- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
- Câu 14:** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:
- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.
- Câu 15:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?
- A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.
- Câu 16:** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?
- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
- Câu 17:** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF}$. B. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
 C. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AH}$.

- Câu 18:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$
- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.
- Câu 19:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.
- Câu 20:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?
- A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$. C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.
- Câu 21:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$
- A. $k = 2$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = 3$.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c}, \overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. D. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.
- Câu 23:** Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.
- A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.
- C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$. D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.
- Câu 24:** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SC}$.
- C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.
- Câu 25:** Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$
- A. $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$. B. $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$. C. $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$. D. $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.
- Câu 26:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$
- A. $k = 4$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 2$.
- Câu 27:** Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?
- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
- C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 28: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

- A.** $k = \frac{1}{4}$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.

Câu 29: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

- A.** Hai vector $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương. **B.** Hai vector $\vec{x}, \vec{z}$ cùng phương.
C. Ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng. **D.** Hai vector $\vec{y}, \vec{z}$ cùng phương.

DẠNG 3. PHÂN TÍCH VECTO THEO CÁC VECTO CHO TRƯỚC

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $C'I = \frac{1}{3}C'C$, G điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{IG}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

- A.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$.
C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$. **D.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - 2\vec{a}\right)$

Câu 32: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

- A.** $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. **B.** $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. **C.** $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$. **D.** $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Câu 33: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 5$, gọi AD là phân giác trong của góc A . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$. **C.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. **D.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{BC'}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

Câu 41: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

D. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh trong các đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

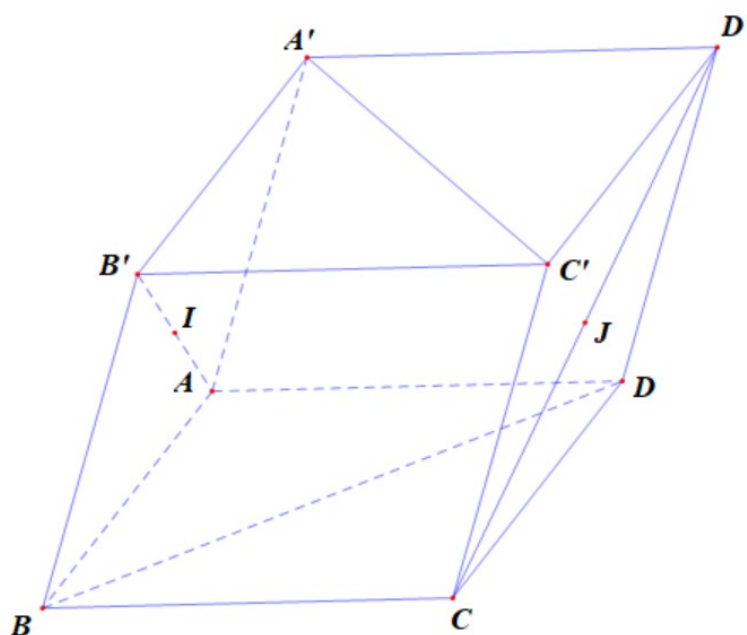
Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

DẠNG 2. ĐĂNG THỨC VECTO

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{AI} = \vec{CJ}$.B. $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$.C. $\vec{BI} = \vec{D'J}$.D. $\vec{A'I} = \vec{JC}$.

Lời giải



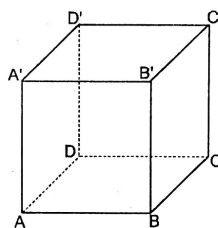
Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải



Mệnh đề sai là: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai Vectơ đối nhau.

Câu 4: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

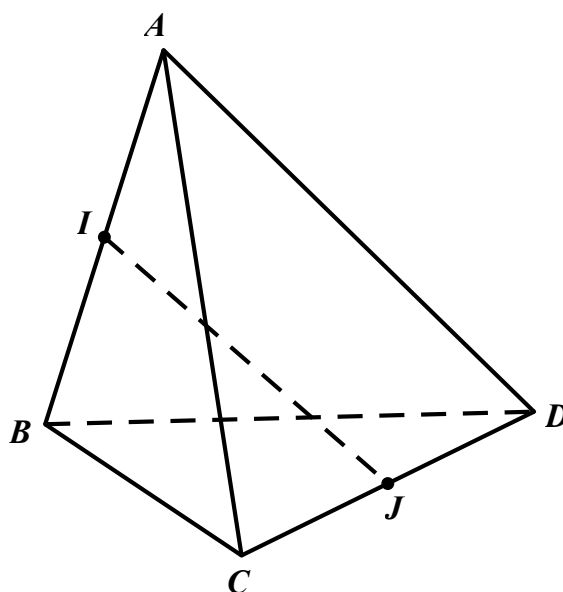
A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} &= \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC}). \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

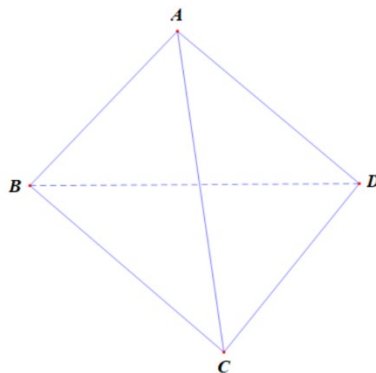
A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

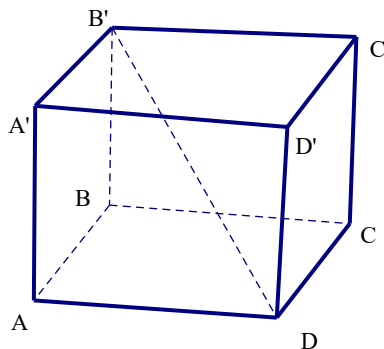
B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$.

B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}.$$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$.

B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$.

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$.

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}.$$

Câu 14: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

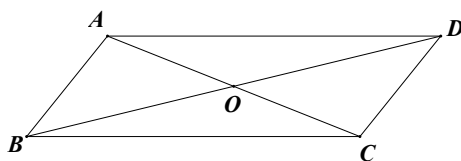
A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

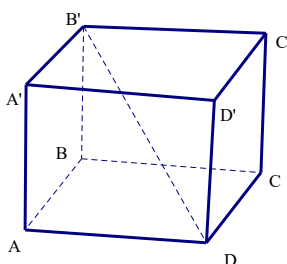
Lời giải



Câu 15: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 16: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

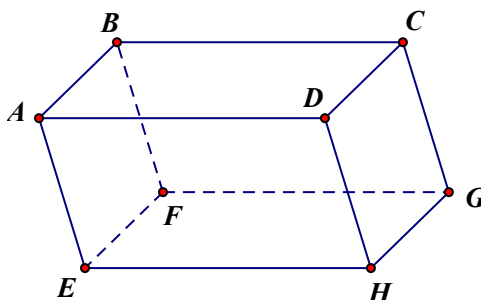
Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF}$. B. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
C. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AH}$.

Lời giải



* Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$ theo qui tắc đường chéo hình hộp $\Rightarrow$ Phương án A sai.

* Do $\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AH} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{HA} \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = -(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GF})$. Vậy B sai.

* Có $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FD} \Rightarrow$ Phương án C sai.

* Có $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED} \\ \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{ED} \end{array} \right. \Rightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GF}$. Vậy D đúng.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

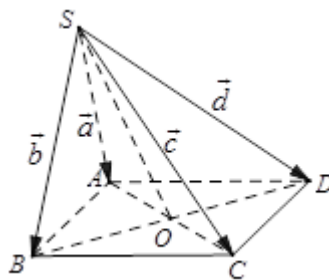
A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = 3$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c}, \overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

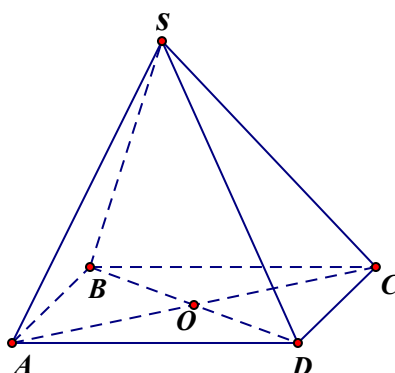
A. $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

D. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



$$\text{Gọi } O = AC \cap BD. \text{ Ta có: } \begin{cases} \vec{a} + \vec{c} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \vec{d} + \vec{b} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

Lời giải

$$\text{Vì } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}.$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

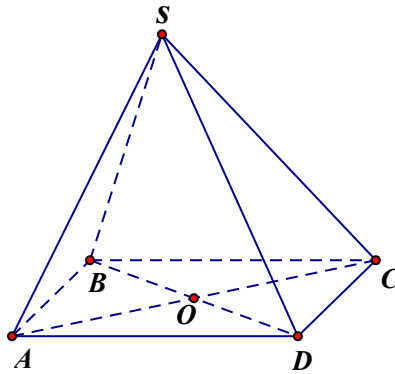
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{SC}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải



* Có $\begin{cases} \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{BA} \end{cases}$.

Mà muốn có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \Rightarrow$ Vô lí. Vậy A sai.

* Có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. Vậy B đúng.

* Theo quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ Phương án C sai.

Câu 25: Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$

- A.** $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$. **B.** $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$. **C.** $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$. **D.** $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

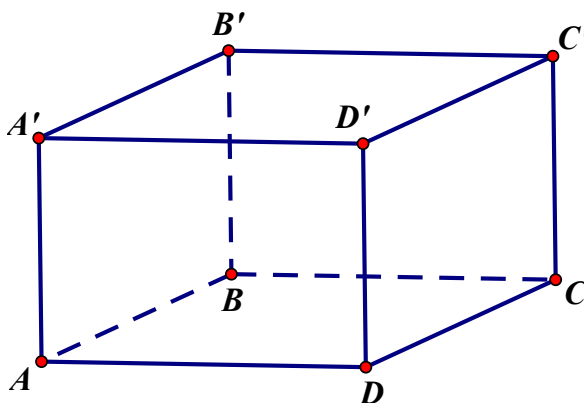
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}.$$

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector:

$$\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$$

- A.** $k = 4$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 2$.

Lời giải

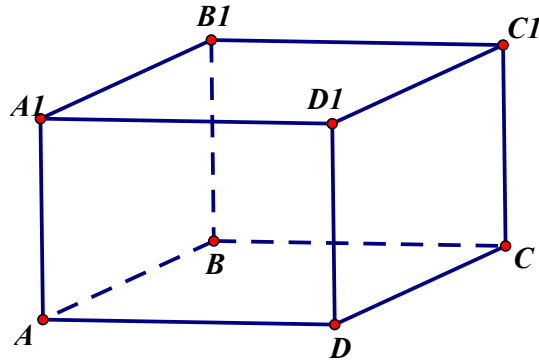


Ta có $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $k = 1$

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

- A.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 28: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

A. $k = \frac{1}{4}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 4$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$. Vậy $k = \frac{1}{4}$

Câu 29: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vector $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương.

B. Hai vector $\vec{x}, \vec{z}$ cùng phương.

C. Ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

D. Hai vector $\vec{y}, \vec{z}$ cùng phương.

Lời giải

+ Nhận thấy: $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên hai vector $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương.

DẠNG 3. PHÂN TÍCH VECTO THEO CÁC VECTO CHO TRƯỚC

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

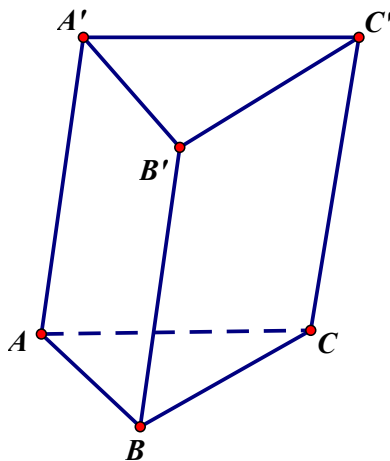
A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$
 $= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 $= -\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ hay $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $C'I = \frac{1}{3}C'C$, G điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{IG}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$.

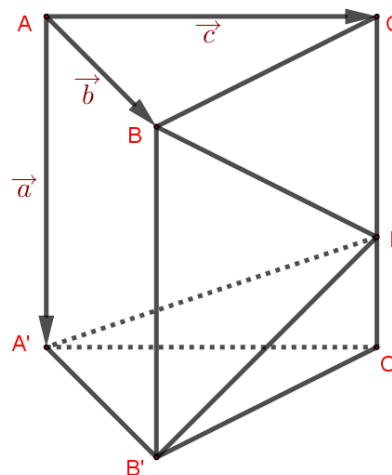
B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$.

D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$

Lời giải

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'A'}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'B'}) + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IC'}) + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{C'A'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right) \end{aligned}$$



Câu 32: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

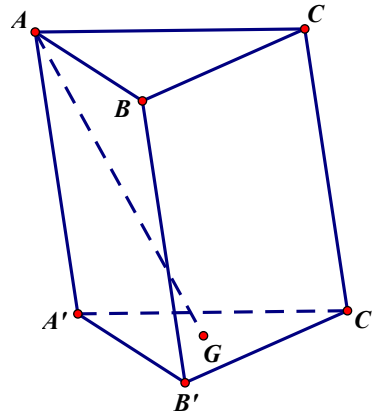
A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$.

B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Lời giải



Do G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ nên $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'})$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành trong các hình bình hành $ABB'A'$, $ACC'A'$ có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}.$$

Câu 33: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 5$, gọi AD là phân giác trong của góc A . Mệnh đề nào sau đây đúng?

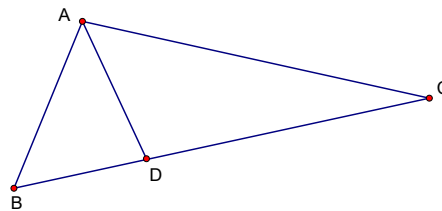
A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5DB = 2DC$.

$$\text{Suy ra: } 5\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AB}.$$

Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

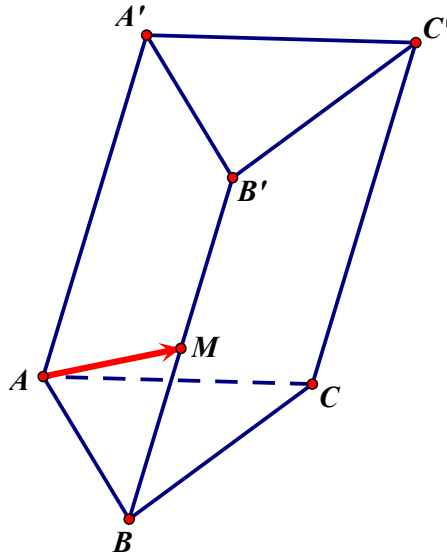
A. $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB'} - \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB'} - 2\overrightarrow{CA})$.

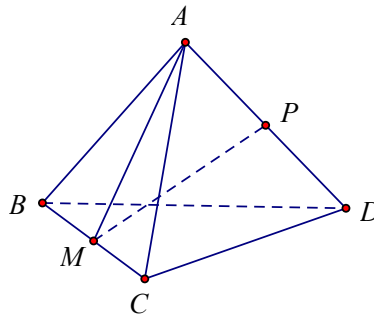
Theo quy tắc hình bình hành ta lại có: $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB}$.

Do đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} - 2\overrightarrow{CA}) = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$. **C.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. **D.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

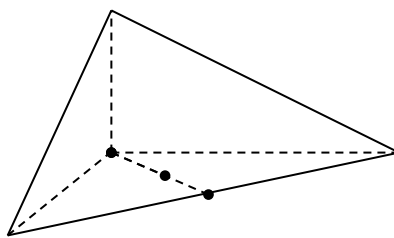
A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Lời giải



Ta có: G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Nên $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

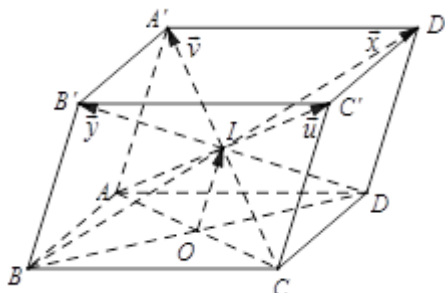
A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Lời giải



Ta phân tích:

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}) + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AA'}) = 2\overrightarrow{AA'}.$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{DB'} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'}) + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB'}) = 2\overrightarrow{BB'} = 2\overrightarrow{AA'}.$$

$$\Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = 4\overrightarrow{AA'} = -4\overrightarrow{A'A} = -4.2\overrightarrow{OI}.$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y}).$$

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{BC'}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

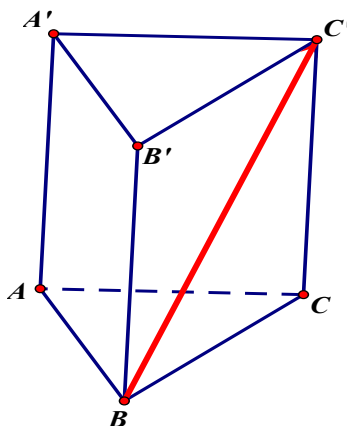
A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Ta có $\vec{c} + \vec{d} - \vec{b} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

Câu 41: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

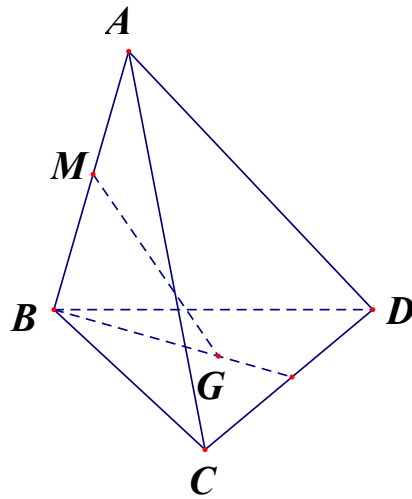
A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

D. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

Lời giải



$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MG} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}) \\
 &= \frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{MA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \right) + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} \\
 &= -\frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{6} \vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} + \frac{1}{3} \vec{d}
 \end{aligned}$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Có 4 vectơ có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.
- b) Trong số các vectơ ở câu a, có 2 vectơ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .
- c) Gọi H là trung điểm của AB . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SH}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- d) Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SG}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: Cho hình hộp thoi $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Trong các vectơ $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 7 vectơ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
- b) Hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.
- c) Trong các vectơ $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vectơ bằng $\overrightarrow{BC}$.
- d) Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 và O là tâm của đáy. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Trong các vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ có 4 vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.
- b) Số vectơ khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.
- c) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SO}$ bằng $\frac{1}{4}$.
- d) Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $\widehat{DSM} = 120^\circ$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$.

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'D'}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có độ dài các cạnh bằng 1. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = 3$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A}| = \sqrt{3}$.

d) $|\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}| = \sqrt{3}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 2\sqrt{2}$.

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{2}$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = 4$.

d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = 3\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = \overrightarrow{AD}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ với G là trọng tâm tam giác BCD .

Câu 8: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, O là giao điểm của BC' và $B'C$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}$.

b) $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'}$.

d) Nếu $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG}$ thì $G \equiv O$.

Câu 9: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vectơ bất kì thì $|k\vec{a}| = k|\vec{a}|$.

b) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

c) Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

d) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN và G là trọng tâm tam giác BCD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MN}$.

b) $\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$.

c) $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 3\vec{IG}$.

d) $2\vec{IG} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $(\vec{AB}, \vec{D'C'}) = 0^\circ$.

b) $(\vec{BC}, \vec{D'A'}) = 0^\circ$.

c) $(\vec{AC}, \vec{C'B'}) = 45^\circ$.

d) $(\vec{AC}, \vec{A'B}) = 120^\circ$.

Câu 12: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1 và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$.

b) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

c) $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 0$.

d) Hai vector $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 1$.

b) $\vec{AB}(\vec{AB} + \vec{CA}) = \frac{1}{2}$.

c) $AB \perp CD$.

d) Góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC bằng 30° .

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{AC'}^2 = 3a^2$.

b) $\vec{AD'} \cdot \vec{AB'} = a^2$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = a^2$.

d) Biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là tâm hình vuông $ABCD$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.

b) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD}$.

c) $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

d) $\cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là tứ giác ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Câu 17: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
c) “ $k \cdot \vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \leftrightarrow$ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng ”.		

Câu 18: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $k \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = k \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$ ”.		
b) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ thì $k \cdot \vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$ ”.		
c) “ $ k \cdot \vec{a} = k \cdot \vec{a} $ ”.		

d) “Góc giữa $(\vec{u}; \vec{v}) \in [0; 180^\circ]$ ”.		
---	--	--

Câu 19: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$ ”.		
b) “ $(\vec{a})^2 = \vec{a} ^2$ ”.		
c) “ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ ”.		
d) “ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$ ”.		

Câu 20: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ với I là trung điểm đoạn AB và điểm M bất kỳ ”.		
b) “ $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ với G là trọng tâm ΔABC và điểm M bất kỳ ”.		
c) “ $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$ với G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và điểm M bất kỳ ”.		
d) “Nếu $\vec{SB} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC}$ thì chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\vec{AB} + \vec{CC'} = \vec{A'B'} + \vec{BB'}$ ”.		
b) “ $\vec{AB} = \vec{CD}$ ”.		
c) “ $\vec{AB} - \vec{BC'} = \vec{BD'}$ ”.		
d) “ $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ ”.		

Câu 22: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\vec{BA} + \vec{A'C'} = \vec{BC}$ ”.		
b) “ Góc giữa $(\vec{BC}; \vec{AA'}) = (\vec{BC}; \vec{CC'}) = (\vec{BC}; \vec{BB'})$ ”.		
c) “ $\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{B'C'} = \vec{AC'}$ ”.		

d) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AA'})$ ”.		
---	--	--

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$ ”.		
b) “ Ba điểm G, S, O thẳng hàng ”.		
c) “ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 8\overrightarrow{GO}$ ”.		

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm CD . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{-a^2}{2}$ ”.		
c) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$ ”.		

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng ”.		
c) “ $\overrightarrow{AN}; \overrightarrow{CM}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		
d) “ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho hình hộp $ABCDEFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
- b) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{D'C'}$
- c) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{D'C'}$
- d) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là 12.

Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vectơ bằng $\vec{0}$ thì ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- b) Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- c) Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- d) Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
- c) Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì tồn tại một mặt phẳng chứa cả ba đường thẳng đó.
- d) Với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A'}$.

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

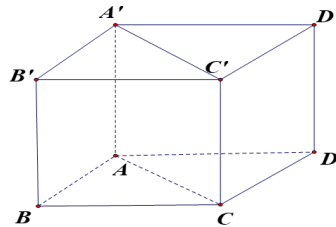
- a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.
- b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- c) Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba véc tơ đó cùng phương.
- b) Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba véc tơ bằng véc tơ $\vec{0}$.
- c) véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- d) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véc tơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}$ bằng $\vec{u} = \overrightarrow{A'C}$



- b) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$
- c) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
- d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $a\sqrt{2}$

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$
- c) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Câu 35: Trong không gian gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$
- c) $GA = GB = GC = GD$
- d) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

- Câu 36:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$.
 - $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$
 - $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$.
 - $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$.
- Câu 37:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$
 - Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
 - Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$
 - Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$
- Câu 38:** Cho tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.
 - $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
 - $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$
 - $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$
- Câu 39:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$
 - $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$
 - $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB'}$
 - $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD'}$
- Câu 40:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn $OS = 4a$
 - Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$
 - Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k.\overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng 4

d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng $\frac{a^2}{3}$

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- d) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

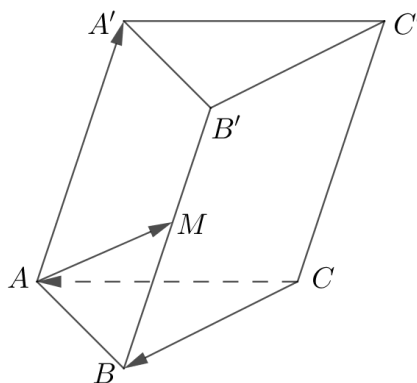
Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$. Vậy số thực đó bằng 3
- b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn OS theo a là $OS = 4a$
- c) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a là $a\sqrt{6}$
- d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng $-\frac{a^2}{2}$

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

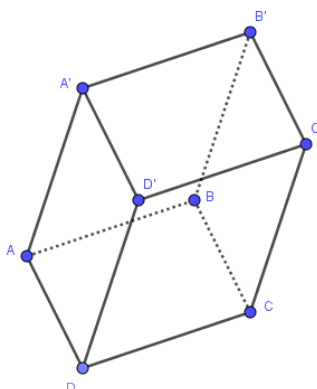
Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$
- b) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$
- d) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$
- b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- c) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
- d) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng 0
- b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} + \vec{c}$

c) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. vậy $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

d) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng: $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$.

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{c}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AM} = -\vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$

b) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$

c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

d) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



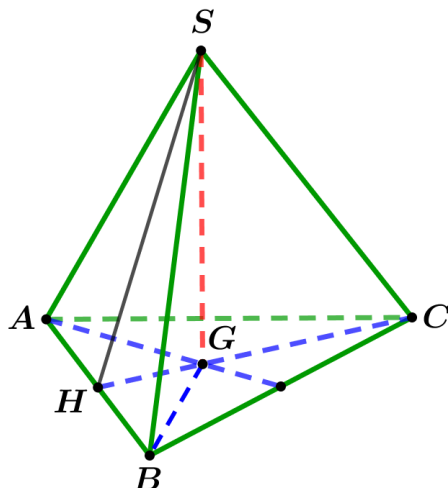
HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Có 4 vectơ có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.
- b) Trong số các vectơ ở câu a, có 2 vectơ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .
- c) Gọi H là trung điểm của AB . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SH}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- d) Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SG}$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



+) Có 3 vectơ có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện là : $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$.

+) Trong các vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ thì không vectơ nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

$$+) |\overrightarrow{SH}| = SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$+) |\overrightarrow{SG}| = SG = \sqrt{SH^2 - HG^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{15}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

- a) Sai: Có 3 vector có điểm đầu là S và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.
b) Sai: Trong số các vector ở câu a, không vector nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

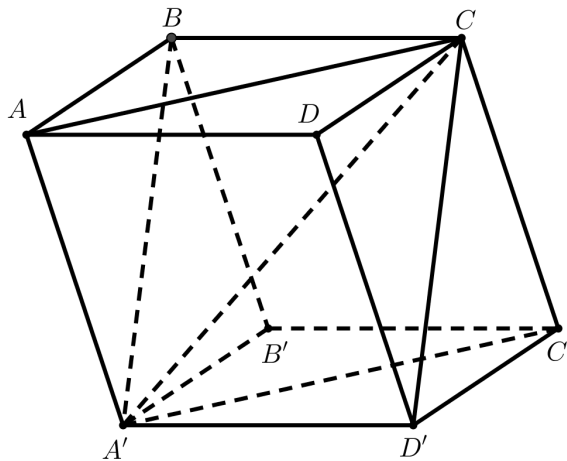
c) Sai: $|\overrightarrow{SH}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

d) Sai: $|\overrightarrow{SG}| = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Câu 2: Cho hình hộp thoi $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 7 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
b) Hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.
c) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector bằng $\overrightarrow{BC}$.
d) Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

Lời giải



- +) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}$.
+) $ACC'A'$ là hình bình hành nên hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.
+) Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 3 vector bằng $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'D'}$.
+) Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $A'B \perp B'C' \Rightarrow A'B \perp BC$. Khi đó $A'BCD'$ là hình chữ nhật nên $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

- a) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 6 vector cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
b) Đúng: Hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ cùng hướng.

c) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{AC}$ có 3 vector bằng $\overrightarrow{BC}$.

d) Đúng: Nếu $A'B \perp (ADC'B')$ thì $|\overrightarrow{A'C}| = |\overrightarrow{BD'}|$.

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 và O là tâm của đáy. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

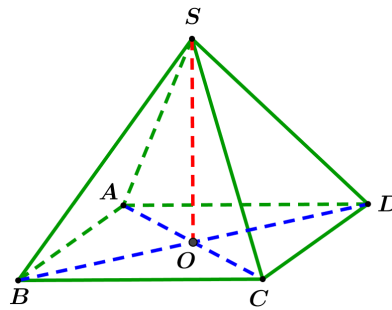
a) Trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ có 4 vector cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

b) Số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

c) Độ dài của vector $\overrightarrow{SO}$ bằng $\frac{1}{4}$.

d) Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $\widehat{DSM} = 120^\circ$.

Lời giải



+) Do mỗi đường thẳng SA, SB, SC, SD đều cắt đường thẳng SO nên trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ không có vector nào cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

+) Các vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$. Do đó, số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

$$+) |\overrightarrow{SO}| = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

+) Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $SM \parallel CA$. Mà $CA \perp SD$ nên $SM \perp SD$. Do đó $\widehat{DSM} = 90^\circ$

a) Sai: Trong các vector $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ không có vector nào cùng hướng với $\overrightarrow{SO}$.

b) Đúng: Số vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ và có điểm đầu, điểm cuối thuộc tập $\{S, A, B, O\}$ là 2.

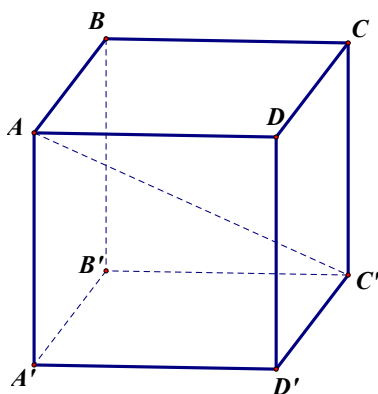
c) Sai: Độ dài của vector $\overrightarrow{SO}$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai: Nếu $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{CA}$ thì $\widehat{DSM} = 90^\circ$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.
 b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
 c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$.
 d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải



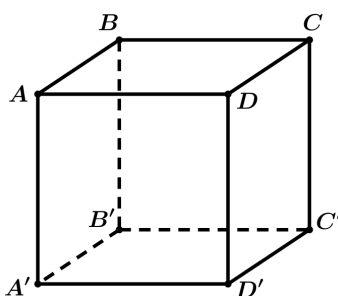
Theo quy tắc hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

- a) Sai.
 b) Đúng.
 c) Sai.
 d) Sai.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có độ dài các cạnh bằng 1. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.
 b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = 3$.
 c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A}| = \sqrt{3}$.
 d) $|\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}| = \sqrt{3}$.

Lời giải

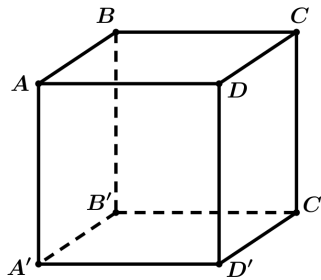


- a) Đúng vì $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = \sqrt{2}$.
- b) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = \sqrt{3}$.
- c) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A}| = \sqrt{2}$.
- d) Đúng vì $|\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}| = |\overrightarrow{A'C}| \sqrt{3}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 2\sqrt{2}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{2}$.
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = 4$.
- d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = 3\sqrt{2}$.

Lời giải



- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = |\vec{0}| = 0$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = |\overrightarrow{D'C'}| = \sqrt{2}$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$.
- +) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.
- a) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = 0$.
- b) Đúng: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'C'} - \overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{2}$.
- c) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}| = 2$.
- d) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = \sqrt{6}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = \overrightarrow{AD}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ với G là trọng tâm tam giác BCD .

Lời giải

a) Đúng vì $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

b) Sai vì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AD}|$.

c) Đúng vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{VP}$.

d) Đúng vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 8: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, O là giao điểm của BC' và $B'C$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

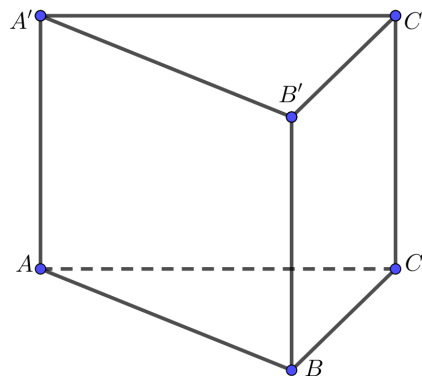
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}$.

b) $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'}$.

d) Nếu $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG}$ thì $G \equiv O$.

Lời giải



$$+) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}.$$

$$+) \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}.$$

$$+) \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}.$$

+) Gọi D' là đỉnh của hình bình hành $A'B'D'C'$.

Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD'} = 2\overrightarrow{AG}$.

a) Đúng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{BC'}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AB}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{B'C'}$.

d) Sai: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$.

Câu 9: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vectơ bất kì thì $|k\vec{a}| = k|\vec{a}|$.
- b) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.
- c) Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.
- d) Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

Lời giải

+) Theo định nghĩa tích của một số với một vectơ trong không gian, ta có:

Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vectơ bất kì thì $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

+) Theo các tính chất của tích của một số với một vectơ trong không gian, ta có:

Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

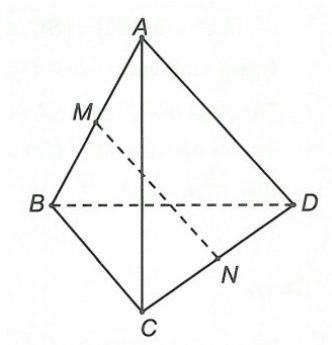
Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

- a) Sai: Nếu k là một số thực và $\vec{a}$ là hai vectơ bất kì thì $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.
- b) Đúng: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.
- c) Đúng: Nếu k là một số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.
- d) Đúng: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN và G là trọng tâm tam giác BCD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MN}$.
- b) $\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$.
- c) $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 3\vec{IG}$.
- d) $2\vec{IG} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Lời giải



+) Vì N là trung điểm của CD nên $\vec{MC} + \vec{MD} = 2\vec{MN}$.

+) Ta có : $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AM} + \vec{MD} + \vec{BM} + \vec{MC} = (\vec{MD} + \vec{MC}) + (\vec{AM} + \vec{BM}) = 2\vec{MN} + \vec{0} = 2\vec{MN}$.

+) Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 3\vec{IG}$.

+) Vì I là trung điểm của MN nên

$$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IG} \Rightarrow 2\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IG} \neq \vec{0}.$$

a) Sai: $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$.

d) Sai: $2\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IG} \neq \vec{0}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

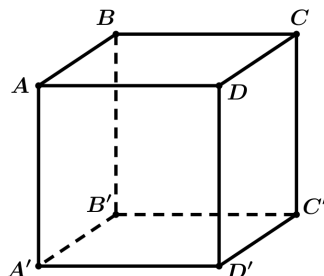
a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

b) $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 0^\circ$.

c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = 45^\circ$.

d) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = 120^\circ$.

Lời giải



+) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

+) Hai vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}$ ngược hướng nên $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 180^\circ$.

+) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

+) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'B}) = \widehat{BA'C'} = 60^\circ$.

a) Đúng: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D'C'}) = 0^\circ$.

b) Sai: $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{D'A'}) = 180^\circ$.

c) Sai: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'B'}) = 135^\circ$.

d) Sai: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B}) = 60^\circ$.

Câu 12: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1 và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$.

b) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

c) $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 0$.

d) Hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

Lời giải

+) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

+) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = \vec{a}^2 - 6\vec{b}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - 6 - \frac{\sqrt{3}}{2} = -5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

+) $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - \sqrt{3} + 1 = 2 - \sqrt{3}$.

+) $(\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b})(\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}) = \sqrt{3}\vec{a}^2 - \sqrt{3}\vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3} \neq 0$.

Suy ra hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

a) Sai: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Sai: $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = -5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Sai: $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 2 - \sqrt{3}$.

d) Đúng: Hai vectơ $\vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}$ và $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$ không vuông góc với nhau.

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

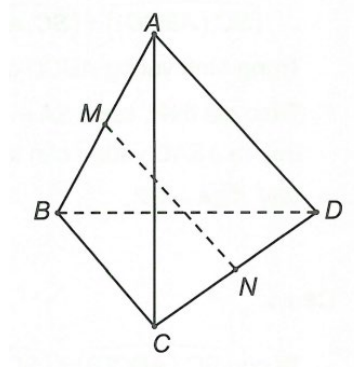
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$.

b) $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}$.

c) $AB \perp CD$.

d) Góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC bằng 30° .

Lời giải



$$+) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$+) \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = AB^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 - AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 1^2 - 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$+) \forall i \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1^2 \cdot \cos 60^\circ - 1^2 \cdot \cos 60^\circ = 0$$

suy ra $AB \perp CD$.

$$+) \text{ Đặt } \overrightarrow{AD} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}.$$

Khi đó, ta có $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{c}) = (\vec{c}, \vec{a}) = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vì } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB \text{ và } CD \text{ nên } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - \vec{b}).$$

$$MN^2 = \frac{1}{4}(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b} \cdot \vec{c}) = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - \vec{b})(-\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\widehat{MN, BC}) = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\frac{1}{2}}{1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BC bằng 45° .

a) Sai: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}.$

b) Đúng: $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}.$

c) Đúng: $AB \perp CD.$

d) Sai: Góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC bằng 45° .

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

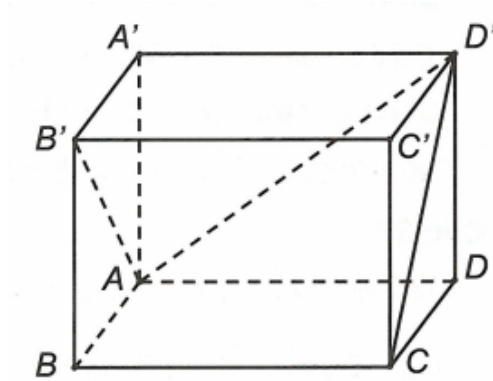
a) $\overrightarrow{AC'}^2 = 3a^2.$

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = a^2$.

d) Biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là tâm hình vuông $ABCD$.

Lời giải



$$\begin{aligned} +) \overrightarrow{AC'}^2 &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})^2 \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA'}^2 \left(\text{do } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0} \right) \\ &= 3a^2. \end{aligned}$$

$$+) \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'D'}) \cdot (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'}) = \overrightarrow{AA'}^2 = a^2 \left(\text{do } \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 0 \right).$$

$$+) \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = -\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'C'} = -\left(a^2 \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \right) = -a^2.$$

+) Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G$ cố định và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} P &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \geq GA^2 + GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv G$.

Vậy $P_{\min} = GA^2 + GB^2 + GC^2$ với $M \equiv G$ là trọng tâm tam giác ABC .

a) Đúng: $\overrightarrow{AC'}^2 = 3a^2$.

b) Đúng: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

c) Sai: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'A'} = -a^2$.

d) Sai: Biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

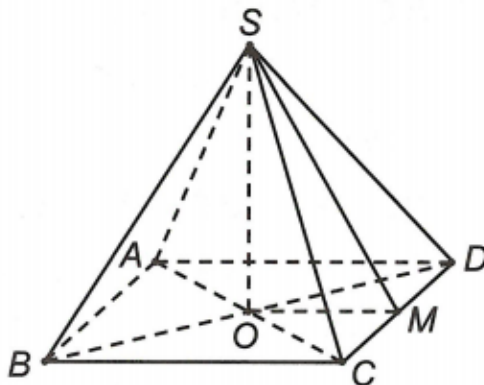
a) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.

b) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD}$.

c) $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

d) $\cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



+) Ta có : $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{BC^2}{2} = -\frac{a^2}{2}$.

+) Ta có: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{a^2}{2}$; $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{a^2}{2}$.

+) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều.

Suy ra $\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OS}; \overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc.

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS} \text{ và } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OS}; \overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}.$$

+) Ta có : $\cos(\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{BS}) = \frac{\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BS}}{CN \cdot BS}$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{CS} + \overrightarrow{CD}) \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{nên } \cos(\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{BS}) = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra } \cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

a) Sai: $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{a^2}{2}$.

b) Đúng: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Sai: $\cos(CN, SB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là tứ giác ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ với $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Lời giải

- + Mệnh đề a đúng: Quy tắc ba điểm.
- + Mệnh đề b đúng: Quy tắc đa giác.
- + Mệnh đề c sai: Vì $ABCD$ là tứ giác.
- + Mệnh đề d đúng: Quy tắc hình bình hành.

Câu 17: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ ”.		
c) “ $k \cdot \vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \leftrightarrow$ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng ”.		

Lời giải

- + Mệnh đề a đúng: Quy tắc trừ vector.
- + Mệnh đề b đúng: Quy tắc trừ vector.
- + Mệnh đề c sai: Vì $\begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} \neq \vec{0} \end{cases} \rightarrow k \cdot \vec{a} = \vec{0}$.
- + Mệnh đề d sai: Vì $k = 0 \leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{0} \leftrightarrow A \equiv B$.

Câu 18: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $k \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = k \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$ ”.		
b) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ thì $k \cdot \vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$ ”.		
c) “ $ k \cdot \vec{a} = k \cdot \vec{a} $ ”.		
d) “Góc giữa $(\vec{u}; \vec{v}) \in [0; 180^\circ]$ ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Tính chất.

+ Mệnh đề b đúng: Tính chất.

+ Mệnh đề c sai: Vì nếu $k < 0$ thì $|k \cdot \vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = -k \cdot |\vec{a}|$.

+ Mệnh đề d đúng: Tính chất.

Câu 19: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ Với $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$ ”.		
b) “ $(\vec{a})^2 = \vec{a} ^2$ ”.		
c) “ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ ”.		
d) “ $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$ ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Tích vô hướng của hai vector.

+ Mệnh đề b đúng: Vì $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}| \cdot |\vec{u}| \cdot \cos(\vec{u}; \vec{u}) = |\vec{u}|^2 \cdot \cos 0^\circ = |\vec{u}|^2$.

+ Mệnh đề c sai: Vì chưa có điều kiện $\vec{u} \neq \vec{0}$ và $\vec{v} \neq \vec{0}$.

+ Mệnh đề d đúng: Tính chất.

Câu 20: Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ với I là trung điểm đoạn AB và điểm M bất kỳ ”.		

b) “ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm ΔABC và điểm M bất kỳ ”.		
c) “ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ với G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và điểm M bất kỳ ”.		
d) “Nếu $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành ”.		

Lời giải

+ Mệnh đề a đúng: Vì ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MI} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

+ Mệnh đề b đúng: Vì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MG} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

+ Mệnh đề c đúng: Vì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MG} = \vec{0}.$$

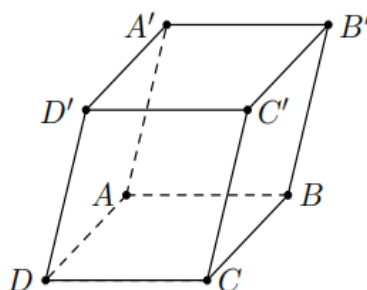
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$$

+ Mệnh đề d đúng: Vì $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BB'}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BD'}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'}$.

+ Mệnh đề b sai: Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

+ Mệnh đề c sai: Vì $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'} \rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{D'B}$.

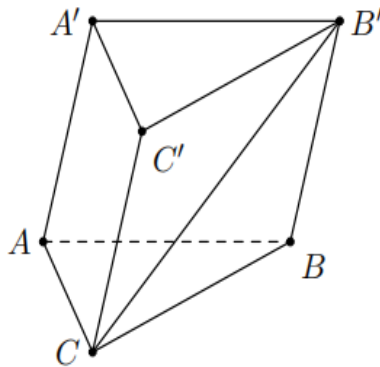
+ Mệnh đề d đúng: Vì

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \text{ (Quy tắc hình hộp).}$$

Câu 22: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BC}$ ”.		
b) “ Góc giữa $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CC'}) = (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BB'})$ ”.		
c) “ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$ ”.		
d) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AA'})$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

+ Mệnh đề b đúng: Vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

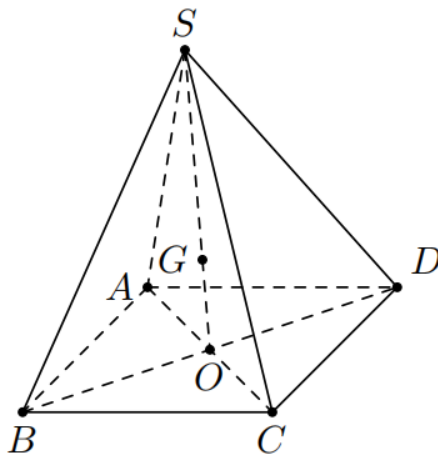
+ Mệnh đề c đúng: Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$.

+ Mệnh đề d sai: Vì nếu $\alpha = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AA'})$ thì $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{AA'}) = 180^\circ - \alpha$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$ ”.		
b) “ Ba điểm G, S, O thẳng hàng ”.		
c) “ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 8\overrightarrow{GO}$ ”.		

Lời giải



+ O là tâm hình bình hành $ABCD \rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

+ Mà $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG} \text{ (Ba điểm } G, S, O \text{ thẳng hàng).}$$

+ Lại có $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{OG}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GO} - 4\overrightarrow{OG} = -\overrightarrow{OS} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{GO} = \overrightarrow{SO}$$

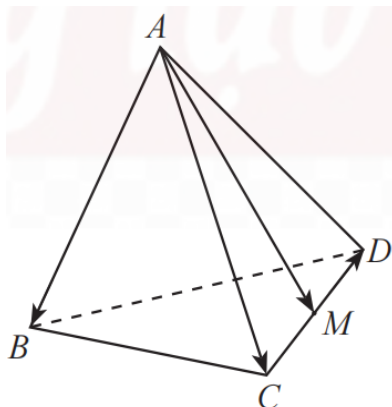
+ Mà $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = 10\overrightarrow{GO}$.

Vậy mệnh đề a đúng, mệnh đề b đúng, mệnh đề c đúng, mệnh đề d sai.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm CD . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{-a^2}{2}$ ”.		
c) “Góc giữa $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$ ”.		
d) “ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$ ”.		

Lời giải



+ Mệnh đề a đúng: Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

$$= AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

→ chứng minh tương tự ta được $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}.$

+ Mệnh đề b sai. Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}.$$

+ Mệnh đề c, d đều đúng:

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}.$$

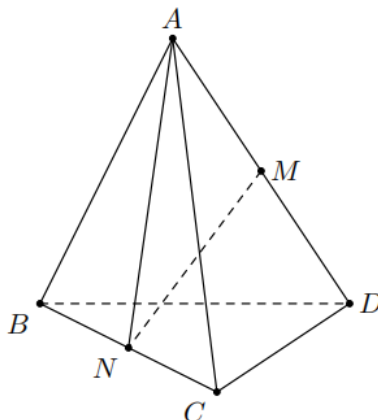
$$\text{Mà } AM \perp CD, MB \perp CD \rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \rightarrow AB \perp CD.$$

$$\rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 90^\circ.$$

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) “ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ ”.		
b) “ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng ”.		
c) “ $\overrightarrow{AN}; \overrightarrow{CM}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		
d) “ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng ”.		

Lời giải



+ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \rightarrow$ mệnh đề a đúng.

+ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng vì MN không nằm trong $(ABC) \rightarrow$ mệnh đề b đúng.

+ Mệnh đề c sai: Vì AN không nằm trong (MNC)

+ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}) \rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng $\rightarrow$ mệnh đề d đúng.

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Sai

b) Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Đúng

c) Sai

d) Sai

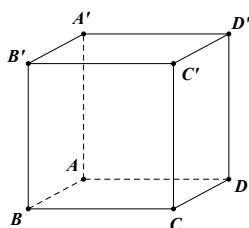
Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Quy tắc hình hộp. Đúng



b) Sai

c) Sai

d) Sai

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình hộp $ABCDEFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

b) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{D'C'}$

c) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{D'C'}$

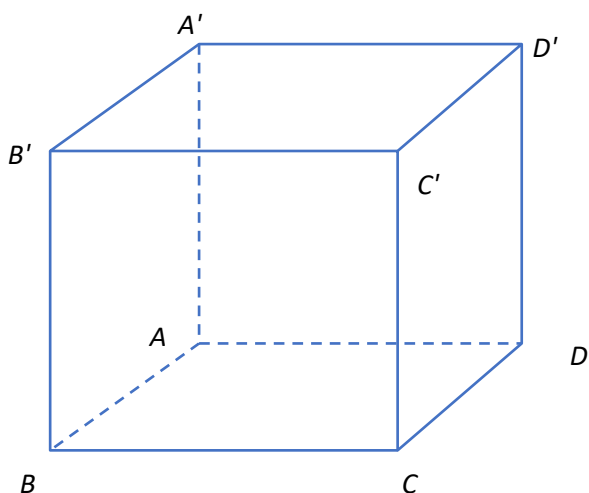
d) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là 12.

Lời giải

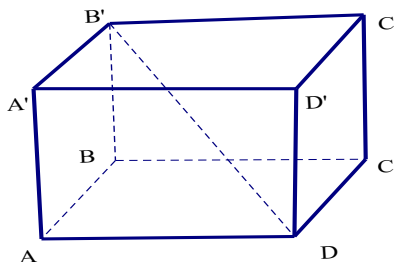
a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

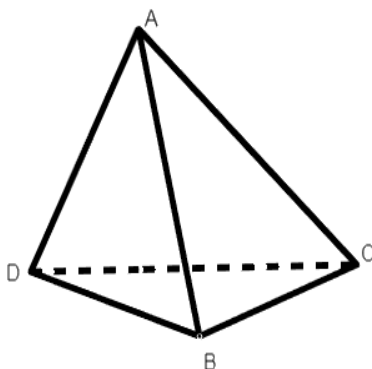
b) Dựa vào hình ta có: Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{D'C'}$.



c) Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.



d) Các vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$.



Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector bằng $\vec{0}$ thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

Mệnh đề “Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng” sai. Chẳng hạn xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ đồng quy, nhưng ba vector này không đồng phẳng.

- Chọn Đ
- Chọn Đ
- Chọn Đ
- Mệnh đề “Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng” sai. Chẳng hạn xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ đồng quy, nhưng ba vector này không đồng phẳng.

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta luôn có $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$.
- c) Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì tồn tại một mặt phẳng chứa cả ba đường thẳng đó.
- d) Với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bất kì ta luôn có $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{CA'}$.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn sai
- b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta có $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{BC}$. Chọn Đ
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$.
- b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$.
- c) Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\vec{SB} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

Lời giải

a) S b) Đ c) S d) S

- a) sai vì $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$ (luôn đúng theo tính chất cộng các vector).
- b) đúng vì $\vec{AB} = \vec{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB // CD \\ AB = CD \end{cases}$. Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- c) sai.
- d) sai vì: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{AC} - \vec{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{BD} + \vec{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{BD} = \vec{CA}$ (vô lý nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành).

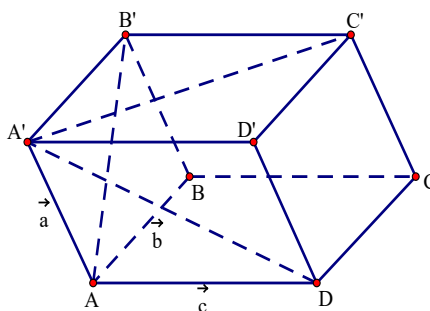
Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba véc tơ đó cùng phương.
- b) Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba véc tơ bằng véc tơ $\vec{0}$.
- c) véc tơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

d) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véc tơ $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{C'A'}$, $\overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------



Đáp án a) Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

Đáp án b) Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng.

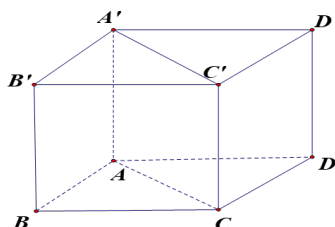
Đáp án c) Sai.

$$\text{Đáp án d) Đúng vì } \begin{cases} \overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{c} \\ \overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA} = -\vec{b} - \vec{c} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DA'} - \overrightarrow{CA'}$$

Vậy 3 vectơ $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{C'A'}$, $\overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}$ bằng $\vec{u} = \overrightarrow{A'C}$



b) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

c) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $a\sqrt{2}$

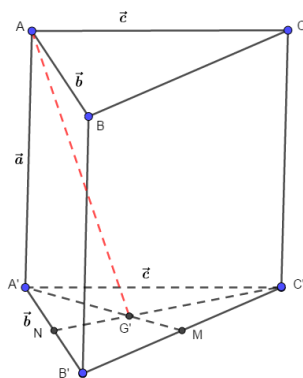
Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$

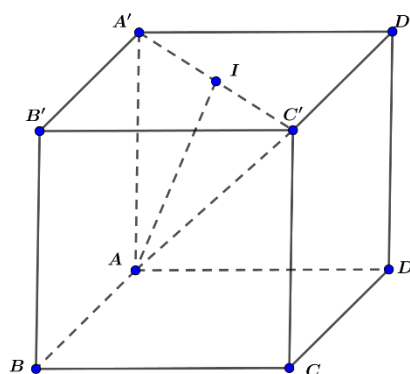
b) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$.

c)



$$\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \vec{a} + \frac{2}{3} \overrightarrow{A'M} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) = \vec{a} + \frac{1}{3} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{3} (3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}).$$

d)



Gọi I là trung điểm của $A'C'$.

$$\text{Khi đó } \vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow |\vec{x}| = 2AI = 2\sqrt{AA'^2 + A'I^2} = 2\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}a^2} = a\sqrt{6}.$$

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$
- c) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn sai

b) Chọn sai

$$c) \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BA} + (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC'}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{AA'} \neq \overrightarrow{BD'}.$$

d) Chọn sai

Câu 35: Trong không gian gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$
- c) $GA = GB = GC = GD$
- d) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

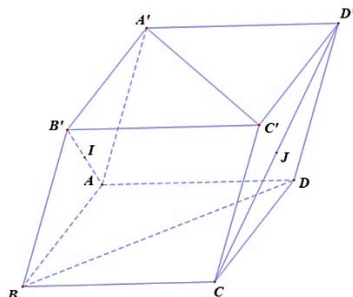
Câu 36: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$.
- b) $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$
- c) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$.
- d) $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$.

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

- a) Chọn sai
- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn đúng



Câu 37: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

c) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

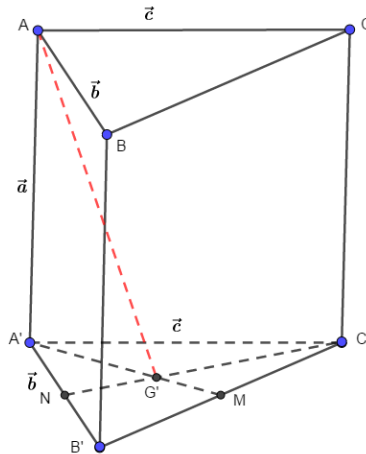
Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$. Chọn đúng

b)



$\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \vec{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'M} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. Chọn đúng

c) G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$. Chọn đúng

d) Chọn sai

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

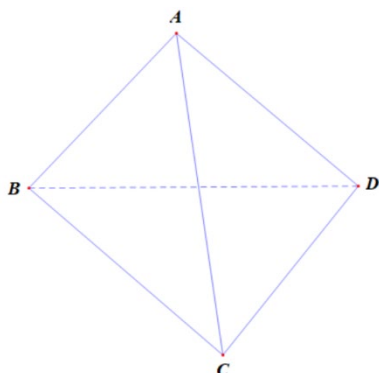
c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn sai
b) Chọn sai
c)



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

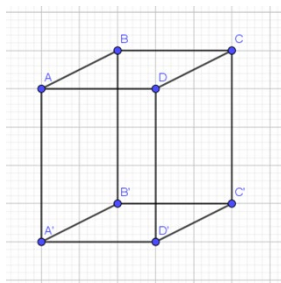
- d) Chọn sai

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$
b) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$
c) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB'}$
d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD'}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \neq \overrightarrow{AD'}$ nên a) chọn sai.

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$ nên b) chọn đúng.

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DB} \neq \overrightarrow{DB'}$ nên c) chọn sai.

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BD} \neq \overrightarrow{BD'}$ nên d) chọn sai

Câu 40: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn $OS = 4a$

b) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

c) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng 4

d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng $\frac{a^2}{3}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$. Với O' là tâm của mặt $A'B'C'D'$.

Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4a$. Chọn đúng

b) Gọi O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO'} \Rightarrow |\vec{x}| = 2|\overrightarrow{AO'}| = 2AO' = 2\sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chọn đúng

c) Vì G là trọng tâm $\triangle BCD$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Vậy $k = 3$. Chọn sai

d) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

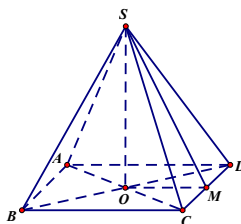
$$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}.$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có: $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS}$,

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}. \text{ Chọn sai}$$



Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) theo tính chất trung điểm đoạn thẳng. Chọn đúng
- b) theo định nghĩa trọng tâm của tứ diện. Chọn đúng
- c) theo tính chất trọng tâm của tứ diện. Chọn đúng
- d) vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN} \neq 2\overrightarrow{MN}$. Chọn sai

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$
- c) $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- d) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Theo tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}. \text{ Chọn đúng.}$$

- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

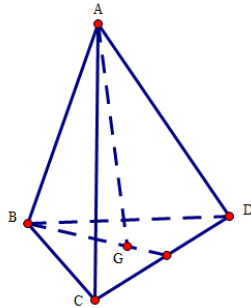
- a) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k.\overrightarrow{AG}$. Vậy số thực đó bằng 3

- b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Vậy độ dài đoạn OS theo a là $OS = 4a$
- c) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a là $a\sqrt{6}$
- d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a)

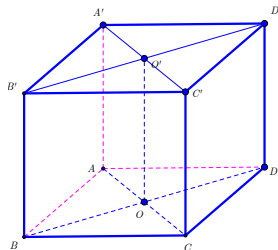


Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Vậy $k = 3$.

b)



$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$. Với O' là tâm của mặt $A'B'C'D'$

Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4a$.

c) Gọi O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO'} \Rightarrow |\vec{x}| = 2|\overrightarrow{AO'}| = 2AO' = 2\sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

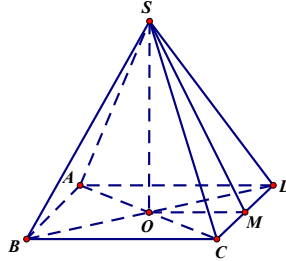
d) Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

$$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}.$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có: $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS}$,

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có: $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}$



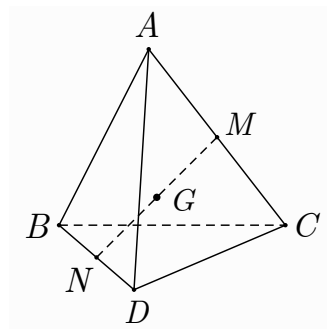
Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$
- b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Chọn đúng.
- b) Chọn đúng.
- c) Chọn đúng.
- d) Chọn sai



$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ đúng theo tính chất trung điểm đoạn thẳng

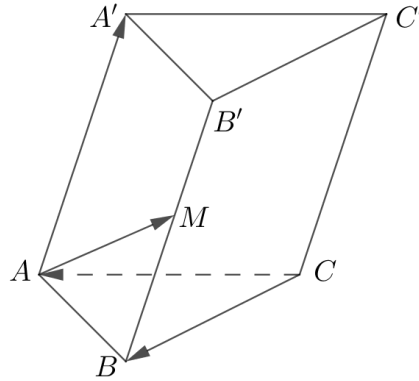
$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$.

$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sai vì:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}.\end{aligned}$$

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$
- b) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$
- d) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

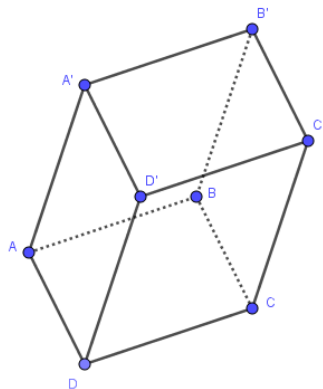
a) Chọn sai

b) Chọn sai

c) Chọn sai

d) Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. Chọn đúng

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$
- b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- c) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
- d) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

- a) Lý thuyết quy tắc hình hộp, bắt đầu từ đỉnh B . Chọn đúng
- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng 0
- b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} + \vec{c}$
- c) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. vậy $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- d) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng: $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos \widehat{BAC} = \frac{a^2}{2}; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos \widehat{BAD} = \frac{a^2}{2}$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0$.

b) Chọn sai

c) Trong hình bình hành $BCC'B'$ ta có $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}$

Mà $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Vậy $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

d) Chọn sai

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn sai

b) Chọn sai

c) Theo quy tắc hình hộp. Chọn đúng

d) Chọn sai

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' .

Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{c}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AM} = -\vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$

b) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$

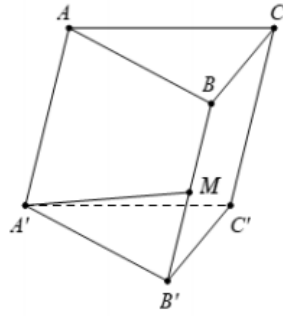
c) $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

d) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a)



Vì M là trung điểm của $BB' \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = -\vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$. Chọn
đúng

- b) Chọn sai
- c) Chọn sai
- d) Chọn sai

CHƯƠNG

II

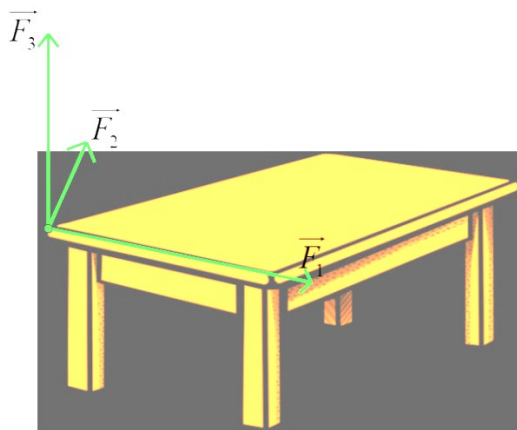
VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN

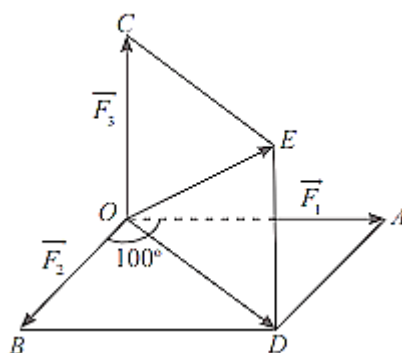


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

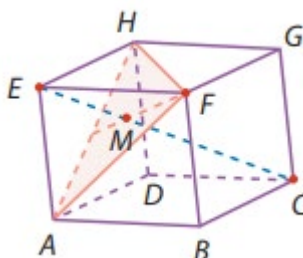
- Câu 1:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $\triangle ABC$ có cạnh bằng 3. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{B'C'}|$.
- Câu 2:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ (đơn vị độ).
- Câu 3:** Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}$.
- Câu 4:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Cho $AB = 2a, CD = 2b, EF = 2c$. Với M là một điểm tùy ý, biết tổng $MA^2 + MB^2 = k.ME^2 + l.a^2$. Tính $k + l$.
- Câu 5:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k + l$ có giá trị là bao nhiêu?
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC . Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho $PQ // CM$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. $PQ // CM$. Khi biểu diễn vectơ $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ} = -\frac{m}{n}\vec{a} - \frac{p}{q}\vec{b} + \frac{r}{z}\vec{c}$ (với $\frac{m}{n}, \frac{p}{q}, \frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và $m, n, p, q, r, z \in \mathbb{Z}$). Tính $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{z}$.
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?
- Câu 8:** Cho tứ diện $ABCD$ có các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD và AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng AD tại điểm Q . Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$.
- Câu 9:** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực $\overrightarrow{F_3}$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ và có độ lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là $a(N)$, tìm giá trị của a .



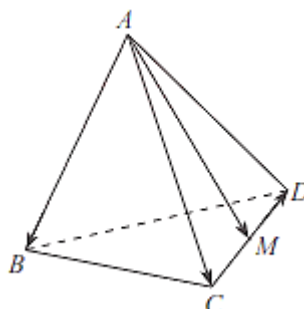
Câu 10: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.



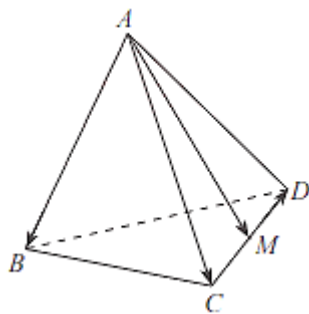
Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Điểm M là trọng tâm tam giác AFH (hình tham khảo bên dưới). Tính độ dài của $\overrightarrow{EM}$ trong trường hợp $ABCD.EFGH$ là hình hộp đứng có các cạnh $AB = 5, AD = 6, AE = 10$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$.



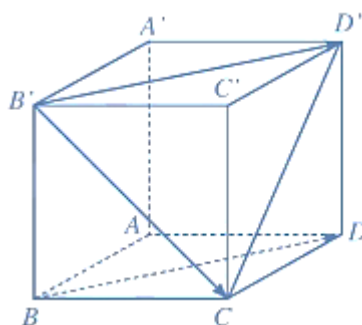
Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD . Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.



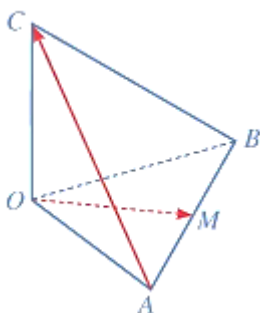
Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD . Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.



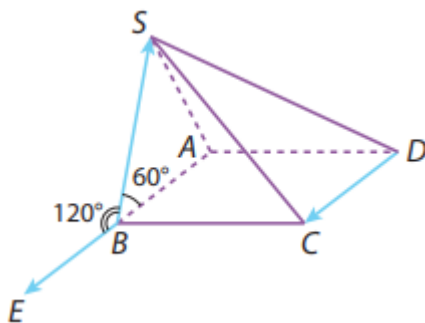
Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C'}$.



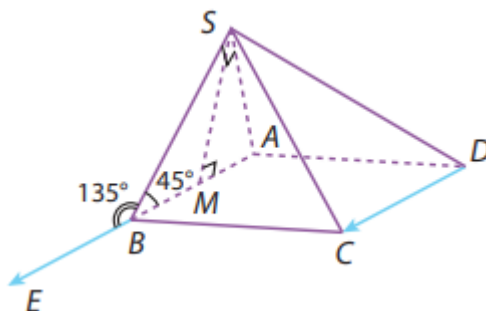
Câu 15: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{AC}$.



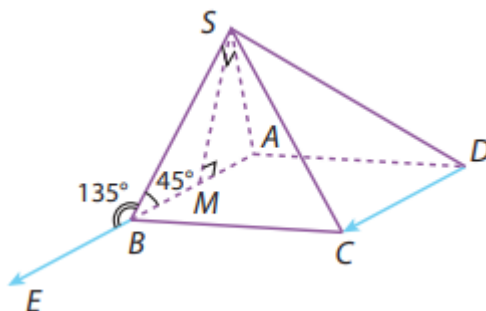
Câu 16: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BS}$.



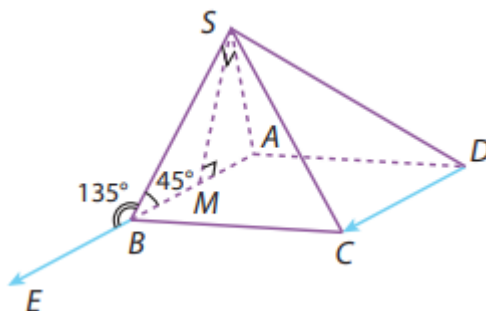
Câu 17: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS}$;



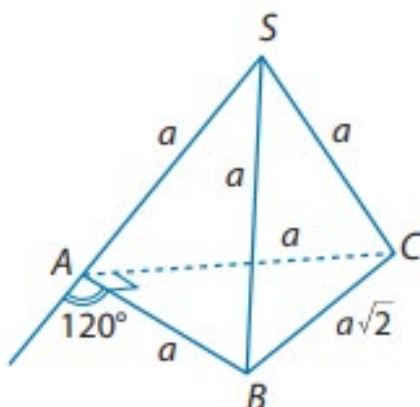
Câu 18: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}$;



Câu 19: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS}$.

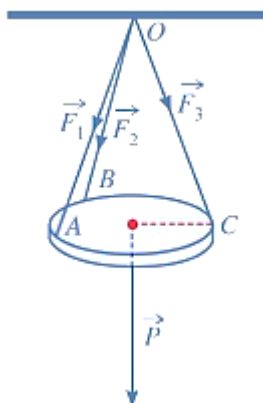


Câu 20: Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa các vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$



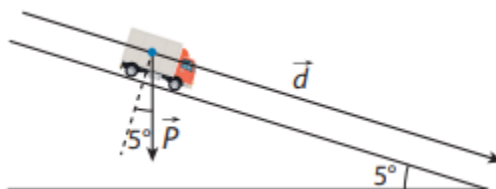
Câu 21: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực

căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15(\text{ N})$ (Hình bên dưới).



Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.

Câu 22: Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $|\vec{d}|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

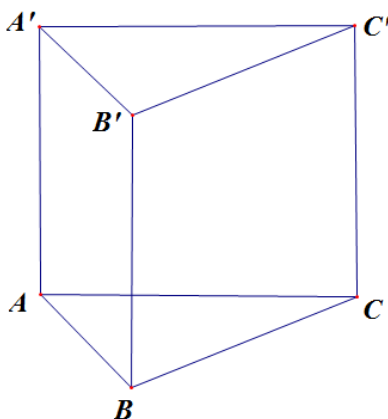
BÀI: VECTO TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $\triangle ABC$ có cạnh bằng 3. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{B'C'}|$.

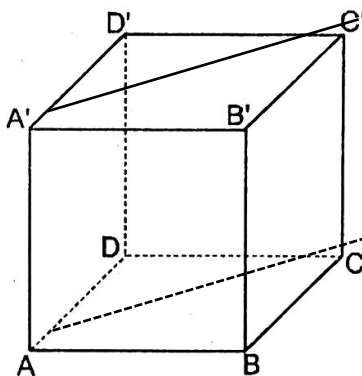
Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{B'C'}| = |\overrightarrow{BA}| = 3$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ (đơn vị độ).

Lời giải

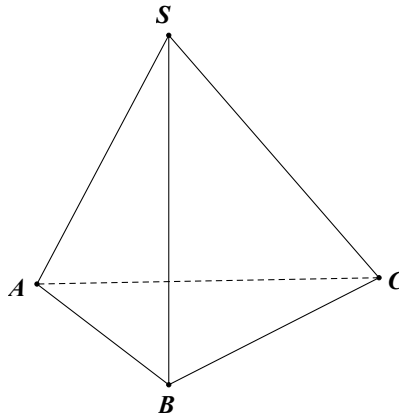


Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Do đó: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$

Câu 3: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Lời giải



Có: $BC^2 = SB^2 + SC^2 (2.2^2 = 2^2 + 2^2) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S .

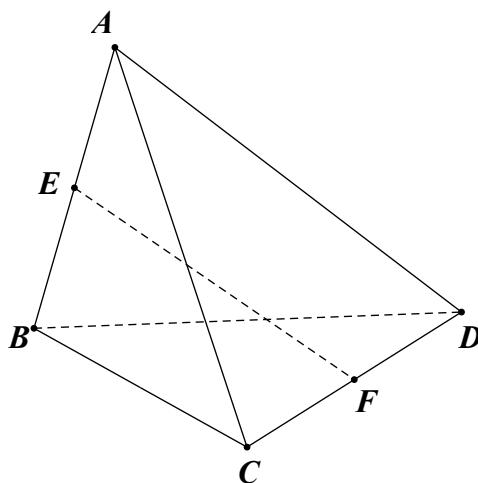
Lại có: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC} = -2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Cho $AB = 2a, CD = 2b, EF = 2c$. Với M là một điểm tùy ý, biết tổng $MA^2 + MB^2 = k \cdot ME^2 + l \cdot a^2$. Tính $k + l$.

Lời giải



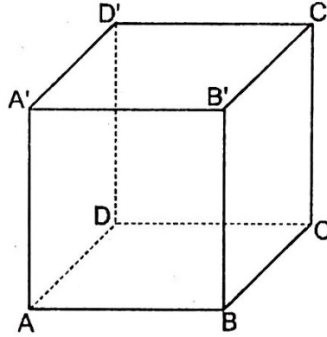
Áp dụng công thức độ dài đường trung tuyến, ta có:

$$ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2} = 2ME^2 + 2a^2.$$

Vậy $k + l = 2 + 2 = 4$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k + l$ có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

$$\text{Có: } \overrightarrow{MA'} = k.\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AM} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{-k(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}}{1 - k}.$$

$$\text{Có: } \overrightarrow{NC} = l.\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} - l\vec{b}}{1 - l}.$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \left(-\frac{k}{1 - k} - \frac{1}{1 - l}\right)\vec{a} + \left(-\frac{k}{1 - k} - 1\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{1 - k} - \frac{1}{1 - l}\right)\vec{c}.$$

$$\text{Mà: } \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$$

$$\text{Vì } MN \parallel BD' \text{ nên } \overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{BD'} \Leftrightarrow \frac{3k + 1}{1 - k} = -2 \Leftrightarrow k = -3 \Rightarrow l = -1.$$

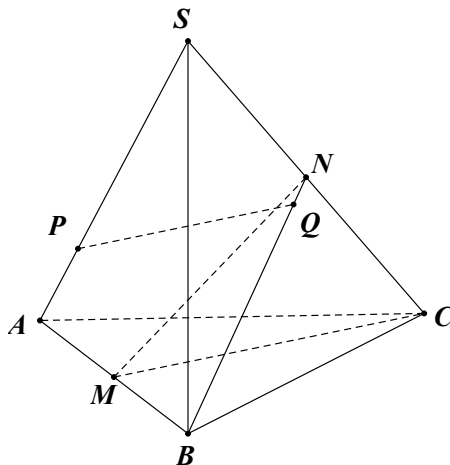
Vậy $k + l = -4$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC . Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho $PQ \parallel CM$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. $PQ \parallel CM$. Khi biểu diễn vectơ $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vectơ

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ} = -\frac{m}{n}\vec{a} - \frac{p}{q}\vec{b} + \frac{r}{z}\vec{c}$ (với $\frac{m}{n}, \frac{p}{q}, \frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và

$m, n, p, q, r, z \in \mathbb{Z}$). Tính $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{z}$.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{PA} = x\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BQ} = y\overrightarrow{BN}$

Suy ra:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ} = x\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} + y\overrightarrow{BN} = (x-1)\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + y(\overrightarrow{SN} - \overrightarrow{SB}) \\ &= (x-1)\vec{a} + (1-y)\vec{b} + \frac{y}{2}\vec{c}.\end{aligned}$$

Lại có: $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) - \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$

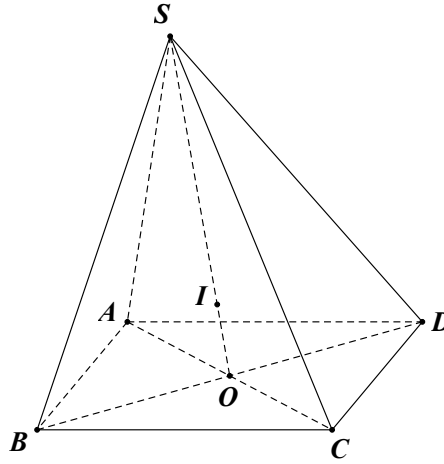
$$PQ // CM \Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \frac{x-1}{0,5} = \frac{1-y}{0,5} = \frac{y}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Suy ra: $\overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$

Vậy $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{z} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SI} = 4\overrightarrow{IO}$.

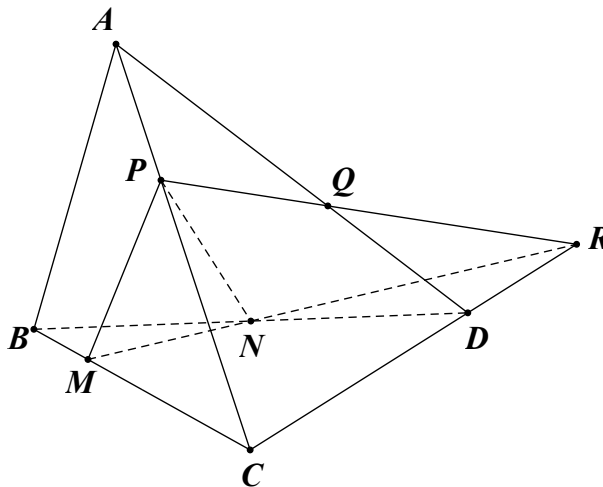
$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } P &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IS})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IS} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IS} + 4\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} \text{ khi } M \equiv I \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{4}{5}.$$

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD và AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng AD tại điểm Q .

Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$.

Lời giải



$$\text{Đặt } \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}, \overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{AD} = k\vec{c}$$

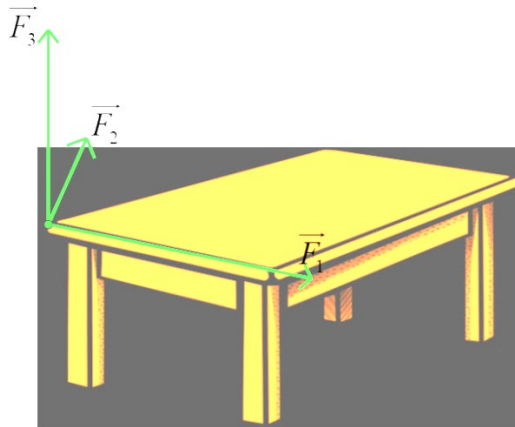
Theo đề bài, ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$; $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\vec{b}$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \\ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} \\ \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} + k\vec{c} \end{cases}$$

$$\text{Vì } M, N, P, Q \text{ đồng phẳng nên } x\overrightarrow{MN} + y\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,25x + 0,75y = 0,75 \\ 0,25x - \frac{1}{12}y = 0,25 \\ 0,5x = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{5} \\ k = \frac{3}{5} \end{cases}$$

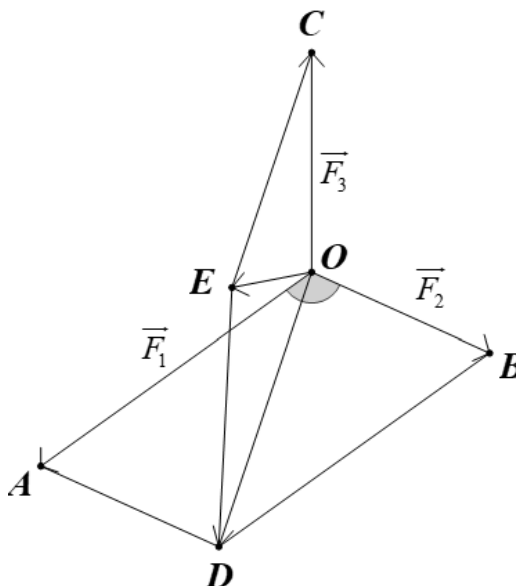
$$\text{Vậy } \overrightarrow{AQ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AD} \Rightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{3}{5}.$$

Câu 9: Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là $a(N)$, tìm giá trị của a .



Lời giải

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Hợp lực tác động vào ba vật là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lý cosin trong $\triangle OAD$, ta có:

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cdot \cos \widehat{OAD} = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 80^\circ = 97 - 72 \cos 80^\circ.$$

Vì $OC \perp (OBDA)$ nên $OC \perp OD \Rightarrow ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó $\triangle OCE$ vuông tại C nên:

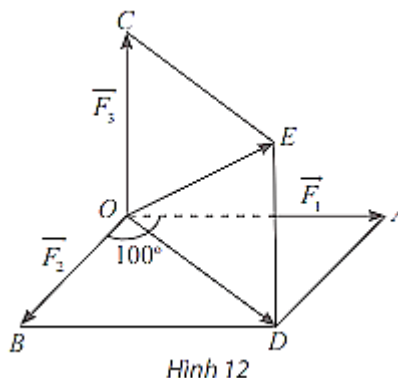
$$OE^2 = OC^2 + EC^2 = 4^2 + 97 - 72 \cos 80^\circ = 113 - 72 \cos 80^\circ$$

$$\Rightarrow OE = \sqrt{113 - 72 \cos 80^\circ} \approx 10$$

Suy ra độ lớn của hợp lực của ba lực trên khoảng $10N$.

Vậy $a=10$.

Câu 10: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là $25N$ và $12N$. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn $4N$. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.



Hình 12

Lời giải

Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là $25N, 12N, 4N$.

$$\text{Vẽ } \overrightarrow{OA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{F}_3.$$

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là

$$\vec{F} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$, suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D .

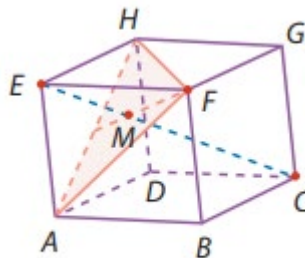
$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26 \text{ N}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Điểm M là trọng tâm tam giác AFH (hình tham khảo bên dưới). Tính độ dài của $\overrightarrow{EM}$ trong trường hợp $ABCD.EFGH$ là hình hộp đứng có các cạnh $AB = 5, AD = 6, AE = 10$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$.



Hình 2.16

Lời giải

Trước hết ta chứng minh E, M, C thẳng hàng, ta sẽ chứng minh $\overrightarrow{EC} = k\overrightarrow{EM}$ với k là một số thực nào đó.

Do M là trọng tâm của tam giác AFH nên ta có:

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = 3\overrightarrow{EM}$$

Mặt khác, theo quy tắc hình hộp thì:

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EC}$$

Suy ra $\overrightarrow{EC} = 3\overrightarrow{EM}$. Vậy ba điểm E, M, C thẳng hàng.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC , ta có:

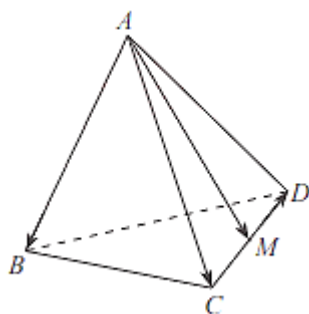
$$AC^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 91$$

Khi $ABCD.EFGH$ là hình hộp đứng thì EAC là tam giác vuông tại A , do đó:

$$EC^2 = EA^2 + AC^2 = 100 + 91 = 191$$

$$\text{Suy ra } EM = \frac{1}{3}\sqrt{191}.$$

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD . Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.



Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

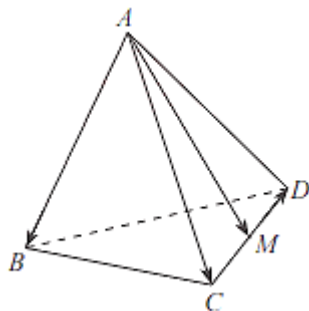
$$= AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}), \text{ suy ra:}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$$

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD . Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.



Lời giải

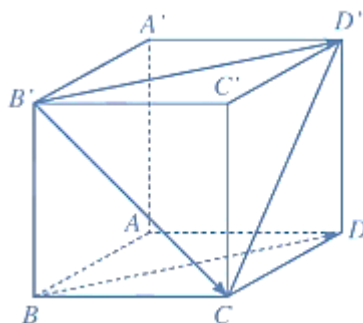
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}.$$

Mà AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{CD}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Từ các kết quả trên ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. Suy ra $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa Hình 10 hai vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$.



Lời giải

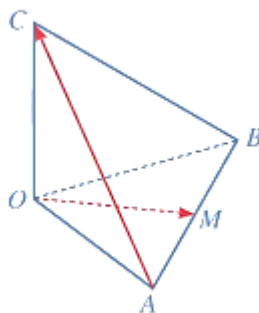
Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$. Do đó,

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \widehat{D'B'C}.$$

Vì $B'C = CD' = D'B'$ nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều. Suy ra $\widehat{D'B'C} = 60^\circ$.

Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$.

Câu 15: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{AC}$.



Lời giải

Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

Khi đó, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$.

Mặt khác, do $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

$$\text{và } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \vec{c} - \vec{a}$$

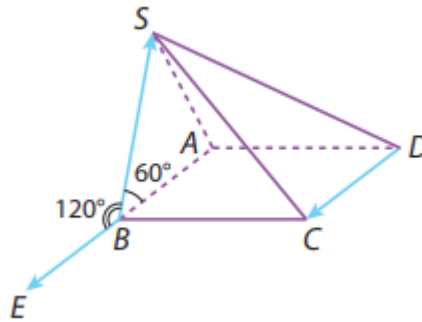
$$\begin{aligned} \text{nên } \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} &= \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a}^2 + \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{a}) = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta lại có: } |\overrightarrow{OM}| = OM = \frac{\sqrt{2}}{2}; |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó, } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Vậy } (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ.$$

Câu 16: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BS}$.



Lời giải

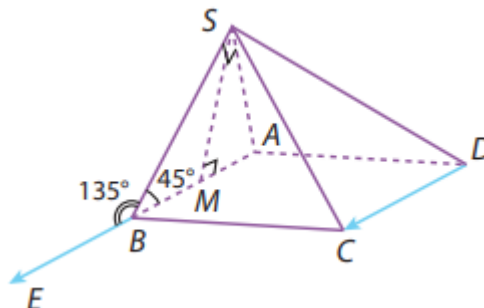
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel DC$.

Trên tia AB lấy điểm E sao cho $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$ (Hình 2.20). Ta có:

$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BS}) = \widehat{EBS} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 120^\circ.$$

Câu 17: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS}$;



Lời giải

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$. Gọi E là điểm thuộc tia AB sao cho $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$. Ta có:

$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BS}) = \widehat{EBS}$$

$\triangle ASB$ vuông cân (tại S) nên $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{EBS} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$, hay $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 135^\circ$.

Mặt khác, do $AB = a$ nên $AS = BS = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

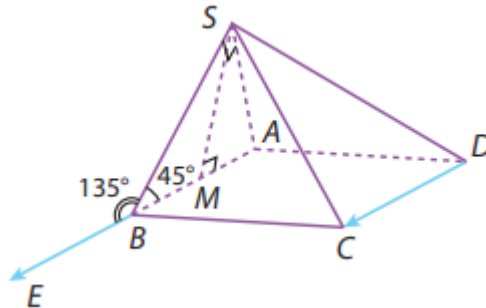
Từ đó ta có:

$$\text{Vậy } \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = |\overrightarrow{DC}| \cdot |\overrightarrow{BS}| \cdot \cos(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS})$$

$$= a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 135^\circ = a^2 \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

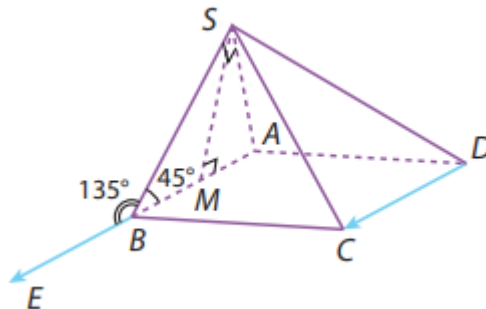
Câu 18: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}$;



Lời giải

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AS}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

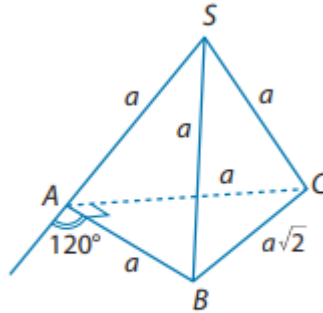
Câu 19: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính: $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS}$.



Lời giải

Tam giác ASB cân tại S và M là trung điểm của cạnh AB nên $SM \perp AB$, hay $\overrightarrow{MS} \perp \overrightarrow{AB}$. Suy ra $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MS} = 0$.

Câu 20: Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa các vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$



Hình 2.23

Lời giải

Ta có:

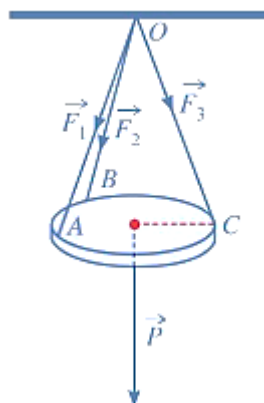
$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) &= \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB}}{a^2} \\ &= \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{a^2} \end{aligned}$$

Từ giả thiết suy ra SAB là tam giác đều và ABC là tam giác vuông cân tại A . Từ đó ta tính được:

$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2} \text{ và } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

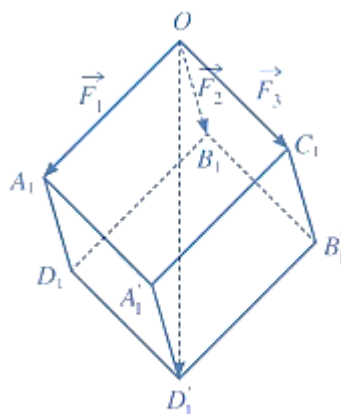
$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{2}. \text{ Vậy } (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ.$$

Câu 21: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15(\text{ N})$ (Hình bên dưới).



Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.

Lời giải



Hình 15

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB_1} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC_1} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm D_1, A_1', B_1', D_1' , sao cho $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ là hình hộp (Hình 15). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

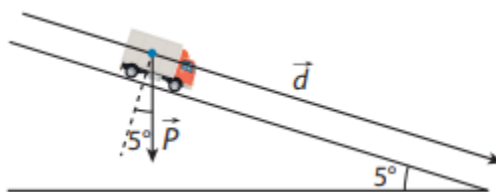
$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1'}$$

Mặt khác, do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15(\text{ N})$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1, C_1A_1'D_1'B_1'$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo OD_1' của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là: $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD_1'}| = 15\sqrt{3}(\text{ N})$.

Câu 22: Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vector biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $|\vec{d}|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức

$\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Lời giải

Ta có $1,5 \text{ tấn} = 1500 \text{ kg}$.

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên chiếc xe là: $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 1500.9,8 = 14700 \text{ (N)}$.

Vecto $\vec{d}$ biểu thị độ dịch chuyển của xe có độ dài là $|\vec{d}| = 30 \text{ (m)}$ và $(\vec{P}, \vec{d}) = 90^\circ - 5^\circ = 85^\circ$.

Công sinh ra bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m là:

$$A = \vec{P} \cdot \vec{d} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 14700.30 \cdot \cos 85^\circ \approx 38436 \text{ (J)}$$

CHƯƠNG

II

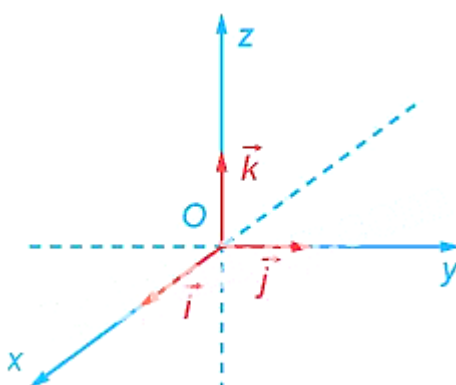
VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



LÝ THUYẾT.

I. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục.

Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$, hay đơn giản là hệ tọa độ $Oxyz$.

Điểm O được gọi là gốc tọa độ.

Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.

II. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ và z là cao độ của M .

Nhận xét. Nếu điểm M có tọa độ $(x; y; z)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ thì:

- Hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox , Oy và Oz có tọa độ lần lượt là $(x; 0; 0)$, $(0; y; 0)$ và $(0; 0; z)$.
- Hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) và (Ozx) có tọa độ lần lượt là $(x; y; 0)$, $(0; y; z)$ và $(x; 0; z)$.

Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của vector $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.

Nhận xét

- Tọa độ của vector $\vec{a}$ cũng là tọa độ của điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.
- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó, $\vec{a} = \vec{b}$ nếu và chỉ nếu
$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:
 $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$.

◆ II ◆ HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ VECTO, XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐỈNH CỦA HÌNH BÌNH HÀNH VÀ HÌNH HỘP

◆ 1 ◆ PHƯƠNG PHÁP.

- 1) $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow M(x; y; z)$
- 2) $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (x; y; z)$
- 3) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:
 $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$.
- 4) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$
- 5) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

2 BÀI TẬP.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Xác định tọa độ của điểm M .
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$. Xác định tọa độ của điểm M .
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; -5)$. Xác định tọa độ của điểm A .
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$. Xác định tọa độ $\vec{a}$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị trên các trục. Xác định tọa độ của vector $\vec{a}$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn qua các vec tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Xác định tọa độ của vector $\vec{a}$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết:
- $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$. Tìm tọa độ các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
 - $\overrightarrow{OM} = 5\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ các điểm M, N .
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết:
- $\vec{a} = (-3; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; 0; 12)$. Tính $\vec{a}, \vec{b}$ theo các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
 - $A(-5; -2; 1)$, $B(0; 4; -11)$. Tính $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ theo các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3)$, $B(3; -5; 2)$. Xác định tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$, $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 2; 3)$, $N(3; 4; 7)$. Xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(4; 2; -1)$. Xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{BA}$ có tọa độ là
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$, $B(1; 1; -2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 1)$ và $C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 16:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 2)$, $D(1, -1, 1)$, $C'(4, 5, -5)$. Xác định tọa độ A' .

- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với các đỉnh $A(-1;1;2)$, $B(-3;2;1)$, $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Xác định tọa độ đỉnh C' .
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB=5, AD=6, AA'=9$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.
- Câu 20:** Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $BC=3, BA=2, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2.
- a) Xác định một hệ tọa độ dựa trên gợi ý của hình vẽ.
- b) Tìm tọa độ các điểm A, B, C, S .

XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN TRỤC TỌA ĐỘ VÀ TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ



1 PHƯƠNG PHÁP.

Nhận xét. Nếu điểm M có tọa độ $(x; y; z)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ thì:

- Hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy và Oz có tọa độ lần lượt là $(x; 0; 0)$, $(0; y; 0)$ và $(0; 0; z)$.
- Hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz)$ và (Ozx) có tọa độ lần lượt là $(x; y; 0)$, $(0; y; z)$ và $(x; 0; z)$.



2 BÀI TẬP.

- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(4;-3;2)$ lên trục Oz .
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy .
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;2;-1)$ trên trục Oy là điểm
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(3;2;1)$ trên trục Ox .
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz .
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) .
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;5)$ trên mặt phẳng (Oxy) .
- Câu 28:** Cho điểm $M(1;2;4)$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) .

CHƯƠNG

II

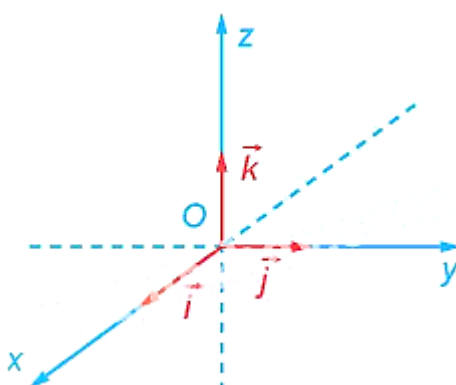
VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



LÝ THUYẾT.

I. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục.

Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$, hay đơn giản là hệ tọa độ $Oxyz$.

Điểm O được gọi là gốc tọa độ.

Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.

II. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ và z là cao độ của M .

Nhận xét. Nếu điểm M có tọa độ $(x; y; z)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ thì:

- Hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox , Oy và Oz có tọa độ lần lượt là $(x; 0; 0)$, $(0; y; 0)$ và $(0; 0; z)$.
- Hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) và (Ozx) có tọa độ lần lượt là $(x; y; 0)$, $(0; y; z)$ và $(x; 0; z)$.

Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của vector $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.

Nhận xét

- Tọa độ của vector $\vec{a}$ cũng là tọa độ của điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.
- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó, $\vec{a} = \vec{b}$ nếu và chỉ nếu
$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:
 $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$.

HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ VECTO, XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐỈNH CỦA HÌNH BÌNH HÀNH VÀ HÌNH HỘP

PHƯƠNG PHÁP.

- 1) $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow M(x; y; z)$
- 2) $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (x; y; z)$
- 3) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:
 $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$.
- 4) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$
- 5) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

BÀI TẬP.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Xác định tọa độ của điểm M .

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Leftrightarrow M(2; 3; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$. Xác định tọa độ của điểm M .

Lời giải

Theo đề ta có: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow M(0; 2; 1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; -5)$. Xác định tọa độ của điểm A .

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; -5) \Rightarrow A = (-2; 3; -5)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$. Xác định tọa độ $\vec{a}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (1; 0; -2)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho vector $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị trên các trục. Xác định tọa độ của vector $\vec{a}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (2; -3; 1)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn qua các vec tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Xác định tọa độ của vector $\vec{a}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} = (2; 3; -1)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết:

a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$. Tìm tọa độ các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

b) $\overrightarrow{OM} = 5\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \overrightarrow{ON} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ các điểm M, N .

Lời giải

a) $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.

b) $M(5; -1; 2)$, $N(1; 0; -3)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết:

a) $\vec{a} = (-3; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; 0; 12)$. Tính $\vec{a}, \vec{b}$ theo các vecto $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

b) $A(-5; -2; 1), B(0; 4; -11)$. Tính $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ theo các vecto $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Lời giải

a) $\vec{a} = (-3; 2; -1) \Leftrightarrow \vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - 1\vec{k}$

$\vec{b} = (3; 0; 12) \Leftrightarrow \vec{b} = 3\vec{i} + 12\vec{k}$.

b) $\vec{OA} = -5\vec{i} - 2\vec{j} + 1\vec{k}$

$\vec{OB} = 4\vec{j} - 11\vec{k}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3), B(3; -5; 2)$. Xác định tọa độ vectơ $\vec{AB}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (3-1; (-5)-2; 2-(-3)) = (2; -7; 5)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\vec{OA} = (2; -1; 3)$, $\vec{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{AB}$

Lời giải

Từ giả thiết ta có $A(2; -1; 3), B(5; 2; -1)$ nên $\vec{AB} = (3; 3; -4)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 2; 3), N(3; 4; 7)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{MN}$.

Lời giải

Ta có: $M(1; 2; 3), N(3; 4; 7) \Rightarrow \vec{MN} = (2; 2; 4)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(4; 2; -1)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{AB}$.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (3; 5; -3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\vec{BA}$ có tọa độ là

Lời giải

Ta có: $\vec{BA} = (1-2; 1-3; -1-2) = (-1; -2; -3)$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5), B(1; 1; -2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{BA}$ là

Lời giải

Ta có $A(-2; 3; 5), B(1; 1; -2)$ nên tọa độ của vectơ là $\vec{BA} = (-3; 2; 7)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 1)$ và $C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Giả sử $D(x; y; z)$ ta có $\vec{AD} = (x-1; y-1; z-2)$, $\vec{BC} = (1; 3; -4)$.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}.$$

Vậy $D(2;4;-2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

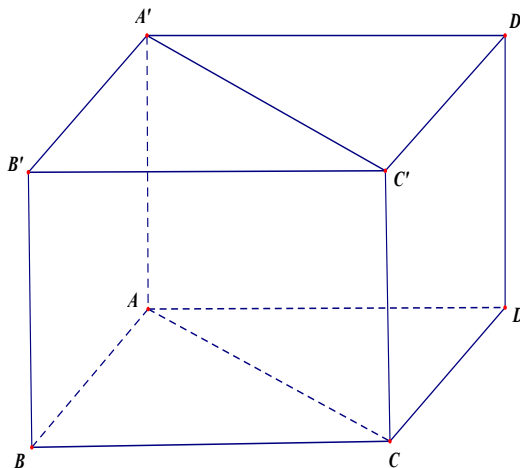
Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1;3;-4)$ và 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 3 = -1 \\ y_D - 5 = 3 \\ z_D - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4;8;-3).$$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1,0,1), B(2,1,2), D(1,-1,1), C'(4,5,-5)$. Xác định tọa độ A' .

Lời giải



Gọi $C(x,y,z)$. $\overrightarrow{AD} = (0,-1,0)$; $\overrightarrow{BC} = (x-2,y-1,z-2)$.

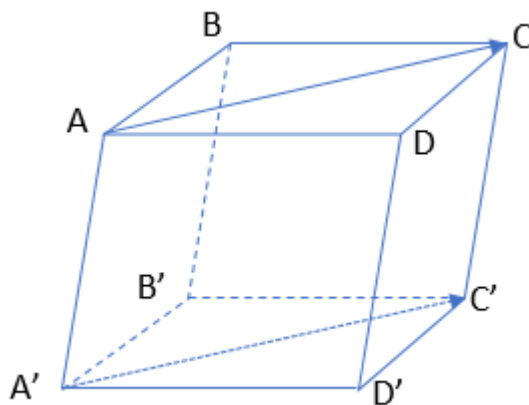
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=-1 \\ z-2=0 \end{cases} \Rightarrow C(2,0,2). \text{ Do đó } \overrightarrow{AC} = (1,0,1).$$

$$\text{Gọi } A'(a,b,c); \overrightarrow{A'C'} = (4-a,5-b,-5-c); \text{ mà } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=1 \\ 5-b=0 \\ -5-c=1 \end{cases} \Rightarrow A'(3,5,-6).$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với các đỉnh $A(-1;1;2), B(-3;2;1), D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Xác định tọa độ đỉnh C' .

Lời giải

Ta có

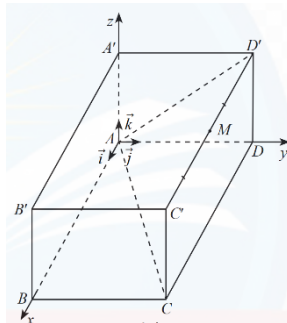


$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -1), \overrightarrow{AD} = (1; -2; 0).$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'} \Rightarrow \overrightarrow{A'C'} = (-1; -1; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} - 2 = -1 \\ y_{C'} - 1 = -1 \\ z_{C'} - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow C'(1; 0; 1).$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 5, AD = 6, AA' = 9$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.

Lời giải



Để tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$, ta cần biểu diễn $\overrightarrow{AB}$ theo ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Do $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$ và $|\overrightarrow{AB}| = AB = 5 = 5|\vec{i}|$ nên $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i}$ hay $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

Tương tự, ta cũng có: $\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}, \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 9\vec{k}$.

Trong hình bình hành $ABCD$, ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 5\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$.

Trong hình bình hành $AA'C'C$, ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = 5\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (5; 0; 0); \overrightarrow{AC} = (5; 6; 0); \overrightarrow{AC'} = (5; 6; 9)$.

$$\begin{aligned} \text{Vì } \overrightarrow{AM} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \\ &= \frac{1}{2}(5\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k} + 6\vec{j} + 9\vec{k}) = \frac{5}{2}\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k} \end{aligned}$$

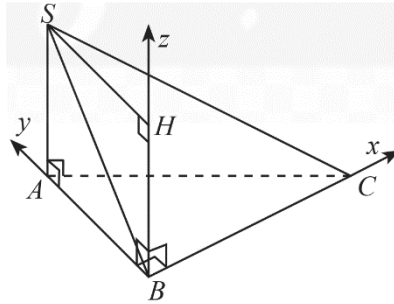
$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(\frac{5}{2}; 6; 9\right).$$

Câu 20: Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 3, BA = 2, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2.

a) Xác định một hệ tọa độ dựa trên gợi ý của hình vẽ.

b) Tìm tọa độ các điểm A, B, C, S .

Lời giải



a) Quan sát hình ảnh xét đây là hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm $B \equiv O$.

b) Vì $B \equiv O \Rightarrow B(0; 0; 0)$

Do $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$ và $|\overrightarrow{BC}| = BC = 3 = 3|\vec{i}|$ nên $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$ hay

$$\overrightarrow{BC} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow C(3; 0; 0).$$

Tương tự, ta cũng có:

$$\overrightarrow{BA} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow A(0; 2; 0)$$

$$\overrightarrow{BH} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow H(0; 0; 2)$$

Trong hình bình hành $BASH$, ta có:

$$\overrightarrow{BS} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OS} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow S(0; 2; 2).$$

Vậy $A(0; 2; 0)$, $B(0; 0; 0)$, $C(3; 0; 0)$, $S(0; 2; 2)$.

XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN TRỤC TỌA ĐỘ VÀ TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ



PHƯƠNG PHÁP.

Nhận xét. Nếu điểm M có tọa độ $(x; y; z)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ thì:

- Hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox , Oy và Oz có tọa độ lần lượt là $(x; 0; 0)$, $(0; y; 0)$ và $(0; 0; z)$.
- Hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) và (Ozx) có tọa độ lần lượt là $(x; y; 0)$, $(0; y; z)$ và $(x; 0; z)$.



BÀI TẬP.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(4; -3; 2)$ lên trục Oz .

Lời giải

Lý thuyết: $M(x_0; y_0; z_0)$ chiếu vuông góc lên trục Ox được điểm $(x_0; 0; 0)$, lên Oy được $(0; y_0; 0)$ và lên Oz được $(0; 0; z_0)$.

Vậy $A(4; -3; 2)$ chiếu vuông góc lên trục Oz được điểm $(0; 0; 2)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 1; -1)$ lên trục Oy .

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 1; -1)$ lên trục Oy có tọa độ là $H(0; 1; 0)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4; 2; -1)$ trên trục Oy là điểm

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(4; 2; -1)$ trên trục Oy là điểm $M_2(0; 2; 0)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox .

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz .

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 1)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) .

Lời giải

Hình chiếu của điểm $M(x; y; z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0; y; z)$

Nên $M(0; 2; 3)$ là hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) .

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) .

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(-2; 3; 0)$.

Câu 28: Cho điểm $M(1; 2; 4)$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) .

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;4)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M'(1;0;4)$.

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** **Câu 19 (102-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;0;1)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;3;0)$.
- Câu 2:** **Câu 24 (103-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là.
A. $(0;3;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;0;1)$.
- Câu 3:** **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;5)$.
- Câu 4:** **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là:
A. $(0;2;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;2;0)$.
- Câu 5:** **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;5;2)$. **B.** $(0;5;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;2)$.
- Câu 6:** **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.
- Câu 7:** **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.

- Câu 8: (Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.
- Câu 9: (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(3;-1;0)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(3;0;0)$.
- Câu 10: (Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(2;0;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(2;1;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.
- Câu 11: (MĐ 101-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(0;2;-3)$. **B.** $(1;0;-3)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.
- Câu 12: (MĐ 102-2022)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(1;0;-3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(0;2;-3)$.
- Câu 13: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.
- Câu 14: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(2;0;-1)$.
- Câu 15: (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy ?
A. $(0;4;2)$. **B.** $(1;4;0)$. **C.** $(1;0;2)$. **D.** $(0;0;2)$.
- Câu 16: (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
A. $M(3;0;2)$ **B.** $(0;0;2)$ **C.** $Q(0;5;2)$ **D.** $N(3;5;0)$
- Câu 17: (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy .
A. $Q(1;0;3)$ **B.** $P(1;2;0)$ **C.** $M(0;0;3)$ **D.** $N(0;2;3)$

- Câu 18: (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $Q(0;4;1)$. B. $P(3;0;1)$. C. $M(0;0;1)$. D. $N(3;4;0)$.
- Câu 19: (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
- A. $M(3;0;0)$ B. $N(0;-1;1)$ C. $P(0;-1;0)$ D. $Q(0;0;1)$
- Câu 20: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là
- A. $(-2;3;5)$. B. $(2;-3;5)$. C. $(-2;-3;5)$. D. $(2;-3;-5)$.
- Câu 21: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{OA}$ là
- A. $(-4;1;3)$. B. $(4;-1;3)$. C. $(-4;1;-3)$. D. $(4;1;3)$.
- Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là
- A. $(-2;1;4)$. B. $(2;-1;4)$. C. $(2;1;4)$. D. $(-2;1;-4)$.
- Câu 23: (Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$
- Câu 24: (Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1;- 2; 3)$ C. $(3;5;1)$ D. $(3;4;1)$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC
CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** **Câu 19 (102-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0;0;1)$. B. $(-2;0;0)$. C. $(0;3;1)$. D. $(0;3;0)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2;0;0)$.

- Câu 2:** **Câu 24 (103-2023)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là.
- A. $(0;3;0)$. B. $(-2;0;0)$. C. $(0;3;1)$. D. $(0;0;1)$.

Lời giải

Để thấy hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$

- Câu 3:** **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0;2;0)$. B. $(0;0;5)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

- Câu 4:** **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là:
- A. $(0;2;1)$. B. $(3;0;0)$. C. $(0;0;1)$. D. $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 5:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A.** $(0;5;2)$. **B.** $(0;5;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$.

- Câu 6:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A.** $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải**Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox là $(8;0;0)$.

- Câu 7:** (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A.** $(3;0;-1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.

Lời giải**Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

- Câu 8:** (Mã 103 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A.** $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

- Câu 9:** (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A.** $(3;-1;0)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(3;0;0)$.

Lời giải**Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$

- Câu 10:** (Mã 101 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A.** $(2;0;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(2;1;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là: $(0;0;-1)$.

Câu 11: (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0;2;-3)$. B. $(1;0;-3)$. C. $(1;2;0)$. D. $(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

Câu 12: (MĐ 102-2022) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1;0;-3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;0)$. D. $(0;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

Câu 13: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2;0;1)$. B. $(2;-2;0)$. C. $(0;-2;1)$. D. $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0; y_0; 0)$.

Do đó hình chiếu của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2;-2;0)$.

Câu 14: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0;1;0)$. B. $(2;1;0)$. C. $(0;1;-1)$. D. $(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2;1;-1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2;0;-1)$.

Câu 15: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy ?

- A. $(0;4;2)$. B. $(1;4;0)$. C. $(1;0;2)$. D. $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy là $(1;4;0)$.

Câu 16: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A.** $M(3;0;2)$ **B.** $(0;0;2)$ **C.** $Q(0;5;2)$ **D.** $N(3;5;0)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;5;0)$.

Câu 17: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy .

- A.** $Q(1;0;3)$ **B.** $P(1;2;0)$ **C.** $M(0;0;3)$ **D.** $N(0;2;3)$

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oxy là điểm $P(1;2;0)$.

Câu 18: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A.** $Q(0;4;1)$. **B.** $P(3;0;1)$. **C.** $M(0;0;1)$. **D.** $N(3;4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;4;0)$.

Câu 19: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A.** $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Câu 20: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Toạ độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là

- A.** $(-2;3;5)$ **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(-2;-3;5)$. **D.** $(2;-3;-5)$.

Lời giải

Ta có $A(-2;3;5)$ nên toạ độ của vector là $\overrightarrow{OA}=(-2;3;5)$.

Câu 21: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Toạ độ vector $\overrightarrow{OA}$ là

- A. $(-4;1;3)$. B. $(4;-1;3)$. C. $(-4;1;-3)$. D. $(4;1;3)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm A cũng chính là tọa độ vector $\overrightarrow{OA}$. Do đó $\overrightarrow{OA} = (4;-1;3)$

Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là

- A. $(-2;1;4)$. B. $(2;-1;4)$. C. $(2;1;4)$. D. $(-2;1;-4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2;-1;4)$.

Câu 23: (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1;1;3).$$

Câu 24: (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1;-2; 3)$ C. $(3;5;1)$ D. $(3;4;1)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1;2;3)$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?
- A. $M(3;4;0)$. B. $P(-2;0;3)$. C. $Q(2;0;0)$. D. $N(0;4;-1)$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oxy) là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oxz) là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Ox là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(4;5;0)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;6)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Oy là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(0;0;6)$. B. $M'(4;0;6)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(0;5;0)$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Oz là M' . Xác định tọa độ M' .
- A. $M'(0;0;6)$. B. $M'(0;5;0)$. C. $M'(4;0;0)$. D. $M'(4;5;0)$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-4;-2;9)$. B. $D(-4;2;9)$. C. $D(4;-2;9)$. D. $D(4;2;-9)$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(1;1;0), C(0;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành?
A. $D(2;0;0)$. **B.** $D(1;1;1)$. **C.** $D(0;0;1)$. **D.** $D(0;2;1)$.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3)$ và $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(-2;8;-3)$ **B.** $D(-4;8;-5)$ **C.** $D(-2;2;5)$ **D.** $D(-4;8;-3)$
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), \overrightarrow{AB} = (1;3;1)$ thì tọa độ của điểm B là:
A. $B(2;5;0)$. **B.** $B(0;-1;-2)$. **C.** $B(0;1;2)$. **D.** $B(-2;-5;0)$
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0), B(4;0;0), C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
A. $B'(8;4;10)$. **B.** $B'(6;12;0)$. **C.** $B'(10;8;6)$. **D.** $B'(13;0;17)$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.
A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(2;0;2)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;4;-6)$.
- Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0), B(0;2;0), D(0;0;1), A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C' .
A. $C'(10;4;4)$. **B.** $C'(-13;4;4)$. **C.** $C'(13;4;4)$. **D.** $C'(7;4;4)$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

- A.** $M(3;4;0)$. **B.** $P(-2;0;3)$. **C.** $Q(2;0;0)$. **D.** $N(0;4;-1)$.

Lời giảiMặt phẳng tọa độ (Oyz) có phương trình là $x = 0 \Rightarrow N(0;4;-1) \in (Oyz)$.**Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oxy) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(4;5;0)$. **B.** $M'(4;0;6)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(0;5;6)$.

Lời giảiHình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng (Oxy) là $M'(4;5;0)$.**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oxz) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(4;5;0)$. **B.** $M'(4;0;6)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(0;5;6)$.

Lời giảiHình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng (Oxz) là $M'(4;0;6)$.**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(4;5;0)$. **B.** $M'(4;0;6)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(0;5;6)$.

Lời giảiHình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;5;6)$.**Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Ox là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(4;5;0)$. **B.** $M'(4;0;6)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(0;5;6)$.

Lời giải

Hình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng Ox là $M'(4;0;0)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Oy là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(0;0;6)$. **B.** $M'(4;0;6)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(0;5;0)$.

Lời giải

Hình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng Oy là $M'(0;5;0)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4;5;6)$. Hình chiếu của M trên trục Oz là M' . Xác định tọa độ M' .

- A.** $M'(0;0;6)$. **B.** $M'(0;5;0)$. **C.** $M'(4;0;0)$. **D.** $M'(4;5;0)$.

Lời giải

Hình chiếu của $M(4;5;6)$ xuống mặt phẳng Oz là $M'(4;0;0)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y;z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;3;-7) = (-3-x;1-y;2-z) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4;-2;9).$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(1;1;0)$, $C(0;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành?

- A.** $D(2;0;0)$. **B.** $D(1;1;1)$. **C.** $D(0;0;1)$. **D.** $D(0;2;1)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y;z)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x-1;y;z)$ và $\overrightarrow{BC} = (-1;0;1)$.

Suy ra $x=0; y=0; z=1$.

Vậy $D(0;0;1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(-2;8;-3)$ **B.** $D(-4;8;-5)$ **C.** $D(-2;2;5)$ **D.** $D(-4;8;-3)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x_D;y_D;z_D)$ cần tìm

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 1 = -3 - x_D \\ -1 - 2 = 5 - y_D \\ 3 - (-1) = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases}$$

Suy ra: $D(-4; 8; -3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

A. $B(2; 5; 0)$.

B. $B(0; -1; -2)$.

C. $B(0; 1; 2)$.

D. $B(-2; -5; 0)$.

Lời giải

Gọi $B(x; y; z)$

$$\text{Có } A(1; 2; -1) \quad \overrightarrow{AB} = (1; 3; 1) = (x - 1; y - 2; z + 1) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

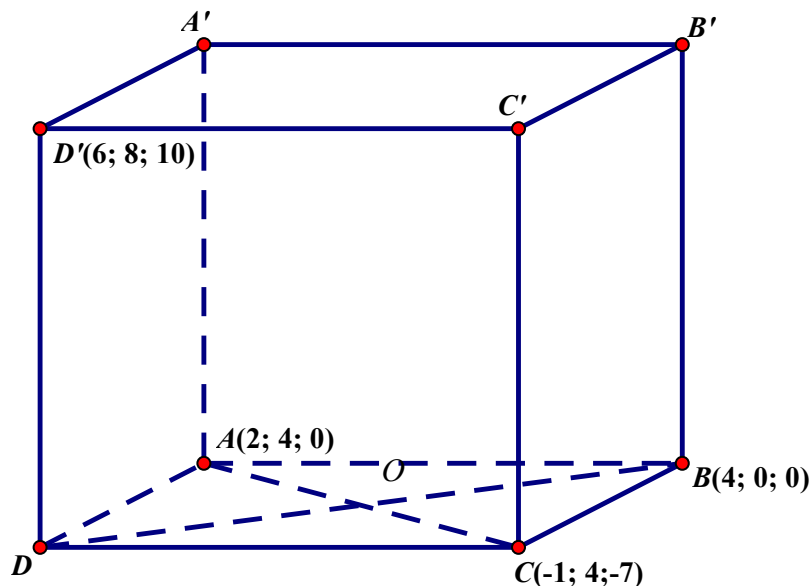
A. $B'(8; 4; 10)$.

B. $B'(6; 12; 0)$.

C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải



Giả sử $D(a; b; c)$, $B'(a'; b'; c')$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}. \text{ Vậy } B'(13; 0; 17).$$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

- A.** $A'(4; 6; -5)$. **B.** $A'(2; 0; 2)$. **C.** $A'(3; 5; -6)$. **D.** $A'(3; 4; -6)$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

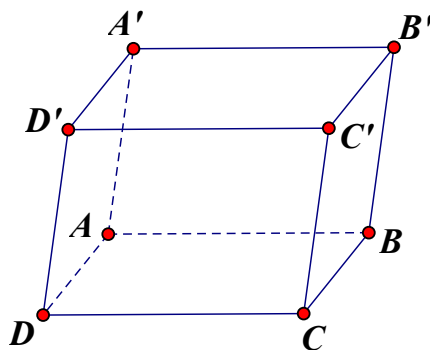
Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$.

Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $D(0; 0; 1)$, $A'(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

- A.** $C'(10; 4; 4)$. **B.** $C'(-13; 4; 4)$. **C.** $C'(13; 4; 4)$. **D.** $C'(7; 4; 4)$.

Lời giải



Gọi $C'(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (3; 0; 1)$; $\overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (10; 4; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases} \Rightarrow C'(13; 4; 4).$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



IV

HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $\vec{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

- a) $C(-1; 3; 2)$.
- b) $\vec{AB} = (2; -2; 2)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$.
- d) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(1; 1; 4)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$.

- a) $\vec{BC} = (-5; 4; -7)$.
- b) $\vec{BA} - \vec{BC} = (3; 0; 7)$.
- c) $D(3; -8; 7)$.
- d) $B'(13; 0; 17)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (4; 2; 3)$ và điểm $A(1; -1; 2)$.

- a) $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.
- b) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là $(0; -1; 2)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 2)$.
- d) Nếu $\vec{AB} = \vec{u}$ thì $B(-5; -1; -5)$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $C'(4; 5; -5)$, $D(1; -1; 1)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\vec{AC'} + \vec{CA'} + 2\vec{C'C} = \vec{0}$

- b) $C(2;0;4)$
- c) $B'(4;6;-5)$
- d) $D'(4;4;6)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, điểm $M(2;0;1), N(3;2;4)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
- b) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$
- c) $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$
- d) $\overrightarrow{NO} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, cho điểm $M(-2;5;0)$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) Hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$
- b) Hình chiếu của M lên trục Oy là $M'(-2;0;0)$
- c) Hình chiếu của M lên trục Oz là $O(0;0;0)$
- d) $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$; $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\vec{u} = (2;0;-1)$
- b) $\vec{u} = (2;3;-1)$
- c) $\vec{a} = (-1;2;-3)$
- d) $\vec{a} = (-1;2;3)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $A(0;0;0)$
- b) $B(0;3;0)$
- c) $C(3;0;0)$
- d) $S(4;0;0)$

Câu 9: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;2;-3)$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(1;0;0)$
- b) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(1;0;-3)$
- c) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;2;-3)$
- d) $\overrightarrow{OM} = \vec{j} + 2\vec{i} - 3\vec{k}$

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = 2; AD = 3; AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\overrightarrow{AA'} = -4\vec{k}$
- b) $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$
- c) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i}$
- d) $C'(2;3;4)$

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 3; SA vuông góc với đáy và $SA = 4$. Chọn hệ trục Oxyz sao cho gốc O trùng với A; các điểm B; D; S lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$
- b) $\overrightarrow{AS} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$
- c) $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$
- d) $\overrightarrow{SC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho điểm $M(x;y;z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**; mệnh đề nào **sai**?

- a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x;y;-z)$.
- b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x;y;-z)$.
- c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x;y;-z)$.
- d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x;2y;0)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$; $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\overrightarrow{AB} = (a;0;0)$
- b) $\overrightarrow{AA'} = (0;0;a)$

c) $\overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$

d) $\overrightarrow{AD} = (a; 2a; 0)$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$.

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$.

b) Vector $\overrightarrow{OC} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(3; -3; 4)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A biết $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 2\vec{k} - 3\vec{j}$ và vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$.

a) Tọa độ điểm A là $A(1; 2; -3)$.

b) Vector $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

c) Điểm $M(3; -2; 1)$ thì $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.

d) Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oyz là điểm $H(0; -3; -2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$ và $A'(1; 1; -1)$.

a) Tọa độ điểm $C(1; -2; 4)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{B'D'} = (-1; -2; -1)$.

c) Tọa độ điểm $B'(0; -2; 3)$.

d) Tọa độ $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và điểm $A(2; -1; 4)$.

a) Tọa độ của vector $\vec{u} = (1; 2; -3)$.

b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA} = (-2; 1; -4)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $(0; -1; 4)$.

d) Tọa độ điểm B thỏa $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ là $B(3; 1; 1)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 4)$.

a) Điểm B nằm trên tia Ox và $OB = 3$ có tọa độ là $B(3; 0; 0)$.

b) Tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) là $(0; -1; 4)$.

c) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 4)$.

d) Điểm C thỏa $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $C = (1; 1; -4)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$.

a) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

b) Tọa độ vector $\overrightarrow{A'B'} = (-1; -1; -1)$.

c) Tọa độ điểm D là $D(-4; -4; 5)$.

d) Tọa độ điểm B' là $B'(11; 11; -7)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết tọa độ các điểm $A(0; 0; 0); B(1; 0; 0); C(1; 2; 0); D'(-1; 3; 5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{BC} = (2; 0; 2)$.

b) Hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng nhau

c) Tọa độ của đỉnh D là $(-1; 3; 5)$.

d) Tọa độ đỉnh A' là $(-1; 1; 5)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A = (1; 1; 1); B = (2; 3; 2); C = (3; -1; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vector là $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$.

b) Tam giác ABC vuông tại A

c) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

d) Nếu cho bốn điểm A, B, C, D lập thành hình chữ nhật thì tọa độ của điểm $D = (4; 1; 4)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; 6)$.

c) Tọa độ đỉnh $C(2; 2; 2)$.

d) Tọa độ đỉnh $A'(3; 5; -6)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Véc tơ $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

b) Vectơ $\vec{i}$ có tọa độ là $(0;0;1)$.

c) Nếu $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc tơ đối nhau.

d) Nếu $M(1;2;3)$ và $\overrightarrow{MN} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ thì $N(4;5;6)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$. Cho ba điểm $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$ và $C(0;2;3)$. Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC và E là điểm sao cho tứ giác $BGCE$ là hình bình hành. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $M\left(-1; \frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) $G(1;1;1)$.

c) $E(3;-4;-2)$.

d) Nếu F là hình chiếu của điểm E lên Ox thì $F(3;0;0)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;0)$, $B(3;2;5)$, $C(7;-3;9)$, $A'(5;0;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{AA'} = (4;0;-1)$.

b) $B'(7;2;4)$.

c) $D'(9;-5;5)$.

d) Nếu G là trọng tâm tam giác $A'C'D'$ thì $G(25;-8;14)$.

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2;-1;5)$

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(3;1;1)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1;2;3)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là $(3;17;-2)$

Câu 27: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1;2;-2)$ trên trục Oz là điểm $G(0;0;2)$

b) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;0;1)$ và $B(1;-1;2)$ tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2;-1;1)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$. Vectơ $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ có tọa độ là $(2; -2; -2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(5; 0; 0)$

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$

b) Trong không gian $Oxyz$, điểm thuộc trục Oz là $M(0; 0; -2)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(-1; 2; -3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng là $M(0; 1; -1)$.

Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -6; 1)$

b) Trong không gian $d : Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $Q(0; -2; -3)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(-5; 4; -3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ $(1; 3; 0)$

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\vec{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$

b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(-3; 0; 0)$

c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; -1)$

d) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k}$. tọa độ điểm A là $(-2; 1; 5)$

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(0;2;1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ có tọa độ là $(2;-3;0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1;-2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $A(1;-2;0)$

Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$, khi đó $\vec{u} = (2;-3;0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0;1;0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2;-3;3)$, $\vec{b}(0;2;-1)$, $\vec{c}(-3;2;5)$. tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ là $\vec{u}(-16;-4;29)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1;3;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;3;0)$

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- b) Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(2;-1;1)$
- c) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vectơ chỉ phương của đường thẳng OG là $\vec{u} = (2;2;-2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$, $B(-3;1;-1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

Câu 34: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;2)$, $B(0;4;1)$ và $C(2;1;-3)$. Trọng tâm tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;3)$, $B(5;0;2)$ và $C(0;2;4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là $(3;3;9)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;0;3)$

Câu 35: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2; -3; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN}(2;2;4)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1;2;-4)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm $I(2;0;-2)$

Câu 36: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là $C(4;2;-1)$
- b) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng $x + y = 11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2;-1;3)$, $\vec{b} = (1;3;-2)$. Tọa độ của vector $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là $\vec{c} = (0;-7;-7)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(2;-5;3)$, $\vec{b}(0;2;-1)$, $\vec{a}(1;7;2)$. Tọa độ vector $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$ là $(-3;5;7)$

Câu 37: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\overrightarrow{AB} = (3;-2;5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1;4;-1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM = 3$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là $A'(-1;-3;2)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ là $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là $(1;2;1)$

Câu 38: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là $(1;1;1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;2;-3)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{m}(3;22;-3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng 50

Câu 39: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;-3;0)$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3;0;4)$, $\vec{AC} = (5;-2;4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là $3\sqrt{2}$
- c) Trong không gian, cho hai điểm $A(-2;2;-1)$, $B(0;-1;-2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là $M(-4;5;0)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1;2;1)$, $\vec{b} = (-2;3;4)$, $\vec{c} = (0;1;2)$ và $\vec{d} = (4;2;0)$. Biết rằng $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Giá trị $x + y + z$ là 1

Câu 40: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

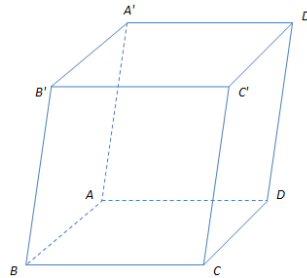
- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-6;2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5;0;2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;1;0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I(2;0;1)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3;4;1)$ và $B(1;2;1)$ là $M(0;5;0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là $\sqrt{17}$

Câu 41: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(x; y; -3); B(6; -2; 4); C(-3; 7; -5)$. Giá trị của x, y để A, B, C thẳng hàng là $x = 1; y = -5$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ và $B(2; 1; 0)$ là $M(4; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(-1; -3; -2)$.

Câu 42: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 17)$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{17}$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; 0), B(1; 5; 2)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) , B' là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $A'B'$ bằng $2\sqrt{6}$.
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $D(3; 9; 4)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1), B'(1; 0; 0), C'(1; 1; 0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0; 1; 1)$



Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(0; 6; -9)$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là $(2; 3; 1)$
- c) Cho ba điểm $A(1; 0; -2), B(2; 1; -1), C(1; -2; 2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là $(0; -1; 3)$
- d) Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1), B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là $D(5; -1; -1)$

Câu 44: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2), B(1;0;1), C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là $E(4;4;1)$.
- b) Cho 3 điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là $(2;3;4)$
- c) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1;-2;3)$ và ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a+b+c$ bằng 6
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;2;3), B(5;0;-1), C(4;3;6)$ và $D(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng 15

Câu 45: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0), B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+2b+2c$ bằng $\frac{25}{2}$
- b) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-4;3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $\frac{\sqrt{34}}{2}$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vec tơ $\vec{a} = (m;2;3)$ và $\vec{b} = (1;n;2)$ cùng phương thì $2m+3n$ bằng 9
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-2;-5), B(3;4;4), C(x;y+1;1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x-y$ bằng 5

Câu 46: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;-3;4), B(a;b;c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz)$ và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a+b+c$ là -11
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1), B(1;4;-1), C(2;4;3), D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng $\frac{21}{4}$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3})$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2), B(-5;6;4)$ và $C(0;1;-2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của ΔABC là $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

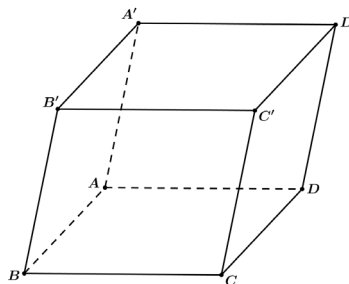
- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC . Giá trị $a+b+2c$ bằng 5
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T = a - 2b + 4c$ là $T = 3$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B , C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $B(3;1;0)$, $C(0;0;-3)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

Câu 48: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;-1)$, $B(0;3;-2)$, $C(-4;-5;0)$. Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $(6;5;2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của đỉnh A' là $A' = (3;4;-1)$

Câu 49: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1)$, $B'(1;0;0)$, $C'(1;1;0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0;1;1)$



- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $(2;1;-2)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của điểm A' là $A'(-3;4;-1)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; 1)$ và $\vec{v} = (3; n; -2)$, với m và n là hai số thực. Để vectơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ thì biểu thức $T = 2m + n$ có giá trị bằng 4

Câu 50: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là $(2; 3; 0)$.
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng $2\sqrt{3}$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; -1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$, $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là $B(-1; 2; 2)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

- a) $C(-1; 3; 2)$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$.
- d) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(1; 1; 4)$.

Lời giải

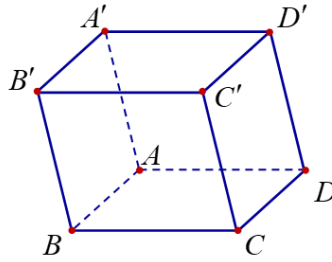
- a) Đúng vì $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow C(-1; 3; 2)$.
- b) Sai vì $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$.
- c) Đúng vì $C(-1; 3; 2)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$.
- d) Đúng vì

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = -1 + 2 \\ y_D + 1 = 3 - 1 \\ z_D - 1 = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(1; 1; 4).$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$.

- a) $\overrightarrow{BC} = (-5; 4; -7)$.
- b) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = (3; 0; 7)$.
- c) $D(3; -8; 7)$.
- d) $B'(13; 0; 17)$

Lời giải



a) Đúng vì $\overrightarrow{BC} = (-5; 4; -7)$.

b) Đúng vì $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} = (3; 0; 7)$.

c) Sai vì Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -5 \\ y_D - 4 = 4 \\ z_D - 0 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 8 \\ z_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-3; 8; -7).$$

d) Đúng vì tứ giác $BB'D'D$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} - 4 = 9 \\ y_{B'} - 0 = 0 \\ z_{B'} - 0 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 13 \\ y_{B'} = 0 \\ z_{B'} = 17 \end{cases} \Rightarrow B'(13; 0; 17).$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (4; 2; 3)$ và điểm $A(1; -1; 2)$.

a) $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là $(0; -1; 2)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 2)$.

d) Nếu $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ thì $B(-5; -1; -5)$.

Lời giải

a) Đúng vì $\vec{u} = (4; 2; 3)$ nên $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Sai vì hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

c) Đúng vì hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 2)$.

d) Sai vì $\overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 4 \\ y_B + 1 = 2 \\ z_B - 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 1 \\ z_B = 5 \end{cases} \Rightarrow B(5; 1; 5).$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), C'(4; 5; -5), D(1; -1; 1)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$

b) $C(2; 0; 4)$

c) $B'(4;6;-5)$

d) $D'(4;4;6)$

Lời giải:

a) **Đúng**

Ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'A}$ và $\overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = 2\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ (đpcm)

b) **Sai**

$C(2;0;2)$

c) **Đúng**

d) **Sai**

$D'(3;4;-6)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, điểm $M(2;0;1), N(3;2;4)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

b) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$

c) $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

d) $\overrightarrow{NO} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Lời giải:

a) **Sai**

b) **Đúng**

c) **Đúng**

d) **Sai**

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, cho điểm $M(-2;5;0)$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) Hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$

b) Hình chiếu của M lên trục Oy là $M'(-2;0;0)$

c) Hình chiếu của M lên trục Oz là $O(0;0;0)$

d) $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$

Lời giải:

a) **Đúng**

- b) Sai
- c) Đúng
- d) Đúng

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$; $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $\vec{u} = (2; 0; -1)$
- b) $\vec{u} = (2; 3; -1)$
- c) $\vec{a} = (-1; 2; -3)$
- d) $\vec{a} = (-1; 2; 3)$

Lời giải:

- a) Sai
- b) Đúng
- c) Đúng
- d) Sai

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) $A(0; 0; 0)$
- b) $B(0; 3; 0)$
- c) $C(3; 0; 0)$
- d) $S(4; 0; 0)$

Lời giải:

- a) Đúng
- b) Đúng
- c) Sai

Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$. Suy ra: $C(3; 3; 0)$

- d) Sai

$S(0; 0; 4)$

Câu 9: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

- a) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(1; 0; 0)$

b) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $M'(1;0;-3)$

c) Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;2;-3)$

d) $\overrightarrow{OM} = \vec{j} + 2\vec{i} - 3\vec{k}$

Lời giải:

a) Sai

$$M'(1;2;0)$$

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$$\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = 2$; $AD = 3$; $AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AA'} = -4\vec{k}$

b) $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$

c) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i}$

d) $C'(2;3;4)$

Lời giải:

a) Sai

$$\overrightarrow{AA'} = 4\vec{k}$$

b) Đúng

c) Sai

$$\overrightarrow{AD} = 3\vec{j}$$

d) Đúng

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}; \text{ suy ra } C'(2;3;4)$$

Câu 11: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 3; SA vuông góc với đáy và $SA = 4$. Chọn hệ trục Oxyz sao cho gốc O trùng với A; các điểm B; D; S lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

b) $\overrightarrow{AS} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$

c) $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$

d) $\overrightarrow{SC} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

Lời giải:

a) Sai

$$\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$$

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$$\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**; mệnh đề nào **sai**?

a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.

b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.

c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.

d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải:

a) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$.

b) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$.

c) Đúng

d) Sai

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

a) $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$

b) $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; a)$

c) $\overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$

d) $\overrightarrow{AD} = (a; 2a; 0)$

Lời giải:

a) Đúng

b) Sai

$\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$

c) Đúng

d) Sai

$\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$.

a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$.

b) Vector $\overrightarrow{OC} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(3; -3; 4)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$.

b) Ta có: $C = (4; 2; 2)$ nên $\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$, $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.

d) Giả sử $D(x; y; z)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ y+2=-1 \\ z-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \\ z=4 \end{cases}$.

Vậy $D(3; -3; 4)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A biết $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 2\vec{k} - 3\vec{j}$ và vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$.

a) Tọa độ điểm A là $A(1; 2; -3)$.

b) Vector $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

c) Điểm $M(3; -2; 1)$ thì $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.

d) Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oyz là điểm $H(0; -3; -2)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

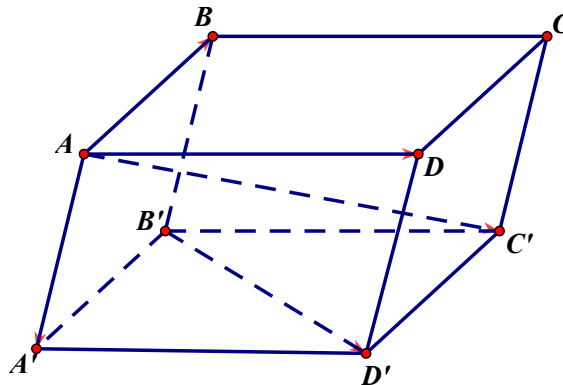
- a) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 2\vec{k} - 3\vec{j}$ nên $A(1; -3; 2)$.
- b) Vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$ nên $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
- c) Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2; 1; -1)$ nên $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.
- d) Ta có: $A(1; -3; 2)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oyz là điểm $H(0; -3; 2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$ và $A'(1; 1; -1)$.

- a) Tọa độ điểm $C(1; -2; 4)$.
- b) Tọa độ $\overrightarrow{B'D'} = (-1; -2; -1)$.
- c) Tọa độ điểm $B'(0; -2; 3)$.
- d) Tọa độ $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



- a) Giả sử $C(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 - 1 \\ y - 1 = -1 - 0 \\ z - 2 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

Vậy $C(2; 0; 2)$.

- b) Ta có: $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} = (-1; -2; -1)$

- c) Giả sử $B'(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 - 1 \\ y - 1 = 1 - 0 \\ z - 2 = -1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$.

Vậy $B'(2; 2; 0)$.

$$d) \text{ Giả sử } C'(x; y; z). \text{ Ta có: } \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1-1 \\ y-0=1-0 \\ z-2=-1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Suy ra, } C'(2;1;0).$$

Do đó: $\overrightarrow{AC'} = (1;1;-1)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và điểm $A(2;-1;4)$.

- a) Tọa độ của vector $\vec{u} = (1;2;-3)$.
- b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA} = (-2;1;-4)$.
- c) Tọa độ hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $(0;-1;4)$.
- d) Tọa độ điểm B thỏa $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ là $B(3;1;1)$.

Lời giải

- a) Đúng: vector $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ có tọa độ $\vec{u} = (1;2;-3)$.
- b) Sai: $\overrightarrow{OA} = (2;-1;4)$
- c) Sai: Tọa độ hình chiếu của điểm A trên trục Ox là $(2;0;0)$.
- d) Đúng: Gọi $B(x_B; y_B; z_B)$ khi đó, $\overrightarrow{AB} = (x_B - 2; y_B + 1; z_B - 4)$.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 2 = 1 \\ y_B + 1 = 2 \\ z_B - 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 1 \\ z_B = 1 \end{cases}.$$

Vậy, điểm $B(3;1;1)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$.

- a) Điểm B nằm trên tia Ox và $OB = 3$ có tọa độ là $B(3;0;0)$.
- b) Tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) là $(0;-1;4)$.
- c) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;4)$.
- d) Điểm C thỏa $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $C = (1;1;-4)$.

Lời giải

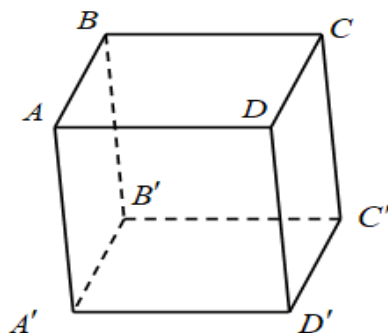
- a) Đúng: Điểm B nằm trên tia Ox và $OB = 3$ có tọa độ là $B(3;0;0)$.
- b) Đúng: Tọa độ hình chiếu của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) là $(0;-1;4)$.
- c) Sai: Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (1;1;-4)$.
- d) Đúng: Gọi $C(x_C; y_C; z_C)$ khi đó, $\overrightarrow{OC} = (x_C; y_C; z_C)$.

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 1 \\ z_C = -4 \end{cases}. \text{Vậy, } C = (1; 1; -4).$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$.

- a) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.
 b) Tọa độ vector $\overrightarrow{A'B'} = (-1; -1; -1)$.
 c) Tọa độ điểm D là $D(-4; -4; 5)$.
 d) Tọa độ điểm B' là $B'(11; 11; -7)$.

Lời giải



- a) Đúng: Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.
 b) Sai: Ta có $ABB'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.
 c) Sai: Gọi $(x_D; y_D; z_D)$, $\overrightarrow{DC} = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x_D = 1 \\ 6 - y_D = 1 \\ -4 - z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 4 \\ z_D = -5 \end{cases}. \text{Vậy } D(4; 4; -5).$$

- d) Đúng: Gọi $B'(x; y; z)$, $\overrightarrow{BB'} = (x - 5; y - 7; z + 4)$, $\overrightarrow{DD'} = (6; 4; -3)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 6 \\ y - 7 = 4 \\ z + 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 11 \\ z = -7 \end{cases}. \text{Vậy } B'(11; 11; -7).$$

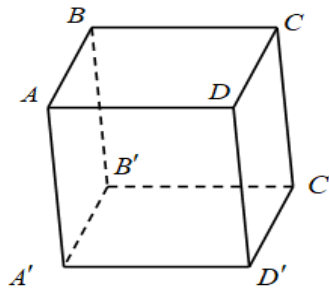
Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết tọa độ các điểm $A(0; 0; 0); B(1; 0; 0); C(1; 2; 0); D'(-1; 3; 5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{BC} = (2; 0; 2)$.
 b) Hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng nhau

c) Tọa độ của đỉnh D là $(-1; 3; 5)$.

d) Tọa độ đỉnh A' là $(-1; 1; 5)$.

Lời giải



Gọi tọa độ của điểm D và A' lần lượt là: $(x_D; y_D; z_D)$ và $(x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (1-1; 2-0; 0-0) = (0; 2; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (x_D; y_D; z_D)$

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2 \\ z_D = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0; 2; 0).$$

$$\overrightarrow{AA'} = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'}); \overrightarrow{DD'} = (-1-0; 3-2; 5-0) = (-1; 1; 5)$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 1 \\ z_{A'} = 5 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; 1; 5).$$

a) Đúng: $\overrightarrow{BC} = (0; 2; 0)$.

b) Đúng: vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

c) Sai: Tọa độ của đỉnh $D = (0; 2; 0)$.

d) Đúng. Tọa độ của đỉnh A' là $(-1; 1; 5)$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A = (1; 1; 1); B = (2; 3; 2); C = (3; -1; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ là $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$.

b) Tam giác ABC vuông tại A

c) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

d) Nếu cho bốn điểm A, B, C, D lập thành hình chữ nhật thì tọa độ của điểm $D = (4; 1; 4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Gọi $D = (x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x-3; y+1; z-3)$.

Để bốn điểm A, B, C, D lập thành hình chữ nhật thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ y+1=2 \\ z-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow D(4;1;4).$$

a) Sai: $\overrightarrow{AB} = (1;2;1)$;

b) Đúng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

c) Sai: $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

d) Đúng: $D = (4;1;4)$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$.

b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'} = (3;5;6)$.

c) Tọa độ đỉnh $C(2;2;2)$.

d) Tọa độ đỉnh $A'(3;5;-6)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2-1;1-0;2-1) = (1;1;1)$

$\overrightarrow{AC'} = (4-1;5-0;-5-1) = (3;5;-6)$

Gọi tọa độ của điểm $C = (x_C; y_C; z_C)$

$\overrightarrow{DC} = (x_C - 1; y_C + 1; z_C - 1)$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(2;0;2)$

Lại có: $\overrightarrow{CC'} = (4-2; 5-0; -5-2) = (2;5;-7)$

Gọi tọa độ của điểm $A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'}) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - 1; y_{A'}; z_{A'} - 1)$

Do $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 3 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} = -6 \end{cases}$

a) Đúng: $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$

b) Sai: Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$.

c) Sai: Tọa độ đỉnh $C(2; 0; 2)$.

d) Đúng: Tọa độ đỉnh $A'(3; 5; -6)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vectơ $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

b) Vectơ $\vec{i}$ có tọa độ là $(0; 0; 1)$.

c) Nếu $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc tơ đối nhau.

d) Nếu $M(1; 2; 3)$ và $\overrightarrow{MN} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ thì $N(4; 5; 6)$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

b) Sai vì: $\vec{i} = 1\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \vec{i} = (1; 0; 0)$

c) Sai: vì $\vec{a} = 1\vec{i} + 1\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(1; 1; 0)$; $\vec{b} = 0\vec{i} + 1\vec{j} - 1\vec{k} \Rightarrow \vec{b}(0; 1; -1)$.

d) Đúng: Vì $M(1; 2; 3)$; $\overrightarrow{MN}(2; 4; 6)$; Mà $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M) \Rightarrow N(3; 6; 9)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$. Cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC và E là điểm sao cho tứ giác $BGCE$ là hình bình hành. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $M\left(-1; \frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) $G(1; 1; 1)$.

c) $E(3; -4; -2)$.

d) Nếu F là hình chiếu của điểm E lên Ox thì $F(3; 0; 0)$.

Lời giải

a) Đúng: Vì
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2} \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{0 + 3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

b) Đúng: Vì
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5 + (-2) + 0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 3 + 2}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{0 + 0 + 3}{3} = 1 \end{cases}$$

c) Sai vì
$$\begin{cases} x_E = 2x_M - x_G = 2 \cdot (-1) - 1 = -3 \\ y_E = 2y_M - y_G = 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) - 1 = 4 \\ z_E = 2z_M - z_G = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - 1 = 2 \end{cases}$$

d) Sai vì $E(-3; 4; 2)$ nên $F(-3; 0; 0)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 5)$, $C(7; -3; 9)$, $A'(5; 0; 1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

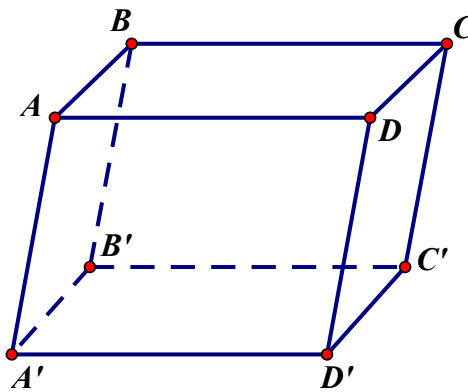
a) $\overrightarrow{AA'} = (4; 0; -1)$.

b) $B'(7; 2; 4)$.

c) $D'(9; -5; 5)$.

d) Nếu G là trọng tâm tam giác $A'C'D'$ thì $G(25; -8; 14)$.

Lời giải



a) Đúng: Vì $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4; 0; -1)$.

b) Đúng: Vì $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = (4; 0; -1) \Rightarrow (x_{B'} - x_B; y_{B'} - y_B; z_{B'} - z_B) = (4; 0; -1) \Rightarrow B'(7; 2; 4)$.

c) Đúng: Vì $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC} = (4; -5; 4) \Rightarrow (x_{D'} - x_{A'}; y_{D'} - y_{A'}; z_{D'} - z_{A'}) = (4; -5; 4) \Rightarrow D'(9; -5; 5)$.

d) Sai: $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC}(4; -5; 4) \Rightarrow (x_{C'} - x_{B'}; y_{C'} - y_{B'}; z_{C'} - z_{B'}) = (4; -5; 4) \Rightarrow C'(11; -3; 8)$.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tam giác } A'C'D' \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_{A'} + x_{C'} + x_{D'}}{3} = \frac{25}{3} \\ y_G = \frac{y_{A'} + y_{C'} + y_{D'}}{3} = -\frac{8}{3} \\ z_G = \frac{z_{A'} + z_{C'} + z_{D'}}{3} = \frac{14}{3} \end{cases}$$

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là $(3; 17; -2)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\text{a) Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB. \text{ Khi đó } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \Rightarrow M(2; -1; 5). \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

b) Chọn Sai

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.

d) Chọn Sai

Câu 27: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm $G(0; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$ tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2; -1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$. Véc-tơ $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ có tọa độ là $(2; -2; -2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(5; 0; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Chọn sai

b) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}(2; -1; 1)$. Đúng

c) Ta có: $\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} = (1+1; -2-0; 1-3) \Rightarrow \overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} = (2; -2; -2)$ Đúng

d) Chọn sai

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$

b) Trong không gian $Oxyz$, điểm thuộc trục Oz là $M(0; 0; -2)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(-1; 2; -3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng là $M(0; 1; -1)$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

a) Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên trục Oy là điểm $B(0; b; 0)$. Suy ra: Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

b) Điểm $M(0; 0; -2) \in Oz$.

c) Do M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) nên:
$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0).$$

d) Theo công thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, ta có $M(0; 1; -1)$.

Câu 29: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -6; 1)$

- b) Trong không gian $d : Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $Q(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(-5; 4; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ $(1; 3; 0)$

Lời giải

- a) S b) Đ c) S d) Đ**

- a) Hình chiếu của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm có tọa độ $(5; 0; 1)$.
- b) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là $A'(5; 0; 0)$.
- d) Hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 3; 0)$.

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(-3; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; -1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k}$. tọa độ điểm A là $(-2; 1; 5)$

Lời giải

- a) Đ b) S c) S d) Đ**

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1; 3-1; 2+1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.
- b) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; -3; 0)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(-3; 0; 1)$.
- d) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow A(-2; 1; 5)$.

Câu 31: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(0;2;1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ có tọa độ là $(2;-3;0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1;-2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $A(1;-2;0)$

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

- a) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-3;0;0)$.
- b) Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$. Suy ra $\vec{u} = (2;0;-3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.
- d) Chọn đúng

Câu 32: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$, khi đó $\vec{u} = (2;-3;0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0;1;0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2;-3;3)$, $\vec{b}(0;2;-1)$, $\vec{c}(-3;2;5)$. tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ là $\vec{u}(-16;-4;29)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1;3;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;3;0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- a) Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2;0;-3)$
- b) Theo định nghĩa, vectơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0;1;0)$.
- c) Ta có: $2\vec{a} = (-4;-6;6)$, $-3\vec{b} = (0;-6;3)$, $4\vec{c} = (-12;8;20)$
Suy ra: $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} = (-16;-4;29)$
- d) Hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1;3;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;3;2)$.

Câu 33: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- b) Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(2;-1;1)$
- c) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1), B(3;1;-2), C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vectơ chỉ phương của đường thẳng OG là $\vec{u} = (2;2;-2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5), B(-3;1;-1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- a) Ta có: $G\left(\frac{1+2+1}{3}; \frac{0+1-2}{3}; \frac{-2-1+2}{3}\right) = G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
- b) Trung điểm I có tọa độ là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2;-1;1)$.
- c) Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\vec{OG}(2;2;-2)$.
- d) Tọa độ trọng tâm của tam giác OAB là $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -2\right)$.

Câu 34: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;2), B(0;4;1)$ và $C(2;1;-3)$. Trọng tâm tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;3), B(5;0;2)$ và $C(0;2;4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là $(3;3;9)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3), B(-1;2;5), C(1;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;0;3)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm.

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC: \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;0)$$

c) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

Vậy $G(1;1;3)$.

d) Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

Câu 35: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2; -3; -1)$

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN}(2;2;4)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1;2;-4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm $I(2;0;-2)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

a) Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

b) Ta có: $\overrightarrow{MN}(2;2;4)$.

c) Tọa độ hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1;2;0)$.
(Hoành độ, tung độ giữ nguyên, cao độ bằng không)

$$\text{d) Tọa độ trung điểm } AB \text{ là điểm } I \text{ ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{3} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{3} \end{cases} \Rightarrow I(2;0;-2).$$

Câu 36: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là $C(4;2;-1)$
- b) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng $x + y = 11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2;-1;3)$, $\vec{b} = (1;3;-2)$. Tọa độ của vector $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là $\vec{c} = (0;-7;-7)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(2;-5;3)$, $\vec{b}(0;2;-1)$, $\vec{a}(1;7;2)$. Tọa độ vector $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$ là $(-3;5;7)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

a) Gọi $C(x;y;z)$.

$$\text{Do } G(-3;1;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay } C(-12;0;8).$$

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-3;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (x-2;y-1;2)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow x + y = 11.$$

c) Ta có $-2\vec{b} = (-2;-6;4)$ mà $\vec{a} = (2;-1;3) \Rightarrow \vec{c} = (0;-7;7)$.

d) Ta có: $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c} = (2 - 4.0 + 2.1; -5 - 4.2 + 2.7; 3 - 4.(-1) + 2.2) = (4;1;11)$.

Câu 37: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vector $\overrightarrow{AB} = (3;-2;5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1;4;-1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM = 3$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là $A'(-1;-3;2)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ là $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là $(1;2;1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ suy ra $\overrightarrow{CB} = (2; -6; 6)$.

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{38}, \quad AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{và } CB = |\overrightarrow{CB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{19}.$$

$$\begin{aligned} \text{Độ dài đường trung tuyến } AM \text{ của tam giác } ABC \text{ là } AM^2 &= \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ &= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2}{2} - \frac{(2\sqrt{19})^2}{4} = 9. \text{ Suy ra } AM = 3. \end{aligned}$$

b) Vì đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ sẽ được giữ lại biến y , biến z và đổi dấu biến x .

Suy ra tọa độ điểm $A'(-1; -3; 2)$.

c) Gọi điểm $M(x; y; z)$, theo đề bài $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=3(3-x) \\ 3-y=3(-1-y) \\ -1-z=3(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \\ z=8 \end{cases}.$$

d) Do C nằm trên Oxy nên $C(x; y; 0)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$$

Suy ra $x=1, y=2$

Câu 38: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lò) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là $(1;1;1)$

b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;2;-3)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{m}(3;22;-3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+2b+2c$ bằng 50

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là $\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1; 1; 1)$.

b) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$.

c) $\vec{a}(5; 7; 2) \Rightarrow 3\vec{a}(15; 21; 6); \vec{b}(3; 0; 4) \Rightarrow 2\vec{b}(6; 0; 8)$. Vậy $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$
 $= (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3)$.

d) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = 3 + 3a \\ 2 - b = 3b - 9 \\ -c = 3c - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

Câu 39: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -3; 0)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3; 0; 4)$,
 $\vec{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là $3\sqrt{2}$

c) Trong không gian, cho hai điểm $A(-2; 2; -1)$, $B(0; -1; -2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là $M(-4; 5; 0)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 3; 4)$,
 $\vec{c} = (0; 1; 2)$ và $\vec{d} = (4; 2; 0)$. Biết rằng $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Giá trị $x + y + z$ là 1

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Khi đó:

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxy là $H(x_M; y_M; 0)$

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxz là $H(x_M; 0; z_M)$ Hình chiếu vuông góc

H của M trên mặt phẳng Oyz là $H(0; y_M; z_M)$

b) Ta có: $\vec{AB} + \vec{AC} = (2; -2; 8)$.

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (1; -1; 4) \Rightarrow AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}.$$

c) Gọi $M(a; b; 0) \in (Oxy)$.

$$\overrightarrow{AM} = (a+2; b-2; 1), \quad \overrightarrow{AB} = (2; -3; -1).$$

Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, M thẳng hàng hay $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương là

$$\frac{a+2}{2} = \frac{b-2}{-3} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy $M(-4; 5; 0)$.

$$\text{d) } \vec{d} = x.\vec{a} + y.\vec{b} + z.\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}.$$

Câu 40: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I(2; 0; 1)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là $M(0; 5; 0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là $\sqrt{17}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$.

b) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$ hay $I(2; 0; 1)$

c) Gọi $M(0; b; 0) \in Oy$.

$$\text{Theo đề: } MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5.$$

Vậy $M(0; 5; 0)$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

$$\text{Nên } \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7).$$

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}.$

Câu 41: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(x; y; -3); B(6; -2; 4); C(-3; 7; -5)$. Giá trị của x, y để A, B, C thẳng hàng là $x = 1; y = -5$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ và $B(2; 1; 0)$ là $M(4; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (x - 6; y + 2; -7); \overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{y+2}{9} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}.$$

b) Gọi $M \in Ox: M(x; 0; 0)$, M cách đều A, B nên $MA = MB$, do đó:

$$\sqrt{(4-x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 1^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 21 = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(0; 2; -3)$.

$$d) \text{ Gọi } D(x; y; z), \text{ ta có } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}. \text{ Vậy } D(1; 1; 4).$$

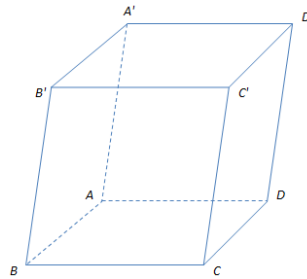
Câu 42: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17)$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{17}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;0), B(1;5;2)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) , B' là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $A'B'$ bằng $2\sqrt{6}$.

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $D(3;9;4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1)$, $B'(1;0;0)$, $C'(1;1;0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0;1;1)$



Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

a) Gọi M là giao điểm của (S) với trục Oz .

Ta có $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;t)$.

Mà $M \in (S)$ nên:

$$0^2 + 0^2 + (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t+2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}.$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là: $A(0;0;-2-\sqrt{17})$, $B(0;0;-2+\sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$.

b) Ta có: $A'(3;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) .

Và $B'(0;5;2)$ là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz)

$$A'B' = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}.$$

c) Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow A(1;1;1)$.

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \Rightarrow B(5;1;-1).$$

$$\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (2;8;3).$$

$$\overrightarrow{AD} = (x_D - 1; y_D - 1; z_D - 1).$$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành thì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 2 \\ y_D - 1 = 8 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 9 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(3; 9; 4).$$

Ta có: $\overrightarrow{AD} = (2; 8; 3)$, $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -2)$.

Do đó $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương nên A , B , D không thẳng hàng.

Vậy điểm $D(3; 9; 4)$ là điểm cần tìm.

d) Gọi tọa độ điểm $D(a; b; c)$.

Suy ra $\overrightarrow{C'D} = (a-1; b-1; c)$ và $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm $D(0; 1; 1)$.

Câu 43: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(0; 6; -9)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là $(2; 3; 1)$

c) Cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là $(0; -1; 3)$

d) Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là $D(5; -1; -1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = 3(0; 2; -3) = (0; 6; -9)$.

b) Gọi $G(x; y; z)$ là tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-2+3+6}{4} \\ y = \frac{0+1+2+9}{4} \\ z = \frac{2+3+4-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Giả sử $E(x_E; y_E; z_E)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}.$$

Vậy $E(0; -3; 1)$.

d) $\overrightarrow{BC} = (4; 0; -2)$. Gọi $D(x; y; z)$ suy ra $\overrightarrow{AD} = (x - 1; y - 1; z - 1)$.

$BMDA$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} \rightarrow D(5; 1; -1)$

Câu 44: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với

$A(3; 1; 2), B(1; 0; 1), C(2; 3; 0)$. Tọa độ đỉnh E là $E(4; 4; 1)$.

b) Cho 3 điểm $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là $(2; 3; 4)$

c) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1; -2; 3)$ và ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a + b + c$ bằng 6

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(5; 0; -1), C(4; 3; 6)$ và $D(a; b; c)$. Giá trị của $a + b + c$ bằng 15

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) Đ

a) Cần nhớ: Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Áp dụng:

Gọi $E(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$ và $\overrightarrow{EC} = (2 - x; 3 - y; -z)$.

$$\text{Vì } ABCE \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ 3 - y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } E(4; 4; 1).$$

b) Ta có: $\overrightarrow{NP} = (0; 3; 4); \overrightarrow{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$MNPQ \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ của điểm $Q(2; 3; 4)$.

$$\text{c) Vì } G \text{ là trọng tâm của } \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{a + 0 + 0}{3} \\ -2 = \frac{0 + b + 0}{3} \\ 3 = \frac{0 + 0 + c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

Do đó $a + b + c = 3 + (-6) + 9 = 6$.

d) $ABCD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (0; 5; 10).$$

Vậy $a + b + c = 0 + 5 + 10 = 15$.

Câu 45: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa

mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng $\frac{25}{2}$

b) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ

bằng $\frac{\sqrt{34}}{2}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vec tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $2m + 3n$ bằng 9

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(x; y + 1; 1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x - y$ bằng 5

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Ta có:

$$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = 3 + 3a \\ 2 - b = 3b - 9 \\ -c = 3c - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

b) Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3; 0; 0)$ nên $d(A, Ox) = AA_1 = 5$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0; -4; 0)$ nên $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0; 0; 3)$ nên $d(A, Oz) = AA_3 = 5$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10 + 3\sqrt{2}$.

c) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = k.1 \\ 2 = k.n \\ 3 = 2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m + 3n = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{4}{3} = 7$$

d) Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 6; 9)$, $\overrightarrow{AC} = (x; y+3; 6)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \cdot 2 - 1 = 5.$$

Vậy $3x - y = 5$.

Câu 46: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là -11

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$, biết $M(x; y; z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng $\frac{21}{4}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$
Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2)$, $B(-5; 6; 4)$ và $C(0; 1; -2)$
Độ dài đường phân giác trong của góc A của ΔABC là $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (a-6; b+3; c-4)$.

Vì M, N, P lần lượt là giao điểm của AB với các mặt phẳng (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) nên $M(x_M; y_M; 0)$, $N(x_N; 0; z_N)$, $P(0; y_P; z_P)$.

Vì M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$ nên ta có:

$$4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_M - 6) = a - 6 \\ 4(y_M + 3) = b + 3 \\ 4(0 - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow c = -12$$

$$2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_N - 6) = a - 6 \\ 2(0 + 3) = b + 3 \\ 2(z_N - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow b = 3$$

$$\frac{4}{3}\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(0-6) = a-6 \\ \frac{4}{3}(y_P+3) = b+3 \Rightarrow a = -2 \\ \frac{4}{3}(z_P-4) = c-4 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c = -11$.

b) Xét điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$. Khi đó $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \text{ (vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M) \end{aligned}$$

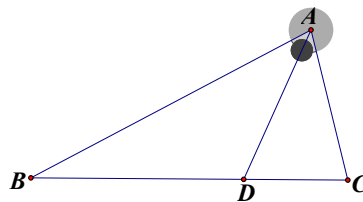
$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow M \equiv I \text{ tức là } M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x+y+z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{21}{4}.$$

$$\text{c) Ta có: } \overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}.$$

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

$$\text{Suy ra: } \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

d)



Gọi D là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$, ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Ta có $AB = 2\sqrt{26}$; $AC = \sqrt{26}$. Suy ra $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$. Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Từ } \overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} -5-x = -2(-x) \\ 6-y = -2(1-y) \\ 4-z = -2(-2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right).$$

$$\text{Vậy } AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 47: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$,

$B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC . Giá trị $a+b+2c$ bằng 5

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T = a - 2b + 4c$ là $T = 3$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B , C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $B(3;1;0)$, $C(0;0;-3)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

Lời giải

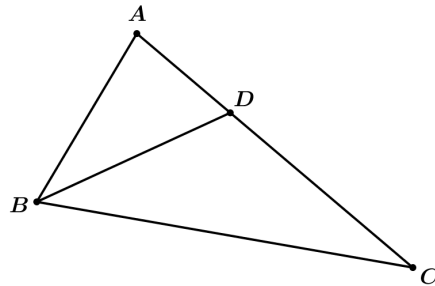
a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a)



Vì BD là phân giác trong của góc B nên D nằm giữa A và C .

Ta có $BA = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$; $BC = \sqrt{36+64+4} = 2\sqrt{26}$.

Ta có $\frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} = 2 \Rightarrow CD = 2DA \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DA}$. Do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a+4=2(1-a) \\ b-7=2(2-b) \\ c-5=2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+2c = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} + 2 = 5.$$

b) Ta có $\overrightarrow{BA}(-1;2;2)$; $\overrightarrow{BC}(4;1;1)$. Suy ra $ABCD$ vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$

Suy ra $AD = \sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AD}(a-1;b-2;c-1) \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{4}{3}\right)$

c) Giả sử $B(x; y; 0) \in (Oxy)$, $(x > 0)$, $C(0; 0; z) \in Oz$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ và } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \quad (\forall x > 0). \text{ Vậy } B(3;1;0), C(0;0;-3).$$

d) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}.$

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$

Câu 48: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;-1)$, $B(0;3;-2)$, $C(-4;-5;0)$. Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Đề tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $(6;5;2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của đỉnh A' là $A' = (3;4;-1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (x-2; y-1; 2)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11.$$

b) Gọi $M(a; b; c)$. Khi đó:

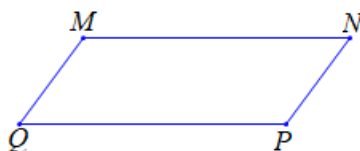
$$\overrightarrow{MA} = (2-a; -b; -1-c), \quad 2\overrightarrow{MB} = (-2a; 6-2b; -4-2c), \quad 3\overrightarrow{MC} = (-12-3a; -15-3b; -3c)$$

Do đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-6a-10; -6b-9; -6c-5).$

$$\text{Theo giả thiết } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a-10=0 \\ -6b-9=0 \\ -6c-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{3} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=-\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

Vậy $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$

c)



Gọi $Q(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{MQ} = (x-1; y-1; z-1)$. $\overrightarrow{NP} = (5; 4; 1)$.

Ta có: tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=5 \\ x-1=4 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases}$.

Vậy tọa độ điểm Q là: $Q(6; 5; 2)$.

d) Giả sử tọa độ các đỉnh lần lượt là $C = (x_C; y_C; z_C)$, $A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên ta có:

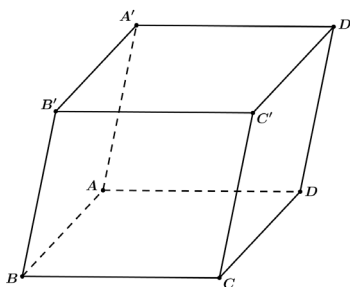
$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow C = (2; 0; 2)$$

Tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành nên ta có

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow A' = (3; 5; -6).$$

Câu 49: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 0)$, $C'(1; 1; 0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0; 1; 1)$



b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $(2; 1; -2)$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ của điểm A' là $A'(-3; 4; -1)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; 1)$ và $\vec{v} = (3; n; -2)$, với m và n là hai số thực. Để vectơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ thì biểu thức $T = 2m + n$ có giá trị bằng 4

Lời giải

a) Đ

b) Đ

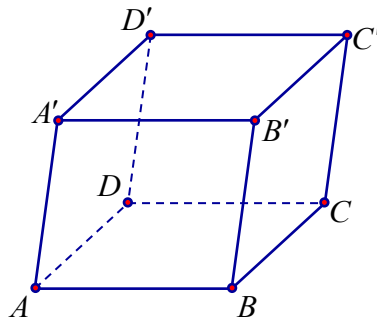
c) S

d) S

a) Gọi tọa độ điểm $D(a; b; c)$. Suy ra $\overrightarrow{C'D} = (a-1; b-1; c)$ và $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}. \text{Vậy tọa độ điểm } D(0; 1; 1).$$

b)



Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}. \text{Do đó: } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

c) Gọi $A'(a; b; c)$

$$ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp } \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0), \overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = (2; 5; -7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (a-1; b; c-1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = 2 \\ b = 5 \\ c-1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$$

Vậy: $A'(3; 5; -6)$.

$$\text{d) Ta có vec tơ } \vec{u} \text{ cùng phương với } \vec{v} \text{ khi có số } k \text{ sao cho } \vec{u} = k.\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3k \\ -2 = k.n \\ 1 = -2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ m = \frac{-3}{2} \\ n = 4 \end{cases}.$$

Khi đó $T = 2m + n = 1$.

Câu 50: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là $(2; 3; 0)$.
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng $2\sqrt{3}$.
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; -1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$, $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là $B(-1; 2; 2)$.
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Theo giả thiết ta có $A(2; 3; 5)$.

Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) .

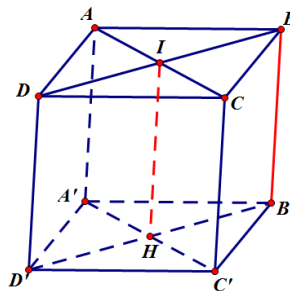
Độ dài AM nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) .

Vậy $M(2; 3; 0)$.

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 4)$ xuống trục Ox suy ra $H(1; 0; 0)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$.

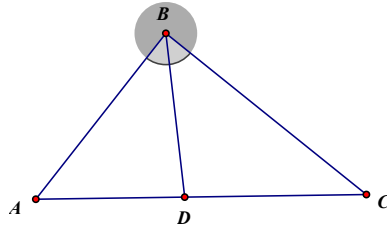
c)



Gọi $B(x; y; z)$; I, H lần lượt là trung điểm của $AC, B'D'$. Suy ra $I(0; 1; 2), H(2; 1; 1)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=2-0 \\ 2-y=1-1 \\ 1-z=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$.

d)



Ta có $BA = \sqrt{26}, BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (*)

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $\overrightarrow{OC} = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Điểm $D(x; y; z)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $P = 2x + y - z$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$; $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ vec tơ $\vec{a} = (x; 0; 3)$; $\vec{b} = (3; y; 0)$. Tính $P = x^2 + y^2$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ điểm $M(2; -3; a)$; $N(-1; b; -1)$. Tính $T = 2a - 3b$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -5; 2)$; $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Vector $\vec{a} = 3\vec{i} - y\vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$. Tính $P = y^2 - z^2$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $M(1; 0; -2)$, $N(5; 1; -6)$. Tính $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + y\vec{j} - 2\vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = x\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$. Tính $P = x^3 + y^3$.
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, $SA = 2$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Tọa độ điểm $C(x; y; z)$. Tính $P = x^3 + y^3 + z^3$.
- Câu 7:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2$; $AD = 3$; $AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tìm tọa độ của $C'(x; 3; z)$. Tính $P = x - z$.
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là trung điểm SC. Tìm tọa độ điểm $M(x; y; z)$. Tính $T = x + y - \frac{3}{2}z$.
- Câu 9:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $|\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'}|$.
- Câu 10:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8$; $AD = 6$; $AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tọa độ điểm $C'(x; y; z)$. Tính $P = x - 2y + z$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $\overrightarrow{OC} = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Điểm $D(x; y; z)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $P = 2x + y - z$.

Lời giải:

Gọi D để $ABCD$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -5\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = -5\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = -4\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k} \Leftrightarrow D(-4; -2; 9)$$

$$P = 2x + y - z = 2 \cdot (-4) - 2 - 9 = -19$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$; $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ vec tơ $\vec{a} = (x; 0; 3)$; $\vec{b} = (3; y; 0)$. Tính $P = x^2 + y^2$.

Lời giải:

$$\vec{a} = (2; 0; 3); \vec{b} = (3; 3; 0). P = x^2 + y^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ điểm $M(2; -3; a); N(-1; b; -1)$. Tính $T = 2a - 3b$.

Lời giải:

$$M(2; -3; 4), N(-1; 3; -1). T = 2a - 3b = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 = -1$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -5; 2)$; $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Vecto $\vec{a} = 3\vec{i} - y\vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$. Tính $P = y^2 - z^2$

Lời giải:

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}; \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}. P = y^2 - z^2 = (-5)^2 + (-1)^2 = 26$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $M(1; 0; -2), N(5; 1; -6)$. Tính $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + y\vec{j} - 2\vec{k}; \overrightarrow{ON} = x\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$. Tính $P = x^3 + y^3$.

Lời giải:

$$\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 2\vec{k}; \overrightarrow{ON} = 5\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}. P = x^3 + y^3 = 0^3 + 5^3 = 125$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, $SA = 2$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục Oxyz có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Tọa độ điểm $C(x; y; z)$. Tính $P = x^3 + y^3 + z^3$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 0\vec{k}$. Suy ra: $C(5; 5; 0)$. $P = x^3 + y^3 + z^3 = 5^3 + 5^3 + 0^3 = 250$

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2; AD = 3; AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tìm tọa độ của $C'(x; y; z)$. Tính $P = x - z$.

Lời giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}; \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}; \text{ suy ra } C'(2; 3; 4). P = x - z = 2 - 4 = -2.$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục Oxyz có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là trung điểm SC. Tìm tọa độ điểm $M(x; y; z)$. Tính $T = x + y - \frac{3}{2}z$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$.

Vì M là trung điểm SC nên:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k} + 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}) = \frac{3}{2}\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right). T = x + y - \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot 2 = 0$$

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $|\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'}|$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'A}$ và $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'}| = 0$$

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8; AD = 6; AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tọa độ điểm $C'(x; y; z)$. Tính $P = x - 2y + z$.

Lời giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 8\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}; \quad \overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}; \quad \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

Trong hình bình hành ABCD: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$

Trong hình bình hành ACC'A': $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$

$$\Rightarrow C'(8; 6; 4). \quad P = x - 2y + z = 8 - 2.6 + 4 = 0$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



LÝ THUYẾT.

I. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTO, PHÉP TRỪ HAI VECTO, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có:

$$\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z');$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z');$$

$$k\vec{a} = (kx; ky; kz) \text{ với } k \text{ là một số thực.}$$

Nhận xét: Vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ cùng phương với vectơ $\vec{b} = (x'; y'; z') \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số

$$\text{thực } k \text{ sao cho } \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases} \text{ (Nếu } x'.y'.z' \neq 0 \text{ thì } \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'})$$

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

$$\text{Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ là } \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right);$$

$$\text{Toạ độ trọng tâm của tam giác } ABC \text{ là } \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right).$$

II. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức: $\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'$

Nhận xét:

$$- \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$$

$$- |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$- \text{Nếu } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0} \text{ thì } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$$

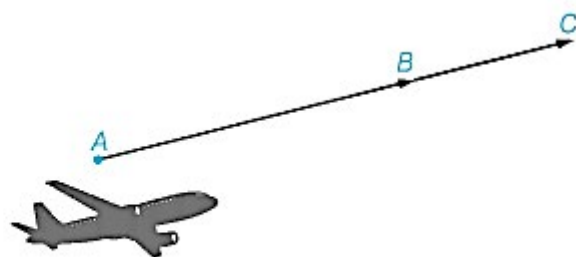
Chú ý: Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$

$$\text{thì } AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

Đặc biệt, khi B trùng O ta nhận được công thức $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$.

III. VẬN DỤNG TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

Ví dụ 5: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



Hình 2.49

Lời giải

Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overline{AB}$ và $\overline{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{8 - 7}{2} \right) = (70; 25; 0,5).$$

$$\text{Mặt khác, } \overline{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 0,5. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ và vì vậy } C(1010; 575; 8,5).$$

Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(1010; 575; 8,5)$.

Luyện tập 5 trang 76 SGK

Với các giả thiết như trong Ví dụ 5, hãy xác định tọa độ của các chiếc máy bay sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B).

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.

Ví dụ 6: Hãy trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.

Giải. Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm. Suy ra $A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm. Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$, do đó $A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

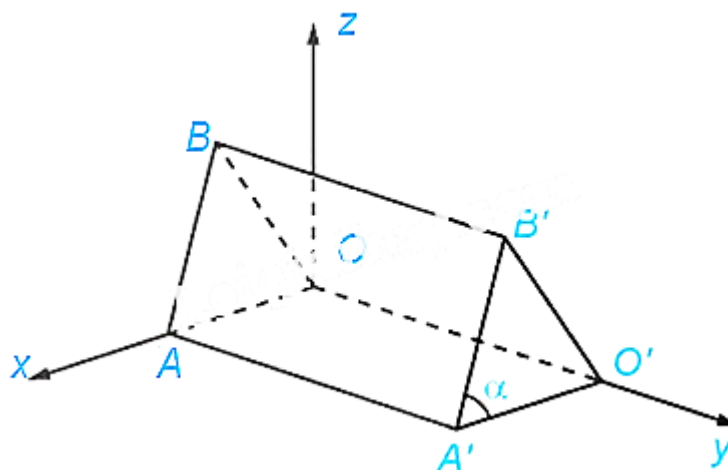
Do đó $\overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300)$ và $O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vậy mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là 450 cm, chiều rộng là 240 cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

Luyện tập 6 trang 71 SGK

Trong tình huống mở đầu, hãy tính độ lớn của góc α .

Lời giải



Theo Ví dụ 6 ta có: $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$; $|\overrightarrow{A'B'}| = 60\sqrt{29}\text{cm}$, $O'(0; 450; 0)$, $A'(240; 450; 0)$

Do đó, $\overrightarrow{A'O'} = (-240; 0; 0) \Rightarrow |\overrightarrow{A'O'}| = 240 \text{ cm}$

Ta có: $\cos(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'O'}) = \frac{\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'O'}}{|\overrightarrow{A'B'}| \cdot |\overrightarrow{A'O'}|} = \frac{(-120)(-240) + 0 \cdot 0 + 300 \cdot 0}{60\sqrt{29} \cdot 240} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$

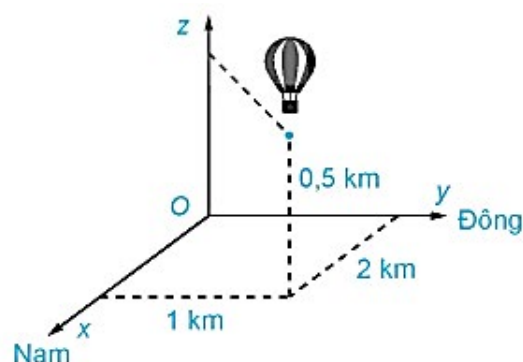
$\Rightarrow \widehat{B'A'O'} \approx 68^\circ$. Vậy $\alpha \approx 68^\circ$

Ví dụ 7: Hai chiếc kHình khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai kHình khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc kHình khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách giữa hai kHình khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 2.50

Lời giải

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai có tọa độ lần lượt là $(2; 1; 0,5)$ và $(-1; -1,5; 0,8)$.

b) Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ (km)}.$$

Luyện tập 7 trang 72 SGK

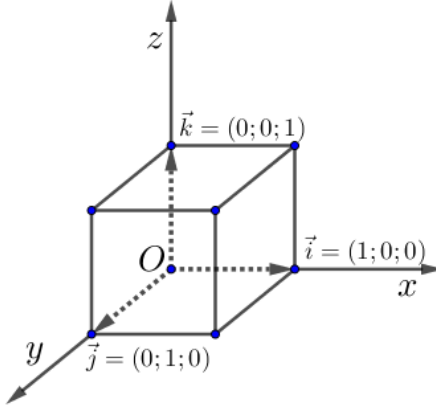
Trong Ví dụ 7, khinh khí cầu thứ nhất hay thứ hai ở xa điểm xuất phát hơn? Giải thích vì sao.

Lời giải

Theo Ví dụ 7 ta có, khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $A(2; 1; 0,5)$, khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $B(-1; -1,5; 0,8)$.

$$\text{Ta có: } OA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0,5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ km}, OB = \sqrt{(-1)^2 + (-1,5)^2 + 0,8^2} = \frac{\sqrt{389}}{10} \text{ km}.$$

Vì gốc O đặt tại điểm xuất phát và $OA > OB$ nên khinh khí cầu thứ hai gần điểm xuất phát hơn.

	1. Hệ trục tọa độ Oxyz: ☐ Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. ☐ Trục Ox: trục hoành, có vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$. ☐ Trục Oy: trục tung, có vectơ đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$. ☐ Trục Oz: trục cao, có vectơ đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$. ☐ Điểm $O(0; 0; 0)$ là gốc tọa độ.	
	2. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$. Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:	
☐ $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$	☐ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in R)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$	
☐ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$		
☐ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$		
☐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$	☐ $ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	☐ $\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
☐ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$	☐ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	
3. Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:		
☐ $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$	☐ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$	
☐ Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.	☐ Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.	
QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT		
Chiếu điểm trên trục tọa độ	Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiếu vào } Ox} M_1(x_M; 0; 0)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiếu vào } Oxy} M_1(x_M; y_M; 0)$	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiếu vào } Oy} M_2(0; y_M; 0)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiếu vào } Oyz} M_2(0; y_M; z_M)$	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiếu vào } Oz} M_3(0; 0; z_M)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiếu vào } Oxz} M_3(x_M; 0; z_M)$	
Đối xứng điểm qua trục tọa độ	Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua } Ox} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua } Oxy} M_1(x_M; y_M; -z_M)$	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua } Oy} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua } Oxz} M_2(x_M; -y_M; z_M)$	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đối xứng qua } Oz} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua } Oyz} M_3(-x_M; y_M; z_M)$	



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CỦA VECTO VÀ ĐỘ DÀI CỦA ĐOẠN THẲNG



PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ.



BÀI TẬP.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Vectơ $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2; -1; 5)$. Tọa độ vectơ $-2\vec{a}$ là
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, biết tọa độ hình chiếu của điểm A lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{OA}$ là
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm G . Biết $A(1; -2; -3)$, $B(3; 4; -1)$, $G(2; 1; -1)$. Tọa độ điểm C là:
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 1; -3)$ và $\vec{v} = (4; 5; -2)$. Tìm tọa độ của điểm M , biết $\vec{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$?
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; -2)$ và trọng tâm $G(2; 1; -3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC}$ là
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(4; 6; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) và cách đều các điểm A, B, C ?
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-2; 2; -1)$, $B(-2; 3; 0)$, $C(x; 3; -1)$. Tìm các giá trị của x để tam giác ABC đều?
- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (2; 2; -1)$; $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$
- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 2; 0)$; $\vec{b} = (2; 2; 0)$; $\vec{c} = (2; 2; 2)$. Tính giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (3; m+1; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ vector $\vec{x} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM



PHƯƠNG PHÁP.

Dùng công thức biểu thức tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm của tam giác...



BÀI TẬP.

- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$, $C(0; 2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Câu 20:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -5; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 3; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3)$, $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho I là trung điểm của đoạn MN .
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; -3; 5)$, $C(-1; -2; 6)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\vec{MA} + 2\vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{0}$. Tính $T = a - b + c$.
- Câu 24:** Trong không gian m , cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$ và điểm C nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ nhỏ hơn 3.
- 1/ Tìm tọa độ điểm C .
- 2/ Tìm tọa độ điểm D biết $ABCD$ là tứ diện đều.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$; $M(x; y; 1)$. Khi A, B, M thẳng hàng, tìm giá trị của $x; y$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó, tính tổng $x + y$.
- Câu 27:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1; 3; 2)$, $F(0; -1; 5)$, $K(2; 4; -1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CK} = \vec{0}$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$.

- Câu 29:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\overrightarrow{PQ} = (0; 1; -2)$, $\overrightarrow{PR} = (-2; -1; 0)$ và điểm $M(1; -2; 2)$ trung điểm của đoạn QR . Tìm tọa độ điểm Q .
- Câu 30:** Trong không gian m , cho tam giác ABC có $A(-2; 0; -3)$, $B(-4; 1; -1)$, $C(-4; -4; 1)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm D .
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC .
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , có $A(0; -4; 0)$; $B(-5; 6; 0)$, $C(3; 2; 0)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác ngoài của góc A .
- Câu 33:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ trong đó $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; 8)$, $C(-3; -6; 8)$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên cạnh AB, BC thỏa mãn $AM = BN = \frac{1}{3}BC$. Gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của AN, DM . Tính $P = a + b + c$.

DẠNG 3: TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ CÁC ỨNG DỤNG CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG



1. PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng biểu thức tọa độ của tích có hướng và ứng dụng.



2. BÀI TẬP.

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(2; 4; -3)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng
- Câu 37:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 2; -1)$, $C(0; 1; 1)$. Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Tính góc giữa hai vector đó.
- Câu 39:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
- Câu 41:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.
- Câu 42:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x; 0; 1)$, $\vec{v} = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 0)$. Tìm x để góc giữa

$\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° .

- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}(1;1;-2)$, $\vec{v}(1;0;m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .
- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ là
- Câu 46:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ; |\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 3$
- 1) Tính $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.
 - 2) Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.
- Câu 47:** Cho ba điểm $A(5;-1;2)$, $B(1;-3;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x, y thì ba điểm A, B, M thẳng hàng?
- Câu 48:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$. Tìm giá trị m để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 49:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, Tìm giá trị m để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.
- Câu 50:** Cho ba điểm $A(1;-3)$, $B(-2;6)$ và $C(4;-9)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.
- Câu 51:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 52:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(0;1;1), C(1;0;-2)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 53:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;0)$, $C(1;0;3)$. Gọi M là điểm trong không gian thỏa mãn $MA^2 + MC^2 = MB^2$. Tính MP với $P(3;-2;5)$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



LÝ THUYẾT.

I. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTO, PHÉP TRỪ HAI VECTO, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có:

$$\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z');$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z');$$

$$k\vec{a} = (kx; ky; kz) \text{ với } k \text{ là một số thực.}$$

Nhận xét: Vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ cùng phương với vectơ $\vec{b} = (x'; y'; z') \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số

$$\text{thực } k \text{ sao cho } \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases} \text{ (Nếu } x'.y'.z' \neq 0 \text{ thì } \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'})$$

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

$$\text{Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ là } \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right);$$

$$\text{Toạ độ trọng tâm của tam giác } ABC \text{ là } \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right).$$

II. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức: $\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'$

Nhận xét:

$$- \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$$

$$- |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$- \text{Nếu } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0} \text{ thì } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$$

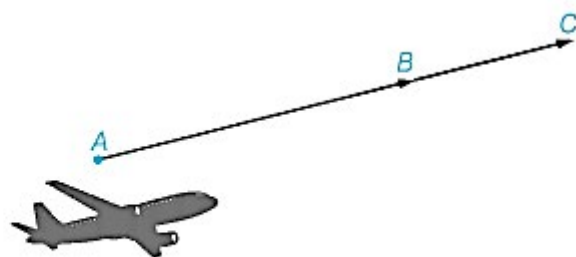
Chú ý: Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$

$$\text{thì } AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

Đặc biệt, khi B trùng O ta nhận được công thức $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$.

III. VẬN DỤNG TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

Ví dụ 5: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



Hình 2.49

Lời giải

Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overline{AB}$ và $\overline{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{8 - 7}{2} \right) = (70; 25; 0,5).$$

$$\text{Mặt khác, } \overline{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 0,5. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ và vì vậy } C(1010; 575; 8,5).$$

Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(1010; 575; 8,5)$.

Luyện tập 5 trang 76 SGK

Với các giả thiết như trong Ví dụ 5, hãy xác định tọa độ của các chiếc máy bay sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B).

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.

Ví dụ 6: Hãy trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.

Giải. Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm. Suy ra $A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm. Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$, do đó $A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

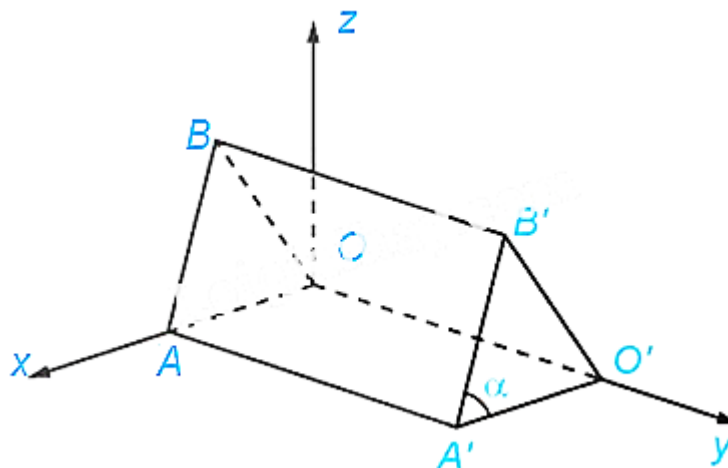
Do đó $\overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300)$ và $O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vậy mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là 450 cm, chiều rộng là 240 cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

Luyện tập 6 trang 71 SGK

Trong tình huống mở đầu, hãy tính độ lớn của góc α .

Lời giải



Theo Ví dụ 6 ta có: $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$; $|\overrightarrow{A'B'}| = 60\sqrt{29}\text{cm}$, $O'(0; 450; 0)$, $A'(240; 450; 0)$

Do đó, $\overrightarrow{A'O'} = (-240; 0; 0) \Rightarrow |\overrightarrow{A'O'}| = 240\text{ cm}$

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'O'}) = \frac{\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'O'}}{|\overrightarrow{A'B'}| \cdot |\overrightarrow{A'O'}|} = \frac{(-120)(-240) + 0 \cdot 0 + 300 \cdot 0}{60\sqrt{29} \cdot 240} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

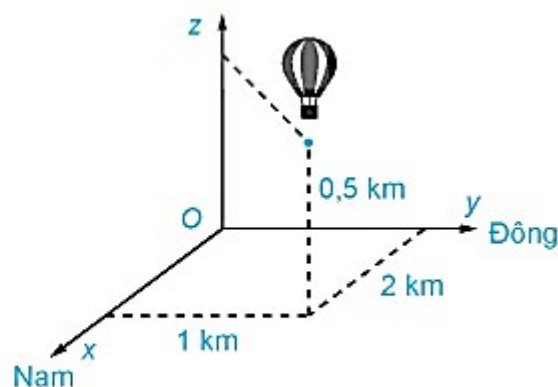
$$\Rightarrow \widehat{B'A'O'} \approx 68^\circ. \text{ Vậy } \alpha \approx 68^\circ$$

Ví dụ 7: Hai chiếc kHinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai kHinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc kHinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách giữa hai kHinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 2.50

Lời giải

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai có tọa độ lần lượt là $(2; 1; 0,5)$ và $(-1; -1,5; 0,8)$.

b) Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ (km)}.$$

Luyện tập 7 trang 72 SGK

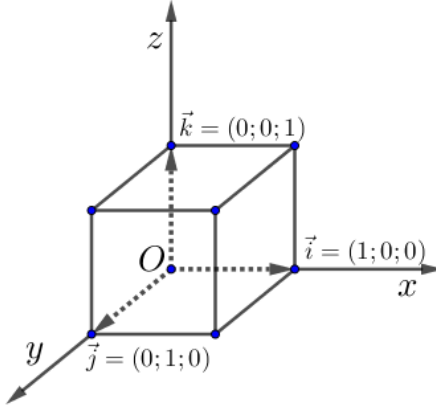
Trong Ví dụ 7, khinh khí cầu thứ nhất hay thứ hai ở xa điểm xuất phát hơn? Giải thích vì sao.

Lời giải

Theo Ví dụ 7 ta có, khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $A(2; 1; 0,5)$, khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $B(-1; -1,5; 0,8)$.

$$\text{Ta có: } OA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0,5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ km}, OB = \sqrt{(-1)^2 + (-1,5)^2 + 0,8^2} = \frac{\sqrt{389}}{10} \text{ km}.$$

Vì gốc O đặt tại điểm xuất phát và $OA > OB$ nên khinh khí cầu thứ hai gần điểm xuất phát hơn.

	1. Hệ trục tọa độ Oxyz: ☐ Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. ☐ Trục Ox: trục hoành, có vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$. ☐ Trục Oy: trục tung, có vectơ đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$. ☐ Trục Oz: trục cao, có vectơ đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$. ☐ Điểm $O(0; 0; 0)$ là gốc tọa độ.	
	2. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$. Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:	
☐ $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$	☐ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in R)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$	
☐ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$		
☐ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$		
☐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$	☐ $ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	☐ $\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
☐ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$	☐ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	
3. Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:		
☐ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$	☐ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$	
☐ Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.	☐ Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.	
QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT		
Chiếu điểm trên trục tọa độ	Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiếu vào } Ox} M_1(x_M; 0; 0)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiếu vào } Oxy} M_1(x_M; y_M; 0)$	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiếu vào } Oy} M_2(0; y_M; 0)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiếu vào } Oyz} M_2(0; y_M; z_M)$	
☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiếu vào } Oz} M_3(0; 0; z_M)$	☐ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiếu vào } Oxz} M_3(x_M; 0; z_M)$	
Đối xứng điểm qua trục tọa độ	Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua } Ox} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua } Oxy} M_1(x_M; y_M; -z_M)$	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua } Oy} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua } Oxz} M_2(x_M; -y_M; z_M)$	
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đối xứng qua } Oz} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua } Oyz} M_3(-x_M; y_M; z_M)$	



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CỦA VECTO VÀ ĐỘ DÀI CỦA ĐOẠN THẲNG



PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ.



BÀI TẬP.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Vectơ $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{\vec{d}} = 1 + 3 - (-2) = 6 \\ y_{\vec{d}} = -1 + 0 - 5 = -6 \\ z_{\vec{d}} = 2 + (-1) - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = (6; -6; 0).$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2; -1; 5)$. Tọa độ vectơ $-2\vec{a}$ là

Lời giải

$$\text{Ta có: } -2\vec{a} = (-4; 2; -10).$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{a} = (2; -5; 3)$$

$$4\vec{b} = (0; 8; -4)$$

$$2\vec{c} = (2; 14; 4)$$

$$\text{Suy ra: } \vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$$

$$= (2; -5; 3) - (0; 8; -4) - (2; 14; 4)$$

$$= (2 - 0 - 2; -5 - 8 - 14; 3 + 4 - 4)$$

$$= (0; -27; 3). \text{ Vậy } \vec{d} = (0; -27; 3).$$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

Lời giải

Ta có: $3\vec{a} = (9; -6; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Suy ra $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b} = (9 - 1; -6 - 1; 3 - (-1)) = (8; -7; 4)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$

Suy ra $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, biết tọa độ hình chiếu của điểm A lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M(1; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{OA}$ là

Lời giải

Ta có $A(1; -2; 3)$ và $O(0; 0; 0)$ nên $\vec{OA}(1; -2; 3)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm G . Biết $A(1; -2; -3)$, $B(3; 4; -1)$, $G(2; 1; -1)$. Tọa độ điểm C là:

Lời giải

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3.2 - 1 - 3 = 2 \\ y_C = 3.1 + 2 - 4 = 1 \\ z_C = 3.(-1) + 3 + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow C(2; 1; 1).$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; 1; -3)$ và $\vec{v} = (4; 5; -2)$. Tìm tọa độ của điểm M , biết $\vec{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$?

Lời giải

Ta có $\vec{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v} = (2; 7; 5)$

Suy ra tọa độ điểm M là $(2; 7; 5)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; -2)$ và trọng tâm $G(2; 1; -3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC}$ là

Lời giải

Gọi M là trung điểm cạnh BC .

Ta có: $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} = 2.\vec{AM} = 2.\frac{3}{2}.\vec{AG} = 3\vec{AG} = (3; 6; -3)$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(4; 6; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) và cách đều các điểm A, B, C ?

Lời giải

Gọi $M(x; y; 0) \in (Oxy), (x, y \in \mathbb{R}; x^2 + y^2 \neq 0)$ là điểm cần tìm.

Vì M cách đều A, B, C nên ta có: $MA = MB = MC \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ AM^2 = CM^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 + (0-5)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2 + (0-4)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 + (0-5)^2 = (x-4)^2 + (y-6)^2 + (0-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 10y - 14 = 0 \\ 2x + 4y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy $M(16; -5; 0)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-2; 2; -1)$, $B(-2; 3; 0)$, $C(x; 3; -1)$. Tìm các giá trị của x để tam giác ABC đều?

Lời giải

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\text{Ta có: } M\left(-2; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right), AB = \sqrt{2}, CM = \sqrt{(x+2)^2 + \frac{1}{2}}$$

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi

$$CM = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow (x+2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy: $\begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (2; 2; -1)$; $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1; 2; 3) - (2; 2; -1) + 2 \cdot (4; 0; -4) = (1-2+8; 2-2+0; 3+1-8) = (7; 0; -4)$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\vec{a} = (4; -6; 6); 3\vec{b} = (0; 6; -3); -2\vec{c} = (-6; 2; -10).$$

$$\text{Khi đó: } \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7).$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Lời giải

Ta có $AB = \sqrt{(1-1)^2 + (4+2)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (-2; 2; 0); \vec{b} = (2; 2; 0); \vec{c} = (2; 2; 2)$. Tính giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-2; 2; 0) + (2; 2; 0) + (2; 2; 2) = (2; 6; 2)$.

Vậy $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{11}$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các vector $\vec{a} = (3; m+1; 3), \vec{b} = (1; -3; 2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

Lời giải

$$\vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = k \\ m+1 = -3k \\ 3 = k.2n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = -10 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } m = -10; n = \frac{1}{2}$$

Câu 17: Trong không gian Oxyz, cho ba vector: $\vec{a} = (2; -5; 3), \vec{b} = (0; 2; -1), \vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ vector $\vec{x} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$.

Lời giải

$$4\vec{a} = (8; -20; 12), -\frac{1}{3}\vec{b} = \left(0; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), 3\vec{c} = (3; 21; 6).$$

$$\vec{x} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c} = \left(11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3}\right).$$

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dùng công thức biểu thức tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm của tam giác...

2 BÀI TẬP.

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1. \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy $I(2; -1; 5)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5; -2; 0), B(-2; 3; 0), C(0; 2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải

Gọi $G(x, y, z)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + (-2) + 0}{3} = 1 \\ y = \frac{-2 + 3 + 2}{3} = 1 \\ z = \frac{0 + 0 + 3}{3} = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } G(1; 1; 1).$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3), B(2; 3; -4), C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; 3; -7) = (-3 - x; 1 - y; 2 - z) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2. \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(-4; -2; 9)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -5; 0), B(-1; 1; 3), C(3; 3; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

Lời giải

Vì $D \in Ox$ nên $D(x; 0; 0)$

$$\text{Ta có: } AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + 25} = \sqrt{(3+1)^2 + (3-1)^2 + (0-3)^2}.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + 25} = \sqrt{29} \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy $D(0; 0; 0), D(4; 0; 0)$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3), I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho I là trung điểm của đoạn MN .

Lời giải

Gọi $N(x; y; z)$. Vì I là trung điểm của MN nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -1 \\ y_N = 2 \\ z_N = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 2; 5).$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 3), B(2; -3; 5), C(-1; -2; 6)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tính $T = a - b + c$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 2\overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (a-1; b+1; c-3) \\ \overrightarrow{BM} = (a-2; b+3; c-5) \\ \overrightarrow{CM} = (a+1; b+2; c-6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1) + 2(a-2) - 2(a+1) = 0 \\ (b+1) + 2(b+3) - 2(b+2) = 0 \\ (c-3) + 2(c-5) - 2(c-6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $T = a - b + c = 7 + 3 + 1 = 11$

Câu 24: Trong không gian m , cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1), B(2; 3; -4)$ và điểm C nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ nhỏ hơn 3.

1/ Tìm tọa độ điểm C .

2/ Tìm tọa độ điểm D biết $ABCD$ là tứ diện đều.

Lời giải

1/ Vì $C \in (Oxy)$ nên $C(x; y; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -3), \overrightarrow{AC} = (x-5; y-3; 1), \overrightarrow{BC} = (x-2; y-3; 4)$

Tam giác ABC đều nên $\begin{cases} AB = AC \\ AC = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = AC^2 \\ AC^2 = BC^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)^2 + (y-3)^2 + 1 = 18 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + 1 = (x-2)^2 + (y-3)^2 + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vì C có tung độ nhỏ hơn 3 nên $C(1; 2; 0)$.

2/ Gọi $D(x; y; z)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AD} = (x-5; y-3; z+1); \overrightarrow{BD} = (x-2; y-3; z+4); \overrightarrow{CD} = (x-1; y-2; z)$.

Vì tam giác ABC đều nên tứ diện ABCD đều khi và chỉ khi $AD = BD = CD = AB = 3\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1-x \\ y = 16-5x \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1-x \\ y = 16-5x \\ 3x^2 - 16x + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \\ z = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \\ z = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

Vậy: $D(2; 6; -1) \vee D\left(\frac{10}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$; $M(x; y; 1)$. Khi A, B, M thẳng hàng, tìm giá trị của $x; y$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$; $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$

Để ba điểm A, B, M thẳng hàng thì $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó, tính tổng $x + y$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5), \overrightarrow{AC} = (x+1; y-2; 1)$$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x + y = 1.$$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$. Khi đó: $\overrightarrow{IA} = (1-x; 2-y; -1-z)$, $\overrightarrow{IB} = (2-x; -1-y; 3-z)$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{IB} = (4-2x; -2-2y; 6-2z). \text{ Nên } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = (5-3x; -3y; 5-3z).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 3x = 0 \\ -3y = 0 \\ 5 - 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 0 \\ z = \frac{5}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{5}{3}; 0; \frac{5}{3}\right).$$

Cách 2: Áp dụng công thức tính nhanh: Nếu điểm I thỏa mãn $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ thì $I = \left(\frac{a.x_A + b.x_B}{a+b}; \frac{a.y_A + b.y_B}{a+b}; \frac{a.z_A + b.z_B}{a+b}\right)$.

$$\text{Suy ra } I = \left(\frac{1+2.2}{1+2}; \frac{2+2.(-1)}{1+2}; \frac{-1+2.3}{1+2}\right) = \left(\frac{5}{3}; 0; \frac{5}{3}\right).$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1;3;2)$, $F(0;-1;5)$, $K(2;4;-1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0} &\Leftrightarrow \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GK} - \overrightarrow{GC} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GK} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GK} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Suy ra: G cũng là trọng tâm của tam giác $\triangle EFK$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_G = \frac{1+0+2}{3} = 1 \\ y_G = \frac{3-1+4}{3} = 2 \\ z_G = \frac{2+5-1}{3} = 2 \end{cases}$$

Câu 29: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{PQ} = (0;1;-2)$, $\overrightarrow{PR} = (-2;-1;0)$ và điểm $M(1;-2;2)$ trung điểm của đoạn QR . Tìm tọa độ điểm Q .

Lời giải

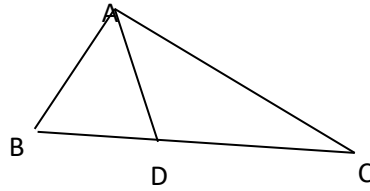
$$\text{Ta có } \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PR} = (2;2;-2). \text{ Suy ra } \begin{cases} x_Q - x_R = 2 \\ y_Q - y_R = 2 \\ z_Q - z_R = -2 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{Vì điểm } M(1;-2;2) \text{ trung điểm của đoạn } QR \text{ nên } \begin{cases} x_Q + x_R = 2 \\ y_Q + y_R = -4 \\ z_Q + z_R = 4 \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $Q(2;-1;1)$.

Câu 30: Trong không gian m , cho tam giác ABC có $A(-2;0;-3)$, $B(-4;1;-1)$, $C(-4;-4;1)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm D .

Lời giải



Theo tính chất phân giác trong, ta có:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} \quad (1)$$

Mà: $AB = 3; AC = 6$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \\ z_C - z_D = -2(z_B - z_D) \end{cases} \Rightarrow D\left(-4; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC .

Lời giải

Ta có $BA = \sqrt{26}; BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc B ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 2DA$.

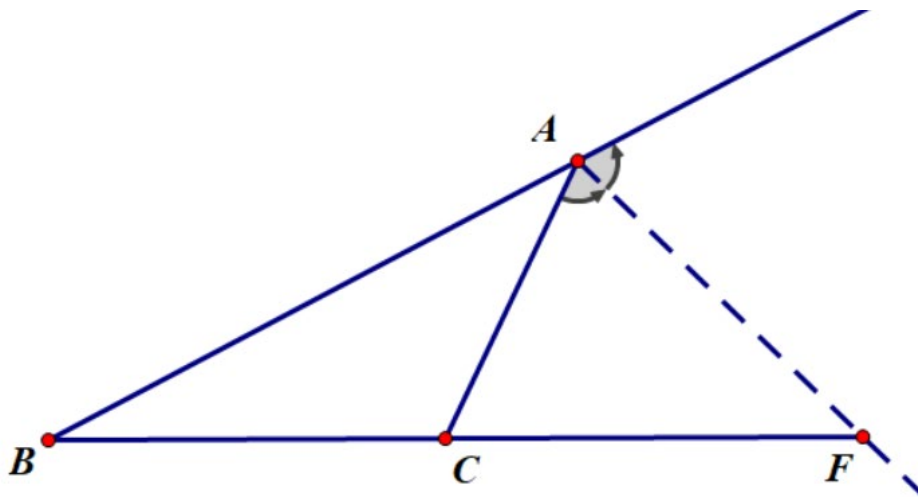
$$\text{Vì } D \text{ là chân đường phân giác trong nên } 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \frac{2x_A + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_D = \frac{2y_A + y_C}{3} = \frac{11}{3} \\ z_D = \frac{2z_A + z_C}{3} = 1 \end{cases}.$$

Vậy $D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , có $A(0; -4; 0)$; $B(-5; 6; 0)$, $C(3; 2; 0)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác ngoài của góc A .

Lời giải

Gọi $F(x; y; z)$ là chân đường phân giác ngoài của góc A .



Ta có $\overrightarrow{AB} = (-5; 10; 0) \Rightarrow AB = 5\sqrt{5}$.

$\overrightarrow{AC} = (3; 6; 0) \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$. Do đó $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$.

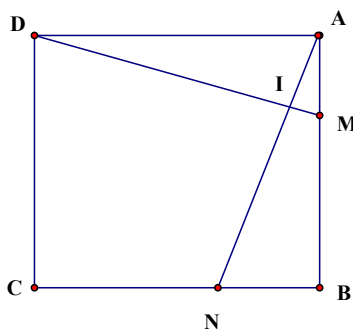
Theo tính chất đường phân giác ngoài của tam giác ta có: $\frac{FB}{FC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$.

$$\text{Từ đó suy ra } \overrightarrow{FB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{FC} \Leftrightarrow \begin{cases} -5-x = \frac{5}{3}(3-x) \\ 6-y = \frac{5}{3}(2-y) \\ -z = \frac{5}{3}(-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=-4 \\ z=0 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ chân đường phân giác ngoài của góc là A $(15; -4; 0)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ trong đó $A(1; 2; 0), B(3; 0; 8), C(-3; -6; 8)$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên cạnh AB, BC thỏa mãn $AM = BN = \frac{1}{3}BC$. Gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của AN, DM . Tính $P = a + b + c$.

Lời giải



$$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{DM} = \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \right) \cdot \left(\overrightarrow{DA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \right) = 0 \Rightarrow AN \perp DM$$

Ta có $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow N(1; -2; 8)$

Ta có $\triangle AIM$ và $\triangle ABN$ đồng dạng

$$\Rightarrow AI = \frac{AM \cdot AB}{AN} = \frac{1}{\sqrt{10}} AB, AN = \frac{\sqrt{10}}{3} AB \Rightarrow AI = \frac{3}{10} AN$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{3}{10} \overrightarrow{AN} \Rightarrow I\left(1; \frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right) \Rightarrow P = \frac{21}{5}.$$

DẠNG 3: TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ CÁC ỨNG DỤNG CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG



1. PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng biểu thức tọa độ của tích có hướng và ứng dụng.



2. BÀI TẬP.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(-1; 3; 2), C(2; 4; -3)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 1; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; 2; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 + 2 - 4 = 2.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (3\vec{a} - 2\vec{b})^2 &= 9\vec{a}^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 9\vec{a}^2 - 12|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) + 4\vec{b}^2 \\ &= 9 \cdot 12 - 12 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ + 4 \cdot 9 = 36 \\ &\Rightarrow |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 6. \end{aligned}$$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0), B(1; 2; -1), C(0; 1; 1)$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 1; -1), \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1)$.

$$\text{Nên } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{0+0-1}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ.$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Tính góc giữa hai véc tơ đó.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2}} = -\frac{2\sqrt{5}}{15}.$$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

Lời giải

$$(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 10 - 12 - m = 0 \Leftrightarrow -2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x; 0; 1)$, $\vec{v} = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 0)$. Tìm x để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° .

Lời giải

$$\text{Ta có } (\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}x}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{x^2 + 1} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \quad \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow 3.2 + 2.(m-2) - 2.1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u}(1;1;-2)$, $\vec{v}(1;0;m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) &= \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1-2m}{\sqrt{6(1+m^2)}} \Leftrightarrow \sqrt{12(1+m^2)} = 2-4m \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2-4m \geq 0 \\ 12(1+m^2) = (2-4m)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ là

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |\vec{a} + \vec{b}| = 3 &\Leftrightarrow \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 9 \Leftrightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 9 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 9 - 1^2 - 2^2 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 2. \\ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2}{1 \cdot 2} = 1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ. \end{aligned}$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ; |\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 3$

1) Tính $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.

2) Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Lời giải

$$1) \text{ Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -3$$

$$\Rightarrow (\vec{a} - 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 52 \Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = 2\sqrt{13}.$$

$$2) \text{ Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{x} = \vec{a} \cdot (3\vec{a} + 2\vec{b}) = 3\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \text{ và } |\vec{x}| = \sqrt{(3\vec{a} + 2\vec{b})^2} = 6.$$

$$\Rightarrow \cos(\vec{a}; \vec{x}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{x}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{x}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}; \vec{x}) = 60^\circ.$$

Câu 47: Cho ba điểm $A(5; -1; 2)$, $B(1; -3; 7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì ba điểm A, B, M thẳng hàng?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 5)$, $\overrightarrow{AM} = (x-5; y+1; -1)$.

$$\text{Để ba điểm } A, B, M \text{ thẳng hàng thì } \frac{x-5}{-4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-1}{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{29}{5} \\ y = \frac{-3}{5} \end{cases}.$$

Câu 48: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$. Tìm giá trị m để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$$\overrightarrow{AC}(-1; -3; -2), \overrightarrow{MB}(-2-m; -6-m; 2-m)$$

$$|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m-6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m-2)^2 + 24} \geq \sqrt{24}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m-2=0$

Vậy $m=2$ thì $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ nhỏ nhất.

Câu 49: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, Tìm giá trị m để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} = (2-m; 5-m; 1-m), \overrightarrow{MB} = (-2-m; -6-m; 2-m), \overrightarrow{MC} = (1-m; 2-m; -1-m)$$

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m+4)^2 \leq 28$$

Vậy $m=-4$ thì $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 50: Cho ba điểm $A(1; -3)$, $B(-2; 6)$ và $C(4; -9)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vector $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải

* Cách 1: Ta có ba điểm A, B, C không thẳng hàng (do hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương). Gọi $M(m; 0) \in Ox$ và G là trọng tâm $\triangle ABC$ suy ra $G(1; -2)$. Khi đó

$$\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} = 3(1-m; -2)$$

Do đó $|\vec{u}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 3\sqrt{(1-m)^2 + 4} \geq 3 \cdot 2 = 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $M(1; 0)$.

* Cách 2: Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ta có $\overrightarrow{MA} = (1-m; -3)$, $\overrightarrow{MB} = (-2-m; 6)$, $\overrightarrow{MC} = (4-m; -9)$.

$\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (3-3m; -6) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(3-3m)^2 + 36} \geq 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m=1$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Gọi } M(x; y; z) &\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases} \\ \Rightarrow 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2] \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}. \\ \text{Dấu "=" xảy ra} &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1, \text{ khi đó } M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right). \end{aligned}$$

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;-2)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} (1-a) + 2(0-a) + 3(1-a) = 0 \\ (2-b) + 2(1-b) + 3(0-b) = 0 \\ (3-c) + 2(1-c) + 3(-2-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{2}{3} \\ c = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{6}\right).$$

Ta có.

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + IA^2 + 2MI^2 + 4\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + 2IB^2 + 3MI^2 + 6\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IC} + 3IC^2 \\ &= 6MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 \end{aligned}$$

Để $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì MI ngắn nhất.

Mà $M \in (Oxz)$ nên M là hình chiếu vuông góc I của lên (Oxz) .

$$\text{Vậy } M\left(\frac{2}{3}; 0; -\frac{1}{6}\right).$$

Câu 53: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;0)$, $C(1;0;3)$. Gọi M là điểm trong không gian thỏa mãn $MA^2 + MC^2 = MB^2$. Tính MP với $P(3;-2;5)$.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB}$ (*).

Ta có $\overrightarrow{IA} = (2-x; -y; 2-z); \overrightarrow{IB} = (-x; 2-y; -z); \overrightarrow{IC} = (1-x; -y; 3-z)$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x+1-x=-x \\ -y-y=2-y \\ 2-z+3-z=-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2; 5) \equiv P.$$

Suy ra $\overrightarrow{IA} = (-1; 2; -3) \Rightarrow IA^2 = 14; \overrightarrow{IB} = (-3; 4; -5) \Rightarrow IB^2 = 50; \overrightarrow{IC} = (-2; 2; -2) \Rightarrow IC^2 = 12$.

Ta có $MA^2 + MC^2 = MB^2 \Leftrightarrow MA^2 + MC^2 - MB^2 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } MA^2 + MC^2 - MB^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + MI^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IC} - MI^2 - IB^2 - 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} \\ &= MI^2 + (IA^2 + IC^2 - IB^2) + 2\overrightarrow{MI} (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IB}) = 0 \text{ hay} \\ &\Leftrightarrow MP^2 + (14 + 12 - 50) = 0 \Leftrightarrow MP^2 = 24 \Rightarrow MP = 2\sqrt{6}. \end{aligned}$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC
CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** **Câu 20 (101-2023)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
A. $(-1; 4; -5)$. **B.** $(1; -4; 5)$. **C.** $(3; 0; 1)$. **D.** $(3; 0; -1)$.
- Câu 2:** **Câu 2 (104-2023)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
A. $(1; -4; 5)$. **B.** $(3; 0; -1)$. **C.** $(3; 0; 1)$. **D.** $(-1; 4; -5)$.
- Câu 3:** **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là
A. $(-2; -6; 3)$. **B.** $(-4; -8; 4)$. **C.** $(-2; -10; -3)$. **D.** $(-2; -10; 3)$.
- Câu 4:** **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là
A. $(-2; -10; 3)$. **B.** $(-2; -6; 3)$. **C.** $(-4; -8; 4)$. **D.** $(-2; -10; -3)$.
- Câu 5:** **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
A. $(-2; 4; -3)$. **B.** $(2; -4; 3)$. **C.** $(0; 0; 3)$. **D.** $(0; 0; -3)$.
- Câu 6:** **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 2; -5)$ và $\vec{v} = (0; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
A. $(1; -1; 8)$. **B.** $(-1; 0; -2)$. **C.** $(-1; 4; -8)$. **D.** $(1; 0; 2)$.

- Câu 7: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (0; -2; 3)$ và $\vec{v} = (-1; 2; -5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
- A.** $(1; -4; 8)$. **B.** $(-1; 0; -2)$. **C.** $(-1; 4; -8)$. **D.** $(1; 0; 2)$.
- Câu 8: (TK2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A.** $(4; 2; 2)$. **B.** $(2; 1; 1)$. **C.** $(2; 0; -2)$. **D.** $(1; 0; -1)$.
- Câu 9: (Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A.** $(4; -2; 10)$ **B.** $(1; 3; 2)$ **C.** $(2; 6; 4)$ **D.** $(2; -1; 5)$
- Câu 10: (Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
- A.** $OA = \sqrt{5}$ **B.** $OA = 5$ **C.** $OA = 3$ **D.** $OA = 9$
- Câu 11: (Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.
- A.** $D(6; 0; 0), D(12; 0; 0)$ **B.** $D(0; 0; 0), D(6; 0; 0)$
C. $D(-2; 1; 0), D(-4; 0; 0)$ **D.** $D(0; 0; 0), D(-6; 0; 0)$
- Câu 12: (Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- A.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ **B.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ **C.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ **D.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$
- Câu 13: (Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A.** $m = 2$ **B.** $m = -6$ **C.** $m = 0$ **D.** $m = -4$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC
CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** **Câu 20 (101-2023)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
- A. $(-1; 4; -5)$. B. $(1; -4; 5)$. C. $(3; 0; 1)$. D. $(3; 0; -1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (1+2; 2+(-2); -2+3) = (3; 0; 1)$.

- Câu 2:** **Câu 2 (104-2023)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là
- A. $(1; -4; 5)$. B. $(3; 0; -1)$. C. $(3; 0; 1)$. D. $(-1; 4; -5)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} + \vec{v} = (3; 0; 1)$.

- Câu 3:** **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là
- A. $(-2; -6; 3)$. B. $(-4; -8; 4)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(-2; -10; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3\vec{v} = (-3; -6; 3)$.Do đó: $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$.

- Câu 4:** **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là
- A. $(-2; -10; 3)$. B. $(-2; -6; 3)$. C. $(-4; -8; 4)$. D. $(-2; -10; -3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{u} + 3\vec{v} = (1; -4; 0) + 3(-1; -2; 1) = (-2; -10; 3).$$

Câu 5: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (-1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(-2; 4; -3)$. B. $(2; -4; 3)$. C. **$(0; 0; 3)$** . D. $(0; 0; -3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} + \vec{v} = (-1+1; 2-2; 0+3) = (0; 0; 3).$$

Câu 6: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (-1; 2; -5)$ và $\vec{v} = (0; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(1; -1; 8)$. B. **$(-1; 0; -2)$** . C. $(-1; 4; -8)$. D. $(1; 0; 2)$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } \vec{u} + \vec{v} = (-1+0; 2+(-2); -5+3) = (-1; 0; -2)$$

Câu 7: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (0; -2; 3)$ và $\vec{v} = (-1; 2; -5)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(1; -4; 8)$. B. **$(-1; 0; -2)$** . C. $(-1; 4; -8)$. D. $(1; 0; 2)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} + \vec{v} = (-1; 0; -2).$$

Câu 8: (TK2020-2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; 2; 2)$. B. **$(2; 1; 1)$** . C. $(2; 0; -2)$. D. $(1; 0; -1)$.

Lời giải

$$\text{Trung điểm } I \text{ của } AB \text{ có tọa độ là } x_I = \frac{3+1}{2} = 2, y_I = \frac{1+1}{2} = 1, z_I = \frac{2+0}{2} = 1 \Rightarrow I(2; 1; 1).$$

Câu 9: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; -2; 10)$ B. $(1; 3; 2)$ C. $(2; 6; 4)$ D. $(2; -1; 5)$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy $I(2; -1; 5)$.

Câu 10: (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

A. $OA = \sqrt{5}$

B. $OA = 5$

C. $OA = 3$

D. $OA = 9$

Lời giải

Chọn C

$$OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3.$$

Câu 11: (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$

B. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$

C. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$

D. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $D(x; 0; 0) \in Ox$

$$AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 16} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Câu 12: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}.$$

Câu 13: (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 2$

B. $m = -6$

C. $m = 0$

D. $m = -4$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MN}(-3; -2; 2); \overrightarrow{NP}(2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m-2 = -2 \Leftrightarrow m = 0.$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1;2;3); \vec{b}(2;2;-1); \vec{c}(4;0;-4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là
A. $\vec{d}(-7;0;-4)$ **B.** $\vec{d}(-7;0;4)$ **C.** $\vec{d}(7;0;-4)$ **D.** $\vec{d}(7;0;4)$
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(1;2;3)$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là
A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{x} = (2;1;-3)$ và $\vec{y} = (1;0;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.
A. $\vec{a} = (4;1;-1)$. **B.** $\vec{a} = (3;1;-4)$. **C.** $\vec{a} = (0;1;-1)$. **D.** $\vec{a} = (4;1;-5)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1;-1;1)$. **B.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1;1;1)$. **C.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1;1;-1)$. **D.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1;-1;1)$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vectơ $\vec{u}$ là
A. $(-2;3;1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(2;3;1)$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là
A. $(1; 7; 2)$. **B.** $(1; 5; 2)$. **C.** $(3; 7; 2)$. **D.** $(1; 7; 3)$.
- Câu 10:** Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:
A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{a}(2; -3; -1)$. **C.** $\vec{a}(-3; 2; -1)$. **D.** $\vec{a}(2; -1; -3)$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0)$, $\vec{b}(2; 2; 0)$, $\vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng
A. 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1)$, $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(2; 2; 3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(3; 5; 1)$. **D.** $(3; 4; 1)$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(3; 0; -3)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(-1; -2; 3)$. **D.** $(1; -2; 3)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:
A. $(-1; 1; 2)$. **B.** $(-3; 3; -4)$. **C.** $(3; -3; 4)$. **D.** $(1; -1; -2)$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .
A. 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $2\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 3 **D.** $2\sqrt{3}$
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 2; 3)$. Độ dài đoạn AB bằng
A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{5}$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
A. $I(1; 0; 4)$. **B.** $I(2; 0; 8)$. **C.** $I(2; -2; -1)$. **D.** $I(-2; 2; 1)$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 3; 2)$, $B(3; -1; 4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
A. $I(2; -4; 2)$. **B.** $I(4; 2; 6)$. **C.** $I(-2; -1; -3)$. **D.** $I(2; 1; 3)$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(1; 3; 2)$. **B.** $(2; -1; 5)$. **C.** $(2; -1; -5)$. **D.** $(2; 6; 4)$.
- Câu 21:** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
A. $G(0; 0; 3)$. **B.** $G(0; 0; 9)$. **C.** $G(-1; 0; 3)$. **D.** $G(0; 0; 1)$.

- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
- A. $G(2;1;2)$. B. $G(6;3;6)$. C. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. D. $G(2;-1;2)$.
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0), B(-2;3;0), C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:
- A. $(1;2;1)$. B. $(2;0;-1)$. C. $(1;1;1)$. D. $(1;1;-2)$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
- A. $(0;2;3)$. B. $(-1;-2;-3)$. C. $(-1;2;3)$. D. $(1;2;-3)$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz) là
- A. $(1;-2;3)$. B. $(-1;-2;-3)$. C. $(-1;2;3)$. D. $(1;2;-3)$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy) là
- A. $(0;2;3)$. B. $(-1;-2;-3)$. C. $(-1;2;3)$. D. $(1;2;-3)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
- A. $A'(2;3;5)$. B. $A'(2;-3;-5)$. C. $A'(-2;-3;5)$. D. $A'(-2;-3;-5)$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.
- Câu 29:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2;-3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.
- Câu 30:** Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1;-2;3), \vec{b} = (-2;1;2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng
- A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;3); B(-1;2;1); C(3;-1;-2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- A. -6. B. -14. C. 14. D. 6.
- Câu 32:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3), B(-2;-2), C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.
- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3};0;1)$ là
- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.
- Câu 35:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là
- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .
- Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.
- Câu 38:** Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là
- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .
- Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vector $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.
- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$
- Câu 41:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.
- Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc BAC bằng
- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.
- Câu 43:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng
- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.

- Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5), B(5; -5; 7), M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.
A. $x = 4; y = 7$ **B.** $x = -4; y = -7$ **C.** $x = 4; y = -7$ **D.** $x = -4; y = 7$
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1), B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là
A. $M(4; -5; 0)$. **B.** $M(2; -3; 0)$. **C.** $M(0; 0; 1)$. **D.** $M(4; 5; 0)$.
- Câu 47:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 48:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(a; 0; 0); D(0; 2a; 0), A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là
A. $|a|$. **B.** $2|a|$. **C.** $3|a|$. **D.** $\frac{3}{2}|a|$.
- Câu 49:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3), \vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.
A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. **B.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. **C.** $m = 4; n = -3$. **D.** $m = 1; n = 0$.
- Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD, B(3; 0; 8), D(-5; -4; 0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\vec{CA} + \vec{CB}|$ bằng:
A. $10\sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{10}$. **C.** $10\sqrt{6}$. **D.** $5\sqrt{10}$.
- Câu 51:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3); B(2; -4; 5), C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng.
A. -5 **B.** 3 **C.** 1 **D.** -2
- Câu 52:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3), C(7; 4; -2)$ Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì tọa độ điểm E là:
A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ **B.** $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ **D.** $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$
- Câu 53:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2), B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là
A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **B.** $(4; 5; -9)$. **C.** $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. **D.** $(1; -7; 12)$.

- Câu 54:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.
- A. $M(9;-5;7)$. B. $M(9;5;7)$. C. $M(-9;5;-7)$. D. $M(9;-5;-5)$.
- Câu 55:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.
- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AM}{BM} = 2$ C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{AM}{BM} = 3$
- Câu 56:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là
- A. $(1; 1; -2)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(2; 1; -1)$.
- Câu 57:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.
- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4;-3;8)$.
- Câu 58:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.
- A. $M(0;0;3)$. B. $M(0;0;-3)$. C. $M(-8;-4;7)$. D. $M(8;4;-7)$.
- Câu 59:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$
- A. $D(8;7;-1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12;-1;3)$.
- Câu 60:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .
- A. $m = 2$. B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$. C. $m = 2 - \sqrt{6}$. D. $m = 2 + \sqrt{6}$.
- Câu 61:** Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{a} = (5;3;-2)$ và $\vec{b} = (m;-1;m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.
- Câu 62:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$
- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7. D. $\sqrt{39}$.
- Câu 63:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1;2;3); \vec{b}(2;2;-1); \vec{c}(4;0;-4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7;0;-4)$ B. $\vec{d}(-7;0;4)$ C. $\vec{d}(7;0;-4)$ D. $\vec{d}(7;0;4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1-2+2.4; 2-2+2.0; 3+1+2.(-4)) = (7;0;-4)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3;4;1)$. B. $(-1;-2;3)$. C. $(3;5;1)$. D. $(1;2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2-1; 3-1; 2+1) = (1;2;3)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10;-2;13)$. B. $(-2;2;-7)$. C. $(-2;-2;7)$. D. $(-2;2;7)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (4;-6;6)$, $3\vec{b} = (0;6;-3)$, $-2\vec{c} = (-6;2;-10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2;2;-7)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1;2;-3)$. B. $(2;-3;-1)$. C. $(2;-1;-3)$. D. $(-3;2;-1)$.

Lời giải

$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10;-2;13)$. B. $(-2;2;-7)$. C. $(-2;-2;7)$. D. $(-2;2;7)$.

Lời giải

Có $2\vec{a} = (4; -6; 6)$; $3\vec{b} = (0; 6; -3)$; $-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$.

Khi đó: $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. **B.** $\vec{a} = (3; 1; -4)$. **C.** $\vec{a} = (0; 1; -1)$. **D.** $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{y} = (2; 0; -2)$.

$\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2 + 2; 1 + 0; -3 - 2) = (4; 1; -5)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. **B.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$. **C.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. **D.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vectơ $\vec{u}$ là

A. $(-2; 3; 1)$. **B.** $(2; 3; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(2; 3; 1)$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2; 3; -1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(1; 7; 2)$. **B.** $(1; 5; 2)$. **C.** $(3; 7; 2)$. **D.** $(1; 7; 3)$.

Lời giải

Có $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, gọi $\vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2.1 + (-1) = 1 \\ c_2 = 2.2 + 3 = 7 \\ c_3 = 2.1 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = (1; 7; 2)$

Câu 10: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{a}(2; -3; -1)$. **C.** $\vec{a}(-3; 2; -1)$. **D.** $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(x; y; z)$ nên $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A.** 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chon C

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$.

Vậy $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(2;2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(2;2;3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(3; 0; -3)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(-1; -2; 3)$. **D.** $(1; -2; 3)$.

Lời giải

$$A(2;-1;0), B(1;1;-3)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1-2; 1+1; -3-0) = (-1; 2; -3).$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; -2; 1), B(1; -1; 3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

- A.** $(-1; 1; 2) \dots$ **B.** $(-3; 3; -4) \dots$ **C.** $(3; -3; 4) \dots$ **D.** $(1; -1; -2) \dots$

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A.** 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A.** $2\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 3 **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;2;3)$. Độ dài đoạn AB bằng

- A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{6}.$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A.** $I(1;0;4)$. **B.** $I(2;0;8)$. **C.** $I(2;-2;-1)$. **D.** $I(-2;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4)$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

- A.** $I(2;-4;2)$. **B.** $I(4;2;6)$. **C.** $I(-2;-1;-3)$. **D.** $I(2;1;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;3).$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A.** $(1;3;2)$. **B.** $(2;-1;5)$. **C.** $(2;-1;-5)$. **D.** $(2;6;4)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB, \text{ ta có: } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+7}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5).$$

Câu 21: Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(-1;2;5), C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(0;0;3)$. **B.** $G(0;0;9)$. **C.** $G(-1;0;3)$. **D.** $G(0;0;1)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2+2+0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0;0;3)$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G(2;1;2)$. **B.** $G(6;3;6)$. **C.** $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **D.** $G(2;-1;2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;2).$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0), B(-2;3;0), C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

- A.** $(1;2;1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(1;1;-2)$.

Lời giải

Giả sử $G(x, y, z)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+(-2)+0}{3} = 1 \\ y = \frac{-2+3+2}{3} = 1 \\ z = \frac{0+0+3}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;1).$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A.** $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0;2;3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-1;2;3)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz) là

- A.** $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oxz) \Rightarrow H(1;0;3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(1;-2;3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy) là

- A.** $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(1;2;0)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(1;2;-3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A.** $A'(2;3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(-2;-3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;5)$ lên Oy . Suy ra $H(0;-3;0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2;-3;-5).$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Câu 29: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3)$.

Do đó, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.2 + 3.(-1) = -1$.

Câu 30: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A.** 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5) \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1.(-2) + (-1).1 + 5.2 = 11$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(-1; 2; 1); C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A.** -6. **B.** -14. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; -2); \overrightarrow{AC} = (2; -3; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$

Câu 32: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A.** $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ **B.** $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ **C.** $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ **D.** $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$.

Khi đó: $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3.2 + 5.2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A.** 120° . **B.** 60° . **C.** 150° . **D.** 30° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Vậy: $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A.** $\frac{3}{13}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3.5 + 4.0 + 0.12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}.$$

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{i} = (1; 0; 0)$$

$$\Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } (\vec{u}, \vec{i}) = 150^\circ.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.

Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC.$$

$$\text{Nên diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-15}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}.$$

Câu 38: Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .

Lời giải

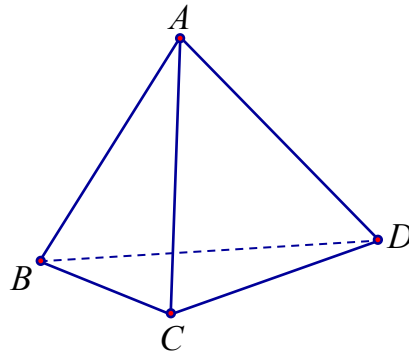
Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.** $AB \perp BD$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $AB \perp AC$. **D.** $AB \perp CD$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A.** $m = -5$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -2$

Lời giải

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

- A.** $m = 4$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc BAC bằng

- A.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} \text{ với } \overrightarrow{AB} = (1; 5; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 4; -1).$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2)(-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

- A.** $x + y = 1$. **B.** $x + y = 17$. **C.** $x + y = -\frac{11}{5}$. **D.** $x + y = \frac{11}{5}$.

Lời giải

Có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1; y-2; 1)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x + y = 1.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. **B.** $m = 4; n = -3$. **C.** $m = 1; n = 0$. **D.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } m = 7; n = -\frac{3}{4}$$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

A. $x = 4; y = 7$ **B.** $x = -4; y = -7$ **C.** $x = 4; y = -7$ **D.** $x = -4; y = 7$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$. **B.** $M(2; -3; 0)$. **C.** $M(0; 0; 1)$. **D.** $M(4; 5; 0)$.

Lời giải

Ta có $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$; $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1)$; $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; -1)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương, khi đó: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Vậy $M(4; -5; 0)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$

Khi đó $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$ và $|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$

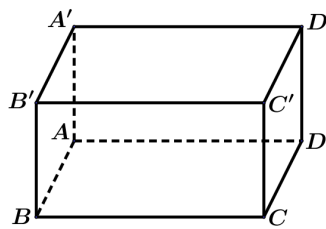
$$\text{Do đó } |\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$; $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$.

Suy ra $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|$.

Vậy độ dài đoạn thẳng $AC' = 3|a|$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.

Lời giải

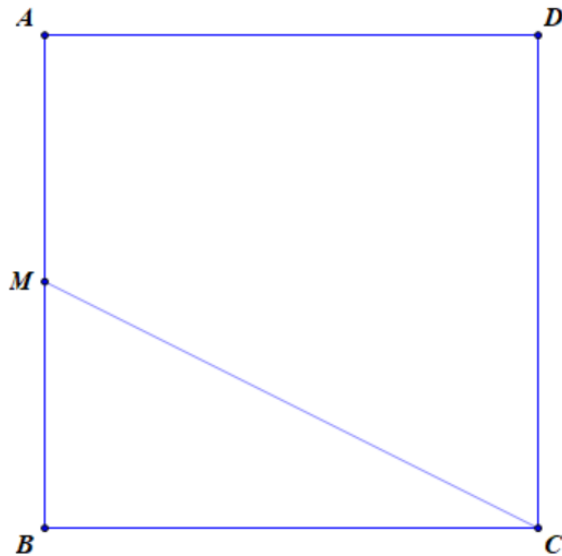
Các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = \frac{-3}{4} \end{cases}.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\vec{CA} + \vec{CB}|$ bằng:

- A.** $10\sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{10}$. **C.** $10\sqrt{6}$. **D.** $5\sqrt{10}$.

Lời giải



$$\vec{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow BD = 12 \Rightarrow AB = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}.$$

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow MC = 3\sqrt{10}$.

$$|\vec{CA} + \vec{CB}| = |2\vec{CM}| = 2CM = 6\sqrt{10}.$$

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng.

- A.** -5 **B.** 3 **C.** 1 **D.** -2

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = -2$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

- A.** $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ **B.** $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ **C.** $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ **D.** $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $E(x; y; z)$

Ta có: $\overrightarrow{CE} = (x-7; y-4; z+2)$; $2\overrightarrow{EB} = (2-2x; 4-2y; -6-2z)$

$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 = 2-2x \\ y-4 = 4-2y \\ z+2 = -6-2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- A.** $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ **B.** $(4; 5; -9)$ **C.** $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$ **D.** $(1; -7; 12)$

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Vì M thuộc đoạn AB nên:

$$\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(2-x) \\ 1-y = -2(-3-y) \\ -2-z = -2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \\ z = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A.** $M(9; -5; 7)$ **B.** $M(9; 5; 7)$ **C.** $M(-9; 5; -7)$ **D.** $M(9; -5; -5)$

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{AM} = (x; y-1; z+2)$; $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$.

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y-1 = -6 \\ z+2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \\ z = 7 \end{cases}. \text{ Vậy } M(9; -5; 7).$$

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{AM}{BM} = 2$

C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$

D. $\frac{AM}{BM} = 3$

Lời giải

Chọn A

$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$; $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM} = (x+2; -3; z-1)$ và

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow BM = 2AB.$$

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

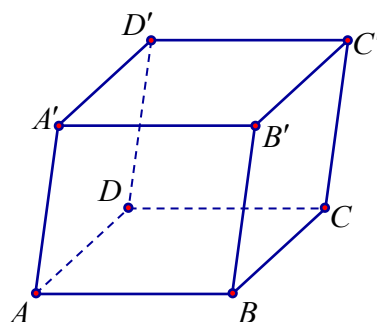
A. $(1; 1; -2)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(1; 2; -1)$.

D. $(2; 1; -1)$.

Lời giải



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y-3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3-y'; -3-z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0+3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2).$$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}. \text{ Do đó: } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

Câu 57: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. **B.** $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. **C.** $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. **D.** $M(4; -3; 8)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - 3x_B}{1-3} = 4 \\ y_M = \frac{y_A - 3y_B}{1-3} = -3 \\ z_M = \frac{z_A - 3z_B}{1-3} = 8 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3; 8).$$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

A. $M(0; 0; 3)$. **B.** $M(0; 0; -3)$. **C.** $M(-8; -4; 7)$. **D.** $M(8; 4; -7)$.

Lời giải

$$\text{Gọi điểm } M(x; y; z). \text{ Khi đó: } \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2(-2 - x) \\ y - 2 = 2(-1 - y) \\ z - 1 = 2(4 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\Delta ABC}$

- A. $D(8;7;-1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12;-1;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC).d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC). \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}.$$

$$\Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC).S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC.$$

Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overline{AD} = 2\overline{BC}$ (1).

$$\overline{BC} = (-5; -2; 1), \overline{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1).$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}.$$

Vậy $D(-12;-1;3)$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2$. B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$. C. $m = 2 - \sqrt{6}$. D. $m = 2 + \sqrt{6}$.

Lời giải

$$+ (\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3 = 1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}.$$

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3m-9}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{2m^2+6m+10}}.$$

Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù khi và chỉ khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow 3m-9 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 62: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$.

Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7 . D. $\sqrt{39}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \left(\left| \vec{u} + \vec{v} \right| \right)^2 &= \left(\vec{u} + \vec{v} \right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = \left| \vec{u} \right|^2 + 2\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{v} \right| \cos(\vec{u}; \vec{v}) + \left| \vec{v} \right|^2 \\ &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 5^2 = 19. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \left| \vec{u} + \vec{v} \right| = \sqrt{19}.$$

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$.

Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \quad \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m-2) - 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 0$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



IV

HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Với các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tùy ý khác vectơ không.

a) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 2\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c}$.

c) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$.

b) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(1; 1; 4)$.

c) $I(-1; 0; 0)$ là tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $2\vec{a} = (4; 2; 0)$.

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

c) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (0; -6; -4)$.

d) $\vec{a}$ cùng phương $\vec{c}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(-1;3;0)$.

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng $(0;1;1)$.

b) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (2;-4;2)$.

c) Tọa độ vector $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

d) Tọa độ vector $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-2;4;-2)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$.

a) Tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b} = (1;2;3)$.

b) Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 6.

c) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

D. Cosin góc giữa vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\frac{\sqrt{51}}{51}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-2;1;-3), \vec{b} = (-1;-3;2)$ và điểm $A(4;6;-3)$.

a) Tọa độ vector $\vec{a} - 2\vec{b} = (0;1;-1)$.

b) Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

c) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương hướng.

d) Góc giữa vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1;1;0), \vec{b} = (1;1;0), \vec{c} = (1;1;1)$.

a) Độ dài vector $\vec{a}$ bằng $\sqrt{2}$.

b) Vector $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{a}$.

c) Vector $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{c}$.

d) Tọa độ vector $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ bằng $(-2;4;-1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;1), B(2;1;3), C(-1;3;-2)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{5}{3}; 2; \frac{2}{3}\right)$.

b) Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB bằng $\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (1;4;-4)$.

d) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$, $C(9;2;y)$.

- a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.
- b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.
- c) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = 13, y = -1$.
- d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3x + 2y + 41$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$.

- a) $3\vec{a} = (1; 6; 9)$.
- b) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 4; 2)$.
- c) $\vec{a} - \vec{c} = (3; -2; -7)$.
- d) $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (7; 0; -4)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$.

- a) Tọa độ vector $\vec{a} = (-1; 3; 4)$.
- b) Cosin góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ bằng $\frac{1}{2}$.
- c) Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ bằng 14.
- d) Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; -4)$, $\vec{c} = (-1; -3; 3)$.

- a) $\vec{a} = 2\vec{b}$.
- b) $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$.
- c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$
- d) $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-4; -19; 23)$.

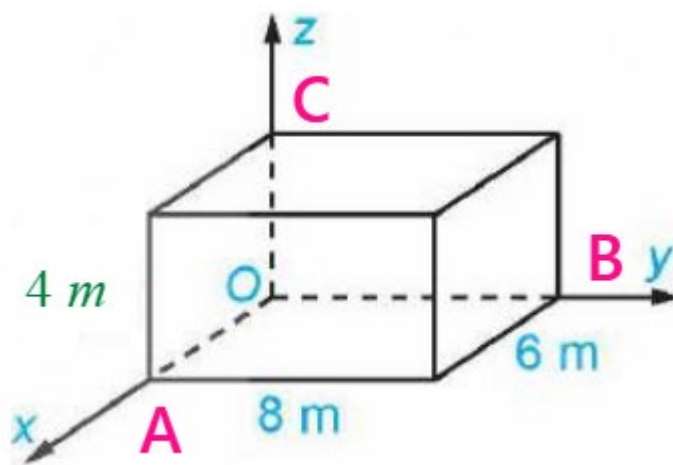
Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn vector $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

- a) $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.
- b) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
- c) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.
- d) Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3$ và $(\vec{a}, \vec{b})=60^\circ$.

- a) $\vec{a}\vec{b}=\sqrt{3}$.
- b) $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{19}$.
- c) $|\vec{a}-\vec{b}|=7$
- d) $|\vec{a}-2\vec{b}|=28$.

Câu 15: Một phòng học có thiết kế dạng hình chữ nhật với chiều dài $8m$; chiều rộng $6m$ và chiều cao $4m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (như hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét.



- a) $A \in Ox \Rightarrow A(8;0;0)$.
- b) $B \in Oy \Rightarrow B(0;6;0)$.
- c) $C \in Oz \Rightarrow C(6;6;3)$.
- d) Tọa độ của điểm treo đèn có tọa độ $(4;3;1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-1;0;3)$ và $\vec{b}=(2;2;5)$.

- a) $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 23$.
- b) $|\vec{a}|=10$.
- c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{13\sqrt{330}}{330}$.
- d) $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{493}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 3)$.
- b) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G(1, -1, 0)$.
- c) Tọa độ điểm C là $C(3, 3, 0)$.
- d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $K(2, -1, 2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(2; 3; 2)$, $B(6; -1; -2)$, $C(-1; -4; 3)$, $D(1; 6; -5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$.
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -4$.
- c) Tổng chu vi các mặt của tứ diện gần bằng 106,95.
- d) Tọa độ điểm M trên CD sao cho tam giác AMB có chu vi nhỏ nhất là $M(0; 1; -1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $S(1; 2; 3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tam giác ABC là tam giác vuông.
- b) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.
- c) Tọa độ điểm C là $C(7, 0, 0)$.
- d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{343}{36}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$.

- a) Tâm I hình vuông $ABCD$ có tọa độ là $I(-1; -2; -4)$.
- b) Biết $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = (a; b; c)$. Suy ra $a + b - c$ bằng -4 .
- c) Diện tích của hình vuông $ABCD$ bằng 144 (đơn vị diện tích).
- d) Biết đỉnh $A(m; n; 0)$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng $6\sqrt{10}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5;3;-1), B(2;3;-4), C(3;1;-2)$

- a) Trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{7}{2}; 3; \frac{-5}{2}\right)$.
- b) Tam giác ABC vuông cân tại C .
- c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $9 + 2\sqrt{6}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.
- b) Tọa độ trọng tâm G là $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$.
- c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$.
- d) Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Giá trị biểu thức $P = 15a + 30b + 75c$ bằng 50.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



IV

HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Với các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tùy ý khác vectơ không.

a) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 2\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c}$.

c) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Lời giải

a) **Đúng:** Tích vô hướng có tính chất phân phối đối với phép cộng.

b) **Đúng:** Tích vô hướng có tính chất phân phối đối với phép cộng.

c) **Sai.** Chọn $\vec{a} = (1; 1; 0)$, $\vec{b} = (0; 1; 1)$, $\vec{c} = (1; 0; 1)$.

Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \Rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = (1; 1; 0)$.

Suy ra : $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

d) **Đúng:** Từ định nghĩa của tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$, ta suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$.

b) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(1; 1; 4)$.

c) $I(-1; 0; 0)$ là tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$

Lời giải

a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$

b) Gọi $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$. Vậy $D(1; 1; 4)$.

c) $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0-2}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \end{cases}$ Nên $I(-1; 0; 0)$.

d) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$
 $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; 1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 + 8 - 2 = 8$.

a) Sai: $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$

b) Đúng: $ABCD$ là hình bình hành khi $D(1; 1; 4)$.

c) Đúng: $I(-1; 0; 0)$.

d) Sai: Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $2\vec{a} = (4; 2; 0)$.

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

c) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (0; -6; -4)$.

d) $\vec{a}$ cùng phương $\vec{c}$.

Lời giải

a) $2\vec{a} = 2(2; 1; 0) = (4; 2; 0)$

$$b) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 2^2}} = \frac{-2}{5}.$$

$$c) \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (0; -6; -4)$$

$$d) \text{Ta có } \frac{2}{1} \neq \frac{1}{7} \neq \frac{0}{2},$$

$\vec{a}$ không cùng phương $\vec{c}$

$$a) \text{Đúng: } 2\vec{a} = (4; 2; 0)$$

$$b) \text{Sai: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-2}{5}$$

$$c) \text{Đúng: } \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (0; -6; -4)$$

$$d) \text{Sai: } \vec{a} \text{ không cùng phương } \vec{c}.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$.

$$a) \text{Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng } (0; 1; 1).$$

$$b) \text{Tọa độ vector } \overrightarrow{AB} = (2; -4; 2).$$

$$c) \text{Tọa độ vector } \overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}.$$

$$d) \text{Tọa độ vector } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-2; 4; -2)$$

Lời giải

$$a) \text{Đúng. Vì } \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 - 1}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \end{cases} \text{ Vậy tọa độ trung điểm là } (0; 1; 1).$$

$$b) \text{Sai. Vì } \overrightarrow{AB} = (-2; 4; -2).$$

$$c) \text{Sai. Vì } \overrightarrow{OA} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}.$$

$$d) \text{Sai. Vì } \begin{cases} \overrightarrow{OA} = (1; -1; 2) \\ \overrightarrow{OB} = (-1; 3; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (0; 4; -2) \neq (-2; 4; -2)$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$.

$$a) \text{Tọa độ vector } \vec{a} - \vec{b} = (1; 2; 3).$$

$$b) \text{Tích vô hướng của hai vector } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ bằng 6.}$$

$$c) \text{Hai vector } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ không cùng phương.}$$

D. Cosin góc giữa vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\frac{\sqrt{51}}{51}$

Lời giải

a) Đúng. Vì $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3)$.

b) Sai. Vì $\vec{a}\vec{b} = 2.1 + 3.1 - 2.1 = 3$

c) Đúng. Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{2}{-1}$.

d) Sai. Vì $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{2.1 + 3.1 - 2.1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{51}}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$ và điểm $A(4; 6; -3)$.

a) Tọa độ vectơ $\vec{a} - 2\vec{b} = (0; 1; -1)$.

b) Tọa độ điểm $B(2; 7; -6)$ thì $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương hướng.

d) Góc giữa vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° .

Lời giải

a) Sai. Vì $\vec{a} - 2\vec{b} = (0; 7; -7)$.

b) Đúng. Vì $\vec{a} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = x_B - 4 \\ 1 = y_B - 6 \\ -3 = z_B + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 7 \\ z_B = -6 \end{cases} \Rightarrow B(2; 7; -6)$.

c) Sai. Vì $\frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{-3} \neq \frac{-3}{2}$.

d) Đúng. Vì $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-2.(-1) + (-3).1 + (-3).2}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$.

a) Độ dài vectơ $\vec{a}$ bằng $\sqrt{2}$.

b) Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{a}$.

c) Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{c}$.

d) Tọa độ vectơ $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ bằng $(-2; 4; -1)$.

Lời giải

a) Đúng. Vì $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0} = \sqrt{2}$.

b) Đúng. Vì $\vec{ab} = (-1).1 + 1.1 + 0 = 0$

c) Sai. Vì $\vec{bc} = 1.1 + 1.1 + 0.1 = 2$.

d) Đúng. Vì $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (-2; 4; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 1)$, $B(2; 1; 3)$, $C(-1; 3; -2)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{5}{3}; 2; \frac{2}{3}\right)$.

b) Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB bằng $\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (1; 4; -4)$.

d) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC $\left(\frac{4+2-1}{3}; \frac{2+1+3}{3}; \frac{1+3-2}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}; 2; \frac{2}{3}\right)$.

b) Đúng. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB $\left(\frac{4+2}{2}; \frac{2+1}{2}; \frac{1+3}{2}\right) = \left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$.

c) Đúng. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-4 = -1-x_D \\ 1-2 = 3-y_D \\ 3-1 = -2-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 4 \\ z_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(1; 4; -4).$$

d) Sai. Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; -1; 2) \\ \overrightarrow{AC} = (-5; 1; -3) \end{cases}$. Ta có: $\frac{-2}{-5} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{2}{-3} \Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$.

a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.

b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.

c) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = 13; y = -1$.

d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3x + 2y + 41$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

$$\text{Để ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x - 5 = k(-3) \\ 2 = k(y + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy $x + y = 5$.

$$\text{b) Sai. Ta có: } \begin{cases} \frac{3+7+9}{3} = \frac{19}{3} \\ \frac{5+x+2}{3} = \frac{8}{3} \\ \frac{-1+1+y}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases}.$$

c) Đúng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2), \overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1)$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = 13 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\text{d) Đúng. Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1) = -3x + 2y + 41.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$.

$$\text{a) } 3\vec{a} = (1; 6; 9).$$

$$\text{b) } \vec{a} + \vec{b} = (3; 4; 2).$$

$$\text{c) } \vec{a} - \vec{c} = (3; -2; -7).$$

$$\text{d) } \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (7; 0; -4).$$

Lời giải

$$\text{a) Sai. Vì } 3\vec{a} = 3(1; 2; 3) = (3; 6; 9)$$

$$\text{b) Đúng. Vì } \vec{a} + \vec{b} = (1+2; 2+2; 3-1) = (3; 4; 2).$$

$$\text{c) Sai. Vì } \vec{a} - \vec{c} = (1-4; 2-0; 3+4) = (-3; 2; 7).$$

$$\text{d) Đúng. Vì } \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1-2+2 \cdot 4; 2-2+2 \cdot 0; 3-(-1)+2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4).$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$.

$$\text{a) Tọa độ vector } \vec{a} = (-1; 3; 4).$$

$$\text{b) Cosin góc giữa hai vector } \vec{a}, \vec{b} \text{ bằng } \frac{1}{2}.$$

$$\text{c) Tích vô hướng của hai vector } \vec{a}, \vec{b} \text{ bằng } 14.$$

d) Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng. Dựa theo định nghĩa suy ra $\vec{a} = (-1; 3; 4)$.

b) Sai. Vì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1}{\sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{2^2 + 4^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{546}}{39}$.

c) Đúng. Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 14$.

d) Sai. Vì tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác 0.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2), \vec{b} = (1; 2; -4), \vec{c} = (-1; -3; 3)$.

a) $\vec{a} = 2\vec{b}$.

b) $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$.

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$

d) $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-4; -19; 23)$.

Lời giải

a) Sai. Vì $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng hướng.

b) Sai. Vì $\begin{cases} |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3 \\ |\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{21} \end{cases} \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{3\sqrt{21}}{21} |\vec{b}|$

c) Đúng. Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-4) = 12$.

d) Đúng.

Ta có $2\vec{a} = (4; 2; -4), -3\vec{b} = (-3; -6; 12), 5\vec{c} = (-5; -15; 15)$

Vậy $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-4; -19; 23)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn vectơ $\vec{a} = (2; 3; 1), \vec{b} = (-1; 5; 2), \vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$.

a) $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

b) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

d) Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Đặt } \vec{x} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}.$$

Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

b) Sai. Vì $\frac{2}{-1} = \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$.

c) Đúng. Vì $\frac{2}{-1} \neq \frac{3}{5} \neq \frac{1}{2}$.

d) Sai. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 15$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$.

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$.

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$.

c) $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$

d) $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 28$.

Lời giải

a) Sai. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 3$

b) Đúng. $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$

$$= \vec{a}^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) + \vec{b}^2$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ + 3^2 = 19$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}.$$

c) Sai. $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$

$$= \vec{a}^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) + \vec{b}^2$$

$$= 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ + 3^2 = 7$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}.$$

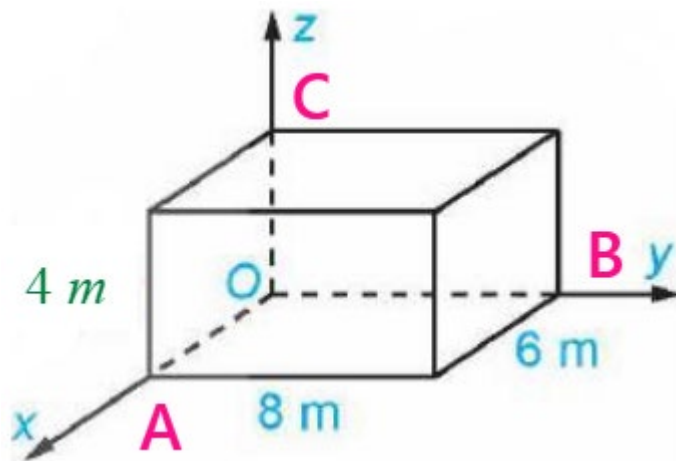
d) Sai. $|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2$

$$= \vec{a}^2 - 4|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) + 4\vec{b}^2$$

$$= 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 3^2 = 28$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{28}.$$

Câu 15: Một phòng học có thiết kế dạng hình chữ nhật với chiều dài $8m$; chiều rộng $6m$ và chiều cao $4m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (như hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét.



a) $A \in Ox \Rightarrow A(8;0;0)$.

b) $B \in Oy \Rightarrow B(0;6;0)$.

c) $C \in Oz \Rightarrow C(6;6;3)$.

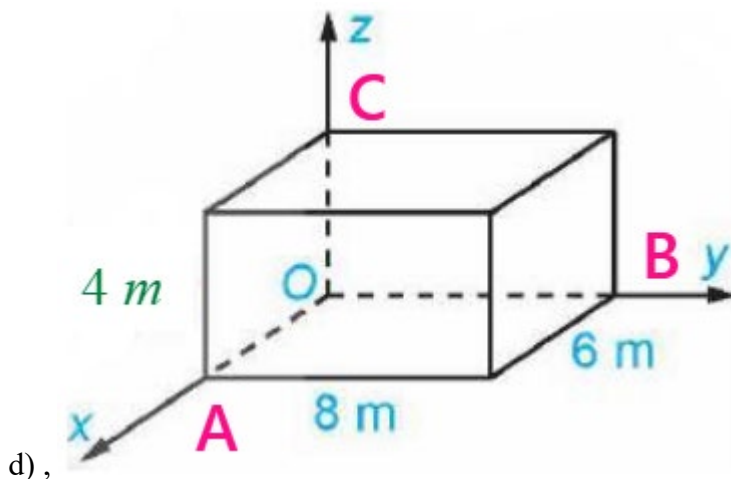
d) Tọa độ của điểm treo đèn có tọa độ $(4;3;1)$.

Lời giải

a) $A \in Ox \Rightarrow A(6;0;0)$

b) $B \in Oy \Rightarrow B(0;8;0)$

c) $C \in Oz \Rightarrow C(0;0;4)$



$$F(6;8;4).$$

Vị trí treo đèn là trung điểm K của CF và $K(3;4;4)$

a) Sai: $A \in Ox \Rightarrow A(6;0;0)$

b) Sai: $B \in Oy \Rightarrow B(0;8;0)$

c) Sai: $C \in Oz \Rightarrow C(0;0;4)$

d) Sai: Tọa độ của điểm treo đèn có tọa độ $K(3;4;4)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (2; 2; 5)$.

a) $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 23$.

b) $|\vec{a}| = 10$.

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{13\sqrt{330}}{330}$.

d) $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{493}$.

Lời giải

a) **Đúng**

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 8)$. Suy ra $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23$.

b) **Sai.** $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

c) **Đúng:** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 5}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 5^2}} = \frac{13}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{33}} = \frac{13\sqrt{330}}{330}$.

d) **Đúng.** $2\vec{a} = (-2; 0; 6)$

$$3\vec{b} = (6; 6; 15)$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (4; 6; 21) \Rightarrow |2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 21^2} = \sqrt{493}.$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 3)$.

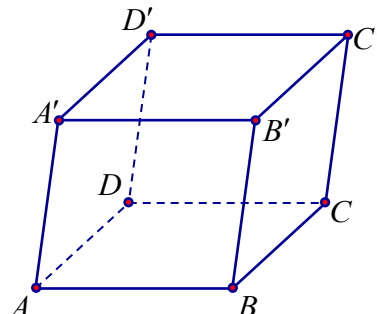
b) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G(1, -1, 0)$.

c) Tọa độ điểm C là $C(3, 3, 0)$.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $K(2, -1, 2)$.

Lời giải

- a) Sai.
b) Sai.
c) Đúng.
d) Sai.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y-3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y-3; z) = (3; 0; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3-y'; -3-z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (0; 3; 0) = (-x'; 3-y'; -3-z') \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0+3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0+3) = (3; 0; 0) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{0+0+0}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 0).$$

$$K \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C \Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_K = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_K = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow K(2; 1; -2).$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(2; 3; 2)$, $B(6; -1; -2)$, $C(-1; -4; 3)$, $D(1; 6; -5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$.
b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -4$.

c) Tổng chu vi các mặt của tứ diện gần bằng 106,95.

d) Tọa độ điểm M trên CD sao cho tam giác AMB có chu vi nhỏ nhất là $M(0;1;-1)$.

Lời giải

a) Sai.

b) Sai.

c) Đúng.

d) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} = (4; -4; -4) \quad \overrightarrow{AC} = (-3; -7; 1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \cdot (-3) - 4 \cdot (-7) - 4 \cdot 1 = -12 + 28 - 4 = 12$$

Có $AB = 4\sqrt{3}, BC = BD = \sqrt{83}, AC = AD = \sqrt{59}, CD = 2\sqrt{42}$ nên tổng chu vi gần bằng 106,95

Gọi tọa độ điểm $M(x; y; z)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (4; -4; -4), \overrightarrow{CD} = (2; 10; -8), \overrightarrow{CM} = (x+1; y+4; z-3)$$

Do AB có độ dài không đổi, nên chu vi của tam giác AMB nhỏ nhất khi và chỉ khi $AM + MB$ đạt nhỏ nhất.

$$\text{Vì } M \text{ trên } CD \Rightarrow \overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = -4 + 10k \\ z = 3 - 8k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow M(-1 + 2k; -4 + 10k; 3 - 8k) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3 + 2k; -7 + 10k; 1 - 8k)$$

$$\overrightarrow{BM} = (2k - 7; -3 + 10k; 5 - 8k)$$

$$\text{suy ra } AM + BM = \sqrt{168k^2 - 168k + 59} + \sqrt{168k^2 - 168k + 83}$$

$$= \sqrt{168\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + 17} + \sqrt{168\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + 41} \geq \sqrt{17} + \sqrt{41}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $k = \frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} x = -1 + 2k = 0 \\ y = -4 + 10k = 1 \\ z = 3 - 8k = -1 \end{cases} \Rightarrow M(0; 1; -1)$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $S(1; 2; 3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tam giác ABC là tam giác vuông.

b) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

c) Tọa độ điểm C là $C(7, 0, 0)$.

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{343}{36}$.

Lời giải

a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Đúng.

Ta đặt $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

$$\overrightarrow{SA} = (a-1; -2; -3); \overrightarrow{SB} = (-1; b-2; -3); \overrightarrow{SC} = (-1; -2; c-3).$$

Vì SA , SB , SC đôi một vuông góc nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SB} \\ \overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SC} \\ \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=14 \\ 2b+3c=14 \\ a+3c=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=\frac{7}{2} \\ c=\frac{7}{3} \end{cases}.$$

Do SA , SB , SC đôi một vuông góc, nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{343}{36}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$.

a) Tâm I hình vuông $ABCD$ có tọa độ là $I(-1; -2; -4)$.

b) Biết $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = (a; b; c)$. Suy ra $a + b - c$ bằng -4 .

c) Diện tích của hình vuông $ABCD$ bằng 144 (đơn vị diện tích).

d) Biết đỉnh $A(m; n; 0)$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng $6\sqrt{10}$.

Lời giải

a) Sai:

Ta có tâm I hình vuông $ABCD$ là trung điểm của đoạn BD nên có tọa độ là $I(-1; -2; 4)$.

b) Đúng:

Theo quy tắc hình bình hành suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow a = -8; b = -4; c = -8$.

Do đó $a + b - c = (-8) + (-4) - (-8) = -4$.

c) Sai:

Ta có $BD = 12$ và $ABCD$ là hình vuông nên $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{1}{2} BD^2 = \frac{1}{2} \cdot 12^2 = 72$.

d) Đúng:

Ta có trung điểm BD là $I(-1; -2; 4)$, $BD = 12$ và điểm $A(m; n; 0)$.

$$\begin{aligned} \text{Do } ABCD \text{ là hình vuông} &\Rightarrow \begin{cases} AB^2 = AD^2 \\ AI^2 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + n^2 + 8^2 = (m+5)^2 + (n+4)^2 \\ (m+1)^2 + (n+2)^2 + 4^2 = 36 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 - 2m \\ (m+1)^2 + (6-2m)^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = \frac{17}{5} \\ n = \frac{-14}{5} \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0) \text{ hoặc } A\left(\frac{17}{5}; \frac{-14}{5}; 0\right) \end{aligned}$$

(loại). Với $A(1; 2; 0) \Rightarrow C(-3; -6; 8)$.

Suy ra $\overrightarrow{CA} = (4; 8; -8)$, $\overrightarrow{CB} = (6; 6; 0) \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = (10; 14; -8)$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = \sqrt{10^2 + 14^2 + (-8)^2} = 6\sqrt{10}.$$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(3; 1; -2)$

a) Trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{7}{2}; 3; \frac{-5}{2}\right)$.

b) Tam giác ABC vuông cân tại C .

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $9 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải

a) Đúng:

Trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{7}{2}; 3; \frac{-5}{2}\right)$.

b) Đúng:

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -3) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2; -2; -1) \Rightarrow AC = 3$$

$$\overrightarrow{BC} = (1; -2; 2) \Rightarrow BC = 3$$

Suy ra $AC = BC = 3$ và $AC^2 + BC^2 = AB^2$ nên tam giác ABC vuông cân tại C .

c) Đúng:

Vì tam giác ABC vuông cân tại C nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

d) Sai:

Do tam giác ABC vuông cân tại C nên suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}CA.CB}{\frac{1}{2}(AB+BC+CA)} = \frac{3.3}{3\sqrt{2}+3+3} = \frac{6-3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

b) Tọa độ trọng tâm G là $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$.

d) Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Giá trị biểu thức $P = 15a + 30b + 75c$ bằng 50.

Lời giải

a) Sai:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; -1)$.

b) Đúng:

Tọa độ trọng tâm G là $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$.

c) Đúng:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; -1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; -2; -3)$ nên

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-3) \cdot (-1) + (-1) \cdot (-2) + (-1) \cdot (-3) = 3 + 2 + 3 = 8.$$

d) Đúng:

Ta có $I(x; y; z)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Leftrightarrow AI = BI = CI, I \in (ABC)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ CI^2 = BI^2 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{15} \\ y = \frac{61}{30} \\ z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{14}{15}; \frac{61}{30}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = 50.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1:** Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2; 5)$ và $\vec{b} = (3m + 2; 3; 6 - n)$. Tính giá trị biểu thức $6m + 2n$ để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau.
- Câu 2:** Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 1; 1)$. Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Tính giá trị biểu thức $x_0 + y_0 + z_0$.
- Câu 3:** Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; -1; 1), B(3; 1; 2)$ và $C(-1; 0; 3)$. Có bao nhiêu điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang có 2 cạnh đáy AB, CD và có góc tại D bằng 45° .
- Câu 4:** Trong không gian Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(2; 0; 0), B(0; 3; 1), C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .
- Câu 5:** Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 - c^2$.
- Câu 6:** Trong không gian Oxy , cho hai điểm trên trục hoành mà khoảng cách từ đó đến điểm $M(-3; 4; 8)$ bằng 12. Tính tổng hai hoành độ của chúng.
- Câu 7:** Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 5; -3), \vec{b} = (0; -4; 0)$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$.
- Câu 8:** Trong không gian Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; m; 2), \vec{b} = (m + 1; 2; 1), \vec{c} = (0; m - 2; 2)$. Tổng các giá trị thực của tham số m để $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{c}|$.
- Câu 9:** Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -1; 0), \vec{b} = (2; 2t - 1; 0)$. Xác định giá trị t để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.
- Câu 10:** Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; -2), \vec{b} = (-1; -1; 0)$. Số đo độ của góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$?

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2; 5)$ và $\vec{b} = (3m + 2; 3; 6 - n)$. Tính giá trị biểu thức $6m + 2n$ để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{a}, \vec{b} \Leftrightarrow \frac{3m+2}{3} = \frac{3}{2} = \frac{6-n}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{6} \\ n = \frac{-3}{2} \end{cases} \Rightarrow 6m + 2n = 2.$$

Câu 2: Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 1; 1)$. Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Tính giá trị biểu thức $x_0 + y_0 + z_0$.

Lời giải

Điểm $M \in (Oyz) \Rightarrow M(0; y; z)$

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (-1; y-2; z-3)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(0; 3; 5)$

Suy ra $x_0 + y_0 + z_0 = 8$.

Câu 3: Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; -1; 1)$, $B(3; 1; 2)$ và $C(-1; 0; 3)$. Có bao nhiêu điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang có 2 cạnh đáy AB, CD và có góc tại D bằng 45° .

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$

$\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$, $\overrightarrow{DC} = (-1-x; -y; 3-z)$

Tứ giác $ABCD$ là hình thang có 2 cạnh đáy AB, CD nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{-1-x}{2} = \frac{-y}{2} = \frac{3-z}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = 2z - 7 \\ y = 2z - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AD} = (x-1; y+1; z-1) \\ \overrightarrow{CD} = (x+1; y; z-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AD} = (2z-8; 2z-5; z-1) \\ \overrightarrow{CD} = (2z-6; 2z-6; z-3) \end{cases}$$

$$\cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}) = \frac{9(z-3)^2}{\sqrt{9(z^2-6z+10)} \cdot \sqrt{9(z-3)^2}} = \frac{z-3}{\sqrt{z^2-6z+10}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

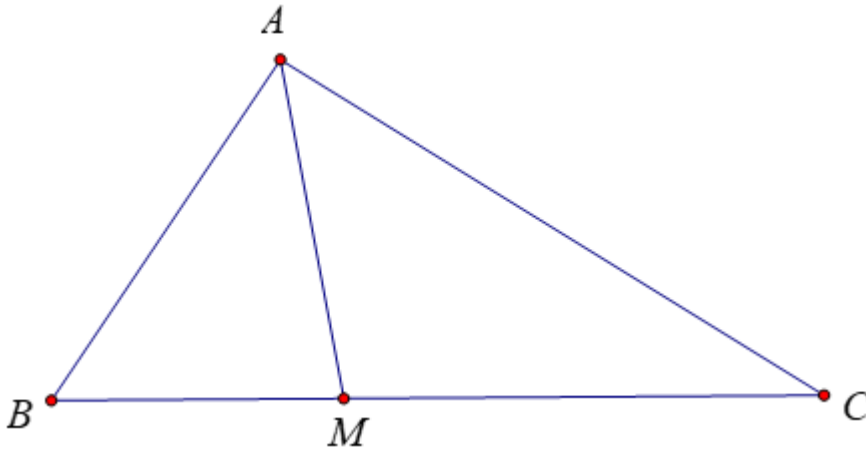
$$\Rightarrow 2(z^2-6z+9) = z^2-6z+10 \Leftrightarrow \begin{cases} z=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1; y=2 \\ x=-3; y=-2 \end{cases}$$

Vậy $D(1; 2; 4)$ hoặc $D(-3; -2; 2)$.

Có 2 điểm D thỏa điều kiện.

Câu 4: Trong không gian Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(2; 0; 0), B(0; 3; 1), C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .

Lời giải



Gọi $M(x; y; z)$

$$\overrightarrow{CM} = (-3-x; 6-y; 4-z)$$

$$\overrightarrow{MB} = (x; y-3; z-1)$$

$$\text{Theo đề ta có, } \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x = 2x \\ 6-y = 2(y-3) \\ 4-z = 2(z-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2)$$

$$AM = \sqrt{(-1-2)^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{29} \approx 5,39$$

Câu 5: Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 - c^2$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MC} = (-2-a; 3-b; 3-c)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$$

$$\text{Tứ giác } ABCM \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2-a=1 \\ 3-b=-3 \\ 3-c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=6 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow P=44.$$

Câu 6: Trong không gian Oxy , cho hai điểm trên trục hoành mà khoảng cách từ đó đến điểm $M(-3;4;8)$ bằng 12. Tính tổng hai hoành độ của chúng.

Lời giải

$$N(x;0;0)$$

$$MN=12 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2+4^2+8^2}=12 \Leftrightarrow (x+3)^2=64 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-11 \end{cases}$$

Tổng hoành độ của chúng bằng -6

Câu 7: Trong không gian Oxy , cho hai vector $\vec{a}=(2;5;-3), \vec{b}=(0;-4;0)$. Tính tích vô hướng của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 0 + 5 \cdot (-4) + (-3) \cdot 0 = -20$$

Câu 8: Trong không gian Oxy , cho ba vector $\vec{a}=(1;m;2), \vec{b}=(m+1;2;1), \vec{c}=(0;m-2;2)$. Tổng các giá trị thực của tham số m để $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{c}|$.

Lời giải

$$\vec{a}+\vec{b}=(m+2;m+2;3)$$

$$\begin{aligned} |\vec{a}+\vec{b}|&=|\vec{c}| \Leftrightarrow |\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2 \\ \Leftrightarrow (m+2)^2+(m+2)^2+9 &= (m-2)^2+4 \\ \Leftrightarrow m^2+12m+9 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= -6 \pm \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Tổng các giá trị của m bằng -12 .

Câu 9: Trong không gian Oxy , cho hai vector $\vec{a}=(1;-1;0), \vec{b}=(2;2t-1;0)$. Xác định giá trị t để hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

Lời giải

$$\text{Hai vector } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương thì } \vec{a}=k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=2k \\ -1=(2t-1)k \\ 0=0k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=2k \\ -1=(2t-1)k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ -1=(2t-1)k \end{cases}$$

$$\text{Với } t=\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ -1=0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

$$\text{Với } t \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{-1}{2t-1} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2t-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $t = -0,5$.

Câu 10: Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1; 0)$. Số đo độ của góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$?

Lời giải

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{1 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\Rightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 135^\circ$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$
- Câu 2:** Cho tứ diện $ABCD$, lấy hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{DN}$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$
- Câu 3:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi G là trọng tâm của tam giác BDA' .
- Biểu diễn $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AA'}$
 - Từ câu a, hãy chứng tỏ ba điểm A, G và C' thẳng hàng
- Câu 4:** Cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (3; 4; -5)$. Hãy chỉ ra tọa độ của một vector $\vec{w}$ khác $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
- Câu 5:** Cho $\vec{u} = (2; -5; 3)$, $\vec{v} = (0; 2; -1)$, $\vec{w} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$
- Xác định tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
 - Tính độ dài vector $\vec{u}$.
 - Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 7:** Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Tính độ dài đoạn thẳng AM
- Câu 8:** Cho hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60° . Biết rằng $|\vec{u}| = 2$ và $|\vec{v}| = 4$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$
- Câu 9:** Cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$.
- Tính độ dài đường cao AH hạ từ đỉnh A của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.
 - Tính diện tích tam giác OAB .
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 3)$, $B(1; 1; -1)$ và $C(-1; 0; 2)$.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
 - Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oz sao cho đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng AC .

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1), B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;3)$

- Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ và tính độ dài đoạn thẳng AB
- Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$
- Tìm tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và CC' . Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AD'}$

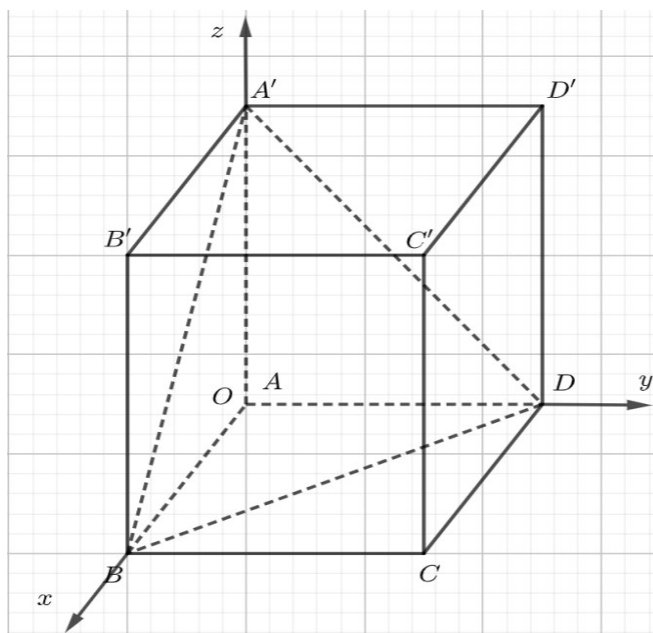
Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy cho $A(2;0;-3), B(0;-4;5), C(-1;2;0)$

- Chứng minh rằng ba điểm A, B, C không thẳng hàng
- Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- Tính chu vi của tam giác ABC
- Tính $\cos \widehat{BAC}$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ và các điểm $A(2;3;1), C(-1;2;3)$ và $O'(1;-2;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Câu 15: Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình, đơn vị của mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương. Biết $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$.

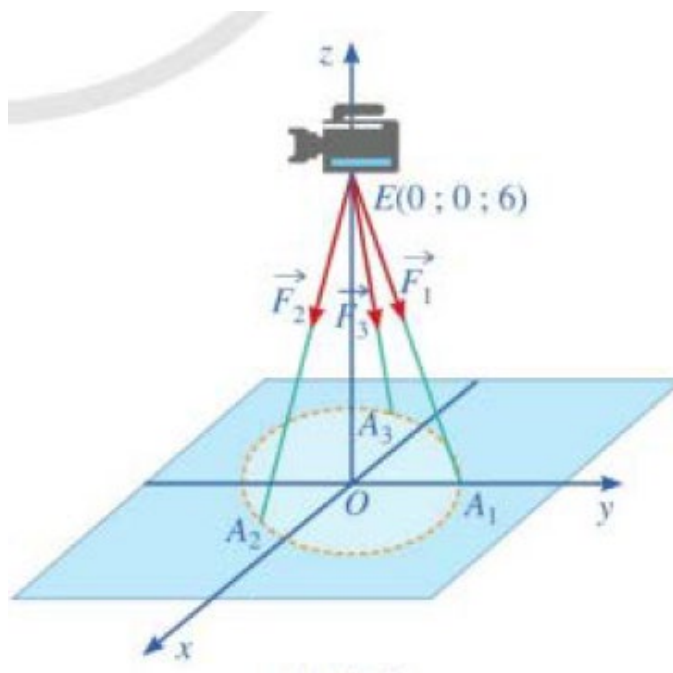
- Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
- Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'BD$.
- Xác định tọa độ các vectơ $\overrightarrow{OG}$ và $\overrightarrow{OC'}$. Chứng minh rằng ba điểm O, G, C' thẳng hàng và $OG = \frac{1}{3}OC'$



- Câu 16:** Hình bên dưới minh họa một chiếc đèn được treo cách trần nhà là 0,5 m, cách hai tường lần lượt là 1,2 m và 1,6 m. Hai bức tường vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trần nhà. Người ta di chuyển chiếc đèn đó đến vị trí mới cách trần nhà là 0,4 m, cách hai tường đều là 1,5 m.
- a) Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp và xác định tọa độ của bóng đèn lúc đầu và sau khi di chuyển.
- b) Vị trí mới của bóng đèn cách vị trí ban đầu là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)



- Câu 17:** Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$ (Hình bên dưới). Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là 300 N. Tìm tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$.



Câu 18: Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h).

Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp 3 lần tốc độ của máy bay A .

a) Tìm tọa độ vectơ vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B .

b) Tính tốc độ của máy bay B .



Câu 19: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là *trọng tâm của tứ diện* đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm tứ diện. *Góc liên kết* là góc tạo bởi liên kết $\text{H} - \text{C} - \text{H}$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Chứng minh góc liên kết này gần bằng $109,5^\circ$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

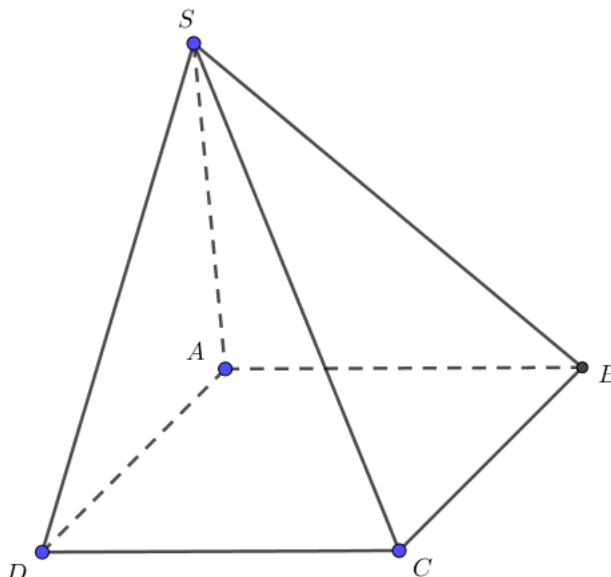
ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$

Lời giải

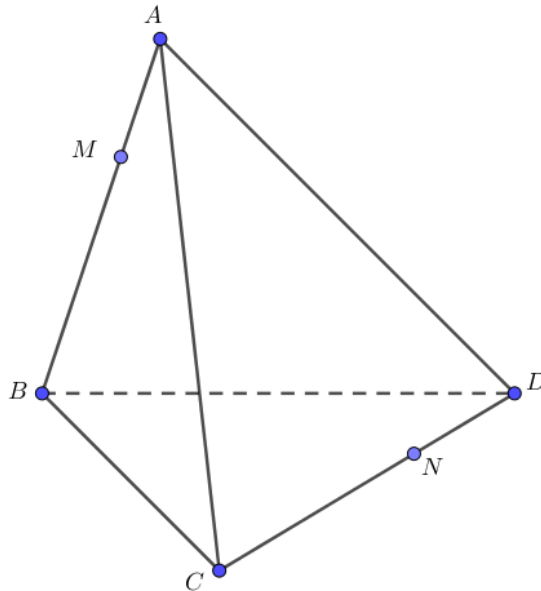


Gọi $AC \cap BD = \{O\}$.

Theo tính chất trung điểm ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$, lấy hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{DN}$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$

Lời giải



Lấy $I \in BD$ sao cho $IB = 2ID$.

Ta có $\frac{BM}{BA} = \frac{BI}{BD} \left(= \frac{2}{3} \right) \Rightarrow \overrightarrow{MI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}$, $\frac{DI}{DB} = \frac{DN}{DC} \left(= \frac{1}{3} \right) \Rightarrow \overrightarrow{IN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$.

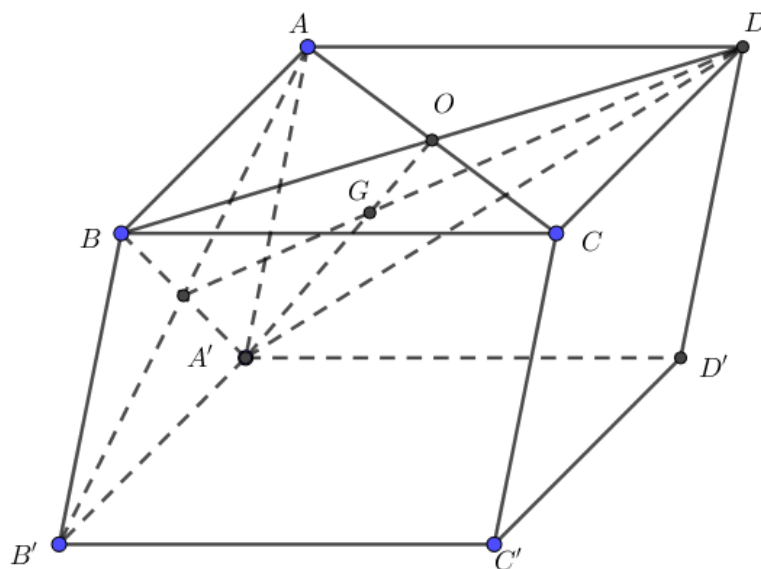
Nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi G là trọng tâm của tam giác BDA' .

a) Biểu diễn $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AA'}$

b) Từ câu a, hãy chứng tỏ ba điểm A, G và C' thẳng hàng

Lời giải



a) Gọi $AC \cap BD = \{O\}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'O} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D}) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'A} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\end{aligned}$$

b) Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow A, G, C'$ thẳng hàng

Câu 4: Cho hai vector $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(3;4;-5)$. Hãy chỉ ra tọa độ của một vector $\vec{w}$ khác $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{w}=[\vec{u}, \vec{v}]=(-2 \cdot (-5)-3 \cdot 4; 3 \cdot 3-(-5) \cdot 1; 1 \cdot 4-(-2) \cdot 3)=(-2; 14; 10).$$

Do đó, $\vec{w}=(-2; 14; 10)$ là vector vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$

Câu 5: Cho $\vec{u}=(2;-5;3)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$, $\vec{w}=(1;7;2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a}=\vec{u}-4\vec{v}-2\vec{w}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4\vec{v}=(4 \cdot 0; 4 \cdot 2; 4 \cdot (-1))=(0; 8; -4)$$

$$2\vec{w}=(2 \cdot 1; 2 \cdot 7; 2 \cdot 2)=(2; 14; 4)$$

$$\vec{a}=\vec{u}-4\vec{v}-2\vec{w}=(2-0-2; -5-8-14; 3-(-4)-4)=(0; -27; 3)$$

$$\text{Vậy } \vec{a}=(0; -27; 3)$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(-2;1;2)$, $\vec{b}=(1;1;-1)$

a) Xác định tọa độ của vector $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$.

b) Tính độ dài vector $\vec{u}$.

c) Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } 2\vec{b}=(2 \cdot 1; 2 \cdot 1; 2 \cdot (-1))=(2; 2; -2)$$

$$\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}=(-2-2; 1-2; 2-(-2))=(-4; -1; 4)$$

$$\text{Vậy } \vec{u}=(-4; -1; 4)$$

$$\text{b) Ta có: } |\vec{u}|=\sqrt{(-4)^2+(-1)^2+4^2}=\sqrt{33}$$

$$\text{c) Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{-2 \cdot 1+1 \cdot 1+2 \cdot (-1)}{\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{-3}{3\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 7: Cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

Lời giải

$$\overrightarrow{BC} = (0; -4; -8)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } BC \text{ là } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 8t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Điểm $M \in BC$ nên điểm $M(1; 2 - 4t; 3 - 8t)$

$$MB = \sqrt{0^2 + (4t)^2 + (-8t)^2}$$

$$MC = \sqrt{0^2 + (4t - 4)^2 + (8t - 8)^2}$$

Ta có: $MB = 3MC$ nên $MB^2 = 9MC^2$

$$\Rightarrow 80t^2 = 9(16(t-1)^2 + 64(t-1)^2)$$

$$\Leftrightarrow 640t^2 - 1440t + 720 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn $M(1; -4; -9)$ và $M(1; -1; -3)$

Câu 8: Cho hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60° . Biết rằng $|\vec{u}| = 2$ và $|\vec{v}| = 4$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (\vec{u} + \vec{v})^2 = (\vec{u})^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + (\vec{v})^2 = 2^2 + 4^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 4 + 16 + 8 = 28$$

$$\Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

Câu 9: Cho hai điểm $A(1;2;-1), B(0;-2;3)$.

a) Tính độ dài đường cao AH hạ từ đỉnh A của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

b) Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải

$$\text{a) Ta có } \overrightarrow{OA} = (1; 2; -1), \overrightarrow{OB} = (0; -2; 3) \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \right| = \frac{1}{2} |(4; -3; -2)| = \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot OB \text{ với } OB = \sqrt{13}$$

$$\text{Vậy } AH = \frac{2S_{\Delta OAB}}{OB} = \sqrt{\frac{29}{13}}.$$

$$\text{b) } S_{\Delta OAB} = \frac{\sqrt{29}}{2}$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;3)$, $B(1;1;-1)$ và $C(-1;0;2)$.

a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oz sao cho đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng AC .

Lời giải

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{4}{3}\right).$$

b) Gọi $M(0;0;c)$ thuộc trục Oz .

Ta có: $\overrightarrow{BM} = (-1; -1; c+1)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 1; -1)$. Để đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng AC thì $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow 3 - 1 - (c+1) = 0 \Rightarrow c = 1$. Vậy $M(0;0;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;3)$

a) Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ và tính độ dài đoạn thẳng AB

b) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$

c) Tìm tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng

Lời giải

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3) \text{ và } AB = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

b) Gọi $M(x; y; z)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CM} = (x; y+2; z-3)$$

$$\text{Theo giả thiết: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \text{ nên } \begin{cases} -3 = -x \\ -3 = -y - z \\ 3 = 3 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(3; 1; 0)$$

c) Gọi $N(a; b; 0) \in (Oxy)$

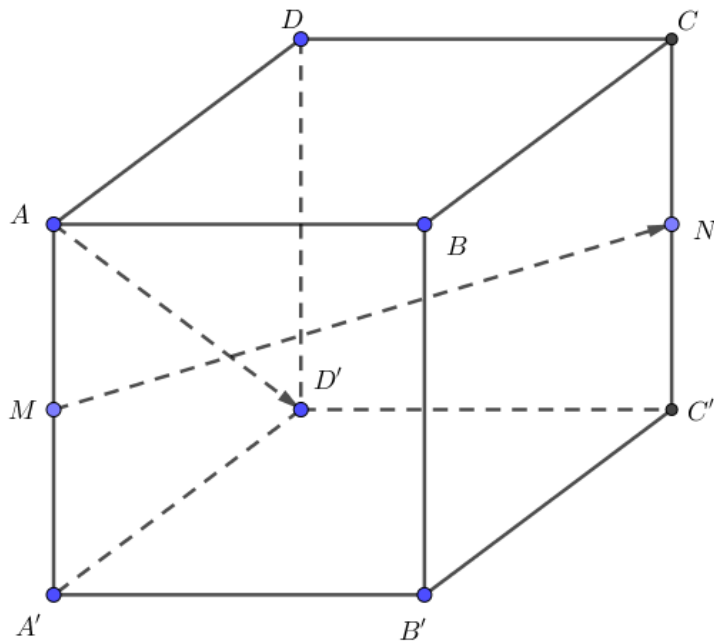
$$\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3), \overrightarrow{AN} = (a-4; b-2; 1)$$

$$\text{Để } A, B, N \text{ thẳng hàng thì } [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AN}] = \vec{0} \text{ nên } \begin{cases} -3-3b+6=0 \\ 3a-12+3=0 \\ -3b+6+3b-12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N(3; 1; 0)$$

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và CC' . Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AD'}$

Lời giải



Góc giữa $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AD'}$ là $\widehat{NMI}$

$$MI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MN = a\sqrt{2}; IN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{NMI} = \frac{MI^2 + MN^2 - IN^2}{2MN \cdot MI} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{NMI} = 45^\circ$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy cho $A(2; 0; -3), B(0; -4; 5), C(-1; 2; 0)$

- Chứng minh rằng ba điểm A, B, C không thẳng hàng
- Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- Tính chu vi của tam giác ABC
- Tính $\cos \widehat{BAC}$

Lời giải

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} = (-2; -4; -8), \overrightarrow{AC} = (-3; 2; 3)$$

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-30; -18; -16) \neq \vec{0}$$

$\Rightarrow$ ba điểm A, B, C không thẳng hàng

$$b) \overrightarrow{AB} = (-2; -4; 8), \overrightarrow{DC} = (-1-x; 2-y; -z)$$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -1-x \\ -4 = 2-y \\ -8 = -z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \\ z = 8 \end{cases}$$

$$c) G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên tọa độ điểm } G \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{2+0+(-1)}{3} = \frac{1}{3} \\ y_G = \frac{0+(-4)+2}{3} = -\frac{2}{3} \\ z_G = \frac{(-3)+5+0}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$d) AB = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + 8^2} = 2\sqrt{21}$$

$$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-0)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{9+4+9} = \sqrt{22}$$

$$BC = \sqrt{(-1-0)^2 + (2+4)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{62}$$

$\Rightarrow$ Chu vi tam giác ABC là $2\sqrt{21} + \sqrt{22} + \sqrt{62}$ (đvdd)

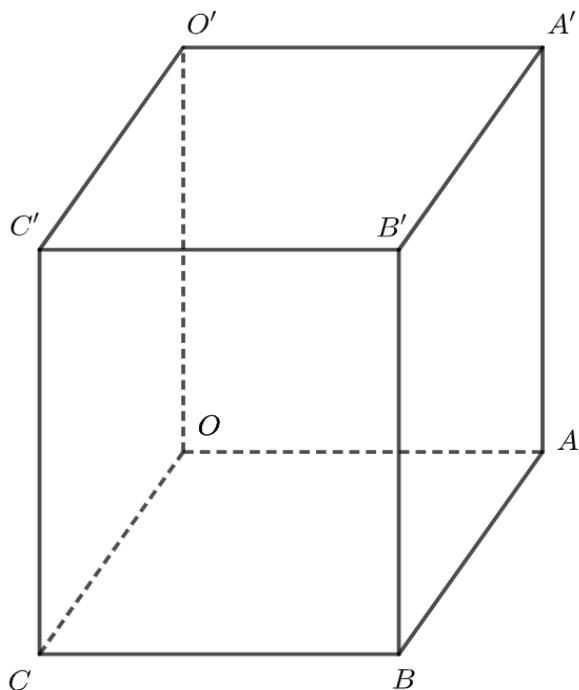
e) Ta có:

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{84 + 22 - 62}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{22}}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 59^\circ 13'$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ và các điểm $A(2;3;1)$, $C(-1;2;3)$ và $O'(1;-2;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải



$OABC.O'A'B'C'$ tạo hình hộp nên

$$+ \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OA} \Rightarrow (x_B + 1; y_B - 2; z_B - 3) = (2; 3; 1) \Rightarrow x_B = 1; y_B = 5; z_B = 4 \Rightarrow B(1; 5; 4).$$

$$+ \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{OO'} \Rightarrow (x_{A'} - 2; y_{A'} - 3; z_{A'} - 1) = (1; -2; 2) \Rightarrow x_{A'} = 3; y_{A'} = 1; z_{A'} = 3 \Rightarrow A'(3; 1; 3).$$

$$+ \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{OO'} \Rightarrow (x_{B'} - 1; y_{B'} - 5; z_{B'} - 4) = (1; -2; 2) \Rightarrow x_{B'} = 2; y_{B'} = 3; z_{B'} = 6 \Rightarrow B'(2; 3; 6).$$

$$+ \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{OO'} \Rightarrow (x_{C'} + 1; y_{C'} - 2; z_{C'} - 3) = (1; -2; 2) \Rightarrow x_{C'} = 0; y_{C'} = 0; z_{C'} = 5 \Rightarrow C'(0; 0; 5).$$

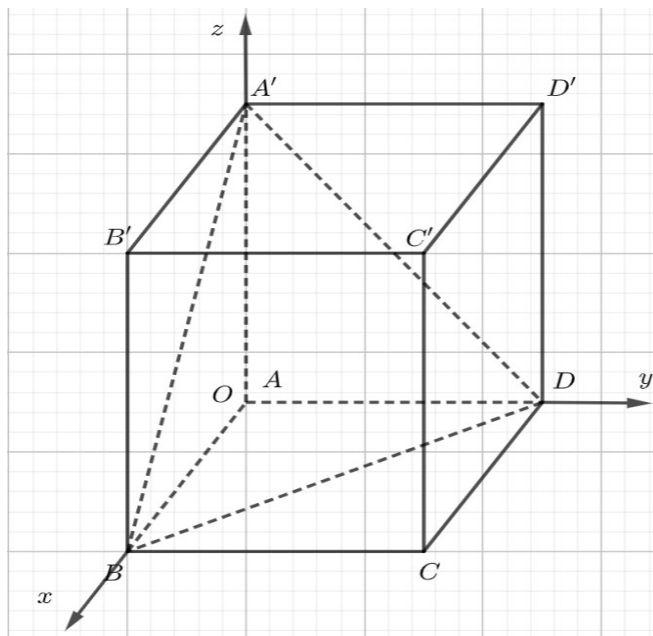
Câu 15: Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình, đơn vị của mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương. Biết $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$.

a) Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

b) Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'BD$.

c) Xác định tọa độ các vector $\overrightarrow{OG}$ và $\overrightarrow{OC'}$. Chứng minh rằng ba điểm O, G, C' thẳng hàng và

$$OG = \frac{1}{3} OC'$$



Lời giải

a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương: $C(1;1;0)$, $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C'(1;1;1)$

b) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'BD$:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_{A'} + x_B + x_D}{3} = \frac{1}{3} \\ y_G = \frac{y_{A'} + y_B + y_D}{3} = \frac{1}{3} \\ z_G = \frac{z_{A'} + z_B + z_D}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

b) Vector $\overrightarrow{OG} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{OC'} = (1;1;1) \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC'} \Rightarrow$ ba điểm O, G, C' thẳng hàng và

$$OG = \frac{1}{3}OC'$$

Câu 16: Hình bên dưới minh họa một chiếc đèn được treo cách trần nhà là 0,5 m, cách hai tường lần lượt là 1,2 m và 1,6 m. Hai bức tường vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trần nhà. Người ta di chuyển chiếc đèn đó đến vị trí mới cách trần nhà là 0,4 m, cách hai tường đều là 1,5 m.

a) Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp và xác định tọa độ của bóng đèn lúc đầu và sau khi di chuyển.

b) Vị trí mới của bóng đèn cách vị trí ban đầu là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)



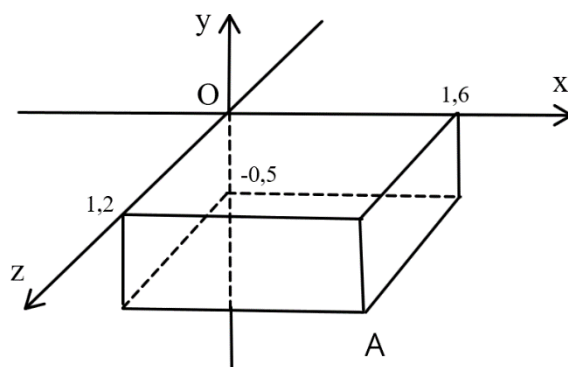
Lời giải

a) Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.

Giả sử điểm $A(1,6;-0,5;1,2)$ là tọa độ của bóng đèn ban đầu.

Khi đó $B(1,5;-0,4;1,5)$ là tọa độ của bóng đèn sau khi di chuyển.

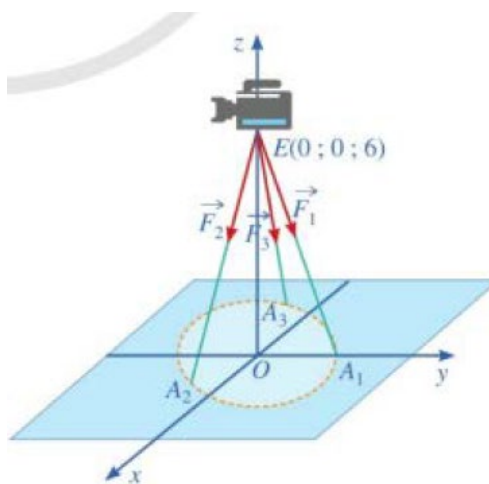
b) Ta có:



$$AB = \sqrt{(1,5-1,6)^2 + (-0,4+0,5)^2 + (1,5-1,2)^2} = \frac{\sqrt{11}}{10} \text{ (m)}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai vị trí trước và sau khi bóng đèn di chuyển là $\frac{\sqrt{11}}{10}$ m.

Câu 17: Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$ (Hình bên dưới). Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là 300 N. Tìm tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$.



Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{EA_1} = (0-0; 1-0; 0-6)$ hay $\overrightarrow{EA_1} = (0; 1; -6)$;

$$\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; -\frac{1}{2} - 0; 0 - 6 \right) \text{ hay } \overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6 \right);$$

$$\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; -\frac{1}{2} - 0; 0 - 6 \right) \text{ hay } \overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6 \right).$$

Suy ra $|\overrightarrow{EA_1}| = |\overrightarrow{EA_2}| = |\overrightarrow{EA_3}| = \sqrt{37}$. Do đó $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho:

$$\overrightarrow{F_1} = c\overrightarrow{EA_1} = (0; c; -6c);$$

$$\overrightarrow{F_2} = c\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c \right);$$

$$\overrightarrow{F_3} = c\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c \right).$$

Suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; -18c)$.

Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F}$, trong đó $\overrightarrow{F} = (0; 0; -100)$ là trọng lực tác dụng lên máy. Suy ra $-18c = -100$, tức là $c = \frac{50}{9}$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{F_1} = \left(0; \frac{50}{9}; -\frac{100}{3} \right); \overrightarrow{F_2} = \left(\frac{25\sqrt{3}}{9}; -\frac{25}{9}; -\frac{100}{3} \right); \overrightarrow{F_3} = \left(-\frac{25\sqrt{3}}{9}; -\frac{25}{9}; -\frac{100}{3} \right).$$

Câu 18: Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h).

Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp 3 lần tốc độ của máy bay A .

a) Tìm tọa độ vector vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B .

b) Tính tốc độ của máy bay B .



Hình 3

Lời giải

a) Vì Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp 3 lần tốc độ của máy bay A nên $\vec{b} = 3\vec{a}$.

Do đó: $\vec{b} = (3.300; 3.200; 3.400)$ hay $\vec{b} = (900; 600; 1200)$ (km/h)

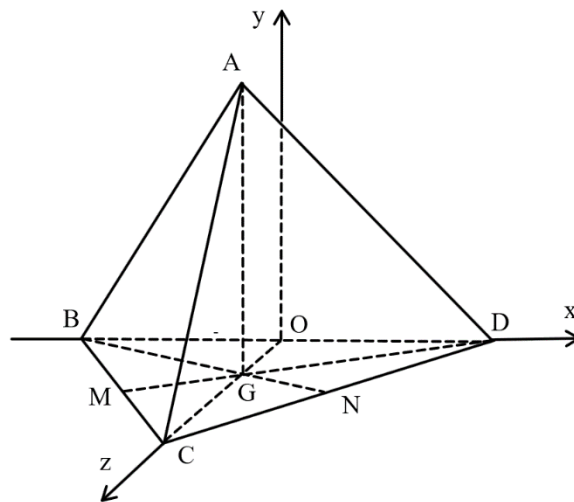
b) Trong một giờ, quãng đường máy bay B di chuyển được là:

$$|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1615,55 \text{ (km)}$$

Vậy vận tốc của máy bay B xấp xỉ 1615,55 km/h.

Câu 19: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là *trọng tâm của tứ diện* đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm tứ diện. *Góc liên kết* là góc tạo bởi liên kết $\text{H} - \text{C} - \text{H}$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Chứng minh góc liên kết này gần bằng $109,5^\circ$.

Lời giải



Giả sử 4 đỉnh của hình tứ diện đều $ABCD$ là vị trí của các nguyên tử hydrogen.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.

Do tam giác BDC đều nên ta gọi tọa độ các điểm như sau:

$$B(-a; 0; 0), D(a; 0; 0), C(0; 0; a\sqrt{3}).$$

Gọi G là trọng tâm của tam giác BDC và M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD .

Vì tam giác ACD đều và N là trung điểm của CD nên $AN \perp CD$ (1).

Tương tự, ta chứng minh được:

$$BN \perp CD \text{ (2)}$$

$$DM \perp BC \text{ (3)}$$

$$AM \perp BC \text{ (4)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (ABN)$. Do đó $CD \perp AG$ (5)

Từ (3) và (4) suy ra $BC \perp (AMD)$. Do đó $BC \perp AG$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $AG \perp (BCD)$ mà $Oy \perp (BCD)$ nên $AG // Oy$.

Do G là trọng tâm tam giác BCD nên $GO = \frac{OC}{3}$. Suy ra tọa độ điểm $G\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)$.

Tam giác ABG vuông tại G nên áp dụng Đl Pi-ta-go, ta có:

$$AG^2 = AB^2 - BG^2 = 4a^2 - \frac{4a^2}{3} = \frac{8a^2}{3}$$

$$\Rightarrow AG = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow A\left(0; \frac{2a\sqrt{6}}{3}; \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)$$

Gọi P là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó, điểm P có tọa độ:

$$\left(\frac{-a+0+0}{3}; \frac{0+0+\frac{2a\sqrt{6}}{3}}{3}; \frac{0+a\sqrt{3}+\frac{a\sqrt{3}}{3}}{3}\right) \text{ hay } P\left(\frac{-a}{3}; \frac{2a\sqrt{6}}{9}; \frac{4a\sqrt{3}}{9}\right).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG}\left(0-0; 0-\frac{2a\sqrt{6}}{3}; \frac{a\sqrt{3}}{3}-\frac{a\sqrt{3}}{3}\right) \text{ hay } \overrightarrow{AG}\left(0; -\frac{2a\sqrt{6}}{3}; 0\right)$$

$$\overrightarrow{DP}\left(\frac{-a}{3}-a; \frac{2a\sqrt{6}}{9}-0; \frac{4a\sqrt{3}}{9}-0\right) \text{ hay } \overrightarrow{DP}\left(\frac{-4a}{3}; \frac{2a\sqrt{6}}{9}; \frac{4a\sqrt{3}}{9}\right)$$

Gọi α là số đo của góc liên kết cần tính. Suy ra:

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{DP}}{AG \cdot DP} = \frac{\frac{-2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{9}}{\sqrt{\left(-\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{-4a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{6}}{9}\right)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{9}\right)^2}} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 109,5^\circ \text{ (đpcm)}.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(2; -1; 3)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(-1; 1; -2)$. B. $(3; -1; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(1; -1; 2)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là
- A. $(0; 1; 1)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -2)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(0; 2; -4)$. B. $(0; 0; -4)$. C. $(3; 0; -4)$. D. $(3; 2; 0)$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng
- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
- A. 10. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .
- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4;9;-9), B(2;12;-2), C(-m-2;1-m;m+5)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B
A. $m = 3$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai?
A. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. **B.** $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.
C. $[3\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. **D.** $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng
A. $\sqrt{5}$. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu M lên trục Ox có tọa độ là
A. $(2;0;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;3)$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3};0;1)$ là
A. 30° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 150° .
- Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1;3;-2)$ và $\vec{v} = (2;5;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.
A. $\vec{a} = (-8;9;-1)$. **B.** $\vec{a} = (-8;9;-1)$. **C.** $\vec{a} = (8;-9;-1)$. **D.** $\vec{a} = (-8;-9;-1)$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;1;2)$, $N(7;3;2)$, $P(-5;-3;2)$. Tìm tọa độ điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.
A. $Q(12;5;2)$. **B.** $Q(-12;5;2)$. **C.** $Q(-12;-5;2)$. **D.** $Q(-2;-1;2)$.
- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (-1;-2;0)$.
B. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (-3;4;0)$, $\vec{c} = (0;-2;0)$.
C. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (0;-3;4)$, $\vec{c} = (-1;-2;0)$.
D. $\vec{a} = (2;3;-5)$, $\vec{b} = (1;-3;4)$, $\vec{c} = (-1;-2;1)$.
- Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0;1;3)$ và $\vec{b} = (-2;3;1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là:
A. $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\vec{x} = \left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1;0;-2)$, $\vec{b} = (-2;1;3)$, $\vec{c} = (3;2;-1)$, $\vec{d} = (9;0;-11)$. m, n, p là ba số thực sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{d}$. Khi đó tổng $m+n+p$ bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

- Câu 19:** Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:
- A. 0. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?
- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là:
- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(-2; 0; 1)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng
- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 3.
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(0; 2; 2)$. B. $(-2; 4; -2)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(0; 1; 1)$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
- A. $(5; 1; -1)$. B. $(5; -1; -1)$. C. $(-1; -1; -1)$. D. $(-1; -1; 5)$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là
- A. $(1; 0; 3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(-1; 2; -3)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(2; 0; 0)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5; 4; 3)$ đến trục Ox bằng
- A. 4. B. 5. C. 3. D. 25.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là
- A. $(0; 7; 11)$. B. $(5; 7; 0)$. C. $(5; 0; 0)$. D. $(0; 0; 11)$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(3; -4; 6)$ đến trục Oz
- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2021; 0; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $M \in Oy$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in (Oxz)$. D. $M \in (Oxy)$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là
- A. $N(1; 0; 3)$. B. $P(1; 0; 0)$. C. $Q(0; 2; 0)$. D. $M(0; 2; 3)$.

- Câu 33:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2), B(2;-1;1), C(3;2;-3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $(4;2;-4)$. **B.** $(0;-2;6)$. **C.** $(2;4;-2)$. **D.** $(4;0;-4)$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là:
A. $(-1;-8;2)$. **B.** $(7;4;-4)$. **C.** $(1;8;-2)$. **D.** $(-7;-4;4)$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2;1;-3), \vec{b} = (-1;-3;2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $\vec{c} = (4;-7;7)$. **B.** $\vec{c} = (0;-7;-7)$. **C.** $\vec{c} = (0;-7;7)$. **D.** $\vec{c} = (0;7;-7)$.
- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2), B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là
A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4;5;-9)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1;-7;12)$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1;2;1), \vec{b} = (0;2;-1), \vec{c} = (m;1;0)$. Tìm giá trị thực của tham số m để ba vectơ $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$ đồng phẳng.
A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -\frac{1}{4}$. **D.** $m = \frac{1}{4}$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và D nằm trên trục Oy . Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của D là
A. $D(0;-7;0)$. **B.** $D(0;8;0)$.
C. $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$. **D.** $D(0;7;0)$ hoặc $D(0;-8;0)$.
- Câu 39:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4), B(9;-7;2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
A. $M(5;0;0)$. **B.** $M(-2;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(9;0;0)$.
- Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;1;1), C(0;1;2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là
A. $(1;-1;2)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(2;0;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.
- Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2;1;3), C(2;3;5), B'(2;4;-1), D'(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm B .
A. $B(1;-3;3)$. **B.** $B(-1;3;3)$. **C.** $C(1;3;-3)$. **D.** $B(1;3;3)$.
- Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(2;1;2), C(-1;3;1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là
A. $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc là.
- A. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$. D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{6}$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0; 0; 2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là.
- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.
- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$.
- A. 3. B. 9. C. 12. D. 1.
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vectơ $\vec{a}$. Biết vectơ $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng
- A. -3. B. 6. C. -6. D. 3.
- Câu 47:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u} = (a; b; 2)$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T = a^2 + b^2$.
- A. $T = 5$. B. $T = 16$. C. $T = 4$. D. $T = 9$.
- Câu 48:** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AA' = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng
- A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.
- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O . Biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $S(0; 0; 2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N . Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$
- A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = 3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0; 0; 2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là
- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(2; -1; 3)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; 1; -2)$. B. $(3; -1; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ thì ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Vậy theo bài ra ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 1)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{2+0+0}{3} = \frac{2}{3} \\ z_G = \frac{3+1+0}{3} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Vậy trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -4)$. B. $(0; 0; -4)$. C. $(3; 0; -4)$. D. $(3; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) là $A'(3; 2; 0)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (x+2; y-1; -1)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k : \overrightarrow{BC} = k \overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=k \\ y-1=0 \\ -1=-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=1 \\ k=\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=-\frac{2}{3}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 3; 2)$, $\vec{v} = (-3; -1; 2)$ khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 10. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - 3 + 4 = 4$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135°

Lời giải

Chọn A

Gọi φ là góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD .

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{CD}(-2; 1; -1)$.

$$\cos \varphi = \left| \cos(\widehat{BA, CD}) \right| = \frac{|-1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1)|}{\sqrt{1+1+0} \sqrt{4+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}, \vec{c}$ không vuông góc với nhau.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 9; -9)$, $B(2; 12; -2)$, $C(-m-2; 1-m; m+5)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BA}(-6; -3; -7)$, $\overrightarrow{BC}(-m-4; -m-11; m+7)$.

Tam giác ABC vuông tại $B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$.

Kết luận nào sau đây sai?

- A. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. B. $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$.
C. $[3\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. D. $||[\vec{a}, \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Ta có: $[3\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, 3\vec{b}] = 9[\vec{a}, \vec{b}]$. (C sai)

Chọn C

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 9. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; -1; -2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = 3$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A.** 30° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 150° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ nên $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $(\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

- A.** $\vec{a} = (-8; 9; -1)$. **B.** $\vec{a} = (-8; 9; -1)$. **C.** $\vec{a} = (8; -9; -1)$. **D.** $\vec{a} = (-8; -9; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\vec{u} = (-2; 6; -4)$; $3\vec{v} = (6; 15; -3)$ nên $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = (-8; -9; -1)$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0; 1; 2)$, $N(7; 3; 2)$, $P(-5; -3; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

- A.** $Q(12; 5; 2)$. **B.** $Q(-12; 5; 2)$. **C.** $Q(-12; -5; 2)$. **D.** $Q(-2; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $Q(x; y)$

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (7; 2; 0)$, $\overrightarrow{QP} = (-5 - x; -3 - y; 2 - z)$

$$\text{Vì } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \text{ nên } \begin{cases} -5 - x = 7 \\ -3 - y = 2 \\ 2 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -5 \\ z = 2 \end{cases}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.
B. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 0)$, $\vec{c} = (0; -2; 0)$.
C. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 0)$.
D. $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (1; -3; 4)$, $\vec{c} = (-1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; 3; -5). \quad \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (0; -3; 4).$$

$$\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = (-1; -2; 0).$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vector $\vec{x}$ là:

A. $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\vec{x} = \left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} = 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} = (-4; 6; 2) - \left(0; \frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right) = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right).$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$, $\vec{d} = (9; 0; -11)$. m, n, p là ba số thực sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{d}$. Khi đó tổng $m + n + p$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} &= \vec{d} \\ \Leftrightarrow (m; 0; -2m) + (-2n; n; 3n) + (3p; 2p; -p) &= (9; 0; -11) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2n + 3p = 9 \\ n + 2p = 0 \\ -2m + 3n - p = -11 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -2 \\ p = 1 \end{cases} \Rightarrow m + n + p = 1. \end{aligned}$$

Câu 19: Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng:

A. 0. **B.** $-\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 3$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 2); \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2m + 4 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là:

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\vec{i} = (-1; 0; 0)$, $2\vec{j} = (0; 2; 0)$, $-3\vec{k} = (0; 0; -3)$ nên $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(-2; 0; 1)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (3-2; 2+0; 1+1) = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{u}| = 3$$

Câu 23 Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(0; 2; 2)$. B. $(-2; 4; -2)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(0; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\diamond \text{ Ta có } \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases} \text{ Vậy tọa độ trung điểm là } (0; 1; 1).$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Tìm tọa độ của véc tơ tích có hướng của hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. $(5; 1; -1)$. B. $(5; -1; -1)$. C. $(-1; -1; -1)$. D. $(-1; -1; 5)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (5; -1; -1).$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3).$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(1; 0; 3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là: $H(1; 0; 3)$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; z)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; -1)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5; 4; 3)$ đến trục Ox bằng

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 25.

Lời giải.

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(5; 4; 3)$ lên Ox là điểm $A'(5; 0; 0)$.

Vậy $\overline{A'A(0; 4; 3)} \Rightarrow AA' = 5$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 7; 11)$. B. $(5; 7; 0)$. C. $(5; 0; 0)$. D. $(0; 0; 11)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(a; b; c)$ lên trục Oz là điểm có tọa độ $(0; 0; c)$. Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 11)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(3; -4; 6)$ đến trục Oz .

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hạ $AH \perp Oz \Rightarrow H(0; 0; 6)$. Khi đó $d(A; Oz) = AH = \sqrt{9 + 16 + 0} = 5$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2021; 0; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M \in Oy$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in (Oxz)$. D. $M \in (Oxy)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(2021; 0; -1) \in (Oxz)$.

- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là
A. $N(1; 0; 3)$. **B.** $P(1; 0; 0)$. **C.** $Q(0; 2; 0)$. **D.** $M(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in (Oyz) \Leftrightarrow M = (0; s_1; s_2)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M(0; 2; 3)$.

- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2), B(2; -1; 1), C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $(4; 2; -4)$. **B.** $(0; -2; 6)$. **C.** $(2; 4; -2)$. **D.** $(4; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tọa độ điểm $D(x; y; z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-2)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -4)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}$

Vậy $D(2; 4; -2)$.

- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là:
A. $(-1; -8; 2)$. **B.** $(7; 4; -4)$. **C.** $(1; 8; -2)$. **D.** $(-7; -4; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(x; y; z)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x-4; y-6; z+3)$

$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=-3 \\ y-6=2 \\ z+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \\ z=-2 \end{cases}$.

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1; -3), \vec{b} = (-1; -3; 2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $\vec{c} = (4; -7; 7)$. **B.** $\vec{c} = (0; -7; -7)$. **C.** $\vec{c} = (0; -7; 7)$. **D.** $\vec{c} = (0; 7; -7)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Có $\vec{a} = (-2; 1; -3)$ và $-2\vec{b} = (2; 6; -4)$. Suy ra $\vec{c} = (-2 + 2; 1 + 6; -3 - 4) = (0; 7; -7)$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M(4; 5; -9)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $M(1; -7; 12)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2(2-x) \\ y-1=2(-3-y) \\ z+2=2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Vậy $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (m; 1; 0)$.

Tìm giá trị thực của tham số m để ba vector $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (-4; 1; 2)$.

Ba vector $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow -4m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và D nằm trên trục Oy . Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của D là

- A. $D(0; -7; 0)$. B. $D(0; 8; 0)$.
C. $D(0; -7; 0)$ hoặc $D(0; 8; 0)$. D. $D(0; 7; 0)$ hoặc $D(0; -8; 0)$.

Lời giải

Vì $D \in Oy$ nên $D(0; y; 0)$. Khi đó. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{6} |4y - 2|$$

Theo đề ra, ta có $\frac{1}{6} |4y - 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8. \end{cases}$

Chọn C

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4)$, $B(9; -7; 2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
A. $M(5; 0; 0)$. **B.** $M(-2; 0; 0)$. **C.** $M(4; 0; 0)$. **D.** $M(9; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; 0; 0) \in Ox$.

$$MA^2 = (x+1)^2 + 3^2 + 4^2.$$

$$MB^2 = (x-9)^2 + 7^2 + 2^2.$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + MB^2 = 2x^2 - 16x + 160 = 2(x-4)^2 + 128 \geq 128, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là 128 khi $x = 4$. Vậy $M = (4; 0; 0)$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là
A. $(1; -1; 2)$. **B.** $(1; 2; 0)$. **C.** $(2; 0; 4)$. **D.** $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có

$$\overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1)$$

$$\overrightarrow{BH} = (x-2; y-1; z-1), \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3)$$

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2).$$

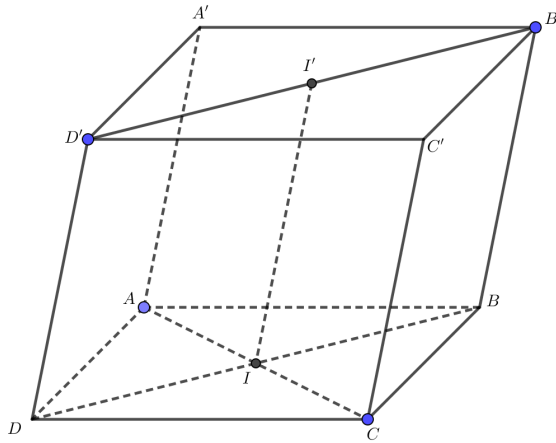
$$\text{Do } H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ -x - 5y - 2z = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AH} = (1; -1; 2).$$

- Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2;1;3)$, $C(2;3;5)$, $B'(2;4;-1)$, $D'(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm B .
- A.** $B(1;-3;3)$. **B.** $B(-1;3;3)$. **C.** $C(1;3;-3)$. **D.** $B(1;3;3)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $B(x; y; z)$ là điểm cần tìm.

Gọi I và I' lần lượt là trung điểm AC và $B'D' \Rightarrow I(0;2;4)$ và $I'(1;3;0)$.

$$\overrightarrow{I'I} = (-1; -1; 4)$$

$$\overrightarrow{B'B} = (x-2; y-4; z+1)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{I'I} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -1 \\ y-4 = -1 \\ z+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Vậy $B(1;3;3)$.

- Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;3;1)$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A.** $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 1), \overrightarrow{BC} = (-3; 2; -1)$$

$$\text{Suy ra } AB = AC = \sqrt{6}; BC = \sqrt{14}.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{\sqrt{35}}{2}.$$

Gọi R_{ABC} là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có

$$R_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{ABC}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{14}}{4 \cdot \frac{\sqrt{35}}{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn B

câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc là.

A. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$. **D.** $\pm \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -3\sqrt{2}; \vec{a} \cdot \vec{a} = 9; \vec{b} \cdot \vec{b} = 4.$$

Hai vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc

$$\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2m\vec{a} \cdot \vec{a} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 3m^2\vec{a} \cdot \vec{b} - 3m\vec{b} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 18m + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}m^2 - 12m = 0$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{2}m^2 + 2m + 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0; 0; 2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là.

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết, ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C'\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 2a\right)$, $D(0; a; a)$ và $M(0; 0; t)$ ($0 < t < 2a$).

$$\text{Ta có } \overrightarrow{DC'} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}; a\right), \overrightarrow{DM} = (0; -a; t-a).$$

$$\text{Vì vậy } S_{MDC'} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DM}] \right| = \frac{a\sqrt{4t^2 - 12at + 15a^2}}{4} = \frac{a\sqrt{(2t-3a)^2 + 6a^2}}{4} \geq \frac{a^2\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \min S_{\Delta MDC'} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \text{ khi } t = \frac{3}{2}a.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$.

A. 3. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2;3;1)$. Ta có $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3.GM$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxz) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxz) , ta có: $GH = d(G, (Oxz)) = 3$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , ta có $GM \geq GH = 3$

do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$.

Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 3. Vậy $\min T = 9$.

Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$.

Biết vector $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. -3.

B. 6.

C. -6.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nên ta có $\vec{b} = k.\vec{a} = (k; -2k; 4k); (k \neq 0)$

Lại có $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. suy ra $\sqrt{k^2 + 4k^2 + 16k^2} = \sqrt{21} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -1. \end{cases}$

Với $k = 1$ ta có $|\vec{b}| = (1; -2; 4)$, suy ra góc giữa $\vec{b}$ và Oy thỏa mãn

$$\cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = -2 < 0.$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và Oy là góc tù. Suy ra $k = 1$ không thỏa mãn.

Với $k = -1$ ta có $|\vec{b}| = (-1; 2; -4)$, suy ra góc giữa $\vec{b}$ và Oy thỏa mãn

$$\cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = 2 > 0.$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và Oy là góc nhọn. Vậy $k = -1$ thỏa mãn.

Do đó $|\vec{b}| = (-1; 2; -4)$. Suy ra $x_0 + y_0 + z_0 = -1 + 2 - 4 = -3$.

Câu 45: Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh

B, C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vector $\vec{u} = (a; b; 2)$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 5$.

B. $T = 16$.

C. $T = 4$.

D. $T = 9$.

Lời giải

Lấy M là trung điểm BC .

Khi đó ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp A'M$ tại M ;

suy ra M là hình chiếu của A' trên trục Oz

$$\Rightarrow M(0;0;1) \text{ và } A'M = 2.$$

$$\text{Mặt khác } AM = \sqrt{A'M^2 - AA'^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } \triangle ABC \text{ đều nên } AM = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC = 2 \Rightarrow MC = 1.$$

Gọi $C(0;0;c), c \neq 0$ suy ra $MC = |c-1|$.

$$MC = 1 \Leftrightarrow |c-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 2 \end{cases} \text{ (loại } c = 0) \Rightarrow C(0;0;2).$$

$\overrightarrow{A'C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$

Suy ra $\vec{u} = (-2\sqrt{3}; 2; 2)$ cũng là một vectơ chỉ phương của $A'C$.

$$\text{Vậy } a = -2\sqrt{3}; b = 2. \text{ Suy ra } T = a^2 + b^2 = 16.$$

Chọn B

Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AA' = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$.

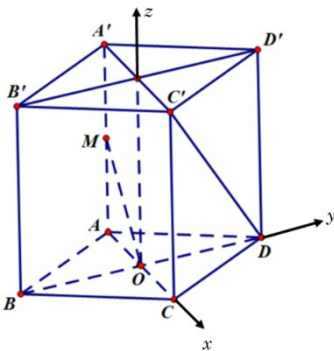
B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

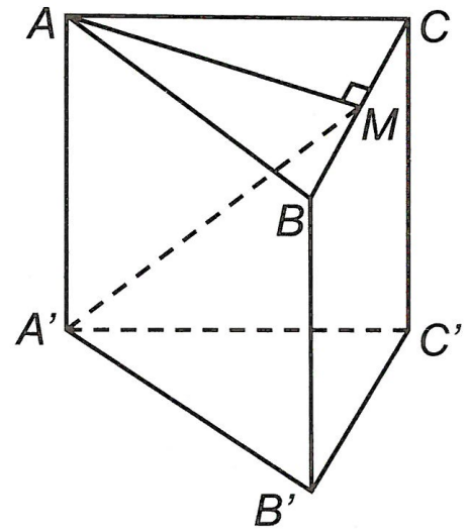
Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $AC \perp BD$ và ABC là tam giác đều.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:



$$O(0;0;0), C\left(\frac{1}{2};0;0\right), D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), \text{ trục } Oz // AA', M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), C'\left(\frac{1}{2};0;1\right).$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{DC'} = \left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};1\right).$$

$$\text{Khoảng cách hai đường thẳng } MO \text{ và } C'D \text{ bằng } d(OM, DC') = \frac{[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD}}{[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}]}.$$

Trong đó:

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right),$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{3\sqrt{3}}{8},$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] = \sqrt{\frac{3}{16} + \frac{9}{16} + \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

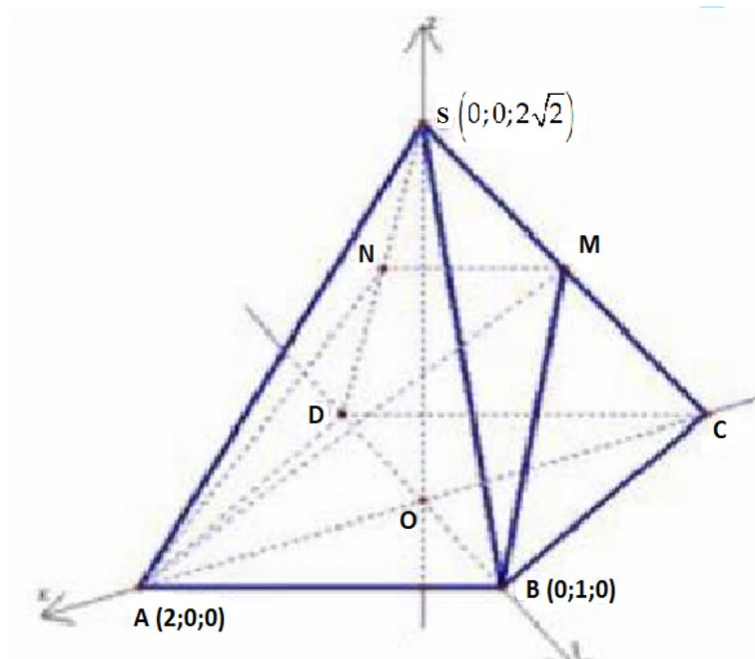
$$\text{Vậy } d(OM, DC') = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc toạ độ O . Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N . Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$

A. $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB \parallel MN \parallel CD \Rightarrow N$ là trung điểm của $SD \Rightarrow N\left(0; \frac{-1}{2}; \sqrt{2}\right)$

$$\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2}), \overrightarrow{SM} = (-1; 0; -\sqrt{2}), \overrightarrow{SB} = (0; 1; -2\sqrt{2}), \overrightarrow{SN} = \left(0; \frac{-1}{2}; -\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] = (0; 4\sqrt{2}; 0)$$

$$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SB}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}; V_{S.AMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SN}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \sqrt{2}$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh

$A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0;0;2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động

trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là

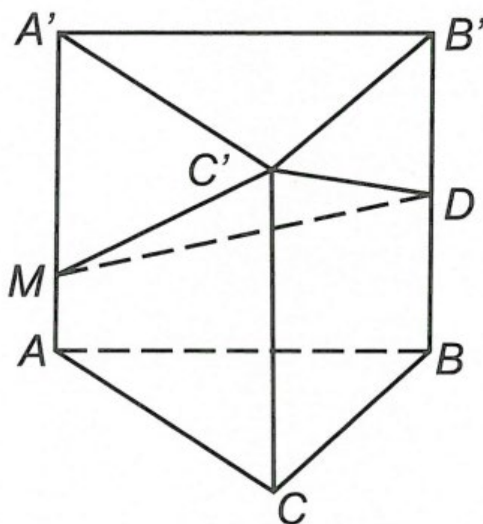
A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C' \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 2a \right)$.

$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow B' (0; a; 2a)$.

Điểm D là trung điểm của BB' nên $D(0; a; a)$.

$M(0; 0; t)$ với $0 < t < 2a$. Ta có $\overrightarrow{DC'} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}; a \right)$, $\overrightarrow{DM} = (0; -a; t - a)$.

Ta có:

$$S_{MDC'} = \frac{1}{2} \left\| \left[\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DM} \right] \right\| = \frac{a\sqrt{4t^2 - 12at + 15a^2}}{4} = \frac{a\sqrt{(2t - 3a)^2 + 6a^2}}{4} \geq \frac{a^2\sqrt{6}}{4}.$$

Suy ra $\min S_{\triangle MDC'} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$ khi $t = \frac{3}{2}a$.

Chọn C

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.
- b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
- c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90°
- b) Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60°
- c) Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45°
- d) Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90°

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Khi đó

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$
- b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$
- c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- d) $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Khi đó

- a) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$
- b) $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$
- c) $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$

d) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;3)$. Khi đó

a) $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Điểm $A(0;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Ox .

c) Điểm $B(0;2;3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Oyz .

d) điểm $C(-1;2;3)$ là điểm đối xứng điểm M qua trục Ox .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$. Khi đó

a) Điểm B thuộc trục Ox .

b) Tọa độ điểm $C(1;1;0)$.

c) Tọa độ điểm $B'(1;1;0)$.

d) AC' giao $A'C$ tại điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai vec tơ $\vec{u} = (1;2;-2), \vec{v} = (m;1;-1)$ và hai điểm $A(2;1;0), B(1;1;-2)$. Khi đó

a) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

c) Với $m = 2$ thì $\vec{v} = \vec{u}$.

d) Gọi điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$. Khi đó $a+b+c = 5$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (2;-1;3), \vec{v} = (-5;2;1)$. Khi đó

a. $2\vec{u} = (4;-2;6)$.

b. $\vec{u} + \vec{v} = (-3;1;4)$.

c. $\vec{u} - \vec{v} = (7;3;-2)$.

d. $3\vec{u} - 2\vec{v} = (16;-7;7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (-2;1;2), \vec{b} = (1;1;-1)$. Khi đó

a. Độ dài của vec tơ $\vec{a}$ là $|\vec{a}| = 3$

b. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

c. Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d. $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 6$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(2; -1; 4), C(5; 1; -2)$. Khi đó

a. Trung điểm của đoạn thẳng AC là $M(3; 2; 0)$

b. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{21}$

c. Đỉnh C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ $M(12; 1; -12)$

d. Giá trị cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ là $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\sqrt{21}}{63}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **đúng** hay sai?

Câu hỏi		
a) Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.		
b) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.		
c) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2; 5; -4)$.		
d) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2; -5; -4)$		

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.		
b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.		
c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.		
d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.		

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2; -2; -4), \vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$		
b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương		
c) $ \vec{b} = \sqrt{3}$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -6; 0)$		

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai:

Mệnh đề		
a) $\vec{b} = -2\vec{a}$		
b) $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$		
c) $ \vec{b} = 2 \vec{a} $		
d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$		

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng hay sai

Mệnh đề		
a) $ \vec{a} + \vec{b} = 3$		
b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$		
c) $ \vec{a} - \vec{b} = 5$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; 3)$		

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

Mệnh đề		
a) $AB \perp BD$		
b) $AB \perp BC$		
c) $AB \perp AC$		
d) $BC \perp CD$		

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Câu nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.		
b) $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14)$		
c) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.		
d) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.		

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5)$; $B(4; 3; 2)$; $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

Mệnh đề		
a) tam giác ABC vuông tại A		
b) I là trung điểm của BC		

c) tọa độ $I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right)$		
d) $a + 2b + c = 3$		

Câu 19: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Dựa vào dữ kiện trên để trả lời các mệnh đề sau

Mệnh đề		
a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1)$.		
b) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -1; 9)$		
c) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 24$		
d) $V_{ABCD} = 4$.		

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$; $D(-2; -2; -1)$.
Câu nào sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề		
a) Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng		
b) Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .		
c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.		
d) Tam giác ABD là tam giác cân tại B .		

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



IV

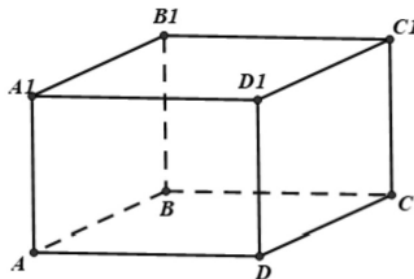
HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.
- b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
- c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.
- d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



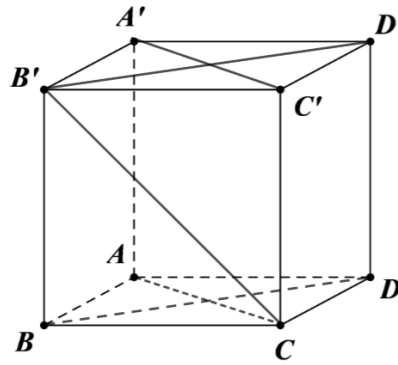
- a) Đúng: Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$
- b) Đúng: Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$
- c) Đúng: Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.
- d) Sai: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC} \Rightarrow D$ sai

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

- a) Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90°
- b) Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60°
- c) Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45°

d) Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90°

Lời giải:



a) Đúng: $(AC; B'D') = (AC; BD) = 90^\circ$

b) Sai: Vì $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$.

c) Đúng: $(AD; B'C) = (BC; B'C) = 45^\circ$

d) Đúng: $(BD; A'C') = (BD; AC) = 90^\circ$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Khi đó

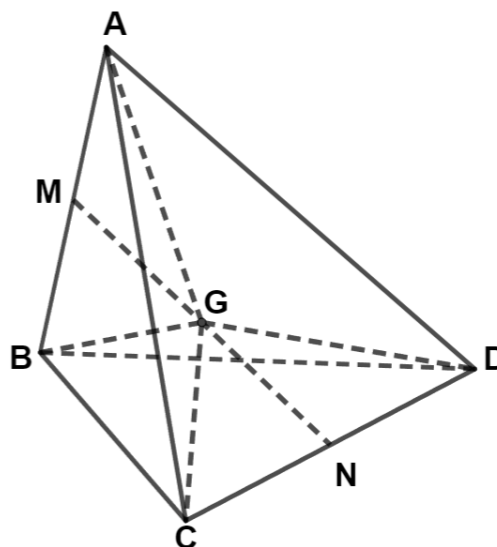
a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

d) $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

Lời giải:



Do M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}.$$

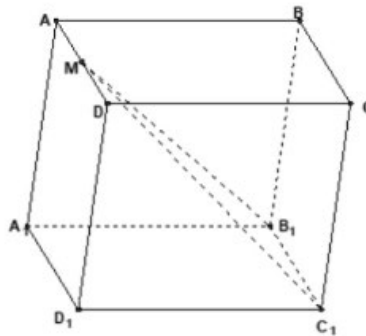
Do đó:

- a) Đúng.
- b) Sai.
- c) Đúng.
- d) Đúng.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Khi đó

- a) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$
- b) $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$
- c) $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$
- d) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

Lời giải:



a) Sai:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{B_1M} &= \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1}) \\ &= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}\end{aligned}$$

b) Đúng:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{C_1M} &= \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) \\ &= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}\end{aligned}$$

b) Đúng: $\overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1A_1} = \overrightarrow{C_1A}.$

d) Sai: vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;3)$. Khi đó

a) $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Điểm $A(0;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Ox .

c) Điểm $B(0;2;3)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên Oyz .

d) điểm $C(-1;2;3)$ là điểm đối xứng điểm M qua trục Ox .

Bảng đáp án

Câu	1
a)	Đ
b)	S
c)	Đ
d)	S

Lời giải

a) $M(1;2;3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

b) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên Ox là điểm $A(1;0;0)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên Oyz là điểm $B(0;2;3)$.

d) Điểm đối xứng điểm M qua trục Ox là điểm $C(1;-2;-3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1)$. Khi đó

a) Điểm B thuộc trục Ox .

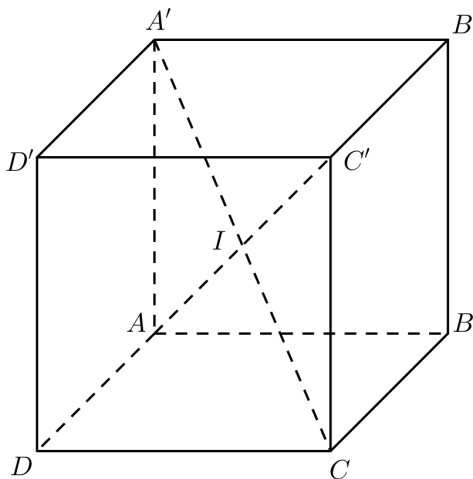
b) Tọa độ điểm $C(1;1;0)$.

c) Tọa độ điểm $B'(1;1;0)$.

d) AC' giao $A'C$ tại điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu	2
a)	Đ
b)	Đ
c)	S
d)	Đ



a) Điểm B thuộc trục Ox .

b) Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (1; 1; 0) \Rightarrow C(1; 1; 0)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = (1; 0; 1) \Rightarrow B'(1; 0; 1)$.

d) Ta có I là trung điểm của $A'C \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(1; 1; 1) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$, $\vec{v} = (m; 1; -1)$ và hai điểm $A(2; 1; 0)$, $B(1; 1; -2)$. Khi đó

a) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

c) Với $m = 2$ thì $\vec{v} = \vec{u}$.

d) Gọi điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$. Khi đó $a + b + c = 5$.

Lời giải

Câu	3
a)	Đ
b)	S
c)	S
d)	S

a) $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

b) $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; -2)$.

c) $\vec{v} = \vec{u} \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

$$\text{d) } \overrightarrow{MA} = \vec{u} \Leftrightarrow (2-a; 1-b; -c) = (1; 2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=1 \\ 1-b=2 \\ -c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=0$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$. Khi đó

a. $2\vec{u} = (4; -2; 6)$.

b. $\vec{u} + \vec{v} = (-3; 1; 4)$.

c. $\vec{u} - \vec{v} = (7; 3; -2)$.

d. $3\vec{u} - 2\vec{v} = (16; -7; 7)$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$ nên suy ra $2\vec{u} = (4; -2; 6)$

b) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $\vec{u} + \vec{v} = (-3; 1; 4)$

c) Sai. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$, $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $\vec{u} - \vec{v} = (7; -3; 2)$

d) Đúng. Ta có $\vec{u} = (2; -1; 3)$ nên $3\vec{u} = (6; -3; 9)$ và $\vec{v} = (-5; 2; 1)$ nên $2\vec{v} = (-10; 4; 2)$

Ta có $3\vec{u} - 2\vec{v} = (16; -7; 7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khi đó

a. Độ dài của vec tơ $\vec{a}$ là $|\vec{a}| = 3$

b. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

c. Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d. $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 6$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\vec{a} = (-2; 1; 2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

b) Đúng. Ta có $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = -3$.

c) Sai. Ta có $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{3 \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) Đúng. Ta có $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 3^2 - (\sqrt{3})^2 = 6$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(2; -1; 4)$, $C(5; 1; -2)$. Khi đó

- a. Trung điểm của đoạn thẳng AC là $M(3;2;0)$
- b. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{21}$
- c. Điểm C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ $M(12;1;-12)$
- d. Giá trị cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{21}}{63}$

Lời giải

a) Đúng. Ta có trung điểm của đoạn thẳng AC là M thì

$$M\left(\frac{1+5}{2}; \frac{3+1}{2}; \frac{2+(-2)}{2}\right) = M(3;2;0).$$

b) Đúng. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{21}$.

c) Đúng. Ta có C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ điểm M có dạng $M(3x_C - x_A - x_B; 3y_C - y_A - y_B; 3z_C - z_A - z_B)$. Từ đó tìm được $M(12;1;-12)$.

d) Sai. Ta có $A(1;3;2), B(2;-1;4)$ nên $\overrightarrow{AB} = (1;-4;2) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$

Và $A(1;3;2), C(5;1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (4;-2;-4) \Rightarrow AC = 6$.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1 \cdot 4 + (-4)(-2) + 2(-4)}{\sqrt{21} \cdot 6} = \frac{2\sqrt{21}}{63}.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề		
a) Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.		
b) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.		
c) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2;5;-4)$.		
d) Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2;-5;-4)$		

Lời giải

+) Ta có khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng $|-5| = 5$ nên **A đúng**.

+) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$ nên **B đúng**.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (yOz) là $I(0;-5;4)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(-2; -5; 4)$ nên **C sai**.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy là $J(0; -5; 0)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2; -5; -4)$ nên **D đúng**.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.		
b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.		
c) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.		
d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.		

Lời giải

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$. Do đó phương án **A sai**.

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$. Do đó phương án **B sai**.

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$. Do đó phương án **C đúng**

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$. Do đó phương án **D sai**.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$		
b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương		
c) $ \vec{b} = \sqrt{3}$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -6; 0)$		

Lời giải

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3) \Rightarrow$ **A đúng**.

Ta có: $\vec{a} = 2(1; -1; -2) \neq \vec{b} = (1; -1; 1)$. Suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. $\Rightarrow$ **B sai**.

Ta có: $|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow$ **C Đúng**

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -6; 0) \Rightarrow$ **D Đúng**

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai:

Mệnh đề		
a) $\vec{b} = -2\vec{a}$		
b) $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$		
c) $ \vec{b} = 2 \vec{a} $		
d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$		

Lời giải

Để thấy $\vec{b} = -2\vec{a} \Rightarrow$ A **Đúng**

Từ đó suy ra vectơ $\vec{a}$ ngược hướng với vectơ $\vec{b} \Rightarrow$ B **Đúng**

và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}| \Rightarrow$ C **Đúng**

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) + (-3) \cdot 6 = -28 \neq 0 \Rightarrow$ D **Sai**

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây **đúng** hay **sai**

Mệnh đề		
a) $ \vec{a} + \vec{b} = 3$		
b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$		
c) $ \vec{a} - \vec{b} = 5$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; 3)$		

Lời giải

Ta có

☐ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1+1)^2 + (-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+1+4} = 3$ (đúng).

☐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 1 - 2 - 3 = -4$ (đúng).

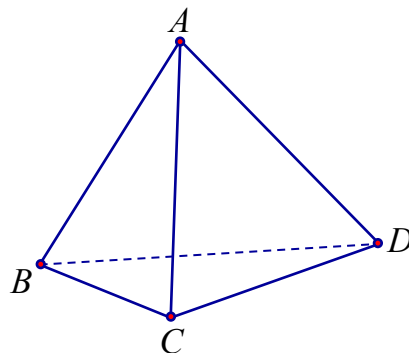
☐ $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{u}| = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{0+9+16} = 5$ (đúng).

☐ $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 4; 3)$ (sai).

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

Mệnh đề		
a) $AB \perp BD$		
b) $AB \perp BC$		
c) $AB \perp AC$		
d) $BC \perp CD$		

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$ và $\overrightarrow{BD} = (0; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow AB \perp BD \Rightarrow$ A **Đúng**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$ và $\overrightarrow{BC} = (1; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow$ B **Đúng**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.
 $\Rightarrow$ C **Sai**

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (1; 0; 0)$ và $\overrightarrow{CD} = (-1; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = -1 \neq 0 \Rightarrow BC$ và CD không vuông góc $\Rightarrow$ D **Sai**

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Câu nào sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề		
a) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.		
b) $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14)$		
c) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.		
d) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.		

Lời giải

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -3; -7) \neq \vec{0}$. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương $\Rightarrow$ A **Sai**

Ta có: $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14) \Rightarrow$ B **Đúng**

$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -1 + 15 - 14 = 0$. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. $\Rightarrow$ C **Sai**

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (0) = 1 \neq 0 \Rightarrow$ D **Sai**

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5)$; $B(4; 3; 2)$; $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

Mệnh đề		
a) tam giác ABC vuông tại A		
b) I là trung điểm của BC		
c) tọa độ $I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right)$		
d) $a + 2b + c = 3$		

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3) \\ \overrightarrow{BC} = (-7; -5; -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \text{tam giác } ABC \text{ vuông tại } B. \Rightarrow \text{A Sai}$$

$\Rightarrow$ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của cạnh huyền $AC \Rightarrow$ B Sai

$$\Rightarrow I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right). \Rightarrow \text{C Đúng}$$

Vậy $a + 2b + c = 3. \Rightarrow$ D Đúng

Câu 19: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Dựa vào dữ kiện trên để trả lời các mệnh đề sau

Mệnh đề		
a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1)$.		
b) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -1; 9)$		
c) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 24$		
d) $V_{ABCD} = 4$.		

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$; $\overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; 3; 1). \Rightarrow$ A Đúng

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -12; 9); \Rightarrow \text{B Sai}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-3) \cdot (-1) + (-12) \cdot 3 + 9 \cdot 1 = -24. \Rightarrow \text{C Sai}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |-24| = 4. \Rightarrow \text{D Đúng}$$

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$; $D(-2; -2; -1)$. Câu nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề		
a) Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng		
b) Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .		
c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.		
d) Tam giác ABD là tam giác cân tại B .		

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; -3) ; \overrightarrow{CD} = (-5; -3; 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (3; 3; -3) ; \overrightarrow{BD} = (-3; -2; 1)$$

$$\overrightarrow{AD} = (-2; 0; -2)$$

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; -6; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot 6 + (-2) \cdot (-3) = 0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Vậy đáp án A **sai**.

Lại có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow AC \perp AD$.

$\Rightarrow$ tam giác ACD là tam giác vuông tại A . Vậy đáp án B **đúng**.

Mặt khác: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -14 < 0$

$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) < 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ là góc tù. Vậy đáp án C **đúng**.

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{14}$ hay $AB = BD \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác cân tại B . Vậy đáp án D **đúng**.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, Tính số đo độ của góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng bao nhiêu?
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3), B(1; 0; 2), C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó giá trị $T = x + y$?
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tọa độ đỉnh của hình hộp là $A'(x; y; z)$, tính giá trị biểu thức $T = x + y + z$
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm giá trị của m để tam giác MNP vuông tại N .
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC ? (tính chính xác đến hàng phần trăm).
- Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(a; 0; 0); D(0; 2a; 0), A'(0; 0; 2a)$ với $a > 0$. Khi $a = 2$, tính độ dài đoạn thẳng AC'
- Câu 9:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3); B(2; -4; 5), C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$?

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, Tính số đo độ của góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, áp dụng công thức tính góc giữa hai vector,

$$\text{Ta có: } (\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{1 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra góc giữa hai vector cần tìm là $(\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0)$, $\vec{b}(2; 2; 0)$, $\vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$ nên $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó giá trị $T = x + y$?

Lời giải

Có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1; y-2; 1)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow T = x + y = 1.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ đỉnh của hình hộp là $A'(x; y; z)$, tính giá trị biểu thức $T = x + y + z$

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$.

Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

Vậy $T = x + y + z = 2$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$.
Tìm giá trị của m để tam giác MNP vuông tại N .

Lời giải

$\overrightarrow{MN}(-3; -2; 2); \overrightarrow{NP}(2; m-2; 1)$.

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m-2 = -2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.
Diện tích của tam giác ABC ? (tính chính xác đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$.

Nên diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$.

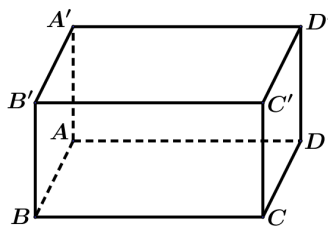
Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a > 0$. Khi $a = 2$, tính độ dài đoạn thẳng AC'

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$.

$$\text{Suy ra } AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|.$$

$$\text{Vậy độ dài đoạn thẳng } AC' = 3|a| = 6.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$?

Lời giải

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + b + c = -2$$