

Bài I. (1,5 điểm)

1) Một cửa hàng sách thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua sách ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Số tiền	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	5	6	15	12	8	4

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [50;60).

2) Một chiếc túi đựng 40 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 25 viên màu đỏ, 8 viên màu vàng, còn lại là màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong túi. Tính xác suất của biến cố “Viên bi được chọn không phải là viên bi màu vàng”.

Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm x để biểu thức $Q = A.B$ có giá trị nguyên âm.

Bài III. (2,5 điểm)

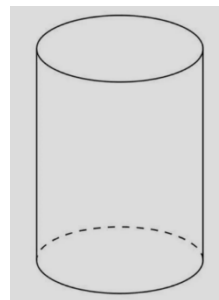
1) Trong tháng 4, tiền điện và tiền nước của nhà bạn An là 900 nghìn đồng. Sang tháng 5, tiền điện tăng 10% và tiền nước giảm 5% so với tháng 4 nên tổng số tiền điện và tiền nước tháng 5 là 960 nghìn đồng. Hỏi trong tháng 4, nhà bạn An phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại?

2) Một tổ sản xuất được giao nhiệm vụ hoàn thành 300 sản phẩm trong một thời gian quy định. Khi thực hiện, tổ làm được nhiều hơn 5 sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong mỗi giờ theo kế hoạch. Tổ sản xuất đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 2 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Cho phương trình bậc hai $x^2 - x - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $Q = x_1(x_1 - x_2) + x_2^2 + 2003$

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một bình thủy tinh dạng hình trụ có bán kính đáy 5cm, chiều cao 20 cm (*Giả sử độ dày của bình không đáng kể*).



a) Tính thể tích của bình.

b) Biết lúc đầu bình không chứa gì bên trong. Nếu đổ 1,5 lít nước vào trong bình thì bình đã đầy chưa? Vì sao? (Lấy $\pi \approx 3,14$).

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là G, GE cắt (O) tại điểm thứ hai là I, BI cắt EF tại K.

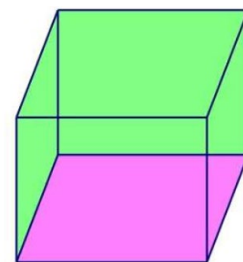
Chứng minh CB là tia phân giác của $\widehat{FCG}$ và ΔBFE đồng dạng với ΔDHE .

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH và BC.

Chứng minh ba điểm M, K, N thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm)

Bác Nam muốn thiết kế một chiếc hộp bằng inox có dạng hình hộp chữ nhật, không có nắp với đáy là hình vuông và có thể tích bằng 18 m^3 . Biết trên thị trường, giá inox làm phần đáy hộp là 120 000 đồng/ m^2 và giá inox làm các mặt xung quanh hộp là 90 000 đồng/ m^2 . Em hãy tính xem bác nên chọn kích thước đáy hộp bằng bao nhiêu (tính theo đơn vị: mét) để tổng chi phí làm hộp là thấp nhất? (coi như phần mép hàn không đáng kể).



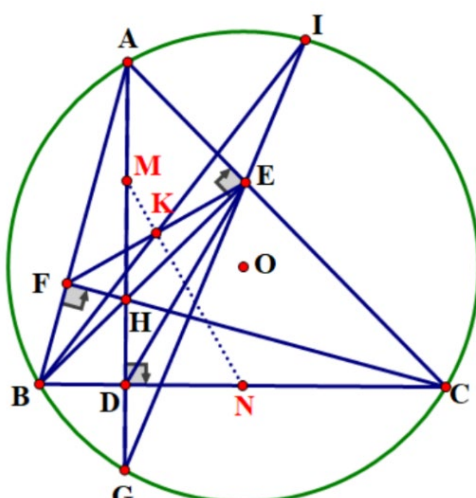
-----Hết! -----

BIỂU ĐIỂM KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9 NĂM HỌC 2024 – 2025

Bài I (1,5đ)	1. Tần số ghép nhóm [50;60)	0,5
	15	0,5
	1. Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [50;60)	0,5
	Lập đúng phép tính: $\frac{15}{50}.100\%$	0,25
	Kết quả: 30%	0,25
	2) Tính xác suất của biến cố “Viên bi được chọn không phải là viên bi màu vàng.	0,5
	Tổng số kết quả có thể xảy ra là 40. Ta thấy các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng.	0,25
	Số viên bi không phải màu vàng là: $40 - 8 = 32$ Xác suất của biến cố: $\frac{32}{40} = \frac{4}{5}$	0,25
Bài II (1,5đ)	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$	0,25
	Thay $x = 9$ (TM) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{3-5}{3-2} = -2$	0,25
	2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,75
	$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) - 2(\sqrt{x}+2) - (\sqrt{x}-10)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x - \sqrt{x} - 2 - 2\sqrt{x} - 4 - \sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \text{ (đpcm)}$	0,25
	3) Tìm x để biểu thức $Q = A.B$ có giá trị nguyên âm.	0,5

	Ta có $Q = A.B = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{7}{\sqrt{x}+2}$ Lập luận được $Q \geq 1 - \frac{7}{2} = \frac{-5}{2}$ Để Q có giá trị nguyên âm thì $\frac{-5}{2} \leq Q < 0$ và Q nhận giá trị nguyên $\Rightarrow Q \in \{-2; -1\}$	0,25
	Lập luận tìm được $x \in \left\{\frac{1}{9}; \frac{9}{4}\right\}$ (TMĐK)	0,25
Bài III (2,5đ)	1) Tính số tiền mỗi loại...	1,0
	Gọi số tiền điện và số tiền nước trong tháng 4 lần lượt là $x; y$ (nghìn đồng) ($0 < x < 900; 0 < y < 900$)	0,25
	Lập luận được hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,1x + 0,95y = 960 \end{cases}$	0,25
	Giải HPT tìm được $x = 700$ (TMĐK), $y = 200$ (TMĐK).	0,25
	Kết luận đúng	0,25
	2) Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất làm bao nhiêu sản phẩm?	1,0
	Gọi số sản phẩm tổ phải làm một giờ theo kế hoạch là x (sản phẩm) $x \in \mathbb{N}^*$	0,25
	Lập luận ra được phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 2$	0,25
	Tìm được $x = 25$ (TMĐK) hoặc $x = -30$ (loại).	0,25
	Kết luận: theo kế hoạch mỗi giờ tổ làm được 25 sản phẩm.	0,25
	3) Tính giá trị biểu thức $Q = x_1(x_1 - x_2) + x_2^2 + 2003$	0,5
	$x^2 - x - 7 = 0$ $\Delta = 29 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -7 \end{cases}$	0,25
	Ta có $Q = x_1(x_1 - x_2) + x_2^2 + 2003$ $= x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 + 2003 = 2025$	0,25

Bài IV
(4,0đ)

1a) Tính thể tích của bình.	0,5
Thể tích của bình là $V = \pi.5^2.20 = 500\pi \approx 1570(\text{cm}^3)$	
1b) Nếu đổ 1,5 lít nước vào trong bình thì bình đã đầy chưa? Vì sao?	0,5
$1,5 \text{ lít} = 1,5 \text{ dm}^3 = 1500 \text{ cm}^3$ $V \approx 1570(\text{cm}^3) > 1500(\text{cm}^3)$ Bình chưa đầy.	
2a) Chứng minh bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	Vẽ hình đúng tới câu a. Chỉ ra ΔAFC vuông tại F, khi đó A, F, C thuộc đường tròn đường kính AC Chỉ ra ΔADC vuông tại D, khi đó A, D, C thuộc đường tròn đường kính AC Từ đó suy ra bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc một đường tròn.
2b) Chứng minh CB là tia phân giác của $\widehat{FCG}$	0,75
Xét (O) có $\widehat{BAG} = \widehat{BCG}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BG)	0,25
Xét tứ giác AFDC nội tiếp có $\widehat{BAG} = \widehat{FAD} = \widehat{FCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FD)	0,25
Suy ra: $\widehat{FCD} = \widehat{BCG}$ hay CB là tia phân giác của $\widehat{FCG}$	0,25
2b) Chứng minh ΔBFE đồng dạng với ΔDHE .	0,75
Chứng minh được $\widehat{FEH} = \widehat{FAH} = \widehat{FCD} = \widehat{HED}$	0,25
$\widehat{AFE} = \widehat{AHE}$ nên $180^0 - \widehat{AFE} = 180^0 - \widehat{AHE}$ Suy ra $\widehat{BFE} = \widehat{DHE}$	0,25
Suy ra ΔBFE đồng dạng với ΔDHE (g.g)	0,25
2c) Chứng minh M, K, N thẳng hàng.	0,5

	c) Chứng minh được $\widehat{FBK} = \widehat{DGE}$ và $\widehat{BFK} = \widehat{GHE}$ (cmt) nên $\triangle BFK$ đồng dạng với $\triangle GHE$ (g.g) Suy ra $\frac{FK}{HE} = \frac{BF}{GH}$ và $GH = 2.DH$ nên $\frac{FK}{HE} = \frac{BF}{2.DH} \Rightarrow \frac{2.FK}{HE} = \frac{BF}{DH}$ Mà $\frac{FE}{HE} = \frac{BF}{DH}$ (do $\triangle BFE$ đồng dạng với $\triangle DHE$) $\Rightarrow \frac{2.FK}{HE} = \frac{FE}{HE}$ hay $HE = 2.FK$ Suy ra K là trung điểm của FE	0,25
	Chứng minh được M, N thuộc đường trung trực của FE (do $MF = ME$ và $NF = NE$) Vậy M, N, K thẳng hàng (do cùng thuộc đường trung trực của FE)	0,25
Bài V (0,5đ)	Em hãy tính xem bác nên chọn kích thước đáy hộp bằng bao nhiêu (tính theo đơn vị: mét) để tổng chi phí làm hộp là thấp nhất? (coi như phần mép hàn không đáng kể).	0,5
	Gọi độ dài cạnh đáy là x (m), $x > 0$ Vì thể tích hộp là $18 \text{ (m}^3\text{)}$ nên chiều cao của hộp là $\frac{18}{x^2} \text{ (m)}$ Tổng chi phí mua vật liệu là $S = 120x^2 + 90.4x \cdot \frac{18}{x^2} = 120x^2 + \frac{6480}{x}$ (nghìn đồng) $S = 120\left(x^2 + \frac{54}{x}\right) = 120 \cdot \left[(x-3)^2 + 6x + \frac{54}{x} - 9\right]$	0,25
	Chứng minh bất đẳng thức Cô-si Ta có $6x + \frac{54}{x} \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{54}{x}} = 36$. Dấu = xảy ra khi $6x = \frac{54}{x}$ hay $x = 3$ $(x-3)^2 \geq 0$ với mọi x, dấu = xảy ra khi $x = 3$ $S \geq 3240$ Vậy bác Nam nên chọn đáy hộp là hình vuông có cạnh bằng 3m, khi đó chi phí thấp nhất là 3 240 000 đồng.	0,25

(Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tương đương)

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>