

Bài 1 (3,0 điểm).

1. Thực hiện phép tính: $A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$

2. Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{3}{2} \cdot 4^x + \frac{5}{3} \cdot 4^{x+2} = \frac{3}{2} \cdot 4^8 + \frac{5}{3} \cdot 4^{10}$

Bài 2 (5,0 điểm).

1. Cho hai đa thức: $P(x) = x^2 - 9x + 6 + 3x - 2x^2$;

$$Q(x) = -x^2 - 5x + 3x^2 + 7x - 2 + 1.$$

a) Tính $H(x) = P(x) + Q(x)$.

b) Chứng minh rằng đa thức $H(x)$ không có nghiệm trên tập số thực.

2. Một tam giác có độ dài ba đường cao lần lượt là: 9cm, 25cm, x cm. Tìm x biết x là số chính phương và có đơn vị đo là centimeters.

Bài 3 (4,0 điểm).

1. Tìm x, y, z biết: $(7x - 5y)^{10} + |x^2 + y^2 - 4736| + \sqrt{x + y + z} = 0$ (với $x + y + z \geq 0$).

2. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn: $x^2 = yz$; $y^2 = xz$; $z^2 = xy$. Chứng minh rằng $x = y = z$.

Bài 4 (6,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ AH vuông góc với BC tại H. AM là tia phân giác của góc BAH, AN là tia phân giác của góc CAH (M, N thuộc BC). Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = AH$.

a) Chứng minh: MD vuông góc với AB.

b) Chứng minh: $BA = BN$.

c) Chứng minh: $MN = AB + AC - BC$.

d) Kẻ BK vuông góc với AN tại K, CI vuông góc với AM tại I, BK cắt CI tại O. Chứng minh tam giác OMN vuông cân.

Bài 5 (1,5 điểm).

Tìm các số nguyên tố p, q và số nguyên x thỏa mãn: $x^5 + px + 3q = 0$.

.....Hết.....

		<p>Hay $\frac{1800}{272} < x < \frac{3825}{272}$ mà x là số chính phương $\Rightarrow x = 9$ (thỏa mãn). Vậy x = 9 cm.</p>	0,25 0,25
3 (4đ)	1	<p>1. Tìm x, y, z biết $(7x-5y)^{10} + x^2 + y^2 - 4736 + \sqrt{x+y+z} = 0$ $(x + y + z \geq 0)$ 2. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn: $x^2 = yz; y^2 = xz; z^2 = xy$. Chứng minh rằng $x = y = z$.</p>	
	(2đ)	<p>$(7x-5y)^{10} + x^2 + y^2 - 4736 + \sqrt{x+y+z} = 0$ ($x + y + z \geq 0$) Ta có: $(7x - 5y)^2 \geq 0$ với mọi x, y $x^2 + y^2 - 4736 \geq 0$ với mọi x, y $\sqrt{x + y + z} \geq 0$ với mọi $x + y + z \geq 0$ $\Rightarrow (7x-5y)^{10} + x^2 + y^2 - 4736 + \sqrt{x+y+z} \geq 0$ (với mọi $x + y + z \geq 0$) Do đó $(7x-5y)^{10} + x^2 + y^2 - 4736 + \sqrt{x+y+z} = 0$ khi $(7x - 5y)^2 = 0 ; x^2 + y^2 - 4736 = 0$ và $x + y + z = 0$ Từ đó tìm được $x = 40, y = 56, z = 96$ hoặc $x = -40, y = -56, z = -96$ Vậy $x = 40, y = 56, z = 96$ hoặc $x = -40, y = -56, z = -96$</p>	0,5 0,5 0,75 0,25
	2	<p>Ta có: $x^2 = yz; y^2 = xz; z^2 = xy$. Xét $x = 0$ thì $y = 0, z = 0$ do đó $x = y = z$ Xét $x \neq 0$ thì $y \neq 0; z \neq 0$ Mà $x^2 = yz; y^2 = xz; z^2 = xy$ $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$ đặt $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = k$ ($k \neq 0$) Khi đó $k^3 = 1$ hay $k = 1$ $\Rightarrow x = y = z$ Vậy $x = y = z$ (đpcm)</p>	0,5 0,75 0,5 0,25
4 (6,5đ)		<p>Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ AH vuông góc với BC tại H. AM là tia phân giác của góc BAH, AN là tia phân giác của góc CAH (M, N thuộc BC). Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = AH$.</p> <p>a) Chứng minh: MD vuông góc với AB. b) Chứng minh: BA = BN. c) Chứng minh: $MN = AB + AC - BC$ d) Kẻ BK vuông góc với AN tại K, CI vuông góc với AM tại I, BK cắt CI tại O. Chứng minh tam giác OMN vuông cân.</p>	

a (2đ)	<p>Chứng minh: tam giác AMD = tam giác AMH (cgc) \Rightarrow Góc MHA = góc MDA = 90^0. \Rightarrow MD vuông góc với AB tại D</p>	1,0 0,75 0,25	
b (2đ)	<p>Tam giác AHN vuông tại H \Rightarrow góc HNA + góc HAN = 90^0. Góc BAN + góc NAC = góc BAC = 90^0. Mà góc HAN = góc NAC Suy ra góc HNA = góc BAN \Rightarrow Tam giác ABN cân tại B \Rightarrow BA = BN.</p>	1,0 1,0	
c (1,5đ)	<p>Chứng minh tương tự câu b chứng minh được CA = CN Ta có BC = BN + NC = BN + (MC - MN) = AB + AC - MN \Rightarrow MN = AB + AC - BC</p>	0,5 1,0	
d (1đ)	<p>Tam giác ABN cân tại B có là đường cao nên đồng thời là đường trung trực \Rightarrow OA = ON Chứng minh tương tự \Rightarrow OA = OM Do đó OM = ON (1) Gọi giao điểm của AO và BC là E Chứng minh được góc MON = 2.góc MAN Mà góc MAN = 45^0 Nên góc MON = 90^0 (2) Từ (1) và (2) \Rightarrow tam giác MON vuông cân tại O</p>	0,5 0,5	
5 (1,5đ)	<p>$x^5 + px + 3q = 0$ $x(x^4 + p) = -3q$ Vì p, q là các số nguyên tố, x là số nguyên Nên x là số nguyên âm và $x \in \{-1; -3; -q; -3q\}$ Với x = -1 thì $1 + p = 3q$ Nếu q = 2 thì p = 5 (TM) Nếu q > 2 thì p là số nguyên tố chẵn lớn hơn 3 (loại) Với x = -3 thì $81 + p = q$ mà q là số nguyên tố lớn hơn 2 nên q lẻ khi đó p là số nguyên tố chẵn \Rightarrow p = 2 (TM) Với x = -q thì $q^4 + p = 3$ (loại vì $p^4 + q > 3$) Với x = -3q thì $81q^4 + p = 1$ (loại vì $81q^4 + p > 1$) Vậy $(x; p; q) \in \{(-1; 5; 2); (-3; 2; 83)\}$</p>	0,25 0,5 0,5 0,25	

Lưu ý: Trên đây chỉ là một cách làm, học sinh làm cách khác đúng, lập luận chặt chẽ vẫn cho điểm tối đa!

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 7**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-7>