

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn thi: **TOÁN (Không chuyên)**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 02 trang)

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm).**

Học sinh kẻ bảng sau vào giấy làm bài thi và trả lời các câu hỏi trắc nghiệm bằng cách:

- Ghi 01 ký tự A hoặc B hoặc C hoặc D vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.
- Bỏ câu trả lời (nếu có) bằng cách gạch chéo ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) đã ghi và ghi lại 01 ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.

Câu hỏi										
Câu trả lời										

**Câu 1.** Gọi  $(a; b)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 4y = m \end{cases}$  ( $m$  là tham số). Biết  $a + b = 1$ , giá trị của  $m$  là:

- A. 2                                      B.  $\frac{3}{2}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D. 1

**Câu 2.** Tập xác định của biểu thức  $\frac{1}{x-|x|}$  là:

- A.  $x \geq 0$                                       B.  $x \neq 0$                                       C.  $x < 0$                                       D.  $x \neq 0, x \neq 1$

**Câu 3.** Số nghiệm của phương trình  $\frac{x^4-1}{x+1} = 0$  là:

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 4.** Biểu thức  $\sqrt{6 - 2(\sqrt{3} + 1)}$  bằng:

- A.  $\sqrt{3} + 1$                                       B.  $\sqrt{3} - 1$                                       C.  $\sqrt{3} + 2$                                       D.  $2 - \sqrt{3}$

**Câu 5.** Biết phương trình  $x^2 - mx - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$ . Giá trị của  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  là:

- A.  $\frac{m}{2}$                                       B.  $m$                                       C.  $-\frac{m}{2}$                                       D.  $-m$

**Câu 6.** Cho hình thang  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = 2$  và đáy lớn  $CD = 5$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các đường chéo  $AC, BD$ . Khi đó,  $MN$  bằng:

- A. 1                                      B.  $\frac{3}{2}$                                       C. 2                                      D.  $\frac{5}{2}$

**Câu 7.** Ký hiệu  $R, r$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác đều  $ABC$ . Tỉ số  $\frac{R}{r}$  bằng:

- A. 2                                      B. 3                                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                                       D.  $\sqrt{3}$

**Câu 8.** Tổng  $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}}$  bằng:

- A.  $2 - \sqrt{3}$                                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}}$                                       C.  $\sqrt{2} - 1$                                       D.  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

**Câu 9.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai đường thẳng  $d_1: y = x + 1$  và  $d_2: y = 2x - 2$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ . Đoạn  $OM$  bằng:

- A.  $3\sqrt{2}$                                       B. 4                                      C.  $\sqrt{13}$                                       D. 5

**Câu 10.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $D$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  ( $D \in BC$ ) và  $I$  là trung điểm  $BC$ .  
 Đẳng thức nào sau đây không đúng?

- A.  $BA^2 = 2BD \cdot BI$       B.  $DA^2 = 2DB \cdot DC$       C.  $AB \cdot AC = AD \cdot BC$       D.  $IA^2 = IB \cdot IA$

**B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm).**

**Câu 1 (1 điểm).** Cho  $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x+2}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-2}}$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

- a) Chứng minh  $A \cdot (\sqrt{x} - 2)$  không phụ thuộc vào giá trị của  $x$ .  
 b) Tìm  $x$  để  $A \cdot B = \sqrt{x} + 1$ .

**Câu 2 (1.5 điểm).**

- a) Cho  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Biết đồ thị  $y = f(x)$  đi qua hai điểm  $(2; 10)$  và  $(5; 25)$ . Tính  $f(0)$ .  
 b) Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 4$ . Lấy điểm  $E$  trên cạnh  $AC$  và gọi  $F$  là hình chiếu của  $E$  lên  $BC$ . Xác định độ dài  $EC$  để diện tích tứ giác  $ABFE$  bằng  $\frac{2}{3}$  diện tích tam giác  $ABC$ .

**Câu 3 (1.5 điểm).**

- a) Giải phương trình:  $2(x + 1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$ .  
 b) Tìm  $m$  để phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và thỏa mãn:  
 $\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} + \sqrt{m + 2x_2 - x_2^2} = 2$ .

**Câu 4 (1.5 điểm).** Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

- a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.  
 b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

**Câu 5 (2.5 điểm).** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$  có  $AB < AC$ . Gọi  $H$  là trực tâm;  $D, E, F$  lần lượt là chân các đường cao trên  $BC, CA, AB$ ;  $I$  là trung điểm  $BC$  và  $K$  là giao điểm của  $AD$  với  $(O)$  ( $K \neq A$ ).

- a) Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp và:  $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}, \widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$ .  
 b) Gọi  $S$  là giao điểm của  $EF$  với  $BC$ . Chứng minh tứ giác  $DIEF$  nội tiếp và:  $SD \cdot SI = SB \cdot SC$ .  
 c) Gọi  $R$  là giao điểm của  $SK$  với  $(O)$  ( $R \neq K$ ) và  $L$  là giao điểm của  $RI$  với  $(O)$  ( $L \neq R$ ). Chứng minh  $AL$  song song với  $BC$  và  $AB \cdot CR = AC \cdot BR$ .

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm).**

Học sinh kẻ bảng sau vào giấy làm bài thi và trả lời các câu hỏi trắc nghiệm bằng cách:

- Ghi 01 ký tự A hoặc B hoặc C hoặc D vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.
- Bỏ câu trả lời (nếu có) bằng cách gạch chéo ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) đã ghi và ghi lại 01 ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	D	C	A	B	C	B	A	B	D	B

**Câu 1.** Gọi  $(a; b)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 4y = m \end{cases}$  ( $m$  là tham số). Biết  $a + b = 1$ , giá trị của  $m$  là:

- A. 2                                      B.  $\frac{3}{2}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D. 1

**Câu 2.** Tập xác định của biểu thức  $\frac{1}{x-|x|}$  là:

- A.  $x \geq 0$                                       B.  $x \neq 0$                                       C.  $x < 0$                                       D.  $x \neq 0, x \neq 1$

**Câu 3.** Số nghiệm của phương trình  $\frac{x^4-1}{x+1} = 0$  là:

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 4.** Biểu thức  $\sqrt{6 - 2(\sqrt{3} + 1)}$  bằng:

- A.  $\sqrt{3} + 1$                                       B.  $\sqrt{3} - 1$                                       C.  $\sqrt{3} + 2$                                       D.  $2 - \sqrt{3}$

**Câu 5.** Biết phương trình  $x^2 - mx - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$ . Giá trị của  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  là:

- A.  $\frac{m}{2}$                                       B.  $m$                                       C.  $\frac{-m}{2}$                                       D.  $-m$

**Câu 6.** Cho hình thang  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = 2$  và đáy lớn  $CD = 5$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các đường chéo  $AC, BD$ . Khi đó,  $MN$  bằng:

- A. 1                                      B.  $\frac{3}{2}$                                       C. 2                                      D.  $\frac{5}{2}$

**Câu 7.** Ký hiệu  $R, r$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác đều  $ABC$ . Tỉ số  $\frac{R}{r}$  bằng:

- A. 2                                      B. 3                                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                                       D.  $\sqrt{3}$

**Câu 8.** Tổng  $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}}$  bằng:

- A.  $2 - \sqrt{3}$                                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}}$                                       C.  $\sqrt{2} - 1$                                       D.  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

**Câu 9.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai đường thẳng  $d_1: y = x + 1$  và  $d_2: y = 2x - 2$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ . Đoạn  $OM$  bằng:

- A.  $3\sqrt{2}$                                       B. 4                                      C.  $\sqrt{13}$                                       D. 5

**Câu 10.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $D$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  ( $D \in BC$ ) và  $I$  là trung điểm  $BC$ .  
 Đẳng thức nào sau đây không đúng?

- A.  $BA^2 = 2BD \cdot BI$       B.  $DA^2 = 2DB \cdot DC$       C.  $AB \cdot AC = AD \cdot BC$       D.  $IA^2 = IB \cdot IA$

**B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm).**

**Câu 1 (1 điểm).** Cho  $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x+2}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

- a) Chứng minh  $A \cdot (\sqrt{x} - 2)$  không phụ thuộc vào giá trị của  $x$ .  
 b) Tìm  $x$  để  $A \cdot B = \sqrt{x} + 1$ .

**Lời giải.**

a) (0.5 điểm) Ta có:  $A(\sqrt{x} - 2) = \left(\frac{x+4}{x-4}\right)(\sqrt{x} - 2) - \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}\right)(\sqrt{x} - 2) = \frac{x+4}{\sqrt{x+2}} - \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = \frac{2(2+\sqrt{x})}{\sqrt{x+2}} = 2$  (không phụ thuộc vào  $x$ ).

b) (0.5 điểm) Ta có:  $B = \frac{\sqrt{x+2} - (\sqrt{x}-2) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$  (0,25đ)

Ta suy ra  $AB = \frac{2}{\sqrt{x}}$ . Do đó,  $AB = \sqrt{x} + 1$  khi và chỉ khi  $\frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1$ . Phương trình này có nghiệm duy nhất  $x = 1$ . (0,25đ)

**Câu 2 (1.5 điểm).**

- a) Cho  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Biết đồ thị  $y = f(x)$  đi qua hai điểm (2; 10) và (5; 25). Tính  $f(0)$ .  
 b) Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 4$ . Lấy điểm  $E$  trên cạnh  $AC$  và gọi  $F$  là hình chiếu của  $E$  lên  $BC$ . Xác định độ dài  $EC$  để diện tích tứ giác  $ABFE$  bằng  $\frac{2}{3}$  diện tích tam giác  $ABC$ .

**Lời giải.**

a) (0.75 điểm) Đồ thị  $y = f(x)$  đi qua hai điểm (2; 10) và (5; 25) tương đương với hệ phương trình

$$\begin{cases} 4 + 2a + b = 10 \\ 25 + 5a + b = 25 \end{cases} \quad (0,25đ)$$

Nhân phương trình đầu với  $\frac{5}{2}$  và trừ đi phương trình thứ hai ta có:  $-15 + \frac{3}{2}b = 0$ , hay  $b = 10$ . (0,25đ)

Từ đây ta suy ra:  $f(0) = b = 10$ . (0,25đ)

b) (0.75 điểm) Do diện tích tam giác  $ABC$  bằng diện tích tứ giác  $ABFE$  cộng diện tích tam giác  $CEF$ , diện tích tam giác  $CEF$  bằng  $\frac{1}{3}$  diện tích tam giác  $ABC$ . (0,25đ)

Mặt khác, dễ thấy  $\Delta CAB \sim \Delta CFE$  với tỉ số đồng dạng  $\frac{CE}{CB}$ . (0,25đ)

Do tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng, ta suy ra  $CE = \frac{BC}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$ . (0,25đ)

**Câu 3 (1.5 điểm).**

a) Giải phương trình:  $2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và thỏa mãn:

$$\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} + \sqrt{m + 2x_2 - x_2^2} = 2.$$

**Lời giải.**

a) (0.75 điểm) Điều kiện xác định  $x \neq 1, 2$ . Phương trình đã cho tương đương với

$$2x + \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-2}\right) = 0$$

$$2x + \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x-2} = 0$$

Đến đây, ta suy ra  $x = 0$  là một nghiệm hoặc  $2 + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 0$ . Phương trình này sau khi quy đồng mẫu số tương đương với phương trình bậc hai  $2x^2 - 4x + 1 = 0$ . Giải phương trình bậc hai này ta nhận được thêm hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện là  $x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$  hoặc  $x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

- b) (0,75 điểm) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta' = 1 + 2m > 0$  hay  $m > -\frac{1}{2}$ . (0,25đ)

Do  $x_1$  là nghiệm của phương trình,  $m + 2x_1 - x_1^2 = x_1^2$ . Suy ra  $\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} = \sqrt{x_1^2} = |x_1|$ . Tương tự với  $x_2$  ta suy ra đẳng thức ở đề bài tương đương với  $|x_1| + |x_2| = 2$ . (0,25đ)

Bình phương hai vế và biến đổi ta suy ra  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2|x_1x_2| = 4$  hay  $1 + 2\frac{m}{2} + 2\left|\frac{m}{2}\right| = 4$ . Đến đây ta tìm được  $m = \frac{3}{2}$ . Thử lại thấy giá trị này thỏa mãn yêu cầu bài toán. (0,25đ)

**Câu 4 (1.5 điểm).** Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

- a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.  
b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

**Lời giải.**

- a) (1 điểm) Đặt  $x, y$  lần lượt là số học sinh thi Toán, Văn năm ngoái. Từ giả thiết, ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - y = 100 \\ \frac{6}{5}x - \frac{11}{10}y = 150 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

**Lưu ý:** Mỗi phương trình 0,25

Giải hệ phương trình trên ta có  $x = 400, y = 300$  (0,25đ).

Suy ra số học sinh thi Toán và Văn năm nay lần lượt là 480 và 330. (0,25đ)

- b) (0.5 điểm) Tổng số học sinh dự thi năm nay bằng  $480 \cdot 100/60 = 800$ . (0,25đ)

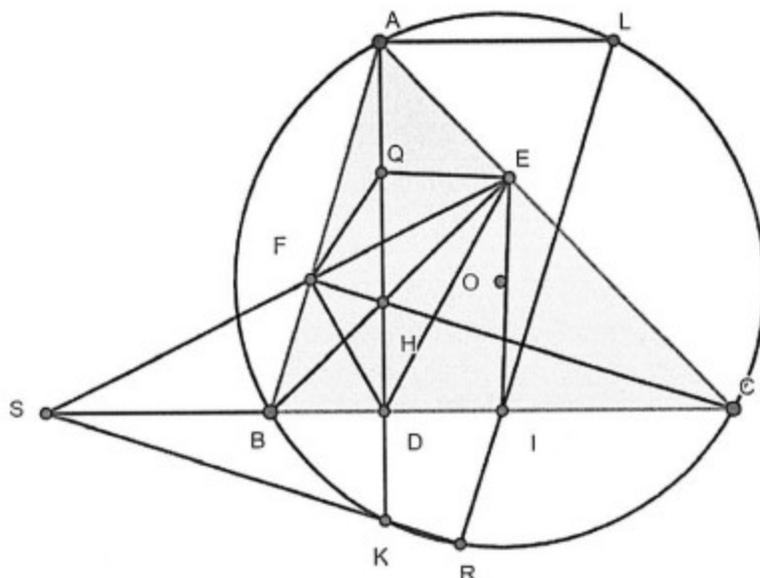
Đặt số học sinh thi cả Toán và Văn năm nay là  $z$ . Ta có  $480 + 330 = 800 + z$ . Do đó, số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay là 10. (0,25đ)

**Câu 5 (2.5 điểm).** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$  có  $AB < AC$ . Gọi  $H$  là trực tâm;  $D, E, F$  lần lượt là chân các đường cao trên  $BC, CA, AB$ ;  $I$  là trung điểm  $BC$  và  $K$  là giao điểm của  $AD$  với  $(O)$  ( $K \neq A$ ).

- a) Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp và:  $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}, \widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$ .  
b) Gọi  $S$  là giao điểm của  $EF$  với  $BC$ . Chứng minh tứ giác  $DIEF$  nội tiếp và:  $SD \cdot SI = SB \cdot SC$ .

- c) Gọi  $R$  là giao điểm của  $SK$  với  $(O)$  ( $R \neq K$ ) và  $L$  là giao điểm của  $RI$  với  $(O)$  ( $L \neq R$ ). Chứng minh  $AL$  song song với  $BC$  và  $AB \cdot CR = AC \cdot BR$ .

**Lời giải.**



- a) (0,5 điểm) Tam giác  $BEC$  vuông tại  $E$  có  $I$  là trung điểm  $BC$  nên  $IB = IC = IE$ . Tương tự  $IB = IC = IF$ . Do đó, tứ giác  $BCEF$  nội tiếp đường tròn tâm  $I$  bán kính  $IB$ . (0,25đ)  
 Áp dụng tính chất góc ở tâm bằng hai lần góc nội tiếp cùng nhìn một cung cho tứ giác  $BCEF$  nội tiếp ( $I$ ), ta suy ra  $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}$ ,  $\widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$ . (0,25đ)
- b) (1 điểm) Gọi  $Q$  là trung điểm của  $AH$ .  
 - Chứng minh được 5 điểm  $Q, F, D, I, E$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $QI$ . (0,25đ)  
 - Suy ra tứ giác  $DIEF$  nội tiếp. (0,25đ)  
 Chứng minh được  $SB \cdot SC = SE \cdot SF$  và  $SE \cdot SF = SD \cdot SI$ . (0,25đ)  
 Từ hai đẳng thức này, ta suy ra  $SD \cdot SI = SB \cdot SC$ . (0,25đ)
- c) (1 điểm) Do tứ giác  $BKRC$  nội tiếp, ta chứng minh được  $SB \cdot SC = SK \cdot SR$ . Từ kết quả ở câu b), ta suy ra  $SD \cdot SI = SK \cdot SR$ . (0,25đ)  
 Từ đó chứng minh được  $\triangle SDK \sim \triangle SRI$ . Từ đó ta được  $\widehat{KRL} = \widehat{SDK} = 90^\circ$  suy ra  $KL$  là đường kính của  $(O)$ . Vì tứ giác  $AKRL$  nội tiếp  $(O)$  nên  $\widehat{KAL} = 90^\circ$  nên  $AL \parallel BC$ . (0,25đ)  
 Chứng minh  $\triangle BIR \sim \triangle ACR$  và suy ra  $\frac{BI}{AC} = \frac{BR}{AR}$ .  
 Chứng minh  $\triangle CIR \sim \triangle ABR$  và suy ra  $\frac{CI}{AB} = \frac{CR}{AR}$ . (0,25đ)  
 Đề ý rằng  $BI = CI$ , từ hai đẳng thức trên, ta thu được  $AB \cdot CR = CI \cdot AR = BI \cdot AR = AC \cdot BR$ . (0,25đ)

**Lưu ý:** Đây là hướng dẫn chấm vấn tất, các ý học sinh phải chứng minh chi tiết mới được điểm. Học sinh có cách làm khác phù hợp vẫn được điểm trọn vẹn.

-----HẾT-----