

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm).

Câu 1. Phương trình $(x+5)(x-3)=0$ có nghiệm là:

- A. $x = -5$ B. $x = 3$ C. $x = -5$ và $x = 3$ D. $x = -5$ hoặc $x = 3$

Câu 2. Điều kiện xác định của căn thức $\sqrt{3-5x}$ là:

- A. $x \leq \frac{5}{3}$ B. $x \geq -\frac{3}{5}$ C. $x \geq \frac{3}{5}$ D. $x \leq \frac{3}{5}$

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua điểm $M(2; -2)$?

- A. $y = \frac{1}{2}x^2$ B. $y = -\frac{1}{2}x^2$ C. $y = 2x^2$ D. $y = -2x^2$

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $5(x-2) \leq 2+2x$ là:

- A. $x > 4$. B. $x < 4$. C. $x \geq 4$. D. $x \leq 4$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH $AB = 6cm, HC = 9cm$. Độ dài cạnh AC là:

- A. $3\sqrt{6}cm$ B. $6\sqrt{3}cm$ C. $5\sqrt{3}cm$ D. $3\sqrt{5}cm$

Câu 6. Trên đường tròn $(O; 5cm)$ vẽ dây $MN = 8cm$. Khoảng cách từ tâm O đến dây MN là:

- A. $3cm$ B. $4cm$ C. $5cm$ D. $8cm$

Câu 7: Gieo 1 con xúc sắc 30 lần và được kết quả như sau:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Tần số	4	7	5	?	4	6

Tần số xuất hiện mặt 4 chấm là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 8. Xét phép thử ngẫu nhiên là việc gieo hai con xúc sắc cùng một lúc. Xác suất của biến cố: “Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc sắc bằng 6” là:

- A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{11}{36}$ C. $\frac{25}{36}$ D. $\frac{31}{36}$

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm).

Câu 9. (1,5 điểm)

a) (0,75 điểm). Giải phương trình: $3x^2 + 5x - 2 = 0$

b) (0,75 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

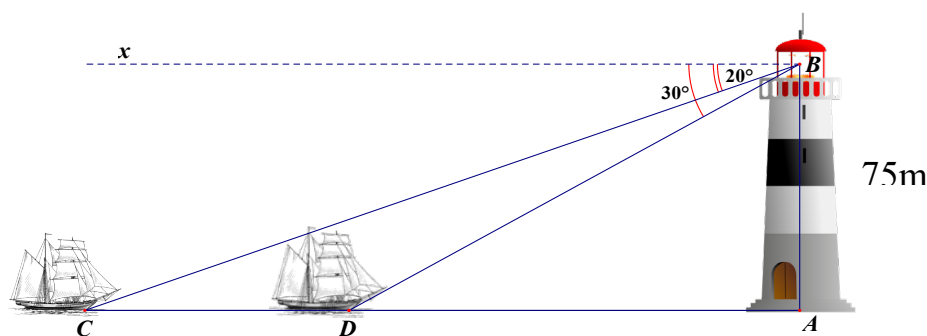
Câu 10. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{4\sqrt{x}-8}{x-4} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

Câu 11. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2^2 - 6x_2 + m - 1} = 3$

Câu 12. (1 điểm) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (bể không có nước) thì sau $\frac{4}{3}$ giờ thì đầy bể. Nếu mở vòi I trong 20 phút và vòi II trong 30 phút thì chảy được $\frac{7}{24}$ bể nước. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu ?

Câu 13 (1,0 điểm) Một người đứng trên tháp (tại B) của ngọn hải đăng ở độ cao 75 m quan sát hai lần một con tàu đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy tàu tại C với góc hạ là 20° , lần thứ 2 người đó nhìn thấy tàu tại D với góc hạ là 30° . Hỏi con tàu đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 14. (2,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC . Trên cung BC lấy các điểm F, E (F thuộc cung BE ; E, F khác B và C); đường thẳng BF và CE cắt nhau tại A ; BE và CF cắt nhau tại H ; đường thẳng AH cắt EF và BC lần lượt tại I và D . Đường thẳng qua I song song với BC cắt AB, BE lần lượt tại P, Q . Tia AQ cắt BC tại K .

a) Chứng minh các tứ giác $AEHF$, $ACDF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AI.HD = AD.HI$ và D là trung điểm của BK .

Câu 15. (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh:

$$\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

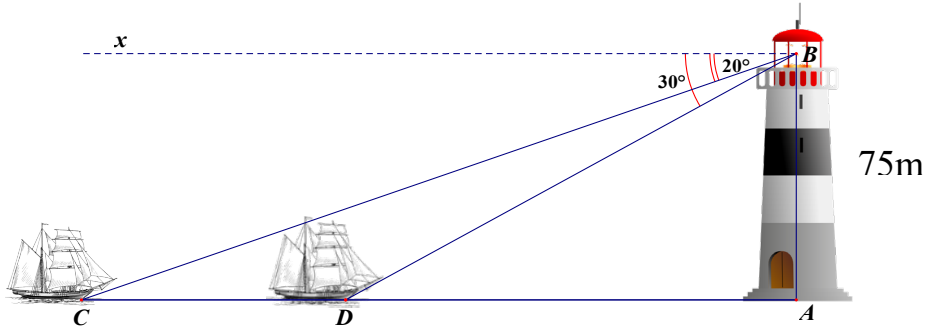
PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm).

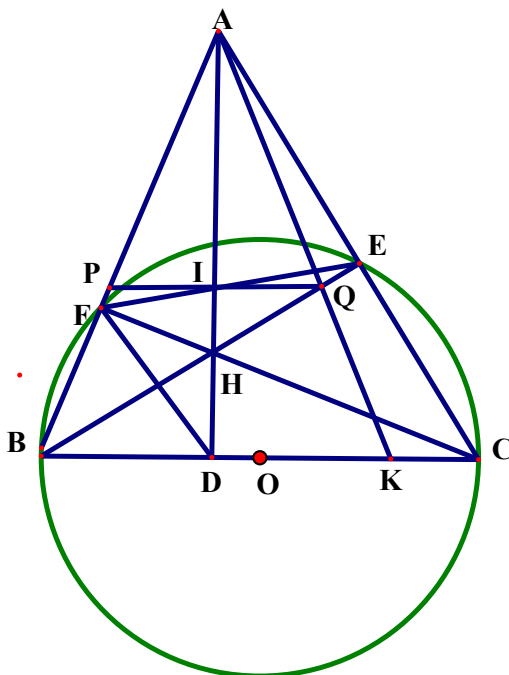
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	D	B	D	B	A	C	A

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm).

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 9a.	a) Giải phương trình: $3x^2 + 5x - 2 = 0$ Phương trình là phương trình bậc hai có: $\Delta = 5^2 - 4.3.(-2) = 49 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5+7}{2.3} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-5-7}{2.3} = -2$	0,5
Câu 9b.	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=5 \\ 2x+4y=8 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 2x+12=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất: $(x, y) = (-2; 3)$	0,25
Câu 10	Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{4\sqrt{x}-8}{x-4} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.	1,0
	Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ biểu thức A xác định. Ta có: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{4\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ $= \left(\frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1) + 4\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	$= \left(\frac{2x - 4\sqrt{x} - x - 3\sqrt{x} - 2 + 4\sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{x - 3\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	Vậy $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$	0,25
Câu 11	Cho phương trình $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2^2 - 6x_2 + m - 1} = 3$	1,0
	Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi:	0,25

	$\begin{cases} \Delta = 49 - 4(m-1) > 0 \\ x_1 + x_2 = 7 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{53}{4} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{53}{4} (*)$	
	Theo hệ thức vi-et ta có: $x_1 + x_2 = 7, \quad x_1 \cdot x_2 = m-1$ Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên: $x_2^2 - 7x_2 + m-1 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 = 7x_2 - m + 1$	0,25
	Theo bài ra ta có: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2^2 - 6x_2 + m-1} = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{7x_2 - m + 1 - 6x_2 + m-1} = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9$	0,25
	$\Leftrightarrow 7 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow m-1 = 1$ $\Leftrightarrow m = 2 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}$ Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	0,25
Câu 12	Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (bể không có nước) thì sau $\frac{4}{3}$ giờ thì đầy bể. Nếu mở vòi I trong 20 phút và vòi II trong 30 phút thì chảy được $\frac{7}{24}$ bể nước. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu ?	1,0
	Gọi x (giờ) là thời gian vòi I chảy riêng đầy bể và y (giờ) là thời gian vòi II chảy riêng đầy bể. ($x, y > \frac{4}{3}$). Trong 1 giờ, vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể nước). Trong 1 giờ, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ (bể nước). Cả hai vòi cùng chảy đầy bể trong $\frac{4}{3}$ giờ nên mỗi giờ cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể, ta có phương trình là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \quad (1)$	0,25
	Vòi I chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ, vòi II chảy trong $\frac{1}{2}$ giờ thì được $\frac{7}{24}$ bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{7}{24} \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :	0,25

	$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{7}{24} \end{cases}$	
	Đặt $u = \frac{1}{x}; v = \frac{1}{y}$. Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u + v = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} \cdot u + \frac{1}{2} \cdot v = \frac{7}{24} \end{cases}$ Giải hệ ta được: $u = \frac{1}{2}; v = \frac{1}{4}$	0,25
	$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$. (thỏa mãn ĐK) $\frac{1}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 4$. (thỏa mãn ĐK) Vậy nếu chảy riêng, vòi thứ nhất chảy đầy bể sau 2 giờ và vòi thứ hai chảy đầy bể trong 4 giờ.	0,25
Câu 13	Một người đứng trên tháp (tại B) của ngọn hải đăng ở độ cao 75 m quan sát hai lần một con tàu đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy tàu tại C với góc hạ là 20°, lần thứ 2 người đó nhìn thấy tàu tại D với góc hạ là 30°. Hỏi con tàu đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười). 	1,0
	Ta có: $\begin{cases} \widehat{ADB} = \widehat{DBx} = 30^\circ \\ \widehat{ACB} = \widehat{CBx} = 20^\circ \end{cases} \text{ (hai góc so le trong)}$	0,25
	Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong các tam giác vuông ABD, ABC ta có: $AD = AB \cot \widehat{ADB}; \quad AC = AB \cot \widehat{ACB}$	0,5
	Khi đó ta có: $CD = AC - AD = AB \cot \widehat{ACB} - AB \cot \widehat{ADB}$ $= 75 (\cot 20^\circ - \cot 30^\circ) \approx 76,2$ Vậy con tàu đã đi được 76,2m giữa hai lần quan sát.	0,25
Câu 14	Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC. Trên cung BC lấy các điểm F, E (F thuộc cung BE; E, F khác B và C); đường thẳng BF và CE cắt nhau tại A; BE và CF cắt nhau tại H; đường thẳng AH cắt EF và BC lần lượt tại I và D. Đường thẳng qua I song song với BC cắt AB, BE lần lượt tại P, Q. Tia AQ cắt BC tại K.	2,0

	a) Chứng minh các tứ giác $AEHF$, $ACDF$ là tứ giác nội tiếp. b) Chứng minh $AI.HD = AD.HI$ và D là trung điểm của BK. 	
a)	Chứng minh các tứ giác $AEHF$, $ACDF$ là tứ giác nội tiếp.	1,0
	Vì $\widehat{BEC}$ và $\widehat{BFC}$ là hai góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên: $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$ $\Rightarrow$ hai điểm E và F cùng thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow$ bốn điểm A, E, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH Vậy tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH. + Tam giác ABC có BE và CF là hai đường cao cắt nhau tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác $ABC \Rightarrow AD \perp BC$ Tứ giác $ACDF$ có: $\widehat{ADC} = \widehat{AFC} = 90^\circ \Rightarrow D$ và F cùng thuộc đường tròn đường kính AC. Do đó tứ giác $ACDF$ là tứ giác nội tiếp.	0,25 0,25 0,25 0,25
b)	Chứng minh $AI.HD = AD.HI$ và D là trung điểm của BK.	1,0
	b₁) Chứng minh $AI.HD = AD.HI$. + Tứ giác $AEHF$ nội tiếp suy ra: $\widehat{EFH} = \widehat{EAH}$ (cùng chắn cung EH) Tứ giác $ACDF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DFH} = \widehat{EAH}$ (cùng chắn cung DC) Suy ra: $\widehat{EFH} = \widehat{DFH} \Rightarrow FH$ là phân giác của góc DFE.	0,25

	- Xét tam giác IFD có FH là tia phân giác trong tại đỉnh F nên ta có: $\frac{HI}{HD} = \frac{FI}{FD}$ (1) (tính chất tia phân giác trong) - Lại có: $FH \perp FA$ nên FA là tia phân giác ngoài tại đỉnh F của tam giác $DFE \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{FI}{FD}$ (2) (tính chất tia phân giác góc ngoài). + Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HI}{HD} = \frac{AI}{AD} \Rightarrow AI \cdot HD = AD \cdot HI$ (đpcm)	0,25
	b₂) Chứng minh D là trung điểm của BK. - Ta có: $IP \parallel BD \Rightarrow \frac{IP}{BD} = \frac{AI}{AD}$ (3) (Hệ quả định lí Ta lét) - Lại có: $IQ \parallel BD \Rightarrow \frac{IQ}{BD} = \frac{IH}{HD}$ (4) - Mặt khác: $\frac{HI}{HD} = \frac{AI}{AD}$ (5) (chứng minh trên) - Từ (3), (4) và (5) suy ra: $\frac{IP}{DB} = \frac{IQ}{BD} \Rightarrow IP = IQ$	0,25
	- Ta có: $\begin{cases} IP \parallel DB \Rightarrow \frac{IP}{DB} = \frac{AI}{AD} \\ IQ \parallel DK \Rightarrow \frac{IQ}{DK} = \frac{AI}{AD} \end{cases} \Rightarrow \frac{IP}{DB} = \frac{IQ}{DK}$ - Mà $IP = IQ \Rightarrow DB = DK \Rightarrow D$ là trung điểm của BK (đpcm)	0,25
Câu 15	Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh $\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$	0,5
	Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số không âm, ta có: $\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)} \leq \frac{2c^2+a^2+b^2+2ab}{2} \leq \frac{2(a^2+b^2+c^2)}{2} = 1$ (do $a^2 + b^2 + c^2 = 1$) Ta lại có: $1 + ab - c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + ab - c^2 = a^2 + b^2 + ab$ Khi đó: $\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}} \geq ab+2c^2$ (1)	0,25
	Tương tự $\sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} \geq bc+2a^2$ (2) và $\sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq ca+2b^2$ (3) Cộng vế theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được: $\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq ab+2c^2 + bc+2a^2 + ca+2b^2$ $= 2(a^2 + b^2 + c^2) + ab + bc + ca = 2 + ab + bc + ca$	

	Dấu “=” khi $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ a = b = c \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}.$	
--	---	--

Chú ý: - Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 14 (hình học) nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không tính điểm.

Xem thêm: **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 MÔN TOÁN**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan>