

ĐỀ KIỂM ĐỊNH HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG NĂM HỌC 2024-2025

Môn toán 8 .

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao nhận đề thi)

Câu 1(5 điểm)

a) Cho $x - y = 46$. Tính giá trị biểu thức $T = x(x+2) + y(y - 2) - 2xy + 1$

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{y}{x^2-xy} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2}$

c) Theo quy định của công ty A. Nhân viên bán hàng mỗi tháng bán được 50 sản phẩm thì hoàn thành chỉ tiêu và được nhận lương 8 triệu đồng. Nếu nhân viên bán nhiều hơn 50 sản phẩm thì mỗi sản phẩm vượt chỉ tiêu sẽ được hưởng 10% số tiền lãi của sản phẩm đó. Biết mỗi sản phẩm bán ra công ty lãi 1 triệu đồng. Trong tháng 2 công ty trả anh Minh 9,5 triệu đồng. Hỏi trong tháng 2 anh Minh bán được bao nhiêu sản phẩm.

Câu 2(2 điểm)

Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại giá cho thuê một phòng là 400 nghìn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi phòng tăng giá thêm 20 nghìn đồng/ngày thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập trong một ngày của khách sạn là lớn nhất.

Câu 3(3 điểm)

a) Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $2025^n + 2024$ là số chính phương

b) Số nhà của bạn Hòa là một số tự nhiên không chia hết cho 4 và có tính chất số đó cộng với tổng các chữ số của nó bằng 2025 . Hỏi số nhà bạn Hòa là bao nhiêu

Câu 4(7 điểm) Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M (M khác B và C), tia AM cắt đường thẳng CD tại N.

a) Chứng minh rằng: $\frac{NM}{NA} + \frac{MB}{DC} = 1$

b) Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho BE = CM. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh tam giác EOM vuông cân và ME song song với BN

c) Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho AF = DN. Kẻ FH vuông góc với AN tại H. Trên tia đối của tia FH lấy điểm P sao cho FP = AN. Chứng minh ba điểm P ; B; D thẳng hàng.

Câu 5(1,5 điểm)

Có hai túi I và II mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1,2,3,4. Rút ngẫu nhiên mỗi túi một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên hai tấm thẻ lại với nhau. Tính xác suất của biến cố A : “kết quả là 1 hoặc là một số nguyên tố ”

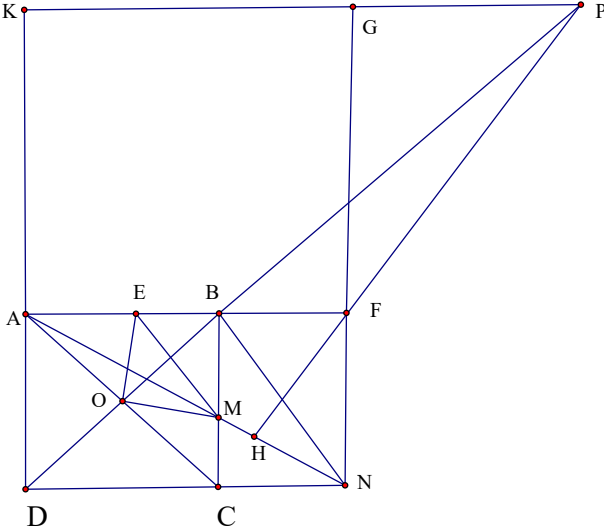
Câu 6(1,5 điểm)

Lớp 8A có 34 học sinh. Các học sinh này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ trong lớp thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh lớp 8A tham gia

.....HẾT.....

Hướng dẫn chấm

Câu	Nội dung		Điểm
Câu 1 (5 điểm) a) Cho $x - y = 46$. Tính giá trị biểu thức $T = x(x+2) + y(y - 2) - 2xy + 1$ b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{y}{x^2-xy}\right) : \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2}$ c) Theo quy định của công ty A. Nhân viên bán hàng mỗi tháng bán được 50 sản phẩm thì hoàn thành chỉ tiêu và được nhận lương 8 triệu đồng. Nếu nhân viên bán nhiều hơn 50 sản phẩm thì mỗi sản phẩm vượt chỉ tiêu sẽ được hưởng 10% số tiền lãi của sản phẩm đó. Biết mỗi sản phẩm bán ra công ty lãi 1 triệu đồng. Trong tháng 2 công ty trả anh Minh 9,5 triệu đồng. Hỏi trong tháng 2 anh Minh bán được bao nhiêu sản phẩm.			
1 (5,0)	a 1,5 đ	$T = x^2 + 2x + y^2 - 2y - 2xy + 1 = (x - y)^2 + 2(x - y) + 1 = (x-y)(x-y+2) + 1$ Thay $x - y = 46$ vào ta được $T = 46.48 + 1 = 2209$	0,75 0,75
	b 2 đ	Ta có $P = \left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{y}{x^2-xy}\right) : \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2} = \left(\frac{x^2}{xy(x-y)} + \frac{y^2}{xy(x-y)}\right) : \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2}$ $= \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2} : \frac{x^2+y^2}{x^2y-xy^2} = 1$	2
	c 1,5 đ	Gọi x là số sản phẩm anh Minh bán được trong tháng 2 (x thuộc N) Số sản phẩm anh Minh bán vượt chỉ tiêu là : x -50 sản phẩm Số tiền anh Minh được nhận do bán vượt chỉ tiêu là 1000000. 10%. (x - 50) = 100 000.(x - 50) Vì tháng 2 anh Minh nhận 9,5 triệu đồng nên ta có 100 000.(x - 50) = 1 500 000 suy ra x = 65 Vậy trong tháng 2 anh Minh bán được 65 sản phẩm	0,75 0,75
	Câu 2 (2 điểm) Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại giá cho thuê một phòng là 400 nghìn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi phòng tăng giá thêm 20 nghìn đồng thì có thêm 2 phòng trống.Hỏi giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập trong một ngày của khách sạn là lớn nhất		
2 đ	Gọi x (nghìn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra , ĐK $x > 400$ Thì giá chênh lệch sau khi tăng là : x - 400 nghìn đồng	0,25	
	Số phòng cho thuê giảm đi nếu giá x nghìn đồng/ ngày là : $\frac{(x-400).2}{20} = \frac{x-400}{10}$ (phòng)	0,25	
	Số phòng cho thuê với giá x nghìn đồng / 1 ngày là- $50 - \frac{x-400}{10} = 90 - \frac{x}{10}$ (phòng)	0,25	
	Tổng doanh thu trong 1 ngày là : $f(x) = x. \left(90 - \frac{x}{10}\right) = -\frac{x^2}{10} + 90x$	0,25	
	$f(x) = \frac{-x^2 + 900x}{10} = \frac{-(x-450)^2 - 202500}{10} = -\frac{(x-450)^2}{10} + 20250 \leq 20250$ Dấu = có khi x = 450	0,75	
	Vậy nếu cho thuê phòng với giá 450 nghìn đồng/1ngày thì doanh thu trong một ngày lớn nhất đạt 20.250.000 đồng	0,25	

Câu 3 (3 điểm) a) Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $2025^n + 2024$ là số chính phương b) Số nhà của bạn Hòa là một số tự nhiên không chia hết cho 4 và có tính chất số đó cộng với tổng các chữ số của nó bằng 2025 . Hỏi số nhà bạn Hòa là bao nhiêu			
Câu 3	a	Xét $n = 0$ thì $2025^n + 2024 = 2025$ là số chính phương	1,0
	2đ	Xét n khác 0 thì $2025^n + 2024$ chia 3 dư 2 nên không phải là số chính phương	1,0
	b	Nếu số nhà bạn Hòa có ít hơn 4 chữ số thì số đó cộng tổng các chữ số của nó lớn nhất là $999 + 9 + 9 + 9 = 1026 < 2025$ Nếu số nhà bạn Hòa có nhiều hơn 4 chữ số thì số đó cộng tổng các chữ số của nó lớn hơn 2025 Vậy số nhà bạn Hòa là số tự nhiên có 4 chữ số. Gọi số nhà bạn Hòa là $abcd$ ($abcd$ không chia hết cho 4)	0,25
	1 đ	Theo bài ra ta có $abcd + a + b + c + d = 2025$ Suy ra $ab = 19; 20$	0,25
		TH1: $ab = 19$ suy ra $19cd + 1 + 9 + c + d = 2025$ Hay $1900 + 1 + 9 + 11c + 2d = 2025$ suy ra $11c + 2d = 115$ suy ra $c = 9; d = 8$ khi đó $abcd = 1998$ thỏa mãn TH2: $ab = 20$ suy ra $20cd + 2 + 0 + c + d = 2025$ Hay $2000 + 0 + 2 + 11c + 2d = 2025$ suy ra $11c + 2d = 23$ suy ra $c = 1; d = 6$ khi đó $abcd = 2016$ không thỏa mãn Vậy số nhà bạn Hòa là 1998	0,5
Câu 4 (7 điểm) Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M (M khác B và C), tia AM cắt đường thẳng CD tại N. a) Chứng minh rằng $\frac{NM}{NA} + \frac{MB}{DC} = 1$ b) Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = CM$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh tam giác EOM vuông cân và ME song song với BN c) Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $AF = DN$. Kẻ FH vuông góc với AN tại H. Trên tia đối của tia FH lấy điểm P sao cho $FP = AN$. Chứng minh ba điểm P ; B; D thẳng hàng.			
			
a	3 đ	Ta có $\frac{NM}{NA} + \frac{MB}{DC} = \frac{MC}{AD} + \frac{MB}{AD} = \frac{BC}{AD} = 1$	3,0

	b 3 đ	$C/m \Delta MCO = \Delta EBO$ ($c - g - c$) suy ra $OE = OM$ và $\widehat{MOC} = \widehat{BOE}$ Suy ra $\widehat{MOC} + \widehat{BOM} = \widehat{BOE} + \widehat{BOM}$ hay $\widehat{EOM} = \widehat{BOC} = 90^\circ$ Suy ra tam giác EOM vuông cân	1,5
		Ta có $AB \parallel CN$ nên $\frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC}$ mà $BE = CM$ và $AB = BC$ nên $BM = AE$ Lại có $MC = BE$ Suy ra $\frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC} = \frac{AE}{EB}$ suy ra EM song song với BN	1,5
	c 1 đ	Qua P kẻ đường thẳng song song với AB nó cắt các đường thẳng AD ; FN lần lượt tại K ; G suy ra các tứ giác AFGK và AFND là hình chữ nhật $C/m \Delta GPF = \Delta FNA$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $GP = FN = AD$ và $GF = AF$	0,5
		$GF = AF$ Mà KGFA là hình chữ nhật nên KGFA là hình vuông suy ra $KG = KA$ kết hợp $GP = AD$ suy ra $KP = KD$ suy ra ΔKPD vuông cân nên $\widehat{KDP} = 45^\circ$ mà $\widehat{KDB} = 45^\circ$ Do đó ba điểm P ; D ; B thẳng hàng	0,5
Câu 5 (1,5 điểm) Có hai túi I và II mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1,2,3,4. Rút ngẫu nhiên mỗi túi một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên hai tấm thẻ lại với nhau. Tính xác suất của biến cố A : “kết quả là 1 hoặc là một số nguyên tố”			
	1,5 đ	Rút ngẫu nhiên mỗi túi một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên hai tấm thẻ lại với nhau thì số cách rút là $n(\omega) = 4.4 = 16$ cách	
		Tích là 1 hoặc một số nguyên tố có 5 kết quả thuận lợi : (1;1); (1;2); (1;3); (2;1); (3;1)	
		Suy ra xác Suất của biến cố A là : $\frac{5}{16}$	
Câu 6 (1,5 điểm) Lớp 8A có 34 học sinh. Các học sinh này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ trong lớp thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh lớp 8A tham gia.			
5 (1,0)		Giả sử tất cả các CLB đều không có quá 8 HS lớp 8A tham gia. Gọi N là số CLB mà có nhiều hơn một HS lớp 8A tham gia - Nếu $N > 4$ thì từ 5 trong số CLB này ta chọn ra mỗi CLB 2 HS khi đó 10 HS này sẽ không thỏa mãn điều kiện bài toán - Nếu $N < 4$ thì tổng số HS lớp 8A tham gia các CLB này không quá $3.8 = 24$ HS nghĩa là còn ít nhất $34 - 24 = 10$ HS lớp 8A mỗi HS tham gia một CLB mà mỗi CLB này chỉ có 1 HS. Chọn 10 HS này sẽ không thỏa mãn điều kiện bài toán	0,75
		- Nếu $N = 4$ thì tổng số HS lớp 8A tham gia các CLB này không quá $4.8 = 32$ HS nên còn 2 HS lớp 8A mỗi HS tham gia một CLB mà mỗi CLB này chỉ có 1 HS chọn 2 HS này và 4 CLB trên mỗi CLB chọn ra 2 HS thì 10 HS này không thỏa mãn điều kiện bài toán	0,5
		Vậy giả sử là sai tức là có một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh lớp 8A tham gia.	0,25
TỔNG			20,00

Lưu ý: 1. Nếu học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa tương ứng cho câu đó,
2. Riêng câu 4, học sinh không vẽ hình hay vẽ hình sai thì không chấm

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 8**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-8>