BÀI 3
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

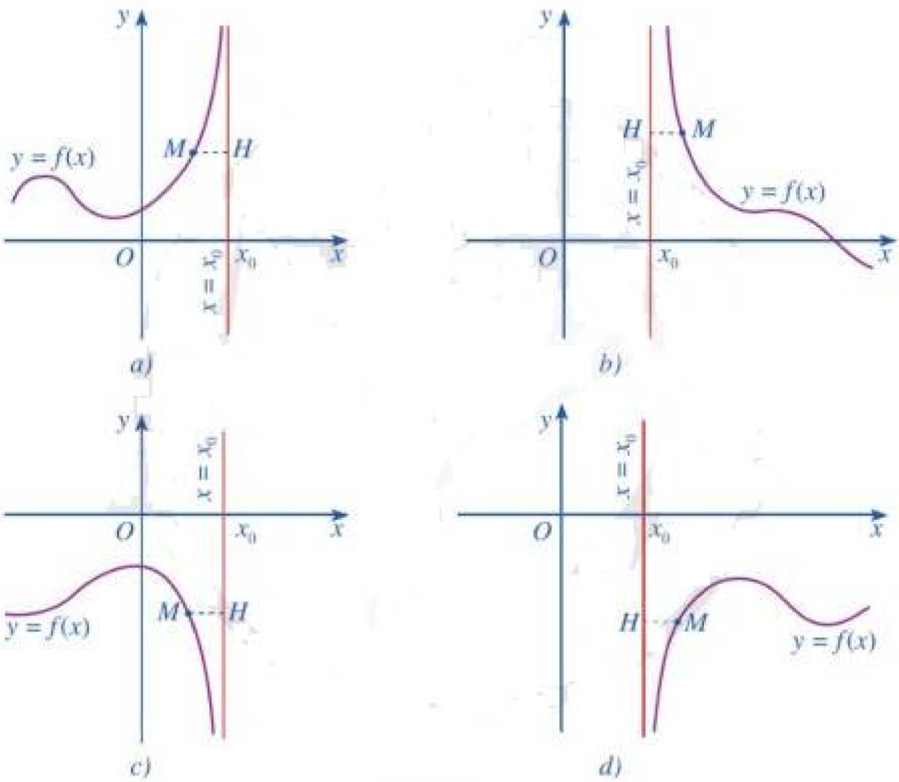
$$\lim_{x\to x_0^+} f\left(x\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^+} f\left(x\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f\left(x\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f\left(x\right) = -\infty$$

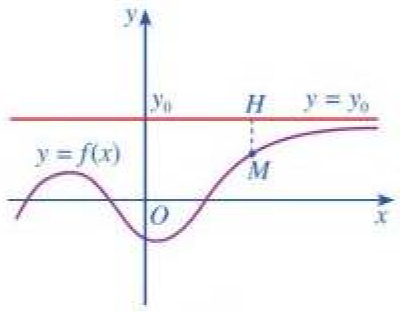
Nhận xét: Giả sử đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$. Lấy điểm $M\left(x;y\right)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $x = x_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \to x_0^-$ (hình a,c) hay khi $x \to x_0^+$ (hình b,d)



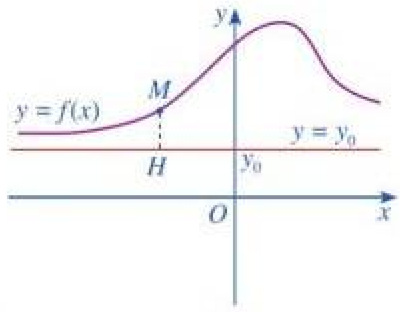
2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ nếu: $\lim_{x\to+\infty} f\left(x\right) = y_0$ hoặc $\lim_{x\to-\infty} f\left(x\right) = y_0$.

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x;y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $y = y_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \to +\infty$ (hình a) hay khi $x \to -\infty$ (hình b)



a)

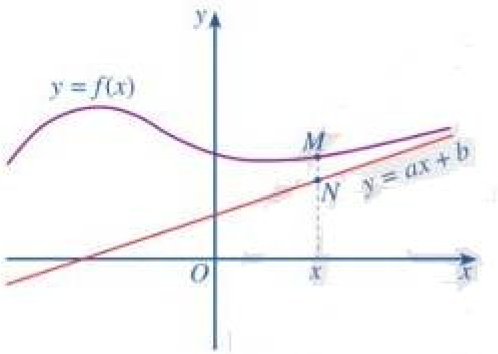


b)

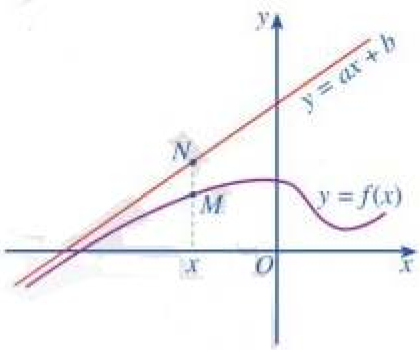
3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b\left(a \ne 0\right)$ được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$.

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = ax + b\left(a \ne 0\right)$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm N thuộc đường thẳng $y = ax + b$ có cùng hoành độ x. Khi đó, độ dài MN tiến tới 0 khi $x \to +\infty$ (hình a) hay khi $x \to -\infty$ (hình b)



a)



b)

CHỦ ĐỀ 1
XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG

DẠNG 1
TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y=f(x)$ KHI BIẾT HÀM SỐ $y=f(x)$

I . Phương pháp tìm đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Để tìm tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tìm miền xác định (tập xác định) của hàm số $y=f(x)$

Bước 2: Tìm giới hạn của $f(x)$ khi x tiến đến biên của miền xác định.

Bước 3: Từ các giới hạn và định nghĩa tiệm cận suy ra phương trình các đường tiệm cận.

Chú ý:

• Trường hợp $y=f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỷ.

+ Nếu $Q(x)=0$ có nghiệm x_0 thì đồ thị có tiệm cận đứng $x=x_0$ (x_0 là điểm tại đó hàm số không xác định $\Rightarrow x=x_0$ là tiệm cận đứng).

+ Nếu bậc $P(x)=$ bậc $Q(x)$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

+ Nếu bậc $P(x)>$ bậc $Q(x)+1$ thì đồ thị có tiệm cận xiên.

+ Số tiệm cận đứng của hàm số phân thức $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ là số nghiệm của hệ: $\begin{cases} Q(x)=0 \\ P(x)\neq 0 \end{cases}$

+ Đồ thị có tiệm cận ngang thì không có tiệm cận xiên và ngược lại.

• Để xác định các hệ số a,b trong phương trình của **đường tiệm cận xiên**, ta có thể áp dụng các công thức: $\begin{cases} a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x} \\ b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right] \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} \\ b=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-ax\right] \end{cases}$.

• Thông thường, ta tìm cận xiên bằng cách chia đa thức, lấy phần nguyên là tiệm cận xiên do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}$ (phần dư) = 0.

• Hàm đa thức không có các đường tiệm cận.

II. Kỹ năng dùng Casio

1. Giới hạn của hàm số tại một điểm

- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a+10^{-9}$.
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a-10^{-9}$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a+10^{-9}$ hoặc $x=a-10^{-9}$.

2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=10^{9}$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=-10^{9}$.

Bài 1. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2x-2024}{x+2025}$ b) $y=\dfrac{x}{3x-2}$ c) $y=\dfrac{2025}{2024-x}$

Bài 2. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2025x}{x^2-9}$ b) $y=\dfrac{2-x}{1-x^2}$ c) $y=\dfrac{2x^2+5x+1}{x^2-5x+4}$

Bài 3. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ b) $y=\dfrac{5-x}{x^2-25}$ c) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-8x+7}$

Bài 4. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=x+2025-\dfrac{1}{3-x}$ b) $y=\dfrac{x^2-x+2}{x-2}$ c) $y=\dfrac{x}{x^2-3x-4}+x$

Bài 5. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=2x+1-\dfrac{1}{x+2}$ b) $y=\dfrac{x^2}{1-x}$ c) $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x+2}$

Bài 6. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$ b) $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$ c) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{x^2+7}-4}$

DẠNG 2
TÌM TIỆM CẬN KHI BIẾT ĐỒ THỊ HOẶC BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$

Phương pháp

- **Bước 1:** Dựa vào bảng biến thiên và đồ thị để tìm tập xác định của hàm số.
- **Bước 2:** Quan sát bảng biến thiên và đồ thị để suy ra giới hạn khi x đến một bên của miền xác định.
- **Bước 3:** Kết luận.

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1			$+\infty$
$f(x)$	2024	$\nearrow$	$+\infty$ || 1		$\nearrow$	2025

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'			||	$+$	||	$-$	
y			|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\searrow$	0

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

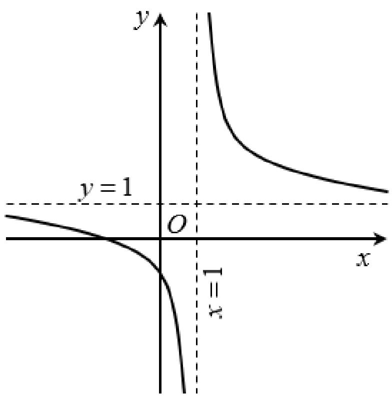
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

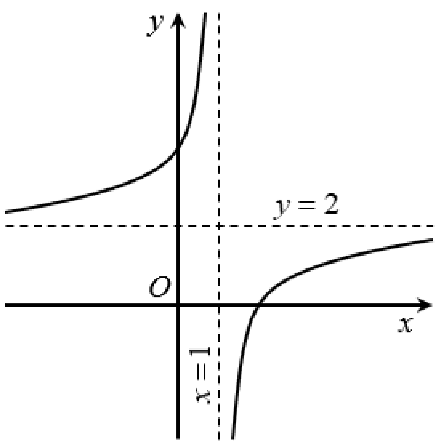
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



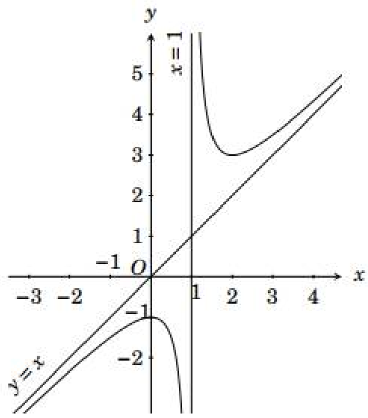
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



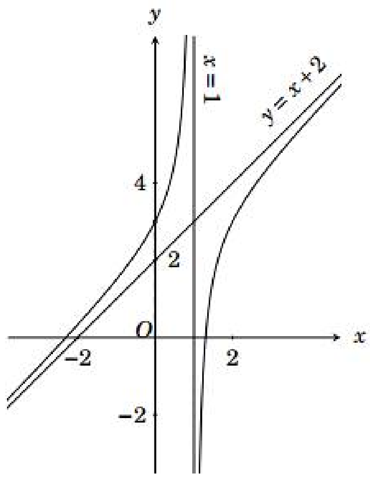
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



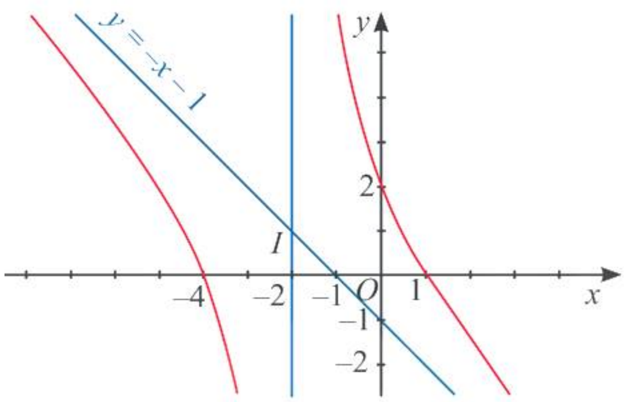
Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



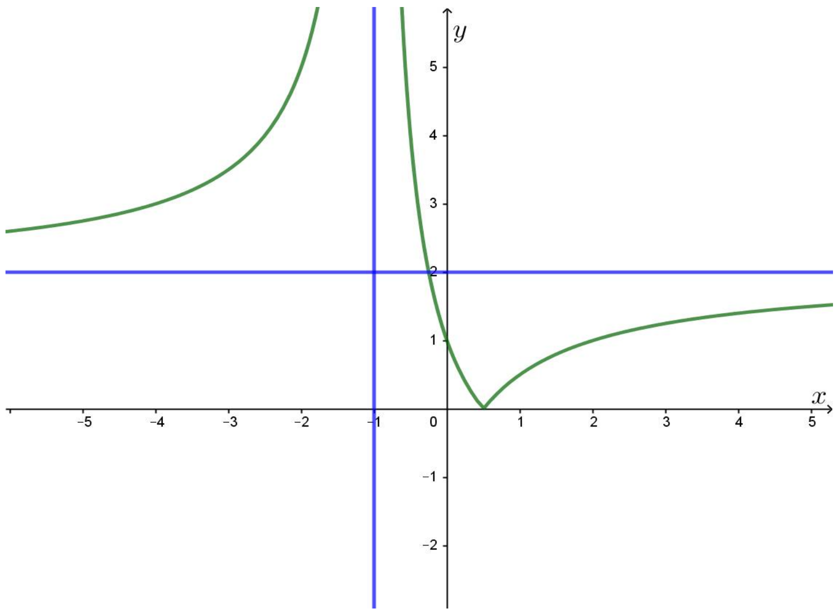
Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có đồ thị như hình vẽ



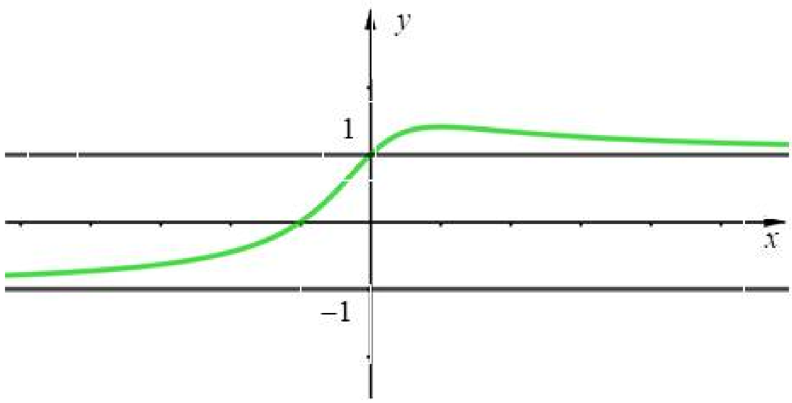
Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 11. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



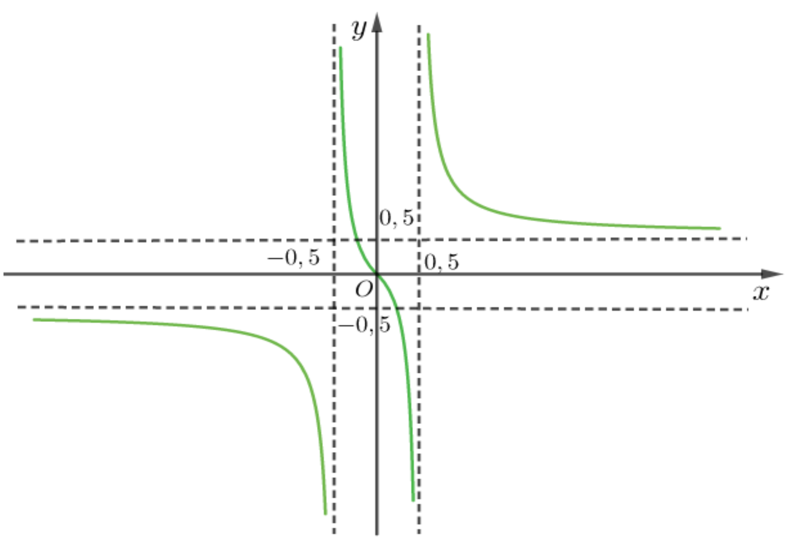
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 12. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



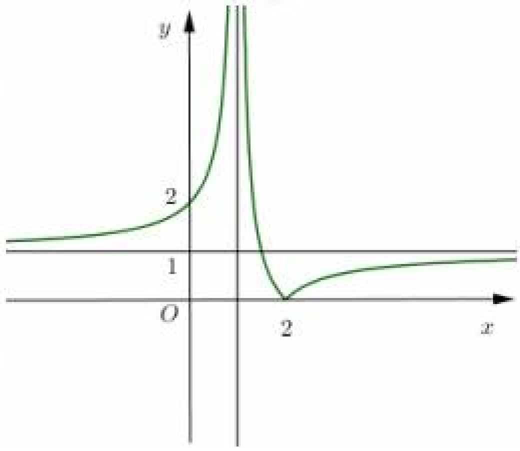
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 13. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

DẠNG 3
ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

Bài 1. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong t (tháng) được tính theo công thức $S(t)=1000-\dfrac{1800}{t+2}$, trong đó $t\geq 1$.

a) Xem $y=S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.

b) Nêu nhận xét về số lượng sản phẩm bán được của công ty đó trong t (tháng) khi t đủ lớn.

Bài 2. Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$ với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t\geq 0$. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=y(t)$. Từ đó, có nhận xét gì về nồng độ oxygen trong hồ khi thời gian t trở nên rất lớn?

Bài 3. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x)=2x+50$ (triệu đồng). Khi đó $f(x)=\dfrac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Tính chất này nói lên điều gì?

Bài 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144m^2$. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m).

a) Viết biểu thức tính chu vi $P(x)$ (mét) của mảnh vườn.

b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số $P(x)$.

DẠNG 4
TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$ CÓ CHỨA THAM SỐ

Một số dạng toán thường gặp:

• **Dạng 1:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c \neq 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $ad - bc \neq 0$.

• **Dạng 2:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{x-x_0}$ với $a \neq 0$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ không có nghiệm $x = x_0 \Leftrightarrow g(x_0) \neq 0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ có nghiệm $x = x_0 \Leftrightarrow g(x_0) = 0$.

- Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên khi $a \neq 0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên khi $a = 0$.

• **Dạng 3:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-x_0}{ax^2+bx+c}$ với $a \neq 0$.

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases}$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$.

• **Dạng 4:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{(x-x_1)(x-x_2)}$ với $a \neq 0,\ x_1 \neq x_2$.

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi phương trình $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ không nhận x_1, x_2 là nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} g(x_1) \neq 0 \\ g(x_2) \neq 0 \end{cases}$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi phương trình $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ có nghiệm $x = x_1$ hoặc $x = x_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} g(x_1) = 0 \\ g(x_2) = 0 \end{array}\right.$ (Chú ý hai điều kiện này không đồng thời xảy ra).

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g(x) = ax^2+bx+c = 0$ nhận $x = x_1$ và $x = x_2$ là nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} g(x_1) = 0 \\ g(x_2) = 0 \end{cases}$.

● **Dạng 5:** Biện luận số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang bậc của mẫu số lớn hơn hoặc bằng bậc của tử số và phải tồn tại các giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y$.

Bài 1. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘	5	||	$-\infty$ ↗	$m+2$

Tìm *m* để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_o$ và tiệm cận ngang $y=y_o$ sao cho $x_o y_o<30$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		$\dfrac{2-2m}{n}$		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	$\dfrac{m}{n}$ ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	$\dfrac{m}{n}$

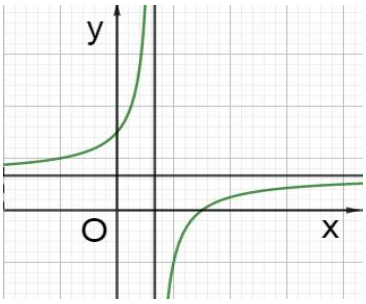
Tìm tham số m và n để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$, $y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Bài 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$	|| $+\infty$ ↘		-3	↗ $+\infty$	|| $-\infty$ ↗		$(m-1)(2-m)$

Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4.

Bài 4. Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-3}{x-m}$ có đồ thị như hình dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trong đường tròn tâm gốc tọa độ O bán kính bằng $\sqrt{2026}$?

Bài 5. Cho hàm số $y=\dfrac{(a-3b)x^2+bx-1}{x^2+ax-a}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=2$ là tiệm cận đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang.

Bài 6. Cho hàm số $y=\dfrac{(a-2b)x^2+bx+1}{x^2+x-b}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=0$ là tiệm cận ngang.

Bài 7. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=5$.

Bài 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng.

Bài 9. Tìm tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

Bài 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

Bài 11. Tìm tất cả giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

Bài 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng.

Bài 13. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}-m}{x-1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Bài 14. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

Bài 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+m}}$ có 3 tiệm cận

Bài 16. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{\left(m^2-1\right)x^2+x+2}}{x+1}$ có đúng một tiệm cận ngang.

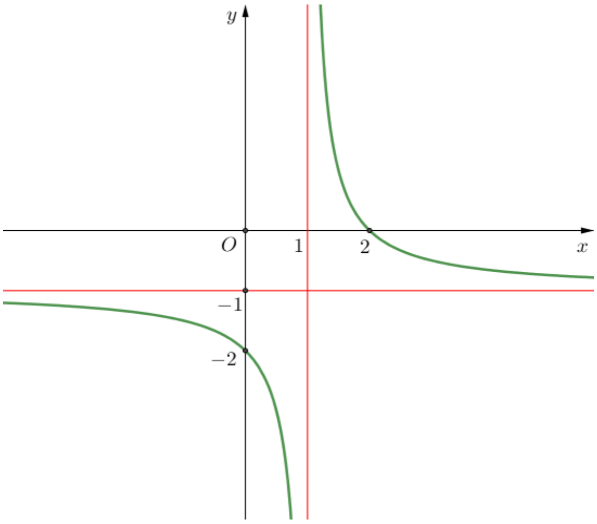
Bài 17. Cho hàm số $y=\sqrt{mx^2+2x}-x$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.

Bài 18. Tìm giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=2x+\sqrt{mx^2-x+1}+1$ có tiệm cận ngang.

PHẦN B
TRẮC NGHIỆM GỒM BA PHẦN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

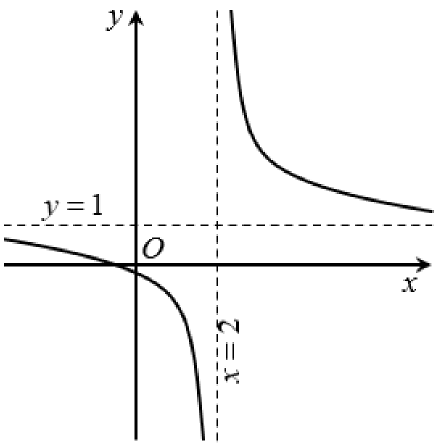
Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-1$.

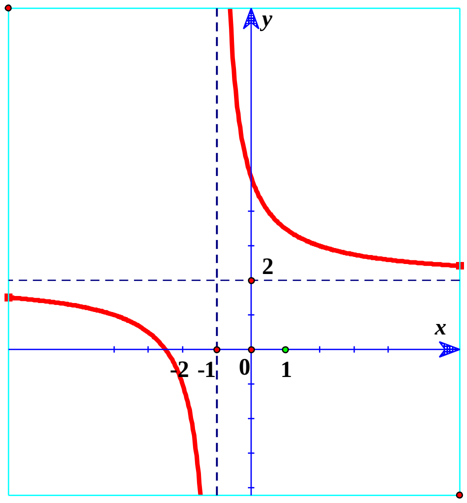
Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

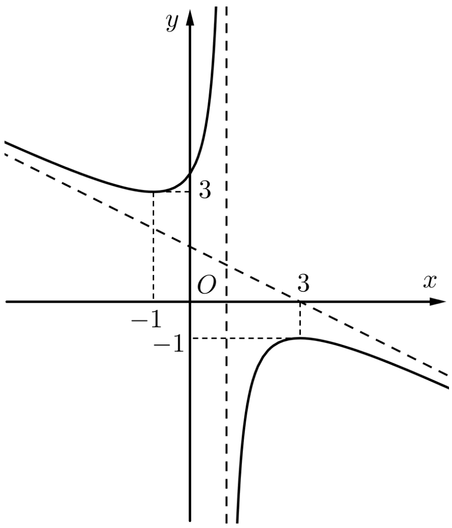
Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

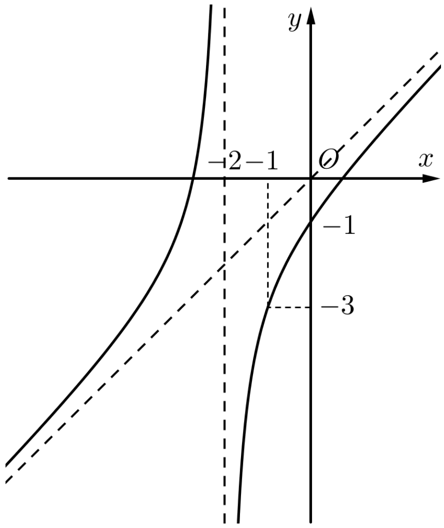
Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

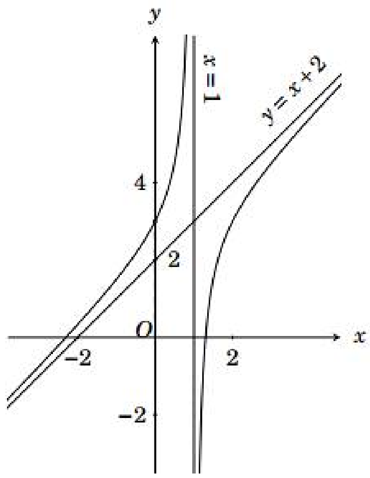
Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-1$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây sai?

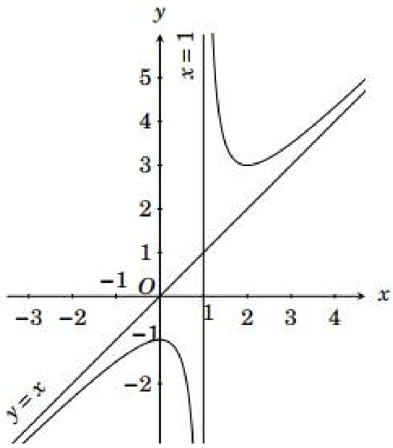
A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$

B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$

C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$

D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

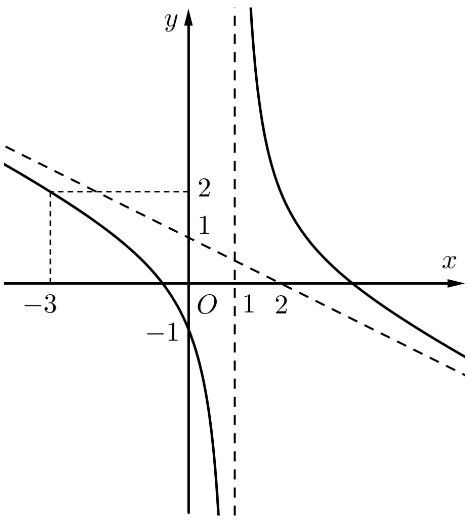
A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$

B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=1$

C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=x$

D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;1)$.

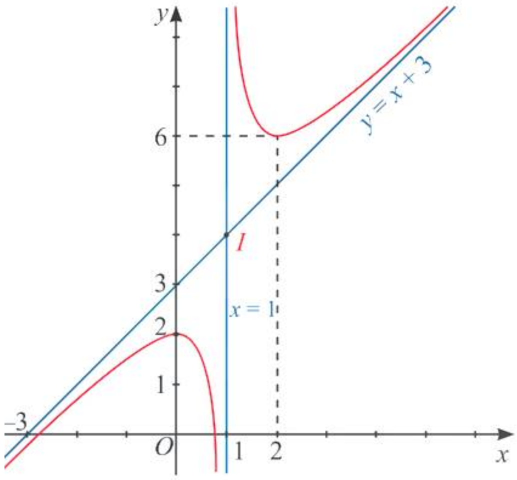
Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

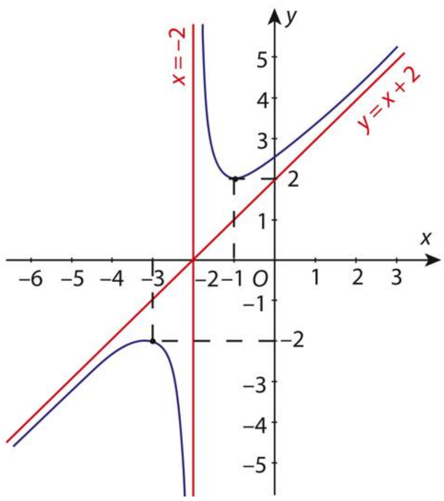
Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=x-3$.

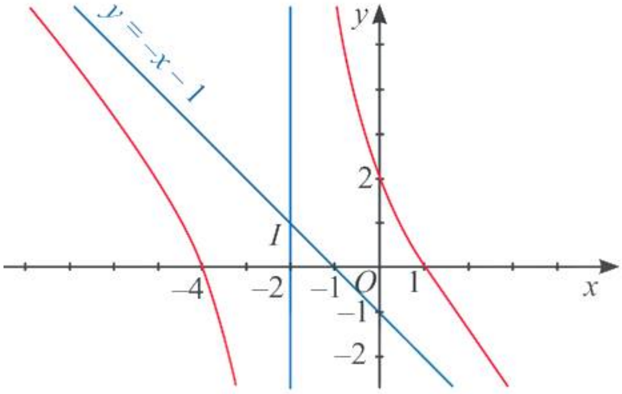
Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

A. $y=x+2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=x-2$.

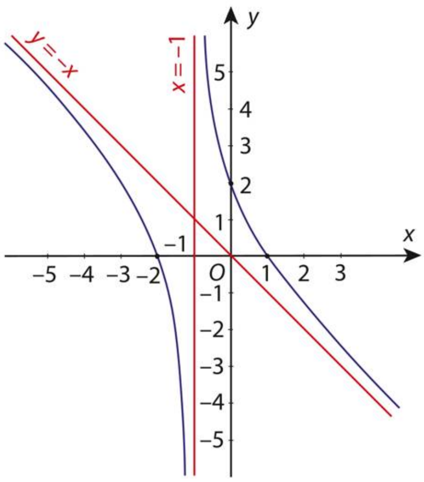
Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

A. $y=x-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-x-1$.

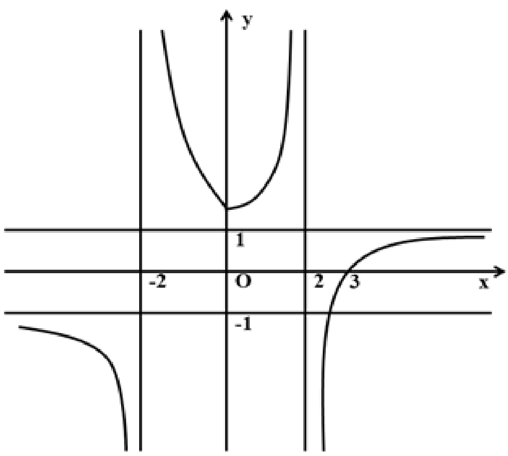
Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

A. $y=x$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-x$.

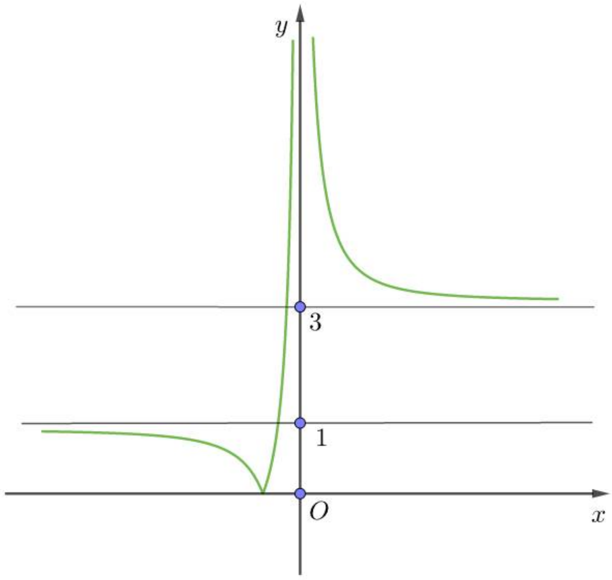
Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

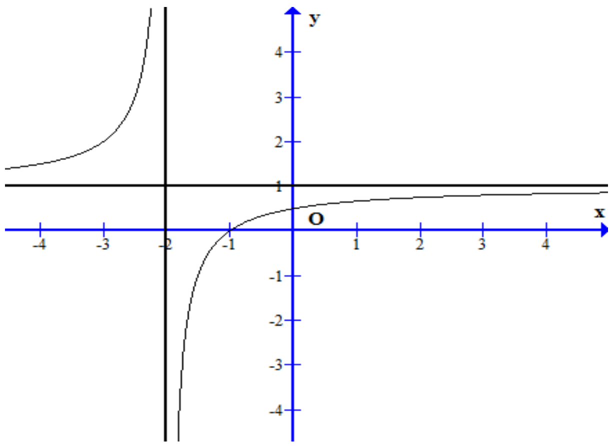
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 15. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$. **B.** Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$. **D.** Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

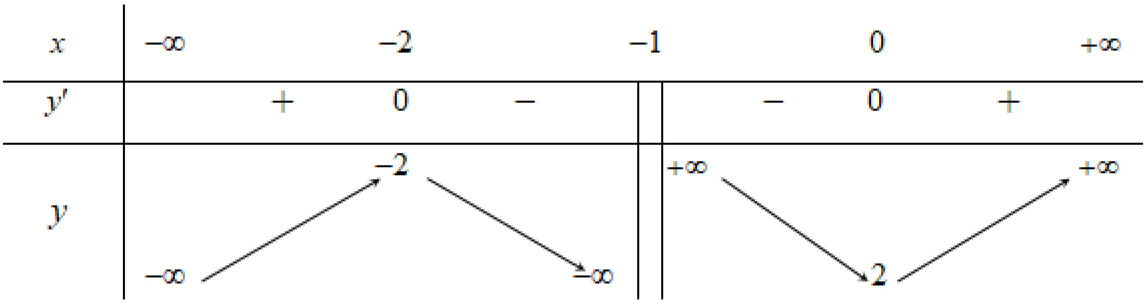
Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$\frac{1}{2} \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow \frac{1}{2}$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

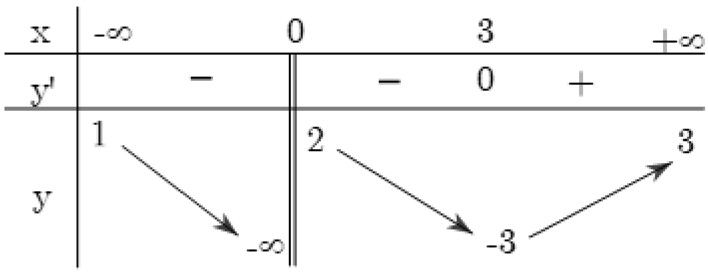
Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-1$.

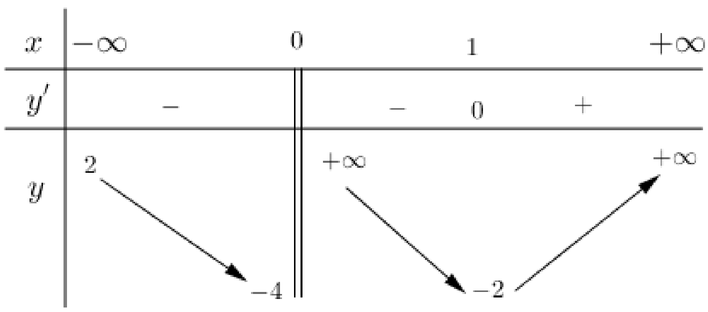
Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$		$-$	||	$+$	
y	-4	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ || 1	↗	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	0	↗	2	↘	$-\infty$ || 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	
y	1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-1

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3

Câu 24. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	||	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -2$.

Câu 26. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 27. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y = \dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y = \sqrt{x^2-1}$ **D.** $y = \dfrac{x}{x+1}$

Câu 29. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = x-2$ **B.** $y = x+2$

C. $y = x-1$ **D.** không có tiệm cận xiên

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = x + 2025 - \dfrac{2026}{x+1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = x+2025$ **B.** $y = x-2025$ **C.** $y = x-2026$ **D.** $y = x+2026$

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2-5x+2}{4-x}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = x-1$ **B.** $y = -x+1$ **C.** $y = -x-1$ **D.** $y = x+1$

Câu 34. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right) = x + 3 + \dfrac{1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x+1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 35. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2-3x}{x+5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $\left(5;3\right)$. **B.** $\left(-4;-5\right)$. **C.** $\left(6;-1\right)$. **D.** $\left(2;-10\right)$.

Câu 36. Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-2x+3}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x^2+x+1}{2x+1}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x-1}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thì hàm số là đường thẳng:

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 38. Xác định toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(1;1\right)$. **C.** $\left(1;-1\right)$. **D.** $\left(1;0\right)$.

Câu 39. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

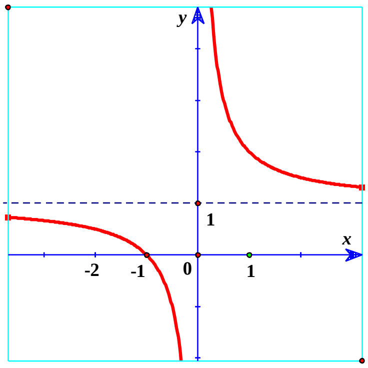
A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Câu 40. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ và có đồ thị như hình bên.



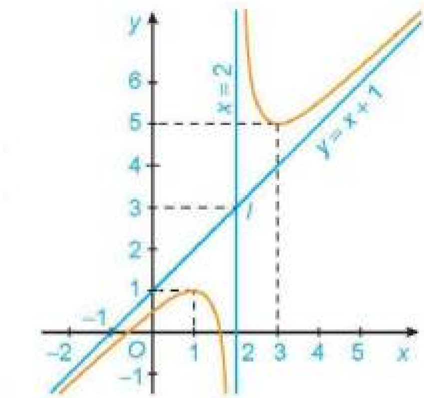
a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng $x=1$, đường tiệm cận ngang $y=0$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ không có cực trị.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

d) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



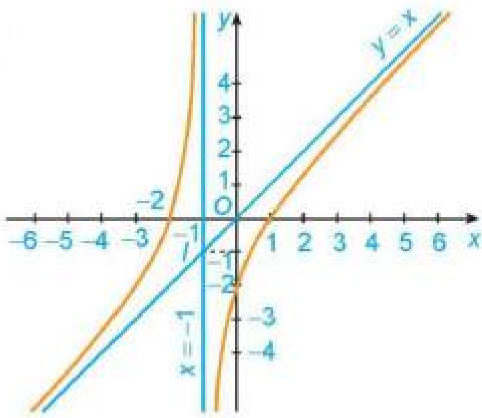
a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trong khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$, đồng biến trong khoảng $\left(1;2\right)$ và $\left(2;3\right)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận xiên là $y=x+1$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực đại $\left(1;1\right)$ và điểm cực tiểu $\left(3;5\right)$.

d) Trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng là $x=-1$ và tiệm cận xiên là $y=x$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại $(-2;0)$ và điểm cực tiểu $(0;-2)$.

d) Trên khoảng $(-\infty;-1)$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất.

Câu 44. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+2}$.

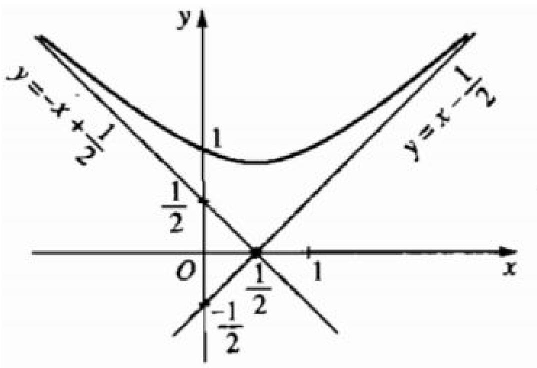
a) Hàm số có hai tiệm cận.

b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2;-6)$.

c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của hàm số đi qua điểm $M(0;-4)$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



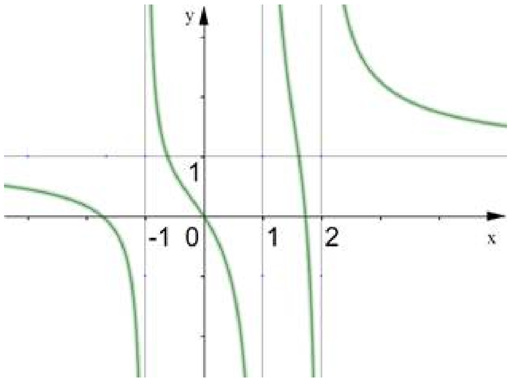
a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận đứng

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ chỉ có một tiệm cận xiên $y=x-\dfrac{1}{2}$

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cực trị.

d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1;2\}$ và có đồ thị như hình bên.



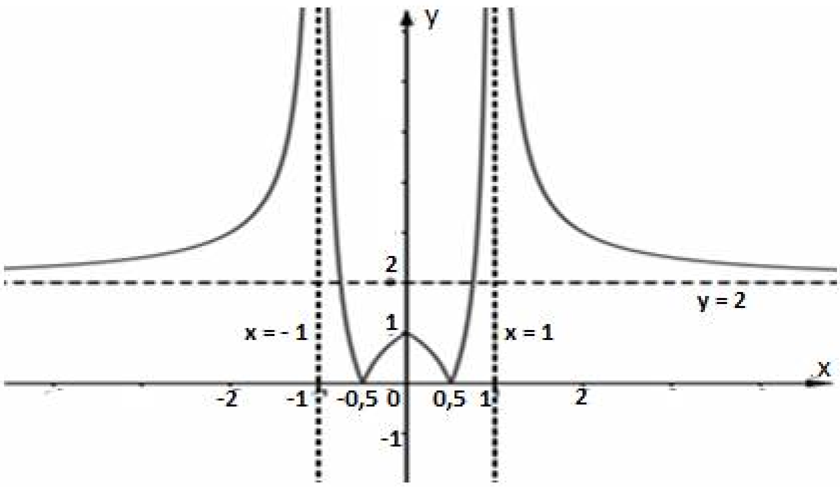
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 1$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;1)$; $(-1;1)$; $(1;2)$ và $(2;+\infty)$

d) Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang bằng 3.

b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = -1$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang $y = -1$

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;0\}$ và bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1 ‖ $+\infty$	↗	2	↘	3

a) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to(-3)^-} f(x) = -2025$, $\lim\limits_{x\to(-3)^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right] = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-2)\right] = 2024$.

a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận xiên.

d) Đồ thị hàm số đã cho có đúng ba tiệm cận.

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -2024$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2025$.

a) Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C).

b) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của (C).

c) Đường thẳng $x = -2024$ là tiệm cận đứng của (C).

d) Đường thẳng $y = 2025$ là tiệm cận ngang của (C).

Câu 52. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x+4}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C).

b) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của (C).

c) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-10)$ và $(10;+\infty)$.

d) Trên đoạn $[3;5]$, hàm số đã cho có giá trị lớn nhất bằng $\frac{5}{9}$ và có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{9}{14}$.

Câu 53. Cho đồ thị hàm số $y=\frac{-x^2+2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=-x-4$ là tiệm cận xiên của (C).

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5;-2)$ và $(-2;1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(1;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(-5;12)$ và điểm cực tiểu là $(1;0)$.

Câu 54. Cho đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-8x+9}{x-5}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=5$ là tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=x-3$ là tiệm cận xiên của (C).

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$, nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực trị.

Câu 55. Cho hàm số $(C): y=f(x)=\frac{2x^2+3x-5}{x+3}$ biết đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$

a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành bằng 2.

b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3;9)$.

c) Gọi $A=\Delta\cap Ox,\ B=\Delta\cap Oy$ thì diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{4}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=ax+b$ trên $[0;3]$ bằng 3.

Câu 56. Cho hàm số $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C)

a) Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{2}$.

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) nằm trên parabol $y=2x^2-1$

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x+y-2025=0$.

Câu 57. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trên trục tung.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) song song với đường thẳng $x+y=0$.

Câu 58. Cho hàm số $(C_1): f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x)=\dfrac{2x^2-3x-1}{2x-1}$. Biết đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$; đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$

a) $x_0+2y_0+3b=8$.

b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$..

d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

c) Giao điểm của ba đường tiệm cận $x=x_0$, $y=y_0$ và $y=ax+b$ tạo thành tam giác có diện tích bằng $\dfrac{3}{2}$.

Câu 59. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^3+5x^2-1}{x^2-x+1}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số (C) có một đường tiệm cận ngang.

c) Hệ số góc của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số bằng 2.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{49}{4}$.

Câu 60. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=-1$ và $x=0$ là hai tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của (C).

c) Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận xiên.

d) Đồ thị hàm số đã cho chỉ có hai đường tiệm cận.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 62. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	-2		-1		1		4		$+\infty$
y'	||	$+$	||	$+$	0	$-$	||	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$0,325$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	0

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 64. Gọi $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. Giá trị x_0 bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 65. Gọi $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Giá trị y_0 bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 66. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+3}{x^2-4}$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 67. Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$ có dạng $y=ax+b$. Giá trị $2025a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 68. Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}$ có dạng $y=ax+b$. Giá trị $2025a-2024b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 69. Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{-x^2+3x-2024}{x-2}$. Biết đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tiệm cận xiên của có dạng $y=ax+b$ và tiệm cận đứng có dạng $x=c$. Giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 70. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-3}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính a^2+2b.

Trả lời: ………………..

Câu 71. Biết đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $d: y=ax+b$. Hỏi đường thẳng d có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 72. Gọi $I\left(x_0;y_0\right)$ là toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$. Tính x_0+y_0.

Trả lời: ………………..

Câu 73. Gọi $I\left(x_0;y_0\right)$ là toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$. Tính x_0+y_0.

Trả lời: ………………..

Câu 74. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+x+1}{x^2-1}$ có tiện cận xiên là đường thẳng $d: y=ax+b$. Tính $2a^2+2025b$.

Trả lời: ………………..

Câu 75. Biết tiện cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+2}{x^2-2x}$ cắt trục tọa độ tại hai điểm A và B. Khi đó diện tích tam giác OAB là bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 76. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Câu 77. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$. Biết đồ thị hàm số có tiệm cận đứng dạng $y=a$ và tiệm cận đứng có dạng $x=b$. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 78. Tìm giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M\left(3;1\right)$.

Trả lời: ………………..

Câu 79. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $\left(-2025;0\right)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Câu 80. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Câu 81. Tìm giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m+1\right)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là $y=1$

Trả lời: ………………..

Câu 82. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $\left[-2025;2025\right]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung?

Trả lời: ………………..

Câu 83. Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

Trả lời: ………………..

Câu 84. Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

Trả lời: ………………..

Câu 85. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(2m-n\right)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục trung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

Trả lời: ………………..

Câu 86. Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+(m-1)x+m^2-2m+1}{1-x}$ có tiệm cận xiên tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{2}$?

Trả lời: ………………..

Câu 87. Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+3mx-m+2}{x-1}$ có tiệm cận xiên tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 4?

Trả lời: ………………..

Câu 88. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=mx+\dfrac{1}{x}$, m là tham số. Tìm m để hàm số (C) có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C) đến đường tiệm cận xiên bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Trả lời: ………………..

Câu 89. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ có đồ thị (C), với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên, đồng thời góc giữa hai đường tiệm cận này bằng 45^0.

Trả lời: ………………..

Câu 90. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận ?

Trả lời: ………………..

Câu 91. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ có tiệm cận xiên?

Trả lời: ………………..

Câu 92. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+4x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Câu 93. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\dfrac{a}{b}$ ($a,b\in\mathbb{N}$, $\dfrac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Câu 94. Có bao nhiêu giá trị của tham số để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 tiệm cận?

Trả lời: ………………..

Câu 95. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Trả lời: ………………..

Câu 96. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m\in(-2025;2025)$ để đồ thị có ba đường tiệm cận?

Trả lời: ………………..

Câu 97. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Câu 98. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2-2mx+9}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

Trả lời: ………………..

Câu 99. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

Trả lời: ………………..

Câu 100. Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

Trả lời: ………………..

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	
y			|| $-\infty$	↗	0	↘	-3 || $+\infty$	↘	1

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y	5	↗	$+\infty$ || 4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 103. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	
y	1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-1

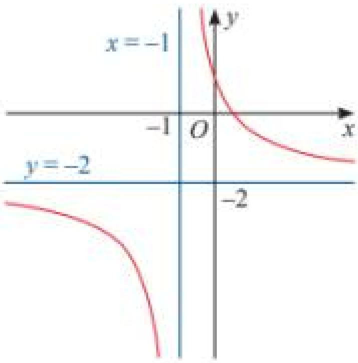
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 104. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	1

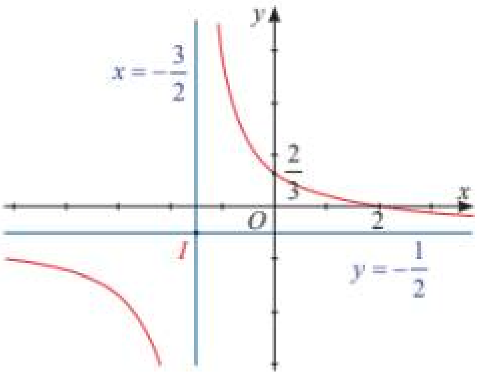
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 105. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



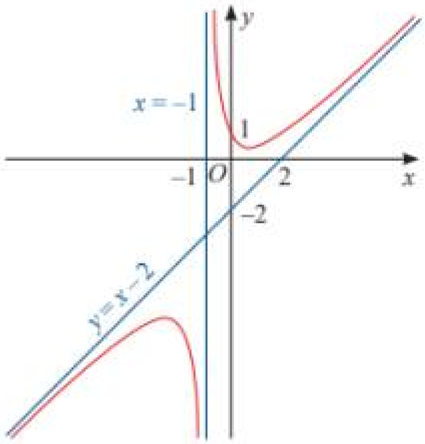
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 106. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



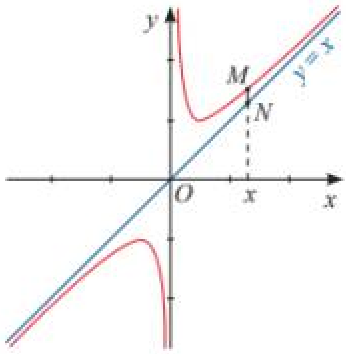
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 107. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



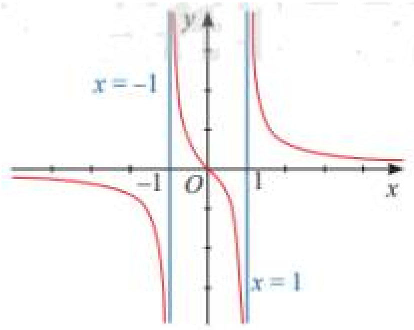
Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 108. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



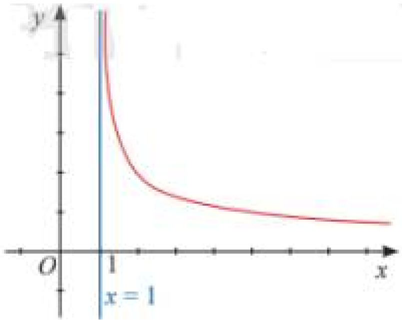
Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



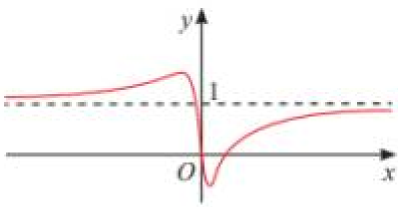
Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(0;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 111. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 112. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$

Câu 113. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{1-3x}{x+2}$

Câu 114. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{2025}{x^2-6x+5}$

Câu 115. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{1}{3x+2}$

Câu 116. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{x^2+2}{2x-4}$

Câu 117. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}$

Câu 118. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y = \dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}$

Câu 119. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{x+1}{x^2-4}$

Câu 120. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{2x-3}{x^2-3x+2}$

Câu 121. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{1-3x^2}{x^2-6x+9}$

Câu 122. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{x-9x^4}{\left(3x^2-3\right)^2}$

Câu 123. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{3x^2+x+2}{x^3-8}$

Câu 124. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{2x^2-3x+2}{x^2-2x-3}$

Câu 125. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$

Câu 126. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{x^2-9}{x^2-10x+21}$

Câu 127. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}$

Câu 128. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$

Câu 129. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{2-x}-1}{x\left(x^2-4x+3\right)}$

Câu 130. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{x+9}+3}{x^2+x}$

Câu 131. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}$

Câu 132. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

Câu 133. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

Câu 134. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$

Câu 135. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}$

Câu 136. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\frac{\sqrt{2x+3}-2x+3}{x^2-4x+3}$

Câu 137. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$

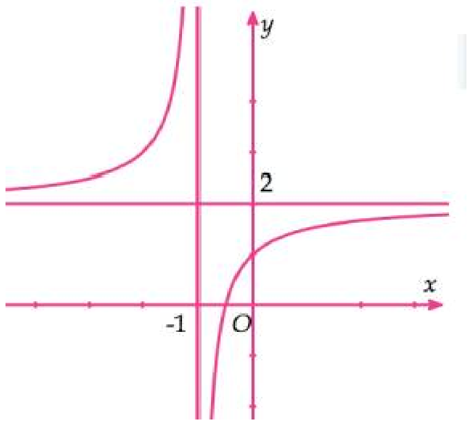
Câu 138. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+1-\sqrt{x^2+x+2}}{x^2+x-2}$

Câu 139. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x^2-1-\sqrt{x^4+x+2}}{x^2-3x+2}$

Câu 140. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

Câu 141. Tìm đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$.

Câu 142. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn\neq 1)$ xác định trên $R\backslash\{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có đồ thị như hình vẽ bên:



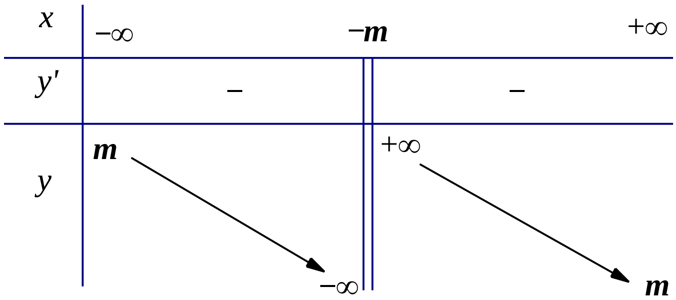
Tính tổng $m+n$?

Câu 143. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘	1	‖ $-\infty$	↗	8

Biết rằng đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_0$, tiệm cận ngang là $y=y_0$ và $x_0y_0=16$. Hỏi m bằng bao nhiêu?

Câu 144. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tìm giá trị tham số m để giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là điểm $I(-1;1)$.

Câu 145. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(n-3)x+n-2025}{x+m+3}$ $(m,n$ là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

Câu 146. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Câu 147. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

Câu 148. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Câu 149. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x-m)^2(2x-m)}{\sqrt{4x-x^2}-2}$ có tiệm cận đứng.

Câu 150. Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$ có đúng 1 tiệm cận ngang là

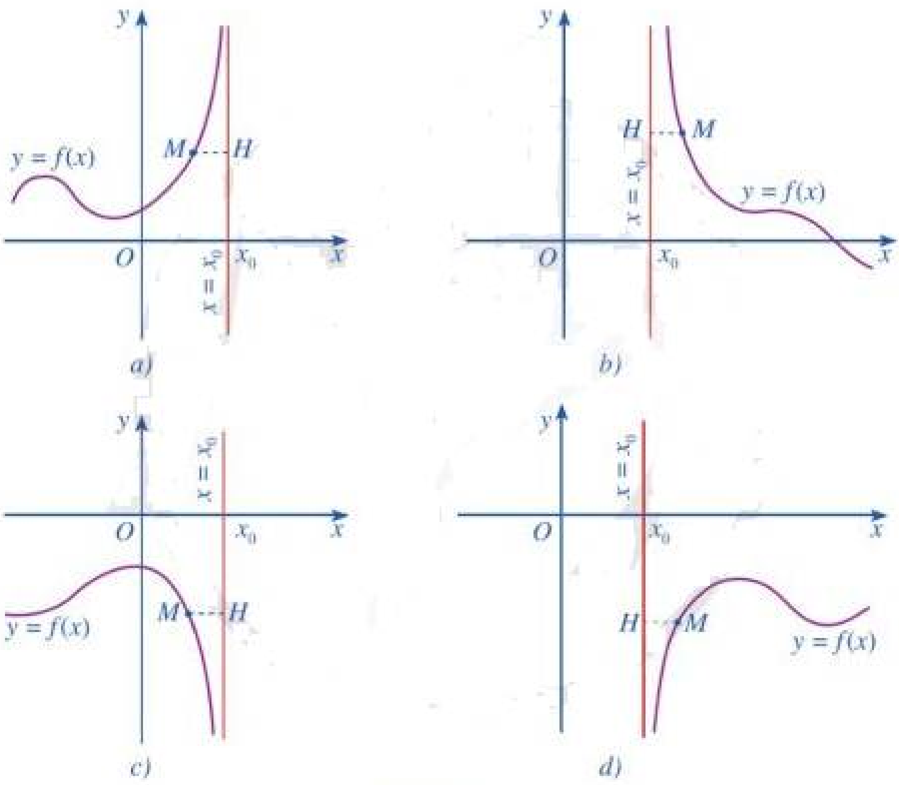
BÀI 3
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$$
$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$$
$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$$

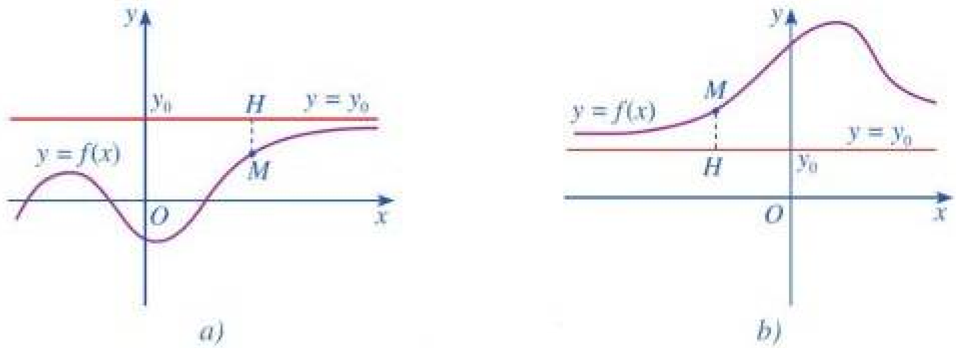
Nhận xét: Giả sử đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $x = x_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \to x_0^-$ (hình a, c) hay khi $x \to x_0^+$ (hình b, d)



2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0$.

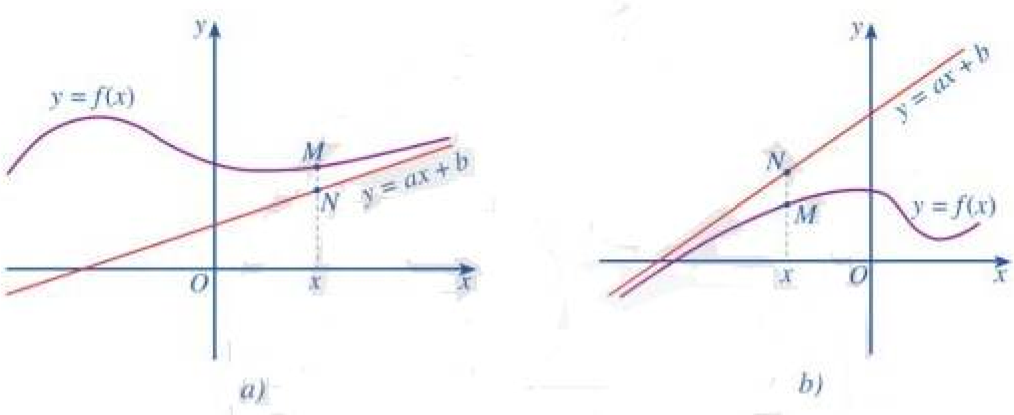
Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Lấy điểm $M\left(x;y\right)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $y=y_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x\to+\infty$ (hình a) hay khi $x\to-\infty$ (hình b)



3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nếu: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-\left(ax+b\right)\right]=0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f\left(x\right)-\left(ax+b\right)\right]=0$.

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Lấy điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và điểm N thuộc đường thẳng $y=ax+b$ có cùng hoành độ x. Khi đó, độ dài MN tiến tới 0 khi $x\to+\infty$ (hình a) hay khi $x\to-\infty$ (hình b)



CHỦ ĐỀ 1
XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG

DẠNG 1
TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y=f(x)$ KHI BIẾT HÀM SỐ $y=f(x)$

I . Phương pháp tìm đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Để tìm tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tìm miền xác định (tập xác định) của hàm số $y=f(x)$

Bước 2: Tìm giới hạn của $f(x)$ khi x tiến đến biên của miền xác định.

Bước 3: Từ các giới hạn và định nghĩa tiệm cận suy ra phương trình các đường tiệm cận.

Chú ý:

• Trường hợp $y=f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỷ.

+ Nếu $Q(x)=0$ có nghiệm x_0 thì đồ thị có tiệm cận đứng $x=x_0$ (x_0 là điểm tại đó hàm số không xác định $\Rightarrow x=x_0$ là tiệm cận đứng).

+ Nếu bậc $P(x)=$ bậc $Q(x)$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

+ Nếu bậc $P(x)>$ bậc $Q(x)+1$ thì đồ thị có tiệm cận xiên.

+ Số tiệm cận đứng của hàm số phân thức $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ là số nghiệm của hệ: $\begin{cases} Q(x)=0 \\ P(x)\neq 0 \end{cases}$

+ Đồ thị có tiệm cận ngang thì không có tiệm cận xiên và ngược lại.

• Để xác định các hệ số a,b trong phương trình của **đường tiệm cận xiên**, ta có thể áp dụng các công thức: $\begin{cases} a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x} \\ b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right] \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} \\ b=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-ax\right] \end{cases}$.

• Thông thường, ta tìm cận xiên bằng cách chia đa thức, lấy phần nguyên là tiệm cận xiên do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}$ (phần dư) = 0.

• Hàm đa thức không có các đường tiệm cận.

II. Kỹ năng dùng Casio

1. Giới hạn của hàm số tại một điểm

- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a+10^{-9}$.
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a-10^{-9}$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=a+10^{-9}$ hoặc $x=a-10^{-9}$.

2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=10^{9}$.
- $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x=-10^{9}$.

Bài 1. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2x-2024}{x+2025}$ b) $y=\dfrac{x}{3x-2}$ c) $y=\dfrac{2025}{2024-x}$

Bài giải

a) $y=\dfrac{2x-2024}{x+2025}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2025\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to(-2025)^-}\dfrac{2x-2024}{x+2025}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2025)^+}\dfrac{2x-2024}{x+2025}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2025$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-2024}{x+2025}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{2024}{x}}{1+\dfrac{2025}{x}}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-2024}{x+2025}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{2024}{x}}{1+\dfrac{2025}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

b) $y=\dfrac{x}{3x-2}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{2}{3}\right)^-}\dfrac{x}{3x-2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(\frac{2}{3}\right)^+}\dfrac{x}{3x-2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{2}{3}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{3x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{3-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{3}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{3x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{3-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{3}$.

c) $y=\dfrac{2025}{2024-x}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2024\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(2024)^-}\dfrac{2025}{2024-x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(2024)^+}\dfrac{x}{3x-2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2024$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2025}{2024-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{2025}{x}}{\frac{2024}{x}-1}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{3x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{2025}{x}}{\frac{2024}{x}-1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Bài 2. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2025x}{x^2-9}$ b) $y=\dfrac{2-x}{1-x^2}$ c) $y=\dfrac{2x^2+5x+1}{x^2-5x+4}$

Bài giải

a) $y=\dfrac{2025x}{x^2-9}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2025x}{x^2-9}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2025x}{x^2-9}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-3$.

$\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{2025x}{x^2-9}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{2025x}{x^2-9}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2025x}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{2025}{x}}{1-\frac{9}{x^2}}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2025x}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{2025}{x}}{1-\frac{9}{x^2}}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

b) $y=\dfrac{2-x}{1-x^2}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=-\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{1-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-x}{1-x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=0$

$\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) $y=\dfrac{2x^2+5x+1}{x^2-5x+4}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x^2+5x+1}{(x-1)(x-4)}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x^2+5x+1}{(x-1)(x-4)}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x^2+5x+1}{(x-1)(x-4)}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x^2+5x+1}{(x-1)(x-4)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+5x+1}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+5x+1}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 3. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ b) $y=\dfrac{5-x}{x^2-25}$ c) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-8x+7}$

Bài giải

a) $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}=\dfrac{x+1}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{1}{x-1}$

Ta có

$\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

b) $y=\dfrac{5-x}{x^2-25}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-5;5\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{5-x}{x^2-25}=\dfrac{-(x-1)}{(x-5)(x+5)}=\dfrac{-1}{x+5}$

Ta có

$\lim\limits_{x\to(-5)^-}\frac{-1}{x+5}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-5)^+}\frac{-1}{x+5}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-5$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

c) $y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-8x+7}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;7\}$.

Khi đó: $y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-8x+7}=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-7)}=\frac{x-2}{x-7}$

Ta có

$\lim\limits_{x\to7^-}\frac{x-2}{x-7}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to7^+}\frac{x-2}{x-7}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=7$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-2}{x-7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{1-\frac{7}{x}}=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x-7}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{1-\frac{7}{x}}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Bài 4. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=x+2025-\frac{1}{3-x}$ b) $y=\frac{x^2-x+2}{x-2}$ c) $y=\frac{x}{x^2-3x-4}+x$

Bài giải

a) $y=f(x)=x+2025-\frac{1}{3-x}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

• Ta có:

$\lim\limits_{x\to3^-}\left(x+2025-\frac{1}{3-x}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to3^+}\left(x+2025-\frac{1}{3-x}\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+2025)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{3-x}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2025)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\frac{1}{3-x}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x+2025$.

b) $y=f(x)=\frac{x^2+3}{x+4}=x-4+\frac{19}{x+4}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

• Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-4)^-}\left(\frac{x^2+3}{x+4}\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-4)^+}\left(\frac{x^2+3}{x+4}\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-4$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-4)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{19}{x+4}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-4)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{19}{x+4}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x-4$.

c) $y=f(x)=\dfrac{x}{x^2-3x-4}+x=\dfrac{x^3-3x^2-3x}{x^2-3x-4}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(\dfrac{x^3-3x^2-3x}{x^2-3x-4}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(\dfrac{x^3-3x^2-3x}{x^2-3x-4}\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to(4)^-}\left(\dfrac{x^3-3x^2-3x}{x^2-3x-4}\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(4)^+}\left(\dfrac{x^3-3x^2-3x}{x^2-3x-4}\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=4$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{x^2-3x-4}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x}{x^2-3x-4}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x$.

Bài 5. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=2x+1-\dfrac{1}{x+2}$ b) $y=\dfrac{x^2}{1-x}$ c) $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x+2}$

Bài giải

a) $y=2x+1-\dfrac{1}{x+2}$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to-2^-}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^+}y=-\infty\Rightarrow$ Đường thẳng: $x=-2$ là tiệm cận đứng của (C).

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}[y-(2x+1)]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x+2}=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}[y-(2x+1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{x+2}=0\Rightarrow$ Đường thẳng $y=2x+1$ là tiệm cận xiên của (C).

b) $y=\dfrac{x^2}{1-x}=-x-1+\dfrac{1}{1-x}$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty\Rightarrow$ Đường thẳng: $x=1$ là tiệm cận đứng của (C).

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}[y-(-x-1)]=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}[y-(-x-1)]=0\Rightarrow$ Đường thẳng $y=-x-1$ là tiệm cận xiên của (C).

c) $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x+2}=x+\dfrac{1}{x+2}$

$\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty\Rightarrow$ Đường thẳng: $x=2$ là tiệm cận đứng của (C).

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}[y-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}[y-x]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$, suy ra đồ thị hàm số y có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

Bài 6. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số sau:

a) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$ b) $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$ c) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{x^2+7}-4}$

Bài giải

a) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$

Tập xác định: $D=(-\infty;2]\cup[2;+\infty)$.

Ta thấy rằng $x=1\notin D\Rightarrow$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Và $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{|x|}{x}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}y=1\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=-1\end{cases}\Rightarrow y=1;\ y=-1\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

b) $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$

Tập xác định: $D=[-3;+\infty)\setminus\{\pm1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to1}y=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\frac{x+3-4x^2}{\sqrt{x+3}+2x}}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\frac{(1-x)(3+4x)}{\sqrt{x+3}+2x}}{(x-1)(x+1)}$

$=\lim\limits_{x\to1}\left[-\dfrac{3+4x}{(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}\right]=-\dfrac{7}{8}\Rightarrow x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)}y=\lim\limits_{x\to(-1)}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{x^2+7}-4}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{x^2+7}-4}=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lại có: $y=\dfrac{(x-1)(x-3)}{\frac{x^2+7-16}{\sqrt{x^2+7}+4}}=\dfrac{\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)(x-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)(x-1)}{x+3}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to -3} y = \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)(x-1)}{x+3} = \infty \Rightarrow x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-3$.

DẠNG 2

TÌM TIỆM CẬN KHI BIẾT ĐỒ THỊ HOẶC BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y=f\left(x\right)$

Phương pháp

- **Bước 1:** Dựa vào bảng biến thiên và đồ thị để tìm tập xác định của hàm số.
- **Bước 2:** Quan sát bảng biến thiên và đồ thị để suy ra giới hạn khi x đến một bên của miền xác định.
- **Bước 3:** Kết luận.

Bài 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2024	↗	$+\infty$ ‖ 1	↗	2025

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=2024$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2024$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=2025$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2025$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ 3	↗	5

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=5$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Bài 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên khoảng $\left(-2;+\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'			‖	$+$	‖	$-$	
y			‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=0$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Bài 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	$\dfrac{1}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\dfrac{1}{2}$

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\dfrac{1}{2};\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$.

Bài 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

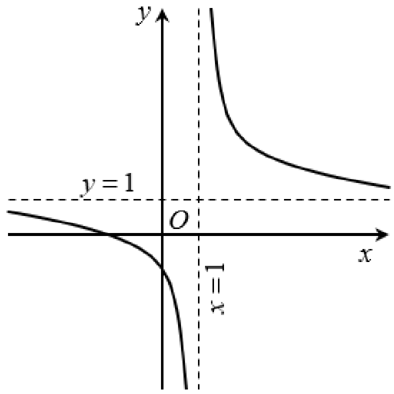
Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Bài 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

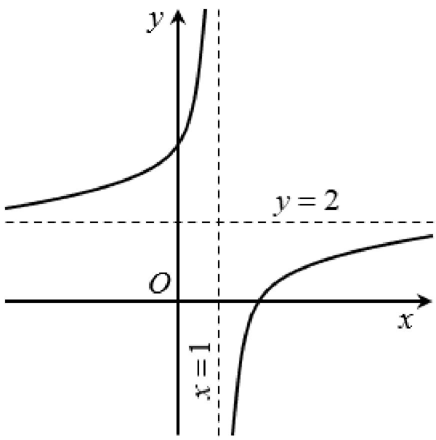
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Bài 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

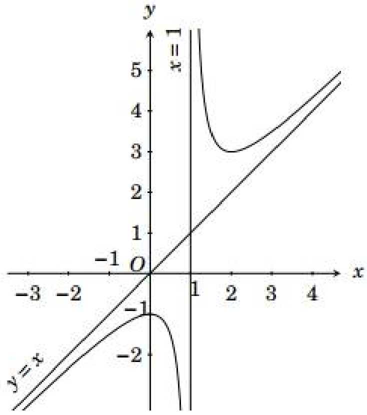
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Bài 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

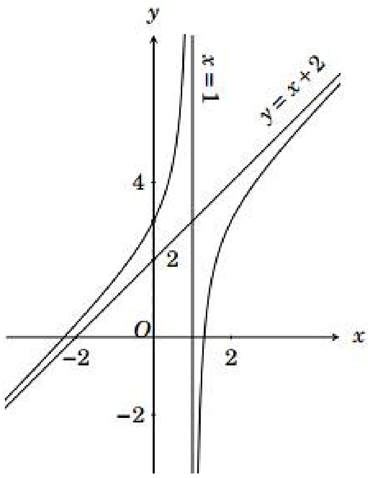
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x$.

Bài 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

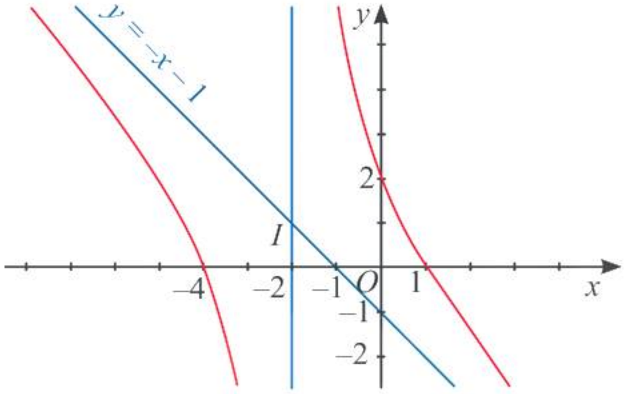
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x+2$.

Bài 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

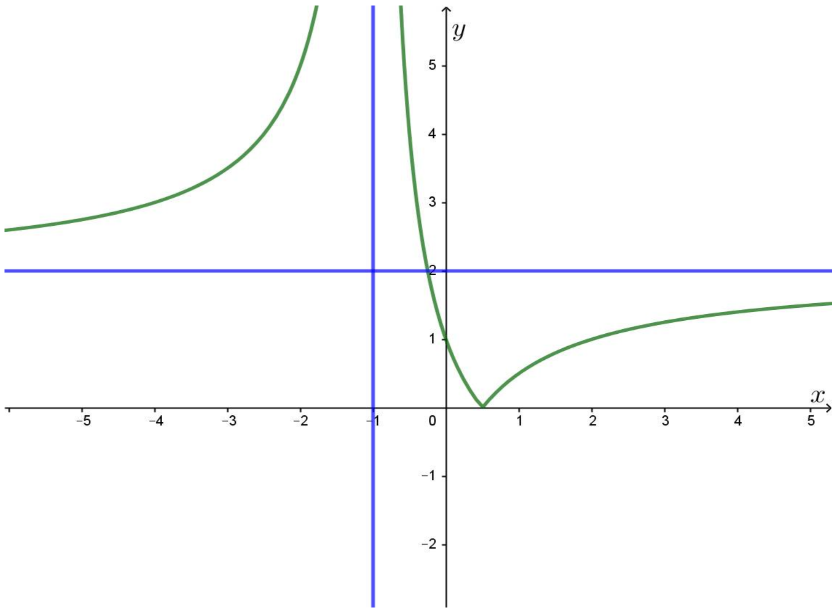
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x-1)\right]=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x-1)\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=-x-1$.

Bài 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

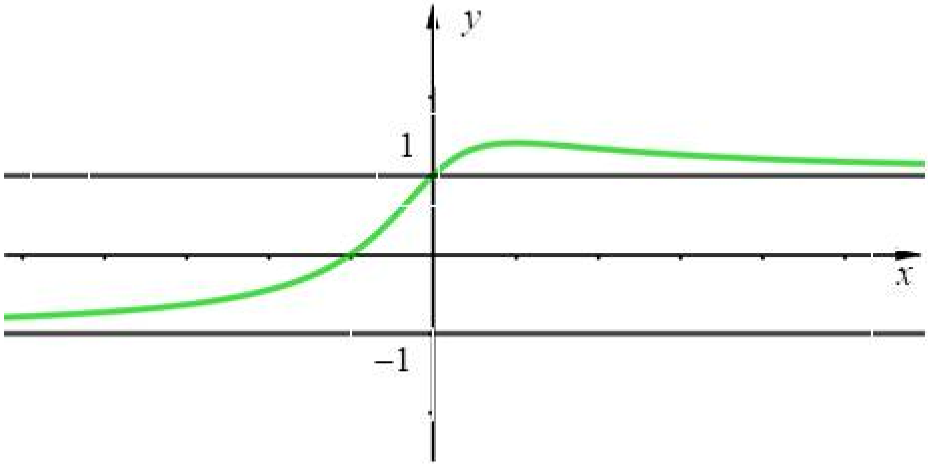
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Bài 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

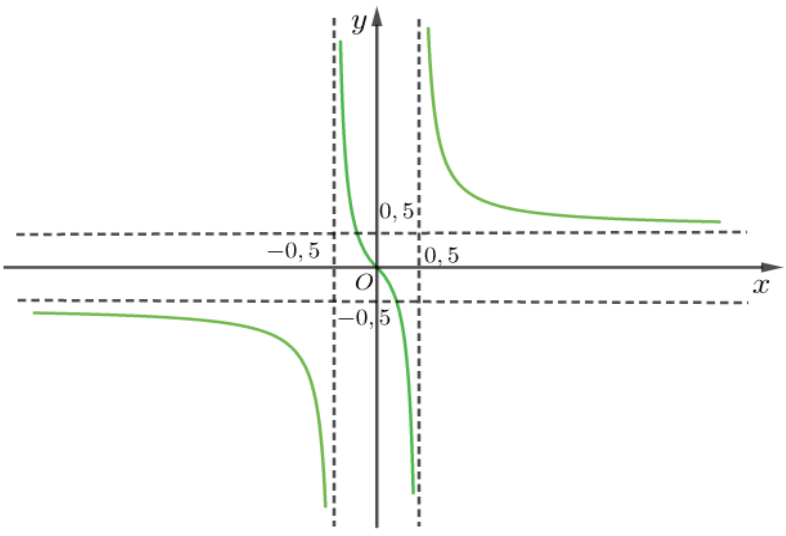
Từ đồ thị hàm số, ta có:

Từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Tương tự $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 đường tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng

Bài 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm\frac{1}{2}$.

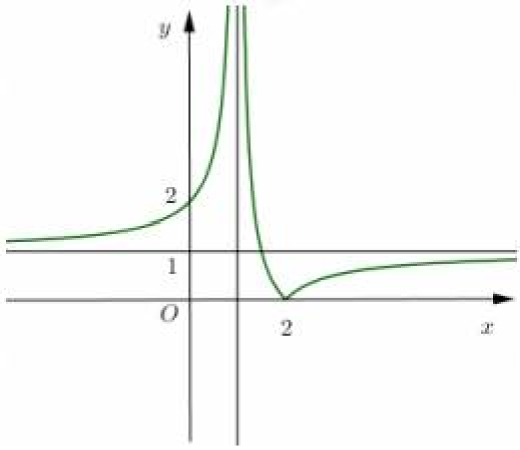
$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=-\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=+\infty$ nên đường thẳng $x=\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=\pm\frac{1}{2}$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả 4 đường tiệm cận.

Bài 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

DẠNG 3
ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

Bài 1. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong t (tháng) được tính theo công thức $S(t)=1000-\dfrac{1800}{t+2}$, trong đó $t\ge 1$.

a) Xem $y=S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.

b) Nêu nhận xét về số lượng sản phẩm bán được của công ty đó trong t (tháng) khi t đủ lớn.

Bài giải

a) Ta có: $\lim\limits_{t\to+\infty} S(t)=1000$

Vậy đường thẳng $y=1000$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $S(t)$.

b) Khi t đủ lớn thì số lượng sản phẩm bán được của công ty đó trong tháng t sẽ gần đạt được 1000 sản phẩm.

Bài 2. Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$ với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t\ge 0$. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=y(t)$. Từ đó, có nhận xét gì về nồng độ oxygen trong hồ khi thời gian t trở nên rất lớn?

Bài giải

$$y=y(t)=5-\frac{15t}{9t^2+1}=\frac{45t^2-15t+5}{9t^2+1}$$

Tập xác định: $D=[0;+\infty)$

Đồ thị không có đường tiệm cận đứng.

Ta có: $\lim\limits_{t\to+\infty} y(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{45t^2-15t+5}{9t^2+1}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{45-\dfrac{15}{t}+\dfrac{5}{t^2}}{9+\dfrac{1}{t^2}}=\dfrac{45}{9}=5$

Suy ra đường thẳng $y=5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị không có đường tiệm cận xiên.

Nhận xét: Nồng độ oxygen trong hồ sẽ gần đạt tới $5mg/l$ khi thời gian t trở nên rất lớn.

Bài 3. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x)=2x+50$ (triệu đồng). Khi đó $f(x)=\dfrac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Tính chất này nói lên điều gì?

Bài giải

Ta có: $f\left(x\right)=\dfrac{C\left(x\right)}{x}=\dfrac{2x+50}{x}$

Vì $f\left(x\right)=\dfrac{-50}{x^2}<0$ với mọi số thực x nên hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{C\left(x\right)}{x}$ giảm.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+50}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{50}{x}}{1}=2$ (điều phải chứng minh)

Tính chất này nói lên rằng khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm giảm, nhưng không dưới 2.

Bài 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144m^2$. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m).

a) Viết biểu thức tính chu vi $P\left(x\right)$ (mét) của mảnh vườn.

b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số $P\left(x\right)$.

Bài giải

a) Độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn là: $\dfrac{144}{x}$ (m) với $x>0$

Ta có: chu vi mảnh vườn $P\left(x\right)=2\left(x+\dfrac{144}{x}\right)=2x+\dfrac{288}{x}$ (m)

b)

Tập xác định: $D=\left(0;+\infty\right)$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} P\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+\dfrac{288}{x}\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $P\left(x\right)$ không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to0^+} P\left(x\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(2x+\dfrac{288}{x}\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $P\left(x\right)$ có một tiệm cận đứng là $x=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[P\left(x\right)-2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{288}{x}=0$ nên đồ thị hàm số $P\left(x\right)$ có một tiệm cận xiên là $y=2x$.

DẠNG 4

TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ $y=f\left(x\right)$ CÓ CHỨA THAM SỐ

Một số dạng toán thường gặp:

• **Dạng 1:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $ad-bc\neq 0$.

• **Dạng 2:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-x_0}$ với $a\neq 0$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ không có nghiệm $x=x_0\Leftrightarrow g\left(x_0\right)\neq 0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ có nghiệm $x=x_0\Leftrightarrow g\left(x_0\right)=0$.

- Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên khi $a\neq 0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên khi $a=0$.

• **Dạng 3:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-x_0}{ax^2+bx+c}$ với $a\neq 0$.

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $x_0\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ g\left(x_0\right)\neq 0\end{cases}$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow\Delta=0$.

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow\Delta<0$.

• **Dạng 4:** Biện luận số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)}$ với $a\neq 0,\ x_1\neq x_2$.

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi phương trình $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ không nhận x_1,x_2 là nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}g\left(x_1\right)\neq 0\\ g\left(x_2\right)\neq 0\end{cases}$.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi phương trình $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ có nghiệm $x=x_1$ hoặc $x=x_2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}g\left(x_1\right)=0\\ g\left(x_2\right)=0\end{array}\right.$ (Chú ý hai điều kiện này không đồng thời xảy ra).

- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $g\left(x\right)=ax^2+bx+c=0$ nhận $x=x_1$ và $x=x_2$ là nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}g\left(x_1\right)=0\\ g\left(x_2\right)=0\end{cases}$.

• **Dạng 5:** Biện luận số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang bậc của mẫu số lớn hơn hoặc bằng bậc của tử số và phải tồn tại các giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y$.

Bài 1. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ $\searrow$ 5		$\|$	$-\infty$ $\nearrow$ $m+2$	

Tìm *m* để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_o$ và tiệm cận ngang $y=y_o$ sao cho $x_o y_o<30$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m+2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=m+2$. Ta có $y_o=m+2$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$. Ta có $x_o=3$.

$x_o y_o<30 \Leftrightarrow 3(m+2)<30 \Leftrightarrow m<8$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		$\dfrac{2-2m}{n}$		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	$\dfrac{m}{n}$ $\searrow$ $-\infty$		$\|$	$+\infty$ $\searrow$ $\dfrac{m}{n}$	

Tìm tham số m và n để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$, $y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra tiệm cận đứng là $x=\dfrac{2-2m}{n}$, và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{m}{n}$.

Đường thẳng $x=2, y=2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang nên

$$\begin{cases}\dfrac{2-2m}{n}=2\\ \dfrac{m}{n}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2-2m=2n\\ m=2n\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2m+2n=2\\ m-2n=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=\dfrac{2}{3}\\ n=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Bài 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$	0	$+$	||	$-$
$f(x)$	$0 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow$	-3	$\nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow (m-1)(2-m)$

Tìm tổng số các giá trị nguyên dương của tham số $m\in\left(-10;10\right)$ để đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\left(m-1\right)\left(2-m\right)$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $y=0$ và $y=\left(m-1\right)\left(2-m\right)$.

Lại có $\lim\limits_{x\to-2^-} f\left(x\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f\left(x\right)=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $x=-2$.

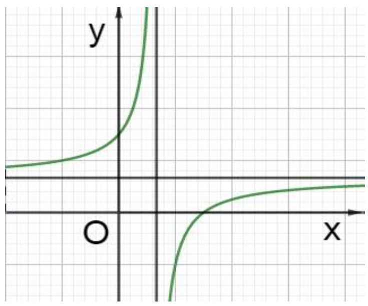
Và $\lim\limits_{x\to2^-} f\left(x\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+} f\left(x\right)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $x=2$.

Để đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang là 4 khi và chỉ khi $\left(m-1\right)\left(2-m\right)\neq0 \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq1\\ m\neq2\end{cases}$.

Vì $m\in\left(-10;10\right)$ và m là số nguyên dương nên $m\in\left\{3;4;5;6;7;8;9\right\}$.

Vậy $3+4+5+6+7+8+9=42$.

Bài 4. Cho hàm số $y=\dfrac{\left(2m-1\right)x-3}{x-m}$ có đồ thị như hình dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trong đường tròn tâm gốc tọa độ O bán kính bằng $\sqrt{2026}$?

Lời giải

Từ dạng đồ thị của hàm số ta suy ra $y'=\dfrac{-m\left(2m-1\right)+3}{\left(x-m\right)^2}>0 \Rightarrow -m\left(2m-1\right)+3>0 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{3}{2}$.

Khi đó dễ thấy đồ thị có hai đường tiệm cận là $x=m$, $y=2m-1$.

Vậy tâm đối xứng là điểm $I(m;2m-1)$.

Từ đồ thị và giả thiết kèm theo ta có :

$$\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ y=2m-1>0 \\ x=m>0 \\ OI<\sqrt{2026} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m>\frac{1}{2} \\ m>0 \\ (2m-1)^2+m^2<2026 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m>\frac{1}{2} \\ 5m^2-4m-2025<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m>\frac{1}{2} \\ \frac{2-\sqrt{10129}}{5}<m<\frac{2+\sqrt{10129}}{5} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $-1<m<\frac{3}{2}$, ta suy ra $m=1$.

Bài 5. Cho hàm số $y=\frac{(a-3b)x^2+bx-1}{x^2+ax-a}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=2$ là tiệm cận đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2\Rightarrow$ PT: $x^2+ax-a=0$ có nghiệm $x=2$

$\Rightarrow 4+2a-a=0\Rightarrow a=-4$

Hàm số có tiệm cận ngang $y=-1\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\infty} y=-1\Leftrightarrow \frac{a-3b}{1}=-1\Leftrightarrow a-3b=-1\Leftrightarrow b=\frac{a+1}{3}=-1$

Vậy $a=-4;b=-1$.

Bài 6. Cho hàm số $y=\frac{(a-2b)x^2+bx+1}{x^2+x-b}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=0$ là tiệm cận ngang.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow PT: x^2+x-b=0$ có nghiệm $x=1$ và $(a-2b)x^2+bx+1=0$ không có nghiệm $x=1\Rightarrow \begin{cases} 1+1-b=0 \\ a-2b+b+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a\neq 1 \end{cases}$. Hàm số có dạng $y=\frac{(a-4)x^2+2x+1}{x^2+x-2}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\infty} y=0\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\frac{(a-4)x^2+2x+1}{x^2+x-2}=0$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{(a-4)+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{a-4}{1}=0\Leftrightarrow a-4=0\Rightarrow a=4$$

Vậy $a=4;b=2$.

Bài 7. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=5$.

Lời giải

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $-3m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \frac{1}{3}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=m$

Theo yêu cầu bài toán suy ra $m=5$ (thoả mãn)

Bài 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{mx+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng.

Lời giải

Đồ thị hàm số có TCĐ $\Leftrightarrow g(x)=mx+2=0$ không có nghiệm $x=1 \Leftrightarrow g(1)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -2$.

Bài 9. Tìm tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=\frac{2x-1}{4x^2+4mx+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

Lời giải

Dễ thấy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số có một tiệm cận thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi đó phương trình $4x^2+4mx+1=0$ vô nghiệm.

$\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow 4m^2-4m<0 \Leftrightarrow -1<m<1 \Leftrightarrow m\in(-1;1)$.

Bài 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

Lời giải

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng $x=m$ thì là nghiệm của $p(x)=2x^2-3x+m$

$\Leftrightarrow 2m^2-3m+m=0 \Leftrightarrow 2m^2-2m=0 \Leftrightarrow 2m(m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Bài 11. Tìm tất cả giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

Lời giải

Xét phương trình $g(x)=x^2-mx+m=0$

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận $\Leftrightarrow g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1 hoặc

$g(x)=0$ có nghiệm kép khác 1 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \Delta=m^2-4m>0 \\ g(1)=0 \end{cases} \\ \begin{cases} \Delta=m^2-4m=0 \\ g(1)\neq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Bài 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}=\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2-2x+m}$

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi PT $f(x)=x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ f(1)\neq 0\\ f(-2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\ m-1\neq 0\\ m+8\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\neq -8\end{cases}$.

Bài 13. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số *m* để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}-m}{x-1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

Ta có: $D=(0;+\infty)$

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}-m}{x-1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Với $m=1\Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\dfrac{\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}}{x-1}=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$ khi đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Với $m\neq 1$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Do đó để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng thì $m\neq 1$.

Bài 14. Tìm tất cả các giá trị *m* để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}=\dfrac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}$, đặt $f(x)=x^2+m$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}f(1)=0\\ f(2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+1=0\\ m+4=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\{-1;-4\}$.

Bài 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+m}}$ có 3 tiệm cận

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{4}{x}}{\sqrt{1+\frac{m}{x^2}}}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\frac{4}{x}}{-\sqrt{1+\frac{m}{x^2}}}=-1$ nên đồ thị hàm số luôn có 2 tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì nó có 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow g(x)=x^2+m$ có nghiệm kép hoặc có 2 nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm $x=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-16 \end{array}\right.$.

Bài 16. Tìm các giá trị thực của tham số *m* sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{(m^2-1)x^2+x+2}}{x+1}$ có đúng một tiệm cận ngang.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{(m^2-1)x^2+x+2}}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{m^2-1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}=\sqrt{m^2-1} \text{ với } (m^2-1)\geq 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{(m^2-1)x^2+x+2}}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}-\frac{\sqrt{m^2-1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}=-\sqrt{m^2-1} \text{ với } (m^2-1)\geq 0$$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y \Leftrightarrow \sqrt{m^2-1}=-\sqrt{m^2-1} \Leftrightarrow m=\pm 1$.

Bài 17. Cho hàm số $y=\sqrt{mx^2+2x}-x$. Tìm các giá trị của *m* để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Ta có: $y=\dfrac{mx^2-x^2+2x}{\sqrt{mx^2+2x}+x}=\dfrac{(m-1)x^2+2x}{\sqrt{mx^2+2x}+x}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi bậc của tử bé hơn bậc của mẫu và tồn tại

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Bài 18. Tìm giá trị của tham số *m* sao cho đồ thị hàm số $y=2x+\sqrt{mx^2-x+1}+1$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

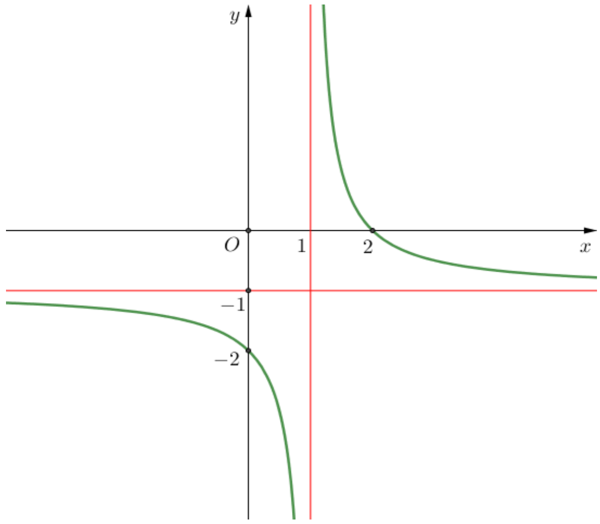
Ta có: $y=(2x+1)+\sqrt{mx^2-x+1}=\dfrac{4x^2+4x+1-(mx^2-x+1)}{2x+1-\sqrt{mx^2-x+1}}=\dfrac{(4-m)x^2+5x}{2x+1-\sqrt{mx^2-x+1}}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi bậc của tử số bé hơn hoặc bằng bậc của mẫu số và $\lim\limits_{x\to\infty} y=y_0 \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 4-m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=4$.

PHẦN B
TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

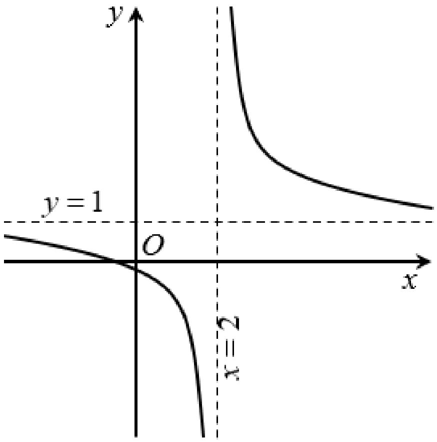
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x=1$

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

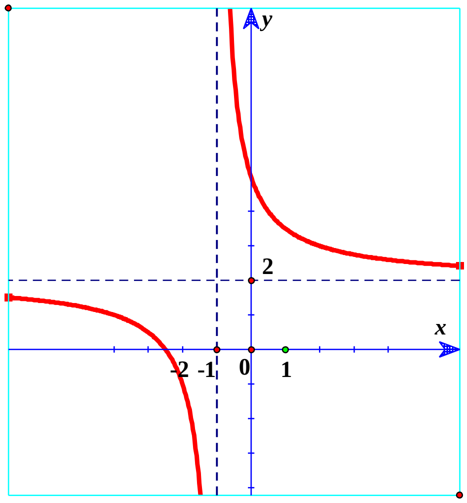
A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y=1$

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

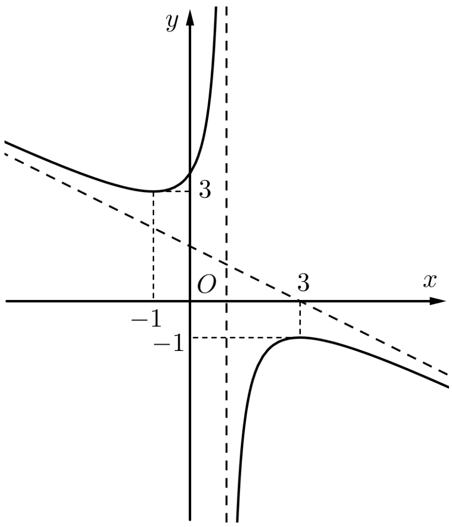
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y=2$

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

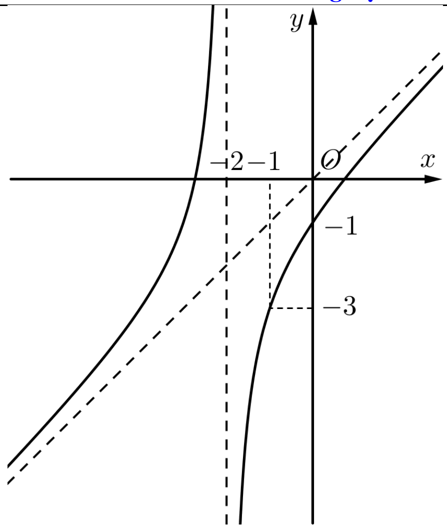
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và 1 tiệm cận xiên.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

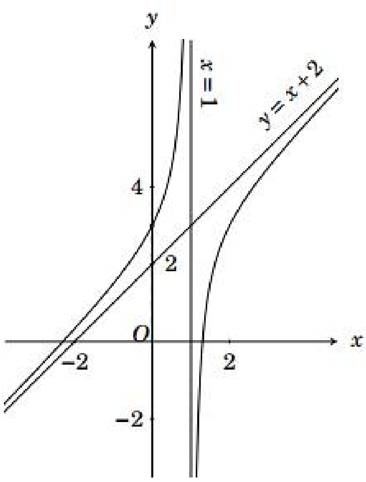
A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x=-2$

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$

B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$

C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$

D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C.

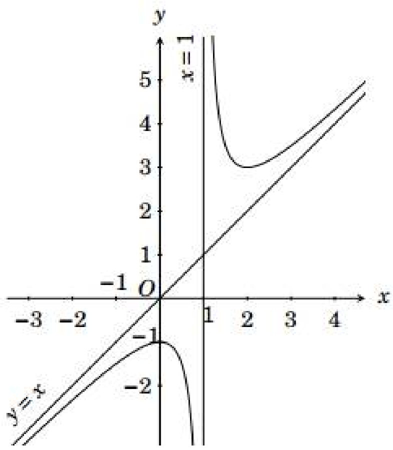
Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận xiên $y=x+2$

Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang

Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$

B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=1$

C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=x$

D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;1)$.

Lời giải

Chọn D.

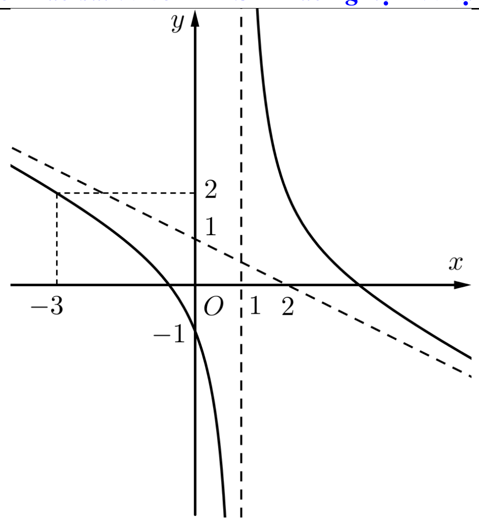
Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận xiên $y=x$

Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang

Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

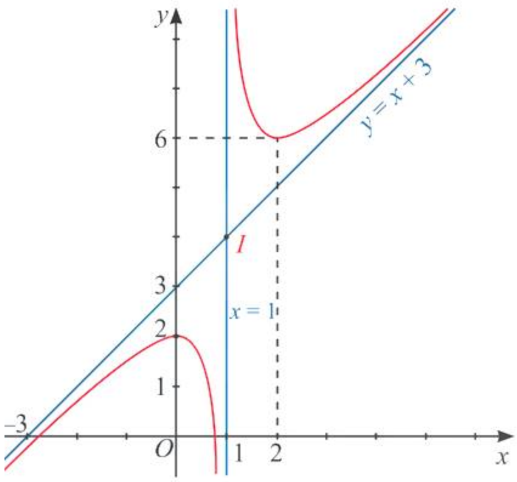
A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x=1$

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

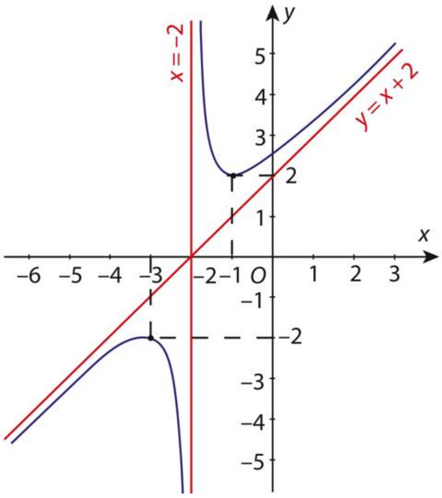
A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=x-3$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên $y=x+3$

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

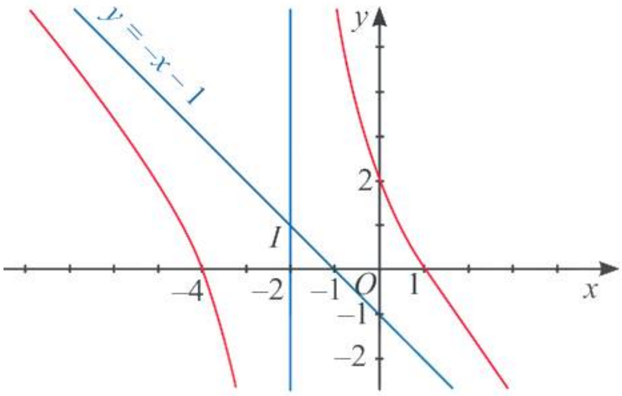
A. $y = x + 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = x - 2$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên $y = x + 2$

Câu 11. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ $(a \neq 0,\, m \neq 0)$ với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

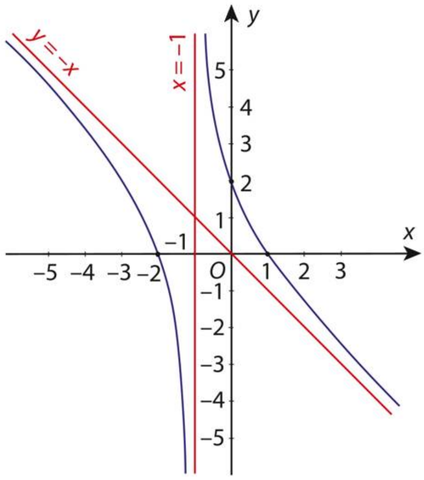
A. $y = x - 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = -x - 1$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên $y = x + 2$

Câu 12. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ $(a \neq 0,\, m \neq 0)$ với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

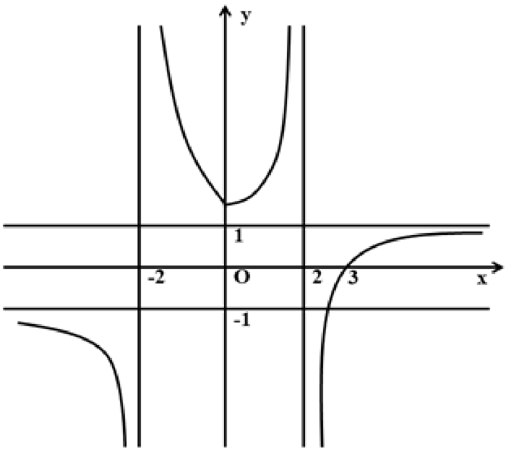
A. $y = x$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = -x$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên $y = -x$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là một đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là một đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

Tương tự

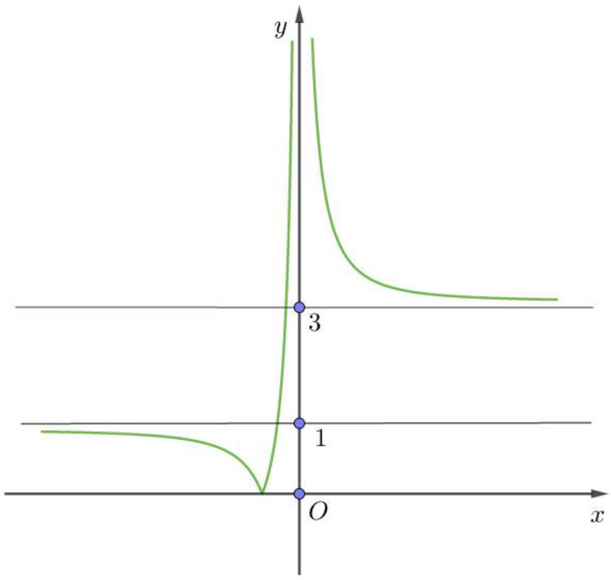
$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$ và và $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=\pm 2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 14. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có:

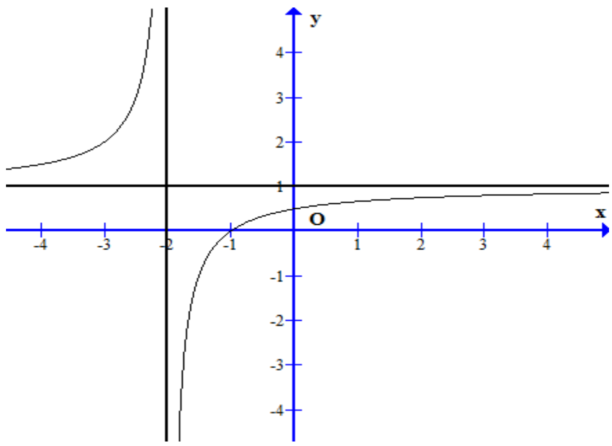
$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=3$ nên đường thẳng $y=3$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\ne 0,\, ad-bc\ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. Tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=1$. **B.** Tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=-1$.

C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-2$. **D.** Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta có

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=3$ hàm số không xác định nên $x=3$ là TCĐ của đồ thị hàm số

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0, m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

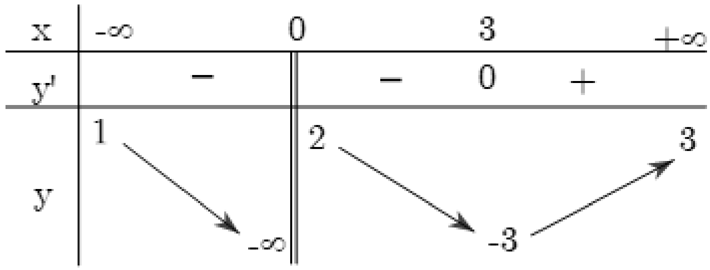
A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=-1$ hàm số không xác định nên $x=-1$ là TCĐ của đồ thị hàm số

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

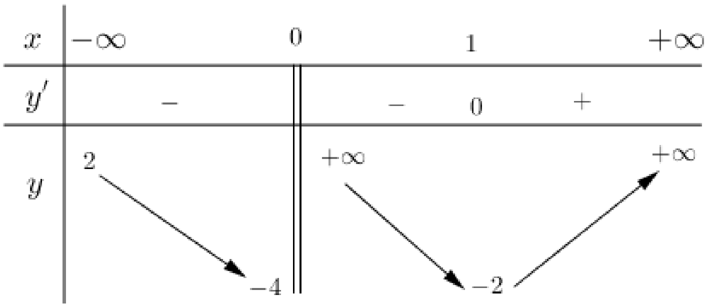
Nhìn bảng biến thiên ta thấy x=0 hàm số không xác định nên x=0 là TCĐ của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1 \Rightarrow y=1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=+\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=2$ vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận ngang $y=2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} f\left(x\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to0^-} f\left(x\right)=-4$.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$-$	||	$+$	
y	-4	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 4, \lim\limits_{x\to+\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=4$.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y = +\infty, \lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty, \lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ ta được tiệm cận ngang $y=3$

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x) = +\infty$ ta được tiệm cận đứng $x=-2$

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0 \Rightarrow y=0$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5 \Rightarrow y=5$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	-1

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Do $\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty; \lim\limits_{x\to1^-}=+\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1; \lim\limits_{x\to-\infty} y=1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y=\pm1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCĐ và TCN là 3.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

Câu 25. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\lim_{x\to2^+} y=\lim_{x\to2^+}\frac{3x+2}{x-2}=+\infty,\ \lim_{x\to2^-} y=\lim_{x\to2^-}\frac{3x+2}{x-2}=-\infty.$$

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình $x-2$.

Câu 26. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$

Suy ra $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 27. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D.

$\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 29. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\left(5-\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=5$.

Tiệm cận đứng:

Cho $x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}y=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x+1}{x+1}=\dfrac{6}{2}=3$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{1}{x+1}.\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}\right)=-\infty$$

vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}=-4<0\end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm2$

$\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y=x-2$ **B.** $y=x+2$

C. $y=x-1$ **D.** không có tiệm cận xiên

Lời giải

Chọn D.

$y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-1}=x-2$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y=x+2025-\dfrac{2026}{x+1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y=x+2025$ **B.** $y=x-2025$ **C.** $y=x-2026$ **D.** $y=x+2026$

Lời giải

Chọn A.

$y=f(x)=x+2025-\dfrac{2026}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+2025)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{2026}{x+1}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2025)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{2026}{x+1}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x+2025$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+2}{4-x}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y=x-1$ **B.** $y=-x+1$ **C.** $y=-x-1$ **D.** $y=x+1$

Lời giải

Chọn B.

$y=f(x)=\dfrac{x^2-5x+2}{4-x}=-x+1-\dfrac{2}{4-x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{2}{4-x}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{2}{4-x}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=-x+1$.

Câu 34. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=x+3+\dfrac{1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x+1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải

Chọn C.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2x+1}=0$ nên đường thẳng $y=2x-1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 35. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x}{x+5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(5;3)$. **B.** $(-4;-5)$. **C.** $(6;-1)$. **D.** $(2;-10)$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-5\}$

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2-3x}{x^2+5x}=2$
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{2x^2-3x}{x+5}-2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-13x}{x+5}=-13$

Tương tự do $a=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=-13$

Vậy đường thẳng $y=2x-13$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng này đi qua điểm $(6;-1)$.

Câu 36. Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-2x+3}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x^2+x+1}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét $y=f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-2}$ khi đó $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x\right]=2\Rightarrow TCX: y=x+2$

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x-1}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thì hàm số là đường thẳng:

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Lời giải

Chọn B.

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $\begin{cases} y=2x+1-\dfrac{1}{x-2} \\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-1}{x-2}=0\end{cases}\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=2x+1$.

Câu 38. Xác định toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$

A. $(1;2)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta viết lại $y=\frac{2x^2-3x+2}{x-1}=2x-1+\frac{1}{x-1}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và đường tiệm cận xiên là đường thẳng $2x-1$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x=1 \\ y=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ nên giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(1;1)$.

Câu 39. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} y=\frac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 40. Đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

TH1: $x<-1 \Rightarrow x+1<0$. Khi đó $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=-1$, không có TCĐ.

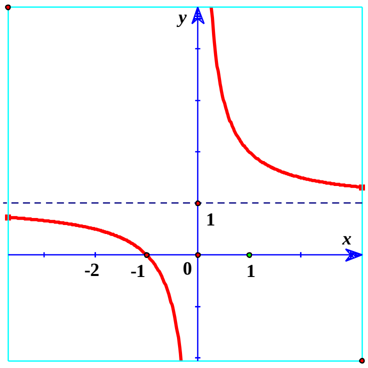
TH2: $x>1 \Rightarrow x+1>0$. Khi đó $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=1$, TCĐ $x=1$.

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCN

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 41. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng $x = 1$, đường tiệm cận ngang $y = 0$.

b) Hàm số $y = f\left(x\right)$ không có cực trị.

c) Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

d) Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

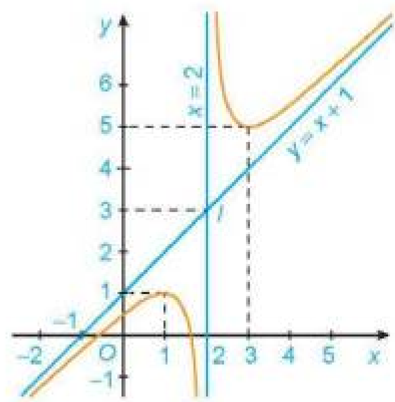
Từ đồ thị ta có:

Đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng $x = 0$, đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Hàm số $y = f\left(x\right)$ không có cực trị.

Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a \neq 0,\, m \neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trong khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$, đồng biến trong khoảng $\left(1;2\right)$ và $\left(2;3\right)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận xiên là $y=x+1$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực đại $\left(1;1\right)$ và điểm cực tiểu $\left(3;5\right)$.

d) Trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

Từ đồ thị ta có:

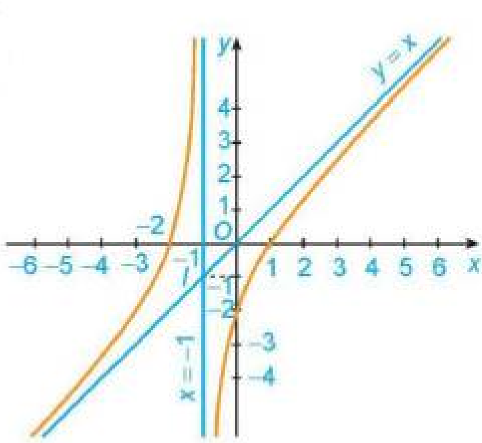
a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$, nghịch biến trong khoảng $\left(1;2\right)$ và $\left(2;3\right)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận xiên là $y=x+1$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực đại $\left(1;1\right)$ và điểm cực tiểu $\left(3;5\right)$.

d) Trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng 5.

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a\neq 0,\ m\neq 0)$ với a,b,c,m,n là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng là $x=-1$ và tiệm cận xiên là $y=x$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực đại $\left(-2;0\right)$ và điểm cực tiểu $\left(0;-2\right)$.

d) Trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

Từ đồ thị ta có:

a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng là $x=-1$ và tiệm cận xiên là $y=x$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có điểm cực trị.

d) Trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, hàm số $y=f\left(x\right)$ không có giá trị lớn nhất.

Câu 44. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+2}$.

a) Hàm số có hai tiệm cận.

b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2;-6)$.

c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của hàm số đi qua điểm $M(0;-4)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

Ta có $y=x-4+\dfrac{10}{x+2}$.

$\lim\limits_{x\to-2} y=\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

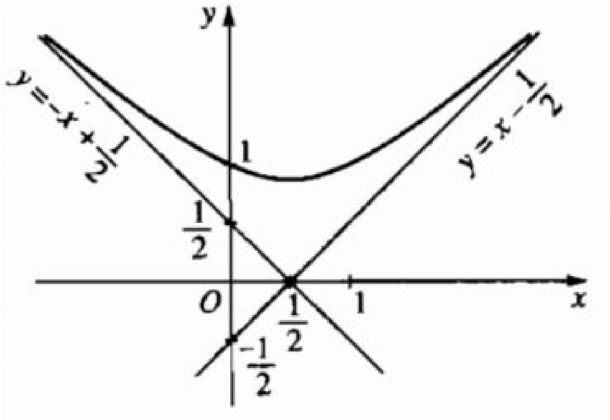
$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10}{x+2}=0$ nên $y=x-4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai tiệm cận thỏa mãn $\begin{cases}x=-2\\y=x-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-6\end{cases}$.

Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $\dfrac{4}{\sqrt{2}}$.

Mặt khác $-4=0-4$ nên M nằm trên tiệm cận xiên.

Câu 45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận đứng

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ chỉ có một tiệm cận xiên $y=x-\dfrac{1}{2}$

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cực trị.

d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**ĐÚNG**

Từ đồ thị ta có:

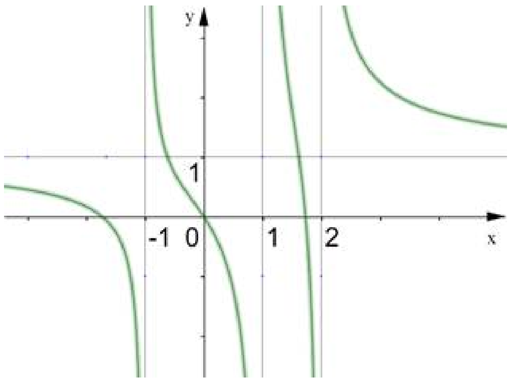
a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận đứng

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai tiệm cận xiên $y=x-\dfrac{1}{2}$ và $y=-x+\dfrac{1}{2}$

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực tiểu.

d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1;2\}$ và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng $x=-1$ và $x=1$

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang là $y=1$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;1);(-1;1);(1;2)$ và $(2;+\infty)$

d) Hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta có

a) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

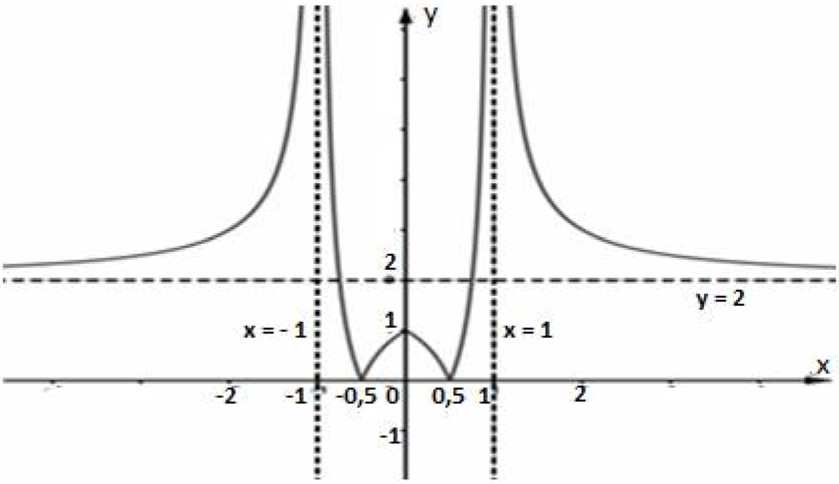
$\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=+\infty$ và và $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ nên đường thẳng $y=1$ là một đường tiệm cận ngang.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;1);(-1;1);(1;2)$ và $(2;+\infty)$

d) Hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang bằng 3.

b) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\min\limits_{\mathbb{R}} y=0$.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta có

a) Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=2$

Lại thấy: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là

$x = -1; x = 1$

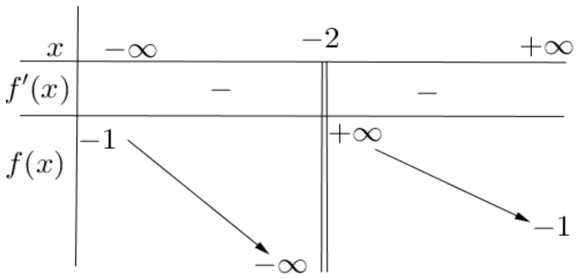
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1);\left(-\frac{1}{2};0\right);\left(\frac{1}{2};1\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-1;-\frac{1}{2}\right);(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị với 1 điểm cực đại $(0;1)$ và 2 điểm cực tiểu $\left(-\frac{1}{2};0\right);\left(\frac{1}{2};0\right)$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và bảng biến thiên như hình sau:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = -1$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang $y = -1$

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Từ bảng biến thiên ta thấy:

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = -2$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang $y = -1$

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;0\}$ và bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1 || $+\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	3

a) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

a)

$\lim\limits_{x\to -2^-} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} y = -\infty$ suy ra $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty$ suy ra $x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang $y = 2; y = 3$

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = 2$, suy ra $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = 3$, suy ra $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại là $(1;2)$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to (-3)^-} f(x) = -2025$, $\lim\limits_{x\to (-3)^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x) - (x-2)\right] = 0$, $\lim\limits_{x\to -\infty}\left[f(x) - (x-2)\right] = 2024$.

a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận xiên.

d) Đồ thị hàm số đã cho có đúng ba tiệm cận.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2 \Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to(-3)^-} f(x)=-2025 \Rightarrow$ đường thẳng $x=-2024$ là tiệm cận đứng của $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]=0 \Rightarrow$ đường thẳng $y=x-2$ là tiệm cận xiên của $y=f(x)$.

Vậy Đồ thị hàm số đã cho có đúng ba tiệm cận.

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=-2024$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2025$.

a) Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

b) Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của (C).

c) Đường thẳng $x=-2024$ là tiệm cận đứng của (C).

d) Đường thẳng $y=2025$ là tiệm cận ngang của (C).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Ta có:

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=1$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của (C).

$\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=-2024$ nên đường thẳng $x=-2024$ là tiệm cận đứng của (C).

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2025$ nên đường thẳng $y=2025$ là tiệm cận ngang của (C).

Câu 52. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

b) Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của (C).

c) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-10)$ và $(10;+\infty)$.

d) Trên đoạn $[3;5]$, hàm số đã cho có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{5}{9}$ và có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{9}{14}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}}=\dfrac{2}{2}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}}=\dfrac{2}{2}=1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của của (C).

b) Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{2x-1}{2x+4}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{2x-1}{2x+4}=-\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của của (C).

c) Ta có $y'=\dfrac{10}{(2x+4)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$, do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$ nên cũng đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-10)$ và $(10;+\infty)$.

d) Ta có $y'=\dfrac{10}{(2x+4)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}\Rightarrow y'>0\ \forall x\in[3;5]$

$\min\limits_{[3;5]} y=f(3)=\dfrac{5}{9};\max\limits_{[3;5]} y=f(5)=\dfrac{9}{14}$

Vậy trên đoạn $[3;5]$, hàm số đã cho có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{9}{14}$ và có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{5}{9}$.

Câu 53. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=-x-4$ là tiệm cận xiên của (C).

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5;-2)$ và $(-2;1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(1;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(-5;12)$ và điểm cực tiểu là $(1;0)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**ĐÚNG**	**SAI**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

a) Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}=-\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của của (C).

b) Ta có $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}=-x+4-\dfrac{9}{x+2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+4)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{9}{x+2}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+4)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{9}{x+2}\right)=0 \Rightarrow y=-x+4$ là tiệm cận xiên của của (C).

c)

• Ta có: $y'=\dfrac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}, \forall x\neq 2$.

• $y'=0 \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}=0 \Leftrightarrow -x^2-4x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=1 \end{array}\right.$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

• Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5;-2)$ và $(-2;1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(1;+\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và $y_{CĐ}=y(1)=0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$ và $y_{CT}=y(-5)=12$. Nên đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(1;0)$ và điểm cực tiểu là $(-5;12)$.

Câu 54. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-8x+9}{x-5}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=5$ là tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=x-3$ là tiệm cận xiên của (C).

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$, nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực trị.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$

a) Ta có $\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{x^2-8x+9}{x-5}=-\infty; \lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{x^2-8x+9}{x-5}=+\infty \Rightarrow x=5$ là tiệm cận đứng của của (C).

b) Ta có $y=\dfrac{x^2-8x+9}{x-5}=x-3-\dfrac{6}{x-5}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{6}{x-5}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{6}{x-5}\right)=0 \Rightarrow y=x-3$ là tiệm cận xiên của của (C).

b) $y=\dfrac{x^2-8x+9}{x-5}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-10x+31}{(x-5)^2}>0,\forall x\neq 5$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;5)$ và $(5;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) không có cực trị.

Câu 55. Cho hàm số $(C): y=f(x)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x+3}$ biết đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$

a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành bằng 2.

b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3;9)$.

c) Gọi $A=\Delta\cap Ox,\ B=\Delta\cap Oy$ thì diện tích tam giác OAB bằng $\dfrac{9}{4}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=ax+b$ trên $[0;3]$ bằng 3.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**SAI**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-2x\right]=-3$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y=2x-3$

a) $\Delta\cap Ox\Rightarrow y=0\Leftrightarrow 2x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}<2$

b) tiệm cận đứng của (C) là $x=-3$ với $x_0=-3\Rightarrow y_0=2\cdot(-3)-3=-9$

c) $A=\Delta\cap Ox\Rightarrow A(-3;0)$ và $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B\left(0;\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow S_{OAB}=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{4}$

d) hàm số $y=2x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra giá trị lớn nhất trên $[0;3]$ là $\underset{[0;3]}{Max}\,y=2.3-3=3$

Câu 56. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C)

a) Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{2}$.

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) nằm trên parabol $y=2x^2-1$

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x+y-2025=0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=x$ đi qua gốc toạ độ nên không hình thành được tam giác.

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận xiên là $y=x$ nên giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $I(1;1)$ nằm trên parabol $y=2x^2-1$

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y=x$ vuông góc với đường thẳng $x+y-2025=0$.

Câu 57. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trên trục tung.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) song song với đường thẳng $x+y=0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận: đường tiệm cận đứng có phương trình $x=1$ và đường tiệm cận ngang có phương trình $y=x-1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt hai trục toạ độ Ox, Oy lần lượt tại hai điểm $A(1;0), B(0;-1)$ nên tam giác OAB là tam giác vuông cân

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $A(1;0)$ nằm trên trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y=x-1$ vuông góc với đường thẳng $y=-x$

Câu 58. Cho hàm số $(C_1): f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x)=\dfrac{2x^2-3x-1}{2x-1}$. Biết đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$; đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$

a) $x_0+2y_0+3b=8$.

b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$..

d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

c) Giao điểm của ba đường tiệm cận $x = x_0$, $y = y_0$ và $y = ax + b$ tạo thành tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{2}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**SAI**

Với (C_1) ta có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 3$.

Với (C_2) ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$ và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - x \right] = -1 \Rightarrow TCX\ \Delta : y = x - 1$

a) $x_0 + 2y_0 + 3b = 2 + 3.3 + 3.(-1) = 8$

b) Do bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên (C_2) không có tiệm cận ngang

c) Đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận đứng $x = 2$, và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $(C_2) : x = \frac{1}{2} \neq 2$

d) Giao điểm của ba đường tiệm cận là $(2;3);(2;1)$ và $(4;3)$.

Tam giác vuông tại đỉnh có tọa độ $(2;3) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2-2)^2 + (1-3)^2} \cdot \sqrt{(4-2)^2 + (3-3)^2} = 2$

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2 - x + 1}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số (C) có một đường tiệm cận ngang.

c) Hệ số góc của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số bằng 2.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{49}{4}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**SAI**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ nên hàm không có tiệm cận đứng

b) Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang.

c) Ta có: $a = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x(x^2 - x + 1)} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^3}}{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = 2.$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}(y-2x)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x^3+5x^2-1}{x^2-x+1}-2x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{7x^2-2x-1}{x^2-x+1}=7.$$

$\Rightarrow y=2x+7$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số và có hệ số góc $k=2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y=2x+7$ cắt trục tung tại điểm $A(0;7)$ và cắt trục hoành tại điểm $B\left(-\frac{7}{2};0\right)$ nên diện tích là: $S_{OAB}=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot\left|-\frac{7}{2}\right|=\frac{49}{4}$

Câu 60. Cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x=-1$ và $x=0$ là hai tiệm cận đứng của (C).

b) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của (C).

c) Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận xiên.

d) Đồ thị hàm số đã cho chỉ có hai đường tiệm cận.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

a) Ta có

$$\lim_{x\to0^-}y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}$$

$$\lim_{x\to0^+}y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}$$

Do đó đường thẳng $x=0$ không phải là tiệm cận đứng của (C).

$$\lim_{x\to(-1)^+}y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty.$$

vì $\lim_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim_{x\to(-1)^-}y=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

b) Ta có

$$\lim_{x\to-\infty}y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)} = 0$$

Do đó, đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của (C).

c) Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ có mũ tử nhỏ hơn mũ mẫu nên không có tiệm cận xiên.

d) Đồ thị hàm số đã cho chỉ có hai đường tiệm cận là $x=-1$ và $y=0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 61. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3.

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = 2$, $\lim\limits_{x\to +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 62. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	-2		-1		1		4		$+\infty$
y'	||	$+$	||	$+$	0	$-$	||	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$0,325$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right) = 1$ nên $y = 1$ là TCN.

$\lim\limits_{x\to -1^+} f\left(x\right) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-} f\left(x\right) = +\infty$ nên $x = -1$ là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to 4^+} f\left(x\right) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 4^-} f\left(x\right) = -\infty$ nên $x = 4$ là TCĐ.

Vậy có 2 TCĐ và 1 TCN .

Câu 63. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	‖	$+$	
y	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-3)^+} =-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to3^-} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to3^+} =-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 64. Gọi $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Giá trị x_0 bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có:

$$\lim_{x\to1^+} y=\lim_{x\to1^+}\frac{2x-1}{x-1}=+\infty,\ \lim_{x\to1^-} y=\lim_{x\to1^-}\frac{2x-1}{x-1}=-\infty.$$

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x=1\Rightarrow x_0=1$.

Câu 65. Gọi $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Giá trị y_0 bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

$y=2\Rightarrow y_0=2$.

Câu 66. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{x^2-4}$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tương tự hàm số có thêm một tiệm cận đứng khác là $x=2$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3

Câu 67. Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$ có dạng $y=ax+b$. Giá trị $2025a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2025

$y=f(x)=\dfrac{x^2+4}{x}=x+\dfrac{4}{x}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x}=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x\Rightarrow a=1; b=0\Rightarrow 2025a+b=2025$

Câu 68. Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}$ có dạng $y=ax+b$. Giá trị $2025a-2024b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

$y=f(x)=\dfrac{x^2+2x+5}{x+1}=x+1+\dfrac{4}{x+1}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4}{x+1}\right)=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{4}{x+1}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x+1\Rightarrow a=1; b=1\Rightarrow 2025a-2024b=1$

Câu 69. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+3x-2024}{x-2}$. Biết đồ thị hàm số $f(x)$ tiệm cận xiên của có dạng $y=ax+b$ và tiệm cận đứng có dạng $x=c$. Giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

$$y=f\left(x\right)=\frac{-x^2+3x-2024}{x-2}=-x+1-\frac{2022}{x-2}$$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-\left(-x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{2022}{x-2}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f\left(x\right)-\left(-x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\frac{2022}{x-2}\right)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=-x+1\Rightarrow a=-1;b=1$

$\lim\limits_{x\to2^+}\frac{-x^2+3x-2024}{x-2}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to2^-}\frac{-x^2+3x-2024}{x-2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2\Rightarrow c=2$

Vậy $a+b+c=2$

Câu 70. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-2x+2}{x-3}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính a^2+2b.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $\begin{cases}y=x+1+\frac{5}{x-3}\\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{5}{x-3}=0\end{cases}\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=x+1$ nên $a^2+2b=3$.

Câu 71. Biết đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^2-3x+1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $d:y=ax+b$. Hỏi đường thẳng d có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f\left(x\right)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x+1}{x^2-2x}=1$
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2-3x+1}{x-2}-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x+1}{x-2}=-1$

Tương tự do $a=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f\left(x\right)}{x}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f\left(x\right)-x\right]=-1$

Vậy đường thẳng $y=x-1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho nên có hệ số góc bằng 1

Câu 72. Gọi $I(x_0;y_0)$ là toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$. Tính x_0+y_0.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -4

Ta có $f(x)=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$ và đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y=2x-1$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=-1\\y=2x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ nên giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1;-3)\Rightarrow x_0+y_0=-4$.

Câu 73. Gọi $I(x_0;y_0)$ là toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$. Tính x_0+y_0.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 9

Ta viết lại $y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}=x+5+\dfrac{10}{x-2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ và đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+5$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=2\\y=x+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=7\end{cases}$ nên giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(2;7)\Rightarrow x_0+y_0=9$.

Câu 74. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+x+1}{x^2-1}$ có tiện cận xiên là đường thẳng $d:y=ax+b$. Tính $2a^2+2025b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $\begin{cases}y=x+\dfrac{2x+1}{x^2-1}\\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x^2-1}=0\end{cases}\Rightarrow TCX\ d:y=x\Rightarrow a=1\Rightarrow 2a^2+2025b=2$.

Câu 75. Biết tiện cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+2}{x^2-2x}$ cắt trục tọa độ tại hai điểm A và B. Khi đó diện tích tam giác OAB là bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $\begin{cases} y = x + 2 + \dfrac{4x+2}{x^2-2x} \\ \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x+2}{x^2-2x} = 0 \end{cases} \Rightarrow TCX\ \ d: y = x - 2.$

Ta có $d \cap Ox$ tại điểm $(0;-2)$ và $d \cap Oy$ tại điểm $(2;0)$

Suy ra $S_{OAB} = \dfrac{1}{2} OA \cdot OB = \dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2(dvdt)$.

Câu 76. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2;3\}$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x = 2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty; \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 77. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$. Biết đồ thị hàm số có tiệm cận đứng dạng $y = a$ và tiệm cận đứng có dạng $x = b$. Giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x - 2 \ge 0 \\ x^2 - 3x + 2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x \ne 2, x \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, do đó $b=2$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, do đó $a=0$

$\Rightarrow a+b=2$

Câu 78. Tìm giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M(3;1)$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3;1)$ nên đồ thị hàm có tiệm cận đứng là $x=3$

Suy ra $x+m=0$ có nghiệm là 3 do vậy $3+m=0\Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại, với $m=-3\Rightarrow y=\dfrac{2x-7}{x-3}$ có $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-7}{x-3}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-7}{x-3}=+\infty$.

Vậy $m=-3$.

Câu 79. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2025;0)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2023

Để $x=m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}=\dfrac{2x+4}{x-m}$ thì $\begin{cases} v(m)=0 \\ u(m)\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-m=0 \\ 2m+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ m\neq -2\end{cases}\Rightarrow m\neq -2$

$\begin{cases} m\in(-2025;0) \\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m=\{-2024;-2023;...;-1\}\setminus\{-2\}$

Câu 80. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases} m \neq 0 \\ 4.(-1)-1.m=0 \end{cases} \\ m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Câu 81. Tìm giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là $y=1$

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $-m(m+1)+10m \neq 0$

Tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{m+1}{2}$ theo đề bài $\dfrac{m+1}{2}=1 \Leftrightarrow m=1$ (thoả mãn)

Câu 82. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2025;2025]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2025

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=m$ nằm bên trái trục tung $\Leftrightarrow m<0$.

$\begin{cases} m \in [-2025;2025] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2025;-2024;...;-1\}$.

Vậy có 2025 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu.

Câu 83. Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận là $-2m-m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó, đồ thị hàm số có:

Tiệm cận đứng: $x=1$, song song với Oy và cắt Ox tại điểm $A(1;0)$.

Tệm cận ngang: $y=2m$, song song với Ox và cắt Oy tại điểm $B(2m;0)$.

Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ là

$S=OA.OB=1.|2m|=8 \Rightarrow m=\pm 4$.

Câu 84. Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

Xét hàm nhất biến $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng $x=m$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Để hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5

khi và chỉ khi: $|m|.1=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn và tổng chúng bằng 0 .

Câu 85. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục trung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 9

Điều kiện: $x^2+mx+n-6\neq 0$.

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2m-n$.

Vì đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang nên $2m-n=0$.

Đặt $f(x)=(2m-n)x^2+mx+1$ và $g(x)=x^2+mx+n-6$.

Vì $f(0)\neq 0$ với mọi m,n nên đồ thị nhận trục tung $x=0$ là tiệm cận đứng khi $g(0)=0 \Leftrightarrow n=6$.

Suy ra $m=\dfrac{n}{2}=3$. Vậy $m+n=9$.

Câu 86. Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+(m-1)x+m^2-2m+1}{1-x}$ có tiệm cận xiên tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{2}$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $y=\dfrac{x^2+(m-1)x+m^2-2m+1}{1-x}=-x-m+\dfrac{m^2-m+1}{1-x}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $\Delta: y=-x-m$.

Tiệm cận xiên cắt hai trục tọa độ tại hai điểm $A(0;-m)$ và $B(-m;0)$.

Diện tích tam giác OAB là $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}|y_A|.|y_B|=\frac{1}{2}m^2$.

Theo giả thiết $S=\frac{1}{2}\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm1$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m=\pm1$.

Câu 87. Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2+3mx-m+2}{x-1}$ có tiệm cận xiên tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 4?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có $y=\frac{2x^2+3mx-m+2}{x-1}=2x+3m+2+\frac{2m+4}{x-1}$.

Với $m=-2$ thì hàm số trở thành $y=2x-4$. Đây là hàm số bậc nhất nên không có tiệm cận.

Với $m\neq 2$ thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(2x+3m+2)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2m+4}{x+2}=0$.

Do đó với $m\neq 2$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $\Delta: \; y=2x+3m+2$.

Δ cắt trục hoành tại điểm $A\left(\frac{-3m-2}{2};0\right)$ và cắt trục tung tại $B(0;3m+2)$.

Từ đó $OA=\frac{|-3m-2|}{2}=\frac{|3m+2|}{2}$, $OB=|3m+2|$.

Theo giả thiết:

$$S_{OAB}=4\Leftrightarrow\frac{1}{2}OA.OB=4\Leftrightarrow\frac{|3m+2|}{2}.|3m+2|=8\Leftrightarrow(3m+2)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3m+2=-4\\3m+2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\,(\text{loaïi})\\m=\frac{2}{3}\end{array}\right.$$

Vậy có một giá trị m là $m=\frac{2}{3}$.

Câu 88. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=mx+\frac{1}{x}$, m là tham số. Tìm m để hàm số (C) có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C) đến đường tiệm cận xiên bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=m-\frac{1}{x^2}=\frac{mx^2-1}{x^2}$.

Hàm số (C) có cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow\frac{1}{m}>0\Leftrightarrow m>0$.

Lúc đó $y'=0 \Leftrightarrow x_1=-\frac{1}{\sqrt{m}}, x_2=\frac{1}{\sqrt{m}}$. Lập bảng biến thiên để suy ra:

Điểm cực tiểu của (C) là $M\left(\frac{1}{\sqrt{m}};2\sqrt{m}\right)$.

Tiệm cận xiên $\Delta: y=mx \Leftrightarrow mx-y=0$.

Theo đề $d(M,\Delta)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\sqrt{m}-2\sqrt{m}\right|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2m=m^2+1 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m=1$.

Câu 89. Cho hàm số $y=\frac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ có đồ thị (C), với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên, đồng thời góc giữa hai đường tiệm cận này bằng 45^0.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $y=\frac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}=mx-2+\frac{6m-2}{x+3m}$.

Khi $m=\frac{1}{3}$ đồ thị hàm số không tồn tại hai tiệm cận.

Khi $m\neq\frac{1}{3}$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $\Delta_1: y=mx-2 \Leftrightarrow mx-y-2=0$

Tiệm cận đứng là $\Delta_2: x=-3m \Leftrightarrow x+3m=0$.

Góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45^0 nên

$$\cos 45^0=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m=\pm1.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m=\pm1$.

Câu 90. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

+ $g(x)=mx^2-2x+3$ có bậc ≥ 1 nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang

+ đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{mx^2-2x+3}$ không có tiệm cận xiên

+ Do đó theo yêu cầu bài toán thì đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng nữa là đủ.

TH1 : $m=0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\frac{3}{2}\Rightarrow m=0$ thỏa bài toán.

TH1 : $m\neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2-2x+3=0$ có nghiệm kép hoặc nhận $x=1$ làm nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta_f=0\\ f(1)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{3}\\ m=-1\end{array}\right.$

Vậy: $m\in\left\{0;\frac{1}{3};-1\right\}$.

Câu 91. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ có tiệm cận xiên?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 17

Đồ thị hàm số có đường tiệm xiên đứng khi và chỉ khi phương trình $g(x)=2x^2-3x+m=0$ không có nghiệm $x=m$ tức là $g(m)\neq 0\Leftrightarrow 2m^2-2m\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ m\neq 1\end{cases}$

$\begin{cases}m\in(-10;10)\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\{-9;-8;...;9\}\setminus\{0;1\}$

Câu 92. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+4x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 16

Ta có đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+4x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình $x^2+4x-m-3$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}2^2-(-m-3)>0\\ 1^2+4.1-m-3\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-7\\ m\neq 2\end{cases}$

Từ đó ta suy ra $m=\{-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

Vậy có 16 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 93. Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\frac{a}{b}\,(a,b\in\mathbb{N},\ \frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 7

Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hoặc phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ có nghiệm kép $x = 2$ hoặc phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ phải có hai nghiệm (một nghiệm $x_1 = 2$ và một nghiệm $x_2 \neq 2$).

Do $\Delta' = m^2 + m + 2 > 0, \forall m$ nên ta chỉ xét trường hợp thứ hai phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Thay $x = 2$ vào phương trình ta được $m = \dfrac{2}{5}$ (thỏa mãn).

Vậy $a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7$.

Câu 94. Có bao nhiêu giá trị của tham số để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng 2 tiệm cận?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{m - \dfrac{1}{x^2}}{1 - \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{x^2}} = m \Rightarrow y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng 2 tiệm cận $\Leftrightarrow y = \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng 1 tiệm cận đứng. Ta có:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m.1^2 - 1 = 0 \\ m.2^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \dfrac{1}{4} \end{array}\right..$$

Vậy có 2 giá trị tham số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 95. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x + 1}{x^2 + 4x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị phải có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x) = x^2 + 4x + m = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = -1$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta' = 0 \\ \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 - m = 0 \\ \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 1 - 4 + m = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 3 \end{array}\right..$$

Câu 96. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m\in(-2025;2025)$ để đồ thị có ba đường tiệm cận?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4044.

+ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$ luôn có 1 tiệm cận ngang là $y=0$ và không có tiệm cận xiên.

+ Do đó theo yêu cầu bài toán thì đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng nữa là đủ. Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$ có ba đường tiệm cận thì $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\(-1)^2-2m(-1)+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.\\m\neq -\dfrac{5}{2}\end{cases}.$$

Do $m\in\mathbb{Z};m\in(-2025;2025)$ nên có 4044 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 97. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của phương trình $x^2+x-2=0$.

Hay phương trình $f(x)=x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2.

Khi đó ta có $\begin{cases}\Delta'>0\\f(1)\neq 0\\f(-2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\m-1\neq 0\\8+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\neq 1\\m\neq -8\end{cases}\Leftrightarrow -8\neq m<1.$

Vì m là nguyên dương nên không có giá trị nào thỏa.

Câu 98. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2-2mx+9}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{1-\dfrac{2m}{x}+\dfrac{9}{x^2}} = 0$ nên đồ thị hàm số đã cho luôn có một tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

Phương trình $f(x) = x^2 - 2mx + 9 = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng $-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta' = m^2 - 9 = 0 \\ \begin{cases} \Delta' = m^2 - 9 > 0 \\ f(-3) = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -3 \\ \begin{cases} m^2 - 9 > 0 \\ m = -3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -3 \end{array}\right.$

Câu 99. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng hai đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng 1 tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2-3=0$ có nghiệm kép hoặc phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2-3=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta = 0 \\ \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1-(2m+1)+m^2-3=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (2m+1)^2 - 4(m^2-3) = 0 \\ \begin{cases} (2m+1)^2 - 4(m^2-3) > 0 \\ m^2 - 2m - 3 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{13}{4} \\ m = 3 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Câu 100. Cho hàm số $y = \dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -2

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2m+1+\frac{3}{x^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}} = 2m+1$$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2m+1+\frac{3}{x^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}} = 2m+1$$

$\Rightarrow d : y = 2m+1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Do $A(1;-3) \in d \Leftrightarrow 2m+1 = -3 \Leftrightarrow m = -2$.

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 101. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	
y			|| $-\infty$	↗	0	↘	-3 || $+\infty$	↘	1

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to4^+} f\left(x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=4$.

Câu 102. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y	5	↗	$+\infty$ || 4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=5$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Câu 103. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	
y	1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-1

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=-1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 104. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	1

Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

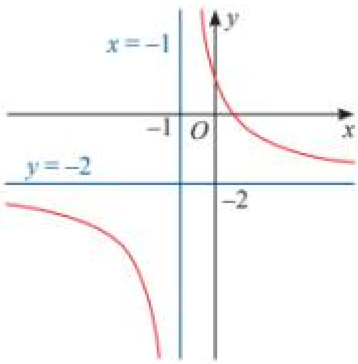
Bài giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to -\infty} f\left(x\right)=1;\ \lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 105. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

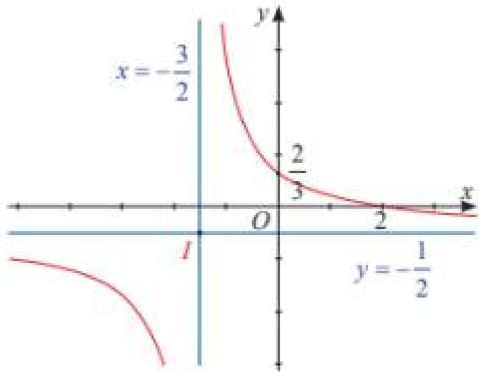
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=-2;\ \lim\limits_{x\to -\infty} f\left(x\right)=-2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$.

$\lim\limits_{x\to (-1)^+} f\left(x\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to (-1)^-} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 106. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

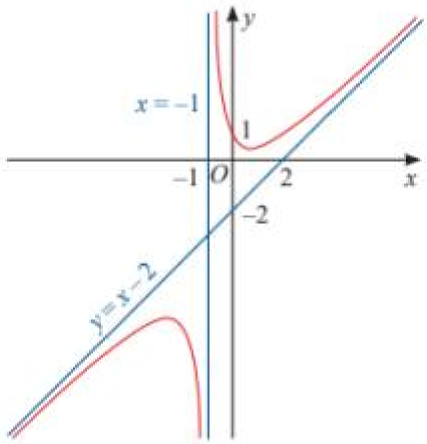
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{1}{2}; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-\frac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\frac{3}{2}$.

Câu 107. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

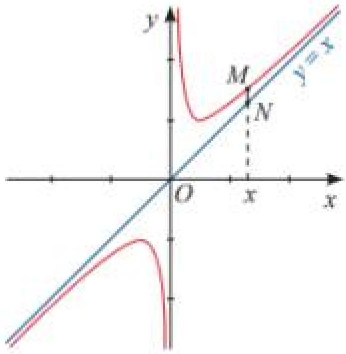
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x-2$.

Câu 108. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

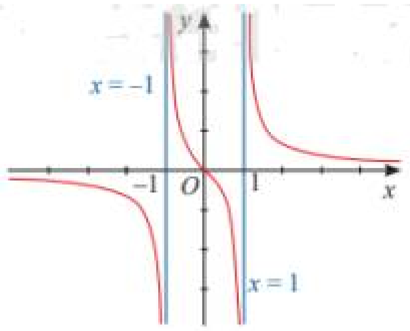
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=0$.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x)-x\right]=0; \lim\limits_{x\to -\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x$.

Câu 109. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

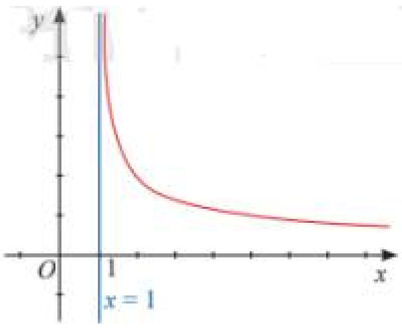
Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0; \lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to (-1)^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to (-1)^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 110. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(0;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

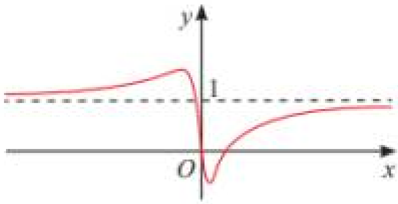
Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 111. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Bài giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

Câu 112. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty; \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x-3}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2; \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$

Câu 113. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{1-3x}{x+2}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{1-3x}{x+2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{1-3x}{x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-3x}{x+2}=-3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-3$

Câu 114. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2025}{x^2-6x+5}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\{1;5\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(1)^+}\dfrac{2025}{x^2-6x+5}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{2025}{x^2-6x+5}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$

$\lim\limits_{x\to(5)^+}\dfrac{2025}{x^2-6x+5}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(1)^-}\dfrac{2025}{x^2-6x+5}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=5$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2025}{x^2-6x+5}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$

Câu 115. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{1}{3x+2}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^+}\dfrac{1}{3x+2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^+}\dfrac{1}{3x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{2}{3}$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{3x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$

Câu 116. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x^2+2}{2x-4}$

Bài giải

Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$

$\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2+2}{2x-4}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x^2+2}{2x-4}=+\infty$

Vậy đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\frac{2}{x}}{2x-4}=\dfrac{1}{2}$; $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{2x-4}-\dfrac{1}{2}x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2}{2x-4}=1.$

Ta cũng có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-ax\right]=1$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+1$

Câu 117. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}$

Bài giải

Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}=+\infty$

Vậy đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3-\dfrac{6}{x}}{x+2}=2$
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-7x-6}{x+2}=-7.$

Ta cũng có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=-7$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=2x-7$

Câu 118. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}$

Bài giải

Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{2}\right\}$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{5}{2}\right)^-}\dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{5}{2}\right)^+}\dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}=+\infty$

Vậy đường thẳng $x=-\dfrac{5}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+9+\dfrac{11}{x}}{2x+5}=1$
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x+11}{2x+5}=2.$

Ta cũng có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=2$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$

Câu 119. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x+1}{x^2-4}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{x+1}{x^2-4}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$

$\lim\limits_{x\to(2)^+}\dfrac{x+1}{x^2-4}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(2)^-}\dfrac{x+1}{x^2-4}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2-4}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$

Câu 120. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có :

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}=+\infty;\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}=+\infty;\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$

Câu 121. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{1-3x^2}{x^2-6x+9}$

Bài giải

$\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1-3x^2}{x^2-6x+9}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{1-3x^2}{x^2-6x+9}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-3x^2}{x^2-6x+9}=-3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-3$

Câu 122. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x-9x^4}{\left(3x^2-3\right)^2}$

Bài giải

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=\pm1$ và một tiệm cận ngang $y=-1$

Câu 123. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x^2+x+2}{x^3-8}$

Bài giải

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$ và một tiệm cận ngang $y=0$

Câu 124. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x^2-2x-3}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x+2}{x^2-2x-3}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Lại có: $\lim\limits_{x\to(-1)}y=\infty,\ \lim\limits_{x\to(3)}y=\infty$ do đó $x=-1;\ x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 125. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm4\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{x^2-3x+4}{x^2-16}=\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\dfrac{x+1}{x+4}$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=-4$ và tiệm cận ngang $y=1$

Câu 126. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x^2-9}{x^2-10x+21}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3;7\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{x^2-9}{x^2-10x+21}=\dfrac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-7)}=\dfrac{x+3}{x-7}$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=7$ và tiệm cận ngang $y=1$

Câu 127. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}=-1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to\pm 2}\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=\pm 2$.

Câu 128. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1\\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=1\end{cases}\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Và $\lim\limits_{x\to 0} y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 129. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x(x^2-4x+3)}$

Bài giải

Tập xác định: $D=(-\infty;2]\setminus\{0;1\}$

Khi đó $y=\dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x\left(x^2-4x+3\right)}=\dfrac{1-x}{x(x-1)(x-3)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}=-\dfrac{1}{x(x-3)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}$.

Suy ra $x(x-3)\left(\sqrt{2-x}+1\right)=0\Leftrightarrow x=0$. Suy ra đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-\dfrac{1}{x(x-3)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}\right]=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\dfrac{1}{x(x-3)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}\right]=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 130. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{x+9}+3}{x^2+x}$

Bài giải

Tập xác định: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{\sqrt{x+9}+3}{x^2+x}=\dfrac{\dfrac{x+9-9}{\sqrt{x+9}+3}}{x(x+1)}=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}$

Suy ra $\lim\limits_{x\to(-1)}y=\lim\limits_{x\to(-1)}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x+9}+3}{x^2+x}=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+9}+3}{x^2+x}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 131. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-1}{1-\dfrac{1}{x}}=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-1}{1-\dfrac{1}{x}}=-2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-x}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 132. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.

Ta có: $y=\dfrac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{x^2-5x+6}=\dfrac{3x^2-5x-2}{(x-2)(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=\dfrac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$

Do vậy chỉ có đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 133. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Ta có $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}=\dfrac{\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)(x^2-1)}=\dfrac{x^2-1}{\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)(x^2-1)}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}+2}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}+2}=0\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và không có tiệm cận đứng.

Câu 134. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=3;\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}=3$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to1}y=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 135. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}$

Bài giải

Tập xác định: $D=(-3;+\infty)\setminus\{1\}$.

Khi đó $y=\dfrac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}=\dfrac{(3x-1)^2-(x+3)}{(x^2+2x-3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}=\dfrac{9x^2-7x-2}{(x^2+2x-3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{9x+2}{(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}$

Ta thấy $(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)=0 \Leftrightarrow x=-3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x+2}{(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{9x+2}{(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 136. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{\sqrt{2x+3}-2x+3}{x^2-4x+3}$

Bài giải

Tập xác định: $D=\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right)\setminus\{1;3\}$.

Khi đó $y=\dfrac{\dfrac{2x+3-(2x-3)^2}{\sqrt{2x+3}+2x-3}}{x^2-4x+3}=\dfrac{(1-2x)(x-3)}{\left(\sqrt{2x+3}+2x-3\right)(x-1)(x-3)}$

$=\dfrac{1-2x}{\left(\sqrt{2x+3}+2x-3\right)(x-1)}$. Suy ra $\lim\limits_{x\to1}y=\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 137. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$

Bài giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\x<-1\end{array}\right.$

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}y=2\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=-2\end{array}\right. \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai TCN.

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x^2-2x-3=0\\2x-3\neq0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.

Câu 138. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+1-\sqrt{x^2+x+2}}{x^2+x-2}$

Bài giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Khi đó: $y=\dfrac{x+1-\sqrt{x^2+x+2}}{x^2+x+2}=\dfrac{\dfrac{(x+1)^2-(x^2+x+2)}{x+1+\sqrt{x^2+x+2}}}{(x-1)(x+2)}$

$=\dfrac{x-1}{\left(x+1+\sqrt{x^2+x+2}\right)(x-1)(x+2)}=\dfrac{1}{(x+2)\left(x+1+\sqrt{x^2+x+2}\right)}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=+\infty\Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Lại có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 139. Tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x^2-1-\sqrt{x^4+x+2}}{x^2-3x+2}$

Bài giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-1-\sqrt{x^4+x+2}}{x^2-3x+2}=2\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Mặt khác $f(x)=\dfrac{3x^2-1-\sqrt{x^4+x+2}}{x^2-3x+2}=\dfrac{\left(3x^2-1-\sqrt{x^4+x+2}\right)\left(3x^2-1+\sqrt{x^4+x+2}\right)}{(x^2-3x+2)\left(3x^2-1+\sqrt{x^4+x+2}\right)}$

$\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{8x^4-7x-1}{(x^2-3x+2)\left(3x^2-1+\sqrt{x^4+x+2}\right)}=\dfrac{(x-1)(8x^3+8x^2+8x+1)}{(x-1)(x-2)\left(3x^2-1+\sqrt{x^4+x+2}\right)}$

$\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{8x^3+8x^2+8x+1}{(x-2)\left(3x^2-1+\sqrt{x^4+x+2}\right)}$

Suy ra $\lim\limits_{x\to2}f(x)=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 140. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left[-\dfrac{1}{3};+\infty\right)\setminus\{1\}$

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)}=-\infty$

do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{4\sqrt{\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-3-\dfrac{5}{x}}=-\dfrac{1}{3}$ do đó đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 141. Tìm đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=(0;1)$.

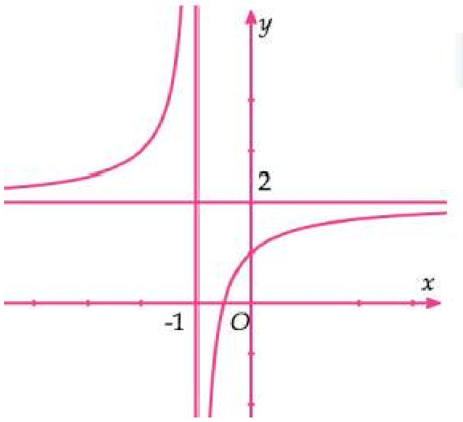
Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$+\ \lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}}=-\infty$

$+\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}}=-\infty$

Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=0, x=1$.

Câu 142. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn\neq 1)$ xác định trên $R\setminus\{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có đồ thị như hình vẽ bên:



Tính tổng $m+n$?

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn\neq 1)$ có hai đường tiệm cận $x=-m=-1$; $y=n=2\Rightarrow m=1$;

$n=2\Rightarrow m+n=3$

Câu 143. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘	1	||	$-\infty$ ↗	8

Biết rằng đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_0$, tiệm cận ngang là $y=y_0$ và $x_0y_0=16$. Hỏi m bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to m^+} y=-\infty$ nên $x=m$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=8$ nên $y_o=8$ là tiệm cận ngang.

Suy ra $8m=16 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 144. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		$-m$		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	m	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	m

Tìm giá trị tham số m để giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là điểm $I\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Từ BBT suy ra TCĐ là $x=-m$, TCN là $y=m$; nên giao điểm TCĐ và TCN là $I\left(-m;m\right)$.

YCBT $I\left(-m;m\right)\equiv I\left(-1;1\right)\Leftrightarrow \begin{cases}-m=-1\\ m=1\end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Câu 145. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\left(n-3\right)x+n-2025}{x+m+3}$ $\left(m,n\right.$ là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

Lời giải

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x=-\dfrac{d}{c}=-m-3=0$ làm TCĐ $\Rightarrow m=-3$

Đồ thị hàm số nhận $y=\dfrac{a}{c}=n-3=0$ làm TCN $\Rightarrow n=3$.

Vậy $m+n=0$.

Câu 146. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Lời giải

\+ $b=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{-2}$ không có tiệm cận.

\+ $b\neq 0$, tập xác định của hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ là $D=R\setminus\left\{\dfrac{2}{b}\right\}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{ax+1}{bx-2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{a+\frac{1}{x}}{b-\frac{2}{x}} = \dfrac{a}{b}$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \dfrac{a}{b} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2a$.

$\lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+} y = \lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+} \dfrac{ax+1}{bx-2} = \left[\begin{array}{l} +\infty \\ -\infty \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \dfrac{2}{b} \Rightarrow \dfrac{2}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 1$.

Vậy $a = 1; b = 2$.

Câu 147. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-1}{x^2-8x+m} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-1}{x^2-8x+m} = 0$ nên hàm số có một tiện cận ngang $y = 0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 8x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16 - m > 0 \\ m - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \neq 7 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m \in \{1; 2; 3; ...; 6; 8; ...; 15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 148. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

$y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2} = \dfrac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ pt $x^2 + m = 0$ nhận nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -4 \end{array}\right.$.

Với $m = -1$ có một tiệm cận đứng $x = 2$.

Với $m = -4$ có một tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy $m \in \{-1; -4\}$.

Câu 149. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-m)^2(2x-m)}{\sqrt{4x-x^2}-2}$ có tiệm cận đứng.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D=[0;4]\backslash\{2\}$.

Ta có: $y=\dfrac{(x-m)^2(2x-m)}{\sqrt{4x-x^2}-2}=-\dfrac{(x-m)^2(2x-m)\left(\sqrt{4x-x^2}+2\right)}{(x-2)^2}$

Với $m=2\Rightarrow y=-(2x-2)\left(\sqrt{4x-x^2}+2\right)\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

Với $m=4\Rightarrow y=-\dfrac{2(x-4)^2\left(\sqrt{4x-x^2}+2\right)}{x-2}\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng .

Với $m\neq\{2;4\}$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

Suy ra để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì $m\neq 2$.

Câu 150. Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$ có đúng 1 tiệm cận ngang là

Lời giải

+ Với $m=0$, ta có $y=\dfrac{x-1}{2x+2}\Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}y=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Với $m<0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì không tồn tại $\lim\limits_{x\to\infty}y$.

+ Với $m>0$, ta có $y=\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}=\dfrac{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}{2x+|x|\sqrt{m+\dfrac{4}{x^2}}}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{2+\sqrt{m}}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{1}{2-\sqrt{m}}\end{array}\right.$

Để hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang thì $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{1}{2-\sqrt{m}}=\infty$

Cho $2-\sqrt{m}=0\Leftrightarrow m=4\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}y=\infty$. Vậy $m=0$ hoặc $m=4$ là giá trị cần tìm.