

BÀI 1. TẬP HỢP SỐ HỮU TỈ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tập hợp số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

2. Bất kỳ số hữu tỉ nào cũng có thể biểu diễn trên trục số. Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

Trên trục số, hai điểm biểu diễn của hai số hữu tỉ đối nhau a và $-a$ nằm về hai phía khác nhau so với gốc O và có cùng khoảng cách đến O.

3. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kỳ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

Với hai số hữu tỉ a, b bất kỳ, ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$.

- Cho ba số hữu tỉ a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu).
- Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b .
- Trên trục số, các điểm nằm trước gốc O biểu diễn số hữu tỉ âm (nhỏ hơn 0); các điểm nằm sau gốc O biểu diễn số hữu tỉ dương (lớn hơn 0). Số 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận biết quan hệ giữa các tập hợp số

Phương pháp giải: Sử dụng các kí hiệu $\in, \notin$ để biểu diễn mối quan hệ giữa các số với tập hợp.

1A. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô trống:

$$7 \square \mathbb{N}$$

$$-3 \square \mathbb{Z}$$

$$-\frac{4}{3} \square \mathbb{Q}$$

$$\frac{6}{-5} \square \mathbb{Q}$$

$$\frac{8}{9} \square \mathbb{Z}$$

$$\frac{3}{4} \square \mathbb{N}$$

$$-5 \square \mathbb{N}$$

$$9 \square \mathbb{Z}$$

1B. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô trống:

$$\frac{2}{3} \square \mathbb{N}$$

$$-\frac{3}{8} \square \mathbb{Q}$$

$$-19 \square \mathbb{Z}$$

$$\frac{2}{-5} \square \mathbb{Q}$$

$$23 \square \mathbb{Z}$$

$$-\frac{13}{5} \square \mathbb{Q}$$

$$-26 \square \mathbb{N}$$

$$-39 \square \mathbb{Z}$$

2A. Các số hữu tỉ sau là số hữu tỉ âm hay số hữu tỉ dương

a) $-\frac{5}{6}$; b) $\frac{-2}{-5}$; c) $\frac{0}{-7}$.

2B. Các số hữu tỉ sau là số hữu tỉ âm hay số hữu tỉ dương

a) $\frac{-7}{-13}$; b) $\frac{2}{-17}$; c) $-\frac{-6}{5}$.

Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Phương pháp giải: Khi biểu diễn số hữu tỉ trên trục số, ta viết số đó về dạng phân số có mẫu dương, tối giản. Khi đó, mẫu của phân số đó cho ta biết đoạn thẳng đơn vị được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

3A. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-3}{2}; \frac{1}{4}$.

3B. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{5}{2}; \frac{1}{-3}$.

Dạng 3. Tìm những phân số biểu diễn cùng một số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để tìm những phân số biểu diễn cùng một số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Đưa số hữu tỉ về dạng phân số $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$), rút gọn về phân số tối giản (nếu có thể).

Bước 2. Rút gọn các phân số còn lại về tối giản.

Bước 3. Tìm những phân số biểu diễn cùng một giá trị.

Bước 4. Kết luận.

4A. Cho các phân số: $\frac{7}{-35}; \frac{-4}{20}; -\frac{5}{35}; \frac{-23}{115}$.

Những phân số nào cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-1}{5}$.

4B. Cho các phân số : $-\frac{3}{2}; \frac{-15}{12}; \frac{18}{-12}; \frac{-57}{38}$.

Những phân số nào cùng biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$.

Dạng 4. So sánh hai số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để so sánh hai số hữu tỉ, ta thường làm như sau:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương;

Bước 2. Quy đồng mẫu các phân số.

Bước 3. So sánh tử của các phân số đã quy đồng ở bước 2.

Bước 4. Kết luận.

Lưu ý: Ngoài phương pháp so sánh hai phân số theo cách trên, ta có thể sử dụng linh hoạt các phương pháp: so sánh trung gian, so sánh phần bù, so sánh hai phân số có cùng tử số (dương),...

5A. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{-3}{4}$ và $\frac{-2}{3}$; b) $\frac{24}{-60}$ và $\frac{-33}{44}$; c) $\frac{-75}{85}$ và $\frac{34}{-68}$.

5B. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $1\frac{2}{3}$ và 1,25; b) $2\frac{4}{5}$ và $\frac{19}{6}$; c) $-\frac{26}{52}$ và $\frac{17}{-51}$.

6A. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{-6}{7}; \frac{7}{5}; \frac{-7}{4}; 0; \frac{8}{13}; \frac{2}{3}$$

6B. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{-13}{12}; \frac{-4}{5}; \frac{-17}{15}; \frac{1}{5}; 0; \frac{9}{4}$$

7A. Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{1}{-3}$

7B. Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{1}{2} > \frac{x}{4} > \frac{y}{8} > \frac{1}{24}$.

Dạng 5. Tìm điều kiện để số hữu tỉ âm hoặc dương

Phương pháp giải: vận dụng các kiến thức về số hữu tỉ để giải.

· Số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0 và số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0.

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

8A. Số nguyên n có điều kiện gì thì số hữu tỉ $\frac{n}{-5}$ là số hữu tỉ dương.

8B. Số nguyên n có điều kiện gì thì số hữu tỉ $\frac{n-9}{13}$ là số hữu tỉ âm.

9A. Cho số hữu tỉ $x = \frac{n+5}{3}$. Với điều kiện nào của số n thì:

- a) x là số hữu tỉ dương.
- b) x là số hữu tỉ âm.
- c) x không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

9B. Cho số hữu tỉ $x = \frac{13-n}{-5}$. Với điều kiện nào của số n thì:

- a) x là số hữu tỉ dương.
- b) x là số hữu tỉ âm.
- c) x không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

10A. Tìm các số nguyên m để hai số hữu tỉ $\frac{m+2}{5}$ và $\frac{m-5}{-6}$ đều là số hữu tỉ dương.

10B. Tìm các số nguyên m để hai số hữu tỉ $\frac{1-m}{-13}$ và $\frac{5-m}{3}$ đều là số hữu tỉ âm.

11A. Tìm điều kiện của m để $x = \frac{m+3}{m-2}$ là số hữu tỉ?

11B. Tìm điều kiện của m để $x = \frac{m+5}{3m-1}$ là số hữu tỉ?

Dạng 6. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng các kiến thức về số hữu tỉ để giải.

12A. Mai có thói quen đạp xe vào cuối tuần. Hôm thứ Bảy, Mai đạp được $20\frac{1}{2}$ km trong 2 tiếng.

Hôm Chủ nhật, Mai đạp được 30,45 km trong 3 tiếng. Hỏi ngày nào Mai đạp xe nhanh hơn?

12B. Trong cuộc điều tra số học sinh yêu thích các môn học của lớp 7A, Bạn Hưng lớp trưởng đã ghi được kết quả như sau: $\frac{2}{3}$ số học sinh trong lớp yêu thích môn Toán, $\frac{3}{7}$ số học sinh yêu thích môn Ngữ Văn và 56% số học sinh yêu thích môn Tiếng Anh. Biết rằng một học sinh có thể thích nhiều môn học. Hỏi môn nào được các bạn học sinh lớp 7A thích nhất?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô vuông:

$$-16 \quad \square \quad \mathbb{N}$$

$$197 \quad \square \quad \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{3} \quad \square \quad \mathbb{Q}$$

$$-13 \quad \square \quad \mathbb{Q}$$

14. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai:

- a) Số 0 là số hữu tỉ dương.
- b) Số nguyên và số tự nhiên đều là số hữu tỉ.
- c) Số hữu tỉ dương lớn hơn số hữu tỉ âm.
- d) Số 0 nhỏ hơn số hữu tỉ âm.

15. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $0,75$ và $\frac{3}{5}$

b) $\frac{-15}{23}$ và $\frac{151515}{-232323}$

c) $-\frac{17}{2}$ và $-8,7$

16. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{x-5}{9-x}$:

a) Là số hữu tỉ.

b) Là số hữu tỉ dương.

c) Không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

d) Có giá trị là số nguyên.

17. Tìm điều kiện của a để $x = \frac{3a+5}{1-a}$ là số hữu tỉ?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A.

$$7 \boxed{\in} \mathbb{N}$$

$$-3 \boxed{\in} \mathbb{Z}$$

$$-\frac{4}{3} \boxed{\in} \mathbb{Q}$$

$$\frac{6}{-5} \boxed{\in} \mathbb{Q}$$

$$\frac{8}{9} \boxed{\notin} \mathbb{Z}$$

$$\frac{3}{4} \boxed{\notin} \mathbb{N}$$

$$-5 \boxed{\notin} \mathbb{N}$$

$$9 \boxed{\in} \mathbb{Z}$$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

2A. Số hữu tỉ âm là $-\frac{5}{6}$, số hữu tỉ dương là, còn số $\frac{0}{-7} = 0$ không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

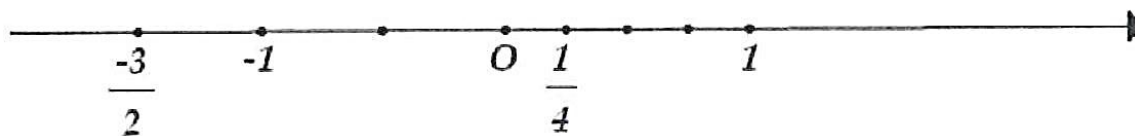
2B. Tương tự bài 2A. HS tự làm.

Đáp số:

Số hữu tỉ dương là: $\frac{-7}{-13}; -\frac{-6}{5}$.

Số hữu tỉ âm là: $\frac{2}{-17}$.

3A.



3B. Học sinh tự biểu diễn tương tự bài 3A.

4A. Ta có: $\frac{7}{-35} = \frac{-1}{5}$; $\frac{-4}{20} = \frac{-1}{5}$; $-\frac{5}{35} = \frac{-1}{7}$; $\frac{-23}{115} = \frac{-1}{5}$.

Do vậy, các phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-1}{5}$ là:

$$\frac{7}{-35}; \frac{-4}{20}; \frac{-23}{115}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm.

Đáp số: Các phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$ là: $\frac{18}{-12}; \frac{-57}{38}$.

5A. Học sinh rút gọn, quy đồng mẫu và so sánh.

Đáp số:

a) Ta có: $\frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}$; $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$, mà $\frac{-9}{12} < \frac{-8}{12} \Rightarrow \frac{-3}{4} < \frac{-2}{3}$.

b) Ta có: $\frac{24}{-60} = \frac{-2}{5} = \frac{-8}{20}$; $\frac{-33}{44} = \frac{-3}{4} = \frac{-15}{20}$, mà $\frac{-8}{20} > \frac{-15}{20} \Rightarrow \frac{24}{-60} > \frac{-33}{44}$.

c) Ta có: $\frac{-75}{85} = \frac{-15}{17} = \frac{-30}{34}$; $\frac{34}{-68} = \frac{-1}{2} = \frac{-17}{34} \Rightarrow \frac{-75}{85} < \frac{34}{-68}$.

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

Đáp số: a) $1\frac{2}{3} > 1,25$ b) $2\frac{4}{5} < \frac{19}{6}$ c) $-\frac{26}{52} < \frac{17}{-51}$.

6A. Học sinh tự quy đồng, so sánh và sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Đáp số: Ta có: $\frac{-7}{4} < -1$; $\frac{-6}{7} > -1$; 0 ; $\frac{8}{13} = \frac{120}{195}$; $\frac{2}{3} = \frac{130}{195}$; $\frac{7}{5} = \frac{273}{195}$

Nên sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $\frac{-7}{4}$; $\frac{-6}{7}$; 0 ; $\frac{8}{13}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{5}$.

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

Đáp số: $\frac{-17}{15}$; $\frac{-13}{12}$; $\frac{-4}{5}$; 0 ; $\frac{1}{5}$; $\frac{9}{4}$.

7A. Ta có: $\frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{1}{-3} = \frac{-5}{15} \Rightarrow \frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{-5}{15}$.

Từ đó tìm được $x = -7$; $y = -6$

7B. Gọi ý, quy đồng các phân số ta được $\frac{12}{24} > \frac{6x}{24} > \frac{3y}{24} > \frac{1}{24}$

Nên $12 > 6x > 3y > 1$. Vậy $x = y = 1$.

8A. Số hữu tỉ $\frac{n}{-5}$ là số hữu tỉ dương khi n và -5 cùng dấu. Mà $-5 < 0$ nên n là số nguyên âm.

8B. Tương tự bài 8A, HS tự làm.

Đáp số: $n \in \mathbb{Z}, n < 9$.

9A. $x = \frac{n+5}{3}$.

Đáp số:

a) x là số hữu tỉ dương khi $n+5$ và 3 phải cùng dấu. Mà $3 > 0$ nên $n+5 > 0$. Do vậy $n > -5$.

b) x là số hữu tỉ âm khi $n+5$ và 3 phải khác dấu.

Mà $3 > 0$ nên $n+5 < 0$. Do vậy $n < -5$,

c) x không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương khi $n+5 = 0$. Do đó: $n = -5$.

9B. Đáp số: a) $n > 13$, b) $n < 13$ c) $n = 13$.

10A. Ta có: $\frac{m+2}{5}, \frac{m-5}{-6}$ là các số hữu tỉ dương khi $m+2 > 0$ và $m-5 < 0$. Do vậy $m > -2$ và $m < 5$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

10B. Tương tự bài 10A. HS tự làm.

Đáp số: $m \in \emptyset$.

11A. Ta có: $x = \frac{m+3}{m-2}$ là số hữu tỉ thì $m-2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$.

11B. Tương tự 11A. Đáp số $m \neq \frac{1}{3}$.

12A. Vận tốc đạp xe ngày thứ Bảy của Mai là:

$$20\frac{1}{2} : 2 = \frac{41}{4} = 10,25 \text{ (km/h)}$$

Vận tốc đạp xe vào Chủ nhật của Mai là:

$$30,45 : 3 = 10,15 \text{ (km/h)}$$

Vậy thứ Bảy Mai đi nhanh hơn Chủ nhật.

Đáp số: Thứ Bảy Mai đi nhanh hơn.

12B. HS so sánh các phân số biểu thị sự yêu thích các môn học của HS rồi kết luận.

Đáp số: Môn Toán.

13.

$$-16 \notin \mathbb{N}$$

$$197 \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$-13 \in \mathbb{Q}$$

14. Các câu đúng là: b, c.

Các câu sai là: a, d.

15. HS đưa về dạng phân số tối giản, quy đồng và so sánh (hoặc cũng có thể đưa về số thập phân và so sánh).

Đáp số:

$$\text{a) } 0,75 > \frac{3}{5} (=0,6). \quad \text{b) } \frac{-15}{23} = \frac{151515}{-232323}. \quad \text{c) } (-8,5) - \frac{17}{2} > -8,7.$$

$$\text{16. } A = \frac{x-5}{9-x}$$

a) A là số hữu tỉ khi $9-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 9$.

b) A là số hữu tỉ dương.

Để $A = \frac{x-5}{9-x}$ là số hữu tỉ dương thì $x-5$ và $9-x$ cùng dấu.

TH1: $x-5 > 0$ và $9-x > 0$

$$\Rightarrow x > 5 \text{ và } x < 9$$

$$\Rightarrow 5 < x < 9$$

TH2: $x-5 < 0$ và $9-x < 0$

$$\Rightarrow x < 5 \text{ và } x > 9 \text{ (vô lí).}$$

Vậy với $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{x-5}{9-x}$ là số hữu tỉ dương thì $x \in \{6; 7; 8\}$.

c) A không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

Để $A = \frac{x-5}{9-x}$ không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm thì

$$\frac{x-5}{9-x} = 0 \Rightarrow x-5 = 0 \text{ hay } x = 5.$$

Vậy với $x = 5$ thì $A = \frac{x-5}{9-x}$ không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

d) Có giá trị là số nguyên.

$$\text{Ta có: } A = \frac{x-5}{9-x} = \frac{-(9-x)+4}{9-x} = -1 + \frac{4}{9-x}.$$

$$\text{Để } A \in \mathbb{Z} \text{ thì } \frac{4}{9-x} \in \mathbb{Z} \text{ hay } 4 \vdots (9-x)$$

$$\Rightarrow 9-x \in U(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$$

Ta được:

$9-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	13	11	10	8	7	5

Vậy để A có giá trị nguyên thì $x \in \{5; 7; 8; 10; 11; 13\}$.

17. Tương tự 6A. Đáp số: $a \neq 1$.

BÀI 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ta có thể cộng, trừ, nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ, nhân, chia phân số.

2. Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất giao hoán, kết hợp, cộng với số đối, cộng với số 0 .

3. Phép nhân các số hữu tỉ có các tính chất giao hoán, kết hợp, nhân với số 1 , tính chất phân phối.

4. Đối với một tổng trong $\mathbb{Q}$, ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng trong $\mathbb{Z}$.

5. Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân chia đối với số thập phân.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Cộng, trừ các số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để cộng, trừ các số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số cùng mẫu dương.

Bước 2. Cộng, trừ các tử và giữ nguyên mẫu.

Bước 3. Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Chú ý: Có thể sử dụng các tính chất của phép cộng số hữu tỉ để tính nhanh, tính hợp lý (nếu có thể).

1A. Tính:

a) $\frac{3}{-21} + \frac{-2}{7}$;

b) $\frac{13}{-15} + \frac{-5}{18}$;

c) $\frac{-2}{3} - \frac{-6}{5}$;

d) $(-3) - \left(-\frac{5}{6}\right)$.

1B. Tính:

a) $\frac{-1}{12} + \frac{-1}{18}$;

b) $\frac{-3}{7} - \frac{9}{2}$;

c) $-\frac{18}{15} + 0,3$;

d) $3,5 - \left(-\frac{2}{7}\right)$.

2A. Tính nhanh:

a) $\left(-\frac{27}{13}\right) + \left(-\frac{23}{15}\right) + \frac{1}{13} + \left(\frac{7}{-15}\right)$

b) $\frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{8}{3}\right)\right]$

2B. Tính nhanh:

a) $\left(\frac{2}{17}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) + \frac{15}{17} + \left(\frac{13}{-25}\right)$

b) $\frac{1}{7} - \left[\left(-\frac{3}{11}\right) - \left(\frac{8}{11} - \frac{8}{7}\right) \right]$

Dạng 2. Nhân, chia các số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để nhân, chia các số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.

Bước 2. Áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.

Bước 3. Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Chú ý: Có thể sử dụng các tính chất của phép nhân số hữu tỉ để tính nhanh, tính hợp lý (nếu có thể).

3A. Tính:

a) $-2,5 \cdot \left(-\frac{3}{25}\right);$

b) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9};$

c) $\frac{-6}{13} : \frac{9}{-26};$

d) $\left(-1\frac{5}{7}\right) : \left(-2\frac{3}{14}\right).$

3B. Tính:

a) $-6,5 \cdot \left(-\frac{7}{26}\right);$

b) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5};$

c) $\frac{-3}{17} : \frac{5}{-34};$

d) $1\frac{2}{9} : 3\frac{5}{18}.$

4A. Tính:

a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{-9}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right);$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} : \frac{4}{3} - \left(1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3}\right);$

c) $4 - \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}};$

d) $\left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right).$

4B. Tính:

a) $21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right);$

b) $-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{3};$

c) $12 + \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$

d) $\left(3 - \frac{13}{12} + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{-1}{12} - 2 + 1\frac{1}{2}\right).$

5A. Tính một cách hợp lý (nếu có thể):

a) $\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{-16} + \frac{1}{7} \cdot \frac{-13}{16}$;

b) $\left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) : \frac{4}{7} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) : \frac{4}{7}$

c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{26} - \frac{1}{14} \cdot \frac{-4}{13}$;

d) $(-0,25) \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{16} \cdot 2\frac{2}{7}$.

5B. Tính một cách hợp lý (nếu có thể):

a) $\frac{3}{16} \cdot \frac{2}{-7} + \frac{6}{32} \cdot \frac{-12}{7}$;

b) $\frac{7}{8} : \left(\frac{-5}{6} + \frac{1}{9}\right) + \frac{7}{8} : \left(3 + \frac{-2}{5}\right)$;

c) $\frac{8}{5} \cdot \frac{45}{17} \cdot \left(-\frac{25}{16}\right) \cdot \left(-\frac{34}{9}\right)$.

Dạng 3. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu, tích hoặc thương của nhiều số hữu tỉ

Phương pháp giải:

3.1 Viết số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương.

Bước 2. Viết tử của phân số thành tổng hoặc hiệu của các số nguyên.

Bước 3. "Tách" ra các phân số có tử là các số nguyên tìm được ở bước 2.

Bước 4. Rút gọn (nếu có thể).

3.2 Viết số hữu tỉ dưới dạng tích hoặc thương:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số.

Bước 2. Viết tử và mẫu của phân số thành tích của hai số nguyên.

Bước 3. "Tách" ra các phân số có tử là các số nguyên tìm được ở bước 2.

Bước 4. Lập tích hoặc thương của các phân số đó.

6A. a) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{-9}{5}$ thành tổng của hai số hữu tỉ âm;

b) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{-9}{5}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ dương.

6B. a) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{3}{-16}$ thành tổng của hai số hữu tỉ âm;

b) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{3}{-16}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ dương.

7A. Viết số hữu tỉ $\frac{5}{-21}$ thành:

a) Tích của hai số hữu tỉ trong đó có một thừa số là $\frac{-3}{7}$;

b) Thương của hai số hữu tỉ, trong đó số bị chia là $-\frac{7}{10}$.

7B. Viết số hữu tỉ $\frac{-16}{27}$ thành:

a) Tích của hai số hữu tỉ trong đó có một thừa số là $\frac{-8}{9}$;

b) Thương của hai số hữu tỉ, trong đó số bị chia là $-\frac{2}{9}$.

Dạng 4. Tính tổng của dãy số có quy luật

Phương pháp giải: Để tính tổng của dãy số có quy luật, ta cần tìm ra tính chất đặc trưng của từng phân số trong tổng, từ đó biến đổi và thực hiện phép tính.

8A. Tính một cách hợp lý:

a) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{9.10}$;

b) $\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9}$;

c) $\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\dots\left(\frac{1}{2018}-1\right)\left(\frac{1}{2019}-1\right)$;

d) $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\dots\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)$.

8B. Tính một cách hợp lý:

a) $\frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{26.27}$;

b) $\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13}$;

c) $\left(-1\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)\dots\left(-1\frac{1}{2019}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{2020}\right)$;

d) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots\left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1-\frac{1}{20}\right)$.

9A. Tính một cách hợp lý:

a) $\frac{1}{99} - \frac{1}{97.99} - \frac{1}{95.97} - \frac{1}{93.95} - \dots - \frac{1}{3.5} - \frac{1}{1.3}$;

b) $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \frac{7}{8} + \frac{8}{9} - \frac{9}{10} + \frac{10}{11} + \frac{9}{10} - \frac{8}{9} + \frac{7}{8} - \frac{6}{7} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$.

9B. Tính một cách hợp lý:

$$a) \frac{1}{19.20} - \frac{1}{18.19} - \frac{1}{17.18} - \dots - \frac{1}{1.2};$$

$$b) -\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{17}{8} - \frac{8}{29} + \frac{29}{40} + \frac{40}{51} - \frac{29}{40} + \frac{8}{29} - \frac{17}{8} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}.$$

Dạng 5. Tìm x

Phương pháp giải: Vận dụng quy tắc cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ để tìm x .

10A. Tìm số nguyên x , biết: $-4\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \leq x < -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right).$

10B. Tìm số nguyên x , biết: $2\frac{2}{5} \cdot \frac{-1}{12} < x \leq \frac{-120}{43} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right).$

Dạng 6. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: vận dụng các kiến thức về cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ để giải.

11A. Mảnh vườn nhà bác Tài hình chữ nhật có chiều dài bằng $15,6m$ và chiều rộng bằng $3\frac{1}{2}m$.

a) Tính chu vi của mảnh vườn đó.

b) Tính diện tích khu vườn đó.

c) Bác Tài định trồng rau và trồng hoa trong vườn, biết rằng bác định trồng rau $\frac{1}{2}$ diện tích và trồng hoa 2% diện tích mảnh vườn. Tính diện tích trồng rau và diện tích trồng hoa trong vườn của bác Tài.

11B. Nhà Lan có một mảnh vườn hình vuông cạnh $12,5$ m.

a) Tính diện tích mảnh vườn nhà Lan;

b) Bố Lan làm hàng dây thép gai để rào xung quanh vườn. Biết cửa ra vào vườn là $0,75$ m. Tính độ dài dây thép gai mà bố Lan cần mua để rào xung quanh vườn.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Tính:

a) $\left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right);$ b) $\left(-2\frac{3}{5}\right) : \left(\frac{-26}{25}\right);$

c) $\frac{-5}{13} \cdot \frac{26}{7} \cdot \frac{-21}{25} \cdot \frac{15}{16};$ d) $\left(\frac{-7}{8} - \frac{13}{16}\right) \cdot \frac{24}{9}.$

13. Tính một cách hợp lý:

a) $A = \left(\frac{-40}{51} \cdot 0,32 \cdot \frac{17}{20}\right) : \frac{64}{75};$

$$\text{b) } B = \frac{-10}{11} \cdot \frac{8}{9} + \frac{7}{18} \cdot \frac{10}{11};$$

$$\text{c) } C = \frac{13}{42} : \frac{1}{28} - \frac{13}{21} : \frac{1}{28} - \frac{29}{42} : \frac{1}{28} + 8.$$

14. Tìm x , biết:

$$\text{a) } \frac{1}{14} : x = \frac{-3}{35}; \quad \text{b) } 2\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}x = \frac{-56}{45};$$

$$\text{c) } \left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{8}{9}\right) = 0; \quad \text{d) } (3x - 2)\left(2x - \frac{2}{3}\right) = 0.$$

15. Tính giá trị biểu thức:

$$\text{a) } A = 7x - 2x - \frac{2}{3}y + \frac{7}{9}y \text{ với } x = \frac{-1}{10}; y = 4,8;$$

$$\text{b) } B = x + \frac{0,2 - 0,375 + \frac{5}{11}}{-0,3 + \frac{9}{16} - \frac{15}{22}} \text{ với } x = \frac{-1}{3}.$$

16. Cho biểu thức $A = \frac{2x+5}{x+1}$ (với $x \neq -1$) và $B = \frac{(x+4)x-2}{x+4}$ (với $x \neq -4$).

a) Tính giá trị của B khi $x = -3$;

b) Tính giá trị của A khi $x = -2\frac{1}{3}$;

c) Tìm số nguyên x để A có giá trị là số nguyên;

d) Tìm số nguyên x để B có giá trị là số nguyên;

e) Tìm số nguyên x để A và B cùng có giá trị là số nguyên.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\frac{3}{-21} + \frac{-2}{7} = \frac{-1}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{-3}{7};$

b) $\frac{13}{-15} + \frac{-5}{18} = \frac{-13}{15} + \frac{-5}{18} = \frac{-13 \cdot 6 + (-5) \cdot 5}{90} = \frac{-103}{90};$

c) $\frac{-2}{3} - \frac{-6}{5} = \frac{-2}{3} + \frac{6}{5} = \frac{-2 \cdot 5 + 6 \cdot 3}{15} = \frac{8}{15};$

d) $(-3) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{-3}{1} + \frac{5}{6} = \frac{-18}{6} + \frac{5}{6} = \frac{-13}{6}.$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm. Đáp số:

a) $-\frac{5}{36};$ b) $-\frac{69}{14};$ c) $-\frac{9}{10};$ d) $\frac{53}{14}.$

2A. Hướng dẫn: HS vận dụng quy tắc dấu ngoặc và áp dụng tính chất của phép cộng số hữu tỉ để tính nhanh.

Đáp số:

a) $\left(-\frac{27}{13}\right) + \left(-\frac{23}{15}\right) + \frac{1}{13} + \left(\frac{7}{-15}\right) = \left(-\frac{27}{13} + \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{-23}{15} + \frac{-7}{15}\right)$
 $= (-2) + (-2) = -4;$

b) $\frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{8}{3}\right)\right] = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} + \frac{-1}{4} + \frac{8}{3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{3}\right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{-1}{4}\right) = 4.$

2B. Tương tự bài 2A. Đáp số:

a) 0; b) 0.

3A. Hướng dẫn: HS viết các số thập phân, hỗn số về dạng phân số và vận dụng quy tắc nhân, chia phân số để tính, chú ý rút gọn kết quả (nếu có thể). Đáp số:

a) $-2,5 \cdot \left(-\frac{3}{25}\right) = \frac{-25}{10} \cdot \frac{-3}{25} = \frac{3}{10};$

b) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9} = \frac{11}{4} \cdot \frac{-4}{9} = -\frac{11}{9};$

c) $\frac{-6}{13} : \frac{9}{-26} = \frac{-6}{13} \cdot \frac{-26}{9} = \frac{4}{3};$

d) $\left(-1\frac{5}{7}\right) : \left(-2\frac{3}{14}\right) = \frac{-12}{7} : \frac{-31}{14} = \frac{12}{7} \cdot \frac{14}{31} = \frac{24}{31}.$

3B. Tương tự bài 3A. HS tự làm. Đáp số:

a) $\frac{7}{4}$;

b) $-\frac{8}{5}$;

c) $\frac{6}{5}$;

d) $\frac{22}{59}$.

4A. Hướng dẫn: HS có thể áp dụng quy tắc nhân phân số với câu a, tính chất phân phối với câu b và thực hiện theo thứ tự với câu c, d. Đáp số:

a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{-9}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{15}{7} = \frac{9}{14}$.

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} : \frac{4}{3} - \left(1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4} - \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)$
 $= \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{6}{7} - \frac{7}{5}\right) = \dots = \frac{1}{105}$.

c) $4 - \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = 4 - \left[\left(2 + \frac{1}{2}\right) : \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right] = 4 - \left(\frac{5}{2} : \frac{3}{2}\right) = \dots = \frac{7}{3}$.

d) $\left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right) = \frac{1}{12} : \frac{-2}{15} = \frac{1}{12} \cdot \frac{-15}{2} = -\frac{5}{8}$.

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm. Đáp số:

a) 3.

b) $\frac{5}{4}$.

c) 19.

d) $\frac{-31}{7}$.

5A. Hướng dẫn: HS áp dụng tính chất phân phối (câu a, b, c) và tính chất giao hoán kết hợp (câu d) để giải. Đáp số:

a) $\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{-16} + \frac{1}{7} \cdot \frac{-13}{16} = \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{-3}{16} + \frac{-13}{16}\right) = \dots = \frac{-1}{7}$.

b) $\left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) : \frac{4}{7} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) : \frac{4}{7} = \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{7}{4} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) \cdot \frac{7}{4} = \dots = 0$.

c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{26} - \frac{1}{14} \cdot \frac{-4}{13} = \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{2 \cdot 13} + \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{1}{14} \cdot \frac{9}{13} + \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{13} = \dots = \frac{1}{14}$.

d) $(-0,25) \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{16} \cdot 2\frac{2}{7} = \dots = \frac{3}{14}$.

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm. Đáp số:

a) $-\frac{3}{8}$;

b) $-\frac{7}{8}$;

c) 25.

6A. Hướng dẫn:

a) $\frac{-9}{5} = \frac{-3 + (-6)}{5} = \frac{-3}{5} + \frac{-6}{5}$

(HS có thể tách - 9 thành tổng của hai số nguyên âm khác).

$$b) \frac{-9}{5} = \frac{2-11}{5} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}$$

(HS có thể đưa - 9 thành hiệu của hai số nguyên dương khác).

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } \frac{3}{-16} = \frac{-1}{16} + \frac{-1}{8}.$$

$$b) \frac{3}{-16} = \frac{1}{16} - \frac{1}{4}.$$

7A. HS tự làm. Đáp số:

$$a) \frac{-5}{21} = \frac{-3}{7} \cdot \frac{5}{9};$$

$$b) \frac{5}{-21} = \frac{-7}{10} : \frac{1}{6}$$

7B. Tương tự bài 7A. HS tự làm.

Đáp số:

$$a) \frac{2}{3}.$$

$$b) \frac{3}{8}.$$

8A. Hướng dẫn: Ta có: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}.$

HS vận dụng kiến thức $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ để tính.

$$a) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{9.10} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}.$$

$$b) \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

$$c) \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\dots\left(\frac{1}{2018}-1\right)\left(\frac{1}{2019}-1\right) \\ = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \dots \frac{-2017}{2018} \cdot \frac{-2018}{2019} = \frac{1}{2019}.$$

(Giải thích: Từ 2 đến 2019 có $(2019 - 2):1+1 = 2018$ số hạng, tương ứng với tích của 2018 số hữu tỉ âm nên tích là một số hữu tỉ dương).

$$d) \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\dots\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \dots \frac{99}{100} \\ = \frac{(1.3).(2.4).(3.5).....(9.11)}{(2.2).(3.3).(4.4).....(10.10)} = \frac{1.2.3.....9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 10} \cdot \frac{3.4.5.....11}{2.3.4.....10} \\ = \frac{1}{10} \cdot \frac{11}{2} = \frac{11}{20}.$$

8B. Tương tự bài 8A. Đáp số:

a) $\frac{8}{27}$. b) $\frac{12}{13}$. c) $-\frac{2021}{2}$. d) $\frac{1}{20}$.

9A. Hướng dẫn:

a) $.... = \frac{1}{99} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{97 \cdot 99} + \frac{2}{75 \cdot 97} + ... + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{1 \cdot 3} \right) = ... = -\frac{16}{33}$.

b) $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \frac{7}{8} + \frac{8}{9} - \frac{9}{10} + \frac{10}{11} + \frac{9}{10} - \frac{8}{9} + \frac{7}{8} - \frac{6}{7} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ... = \frac{10}{11}$.

9B. Tương tự bài 9A. HS tự làm.

Đáp số: a) $-\frac{359}{380}$. b) $\frac{40}{51}$.

10A. Hướng dẫn: Học sinh thu gọn về trái và về phải của x . Từ đó lập luận x là số nguyên để tìm được x .

Đáp số:

$$-4\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) \leq x < -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \Rightarrow -\frac{13}{9} \leq x < \frac{11}{18} \Rightarrow x \in \{-1; 0\}.$$

10B. Tương tự bài 11A.

Đáp số: $x \in \{0; 1; 2\}$.

11A. Hướng dẫn: HS tính chu vi và diện tích hình chữ nhật theo công thức đã học, tính diện tích trồng sau và diện tích trồng hoa theo quy tắc tìm giá trị phân số của một số cho trước.

Đáp số:

a) Chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là: 38,2 m.

b) Diện tích của mảnh vườn là: 54,6 (m^2).

c) Diện tích trồng rau là: 27,3 (m^2).

Diện tích trồng hoa là: 1,092 (m^2).

11B. a) Diện tích mảnh vườn hình vuông là: 156,25 (m^2).

b) Chu vi mảnh vườn là: 50 (m).

Độ dài dây thép gai cần dùng để rào xung quanh vườn là:

$$50 - 0,75 = 49,25(m).$$

12. a) $-\frac{7}{2}$. b) $\frac{5}{2}$. c) $\frac{9}{8}$. d) $-\frac{9}{2}$.

13. a) $A = -\frac{1}{4}$. b) $B = -\frac{5}{11}$. c) $C = -20$.

14. a) $x = -\frac{5}{6}$. b) $x = -\frac{2}{3}$. c) $x \in \left\{-\frac{4}{7}; \frac{8}{9}\right\}$. d) $x \in \left\{\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right\}$.

15. HS thu gọn biểu thức rồi thay giá trị của x, y vào biểu thức thu gọn để tính.

Đáp số: a) $A = \frac{1}{30}$ b) $B = -1$.

16. a) $B = -5$.

b) $A = -\frac{1}{4}$.

c) $A = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2x+2+3}{x+1} = 2 + \frac{3}{x+1}$.

Lập luận để A nhận giá trị nguyên thì $x \in \{0; -2; 2; -4\}$

d) $B = \frac{(x+4)x-2}{x+4} = x - \frac{2}{x+4}$.

Lập luận để B nhận giá trị nguyên thì $x \in \{-3; -5; -2; -6\}$.

e) Từ câu c) và d), để A và B nhận giá trị nguyên thì $x = -2$.

BÀI 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu là x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

2. Quy ước: $x^0 = 1 (x \neq 0)$; $x^1 = x$.

3. Tích và thương các lũy thừa:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}; \quad x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n).$$

4. Lũy thừa của lũy thừa: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

5. Lũy thừa của một tích và thương:

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n, \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$$

6. Lũy thừa với số mũ nguyên âm: $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ với n là số nguyên dương và $x \neq 0$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa để tính

Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa về lũy thừa và các quy ước để tính.

1A. a) Tính: $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(2\frac{2}{5}\right)^3$; $(-0,4)^4$; $\left(\frac{2019}{2022}\right)^0$; 3^{-4} .

b) Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

$$\text{b}_1) 2.8.32.64; \quad \text{b}_2) 5. 125. 625; \quad \text{b}_3) \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}.$$

1B. a) Tính: $\left(4\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(-\frac{7}{4}\right)^3$; $(-0,3)^2$; $\left(-\frac{1000}{2001}\right)^0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

b) Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

$$\text{b}_1) 3. 27. 81; \quad \text{b}_2) 6. 36. 216; \quad \text{b}_3) \frac{2}{3} \cdot \frac{16}{81} \cdot \frac{32}{243}.$$

2A. Tính:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)^2; \quad \text{b) } \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)^3; \quad \text{c) } \left(\frac{-20}{27}\right)^0 - 12 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{8}.$$

2B. Tính

$$\text{a) } \left(\frac{6}{7} + 1\frac{1}{2}\right)^2; \quad \text{b) } \left(2\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}\right)^3; \quad \text{c) } 3^2 + 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^0 + \left[(-5)^2 : \frac{1}{5}\right] : 25.$$

3A. Tính:

$$\text{a) } \left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right); \quad \text{b) } 12 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)^2.$$

3B. Tính:

$$\text{a) } \left(1 - \frac{5}{2} + \frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{7}{6}\right); \quad \text{b) } 2^5 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)^3.$$

Dạng 2. Tính tích và thương của các lũy thừa cùng cơ số

Phương pháp giải: Vận dụng công thức về lũy thừa của lũy thừa, lũy thừa của một tích, của một thương và nhân, chia các lũy thừa cùng cơ số để giải.

4A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3; \quad \text{b) } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2; \quad \text{c) } \left(\frac{7}{3}\right)^3 : \left(-\frac{35}{9}\right)^3.$$

4B. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng lũy thừa:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^2; \quad \text{b) } \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{25}\right)^2; \quad \text{c) } \left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{8}{125}\right)^3.$$

5A. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

$$\text{a) } 125 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{625} \cdot 5^3; \quad \text{b) } 8 \cdot 32 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{32}\right); \quad \text{c) } 6^3 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

5B. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

$$\text{a) } 2401 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 \cdot \frac{1}{7} \cdot 49^2; \quad \text{b) } 9 \cdot 81 : \left(3^5 \cdot \frac{1}{27}\right); \quad \text{c) } 3^4 \cdot 7^2 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^4.$$

Dạng 3. Tìm x từ những bài toán có liên quan đến lũy thừa

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất sau đây để giải:

- Nếu $x^m = x^n$ thì $m = n$ với $x \neq 0; x \neq \pm 1$.
- Nếu $x^n = y^n$ thì $x = y$ nếu n lẻ, $x = \pm y$ nếu n chẵn.

6A. Tìm các số nguyên x biết:

a) $(x-2,5)^2 = 9$; b) $(1-x)^3 = -8$; c) $2^{4-x} = 16$.

6B. Tìm các số nguyên x biết:

a) $(5+x)^3 = -27$; b) $(1-x)^2 = \frac{1}{9}$; c) $5^{3+x} = 125$.

7A. Tìm số nguyên x , biết:

a) $81^x : 3^x = 27$; b) $\frac{125}{5^x} = 5$; c) $\frac{64}{(-4)^x} = -256$.

7B. Tìm số nguyên x , biết:

a) $64^x : 16^x = 256$; b) $\frac{-2401}{7^x} = -7$; c) $\frac{625}{(-5)^x} = 25$.

8A. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $36 < 6^x \leq 7776$; b) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^x \geq \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq 1$.

8B. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $125 \leq 5^x < 625 : \frac{1}{5^2}$; b) $\left(-\frac{32}{243}\right) \cdot \left(-\frac{8}{27}\right) \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x < (2022)^0$.

Dạng 4. Tính nhanh tổng lũy thừa có quy luật

Phương pháp giải: Khi giải dạng toán này cần nhớ công thức nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số.

9A. Rút gọn:

a) $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$;
b) $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$.

9B. Cho $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009}$ và $B = 3^{2010}$.

- a) Tính $3A$;
b) Chứng tỏ $2A$ và B là hai số nguyên liên tiếp.

Dạng 5. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp: vận dụng các kiến thức về lũy thừa để giải.

10A. Theo các nhà khoa học, khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim là $38,2 \cdot 10^8$ km, khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Mộc là $58,8 \cdot 10^7$ km. Hỏi khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim gấp khoảng bao nhiêu lần khoảng cách từ Trái đất đến Sao Mộc? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

10B. Theo kết quả thống kê ngày 26 tháng 2 năm 2022, số ca nhiễm Covid-19 tại một số nước trên thế giới là:

Quốc gia	Số ca nhiễm (người)
Hoa Kỳ	$7,88.10^7$
Ấn Độ	$4,29.10^7$
Brazil	$2,87.10^7$
Pháp	$2,2.10^7$
Vương quốc Anh	$1,89.10^7$

Em hãy sắp xếp tên các quốc gia có số ca nhiễm Covid-19 theo thứ tự giảm dần.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Tính: $\left(-\frac{1}{8}\right)^9 \cdot 8^9$; $\frac{60^4}{15^4}$; $(-0,125)^4 \cdot 4096$; $5^4 \cdot 125 \cdot (2,5)^{-5} \cdot 0,04$

14. Tính:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 125 - \left(-\frac{95}{12}\right)^0$;

b) $\frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3}$.

15. Tìm số tự nhiên x biết:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8}$;

b) $\frac{-32}{(-2)^n} = 4$;

c) $2^{x+2} - 2^x = 96$.

16. Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$.

Tính tổng: $S = 100^2 + 200^2 + 300^2 + \dots + 1000^2$.

17. Chứng minh rằng: $A = (5^5 - 5^4 + 5^3) : 7$.

18. Thu gọn tổng sau:

a) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}$;

b) $D = -1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}; \left(2\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{12}{5}\right)^3 = \frac{1728}{125};$

$$(-0,4)^4 = 0,0256; \left(\frac{2019}{2022}\right)^0 = 1; 3^{-4} = 3^{0-4} = \frac{3^0}{3^4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

b) b₁) $2.8.32.64 = 2.2^3.2^5.2^6 = 2^{15}$

b₂) $5.125.625 = 5.5^3.5^4 = 5^8.$

b₃) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^6.$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

Đáp số:

a) $\frac{361}{16}; -\frac{343}{64}; 0,09; 1; 27.$

b) $3^8; 6^6; \left(\frac{2}{3}\right)^{10}.$

2A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}.$

b) $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{13}{6}\right)^3 = -\frac{2197}{216}.$

c) $\left(\frac{-20}{27}\right)^0 - 12 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{8} = 1 - 12 + 2 = -9.$

2B. HS tự làm.

Đáp số: a) $\frac{1089}{196}.$

b) $\frac{512}{3375}.$

c) 18.

3A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{13}{6}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{169}{48}$

b) $12 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 = 12 : \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 432.$

3B. HS tự làm.

Đáp số: a) $\frac{169}{120}.$

b) 2048.

4A. HS áp dụng các quy tắc về lũy thừa để tính.

Đáp số:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{15}.$$

$$\text{b) } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}.$$

$$\text{c) } \left(\frac{7}{3}\right)^3 : \left(-\frac{35}{9}\right)^3 = \left(\frac{7}{3} : -\frac{35}{9}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$. b) $\left(\frac{3}{5}\right)^6$. c) $\left(\frac{25}{4}\right)^6 = \left(\frac{5}{2}\right)^{12}$.

5A. a) $125 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{625} \cdot 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{5^4} \cdot 5^3 = 5^4$.

b) $8 \cdot 32 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{32}\right) = 2^3 \cdot 2^5 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{2^5}\right) = 2^9$.

c) $6^3 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 6^3 \cdot 5^2 \cdot \frac{5^3}{6^3} = 5^5$.

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

Đáp số: a) 7^5 . b) 3^4 . c) 7^6 .

6A. a) $(x-2,5)^2 = 9$

Trường hợp 1: $x-2,5=3 \Rightarrow x=5,5$.

Trường hợp 2: $x-2,5=-3 \Rightarrow x=-0,5$.

Vì x là số nguyên nên không có giá trị nào thỏa mãn. Vậy $x \in \emptyset$.

b) $(1-x)^3 = -8 = (-2)^3$ suy ra $1-x = -2 \Rightarrow x = 3$.

c) $2^{4-x} = 16 = 2^4$ suy ra $4-x = 4 \Rightarrow x = 0$.

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

Đáp số: a) $x = -8$. b) $x \in \emptyset$. c) $x = 0$.

7A. a) $81^x : 3^x = 27$.

$$(81:3)^x = 27$$

$$27^x = 27 \Rightarrow x = 1.$$

$$b) \frac{125}{5^x} = 5$$

$$5^x = 125 : 5$$

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2 \Rightarrow x = 2.$$

$$c) \frac{64}{(-4)^x} = -256$$

$$(-4)^x = -\frac{1}{4}$$

$$(-4)^x = (-4)^{-1} \Rightarrow x = -1.$$

7B. Tương tự bài 7A. HS tự làm.

Đáp số: a) $x = 4$ b) $x = 3$

c) $x = 2.$

8A.

$$a) 36 < 6^x \leq 7776$$

$$6^2 < 6^x \leq 6^5$$

$$x \in \{3; 4; 5\}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8}{27}\right) \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$4 \geq x \geq 0 \Rightarrow x \in \{4; 3; 2; 1; 0\}$$

8A. Tương tự bài 9A. HS tự làm

Đáp số: a) $x \in \{3; 4; 5\}$

b) $x \in \{1; 2; 3; \dots; 8\}$

$$9A. a) \text{ Ta có } A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2 \quad (1)$$

$$2A = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} - 2^{98} + 2^{97} - \dots + 2^3 - 2^2 \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) cộng (2) ta được: } 3A = 2^{101} - 2 \Rightarrow A = \frac{2^{101} - 2}{3}$$

$$b) \text{ Ta có } B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1 \quad (3)$$

$$3B = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + 3^{97} - \dots + 3^3 - 3^2 + 3 \quad (4)$$

$$\text{Lấy (3) cộng (4) ta được } 4B = 3^{101} + 1 \Rightarrow B = \frac{3^{101} + 1}{4}$$

$$9B. a) \text{ Ta có: } A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 3A = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009} + 3^{2010} \quad (2)$$

b) Lấy (2) - (1) ta được: $2A = 3^{2010} - 1$

Vì $B = 3^{2010}$ nên $2A$ và B là 2 số nguyên liên tiếp

10A. Khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim gấp số lần khoảng cách từ Trái đất đến Sao Mộc là:

$$382.10^7 : (58,8.10^7) = 3820 : 588 \approx 6,5 \text{ (lần)}.$$

10B. Đáp số: Hoa Kỳ, Ấn Độ, Brazil, Pháp, Vương quốc Anh.

$$13. \left(-\frac{1}{8}\right)^9 \cdot 8^9 = -1; \quad \frac{60^4}{15^4} = 4^4 = 256; \quad (-0,125)^4 \cdot 4096 = 1$$

$$5^4 \cdot 125 \cdot (2,5)^{-5} \cdot 0,04 = 5^4 \cdot 5^3 \cdot \frac{2^5}{5^5} \cdot \frac{1}{5^2} = 2^5 = 32.$$

$$14. a) \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 125 - \left(-\frac{95}{12}\right)^0 = \frac{1}{9} + (-8) - 1 = \frac{-80}{9}.$$

$$b) \frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3} = \frac{15^2(15+5) - 5^3}{18^2(18+6) - 6^3} = \dots = \frac{5^3(36-1)}{6^3(36-1)} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}.$$

$$15. a) \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow n = 2.$$

$$b) \frac{-32}{(-2)^n} = 4 \Rightarrow (-2)^n = -8 = (-2)^3 \Rightarrow n = 3.$$

$$c) 2^{x+2} - 2^x = 96 \Rightarrow 2^x(2^2 - 1) = 96 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow x = 5.$$

16. Ta có:

$$S = 100^2 + 200^2 + 300^2 + \dots + 1000^2 = 100^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2).$$

$$\text{Mà } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385 \text{ nên suy ra } S = 100^2 \cdot 385 = 3850000.$$

17. Ta có:

$$A = 5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot (5^2 - 5 + 1) = 5^3 \cdot (25 - 5 + 1) = 5^3 \cdot 21 = 5^3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{Vậy } A = 5^5 - 5^4 + 5^3 : 7.$$

$$18. a) C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}.$$

$$\text{Ta có: } 2C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{101}$$

$$\text{Suy ra: } 2C - C = 2 + 2^2 + \dots + 2^{101} - (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}) = 2^{101} - 1$$

$$\text{Vậy } C = 2^{101} - 1.$$

$$b) D = -1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1}.$$

$$\text{Ta có: } 3D = -3 + 3^2 - 3^3 + \dots - 3^{2n+1} + 3^{2n+2}$$

Suy ra:

$$3D + D = -3 + 3^2 - 3^3 \dots - 3^{2n+1} + 3^{2n+2} + (-1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1})$$
$$= 3^{2n+2} - 1$$

Hay $4D = 3^{2n+2} - 1 \Rightarrow D = \frac{3^{2n+2} - 1}{4}.$

BÀI 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VỀ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia, ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.

- Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự:

Luỹ thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ.

- Với biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

2. Khi chuyển một số hạng từ từ về này sang về kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó:

Dấu "+" đổi thành dấu "-" và dấu "-" đổi thành dấu "+".

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Thực hiện các phép tính

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện các phép tính để giải.

1A. Thực hiện các phép tính (tính hợp lý nếu có thể).

$$\text{a) } \frac{4}{9} - \left(\frac{-2}{7} + \frac{26}{18} \right) \quad \text{b) } \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5}; \quad \text{c) } \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}.$$

1B. Thực hiện các phép tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{5}{6} + \left(\frac{-1}{2} \right) + \frac{3}{4} & \text{b) } \frac{7}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) - \frac{5}{12} \\ \text{c) } \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5}; & \text{d) } \left(0,75 - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7}. \end{array}$$

2A. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} \right)^3 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^5; \quad \text{b) } 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{2}; \quad \text{c) } \left(2 - \frac{3}{4} \right)^2 : \frac{11}{16}.$$

2B. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \frac{7}{12} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}; \quad \text{b) } \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} \right) \cdot \frac{12}{13}$$

Dạng 2. Tính hợp lý

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện phép tính, các tính chất của phép cộng và phép nhân (giao hoán, kết hợp, phân phối,...) và quy tắc dấu ngoặc để giải.

3A. Tính hợp lý:

a) $\frac{21}{47} + \frac{9}{45} + \frac{26}{47} + \frac{4}{5};$

b) $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21};$

c) $12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right).$

3B. Tính hợp lý:

a) $\frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13};$

b) $\frac{13}{25} + \frac{6}{41} - \frac{38}{25} + \frac{35}{41} - \frac{1}{2};$

c) $\frac{3}{8} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33\frac{1}{3}.$

Dạng 3. Tìm x.

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện phép tính, quy tắc chuyển về đổi dấu và cách tìm các số hạng chưa biết, cách tìm thừa số chưa biết, cách tìm số bị trừ, số trừ hay cách tìm số bị chia, số chia để giải và tìm x.

4A. Tìm x biết:

a) $\frac{7}{4}x + \frac{3}{2} = -\frac{4}{5};$

b) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{3}{5};$

c) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{29}{60};$

d) $2 - x : \frac{3}{4} = \frac{1}{2}.$

4B. Tìm x biết:

a) $x - 1,25 = 3\frac{1}{2};$

b) $x - \left(1,5 - 2\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{10};$

c) $3 - \frac{x}{2} = \frac{3}{2} - 1\frac{5}{6};$

d) $\frac{2}{5} - 3 : x = 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2.$

5A. Tìm x biết:

a) $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{36};$

b) $\left(\frac{3}{4}x - 2,5\right)^3 = -8.$

5B. Tìm x biết:

a) $x^3 : \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2};$

b) $\frac{14}{9} - (2x + 5) = 3^2 \cdot \frac{5}{27}.$

6A. Tìm x biết:

a) $\left(2 : x - \frac{3}{5}\right)^2 = 16;$

b) $\left(1,5 - \frac{3}{5}x\right)^3 = 27^{-1}.$

6B. Tìm x biết:

a) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x = 2\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$;

b) $12^x + 12^{x+1} = 22464$.

Dạng 4. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp: vận dụng các kiến thức về thứ tự thực hiện các phép tính để giải.

7A. Sự sinh trưởng của vi sinh vật là sự tăng lên về số lượng và chủng loại thay đổi theo thời gian. Thời gian thế hệ là thời gian cần thiết cho một tế bào phân chia (hay quần thể nhân đôi) về mặt số lượng cá thể. Biết rằng *E.coli* có thời gian thế hệ là 20 phút (cứ 20 phút nhân đôi một lần). Hãy tính số lượng *E.coli* sau thời gian là:

a) 40 phút.

b) 3 giờ.

7B. Mứt dừa là một món ăn truyền thống của người Việt trong dịp Tết đến xuân về. Hà cùng Thanh đi mua nguyên liệu để làm món mứt dừa. Biết rằng, lượng đường chiếm 50% lượng cùi dừa và lượng sữa tươi không đường vị vani chiếm $\frac{1}{20}$ lượng cùi dừa. Hỏi nếu bạn Hà và Thanh muốn làm mứt dừa từ 2 kg cùi dừa thì phải mua bao nhiêu đường và sữa tươi không đường vị vani?



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

8. Thực hiện các phép tính:

a) $1,4 + \left[\frac{3}{5} - (2^3 \cdot 10 - 2^3 \cdot 5) \right]$;

b) $1,2 : \left\{ \frac{9}{4} : [3 - (12,5 + 2,5 \cdot 7)] \right\} + \frac{2}{5}$.

9. Tìm x , biết:

a) $\frac{6}{13} - 0,5 \cdot x = \frac{-3}{2}$;

b) $2,8 - 5 \cdot (x - 10) = -\frac{3}{4}$;

c) $210 : x - \frac{1}{2} = 20,5$;

d) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x = \left(-\frac{5}{12} \right) \cdot \frac{8}{15}$.

10. Tìm x , biết:

a) $7 \cdot 3^x + 20 \cdot 3^x = 3^{25}$;

b) $(2x + 1) : \frac{5}{13} = 2^2 + 3^2$;

c) $(5x - 39) \cdot 7 + 3,5 = \frac{21}{2}$;

d) $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$.

11. Tính hợp lý:

a) $\frac{27}{2} \cdot 7,5 + \frac{27}{2} \cdot 2,5 - 150;$

b) $3^3 \cdot \frac{18}{5} - 3^3 \cdot 2\frac{2}{5} - 3^3 \cdot \frac{6}{5};$

c) $14,6 + 1,21 + 5,4 + 3,79 + 14,5$

12. Tính hợp lý:

a) $2.31.12 + 4.6.41 + 8.28.3;$

b) $3,9 \cdot \frac{13}{10} + \frac{0,87}{0,01} \cdot 0,39.$

13. Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

a) $\frac{16}{3} - \left(\frac{9}{5} - \frac{5}{3} \right) + \frac{-1}{5};$

b) $3\frac{5}{7} + \left(\frac{8}{5} - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{13}{5} + \frac{1}{3} \right).$

14. Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}}.$ **Chứng minh rằng** $A < \frac{1}{3}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

$$1A. a) \frac{4}{9} - \left(\frac{-2}{7} + \frac{26}{18} \right) = \frac{4}{9} + \frac{2}{7} - \frac{13}{9} = \left(\frac{4}{9} - \frac{13}{9} \right) + \frac{2}{7} = -1 + \frac{2}{7} = \frac{-5}{7}.$$

$$b) \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{1}{3} \left(\frac{-4}{5} + \frac{-6}{5} \right) = \frac{1}{3} \cdot (-2) = \frac{-2}{3}.$$

$$c) \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{3^{10} (11 + 5)}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16} = 3.$$

$$1B. a) \frac{5}{6} + \left(\frac{-1}{2} \right) + \frac{3}{4} = \frac{10 + (-6) + 9}{12} = \frac{13}{12}.$$

$$b) \frac{7}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) - \frac{5}{12} = \frac{7}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{12} = \frac{28 + 3 - 5}{12} = \frac{13}{6}.$$

$$c) \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{15}.$$

$$d) \left(0,75 - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7} = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{12}.$$

$$2A. a) \left(\frac{2}{3} \right)^3 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^5 = \frac{8}{27} - \frac{9}{16} \cdot (-1) = \frac{8}{27} + \frac{9}{16} = \frac{371}{432}.$$

$$b) 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{-1}{8} + \frac{1}{2} = 0.$$

$$c) \left(2 - \frac{3}{4} \right)^2 : \frac{11}{16} = \left(\frac{5}{4} \right)^2 \cdot \frac{16}{11} = \frac{25}{11}.$$

$$2B. a) \frac{7}{12} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \dots = -\frac{1}{24}.$$

$$b) \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} \right) \cdot \frac{12}{13} = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{4} \right) \cdot \frac{12}{13} = \frac{49}{13}.$$

$$3A. a) \frac{21}{47} + \frac{9}{45} + \frac{26}{47} + \frac{4}{5} = \left(\frac{21}{47} + \frac{26}{47} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) = \dots = 2.$$

$$b) 1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21} = \dots = 2,5.$$

$$c) 12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) = \dots = -10.$$

$$3B. a) \frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13} = \dots = 0.$$

$$b) \frac{13}{25} + \frac{6}{41} - \frac{38}{25} + \frac{35}{41} - \frac{1}{2} = \left(\frac{13}{25} - \frac{38}{25} \right) + \left(\frac{6}{41} + \frac{35}{41} \right) - \frac{1}{2} = \dots = -\frac{1}{2}.$$

$$c) \frac{3}{8} \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33 \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \cdot \left(19 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \right) = \dots = -\frac{21}{4}.$$

4A.

$$a) \frac{7}{4}x + \frac{3}{2} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{4}x = -\frac{23}{10}$$

$$x = -\frac{46}{35}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{46}{35}.$$

$$c) \frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{29}{60}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{4}{15}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{3}.$$

$$b) \frac{1}{3}x - 2 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{13}{5}$$

$$x = \frac{39}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{39}{5}.$$

$$d) 2 - x : \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{9}{8}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{9}{8}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm

$$a) x = \frac{19}{4}.$$

$$b) x = -\frac{1}{5}.$$

$$c) x = \frac{20}{3}.$$

$$d) x = \frac{75}{8}.$$

$$\mathbf{5A. a)} \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{36} = \left(\frac{1}{6} \right)^2 = \left(\frac{-1}{6} \right)^{-2}$$

$$\text{Trường hợp 1: } x - \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{5}{12}$$

$$\text{Trường hợp 2: } x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{5}{12}; \frac{1}{12} \right\}.$$

$$b) \left(\frac{3}{4}x - 2,5\right)^3 = -8 = (-2)^3 \Rightarrow \frac{3}{4}x - 2,5 = -2 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{3}.$$

5B. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } x = \frac{1}{2}. \quad b) x = -\frac{23}{9}.$$

$$6A. a) \left(2 : x - \frac{3}{5}\right)^2 = 16 = 4^2 = (-4)^2 \text{ Đưa về 2 trường hợp và giải.}$$

$$\text{Đáp số: } x \in \left\{\frac{10}{23}; -\frac{10}{17}\right\}.$$

$$b) \left(1,5 - \frac{3}{5}x\right)^3 = 27^{-1} = 27^{0-1} = \frac{1}{27}. \text{ Đáp án } x = \frac{35}{18}.$$

6B.

$$a) \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x = 2\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$$

$$x\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \frac{13}{6} : \frac{13}{4}$$

.....

$$x = \frac{8}{7}$$

$$b) 12^x + 12^{x+1} = 22464$$

$$12^x(1+12) = 22464$$

$$12^x = 1728$$

.....

$$x = 3$$

$$7A. a) 40 \text{ phút gấp 2 lần } 20 \text{ phút nên số } E.coli \text{ là: } 2^2 = 4.$$

$$b) 3 \text{ giờ} = 180 \text{ phút gấp 9 lần } 20 \text{ phút nên số } E.coli \text{ là: } 2^9 = 512.$$

7B. Lượng đường cần mua để làm mứt dừa từ 2 kg cùi dừa là:

$$50\%.2 = 1 \text{ kg}$$

$$\text{Lượng sữa tươi không đường vị Vani cần mua để làm mứt dừa từ 2 kg cùi dừa là: } \frac{1}{20}.2 = 0,1 \text{ kg.}$$

$$8. a) 1,4 + \left[\frac{3}{5} - (2^3.10 - 2^3.5)\right] = \dots = -38.$$

$$b) 1,2 : \left\{\frac{9}{4} : [3 - (12,5 + 2,5.7)]\right\} + \frac{2}{5} = \dots = -14.$$

$$9. a) x = \frac{51}{13}.$$

$$b) x = 10,71.$$

c) $x = 10$. d) $x = \frac{8}{3}$.

10. a) $x = 22$. b) $x = 2$.

c) $x = 8$. d) $100x + 100.101 : 2 = 5750 \Rightarrow x = 7$.

11. a) $\frac{27}{2} \cdot 7,5 + \frac{27}{2} \cdot 2,5 - 150 = \dots = -15$.

b) $3^3 \cdot \frac{18}{5} - 3^3 \cdot 2 \frac{2}{5} - 3^3 \cdot \frac{6}{5} = \dots = 0$.

c) $14,6 + 1,21 + 5,4 + 3,79 + 14,5 = \dots = 39,5$.

12. a) $2.31.12 + 4.6.41 + 8.28.3 = 24.31 + 24.41 + 24.28 = \dots = 2400$.

b) $3,9 \cdot \frac{13}{10} + \frac{0,87}{0,01} \cdot 0,39 = 3,9 \cdot 1,3 + 87 \cdot 0,39 = \dots = 39$.

13. a) $\frac{16}{3} - \left(\frac{9}{5} - \frac{5}{3} \right) + \frac{-1}{5} = \frac{16}{3} - \frac{9}{5} + \frac{5}{3} + \frac{-1}{5} = \dots = 5$.

b) $3 \frac{5}{7} + \left(\frac{8}{5} - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{13}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{26}{7} + \frac{8}{5} - \frac{8}{3} - \frac{13}{5} - \frac{1}{3} = \dots = \frac{-2}{7}$.

14. Vì $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$.

Nhân A với 4 ta được:

$$4A = 4 \cdot \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}} \right)$$

$$\Rightarrow 4A = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{98}}$$

$$\Rightarrow 3A = 4A - A = \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{98}} \right) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}} \right)$$

$$\Rightarrow 3A = 1 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3}$$

Vậy $A < \frac{1}{3}$ (điều phải chứng minh).

ÔN TẬP CHƯƠNG I

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại *Tóm tắt lý thuyết* các bài từ Bài 1 đến Bài 4 của chương này.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1A. Tính:

$$\text{a) } -\frac{3}{4} \cdot 31\frac{11}{23} - \frac{3}{4} \cdot 8\frac{12}{23}$$

$$\text{b) } 4\frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7}\right) + 5\frac{4}{9} : \left(-\frac{5}{7}\right).$$

1B. Tính:

$$\text{a) } 4 + 375 \cdot \left(\frac{9}{16} : \frac{125}{64} : \frac{-27}{8}\right);$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right);$$

$$\text{c) } \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14}\right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5};$$

$$\text{d) } \left[\frac{-54}{64} - \left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27}\right) : \frac{-1}{3}\right] : \frac{-81}{128}.$$

2A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{99.100};$$

$$\text{b) } B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right);$$

$$\text{c) } C = -66 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{11}\right) + 124 \cdot (-37) + 63 \cdot (-124);$$

$$\text{d) } D = \frac{7}{4} \left(\frac{33}{12} + \frac{3333}{2020} + \frac{333333}{303030} + \frac{33333333}{42424242}\right).$$

2B. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{3}{16} - \frac{3}{64} - \frac{3}{256}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{7} - \frac{13}{13} - 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8};$$

$$\text{b) } B = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}};$$

$$\text{3A. Cho } A = \left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{3} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{10} - 1\right). \text{ So sánh } A \text{ với } -\frac{1}{9}.$$

$$\text{3B. Cho } B = \left(\frac{1}{4} - 1\right)\left(\frac{1}{9} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right). \text{ So sánh } B \text{ với } -\frac{11}{21}.$$

4A. Tính $\left[\left(\frac{2}{193}-\frac{3}{386}\right) \cdot \frac{193}{17}+\frac{33}{34}\right]:\left[\left(\frac{7}{1931}+\frac{11}{3862}\right) \cdot \frac{1931}{25}+\frac{9}{2}\right]$.

4B. Cho $A=\frac{1,11+0,19-13,2}{2,06+0,54}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right):2$ và $B=\left(5\frac{7}{8}-2\frac{1}{4}-0,5\right):2\frac{23}{26}$

a) Rút gọn A, B ;

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A < x < B$.

5A. Tìm x , biết:

a) $(2x-3)\left(\frac{3}{4}x+1\right)=0$;

b) $\frac{3}{7}x+2\frac{3}{5}=1\frac{2}{5}$;

c) $(5x-1)\left(2x-\frac{1}{3}\right)=0$;

d) $\frac{3}{7}+\frac{1}{7}:x=\frac{3}{14}$.

5B. Tìm x biết: $x-128=\left(4\frac{20}{21}-5\right):\left(\frac{4141}{4242}-1\right):\left(\frac{636363}{646464}-1\right)$.

6A. Diện tích của 5 đại dương được ghi lại trong bảng sau:

Tên đại Dương	Diện tích (Kilomét vuông)
Thái Bình Dương	168 723 000
Đại Tây Dương	85 133 000
Ấn Độ Dương	70 560 000
Nam Đại Dương	21 960 000
Bắc Băng Dương	15 558 000

(theo nguồn <https://cacnuoc.vn/5-dai-duong/>)

Em hãy sắp xếp sắp các đại dương theo thứ tự diện tích tăng dần.

6B. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 90 m, tỉ số giữa hai cạnh là $\frac{2}{3}$.

a) Tính diện tích của mảnh đất này.

b) Người ta chia mảnh đất đó để trồng rau, trồng hoa và trồng cây ăn quả. Biết diện tích trồng rau chiếm 20% diện tích của mảnh vườn, diện tích trồng hoa chiếm $\frac{2}{9}$ diện tích của vườn, còn lại là trồng cây ăn quả. Tính diện tích mỗi phần đất trồng rau, trồng hoa và trồng cây ăn quả.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Tìm x biết:

a) $\frac{-3}{2} - 2x + \frac{3}{4} = -2$;

b) $\frac{-2}{3}x - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$;

c) $\frac{x}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{13}{5}\right) = -\left(\frac{7}{5} - \frac{7}{10}\right)$;

d) $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{-5}\right) : x = \frac{-38}{5}$.

8. Tính:

a) $(-3)^3 + 125 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right]$;

b) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{8}\right] - 9$;

c) $\frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{27} \cdot 5^7 + 2^{10} \cdot 5^{27}}$.

9. Thực hiện phép tính (có thể để dạng lũy thừa của một số hữu tỉ):

a) $\frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}}$;

b) $\frac{2^{17} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3}$

c) $\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}$.

10. Tính hợp lý (nếu có thể):

a) $\frac{7}{12} \cdot 3\frac{2}{5} - \frac{7}{12} \cdot 9\frac{2}{5}$;

b) $2\frac{6}{31} - \frac{5}{24} + \frac{25}{31} - 1\frac{1}{24} + 0,25$;

c) $1\frac{8}{15} : \left(-\frac{3}{5}\right) - 5\frac{11}{15} : \left(-\frac{3}{5}\right)$.

11. Viết các biểu thức sau đây dưới dạng lũy thừa:

a) $9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{81} \cdot 27$;

b) $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot 32}{(-2)^2 \cdot 2^5}$

c) $4 \cdot 16 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$.

12. a) So sánh M và N biết: $M = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1}$; $N = \frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1}$.

b) So sánh A và B biết: $A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1}$; $B = \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2008} + 1}$.

13. So sánh:

a) $C = \frac{13^{15} + 1}{13^{16} + 1}$ và $D = \frac{13^{16} + 1}{13^{17} + 1}$;

b) $E = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{1998} + 1}$ và $F = \frac{1999^{2000} + 1}{1999^{1999} + 1}$;

c) $G = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1}$ và $H = \frac{100^{69} + 1}{100^{68} + 1}$.

14. Cho biểu thức sau:

$$P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{97}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right)$$

- a) Không tính giá trị biểu thức P , hãy chứng minh $0 < P < 1$;
- b) Kiểm định lại kết quả của câu a) bằng cách tính giá trị của P .

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

$$1A. a) -\frac{3}{4} \cdot 31 \frac{11}{23} - \frac{3}{4} \cdot 8 \frac{12}{23} = -\frac{3}{4} \cdot \left(31 \frac{11}{23} + 8 \frac{12}{23} \right) = \dots = -30.$$

$$b) 4 \frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7} \right) + 5 \frac{4}{9} : \left(-\frac{5}{7} \right) = \left(4 \frac{5}{9} + 5 \frac{4}{9} \right) \cdot \left(-\frac{7}{5} \right) = \dots = -14.$$

$$1B. a) 4 + 375 \cdot \left(\frac{9}{16} : \frac{125}{64} : \frac{-27}{8} \right) = 4 + 375 \cdot \frac{-32}{375} = \dots = -28.$$

$$b) \frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{5}{4} = \dots = \frac{-13}{3}.$$

$$c) \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14} \right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5} = \dots = \frac{27}{35} \cdot \frac{-7}{6} + \frac{2}{5} = \dots = \frac{-1}{2}.$$

$$d) \left[\frac{-54}{64} - \left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{-1}{3} \right] : \frac{-81}{128} = \dots = -\frac{4}{9}.$$

$$2A. a) A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \dots = \frac{99}{100}.$$

$$b) B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n}{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

$$c) C = -66 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{11} \right) + 124 \cdot (-37) + 63 \cdot (-124) = \dots = -12417.$$

$$d) D = \dots = \frac{7}{4} \cdot 33 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \right) = \dots = 11.$$

$$2B. a) A = \dots = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \dots = 1.$$

$$b) B = \dots = \frac{1}{3} + \frac{19}{30} : \frac{19}{20} = \dots = 1.$$

$$3A. \text{Ta có: } A = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{10} - 1 \right).$$

$$A = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{-9}{10} = \frac{-1}{10} > \frac{-1}{9}.$$

$$3B. \text{Ta có: } B = \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \left(\frac{1}{9} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$$

$$B = \frac{-3}{4} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{16} \cdot \frac{-24}{25} \cdot \frac{-35}{36} \cdot \frac{-48}{49} \cdot \frac{-63}{64} \cdot \frac{-80}{81} \cdot \frac{-99}{100}$$

$$B = -\frac{11}{20} < -\frac{11}{21}.$$

$$\begin{aligned} 4A. & \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] \\ &= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] = \dots = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$4B. \text{ Ta có: } A = \frac{1,11+0,19-13,2}{2,06+0,54} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : 2 = \dots = -\frac{79}{8} \text{ và } B = \left(5\frac{7}{8} - 2\frac{1}{4} - 0,5 \right) : 2\frac{23}{26} = \dots = \frac{13}{12}.$$

$$\text{Để } A < x < B \text{ thì } -\frac{79}{8} < x < \frac{13}{12}. \text{ Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{-9; -8; \dots; 0; 1\}.$$

$$5A. a) (2x-3)\left(\frac{3}{4}x+1\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ \frac{3}{4}x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{4}{3} \right\}.$$

$$b) \frac{3}{7}x + 2\frac{3}{5} = 1\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{3}{7}x = \frac{-6}{5} \Rightarrow x = -\frac{14}{5}. \text{ Vậy } x = -\frac{14}{5}.$$

$$c) (5x-1)\left(2x-\frac{1}{3}\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} 5x-1=0 \\ 2x-\frac{1}{3}=0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{1}{5}; \frac{1}{6} \right\}.$$

$$d) \frac{3}{7} + \frac{1}{7} : x = \frac{3}{14} \Rightarrow \frac{1}{7} : x = \frac{-3}{14} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}.$$

$$5B. x-128 = \left(4\frac{20}{21} - 5 \right) : \left(\frac{4141}{4242} - 1 \right) : \left(\frac{636363}{646464} - 1 \right)$$

$$x-128 = -\frac{1}{21} : \frac{-1}{42} : \frac{-1}{64}$$

$$x-128 = -128 \Rightarrow x = 0.$$

6A. Đáp số: Bắc Băng Dương, Nam Đại Dương, Ấn Độ Dương, Đại Tây Dương, Thái Bình Dương.

6B. Đưa về bài toán tìm chiều dài và chiều rộng khi biết tổng (là nửa chu vi) và tỉ số là $\frac{2}{3}$.

Đáp số: Chiều dài là 27 m và chiều rộng là 18 m.

Khi đó diện tích của mảnh đất là 486 m^2 .

Diện tích trồng rau là $20\%.486 = 97,2 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích trồng hoa là $\frac{2}{9}.486 = 108 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích trồng cây ăn quả là $280,8 \text{ m}^2$

7. a) $x = \frac{5}{8}$. b) $x = -\frac{3}{2}$.

c) $x = -\frac{27}{5}$. d) $x = \frac{-1}{4}$.

8. a) $(-3)^3 + 125 \cdot \left[\left(\frac{3}{4} \right)^3 : \left(\frac{5}{4} \right)^3 \right] = \dots = 0$.

b) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{8} \right] - 9 = \dots = 33$.

c) $\frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{27} \cdot 5^7 + 2^{10} \cdot 5^{27}} = \dots = 2^3 = 8$.

9. a) $\frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}} = \dots = 3^{10}$.

b) $\frac{2^{17} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3} = \dots = 3^5 \cdot 2^5 = 6^5$.

c) $\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}} = \frac{2^{30} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{22}} = \frac{2^{20}(2^{10} + 1)}{2^{12}(1 + 2^{10})} = 2^8 = 256$.

10. a) $\frac{7}{12} \cdot 3\frac{2}{5} - \frac{7}{12} \cdot 9\frac{2}{5} = \frac{7}{12} \cdot \left(3\frac{2}{5} - 9\frac{2}{5} \right) = \dots = -\frac{7}{2}$.

b) $= \left(2\frac{6}{31} + \frac{25}{31} \right) - \left(\frac{5}{24} + 1\frac{1}{24} \right) + 0,25 = \dots = 2$.

c) $1\frac{8}{15} : \left(-\frac{3}{5} \right) - 5\frac{11}{15} : \left(-\frac{3}{5} \right) = \left(1\frac{8}{15} - 5\frac{11}{15} \right) \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) = \dots = 7$.

11. a) $9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{81} \cdot 27 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot 3^3 = \dots = 3^3$.

b) $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot 32}{(-2)^2 \cdot 2^5} = \dots = 2^2$.

c) $4 \cdot 16 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16} \right) = \dots = 2^7$.

12. Với mọi số tự nhiên a, b, c khác 0, ta chứng minh được:

- Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$
- Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$

a) Áp dụng tính chất trên, ta có:

$$N = \frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1} > 1 \text{ nên}$$

$$\frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1} > \frac{100^{101} + 1 + 99}{100^{100} + 1 + 99} = \dots = \frac{100(100^{100} + 1)}{100(100^{99} + 1)} = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1} = M$$

Vậy $N > M$ hay $M < N$.

b) Áp dụng tính chất trên, ta có:

$$\text{Vì } A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < 1 \text{ nên:}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < \frac{2008^{2008} + 1 + 2007}{2008^{2009} + 1 + 2007} \\ &= \frac{2008^{2008} + 2008}{2008^{2009} + 2008} = \frac{2008 \cdot (2008^{2007} + 1)}{2008 \cdot (2008^{2008} + 1)} = \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2008} + 1} = B \end{aligned}$$

Vậy $A < B$.

13. HS làm tương tự bài 12.

Đáp số: a) $C > D$. b) $E < F$. c) $G > H$.

14. a) Do $0 < 1 - \frac{1}{n} < 1$ ($n \in \mathbb{N}^*, n > 1$) và P là tích các thừa số có tính chất như trên nên $0 < P < 1$.

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{97}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{96}{97} \cdot \frac{97}{98} \cdot \frac{98}{99} = \frac{1}{99}. \end{aligned}$$