

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 6 trang)

Mã đề thi: 101

Họ, tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			3		-1		3		$-\infty$

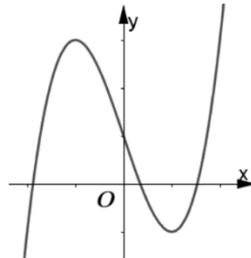
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-2) = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^4 - x^2 + 7$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

Câu 5: Thể tích của khối trụ có chiều cao $h = 2$ và bán kính đáy $r = 3$ bằng?

- A. 4π . B. 12π . C. 18π . D. 6π .

Câu 6: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = -9x + 16$. B. $y = -9x + 20$. C. $y = 9x - 20$. D. $y = 9x - 16$.

Câu 7: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8$ bằng:

- A. -2 B. 1 C. 2 D. -3

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 11. B. 12. C. 13. D. 40.

Câu 9: $\int x^4 dx$ bằng

A. $5x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $\frac{1}{5}x^5 + C$

D. $x^5 + C$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. 0 .

D. 5 .

Câu 11: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.

B. $\max_{[0;2]} f(x) = 64$.

C. $\max_{[0;2]} f(x) = 9$.

D. $\max_{[0;2]} f(x) = 1$.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_5 .

A. 5 .

B. $\frac{6}{5}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. 1 .

Câu 13: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{\frac{5}{3}} x$.

B. $y = \log_{0,2} x$.

C. $y = \log_{2018} x$.

D. $y = \log_7 x$.

Câu 14: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

C. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao bằng $h = 6$. Thể tích của khối chóp bằng

A. 6 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 12 .

Câu 16: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

A. $(-1; 3)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 3)$.

Câu 17: Tiệm cận tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $x = 2$.

B. $y = -2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 2$.

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

B. $3 \log_2 a$.

C. $3 + \log_2 a$.

D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{-5}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = [3; +\infty)$.

C. $D = (3; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 20: Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

A. $\frac{1}{2} e^x + C$.

B. $e^{2x-1} + C$.

C. $\frac{1}{2} e^{2x-1} + C$.

D. $2e^{2x-1} + C$.

Câu 21: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. 32π . C. 16π . D. 48π .

Câu 22: Thể tích của khối cầu có bán kính $r = 3$ là

- A. 48π . B. 64π . C. 36π . D. 8π .

Câu 23: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x - \log(x^2 + 1)$

- A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2 + 1}{\ln 10}$. B. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 10}$.
C. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x \ln 10}{x^2 + 1}$. D. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}$.

Câu 24: Hình nào trong các hình sau không phải là hình đa diện?

- A. Hình lập phương. B. Hình vuông. C. Hình chóp. D. Hình lăng trụ.

Câu 25: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 8. B. 16. C. 48. D. 12.

Câu 26: Cho $\int f(x)dx = 6x^2 - 2\sin 2x + C$, khi đó $f(x)$ bằng

- A. $6x - 4\cos 2x$. B. $2x^3 - \cos 2x$. C. $12 - 2\cos 2x$. D. $12x - 4\cos 2x$.

Câu 27: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u) với $u_1 = 2$, $u_2 = 4$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

- A. 1024. B. 1026. C. 2046. D. 2040.

Câu 29: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ bằng

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31: Cho khối cầu có thể tích là 36π . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. 12π . D. 16π .

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $BC = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ bằng:

- A. πa^3 . B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 34: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = [-1; 3]$

B. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

C. $D = (-1; 3)$

D. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

Câu 35: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho:

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		2
			$-\infty$		

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2024; +\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2024^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2024^{x-x^2}$?

A. 2023.

B. 2024.

C. 4046.

D. 2022.

Câu 38: Có 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu rồi nhân các số trên hai quả với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10?

A. $\frac{48}{145}$

B. $\frac{16}{145}$

C. $\frac{8}{29}$

D. $\frac{16}{29}$

Câu 39: Gọi x, y các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$,

với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 29$.

B. $T = 26$.

C. $T = 20$.

D. $T = 25$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 41: Bạn Mai là sinh viên năm cuối chuẩn bị ra trường, nhờ có công việc làm thêm mà Mai có một khoản tiết kiệm nhỏ, Mai muốn gửi tiết kiệm để chuẩn bị mua một chiếc xe máy Honda Lead trị giá 45 triệu đồng để tiện cho công việc. Vì vậy, Mai đã quyết định gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,8\%/1$ tháng và mỗi tháng Mai đều đặn gửi tiết kiệm một khoản tiền là 3 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, Mai đủ tiền để mua xe máy?

A. 14 tháng.

B. 16 tháng.

C. 17 tháng.

D. 15 tháng.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 45° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

B. $R = 5\sqrt{2}$.

C. $R = 5$.

D. $R = \frac{5}{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(\sqrt{x-1}-1) + x + 3 - 4\sqrt{x-1} = m$ có hai nghiệm phân biệt?

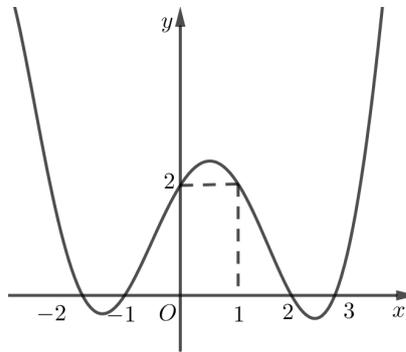
A. 7.

B. 4.

C. 8.

D. 0.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc $[-2023; 2023]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$

A. 4029

B. 2023

C. 2022

D. 4044

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81)\sqrt{4 - \log_2(2x)} \geq 0$?

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-5		5		-10		$+\infty$

Có bao nhiêu số nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $y = |f(|x|^3 - 3|x|) - 5m|$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 21.

B. 20.

C. 19.

D. 24.

Câu 47: Cho a, b là hai số thực thay đổi thỏa mãn $1 < a < b \leq 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2 \cdot \log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{2}{b}} a$ là $m + 3\sqrt[3]{n}$ với m, n là số nguyên dương. Tính $S = 2m + n$.

A. $S = 9$.

B. $S = 15$.

C. $S = 54$.

D. $S = 21$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HÀ TRUNG

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN I
NĂM HỌC 2023-2024
MÔN: TOÁN

Câu	Mã 101	Mã 102	Mã 103	Mã 104	Mã 105	Mã 106	Mã 107
1	C	A	A	C	D	B	C
2	D	C	C	B	C	B	A
3	D	B	A	B	D	B	A
4	C	C	C	A	C	A	C
5	C	B	B	C	B	B	B
6	D	C	D	A	B	D	D
7	A	B	B	B	C	B	B
8	A	C	D	A	B	A	D
9	C	C	C	B	A	A	D
10	C	B	C	A	D	C	A
11	C	A	B	A	B	A	C
12	B	B	A	A	A	B	B
13	B	D	A	D	A	D	B
14	A	C	D	D	A	C	C
15	A	D	B	A	C	C	C
16	B	C	C	C	C	B	A
17	B	C	B	D	D	D	A
18	B	D	C	D	A	B	B
19	D	D	C	A	B	A	A
20	C	A	A	B	C	A	A
21	A	A	D	B	A	B	C
22	C	D	B	A	B	C	D
23	D	C	A	B	D	D	C
24	B	A	A	B	D	C	B
25	C	B	B	D	B	D	A
26	D	D	C	D	A	B	A
27	B	A	B	C	C	A	C
28	C	D	D	D	B	A	A
29	A	D	D	D	B	C	C
30	D	A	A	D	C	D	B
31	B	A	D	A	C	B	D
32	A	D	A	B	A	A	B
33	D	D	D	C	A	A	D
34	B	A	C	C	C	D	D
35	D	A	C	C	A	C	C
36	A	B	B	D	B	A	D
37	A	B	C	A	A	D	D
38	C	C	D	B	C	D	D
39	B	B	D	B	B	C	B
40	B	D	B	A	A	A	C
41	D	B	A	D	D	C	A

42	A	C	D	A	C	C	A
43	C	D	B	C	A	B	C
44	A	A	A	C	A	D	B
45	A	C	B	C	D	C	B
46	B	B	A	D	D	A	C
47	D	A	B	B	C	D	B
48	B	A	A	C	D	B	D
49	D	C	B	B	A	C	C
50	B	B	D	B	B	A	D

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

Mã 108
A
C
D
D
D
B
A
D
D
C
D
B
A
C
B
B
B
A
C
C
B
C
A
B
B
C
A
B
D
C
D
D
B
D
B
D
D
D
C
A
A
C
A
C
A
A

C
A
A
C
B
B
C
B
B

ĐỀ THI THỬ LẦN 1 2023-2024

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 2. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

- A. $(0; 2)$. B. $(0; 3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$

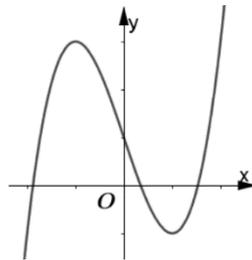
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 5 . C. 0 . D. 1 .

Câu 4. Tiệm cận tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-1}$ có phương trình là

- A. $y = 2$. B. $y = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 - x^2 + 7$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{-5}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$. C. $D = [3; +\infty)$. D. $D = (3; +\infty)$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a$. B. $3 + \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = \log_{0,2} x$. **B.** $y = \log_{2018} x$. **C.** $y = \log_{\frac{5}{3}} x$. **D.** $y = \log_7 x$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-2) = 3$ là

- A.** $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 4$.

Câu 10. $\int x^4 dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{5}x^5 + C$ **B.** $4x^3 + C$ **C.** $x^5 + C$ **D.** $5x^5 + C$

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- A.** $2e^{2x-1} + C$. **B.** $e^{2x-1} + C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. **D.** $\frac{1}{2}e^x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x-1} d(2x-1) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C$.

Câu 12. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. **B.** $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. **D.** $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ sai vì $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_5 .

- A.** 5. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Thay $n = 5$ vào $u_n = \frac{n+1}{n}$ ta được $u_5 = \frac{5+1}{5} = \frac{6}{5}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- A.** 11. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 40.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 5 + 3 \cdot 2 = 11$.

Câu 15. Hình nào trong các hình sau không phải là hình đa diện?

- A.** Hình lăng trụ. **B.** Hình lập phương. **C.** Hình vuông. **D.** Hình chóp.

Lời giải

Chọn C

- ♦ Dựa vào định nghĩa: Khối đa diện được giới hạn hữu hạn bởi đa giác thoả mãn điều kiện:
- ♦ Hai đa giác bất kì không có điểm chung, hoặc có 1 điểm chung hoặc có chung 1 cạnh.
 - ♦ Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng 2 đa giác

A. $\max_{[0;2]} f(x) = 9.$ **B.** $\max_{[0;2]} f(x) = 1.$ **C.** $\max_{[0;2]} f(x) = 0.$ **D.** $\max_{[0;2]} f(x) = 64.$

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 4x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0;2) \\ x = 1 \\ x = -1 \notin (0;2) \end{cases}$$

$$f(0) = 1; f(1) = 0; f(2) = 9. \text{ Vậy } \max_{[0;2]} f(x) = 9.$$

Câu 23. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = -9x + 16.$ **B.** $y = -9x + 20.$ **C.** $y = 9x - 20.$ **D.** $y = 9x - 16.$

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$\text{Ta có } y(2) = 2 \text{ và } y'(2) = 9. \text{ Do đó PTTT cần tìm là: } y = 9(x - 2) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 16$$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x - \log(x^2 + 1)$

A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2 + 1}{\ln 10}.$ **B.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 10}.$

C. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x \ln 10}{x^2 + 1}.$ **D.** $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}$$

Câu 25. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8$ bằng:

A. -2 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}.$

$$\text{Ta có } 2^{x^2+2x} = 8 \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $1 + (-3) = -2$

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1).$

A. $S = (2; +\infty).$ **B.** $S = (-1; 2).$ **C.** $S = (-\infty; 2).$ **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right).$

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 28. Cho $\int f(x)dx = 6x^2 - 2\sin 2x + C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $12x - 4\cos 2x$.

B. $2x^3 - \cos 2x$.

C. $12 - 2\cos 2x$.

D. $6x - 4\cos 2x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(6x^2 - 2\sin 2x + C)' = 12x - 4\cos 2x$.

Câu 29. Cho cấp số nhân (u) với $u_1 = 2$, $u_2 = 4$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

A. 1024.

B. 1026.

C. 2046.

D. 2040.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có công bội của cấp số nhân bằng $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{2} = 2$.

Câu 30. Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ bằng

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

♦ Gọi A là biến cố: “Cả hai người được chọn đều là nữ”.

♦ Ta có $n(A) = C_3^2 = 3$.

♦ Xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$.

♦ Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 2 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 2046$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

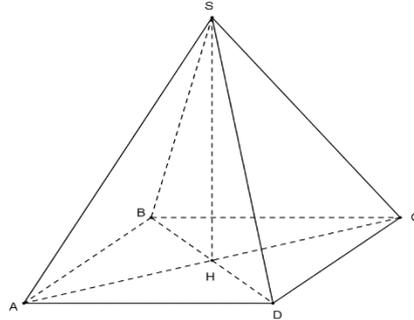
Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho:

- A.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm H cạnh a

Từ gt $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$; $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

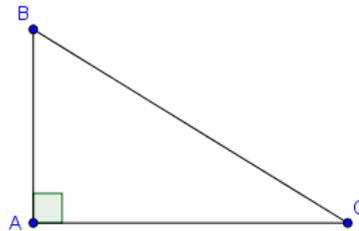
Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 33. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $BC = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB bằng

- A.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Khối nón được tạo thành khi quay tam giác ABC vuông tại A xung quanh trục AB có đường cao $h = AB = a$ và bán kính đáy $r = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$. Do đó thể tích khối nón :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2\pi a^3}{3}.$$

Câu 34. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ bằng:

- A.** πa^3 . **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh

$$2a \Rightarrow h = 2a; R = a$$

Thể tích hình trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$ (đvtt)

Câu 35. Cho khối cầu có thể tích là 36π . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 36π .

B. 16π .

C. 18π .

D. 12π .

Lời giải

Chọn D

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3 \Rightarrow S_{xq} = 4\pi R^2 = 36\pi.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = -2f'(3 - 2x).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = -3 \\ 3 - 2x = -1 \\ 3 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y		↘ ↗		↘ ↗			

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - m}{x + 2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$). Tổng $a + b$ bằng

A. -10 .

B. 10 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $f'(x) = \frac{4 + m}{(x + 2)^2}$.

♦ Trường hợp 1: Với $m < -4$ thì $f'(x) < 0$

Khi đó $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{2 - m}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

♦ Trường hợp 2: Với $m = -4$. Khi đó $f(x) = 2$ là hàm không đổi (không thỏa đề bài).

♦ Trường hợp 3: Với $m > -4$ thì $f'(x) > 0$.

Khi đó $\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(-1) = -2 - m = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3}$

♦ Theo đề bài suy ra $a = -7, b = 3$.

♦ Vậy $a + b = -4$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		+			+
y		↗		↘	
		2		$-\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \quad (1).$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \Rightarrow \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = 3b \quad (2).$$

$$\text{Đồ thị hàm số giao với } Ox \text{ tại điểm } M\left(\frac{1}{a}; 0\right) \Rightarrow a > 0 \quad (3)$$

Do $a > 0$ nên từ (1) $\Rightarrow b > 0$ và từ (2) $\Rightarrow c > 0$.

Vậy các số a, b, c đều là số dương.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81) \sqrt{4 - \log_2(2x)} \geq 0$?

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Xét bất phương trình: } (9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81) \sqrt{4 - \log_2(2x)} \geq 0 \quad (1)$$

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x > 0 \\ 4 - \log_2(2x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 8 \quad (*)$$

Nếu $\sqrt{4 - \log_2(2x)} = 0 \Leftrightarrow x = 8$ thì (1) được thỏa mãn.

Nếu $0 < x < 8$ thì $\sqrt{4 - \log_2(2x)} > 0$, bất phương trình tương đương

$$9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 30 \cdot 3^x + 81 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \geq 27 \\ 3^x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $0 < x < 8$ ta có $x \in (0; 1] \cup [3; 8)$.

Vậy tập nghiệm BPT là $S = (0; 1] \cup [3; 8]$ Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên có tất cả 7 giá trị nguyên x thỏa mãn

Câu 40. Gọi x, y các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 26$.

B. $T = 29$.

C. $T = 20$.

D. $T = 25$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y), \text{ ta có } \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{y} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Mà } \frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow a = 1; b = 5.$$

$$\text{Vậy } T = a^2 + b^2 = 1^2 + 5^2 = 26.$$

Câu 41. Bạn Mai là sinh viên năm cuối chuẩn bị ra trường, nhờ có công việc làm thêm mà Mai có một khoản tiết kiệm nhỏ, Mai muốn gửi tiết kiệm để chuẩn bị mua một chiếc xe máy Honda Lead trị giá 45 triệu đồng để tiện cho công việc. Vì vậy, Mai đã quyết định gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,8%/1 tháng và mỗi tháng Mai đều đặn gửi tiết kiệm một khoản tiền là 3 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, Mai đủ tiền để mua xe máy?

A. 14 tháng.

B. 16 tháng.

C. 17 tháng.

D. 15 tháng.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là số tiền bạn Mai gửi mỗi tháng và $r\%$ là lãi suất mỗi tháng.

Sau 1 tháng, bạn Mai có số tiền là $A + A \cdot r\% = A(1 + r\%)$.

Đầu tháng thứ 2, bạn Mai có số tiền là $A + A(1 + r\%)$.

Cuối tháng thứ 2, bạn Mai có số tiền là

$$A + A(1 + r\%) + [A + A(1 + r\%)] \cdot r\% = A(1 + r\%) + A(1 + r\%)^2.$$

Đầu tháng thứ 3, bạn Mai có số tiền là $A + A(1 + r\%) + A(1 + r\%)^2$.

Tiếp tục quá trình trên, ta có sau n tháng, số tiền bạn Mai có là

$$A(1 + r\%) + A(1 + r\%)^2 + \dots + A(1 + r\%)^n = A(1 + r\%) \cdot \frac{(1 + r\%)^n - 1}{r\%}.$$

$$\text{Suy ra, ta có: } 3 \cdot (1 + 0,8\%) \cdot \frac{(1 + 0,8\%)^n - 1}{0,8\%} \geq 45 \Rightarrow n \geq 14,12.$$

Vậy sau ít nhất 15 tháng, bạn Mai sẽ đủ tiền để mua xe máy.

Nhìn vào bảng biến thiên, đề (1) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng -1 . Khi đó $-1 < m \leq 7$, mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có 8 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Có 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu rồi nhân các số trên hai quả với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10?

- A. $\frac{48}{145}$. B. $\frac{8}{29}$. C. $\frac{16}{29}$. D. $\frac{16}{145}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Phép thử: Lấy hai quả cầu từ 30 quả cầu $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^2$

♦ Biến cố A: Tích các số ghi trên hai quả cầu là một số chia hết cho 10

Từ 1 đến 30 có 3 số chia hết cho 10 là $\{10; 20; 30\}$, 3 số chia hết cho 5 mà không chia hết cho

10 là $\{5; 15; 25\}$, 12 số chẵn không chia hết cho 10 $\{2; 4; \dots; 26; 28\}$

Trường hợp 1: Số cách chọn sao cho cả 2 số chia hết cho 10, ta có C_3^2 cách chọn

Trường hợp 2: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 10 và 1 số không chia hết cho 10, ta có $C_3^1 \cdot C_{27}^1$ cách chọn

Trường hợp 3: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 5 từ tập $\{5; 15; 25\}$ và số còn lại là một số chẵn không chia hết cho 10, ta có $C_3^1 \cdot C_{12}^1$ cách chọn.

♦ Vậy xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10 là

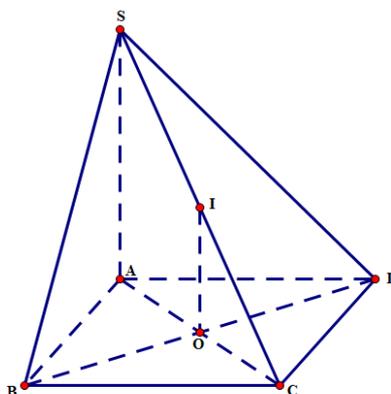
$$p(A) = \frac{C_3^2 + C_3^1 \cdot C_{27}^1 + C_3^1 \cdot C_{12}^1}{C_{30}^2} = \frac{8}{29}$$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 45° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = 5$. B. $R = 5\sqrt{2}$. C. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$$(SC, (ABCD)) = (SC, SA) = \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

Khi đó, ΔSAC vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AC = 5$.

Gọi $AC \cap BD = O$, khi đó O là tâm của hình chữ nhật đáy. Suy ra: Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ thuộc đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng đáy $\Rightarrow d \cap SC = I$. Mặt khác, do ΔSAC vuông cân tại A nên I cách đều các điểm S, A, C .

Suy ra: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính $R = SI = \frac{SC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, đường thẳng SA vuông góc mặt phẳng (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC ; φ là góc giữa hai mặt phẳng (SEF) và (SBC) . Giá trị của $\sin \varphi$ bằng

A. $\frac{7}{21}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

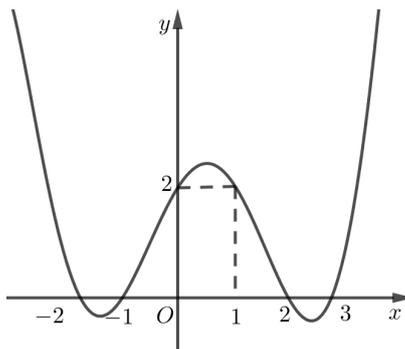
Có $EF // BC \Rightarrow$ giao tuyến của (SEF) và (SBC) là đường thẳng d qua S và song song BC .

Có $AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC \Rightarrow SB \perp d$ và $SE \perp d$

$$\text{Có: } \begin{cases} (SBC) \cap (SEF) = d \\ SB \subset (SBC), SB \perp d \Rightarrow ((SBC), (SEF)) = (SB, SE) = \widehat{BSE} = \varphi. \\ SE \subset (SEF), SE \perp d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Xét tam giác } SBE \text{ có } \frac{\sin \varphi}{EB} &= \frac{\sin \widehat{SBE}}{SE} \Rightarrow \sin \varphi = EB \cdot \frac{\sin \widehat{SBE}}{SE} \\ &= a \cdot \frac{SA}{SB} \cdot \frac{1}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{21}}{14} \end{aligned}$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc $[-2023; 2023]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$

A. 2022

B. 4044

C. 2023

D. 4029

Lời giải

Chọn D

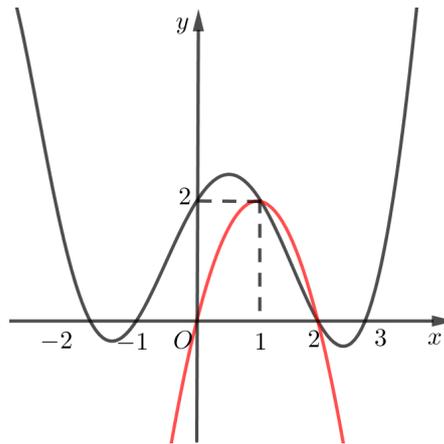
Xét hàm số $u = u(x) = -x^3 - 3x + m$ với $x \in (-1; 2) \Rightarrow u \in (m - 14; m + 4)$. Khi đó ta có thể viết hàm $g(x)$ như sau:

$$g(x) = 3f(u) + 2u^2(u - 3)$$

$$\Rightarrow g'(x) = (-3x^2 - 1)[3f'(u) + 6u^2 - 12u]$$

Ta có $-3x^2 - 1 < 0$ với $x \in (-1; 2)$ do đó để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ thì $h(u) = 3f'(u) + 6u^2 - 12u \geq 0$ với $\forall u \in (m - 14; m + 4) \Leftrightarrow f'(u) \geq -2u^2 + 4u$

Vẽ đồ thị hàm số $f'(u)$ và $k(u) = -2u^2 + 4u$



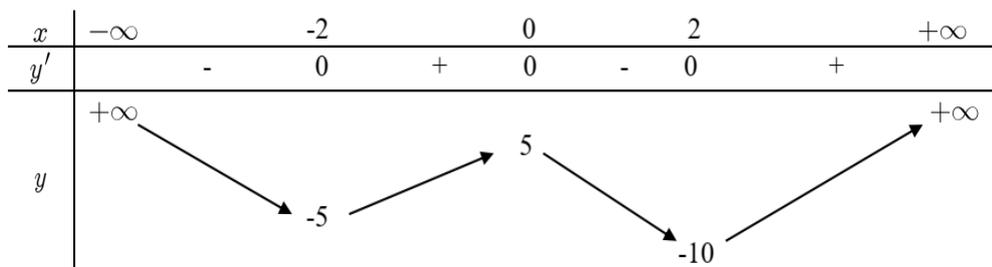
Dựa vào đồ thị ta có $f'(u) \geq -2u^2 + 4u \Leftrightarrow \begin{cases} u < 1 \\ u > 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 4 \leq 1 \\ m - 14 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 16 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2023; 2023]$ nên $\begin{cases} -2023 \leq m \leq -3 \\ 16 \leq m \leq 2023 \end{cases}$ nên có 4029 giá trị m thỏa mãn

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số

$y = |f(|x|^3 - 3|x|) - 5m|$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 21.

B. 20.

C. 19.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

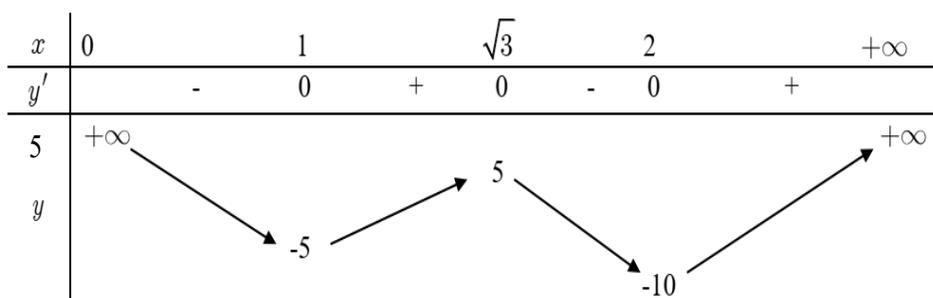
Xét hàm số $y = f(x^3 - 3x)$ với $x > 0$.

Ta có $y' = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x)$.

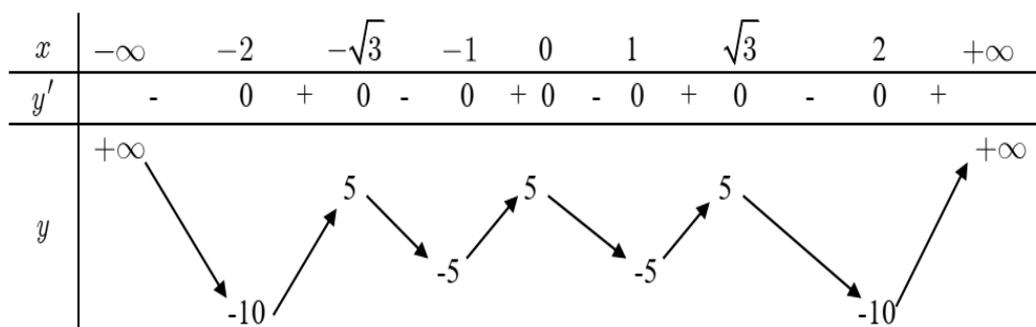
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = 0 \\ f'(x^3 - 3x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^3 - 3x = -2 \\ x^3 - 3x = 0 \\ x^3 - 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

Vì $x > 0$ nên ta được $x \in \{1; \sqrt{3}; 2\}$. Do đó ta có bảng biến thiên của $y = f(x^3 - 3x)$ với

$x > 0$ như sau:



Vì hàm $y = f(|x|^3 - 3|x|)$ là hàm chẵn nên từ bảng biến thiên của $y = f(x^3 - 3x)$ với $x > 0$ ta có bảng biến thiên của $y = f(|x|^3 - 3|x|)$ như sau:



Từ đó ta có: Để $y = |f(|x|^3 - 3|x|) - 5m|$ có đúng 9 điểm cực trị thì phương trình $f(|x|^3 - 3|x|) - 5m = 0$ có đúng hai nghiệm khác các điểm cực trị.

Điều này xảy ra khi $5m \geq 5$. Suy ra $1 \leq m \leq 20$. Vậy có 20 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho a, b là hai số thực thay đổi thỏa mãn $1 < a < b \leq 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2 \cdot \log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_b^2 a$ là $m + 3\sqrt[n]{n}$ với m, n là số nguyên dương. Tính $S = 2m + n$.

- A. $S = 9$. B. $S = 15$. C. $S = 54$. D. $S = 21$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $b^2 + 4b - 4 \geq b^3 \Leftrightarrow (b-1)(b^2-4) \leq 0$ (điều này đúng vì $1 < b \leq 2$).

$$\text{Nên } P \geq 2 \cdot \log_a b^3 + \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2 = 6 \log_a b + \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2.$$

Đặt $t = \log_a b$. Với $1 < a < b \leq 2$ thì $t > 1$.

$$\text{Đặt } f(t) = 6t + \left(\frac{1}{t-1} \right)^2 \text{ với } t > 1 \text{ thì } P \geq f(t), t > 1.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 6 + 2 \left(\frac{1}{t-1} \right) \left(-\frac{1}{(t-1)^2} \right) = 6 - \frac{2}{(t-1)^3} = 2 \cdot \frac{3(t-1)^3 - 1}{(t-1)^3}.$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow t = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$

t	1	$1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	0
			+
$f(t)$	$+\infty$		$+\infty$

$f\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)$

$$\text{Ta có } f\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right) = 6 + \frac{6}{\sqrt[3]{3}} + \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)} \right)^2 = 6 + 3\sqrt[3]{9}.$$

Vậy $m = 6, n = 9 \Rightarrow 2m + n = 21$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2024; +\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2024^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2024^{x-x^2}$?

- A. 2023. B. 4046. C. 2024. D. 2022.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2024^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2024^{x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y) \cdot 2024^{x^2-x} + (x^2 - x) \cdot 2024^{x^2+y} = 2x^2 - x + y$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y) \cdot (2024^{x^2-x} - 1) + (x^2 - x) \cdot (2024^{x^2+y} - 1) = 0 \quad (1)$$

Nếu $(x^2 + y)(x^2 - x) \neq 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \frac{2024^{x^2-x} - 1}{x^2 - x} + \frac{2024^{x^2+y} - 1}{x^2 + y} = 0$ (2)

Để thấy vế trái của (2) luôn dương nên suy ra (1) không xảy ra.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x^2 = -y \end{cases}$

Với $y = -1$ thì có ba giá trị x thỏa mãn đề bài.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -y > 0 \Leftrightarrow y < 0$

Do y nguyên nằm trong khoảng $(-2024; +\infty)$ nên $y \in \{-2023; -2022; \dots; -1\}$.

Vậy có 2023 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

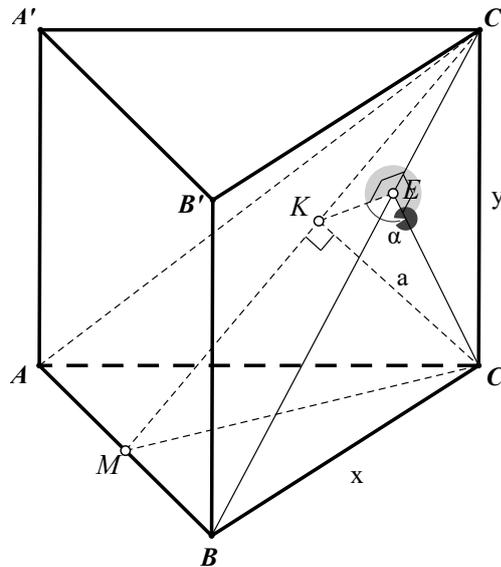
A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC

Do $\begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC') \Rightarrow (ABC') \perp (MCC')$.

Kẻ CK vuông góc với CM tại K thì ta được $CK \perp (ABC')$, do đó $CK = d(C; (ABC')) = a$.

Đặt $BC = x, CC' = y, (x > 0, y > 0)$, ta được: $CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CK^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2}$ (1).

Kẻ $CE \perp BC'$ tại E , ta được $\widehat{KEC} = \alpha$, $EC = \frac{KC}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{1}{12}}} = a\sqrt{\frac{12}{11}}$.

Lại có $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{CE^2} = \frac{11}{12a^2}$ (2). Giải (1), (2) ta được $x = 2a, y = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = y \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.