

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } A = \frac{0,4 - \frac{2}{7} + \frac{2}{11}}{0,6 - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}} - \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}}{\frac{3}{6} - \frac{3}{8} + 0,3}$$

$$\text{b) } B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

2. Cho biểu thức $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$. Chứng tỏ rằng $|A| < \frac{1}{4}$.

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Tìm x biết $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

2. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $4x = 5y$ và $x^2 - y^2 = 1$.

3. Bạn Hạnh tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{4}{9}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa là 500. Hỏi bạn Hạnh đã tung đồng xu bao nhiêu lần?

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Cho đa thức $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$.

a) Chứng minh rằng $x = -1$ là nghiệm của đa thức $A(x)$.

b) Tính giá trị của đa thức $A(x)$ tại $x = \frac{1}{2}$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) sao cho: $2xy + x - 2y = 4$.

Câu 4: (6,0 điểm)

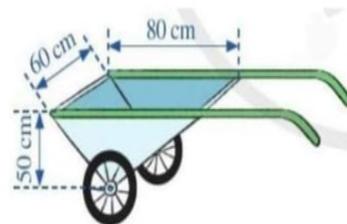
1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D, tia phân giác của góc ACB cắt AB tại E. Kẻ DH vuông góc với BC tại H, EK vuông góc với BC tại K.

a) Chứng minh rằng $BA = BH$ và $BD \perp AH$.

b) Chứng minh $AB + AC = BC + HK$.

c) Tính số đo góc HAK.

2. Hình bên mô tả một xe chở cát hai bánh mà thùng chứa của nó có dạng lăng trụ đứng tam giác với các kích thước đã cho trên hình. Hỏi thùng chứa của xe chở cát hai bánh đó có thể tích bằng bao nhiêu?



Câu 5: (2,0 điểm)

1. Gọi $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ là các số tự nhiên thoả mãn: $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_3^2} + \dots + \frac{1}{a_{100}^2} = \frac{199}{100}$.

Chứng minh rằng ít nhất hai số tự nhiên trong các số trên bằng nhau.

2. Trong một bảng vuông gồm có 5×5 ô vuông, người ta viết vào mỗi ô vuông chỉ một trong ba số $1; 0; -1$. Chứng minh rằng trong các tổng của năm số theo mỗi cột, mỗi hàng, mỗi đường chéo phải có ít nhất hai tổng số bằng nhau.

-----**Hết**-----