CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

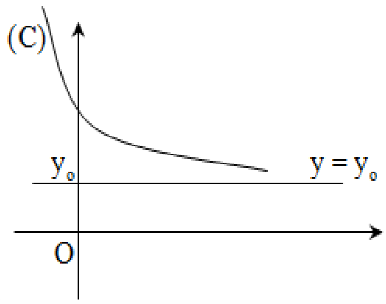
BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

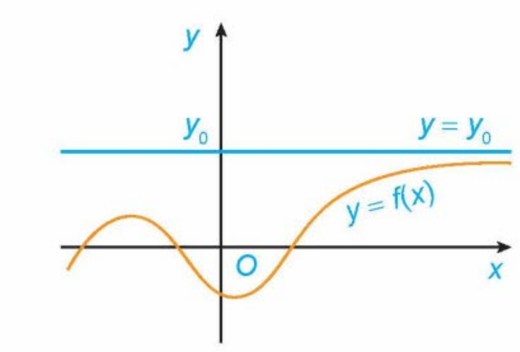
I LÝ THUYẾT.

I. Đường tiệm cận ngang

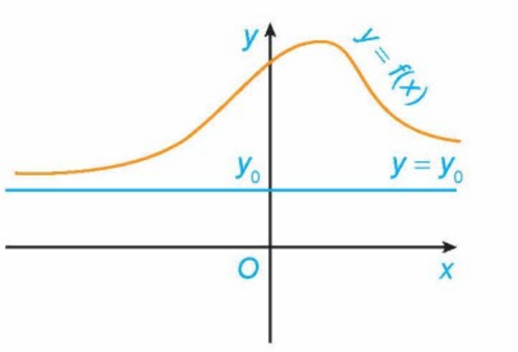
Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có xác định trên một khoảng vô hạn là khoảng có một trong các dạng $(a,+\infty)$; $(-\infty,a)$; $(-\infty,+\infty)$.Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường TCN** (hay **TCN**) của đồ thị nếu thỏa mãn ít nhất một trong các điều kiện sau:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0$





Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to +\infty$).



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to -\infty$).

Ví dụ. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x+1}$.

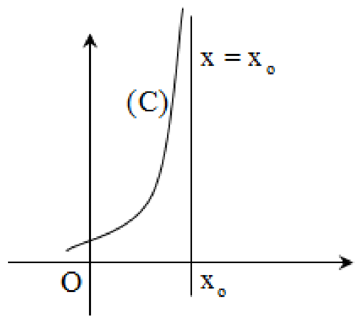
Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x+1}$ là đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$.

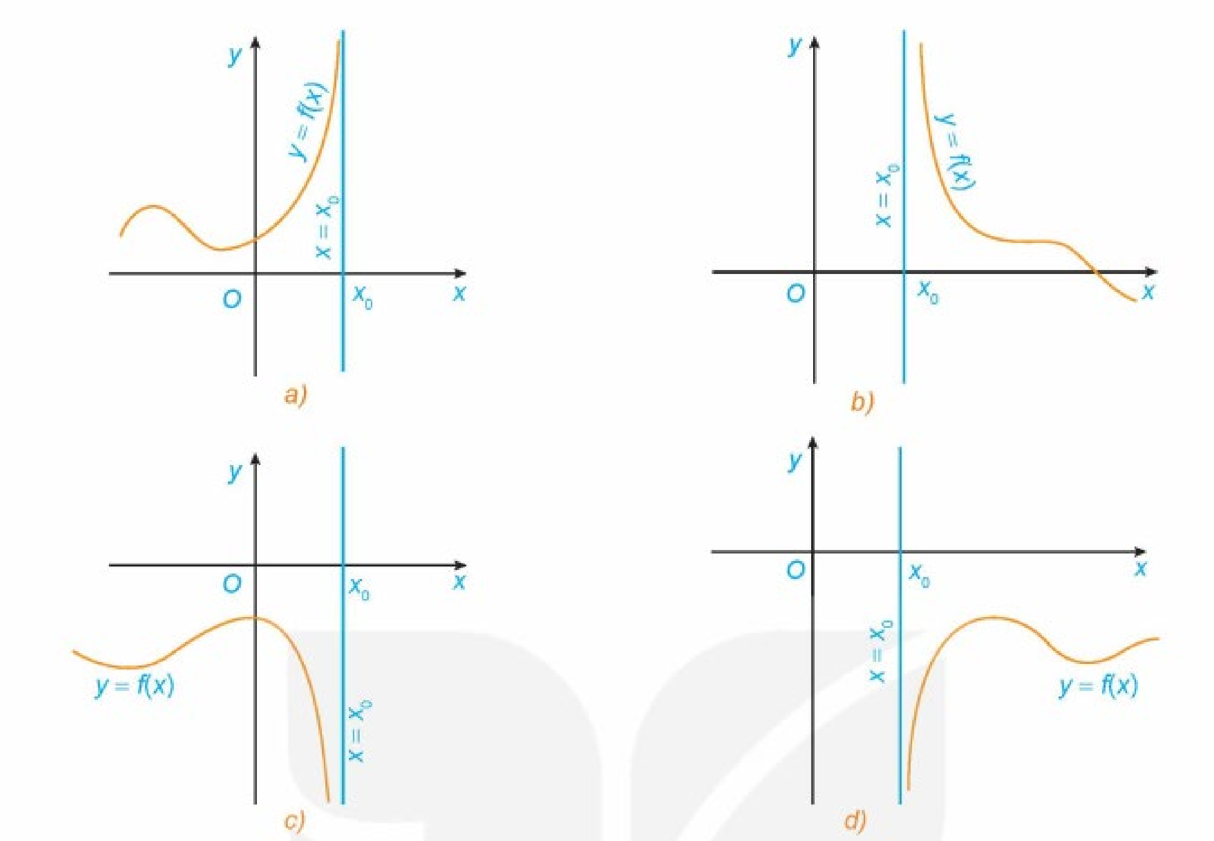
II. Đường tiệm cận đứng



Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (**TCĐ**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu thỏa mãn ít nhất một trong các điều kiện sau:

$\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$



a) và c). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \to x_0^-$).

b) và d). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \to x_0^+$).

☞ **Lưu ý:**

i) Hàm $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $ac \neq 0$ có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$; tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.

ii) Hàm $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)$, $g(x)$ là những hàm đa thức

+) Nếu bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Nếu bậc tử bằng bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = \dfrac{a_n}{b_n}$ với a_n, b_n là hệ số của lũy thừa cao nhất trên tử và dưới mẫu.

+) Nếu bậc tử lớn hơn bậc mẫu thì không có tiệm cận ngang.

+) $x = x_0$ là tiệm cận đứng $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x_0) = 0; f(x_0) \neq 0 \\ \begin{cases} g(x_0) = f(x_0) = 0 \\ \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \pm\infty \end{cases} \end{array}\right.$.

iii) Ứng dụng máy tính CASIO để tìm tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang

Để tìm tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang của một hàm số thông qua máy tính CASIO, ta sử dụng phím CALC trên máy.

Một số lưu ý về kết quả và cách bấm:

Giới hạn	Thao tác trên máy tính
$x \to x_o^+$	CALC $x_o + 10^{-10}$
$x \to x_o^-$	CALC $x_o - 10^{-10}$
$x \to +\infty$	CALC 10^{10}
$x \to -\infty$	CALC -10^{10}

Ví dụ 1: Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x+2}{x-2} = +\infty$, suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Ví dụ 2: Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \dfrac{3x+4}{2x-1} = +\infty$, suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \dfrac{1}{2}$.

▶***Lời bình***: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ là đường thẳng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Ví dụ 3. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; -1\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty$

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$ và $x = -1$.

III. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ được gọi là một đường **tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$.

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như sau

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \to +\infty$).

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \to -\infty$).

Để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số ta cần tính hệ số a, b trong phương trình của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ theo công thức như sau

+ $a = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right]$ hoặc $a = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-ax\right]$

+ Khi $a = 0$ thì đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$.

Ví dụ. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thi hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $a = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+1}{x(x-2)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-2x} = 1$.

Ta có

$$b = \lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right] = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-3x+1}{x-2}-x\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-3x+1-x(x-2)}{x-2}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-3x+1-x^2+2x}{x-2}\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-x+1}{x-2}\right) = -1$$

Vậy đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHO BỞI CÔNG THỨC

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$. Tìm tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+2x+3}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x-2}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x+1}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+x+6}{x-1}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

DẠNG 2: TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ BIẾT BBT CỦA HÀM SỐ, ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ ĐÓ HOẶC HÀM SỐ LIÊN QUAN

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
y'		+	0	-	||	+	0	-	||	-	
y	$-\infty$	↗	5	↘	2 || 1	↗	10	↘	2 || $+\infty$	↘	3

Tìm tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	||	+	0	−	||	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	10	↘	2 || $+\infty$	↘	3

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$?

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

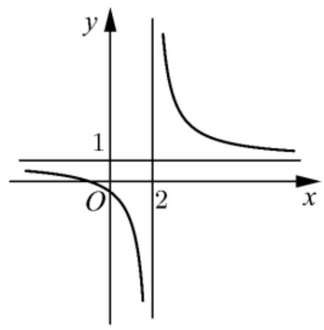
Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{1\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	m

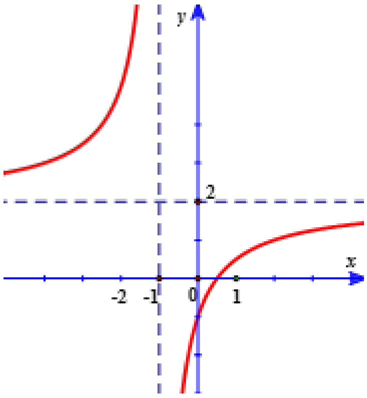
Tìm các giá trị nguyên của $m\in\left[0;5\right)$ để đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 đường tiệm cận đứng và ngang?

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

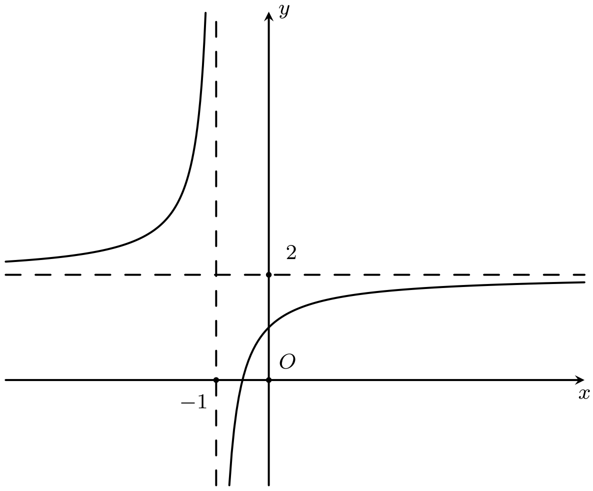


Tìm phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên.

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Đồ thị có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

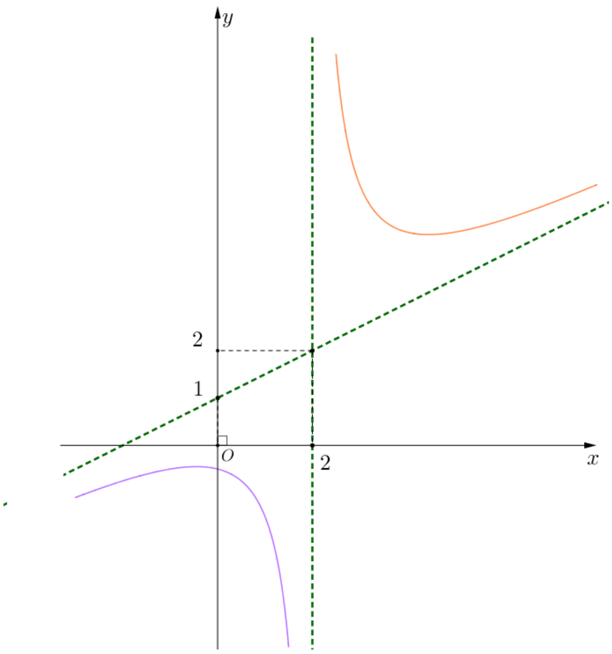


Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là?

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là?

Câu 16: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$

DẠNG 3: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ HÀM HỢP

Các dạng trong chủ đề: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ biết bảng biến thiên hoặc đồ thị. Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=g\left(x\right)$ thuộc một trong các dạng sau

1) $y=f\left(u(x)\right)$,

2) $y=g\left(f(x)\right)$,

3) $y=g\left(f(\mathrm{u}(x))\right)$,

4) $y=g\left(x,f(x)\right)$,

5) $y=g\left(x,f(\mathrm{u}(\mathrm{x}))\right)$.

Phương pháp giải: Gọi $\left(G\right)$ là đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

1)Tìm tiệm cận ngang.

Xét hàm số dạng $g\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$.Một dấu hiệu thường dùng để nhận biết $\left(G\right)$ có tiệm cận ngang:

+ Hàm số $y=g\left(x\right)$ xác định trên $\left(a;+\infty\right)$ hoặc trên $\left(-\infty;a\right)$.

+ Bậc của $u(\mathrm{x})\le$ Bậc của $v(\mathrm{x})$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=y_0\Rightarrow$ Đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của $\left(G\right)$.

2)Tìm tiệm cận đứng.

Xét dạng hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$. Một dấu hiệu thường dùng để nhận biết đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của $\left(G\right)$:

+ $v(x_0)=0$ và $u(x_0)\ne0$, $g\left(x\right)$ xác định trên $\left(a;x_0\right)$ hoặc $\left(x_0;b\right)$.

+ Ít nhất một trong hai giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0^+}g\left(x\right)$, $\lim\limits_{x\to x_0^-}g\left(x\right)$ là giới hạn vô cực.

$\Rightarrow$ Đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của $\left(G\right)$.

Trong chủ đề này, các dấu hiệu nhận biết ở trên dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	1	↘	-3	↗	1

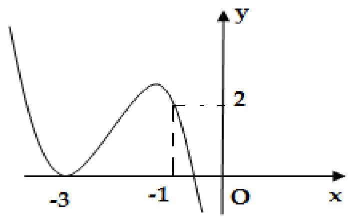
Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

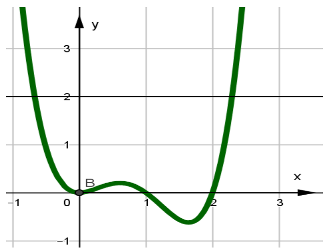
Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}$

Câu 19: Cho hàm số $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \left(a,b,c,d \in R\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



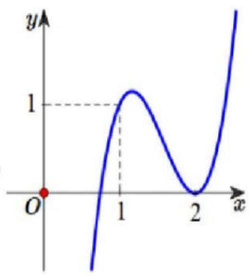
Đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 20: Cho đồ thị hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới.



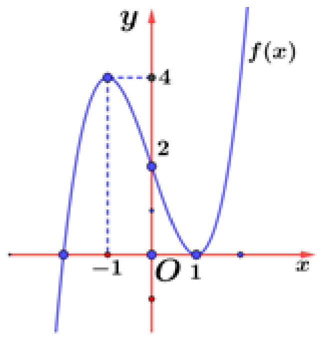
Hỏi đồ thị của hàm số $g(x) = \dfrac{(x^6+1)(x^2-5x).\sqrt{x^2-2x}}{\left[f^2(x)-2f(x)\right]\left(2x-10\right)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số đa thức với hệ số thực, có đồ thị (C) như hình vẽ bên.



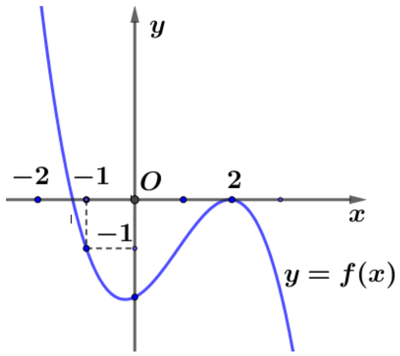
Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-1}}{\left(x+1\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$.

Câu 22: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$.

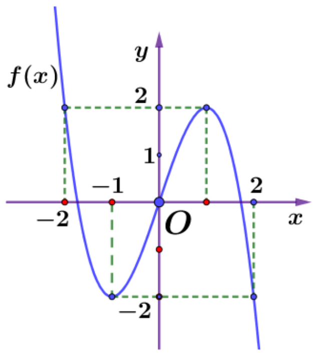
Câu 23: Cho hàm số $y = f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $\left(a \neq 0\right)$ có đồ thị như hình dưới đây



Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = g\left(x\right) = \frac{\left(x^2 + 2x - 3\right)\sqrt{x}}{\left(x^2 - x\right)\left[\left(f\left(x\right)\right)^2 + f\left(x\right)\right]}.$$

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



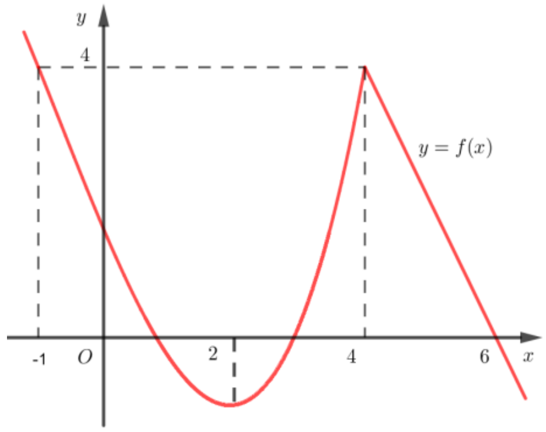
Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{x+2}{f(x)+1}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

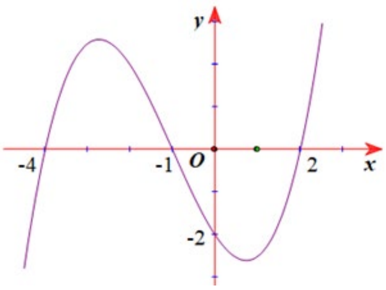
Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g\left(x\right) = f\left(x^2 - 2x - 2\right)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây



Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g\left(x\right) = f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)$

Câu 27: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây



Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g\left(x\right) = \dfrac{\sqrt{f\left(x\right)}}{f\left(x\right) - 1}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Tìm số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{3}{f\left(x^3+x+1\right)-1}$.

DẠNG 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ TIỆM CẬN CHỨA THAM SỐ

Câu 29: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+7}{mx-1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(1;-2)$.

Câu 30: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+x+m}$ có ba đường tiệm cận.

Câu 31: Tìm tham số m để đồ thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Câu 32: Tìm các tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Câu 33: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 8?

Câu 34: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đi qua điểm $A(-1;7)$ và giao điểm hai tiệm cận của (C) là điểm $I(-2;3)$. Biết c là số nguyên dương và a, c là các số nguyên tố cùng nhau. Tìm các số a,b,c,d .

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m}{x^2+3x-4}$. Giá trị nào của m để đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng?

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình vuông

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{1-x}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận.

Câu 38: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Tìm a,b.

Câu 39: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{2x^2-3x+5}+mx-6$ có tiệm cận ngang.

CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

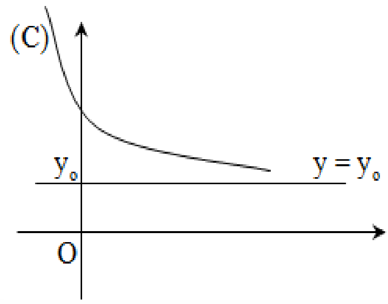
BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

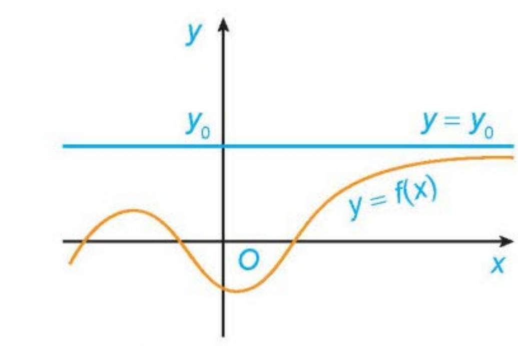
I LÝ THUYẾT.

I. Đường tiệm cận ngang

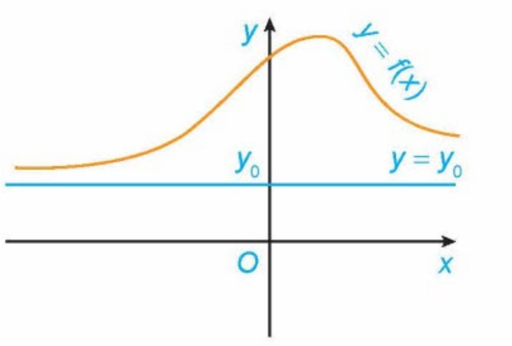
Cho hàm số $y = f(x)$ có xác định trên một khoảng vô hạn là khoảng có một trong các dạng $(a,+\infty)$; $(-\infty,a)$; $(-\infty,+\infty)$.Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường TCN** (hay **TCN**) của đồ thị nếu thỏa mãn ít nhất một trong các điều kiện sau:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0$





Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to +\infty$).



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to -\infty$).

Ví dụ. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x+1}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-3}{2x+1} = \dfrac{1}{2}$

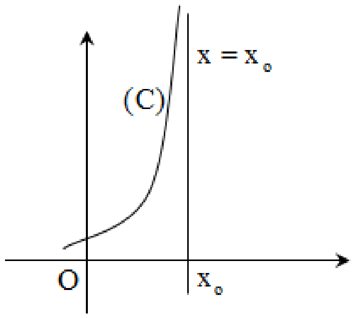
Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x+1}$ là đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$.

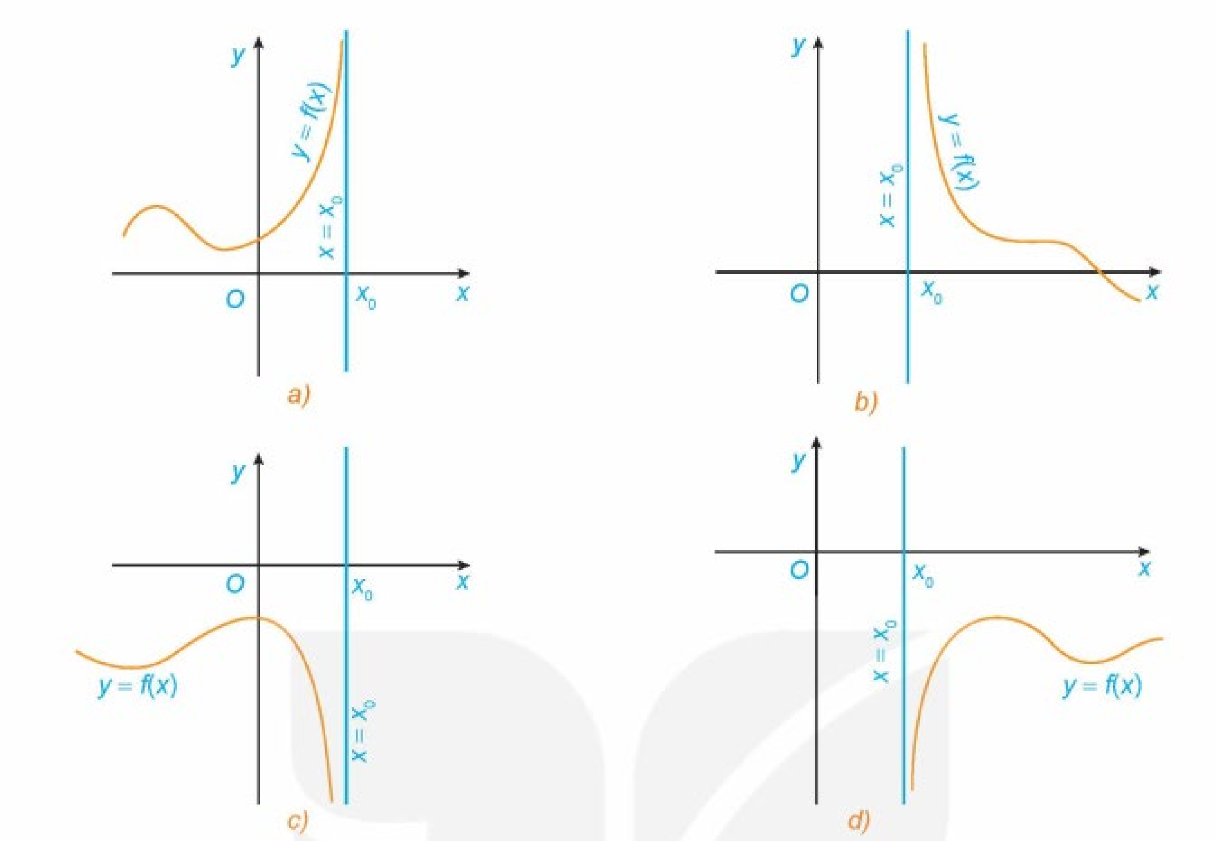
II. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (**TCĐ**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu thỏa mãn ít nhất một trong các điều kiện sau:

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$





a) và c). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \to x_0^-$).

b) và d). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \to x_0^+$).

☞ **Lưu ý:**

i) Hàm $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $ac \neq 0$ có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$; tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.

ii) Hàm $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)$, $g(x)$ là những hàm đa thức

+) Nếu bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Nếu bậc tử bằng bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = \dfrac{a_n}{b_n}$ với a_n, b_n là hệ số của lũy thừa cao nhất trên tử và dưới mẫu.

+) Nếu bậc tử lớn hơn bậc mẫu thì không có tiệm cận ngang.

+) $x = x_0$ là tiệm cận đứng $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x_0) = 0; f(x_0) \neq 0 \\ \begin{cases} g(x_0) = f(x_0) = 0 \\ \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \pm\infty \end{cases} \end{array}\right.$.

iii) Ứng dụng máy tính CASIO để tìm tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang

Để tìm tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang của một hàm số thông qua máy tính CASIO, ta sử dụng phím CALC trên máy.

Một số lưu ý về kết quả và cách bấm:

Giới hạn	**Thao tác trên máy tính**
$x \to x_o^+$	CALC $x_o + 10^{-10}$
$x \to x_o^-$	CALC $x_o - 10^{-10}$
$x \to +\infty$	CALC 10^{10}
$x \to -\infty$	CALC -10^{10}

Ví dụ 1: Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x+2}{x-2} = +\infty$, suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Ví dụ 2: Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \dfrac{3x+4}{2x-1} = +\infty$, suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \dfrac{1}{2}$.

▶***Lời bình***: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ là đường thẳng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Ví dụ 3. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; -1\}$

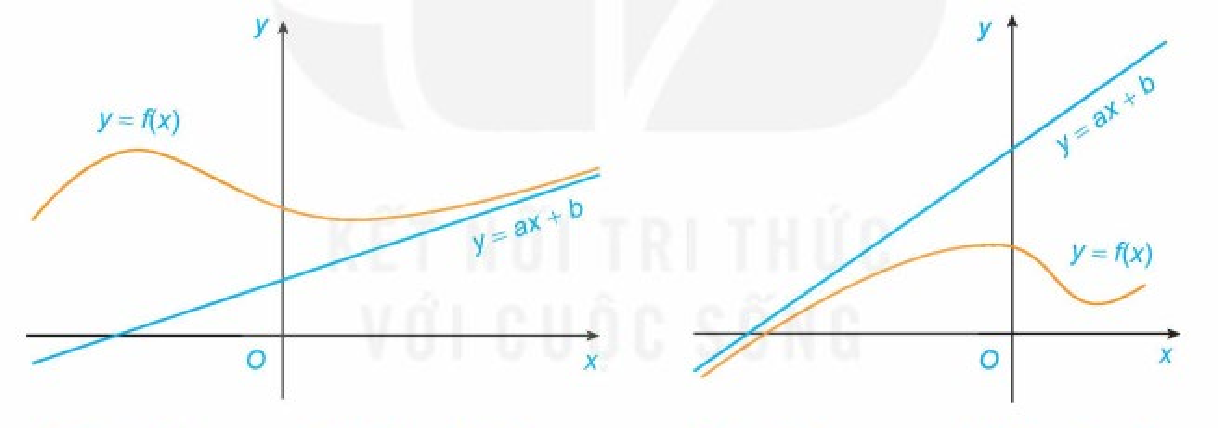
Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty$

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$ và $x = -1$.

III. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ được gọi là một đường **tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$.

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như sau



Đường thẳng y = ax + b là tiệm cận xiên của đồ thị (khi x → +∞).

Đường thẳng y = ax + b là tiệm cận xiên của đồ thị (khi x → −∞).

Để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số ta cần tính hệ số a, b trong phương trình của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ theo công thức như sau

+ $a = \lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - ax\right]$ hoặc $a = \lim\limits_{x \to -\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - ax\right]$

+ Khi $a = 0$ thì đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$.

Ví dụ. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thi hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $a = \lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{x^2 - 3x + 1}{x(x-2)} = \lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x} = 1$.

Ta có

$$b = \lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - ax\right] = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2} - x\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{x^2 - 3x + 1 - x(x-2)}{x - 2}\right) = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{x^2 - 3x + 1 - x^2 + 2x}{x - 2}\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{-x + 1}{x - 2}\right) = -1$$

Vậy đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHO BỞI CÔNG THỨC

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$. Tìm tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=2$.

Vì $\lim\limits_{x\to-2^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to-2^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-2$.

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 2 tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Lời giải

Ta có

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+2x-3}{x(x+2)}=1$$

$$b=\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2+2x-3}{(x+2)}-x\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3}{x+2}=0$$

Vậy đường thẳng $y=x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to-\infty$.

Ta lại có

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x-3}{x(x+2)}=1$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2+2x-3}{(x+2)}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3}{x+2}=0$$

Vậy đường thẳng $y=x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to+\infty$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-2^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to-2^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+2x+3}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Lời giải

Ta có

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^2+2x+3}{x(x+2)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}{1+\frac{2}{x}}=-1$$

$$b=\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-x^2+2x+3}{(x+2)}+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+3}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}}=4$$

Vậy đường thẳng $y=-x+4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to-\infty$.

Ta lại có

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2+2x+3}{x(x+2)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}{1+\frac{2}{x}}=-1$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-x^2+2x+3}{(x+2)}+x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x+3}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4+\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}}=4$$

Vậy đường thẳng $y=-x+4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to+\infty$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-2^+}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x-2}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x+1}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+x+6}{x-1}$. Tìm tổng số đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Lời giải

Ta có

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^2+x+6}{x(x-1)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1+\frac{1}{x}+\frac{6}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}=-1$$

$$b=\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-x^2+x+6}{(x-1)}+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{6}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{6}{x}}{1+\frac{2}{x}}=0$$

Vậy đường thẳng $y=-x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to-\infty$.

Ta lại có

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2+x+6}{x(x-1)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1+\frac{1}{x}+\frac{6}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}=-1$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-x^2+x+6}{(x-1)}+x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{6}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{6}{x}}{1+\frac{2}{x}}=0$$

Vậy đường thẳng $y=-x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $x\to+\infty$.

Ta có: $\lim_{x\to1^+}y=+\infty;\lim_{x\to1^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=1$.

DẠNG 2: TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ BIẾT BBT CỦA HÀM SỐ, ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ ĐÓ HOẶC HÀM SỐ LIÊN QUAN

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	+	0	-	‖	-	
y	$-\infty$	↗	5	↘	2 ‖ 1	↗	10	↘	2 ‖ $+\infty$	↘	3

Tìm tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Lời giải

Vì $\lim_{x\to-\infty}y=-\infty;\lim_{x\to+\infty}y=3$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=3$.

Vì $\lim_{x\to x_4^+}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=x_4$.

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 2 tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	0	−	‖	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	10	↘	2 ‖ $+\infty$	↘	3

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$?

Lời giải

Vì $\lim_{x\to-\infty}y=0;\lim_{x\to+\infty}y=\frac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$ và $y=\frac{1}{3}$.

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x)=0$ có hai nghiệm $x=x_2$ và $x=a\in(-\infty;x_1)$.

Dễ thấy $\lim_{x\to a^+}y=+\infty$ và $\lim_{x\to x_2^+}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=x_2$ và $x=a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	2

Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2; \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$. Do đó $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \Vert -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là đường tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	m

Tìm các giá trị nguyên của $m \in [0;5)$ để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng và ngang?

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có

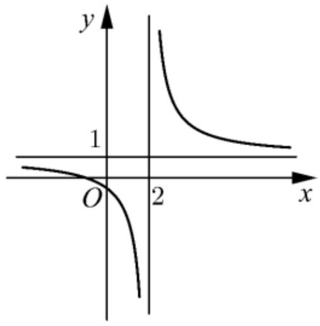
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = m \Rightarrow y = m$ là đường tiệm cận ngang.

Do đó, để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì $m \neq 2$, mà $m \in [0;5)$ nên $m \in \{0;1;3;4\}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên.

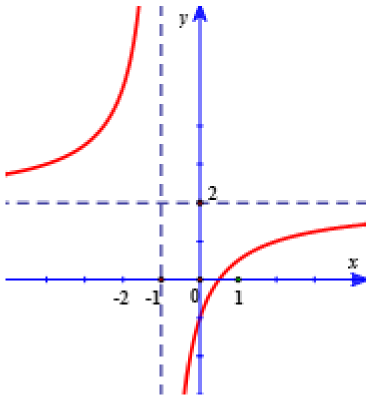
Lời giải

Nhìn vào đồ thị, ta có: $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$. Do đó, đồ thị có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Theo đồ thị, ta cũng có: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$. Do đó, đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Vậy đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$ tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Đồ thị có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



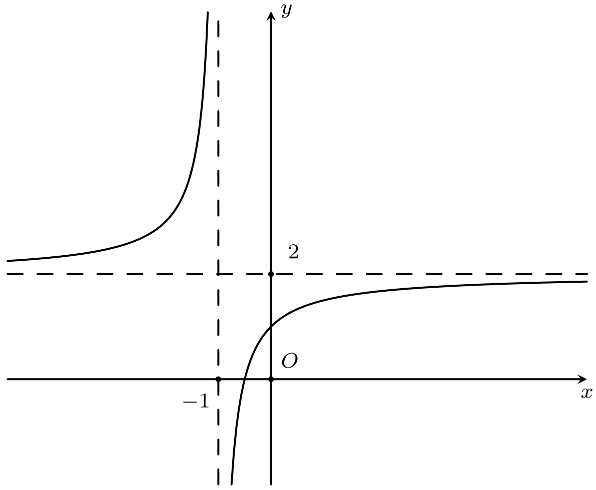
Lời giải

Nhìn vào đồ thị, ta có: $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$. Do đó, đồ thị có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Theo đồ thị, ta cũng có: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$. Do đó, đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Vậy đồ thị 2 đường tiệm cận là: tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

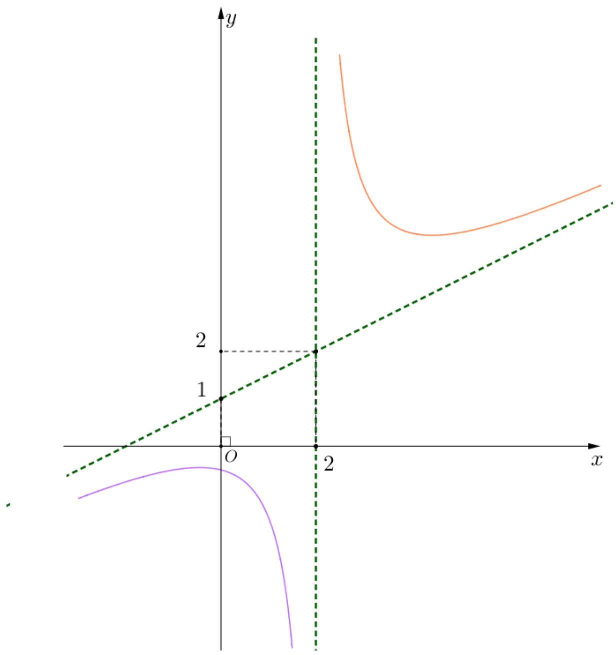


Phương trình đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là?

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y=2$ và tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là?

Lời giải

Gọi đường tiệm cận xiên của đồ thị có dạng $y=ax+b$

Dựa vào hình vẽ ta thấy đường tiệm cận xiên đi qua hai điểm $A\left(2;2\right)$ và $B\left(0;1\right)$ suy ra

$$\begin{cases}2a+b=2\\ b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=1\end{cases}$$

Vậy đường tiệm cận xiên của đồ thị là $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

Câu 16: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} y=x-1+\dfrac{1}{x-1} \\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x-1}=0 \end{cases} \Rightarrow TCX: y=x-1.$

DẠNG 3: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ HÀM HỢP

Các dạng trong chủ đề: Cho hàm số $y=f(x)$ biết bảng biến thiên hoặc đồ thị. Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=g(x)$ thuộc một trong các dạng sau

1) $y=f(u(x))$,

2) $y=g(f(x))$,

3) $y=g(f(\text{u}(x)))$,

4) $y=g(x,f(x))$,

5) $y=g(x,f(\text{u(x)}))$.

Phương pháp giải: Gọi (G) là đồ thị hàm số $y=g(x)$.

1)Tìm tiệm cận ngang.

Xét hàm số dạng $g(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$.Một dấu hiệu thường dùng để nhận biết (G) có tiệm cận ngang:

+ Hàm số $y=g(x)$ xác định trên $(a;+\infty)$ hoặc trên $(-\infty;a)$.

+ Bậc của $u(\text{x})\le$ Bậc của $v(\text{x})$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=y_0 \Rightarrow$ Đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của (G).

2)Tìm tiệm cận đứng.

Xét dạng hàm số $g(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$. Một dấu hiệu thường dùng để nhận biết đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của (G):

+ $v(x_0)=0$ và $u(x_0)\ne 0$, $g(x)$ xác định trên $(a;x_0)$ hoặc $(x_0;b)$.

+ Ít nhất một trong hai giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0^+}g(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0^-}g(x)$ là giới hạn vô cực.

$\Rightarrow$ Đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của (G).

Trong chủ đề này, các dấu hiệu nhận biết ở trên dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị của hàm số $y=f(x)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right) \\ x=x_2\in\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\end{array}\right.$.

Do $\lim\limits_{x\to x_1^+} y=\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_1^-} y=\lim\limits_{x\to x_1^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ nên $x=x_1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

Do $\lim\limits_{x\to x_2^+} y=\lim\limits_{x\to x_2^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_2^-} y=\lim\limits_{x\to x_2^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ nên $x=x_2$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=1$ nên $y=1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x=x_1$; $x=x_2$ và 1 tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{1}{2f(x)-3}$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \in (1;2) \\ x=x_2 \in (2;+\infty) \end{array}\right.$.

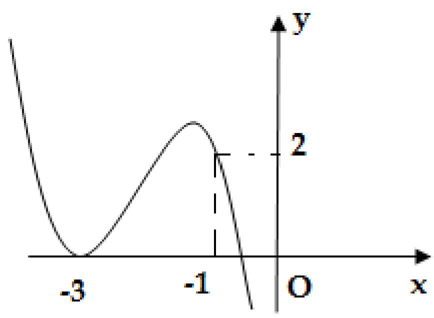
• $\lim\limits_{x\to x_1^+} g(x)=\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{1}{2f(x)-3}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to x_1^-} g(x)=\lim\limits_{x\to x_1^-}\dfrac{1}{2f(x)-3}=-\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x=x_1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-3}$.

• $\lim\limits_{x\to x_2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to x_2^+}\dfrac{1}{2f(x)-3}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to x_2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to x_2^-}\dfrac{1}{2f(x)-3}=+\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x=x_2$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-3}$.

• $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{2f(x)-3}=0$, $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1}{2f(x)-3}=0 \Rightarrow$ Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-3}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-3}$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x=x_1; x=x_2$ và 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \ \ (a,b,c,d \in R)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{(f(x))^2-2f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge 0 \end{array}\right. \\ f(x)\ne 0 \\ f(x)\ne 2 \end{cases}$

Ta có $g(x)=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{(f(x))^2-2f(x)}=\dfrac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{(f(x))^2-2f(x)}$, Xét phương trình $\left(f(x)\right)^2-2f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.$.

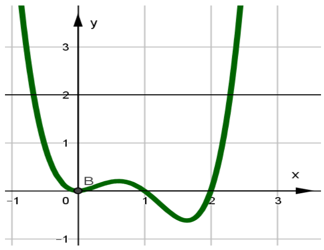
Với $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=x_1\in(-1;0)(l)\end{array}\right.$ trong đó $x=-3$ là nghiệm nghiệm kép, nên mẫu sẽ có nhân tử $(x+3)^2$ do đó $x=-3$ là một tiệm cận đứng.

Với $f(x)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=x_2\in(-3;-1)\\x=x_3\in(-\infty;-3)\end{array}\right.$, ba nghiệm này là nghiệm đơn, nên

$f(x)-2=k(x+1)(x-x_2)(x-x_3)$, ta thấy trong $g(x)$ thì $(x+1)$ sẽ bị rút gọn nên có thêm $x=x_2\in(-3;-1)$ và $x=x_3\in(-\infty;-3)$ là tiệm cận đứng.

Vậy tóm lại đồ thị có 3 tiệm cận đứng là $x=-3;x=x_2;x=x_3$.

Câu 20: Cho đồ thị hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hỏi đồ thị của hàm số $g(x)=\dfrac{(x^6+1)(x^2-5x).\sqrt{x^2-2x}}{\left[f^2(x)-2f(x)\right](2x-10)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Điều kiện: $\left[\begin{array}{l}x\le 0\\x\ge 2\end{array}\right.$.

Giả sử $f(\text{x})=\text{ax}^4+bx^3+cx^2+dx+e$

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}g(\text{x})=\dfrac{-1}{2a^2};\lim\limits_{x\to+\infty}g(\text{x})=\dfrac{1}{2a^2}$ nên đồ thị hàm số g(x) có 2 tiệm cận ngang $y=\pm\dfrac{1}{2a^2}$

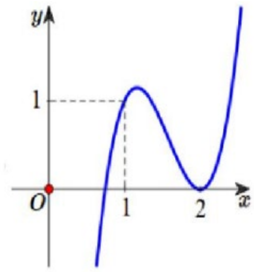
Dễ thấy $[f^2(\text{x})-2f(\text{x})](2\text{x}-10)=0\Leftrightarrow f(x)[f(x)-2].2.(x-5)=0$ có các nghiệm

$x=0;x=1;x=2;\text{x}=5;x=x_1\in(-1;0);x=x_2\in(2;3)$

So sánh với điều kiện của căn và bội của nghiệm ta thấy đồ thị g(x) có các đường tiệm cận đứng là: $x=0;x=2;x=x_1;x=x_2$

Vậy đồ thị hàm số g(x) có 6 đường tiệm cận kể cả ngang và đứng

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ là hàm số đa thức với hệ số thực, có đồ thị (C) như hình vẽ bên.



Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-1}}{\left(x+1\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$.

Lời giải

Điều kiện: $x\ge 1$

$$\left(x+1\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ f^2\left(x\right)-f\left(x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\quad (loai)\\ f\left(x\right)=0\\ f\left(x\right)=1\end{array}\right..$$

Dựa vào đồ thị ta ta có

$$f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=x_1\in\left(1;2\right)\\ x=x_2\in\left(2;+\infty\right)\end{array}\right.\Rightarrow f(x)-1=a(x-1)(x-x_1)(x-x_2).$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_3\in\left(0;1\right)\\ x=2\end{array}\right.\text{ và } f(x)=a(x-x_3)(x-2)^2.$$

Hàm số có tập xác định $D=\left(1;+\infty\right)\backslash\left\{x_1;x_2;2\right\}$.

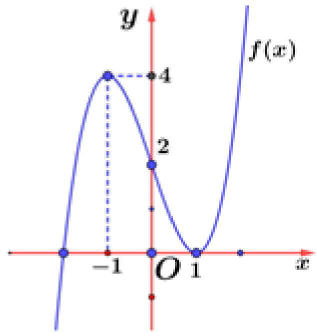
$$g\left(x\right)=\frac{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\sqrt{x-1}}{\left(x+1\right)a(x-1)(x-x_1)(x-x_2)a(x-x_3)(x-2)^2}=\frac{\sqrt{x-1}}{a^2\left(x+1\right)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-2)}$$

Tại các điểm $x=x_1,\ x=2,\ x=x_2$ mẫu của $g\left(x\right)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị dương. Và do hàm số xác định trên mỗi khoảng $\left(1;x_1\right)$, $\left(x_1;2\right)$, $\left(2;x_2\right)$, $\left(x_2;+\infty\right)$ nên giới hạn một bên của hàm số $y=g\left(x\right)$ tại các điểm $x=x_1,\ x=2,\ x=x_2$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 3 tiệm cận đứng, đó là các đường thẳng $x=x_1,\ x=2,\ x=x_2$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

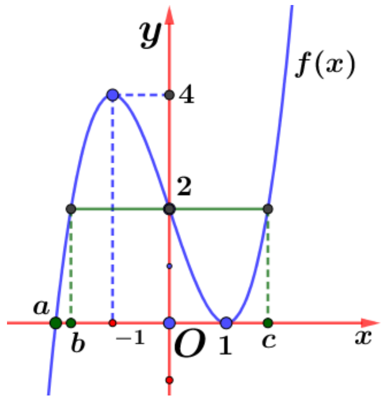
Câu 22: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$.

Lời giải

Ta có: $f^2(x)-2f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=0 & (1) \\ f(x)=2 & (2) \end{array}\right.$.



Dựa vào đồ thị hàm số,ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1=a<-1$ (nghiệm đơn) và $x_2=1$ (nghiệm kép) $\Rightarrow f(x)=k(x-a)(x-1)^2\ (k\neq 0)$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn $x_1,\ x_2,\ x_3$ với $x_1=b<-1<x_2=0<1<x_3=c$

$\Rightarrow f(x)-2=k(x-b)x(x-c)\ \ (k\neq 0)$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=g(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{a;b;0;1;c\}$

+) Tìm tiệm cận ngang:

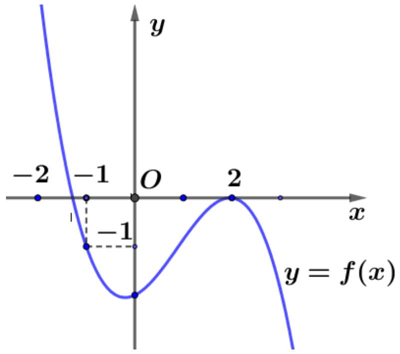
Vì $g(x)=\dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}=\dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)\left[f(x)-2\right]}=\dfrac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x=a,\ x=b,\ x=0,\ x=1,\ x=c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị dương. Và do hàm số xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\{a;b;0;1;c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y=g(x)$ tại các điểm $x=a,\ x=b,\ x=0,\ x=1,\ x=c$ là các giới hạn vô cực. Do đó, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 5 tiệm cận đứng, đó là các đường thẳng $x=a,\ x=b,\ x=0,\ x=1,\ x=c$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 tiệm cận ngang $y=0$ và 5 tiệm cận đứng $x=a,\ x=b,\ x=0,\ x=1,\ x=c$.

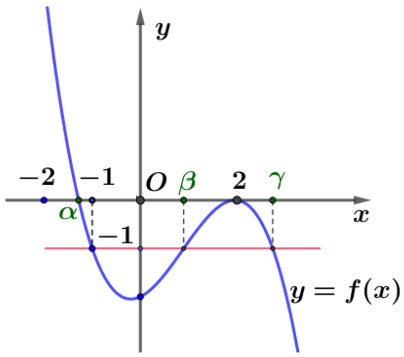
Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây



Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y=g(x)=\frac{(x^2+2x-3)\sqrt{x}}{(x^2-x)\left[(f(x))^2+f(x)\right]}.$$

Lời giải



Trước hết, ta cần tìm $x\geq 0$ để $(x^2-x)\left[(f(x))^2+f(x)\right]=0$.

Ta có:

$$(x^2-x)\left[(f(x))^2+f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\f(x)=0\\f(x)=-1\end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy

• $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha\in(-2;-1)\\x=2\end{array}\right.$ và $f(x)=a(x-\alpha)(x-2)^2$.

• $f(x)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\beta\in(0;2)\\x=\gamma\in(2;+\infty)\end{array}\right.\Rightarrow f(x)+1=a(x+1)(x-\beta)(x-\gamma)$.

Vậy hàm số $y=g\left(x\right)$ có tập xác định là $D=\left(0;+\infty\right)\backslash\left\{\beta;1;2;\gamma\right\}$.

Khi đó ta có

$$y=g\left(x\right)=\frac{\left(x-1\right)\left(x+3\right)\sqrt{x}}{x\left(x-1\right)f\left(x\right)\left[f\left(x\right)+1\right]}=\frac{x+3}{\sqrt{x}a\left(x-\alpha\right)\left(x-2\right)^2a\left(x+1\right)\left(x-\beta\right)\left(x-\gamma\right)}$$

$$=\frac{x+3}{a^2\sqrt{x}\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2\left(x-\alpha\right)\left(x-\beta\right)\left(x-\gamma\right)}$$

+) **Tìm tiệm cận ngang**: Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=0$ (do bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu)$\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

+) **Tìm tiệm cận đứng**:

$$g\left(x\right)=\frac{x+3}{a^2\sqrt{x}\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2\left(x-\alpha\right)\left(x-\beta\right)\left(x-\gamma\right)}$$

Mẫu thức của $g\left(x\right)$ có 6 nghiệm phân biệt là $\alpha;-1;0;\beta;2;\gamma$.

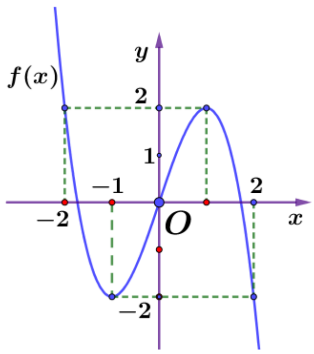
* Tại $x=\alpha\in\left(-2;-1\right)$ và $x=-1$ các giới hạn một bên của $g\left(x\right)$ không tồn tại nên $x=\alpha;x=-1$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

* Tại $x=0$ ta có $\lim\limits_{x\to0^+}g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x+3}{a^2\sqrt{x}\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2\left(x-\alpha\right)\left(x-\beta\right)\left(x-\gamma\right)}=+\infty$ nên $x=0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

* Tại $x=\beta;x=2$ và $x=\gamma$ các giới hạn một bên của $g\left(x\right)$ đều là giới hạn vô cực (vì mẫu thức bằng 0 còn tử thức khác 0 tại các điểm đó) nên $x=\beta;x=2$ và $x=\gamma$ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

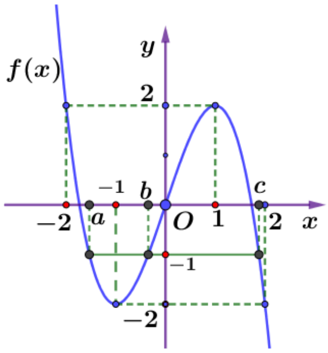
Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$ và 4 đường tiệm cận đứng là $x=0;x=\beta;x=2$ và $x=\gamma$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\frac{x+2}{f(x)+1}$.

Lời giải



Từ đồ thị ta thấy

$$f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-2;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(1;2) \end{array}\right.$$

$\lim\limits_{x\to a^-} g(\text{x})=+\infty$ nên $x=a$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

$\lim\limits_{x\to b^-} g(\text{x})=-\infty$ nên $x=b$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

$\lim\limits_{x\to c^-} g(\text{x})=+\infty$ nên $x=c$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘		2	↗ $+\infty$	|| $-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)=f(x^2-2x-2)$.

Lời giải

Ta có $x^2-2x-2\neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq 3 \end{cases}$. Vậy hàm số $y=g(x)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

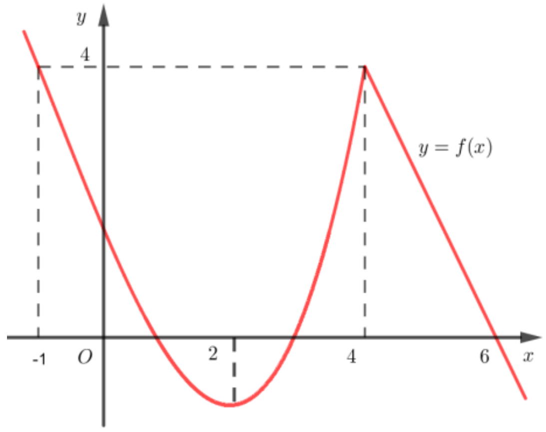
Do $\lim\limits_{x\to(-1)^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x^2-2x-2)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} g(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x^2-2x-2)=-\infty$ nên $x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Do $\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 3^+} f(x^2-2x-2)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} f(x^2-2x-2)=+\infty$ nên $x=3$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x^2-2x-2\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x^2-2x-2\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=g(x)$ không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=f\left(x^2-2x-2\right)$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x=-1\,;x=3$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây



Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)=f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)$

Lời giải

Hàm số $y=g(x)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

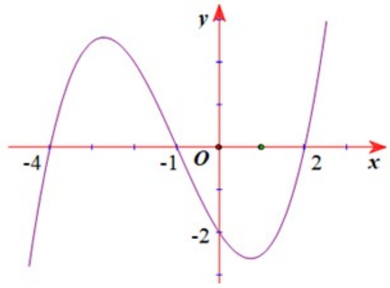
Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

Do $\lim\limits_{x\to(-1)^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} g(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)=+\infty$ nên $x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)=4$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)=4$ nên $y=4$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=f\left(\dfrac{2-x}{x+1}\right)$ có 1 đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và có 1 tiệm cận ngang là $y=4$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây

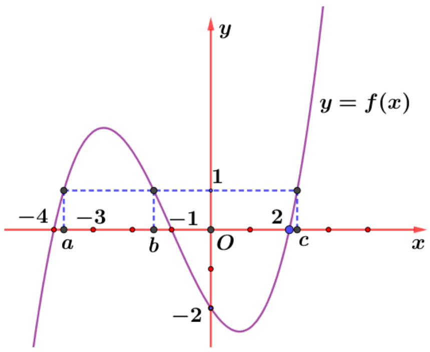


Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{f\left(x\right)}}{f\left(x\right)-1}$.

Lời giải

ĐKXĐ: $\begin{cases} f\left(x\right)\geq 0 \\ f\left(x\right)\neq 1 \end{cases}$.

$\bullet f\left(x\right)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4\leq x\leq -1 \\ x\geq 2 \end{array}\right.$



$\bullet f\left(x\right)\neq 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\neq a\in\left(-4;-3\right) \\ x\neq b\in\left(-3;-1\right) \\ x\neq c\in\left(2;+\infty\right) \end{array}\right.$.

Hàm số $y=g\left(x\right)$ có tập xác định là $D=\left[-4;a\right)\cup\left(a;b\right)\cup\left(b;-1\right]\cup\left[2;c\right)\cup\left(c;+\infty\right)$.

+) **Tìm tiệm cận ngang**: Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)=0$ (do bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu) $\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

+) **Tìm tiệm cận đứng**:

Mẫu thức của $g\left(x\right)$ có 3 nghiệm phân biệt là $a;b;c$, và tại các điểm này các giới hạn một bên của $g\left(x\right)$ đều là giới hạn vô cực (vì mẫu thức bằng 0 còn tử thức khác 0 tại các điểm đó) nên $x=a;x=b;x=c$ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$ và 3 đường tiệm cận đứng là

$$x=a;x=b;x=c.$$

Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{3}{f(x^3+x+1)-1}$.

Lời giải

x	$-\infty$	a		-1		1		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy

$$f(x^3+x+1)-1=0 \Leftrightarrow f(x^3+x+1)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+x+1=1 \\ x^3+x+1=a,\ a<-1 \end{array}\right..$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3+x+1=a,\ a<-1\ (2) \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $h(x)=x^3+x+1$ ta thấy với $a<-1$ thì phương trình $x^3+x+1=a$ có nghiệm duy nhất $x_0<-1$

x	$-\infty$	x_0		-1	$+\infty$
$3x^2+1$			$+$		
x^3+x+1	$-\infty$	a	$\nearrow$	-1	$+\infty$

Suy ra hàm số $y=g(x)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0;x_0\}$, $x_0<-1$.

+) Tìm tiệm cận ngang:

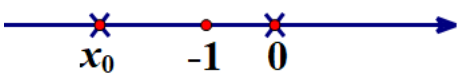
Đặt $t=x^3+x+1$. Khi $x\to+\infty$ thì $t\to+\infty$ và khi $x\to-\infty$ thì $t\to-\infty$.

Do đó, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x^3+x+1)=\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{f(x^3+x+1)-1}=0.$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x^3+x+1)=\lim_{t\to-\infty} f(t)=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{f(x^3+x+1)-1}=0.$$

Suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 1 tiệm cận ngang đó là đường thẳng $y=0$.

+) Tìm tiệm cận đứng:



$g(x)=\dfrac{3}{f(x^3+x+1)-1}$

Tại xác điểm $x=0,\ x=x_0$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử luôn nhận giá trị bằng 3. Và do hàm số xác định trên mỗi khoảng $(-\infty;x_0)$, $(x_0;0)$, $(0;+\infty)$ nên giới hạn một bên của hàm số $y=g(x)$ tại các điểm $x=0,\ x=x_0$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có hai tiệm cận đứng, đó là các đường thẳng $x=0,\ x=x_0$

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 đường tiệm cận: 1 tiệm cận ngang $y=0$ và 2 tiệm cận đứng $x=0,\ x=x_0$.

DẠNG 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ TIỆM CẬN CHỨA THAM SỐ

Câu 29: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+7}{mx-1}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $A(1;-2)$.

Lời giải

Để đường tiệm cận đứng đi qua $A(1;-2)$ thì đường tiệm cận đứng phải có phương trình $x=1$.

Khi đó $x=1$ là nghiệm của $mx-1=0$. Suy ra $m=1$.

Thử lại: với $m=1$ thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+7}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng $x=1$ đi qua $A(1;-2)$.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 30: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+x+m}$ có ba đường tiệm cận.

Lời giải

Ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$.

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+x+m}$ có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2+x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases}1-4m>0\\ 2^2+2+m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{4} \\ m\neq -6\end{cases}$.

Câu 31: Tìm tham số m để đồ thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Lời giải

Ta có:

Tiệm cận ngang của hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là:

$y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}=\dfrac{m+1}{2}=1\Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m=1$.

Câu 32: Tìm các tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{m}{x}+\dfrac{4}{x^2}}=0$.

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số cần có đúng một đường tiệm cận đứng. Hay phương trình: $f(x)=x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Ta có $\Delta=m^2-4.1.4=m^2-16$

Khi đó $\left[\begin{array}{l} m^2-16=0 \\ \begin{cases} m^2-16>0 \\ f(1)=0 \end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-4 \\ \begin{cases} m^2-16>0 \\ m=-5 \end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-4 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Vậy $m\in\{-4;4;-5\}$.

Câu 33: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 8?

Lời giải

Để đồ thị hàm số tồn tại tiệm cận đứng thì $ad-bc\neq 0\Leftrightarrow -3m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là các đường thẳng $x=1$ và $y=2m$.

Khi đó diện tích hình chữ nhật tạo thành là: $|1.2m|=8\Leftrightarrow |m|=4\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Câu 34: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đi qua điểm $A(-1;7)$ và giao điểm hai tiệm cận của (C) là điểm $I(-2;3)$. Biết c là số nguyên dương và a,c là các số nguyên tố cùng nhau. Tìm các số a,b,c,d.

Lời giải

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}$ với điều kiện $ad-bc\neq 0$

Khi đó ta có $\begin{cases} -\dfrac{d}{c} = -2 \\ \dfrac{a}{c} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2c \\ a = 3c \end{cases} \xrightarrow[c \in \mathbb{N}^*]{(a,c)=1} c = 1 \Rightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow (C): y = \dfrac{3x+b}{x+2}$.

Do $A(-1;7) \in (C) \Rightarrow 7 = \dfrac{-3+b}{-1+2} \Leftrightarrow b = 10$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \dfrac{x-m}{x^2+3x-4}$. Giá trị nào của m để đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng?

Lời giải

Ta có: $y = \dfrac{x-m}{x^2+3x-4} = \dfrac{x-m}{(x-1)(x+4)}$.

*) Với $m = 1$

Thì $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-1}{(x-1)(x+4)} = \dfrac{1}{5}$; $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x-1}{(x-1)(x+4)} = \dfrac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x \to -4+} \dfrac{x-1}{(x-1)(x+4)} = +\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -4$

*) Với $m = -4$

Thì $\lim\limits_{x \to -4^+} \dfrac{x+4}{(x-1)(x+4)} = \dfrac{-1}{5}$; $\lim\limits_{x \to -4^+} \dfrac{x+4}{(x-1)(x+4)} = \dfrac{-1}{5}$ và $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x+4}{(x-1)(x+4)} = +\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = 1$

*) Với $m \neq 1, -4$ thì đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = 1$, $x = -4$

Vậy $m = 1, m = -4$ thì đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 36: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình vuông

Lời giải

Ta có đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$

Với $2.m - 1.m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ thì đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = m$

Để 2 đường tiệm cận cùng với 2 trục tọa độ tạo thành một hình vuông thì $|m| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{1-x}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận.

Lời giải

Xét đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x^2-2mx+4}$ (C)

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số (C) có ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ 1-2m+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m\neq \dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy với $m<-2$ hoặc $m>2, m\neq \dfrac{5}{2}$ thì đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

Câu 38: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Tìm a,b.

Lời giải

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì $b\neq 0$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{2}{b}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{b}$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} \dfrac{2}{b}=2 \\ \dfrac{a}{b}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$.

Vậy: $a=3; b=1$.

Câu 39: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{2x^2-3x+5}+mx-6$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{2x^2-3x+5}-\sqrt{2}x+\left(m+\sqrt{2}\right)x-6\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-3x+5}{\sqrt{2x^2-3x+5}+\sqrt{2}x}-6+\left(m+\sqrt{2}\right)x\right]$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $x\to+\infty \Leftrightarrow m+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow m=-\sqrt{2}$

(do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-3x+5}{\sqrt{2x^2-3x+5}+\sqrt{2}x}-6\right)=\dfrac{-3}{2\sqrt{2}}-6$ hữu hạn)

Có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\sqrt{2x^2-3x+5}+\sqrt{2}x+\left(m-\sqrt{2}\right)x-6\right]$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{-3x+5}{\sqrt{2x^2-3x+5}-\sqrt{2}x}-6+\left(m-\sqrt{2}\right)x\right]$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $x\to-\infty \Leftrightarrow m-\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow m=\sqrt{2}$

(do $\lim_{x\to-\infty}\left(\dfrac{-3x+5}{\sqrt{2x^2-3x+5}-\sqrt{2}x}-6\right)=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}-6$ hữu hạn)

Vậy tổng bình phương tất cả các giá trị của m thỏa mãn bằng $\left(-\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=4$.

CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

III BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **Câu 8 (101-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 2: **Câu 15 (102-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 3: **Câu 19 (103-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 4: **Câu 24 (104-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 5: **(MĐ 101-2022)** Tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 6: **(MĐ 102-2022)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 7: **(MĐ 103-2022)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 8: **(MĐ 104-2022)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 9: **(TK 2020-2021)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 10: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 11: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 12: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $x=-1$.

Câu 13: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 14: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-1$.

Câu 15: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Câu 16: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 17: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-3$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=3$. **D.** $y=1$.

Câu 18: **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 20: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\frac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 21: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=\frac{1}{5}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=5$.

Câu 22: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 23: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$ là:

A. $y=\frac{1}{3}$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 24: **(Mã 101 – 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 25: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 26: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 27: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Câu 28: **(Đề minh họa 1, Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ t hị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 29: **(Đề minh họa 1, Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m<0$.

C. $m=0$.

D. $m>0$.

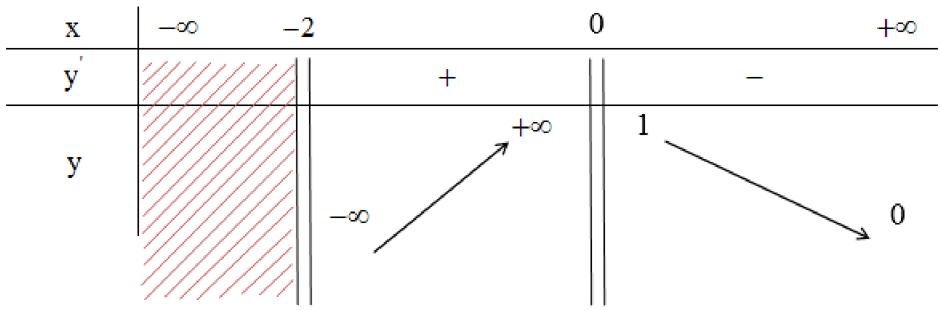
Câu 30: **(Đề minh họa 2, Năm 2017)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 31: **(Đề minh họa 2, Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 32: **(Đề minh họa 3, Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 33: **(Mã 101, Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 34: **(Mã 102, Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 35: **(Mã 103, Năm 2017)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 36: **(Mã 104, Năm 2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 37: **(Đề minh họa, Năm 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 38: **(Mã 102, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39: **(Mã 103, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 40: **(Mã 104, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 41: **(Đề minh họa, Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1			$+\infty$
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ 3	$\nearrow$		5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 42: **(Mã 101, Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43: **(Mã 102, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0		$-\infty$ ‖ 2		-2		$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 44: **(Mã 103, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1		$-\infty$ ‖ 2		-3		3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45: **(Mã 104, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0		-4 ‖ $+\infty$		-3		3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

III BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **Câu 8 (101-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x=2$.

Câu 2: **Câu 15 (102-2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=+\infty$.

Do đó đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 3: **Câu 19 (103-2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x=1$.

Câu 4: **Câu 24 (104-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}} \dfrac{3x-1}{x-2}=\pm\infty$ nên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

Câu 5: **(MĐ 101-2022)** Tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-2.$ **B.** $x=1.$ **C.** $y=1.$ **D.** $y=-2.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình $y=1.$

Câu 6: **(MĐ 102-2022)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{2x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}}=1$

và: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{2x+4} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}} = 1$

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình: $y = 1$.

Câu 7: **(MĐ 103-2022)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = -2$.

Câu 8: **(MĐ 104-2022)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -1$. **B.** $y = -2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

Câu 9: **(TK 2020-2021)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{2x+4}{x-1} = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{2x+4}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Câu 10: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$.   **B.** $x=-1$.   **C.** $x=2$.   **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 11: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$.   **B.** $x=-2$.   **C.** $x=2$.   **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Từ $\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to 2^-}y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty$ nên suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 12: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$.   **B.** $x=1$.   **C.** $x=\dfrac{-1}{2}$.   **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$.

Câu 13: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $x=2$.   **B.** $x=-1$.   **C.** $x=-2$.   **D.** $x=1$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 14: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-4$.   **B.** $y=1$.   **C.** $y=4$.   **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x-1}{x+1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{4-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 4$.

Vậy tiệm cận ngang đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình: $y = 4$.

Câu 15: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 5$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -5$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y = 5$

Câu 16: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng: $y = 2$.

Câu 17: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -3$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x-1}{x+1} = 3$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Câu 18: **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\left(5-\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}} = 5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=5$.

Tiệm cận đứng:

Cho $x^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1} y = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x+1}{x+1} = \dfrac{6}{2} = 3$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{1}{x+1}.\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}\right) = -\infty$$

vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1} = -4<0 \end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 19: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$

Suy ra $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 20: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = \dfrac{4}{1} = 4$

Câu 21: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1}{x-1}=5 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+1}{x-1}=5 \end{cases} \Rightarrow y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 22: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệmcận ngang là $y=2$.

Câu 23: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ là:

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 24: **(Mã 101 – 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty; \lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 25: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải.

Chọn D

$\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 26: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-2}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-2}{x+1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 27: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to -3^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 28: **(Đề minh họa 1, Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ t hị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29: **(Đề minh họa 1, Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m<0$.

C. $m=0$.

D. $m>0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{\sqrt{m}}$

và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{m}}$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y = \dfrac{1}{\sqrt{m}}; y = -\dfrac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow m > 0$

Câu 30: **(Đề minh họa 2, Năm 2017)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y = \lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{2x+1}{x+1} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y = \lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{2x+1}{x+1} = +\infty$ suy ra đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 31: **(Đề minh họa 2, Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x = -3$ và $x = -2$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$ và $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{2;3\}$

$$\lim_{x\to2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x\to2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\dfrac{7}{6}$.Suy ra đường thẳng $x = 2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty;\ \lim_{x\to 3^-}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 32: **(Đề minh họa 3, Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		||	+	||	−	
y		|| $-\infty$	↗ $+\infty$	|| 1	↘	0

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\lim_{x\to 2^+} y=-\infty \Rightarrow \mathrm{TCD}: x=-2;\ \lim_{x\to 0^-} y=+\infty \Rightarrow \mathrm{TCD}: x=0;\ \lim_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow \mathrm{TCN}: y=0.$

Câu 33: **(Mã 101, Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim_{x\to(-1)^-} y=\lim_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to 0^+} y=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to 0^-} y=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 34: **(Mã 102, Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} y=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 35: **(Mã 103, Năm 2017)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x=0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B,C,D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

Câu 36: **(Mã 104, Năm 2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đườngthẳng $x=-2$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 37: **(Đề minh họa, Năm 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 38: **(Mã 101, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to0^+} y=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to0^-} y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{\left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 39: **(Mã 102, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to0} y=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 40: **(Mã 103, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-25;+\infty)\setminus\{-1;0\}$. Biến đổi $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}$.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 41: **(Mã 104, Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to 0} y=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty.$$

vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 42: **(Đề minh họa, Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ $\Rightarrow$ đường thẳng $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ $\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$ $\Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

KL: Đồ thị hàm số có tổng số ba đường tiệm cận.

Câu 43: **(Mã 101, Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 44: **(Mã 102, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0 ↘		$-\infty$ ‖ 2	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \to +\infty$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$ Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 2$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 45: **(Mã 103, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1 ↘		$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^-} y = -\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 46: **(Mã 104, Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$			0			3		$+\infty$
y'		$-$		||		$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-4	||	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

III BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN THÔNG QUA BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

1.1.1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn. Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$

1.1.2 Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c \neq 0;\ ad - bc \neq 0\right)$ luôn có tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Câu 1: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$+$	
y	-4	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ 1	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

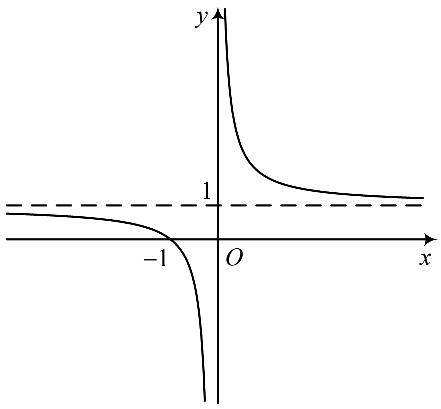
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	-5	$\searrow$	$-\infty$ ‖ 1	$\searrow$	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.

B. Hàm số có hai cực trị.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàmsố $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \Vert -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \Vert 1$	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-1

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 3 **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 10: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$ ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$ ↘		$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỒ THỊ HÀM SỐ THÔNG HÀM SỐ CHO TRƯỚC

1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có TXD: D

Điều kiện cần: D phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$

Điều kiện đủ:

Dạng 1. $y = f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$.

Nếu $degP\left(x\right) > degQ\left(x\right)$: thì không có tiệm cận ngang

Nếu $degP\left(x\right) > degQ\left(x\right)$: TCN $y = 0$

Nếu $degP\left(x\right) = degQ\left(x\right)$: $y = k$

Dạng 2: $y = f(x) = u - \sqrt{v}$: Nhân liên hợp $\Rightarrow y = f(x) = \dfrac{u^2 - v}{u + \sqrt{v}}$

2 Đường tiệm cận đứng

Cho hàm số $y = \dfrac{P\left(x\right)}{Q\left(x\right)}$ có TXD: D

Đkiện cần: giải $Q\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$ là TCĐ khi thỏa mãn đk đủ

Đkiện đủ:

Đkiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

Đkiện 2: - x_0 không phải nghiệm $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCĐ

- x_0 là nghiệm $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCĐ nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 1

Câu 12: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $x = 3$ và $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -3$ và $x = -2$. **D.** $x = -3$.

Câu 13: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14: Đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 15: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x\left(4x+6\right)}-2}{x+2}$ là?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 17: Hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x^3+x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 18: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 19: Cho hàm số $y=\dfrac{5\sqrt{x^2+6}+x-12}{4x^3-3x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng $x=1;x=-\dfrac{1}{2}$.

D. Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$ và một tiện cận đứng $x=1$

Câu 20: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n. Giá trị của $m+n$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 22: Gọi n,d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{\left(x-1\right)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n=0,d=2$. **B.** $n=d=1$. **C.** $n=1,d=2$. **D.** $n=0,d=1$.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 27: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của S là

A. vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2020;2020\right]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039. **B.** 4040. **C.** 4038. **D.** 4037.

Câu 30: Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $\left[-100;100\right]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{(x-m)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cân?

A. 200. **B.** 2. **C.** 199. **D.** 0.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m=-1$ **B.** $m\in\{1;4\}$ **C.** $m=4$ **D.** $m\in\{-1;-4\}$

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

A. $m > 2$ **B.** $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$

Câu 34: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 6

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2 - 8x + 2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8 **B.** 6 **C.** 7 **D.** Vô số

Câu 36: Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \pm 1$ **D.** Không có m

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = 2$. **B.** $a = 4; b = 4$. **C.** $a = 1; b = 2$. **D.** $a = -1; b = -2$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x^2 + 6x - m - 3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 19. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 4}}{x+2}$ bằng 3?

A. 4. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 40: Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=1$. **B.** $m>1$. **C.** $m=1$ và $m=0$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2020.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2019m$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2020m^4$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 45: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\left[x^2-(2m+1)x+2m\right]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}0<m<1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m<1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$. **C.** $m>1$. **D.** $\begin{cases}0\le m\le 1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x+\sqrt{mx^2+1}$ có tiệm cận ngang.

A. $0<m<1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m>1$.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 49: Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019x}{\sqrt{17x^2-1}-m|x|}$ có bốn đường tiệm cận . Tính số phần tử của tập S.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 51: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Câu 52: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Câu 53: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Câu 54: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

A. $1<m<5$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $m<1$ hoặc $m>5$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

Câu 55: Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x+1}+ax+b}{(x-1)^2}$ không có tiệm cận đứng. Khi đó hiệu $a-b$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 56: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham để m đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2016x+2017}-24\sqrt{7}}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. vô số. **B.** 2. **C.** 2017 **D.** 2019.

Câu 57: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 58: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\le m<0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

III BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN THÔNG QUA BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

1.1.1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn. Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$

1.1.2 Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c \neq 0;\ ad - bc \neq 0\right)$ luôn có tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Câu 1: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$-$	||	$+$	
y	-4	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 4, \lim\limits_{x\to+\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim\limits_{x \to -1^-} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$ || 1	↗	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ ta được tiệm cận ngang $y = 3$

$\lim\limits_{x \to (-2)^-} f(x) = +\infty$ ta được tiệm cận đứng $x = -2$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	-5	↘	$-\infty$ || 1	↘	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

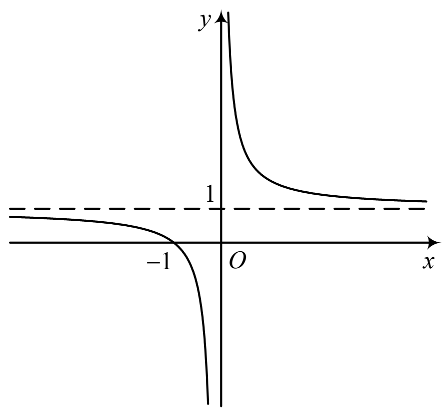
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

+ Tiệm cận ngang $y = -5$

+ Tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.

B. Hàm số có hai cực trị.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàmsố $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0 \Rightarrow y=0$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5 \Rightarrow y=5$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2 \Rightarrow y=2$ là một tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \Vert -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \Vert 1$	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta có

$\lim\limits_{x\to -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-1

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to 1^+} y = -\infty; \lim\limits_{x\to 1^-} = +\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x = 1$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = -1; \lim\limits_{x\to -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCĐ và TCN là 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$+$	
y	0	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 3 **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to(-3)^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to(-3)^+} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to3^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to3^+} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 10: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	||	-	||	-	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

□ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$

.

□ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ không có tiệm cận ngang khi $x \to +\infty$.

□ $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$.

□ $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỒ THỊ HÀM SỐ THÔNG HÀM SỐ CHO TRƯỚC

1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có TXD: D

Điều kiện cần: D phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$

Điều kiện đủ:

Dạng 1. $y=f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$.

Nếu $degP\left(x\right)>degQ\left(x\right)$: thì không có tiệm cận ngang

Nếu $degP\left(x\right)>degQ\left(x\right)$: TCN $y=0$

Nếu $degP\left(x\right)=degQ\left(x\right)$: $y=k$

Dạng 2: $y=f(x)=u-\sqrt{v}$: Nhân liên hợp $\Rightarrow y=f(x)=\dfrac{u^2-v}{u+\sqrt{v}}$

2 Đường tiệm cận đứng

Cho hàm số $y=\dfrac{P\left(x\right)}{Q\left(x\right)}$ có TXD: D

Đkiện cần: giải $Q\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=x_0$ là TCĐ khi thỏa mãn đk đủ

Đkiện đủ:

Đkiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

Đkiện 2: - x_0 không phải nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ

- x_0 là nghiêm $P(x)\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ nếu $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\left[-1;+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{1+\dfrac{2}{x}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to0}y=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(5x+1\right)^2-x-1}{\left(x^2+2x\right)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x^2+9x}{\left(x^2+2x\right)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{25x+9}{\left(x-2\right)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)}=\dfrac{-9}{4}$

$\Rightarrow x=0$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 1 đường tiệm cận.

Câu 12: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=3$ và $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$ và $x=-2$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{2;3\}$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 13: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

TXĐ: $D=[-4;+\infty)\backslash\{-1;0\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

Nên đường thẳng $x=-1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x\to 0}y=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$$

Nên đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 14: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lờigiải

Tập xác định của hàm số $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

TH1: $x<-1\Rightarrow x+1<0$. Khi đó $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=-1$, không có TCĐ.

TH2: $x>1\Rightarrow x+1>0$. Khi đó $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y=1$, TCĐ $x=1$.

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCN

Câu 15: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}$ là?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}}=2$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}}=-2$$

$$\lim_{x\to-2^\pm}\frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}=\lim_{x\to-2^\pm}\frac{(x+2)(4x-2)}{(x+2)\left(\sqrt{x(4x+6)}+2\right)}=\lim_{x\to-2^\pm}\frac{4x-2}{\sqrt{x(4x+6)}+2}=\frac{-5}{2}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang $y=\pm2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện: $x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup(-1;1)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{\sqrt{1-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{2}{x^4}}} = 1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{(x+1)(x+2)}{\sqrt{(x+1)\left(x+\sqrt{2}\right)(x-1)\left(x-\sqrt{2}\right)}} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{\sqrt{(x+1)}(x+2)}{\sqrt{\left(x+\sqrt{2}\right)(x-1)\left(x-\sqrt{2}\right)}} = 0$ nên đường thẳng $x=-1$ không là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim\limits_{x\to\left(-\sqrt{2}\right)^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=-\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận (1 tiệm cận ngang, 3 tiệm cận đứng).

Câu 17: Hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x^3+x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x^2}}\right)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x^2}}\right)=0$$

$\Rightarrow$ TCN: $y=0$

$\lim\limits_{x\to0^+} y = +\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=0$.

Câu 18: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Đkxđ: $\begin{cases} x-2\geq 0 \\ x^2-3x+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\neq 2, x\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 19: Cho hàm số $y=\dfrac{5\sqrt{x^2+6}+x-12}{4x^3-3x-1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Đồ thị (C) của hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị (C) của hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng $x=1; x=-\dfrac{1}{2}$.

D. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$ và một tiện cận đứng $x=1$

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=R\setminus\left\{1;-\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-}y=-\infty; \lim\limits_{x\to 1^+}y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCĐ là $x=1$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCN là $y=0$

Câu 20: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tập xác định $D=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Ta có

$$\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}}\dfrac{3x^2+x}{(3x+1)\left(2x-\sqrt{x^2-x}\right)}=\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}}\dfrac{x}{2x-\sqrt{x^2-x}}=\dfrac{1}{4};$$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=0$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=\frac{1}{3},$$

và $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2x+x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1}=\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{2+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}=1$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{3}$ và $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n. Giá trị của $m+n$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Chọn A

$D=[-2;2]\setminus\{-1\}$

$$\lim_{x\to(-1)^+}y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}=+\infty;\ \lim_{x\to(-1)^-}y=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}=-\infty$$

$\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Vậy $m+n=1$.

Câu 22: Gọi n,d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n=0,d=2$. **B.** $n=d=1$. **C.** $n=1,d=2$. **D.** $n=0,d=1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(0;1)$.

Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. $n=0$.

+) $\lim\limits_{x\to0^+}y=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}}=-\infty$

+) $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}}=-\infty$

Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng, $d=2$.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D=[-1;0)\cup(2;+\infty)$. Ta có

$$\lim_{x\to 0-} y=\lim_{x\to 0-}\frac{25x^2+9x}{\left(x^2-2x\right)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)}=\lim_{x\to 0-}\frac{25x+9}{(x-2)\left(5x+1+\sqrt{x+1}\right)}=-\frac{9}{4}.$$

$\lim\limits_{x\to 2+} y=+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}-\sqrt{\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}}{1-\frac{2}{x}}=0.$$

Vậy đồ thị của hàm số có hai đường tiệm cận có phương trình $x=2$ và $y=0$.

Câu 24: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)\setminus\{1\}$

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)}=-\infty$

do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}}=-\dfrac{1}{3}$ do đó đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

□ Tập xác định $D=\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup(-1;1)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

□ $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{2})^-} y = \lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(1)^-} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Các đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x = \pm\sqrt{2}$, $x = \pm 1$.

□ $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có một tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (-\infty;0)\cup(3;+\infty)$

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{5x-8}{x\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{5-\frac{8}{x}}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = 5$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{5x-8}{-x\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{5-\frac{8}{x}}{-\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = -5$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y = -5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to0^-} y = \lim_{x\to0^-}\frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = -\infty$$

Dạng 2: $y = f(x) = u - \sqrt{v}$: Nhân liên hợp $\Rightarrow y = f(x) = \dfrac{u^2-v}{u+\sqrt{v}}$

2 Đường tiệm cận đứng

Cho hàm số $y = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ có TXD: D

Đkiện cần: giải $Q(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$ là TCĐ khi thỏa mãn đk đủ

Đkiện đủ:

Đkiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

Đkiện 2: - x_0 không phải nghiêm $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCĐ

- x_0 là nghiêm $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCĐ nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$

Câu 27: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của S là

A. vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ x^2-6x+2m>0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-6x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 lớn hơn $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9-2m>0 \\ x_1+x_2>-2 \\ (-2)^2-6\cdot(-2)+2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{2} \\ 3>-2 \\ 4+12+2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{2} \\ m>-8 \end{cases}$.

Do đó tập $S=\{-7;-6;-5;...;4\}$ có 12 giá trị.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}=0$ nên hàm số có một tiện cận ngang $y=0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-8x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=16-m>0 \\ m-7\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<16 \\ m\ne 7 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m\in\{1;2;3;...;6;8;...;15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039. **B.** 4040. **C.** 4038. **D.** 4037.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0,\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi nó có 3 tiệm cận đứng $(*)$.

Có $x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=(x-m)(x^2-2mx+1)$

$x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-2mx+1=0 \qquad (2) \end{array}\right.$

$(*) \Leftrightarrow x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.

$\Leftrightarrow$ $m \neq 3$ và (2) có 2 nghiệm phân biệt khác m và khác 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 2m.m + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 2m.3 + 1 \neq 0 \\ \Delta_2' = m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3, m \neq \frac{5}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

Do đó tập tất cả giá trị nguyên của m thỏa ycbt là $\{-2020; -2019; ...; -2; 2; 4; 5; ...; 2020\}$.

Vậy có 4037 giá trị m thỏa ycbt.

Câu 30: Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{(x-m)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 200. **B.** 2. **C.** 199. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có điều kiện xác định là $\begin{cases} x \neq m \\ x \in (0;2) \end{cases}$, khi đó đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \infty$, $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \infty$

Suy ra $x = 0$, $x = 2$ là hai đường tiệm cận đứng

Vậy để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì $\left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{array}\right.$, theo bài m thuộc đoạn $[-100;100]$. Vậy có 200 số nguyên của m thỏa mãn đầu bài.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m = -1$ **B.** $m \in \{1;4\}$ **C.** $m = 4$ **D.** $m \in \{-1;-4\}$

Lời giải

$$y = \frac{x^2+m}{x^2-3x+2} = \frac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}.$$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ pt $x^2 + m = 0$ nhận nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -4 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ có một tiệm cận đứng $x=2$.

Với $m=-4$ có một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy $m\in\{-1;-4\}$.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$.

* Trường hợp 1: $m=0$.

Khi đó $y=\dfrac{6x-3}{(-6x+3)\left(9x^2+1\right)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó chọn $m=0$.

* Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Xét phương trình $\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)=0$ (1)

Nhận thấy: (C) luôn có một đường tiệm cận ngang $y=0$ và phương trình (1) không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m.

Do đó (C) có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow (1)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases}9-3m<0\\9m^2-9<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\-1<m<1\end{cases}$, .

Kết hợp các trường hợp ta được $m=0$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

A. $m>2$ **B.** $\begin{cases}m<-2\\m\neq-\dfrac{5}{2}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.\\m\neq-\dfrac{5}{2}\end{cases}$ **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.$

Lời giải

Chọn C

Để đồ thị có ba đường tiệm cận thì $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array} \right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 34: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.

A. 0 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 6

Lờigiải

Chọn A

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x = -\dfrac{d}{c} = -m - 3 = 0$ làm TCĐ $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận $y = \dfrac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$.

Vậy $m + n = 0$.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2 - 8x + 2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8 **B.** 6 **C.** 7 **D.** Vô số

Lời giải

TH1: $m < 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (x_1; x_2)$, ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó $m < 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán.

TH2: $m = 0 => y = \dfrac{x-1}{\sqrt{-8x+2}}$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 4)$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty; \lim\limits_{x \to 4^-} y = -\infty$. Khi đó ta có $x = -4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó $m = 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán

TH3: $m > 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2m > 0 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m - 8 + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m \neq 6 \end{cases} \Rightarrow m = \{1;2;3;4;5;7\}$. Suy ra có tất cả 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 36: Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=\pm 1$ **D.** Không có m

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty;a),(-\infty;a],(a,+\infty)$ hoặc $[a;+\infty)$

$m\geq 0$

TH1: $m=0\Rightarrow y=x-\sqrt{-3x+7}$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ đồ thị không có tiệm cận ngang

TH2: $m>0, y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$

Khi $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-x\sqrt{m-\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2}}\right)=\frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $m=1$

Cách trắc nghiệm:

Thay $m=1\Rightarrow y=x-\sqrt{x^2-3x+7}\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-3x+7}\right)=\frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\sqrt{x^2-3x+7}\right)=-\infty$ không có tiệm cận ngang.

Thay $m=-1\Rightarrow y=x-\sqrt{-x^2-3x+7}\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{-x^2-3x+7}\right)$ không xác định.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\sqrt{-x^2-3x+7}\right)$ không xác định.

Vậy $m=1$

Câu 37: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a,b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a=-1;b=2$. **B.** $a=4;b=4$. **C.** $a=1;b=2$. **D.** $a=-1;b=-2$.

Lời giải

Chọn C

+ $b=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\frac{ax+1}{-2}$ không có tiệm cận.

+ $b\neq 0$, tập xác định của hàm số $y=\frac{ax+1}{bx-2}$ là $D=R\setminus\left\{\frac{2}{b}\right\}$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax+1}{bx-2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{a+\frac{1}{x}}{b-\frac{2}{x}}=\frac{a}{b}.$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{b}\Rightarrow\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow b=2a$.

$\lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+} y=\lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+}\dfrac{ax+1}{bx-2}=\left[\begin{array}{l}+\infty\\-\infty\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{2}{b}\Rightarrow\dfrac{2}{b}=1\Leftrightarrow b=2\Rightarrow a=1$.

Vậy $a=1;b=2$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 19. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình

$2x^2+6x-m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}3^2-2(-m-3)>0\\2.1^2+6.1-m-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{15}{2}\\m\neq 5\end{cases}$

Từ đó ta suy ra tập các giá trị nguyên của m thỏa mãn là

$\{-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$. Vậy có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ bằng 3?

A. 4. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có nhiều nhất một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Điều kiện để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có 3 tiệm cận là nó có đúng 1 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

* Xét điều kiện tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

Trường hợp 1: $g(x)=mx^2+3mx+4\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\\begin{cases}m>0\\\Delta=9m^2-16m\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 0\leq m\leq\dfrac{16}{9}$

Trường hợp 2: $g(x)=mx^2+3mx+4\geq 0$ với $\forall x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$ với x_1; x_2 là nghiệm của $g(x)$ $\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\\Delta=9m^2-16m>0\end{cases}\Leftrightarrow m>\dfrac{16}{9}$

Vậy $m\geq 0$ thì tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

Khi đó:

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{m+\frac{3m}{x}+\frac{4}{x^2}}}{1+\frac{2}{x}} = \sqrt{m}$$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{m+\frac{3m}{x}+\frac{4}{x^2}}}{1+\frac{2}{x}} = -\sqrt{m}$$

Vậy điều kiện để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $m>0$

* Xét trường hợp $x=-2$ là nghiệm của tử số $\Rightarrow x=-2$ là nghiệm của $g(x)=mx^2+3mx+4$

$\Rightarrow g(-2)=0 \Rightarrow m=2$

Khi đó $y=\dfrac{\sqrt{2x^2+6x+4}}{x+2} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-2^-} y = \dfrac{\sqrt{2(x+1)(x+2)}}{x+2} = \lim\limits_{x\to-2^-}\left[-\sqrt{\dfrac{2(x+1)}{x+2}}\right] = -\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-2$.

$\Rightarrow m=2$ thỏa mãn

* Xét trường hợp $x=-2$ không là nghiệm của tử số, để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì $\begin{cases} g(-2)\neq 0 \\ g(-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow g(-2)>0 \Leftrightarrow 4-2m>0 \Leftrightarrow m<2$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=-2$ với $\forall m\in(0;2]$

Vậy điều kiện để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+4}}{x+2}$ có 3 tiệm cận là $\forall m\in(0;2]$

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài là $m=1$; $m=2$.

Câu 40: Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2(m-1)x+m^2-2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-2$

Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=1$ hoặc $f(x)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta' > 0\\ f(1) = 0\end{cases}\\ \Delta' = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(m-1)^2 - (m^2-2) > 0\\ 1 + 2(m-1) + m^2 - 2 = 0\end{cases}\\ m = \frac{3}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m < \frac{3}{2}\\ m = 1; m = -3\end{cases}\\ m = \frac{3}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = 1\\ m = -3\\ m = \frac{3}{2}\end{array}\right..$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $-\frac{1}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Do đó, đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x \neq 3$.

Xét phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m = 0$ ta có

$$x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = m\\ x^2 - 2mx + 1 = 0\end{array}\right..$$

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $x \neq 3$ khi và chỉ khi $m \neq 3$ và phương trình

$x^2 - 2mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x \neq 3$ $\Leftrightarrow \begin{cases}m \neq 3\\ m^2 - 1 > 0\\ 3^2 - 2.3.m + 1 \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m \neq 3\\ \left[\begin{array}{l}m > 1\\ m < -1\end{array}\right.\\ m \neq \frac{5}{3}\end{cases}.$

Do m nguyên và $m \in [-6;6]$ nên $m \in \{-6;-5;-4;-3;-2;2;4;5;6\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m = 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m = 1$ và $m = 0$. **D.** $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $\mathbb{R}\backslash\{m\}$.

Có $\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}=\lim\limits_{x\to m}\left(2x+2m-3+\dfrac{2m^2-2m}{x-m}\right)$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phải tồn tại $\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$,

$\Rightarrow 2m^2-2m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$

Vậy đáp án **C.**

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-4x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-m>0 \\ 12+m\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2017\le m<4 \\ m\neq -12 \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-2017;-2016;..;3\}\setminus\{-12\}$.

Do đó số giá trị nguyên của tham số m thỏa đề bài là: $3-(-2017)+1-1=2020$ giá trị.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2019m$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2020m^4$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang

$\Leftrightarrow 2019m=2020m^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{\dfrac{2019}{2020}} \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa bài toán

Câu 45: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\left[x^2-(2m+1)x+2m\right]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} 0<m<1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m<1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **C.** $m>1$. **D.** $\begin{cases} 0\le m\le 1 \\ m\neq\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > m$.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Xét phương trình $\left[x^2 - (2m+1)x + 2m\right]\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x^2 - (2m+1)x + 2m = 0 \, (*) \end{array}\right.$

Để hàm số có 4 đường tiệm cận thì phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $m < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 > 0 \\ (x_1 - m)(x_2 - m) > 0 \\ x_1 + x_2 > 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{1}{2} \\ x_1x_2 - m(x_1 + x_2) - m^2 > 0 \\ 2m + 1 > 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{1}{2} \\ m - m^2 > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{1}{2} \\ 0 < m < 1 \end{cases}.$$

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{6x-3}{(mx^2 - 6x + 3)(9x^2 + 6mx + 1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x) = mx^2 - 6x + 3$ và $g(x) = 9x^2 + 6mx + 1$. Ta xét các trường hợp:

+ Trường hợp 1: $m = 0$ khi đó ta có $y = \dfrac{6x-3}{(-6x+3)(9x^2+1)}$ đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$ do đó $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp 2: $m \neq 0$ và cả hai tam thức $f(x)$ và $g(x)$ đều vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_f < 0 \\ \Delta'_g < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m < 0 \\ 9m^2 - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$$

+ Trường hợp 3: Tam thức $g(x)$ nhận $x = \dfrac{1}{2}$ làm nghiệm $g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{13}{12}$ khi đó $f(x)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho có nhiều hơn 1 đường tiệm cận.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{6x-3}{(mx^2 - 6x + 3)(9x^2 + 6mx + 1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x + \sqrt{mx^2 + 1}$ có tiệm cận ngang.

A. $0 < m < 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện cần và đủ để đồ thị hàm số: $y=x+\sqrt{mx^2+1}$ có tiệm cận ngang là tồn tại số thực k

sao cho: $\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\text{k}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\text{k}\end{array}\right.$

Hiển nhiên nếu $m\le 0$ thì giới $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})$ không hữu hạn

Nếu $m>0$ ta có

$+\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=+\infty.$

$$+\lim_{x\to-\infty}\text{y}=\lim_{x\to-\infty}(x+\sqrt{mx^2+1})=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2(1-m)-1}{x-\sqrt{mx^2+1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\text{x}(1-m)-\frac{1}{x}}{1+\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}$$

Để giới hạn trên hữu hạn khi và chỉ khi m=1.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Với $m=0$; ta có hàm số $y=\dfrac{x-2}{-2x+4}=-2\Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m\ne 0$, ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất hoặc $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.

$mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow\Delta'=0\Leftrightarrow 1-4m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$.

$mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ 4m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{4}\\ m=0\end{cases}\Rightarrow\ m=0$ không thỏa mãn điều kiện.

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019x}{\sqrt{17x^2-1}-m|x|}$ có bốn đường tiệm cận . Tính số phần tử của tập S.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \dfrac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \dfrac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

Với $m \neq \sqrt{17}$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = \dfrac{2019}{m-\sqrt{17}}$, $y = \dfrac{2019}{\sqrt{17}-m}$.

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $\sqrt{17x^2-1} - m|x| = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow \sqrt{17x^2-1} = m|x| \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 17x^2 - 1 = m^2x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ (17-m^2)x^2 = 1 \ (2) \end{cases}$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 17 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < \sqrt{17}$.

Suy ra $S = \{0,1,2,3,4\}$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}{x}}$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^3+mx+1} - \sqrt[3]{x^4+x+1} + m^2x}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-1}{x} - \dfrac{\sqrt[3]{x^4+x+1}-1}{x} + \dfrac{m^2x}{x}\right]$

$= \lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x^3+mx}{x(\sqrt{x^3+mx+1}+1)} - \dfrac{x^4+x}{x(\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2} + \sqrt[3]{x^4+x+1}+1)} + m^2\right]$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{(x^2+m)}{(\sqrt{x^3+mx+1}+1)} - \dfrac{(x^3+1)}{\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2} + \sqrt[3]{x^4+x+1}+1} + m^2\right) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m}{2} - \dfrac{1}{3} + m^2 = 0$.

$\Leftrightarrow 6m^2 + 3m - 2 = 0$ Vậy $m_1 + m_2 = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 51: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=\sqrt{x(x-m)}-1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=-1$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$.

Trường hợp 1: $m=0$ khi đó hàm số là $y=\dfrac{|x|-1}{x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m>0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;0]\cup[m;+\infty)$.

$x=-2\in D$. $g(-2)=\sqrt{2(m+2)}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy $m=1$, $m=2$,.$m=9$ thỏa mãn. Nên có 9 giá trị m.

Trường hợp 3: $m<0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;m]\cup[0;+\infty)$.

Để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì trước hết $x=-2\in D$ hay $m\geq -2$. Nên chỉ có $m=-2$, $m=-1$ thỏa mãn

Với $m=-1$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+1)}-1$, $g(-2)=\sqrt{2}-1\neq 0$nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $m=-2$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+2)}-1$, $g(-2)=\sqrt{x(x+2)}-1=-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy 12 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 52: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-3\geq 0 \\ x^2+x\neq m \end{cases}$.

Dựa vào điều kiện xác định ta suy ra hàm số đã cho không có giới hạn khi $x\to-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}=0,\forall m$.

$\Rightarrow y=0$ là pt đường tiệm cận ngang.

Xét hàm số $f(x)=x^2+x$.

$f'(x)=2x+1;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
f '(x)		-	0		+		
f(x)	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Khi $m<12$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi $m\geq 12$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Do đó để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì $m\in[12;2019]$.

Vậy có 2008 giá trị nguyên của m.

Câu 53: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

+ $f(x)=mx^2-2x+3$ *có bậc* ≥ 1 *nên đồ thị hàm số luôn có* 1 *tiệm cận ngang.*

+ *Do đó: Yêu cầu bài toán* 9 *đồ thị hàm số có đúng* 1 *tiệm cận đứng.*

+ $m=0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow m=0$ thỏa bài toán.

+ $m\neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2-2x+3=0$ có nghiệm kép hoặc nhận $x=1$ làm nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta_f=0\\ f(1)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1}{3}\\ m=-1\end{array}\right.$

+ KL: $m\in\left\{0;\dfrac{1}{3};-1\right\}$.

Câu 54: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

A. $1<m<5$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $m<1$ hoặc $m>5$. **D.** $m>2$ hoặc $m<-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}} = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x^2+m-1}}$ không tồn tại. Suy ra $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó, để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận thì phương trình $x^3-3x^2+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2+m-1$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=3x^2-6x$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$m-1$	$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $x^3-3x^2+m-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m-5<0<m-1 \Leftrightarrow 1<m<5$.

Câu 55: Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x+1}+ax+b}{(x-1)^2}$ không có tiệm cận đứng. Khi đó hiệu $a-b$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số không có tiệm cận đứng nên $f(x)=\sqrt{3x+1}+ax+b=(x-1)^2 g(x)$.

Suy ra $\begin{cases} f(1)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+2=0 \\ a+\dfrac{3}{4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{4} \\ b=-\dfrac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow a-b=\dfrac{1}{2} \to$ đáp án **A.**

Chú ý: Với $f(x)=(x-x_0)^n g(x)$ thì ta luôn có $f(x_0)=f'(x_0)=f''(x_0)=...=f^{(n-1)}(x_0)=0$.

Câu 56: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham để m đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+2016x+2017}-24\sqrt{7}}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. vô số. **B.** 2. **C.** 2017 **D.** 2019.

Lời giải

Chọn C

Biểu thức: $\sqrt{-x^2+2016x+2017}$ có nghĩa khi $-x^2+2016x+2017\ge 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 2017$.

Đặt $f(x)=\sqrt{-x^2+2016x+2017}$.

Xét $x-m=0\Leftrightarrow x=m$. Vậy đồ thị nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể là $x=m$, khi đó điều kiện là: $\begin{cases}-1\le x\le 2017\\ f(m)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in[-1;2017] & (1)\\ \sqrt{-m^2+2016m+2017}\ne 24\sqrt{7} & (*)\end{cases}$

Ta có $(*)\Leftrightarrow m^2-2016m+2015\ne 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 1\\ m\ne 2015\end{cases}(2)$

Từ $(1),(2)\Rightarrow m\in[-1;2017]\backslash\{1;2015\}\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}$ có $2019-2=2017$ số nguyên m thỏa mãn bài toán $\rightarrow$ đáp án **C.**

Câu 57: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}{x}}$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-\sqrt[3]{x^4+x+1}+m^2x}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\sqrt{x^3+mx+1}-1}{x}-\dfrac{\sqrt[3]{x^4+x+1}-1}{x}+\dfrac{m^2x}{x}\right]$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x^3+mx}{x(\sqrt{x^3+mx+1}+1)}-\dfrac{x^4+x}{x(\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2}+\sqrt[3]{x^4+x+1}+1)}+m^2\right]$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{(x^2+m)}{(\sqrt{x^3+mx+1}+1)}-\dfrac{(x^3+1)}{\sqrt[3]{(x^4+x+1)^2}+\sqrt[3]{x^4+x+1}+1}+m^2\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{m}{2}-\dfrac{1}{3}+m^2=0$.

$\Leftrightarrow 6m^2+3m-2=0$ Vậy $m_1+m_2=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 58: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Xét $g(x)=\sqrt{x(x-m)}-1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}=-1$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$.

Trường hợp 1: $m=0$ khi đó hàm số là $y=\dfrac{|x|-1}{x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m>0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;0]\cup[m;+\infty)$.

$x=-2\in D$. $g(-2)=\sqrt{2(m+2)}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy $m=1$, $m=2$,. $m=9$ thỏa mãn. Nên có 9 giá trị m.

Trường hợp 3: $m<0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D=(-\infty;m]\cup[0;+\infty)$.

Để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì trước hết $x=-2\in D$ hay $m\geq -2$. Nên chỉ có $m=-2$, $m=-1$ thỏa mãn

Với $m=-1$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+1)}-1$, $g(-2)=\sqrt{2}-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $m=-2$ ta có $g(x)=\sqrt{x(x+2)}-1$, $g(-2)=\sqrt{x(x+2)}-1=-1\neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy 12 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\leq m<0$. **B.** $-1\leq m\leq 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

Nếu $m=0$ thì $y=\dfrac{1}{x+1}$. Hàm số này có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Vậy với $m=0$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận .

Nếu $m > 0$ thì $mx^2 + 1 > 0$ với mọi x và tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{m + \dfrac{1}{x^2}}}{1 + \dfrac{1}{x}} = \sqrt{m}$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-\sqrt{m + \dfrac{1}{x^2}}}{1 + \dfrac{1}{x}} = -\sqrt{m}$. Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \sqrt{m}$ và $y = -\sqrt{m}$.

$\lim\limits_{x \to (-1)^+} \dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1} = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy $m > 0$ không thỏa mãn.

Nếu $m < 0$ thì tập xác định của hàm số là $D = \left[-\sqrt{-\dfrac{1}{m}}; \sqrt{-\dfrac{1}{m}}\right] \setminus \{-1\}$.

Trường hợp này đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Để đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có một tiệm cận đứng. Điều này xảy ra khi

$-\sqrt{-\dfrac{1}{m}} \le -1 \Leftrightarrow \sqrt{-\dfrac{1}{m}} \ge 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{m} \ge 1 \Leftrightarrow m \ge -1$.

Vậy với $-1 \le m < 0$ thì đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

IV HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \ \Vert \ -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert \ 1$	$\searrow$	0

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

a) Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang cuả đồ thị hàm số.

b) Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng cuả đồ thị hàm số.

c) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng cuả đồ thị hàm số.

d) Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 4.

Câu 2: Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$.Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

a) Khi $m = 0$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

b) Khi $m = 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

c) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x + 3$.

d) Chỉ có hai giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

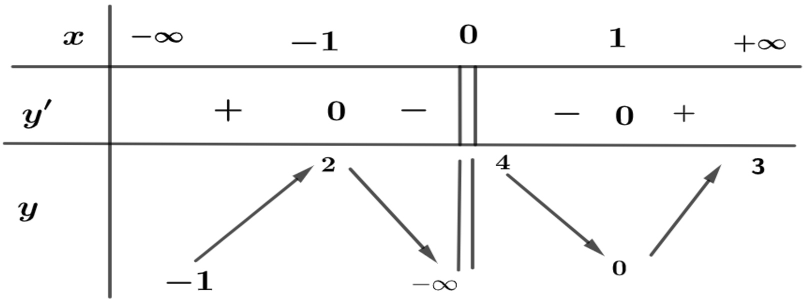
a) Khi $m=1$ đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

b) Khi $m=1$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là tiệm cận ngang $y=0$.

c) Khi $m=-2$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

d) Chỉ có một giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1;\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=4$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

d) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ là 5.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

c) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị nằm trên trục hoành.

d) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị là đỉnh parabol $y=x^2-2x+1$

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\dfrac{1}{2}$.

c) Đường tiệm cận ngang cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x-2$ tại 3 điểm.

d) Hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y=x^2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x+y-\pi=0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x+y=0$.

Câu 9: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x+3}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$, khi đó:

a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành lớn hơn 2.

b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3;-9)$.

c) Gọi $A=\Delta\cap Ox,\ B=\Delta\cap Oy$ ta có $S_{OAB}>3$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=ax+b$ trên $\left[0;3\right]$ là 4.

Câu 10: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\sqrt{4x^2+8x-12}$ và điểm $M\in(C)$ với $x_M<0$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận xiên đều là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Xét $\Delta_1:\ y=ax+b\ (b>0)$ là tiện cận xiên của (C) điểm $(1;4)\in\Delta$.

c) Xét $\Delta_2:\ y=ax+b\ (b<0)$ là tiện cận xiên của (C) khi đó $d_{\max}(M,\Delta_2)<2$.

d) Hoành độ giao điểm của hai đường tiệm cận xiên bằng -2.

Câu 11: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{2x-1}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$ và tiện cận đứng là đường thẳng $x=x_0$. Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S=4a-3b$ lớn hơn 4.

b) Gọi điểm $M(4x_0;2a)$ ta có độ dài của $\overrightarrow{OM}$ nhỏ hơn 2.

c) Gọi $A=\Delta\cap Ox,\ B=\Delta\cap Oy$ và $C=Ox\cap x_0$ ta có $S_{ABC}<0,5$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=ax+b$ trên $\left[-4;-1\right]$ lớn hơn -3.

Câu 12: Cho hàm số $(C_1): f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x)=\dfrac{2x^2-3x-1}{2x-1}$ biết đồ thị hàm số (C_1) có tiện cận đứng và tiện cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$. (C_2) có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$ Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S=x_0+2y_0+3b=8$.

b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận ngang là đường thẳng $y=1$.

c) Giao điểm của ba đường tiện cận ở đề bài tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.

d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

Câu 13: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\dfrac{2x+1}{x+4}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận đừng và tiện cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$. Khi đó

a) Giá trị của biểu thức $S=x_0^2+y_0^2$ lớn hơn 18.

b) Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ thì trung điểm của đoạn OM có tọa độ là $(2;1)$.

c) Điểm $(-1;-4)$ không nằm trên đường tiện cận đứng $x=x_0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2;-4)$.

Câu 14: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\dfrac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

a) Nếu $m=-2$ thì đường thẳng $y=1$ là tiện cận ngang của (C).

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m\neq\dfrac{1}{2}$.

c) Điểm $(2;3)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi $m=6$.

d) $\forall m\in\mathbb{R}$ ta có tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$.

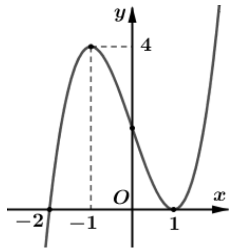
Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗		5	↘	0 ↗		10	↘	2 ‖ $+\infty$	↘	3

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.		
b	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.		
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ bằng 3.		
d	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ bằng 4.		

Câu 16: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\quad\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-4}$ bằng 2.		
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-4}$ bằng 3.		
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-4}$ bằng 6.		
d	Có 4 giá trị nguyên m đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x^2-3\right)-m}$ có đúng 6 tiệm cận đứng.		

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên ở bảng bên dưới và $y=nx-2$ là tiệm cận xiên của đồ thị $y=g(x)=\dfrac{x^2+x+3}{x+3}$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ $\searrow$ 5		||	$-\infty$ $\nearrow$	$m+2$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2 + x + 3}{x + 3}$ có tiệm cận đứng là $x = -3$.		
b	$n = 2$.		
c	Có 10 giá trị nguyên dương m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_o$ và tiệm cận ngang $y = y_o$ sao cho $x_o y_o < 30$.		
d	Khi m nguyên dương thì giá trị lớn nhất của $mn = 7$.		

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là các hàm số bậc ba có bảng biến thiên ở bảng bên dưới

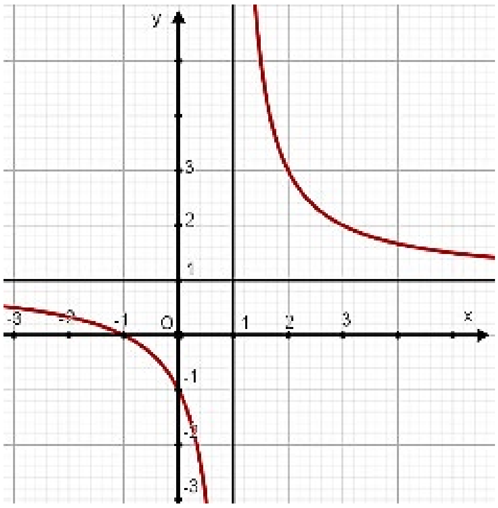
x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có 5 tiệm cận ngang.		
b	Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có 3 tiệm cận đứng.		
c	Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.		
d	Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ và $y = \dfrac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có tổng 10 tiệm cận.		

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



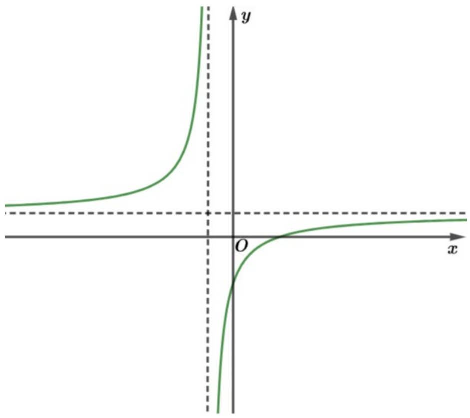
a) Tiệm cận đứng của đồ thị (C) là đường thẳng có phương trình là $x = -1$.

b) Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0;-1)$.

d) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



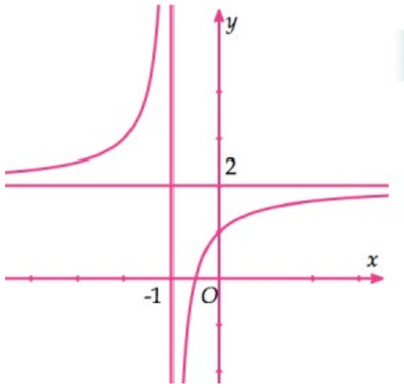
a) Đường thẳng $x = -\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) Đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

c) $\lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x) = +\infty$.

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - \dfrac{1}{2} \right] = 0$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{nx+1}{x+m}$; $(mn \neq 1)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



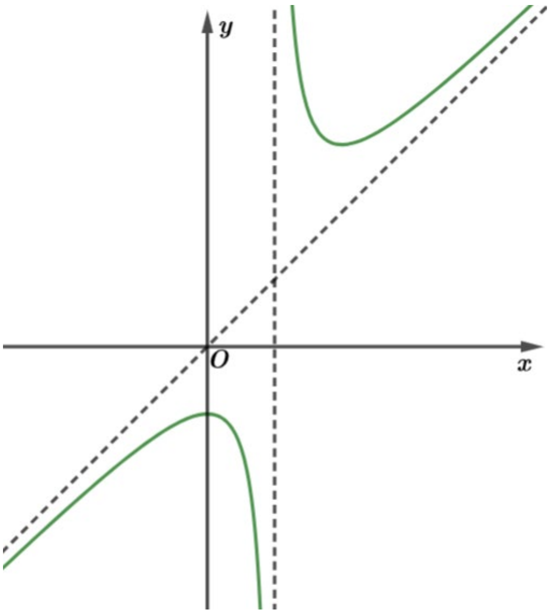
a) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;2)$.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - 2 \right] = 0$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) = +\infty$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



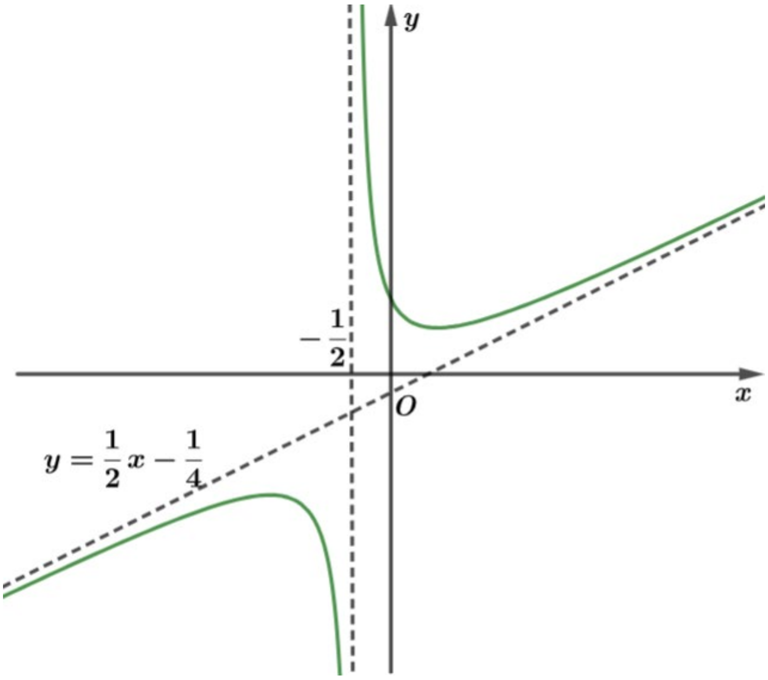
a) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -1$.

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - x \right] = 1$.

d) Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{nx^2+1}{mx+1}$; $(mn \neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) $\dfrac{n}{m} = -\dfrac{1}{4}$.

b) $m = -\dfrac{1}{2}$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - \dfrac{1}{2}x\right] = 0$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	1	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	1

a) Hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

d) Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là 3.

Câu 25: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-3

a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=3,\ y=-3$.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{\left(x^2+x-2\right)}$ có ba đường tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có hai đường tiệm cận ngang.

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	||	+	||	-	0	+	
y	3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-3 || -4	↘	-8	↗	5

a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-2,\ x=0$.

c) Số đường tiệm cận ngang của của đồ thị hàm số là 2.

d) Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

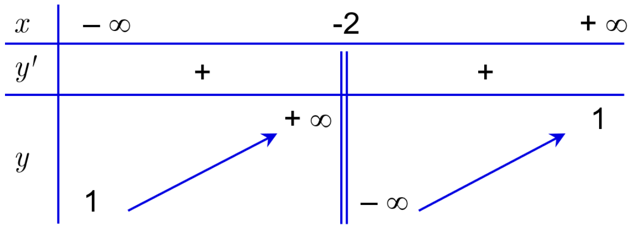
a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$ có đúng năm đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



a) Đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x = 1$.

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I(-2;1)$

.

d) Cho $M(x_M; y_M)$ là một điểm tùy ý thuộc đồ thị hàm số. Khi $x_M \to +\infty$ thì $y_M \to +\infty$.

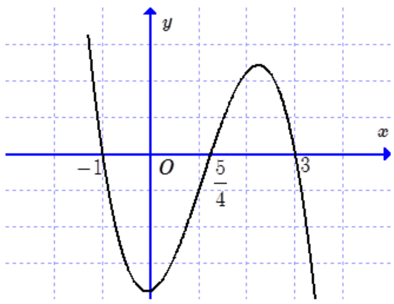
Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Xét hàm số $g(x) = \dfrac{\left(\sqrt{3x+1}-2\right)f(x)}{\left(x^2-4x+m\right)\sqrt{f^2(x)+1}}$ với m là tham số.

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
b	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$ với mọi giá trị của m.
c	Khi $m = 3$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 tiệm cận đứng là $x = 1$; $x = 3$.
d	Có 2 giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận.

Câu 30: Cho hàm số $g(x) = \dfrac{2025}{h(x) - m^2 - m}$ với $h(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx \, (m,n,p,q \in \mathbb{R}), h(0) = 0$.

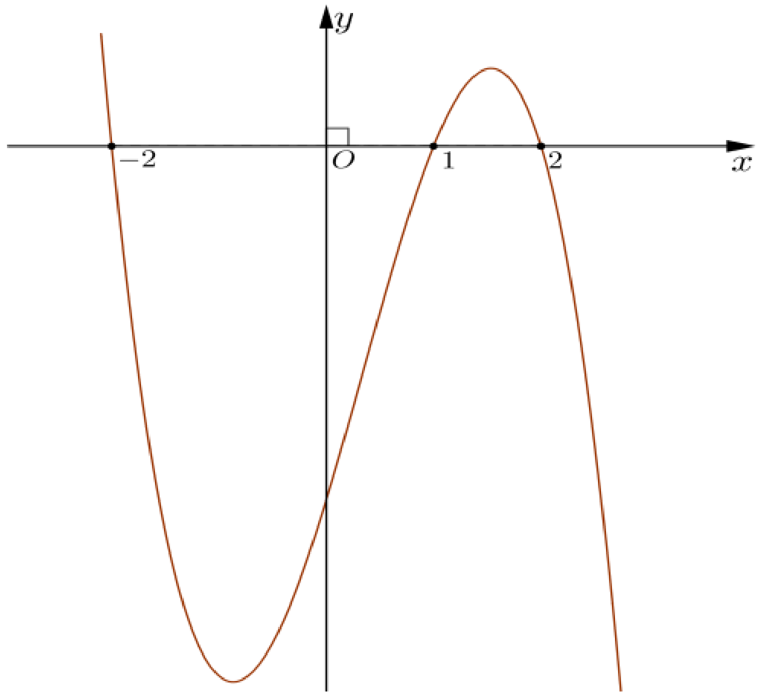
Hàm số $y = h'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.
b	Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = mx^4.g(x)$.
c	Khi $m = -1$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.
d	Có 11 giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc 4, thỏa mãn $f(1) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên.



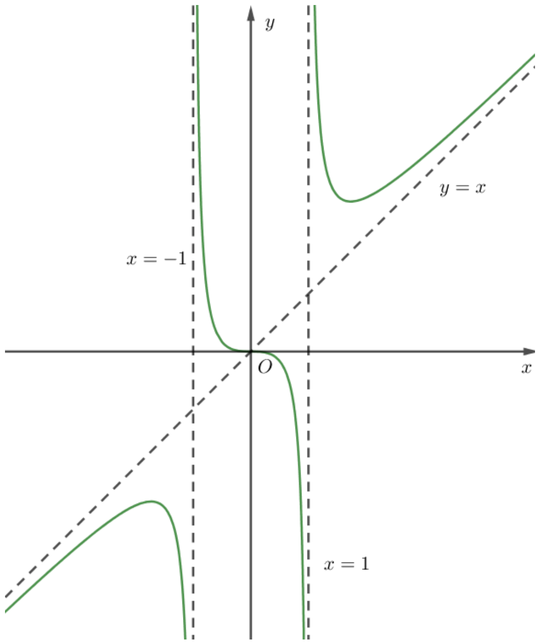
Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.
b	Đồ thị hàm số $h(x) = \dfrac{2024x\left[f^2(x) + f(x) + 1\right]}{f^2(x) + f(x)}$ không có tiệm cận ngang.
c	Đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{2024x\left(f(x) + 1\right)}{f^2(x) + f(x)}$ có 6 tiệm cận đứng và ngang.
d	Đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{2024x}{f^2(x) + f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ có đồ thị (C). (C). Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 đường tiệm cận.		
b)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
c)	Giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(3;4)$.		
d)	Gọi $A;B$ lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên với trục hoành. Khi đó, diện tích tam giác IAB bằng 4.		

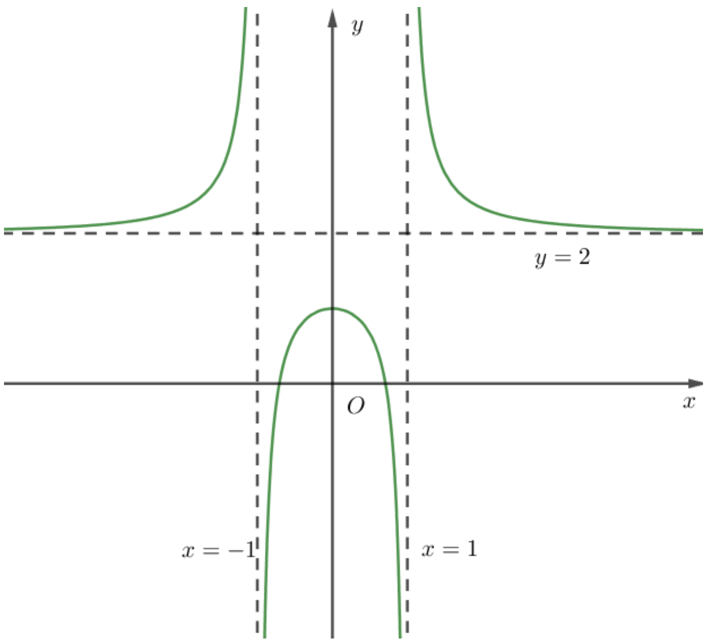
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.		
b)	$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$.		
c)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
d)	Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C). Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận xiên bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.		

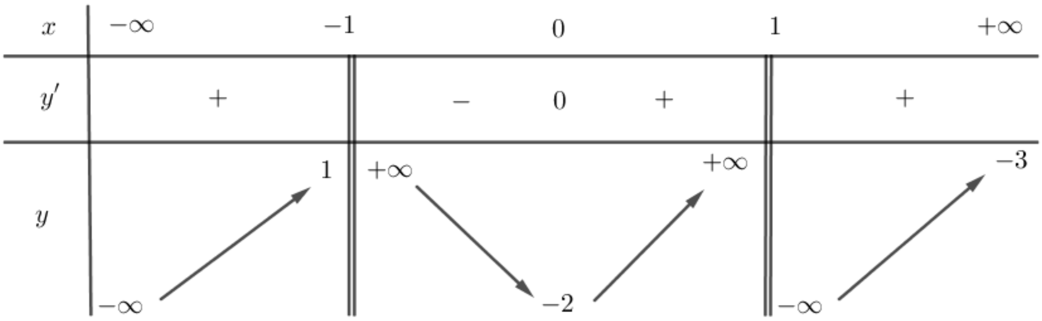
Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x^2-1}{x^2-1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào sai

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	$x=-1; x=1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$.		
c)	Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.		
d)	Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận ngang bằng 2.		

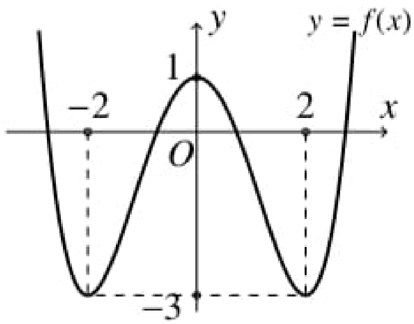
Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.



Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

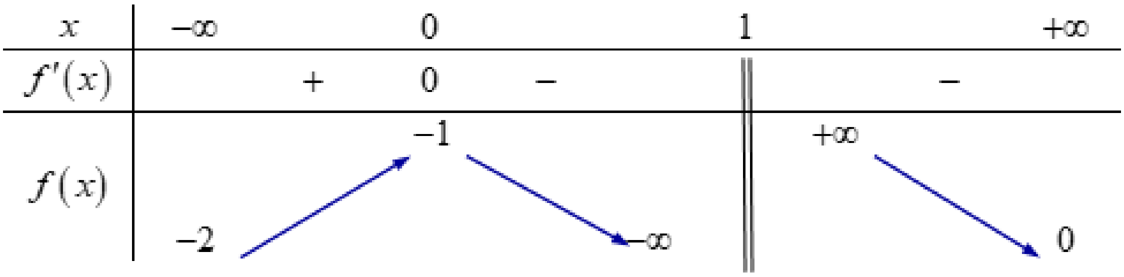
STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.		
b)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.		
c)	$\lim\limits_{x\to3^+} f(x)=+\infty$.		
d)	Tổng khoảng cách từ điểm cực trị của đồ thị hàm số đến ba đường tiệm cận bằng 3		

Câu 36: Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ, xét tính đúng sai của các khẳng định sau



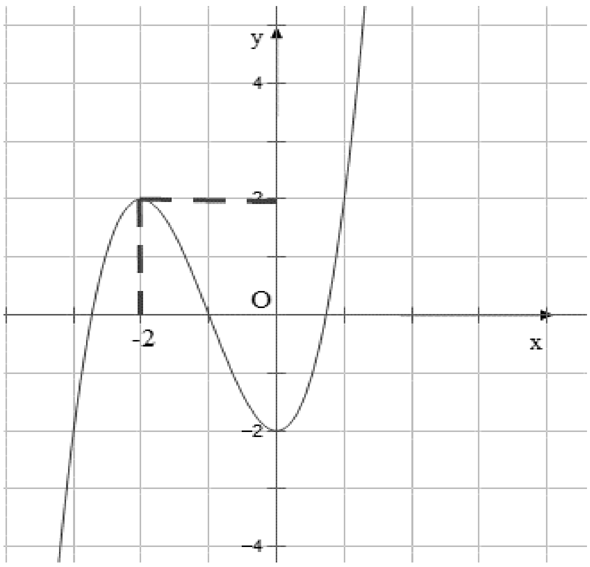
a.	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f(x)}-1}$ bằng 3.
d.	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}$ bằng 4.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



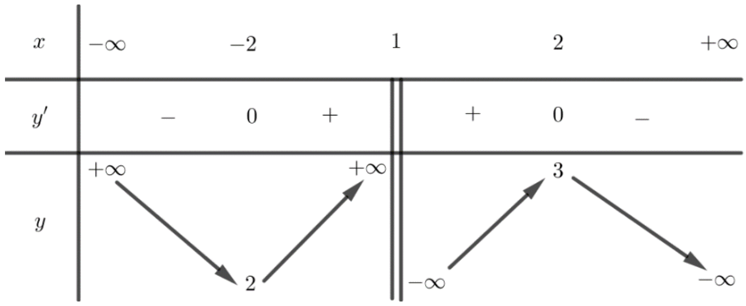
a.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Có 1 giá trị nguyên của tham số m để ĐTHS $y = \dfrac{1}{f(x) - m}$ có 2 đường tiệm cận đứng.
d.	Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) + m^2 + 1}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



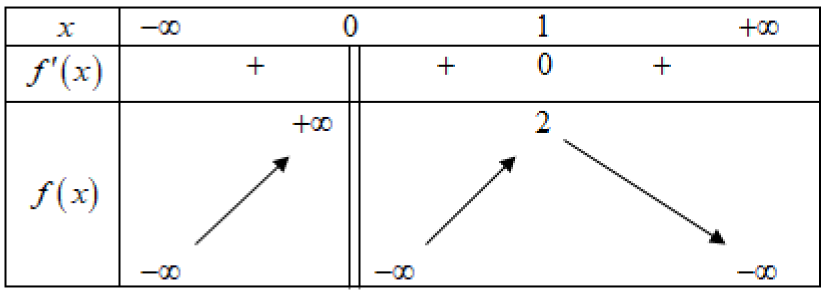
a.	Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y = f(x)$
b.	$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{f(x) - 1} = 0$
c.	Đồ thị $y = \dfrac{2019}{f(x) - 1}$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.
d.	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2019}{f(x) - 1}$ là 3.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



a.	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.
b.	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-2\right]=0$.
c.	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ 5 đường tiệm cận đứng
d.	Đồ thị hàm số $\dfrac{1}{f(x)-m}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

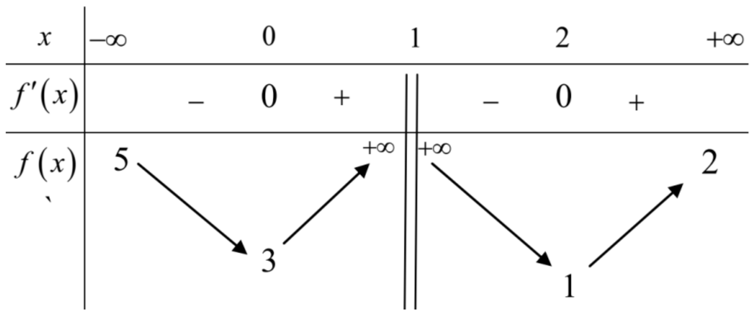
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 2.
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 3.
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 6.
d	Khi $m>2$ thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như sau:



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có ba tiệm cận đứng khi $m=-5$.
b	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có tổng hai đường tiệm cận ngang và đứng là 4 khi $m=4$
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ bằng 3.
d	Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{f(x)}{f(x)-m+1}$ có 4 đường tiệm cận là 5.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=-\infty$.

b)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y=x-1$.

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là điểm $I(-1;0)$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

b)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

c)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng.

d)Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{3}$.

.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x+3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x=-3$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận ngang $y=1$

c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên $y=x-3$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đề đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng 3.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1 || $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x=1$.

b) Đồ thị (C) không có đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị $(C_1): y=\dfrac{1}{f(x)}$ có không đường tiệm cận ngang.

d) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là 2.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$ có đồ thị (C) và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

b) Đồ thị (C) có 1 đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+5}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

d) Gọi M là điểm thuộc (C) khi đó tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất bằng $\sqrt{2\sqrt{2}}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=-x+m+\dfrac{m^2+1}{x-2}$ có đồ thị (C).

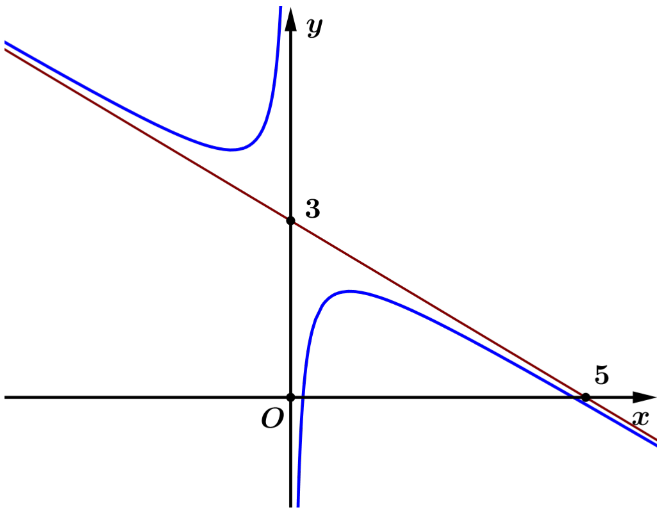
a) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận đứng là $x=2$.

b) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y=-x+m$.

c) Với $m=1$ thì tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(2;\,4)$.

d) Với $m\in[-2;2]$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

c) Đồ thị hàm số có đườngtiệm xiên là đường thẳng $y=-5x+3$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-x+1}$ có 1đườngtiệm cận đứng.

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) (C) có đường tiệm cận đứng $x=-2$

b) (C) có đường tiệm cận xiên $y=x+2$.

c) Khoảng cách từ $A(2;1)$ đến tiệm cận xiên của (C) bằng $\sqrt{2}$

d) Tích các khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc (C) đến hai tiệm cận của (C) bằng $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$ có đồ thị (C).

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$..

b) Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang.

c) Đồ thị (C) của hàm số có hai tiệm cận đứng $x=1; x=2$.

d) Tổng khoảng cách từ $B(2;-1)$ đến các đường tiệm cận là số thực lớn hơn 8.

CHƯƠNG I
ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

IV. HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; 1$	$\searrow$	0

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

a) Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang cuả đồ thị hàm số.

b) Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng cuả đồ thị hàm số.

c) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng cuả đồ thị hàm số.

d) Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 4.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

b) Đúng: $\lim\limits_{x\to0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

c) sai: $\lim\limits_{x\to-2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có tiệm đứng là đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = -2$

d) Sai: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+m}{x-m}$.Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

a) Khi $m=0$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

b) Khi $m=0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

c) Khi $m=1$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=2x+3$.

d) Chỉ có hai giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Saib) Đúng

Vì khi $m=0$ hàm số đã cho trở thành $y=\dfrac{2x^2+3x}{x}\Leftrightarrow y=2x+3$

Hàm số đã cho trở thành hàm số bậc nhất nên đồ thị không có tiệm cận. Vậy a) sai, b) đúng

c) Sai.

Vì khi $m=1$ hàm số đã cho trở thành $y=\dfrac{2x^2+3x+1}{x-1}\Leftrightarrow y=2x+5+\dfrac{6}{x-1}$

d) Đúng

Vì hàm số có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x=m$ phải là nghiệm của tử. Suy ra $2m^2-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$

Vậy chỉ có hai giá trị của m với giá trị đó của m đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng là $m=0;m=1$

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

a) Khi $m=1$ đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

b) Khi $m=1$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là tiệm cận ngang $y=0$.

c) Khi $m=-2$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

d) Chỉ có một giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai b) Đúng

khi $m=1$ hàm số đã cho trở thành $y=\dfrac{x-2}{x^2-2x+4}$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Vì phương trình $x^2-2x+4=0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Suy ra khi $m=1$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là tiệm cận ngang $y=0$.

c) Sai.

Khi $m=-2$ hàm số đã cho trở thành $y=\dfrac{x-2}{-2x^2-2x+4}$

Phương trình $-2x^2-2x+4=0$ có hai nghiệm $x=1; x=-2$ (Khác 2) nên đồ thị có hai đường tiệm cận đứng $x=1; x=-2$ và một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Suy ra khi $m=-2$ đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

d) Đúng

Với $m=0$; ta có hàm số $y=\dfrac{x-2}{-2x+4}=-2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m\neq 0$, ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{mx^2-2x+4}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

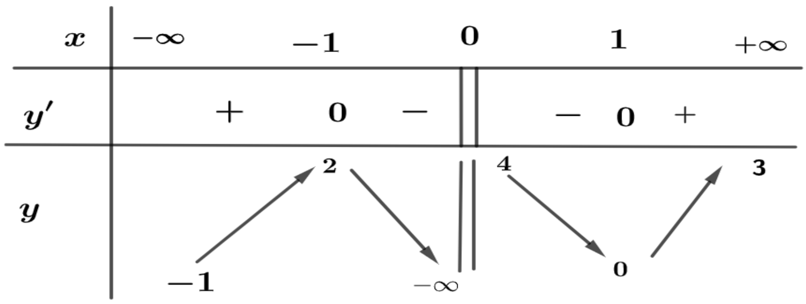
Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất khác 2 hoặc $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.

*) $mx^2-2x+4=0$ có nghiệm duy nhất khác $2 \Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow 1-4m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$.

*) $mx^2-2x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=2$.
$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ 4m=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{4}\\ m=0\end{cases} \Rightarrow m=0$ (không thỏa mãn điều kiện).

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$; $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=4$.

b)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

d)Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ là 5.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$.

b) $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = -1$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

a) Sai.

Từ bảng biến thiên củahàm số $y=f(x)$ ta thấy

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1; \lim\limits_{x\to0^-} f(x) = -\infty$.

b) Đúng.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = -\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Sai.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ nên $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to+\infty$.

d) Đúng.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=2$ có ba nghiệm phân biệt.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có ba đường tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-2} = 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-2} = -\dfrac{1}{3}$ nên $y=-\dfrac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to-\infty$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có hai đường tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 5.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

c) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị nằm trên trục hoành.

d) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị là đỉnh parabol $y=x^2-2x+1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=0$, nên **a sai, b đúng**.

Giao điểm hai đường tiệm cận là điểm $I(1;0)\in ox$ và cũng là là đỉnh parabol $y=x^2-2x+1$ **nên c và d đúng.**

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\dfrac{1}{2}$.

c) Đường tiệm cận ngang cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x-2$ tại 3 điểm.

d) Hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x=\dfrac{-1}{2}, y=-2$, nên **a sai, b sai.**

Giải phương trình $x^3-3x-2=-2$, tìm được 3 nghiệm nên **c đúng.**

d sai vì hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích $S=\dfrac{1}{2}2.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y=x^2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x+y-\pi=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=x$, nên **a đúng, b sai** do tiệm cận xiên qua gốc tọa độ O.

c đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $I(1;1)$ nằm trên parabol $y=x^2$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y=x$ vuông góc với đường thẳng $y=-x+\pi$, nên **d đúng.**

Câu 8: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x = 1, y = x - 1,$ nên **a đúng, b đúng** do tiệm cận xiên cắt ox, oy lần lượt tại A(1;0), B(0;-1) nên tam giác OAB cân tại O.

c đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $A(1;0)$ nằm trên trục hoành.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y = x - 1$ vuông góc với đường thẳng $y = -x,$ nên **d sai.**

Câu 9: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \dfrac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$, khi đó:

a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành lớn hơn 2.

b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3;-9)$.

c) Gọi $A = \Delta \cap Ox,\ B = \Delta \cap Oy$ ta có $S_{OAB} > 3$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $\left[0;3\right]$ là 4.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 2$ và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - 2x\right] = -3 \Rightarrow TCX\ \Delta: y = 2x - 3$.

$\Delta \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2} < 2$ nên **a sai**.

TCĐ $x = -3$ với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2\cdot(-3) - 3 = -9$ vậy **b đúng**.

$A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A(-3;0)$ và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B\left(0;\dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow S_{OAB} = \dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot\dfrac{3}{2} = \dfrac{9}{4} < 3$ nên **c sai**.

$y = 2x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra GTLN trên $\left[0;3\right]$ là $2\cdot 3 - 3 = 3$ vậy **d sai**.

Câu 10: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 12}$ và điểm $M \in (C)$ với $x_M < 0$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận xiên đều là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Xét $\Delta_1: \ y = ax + b\ \ (b > 0)$ là tiện cận xiên của (C) điểm $(1;4) \in \Delta$.

c) Xét $\Delta_2: \ y = ax + b \ (b < 0)$ là tiện cận xiên của (C) khi đó $d_{\max}(M, \Delta_2) < 2$.

d) Hoành độ giao điểm của hai đường tiệm cận xiên bằng -2.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

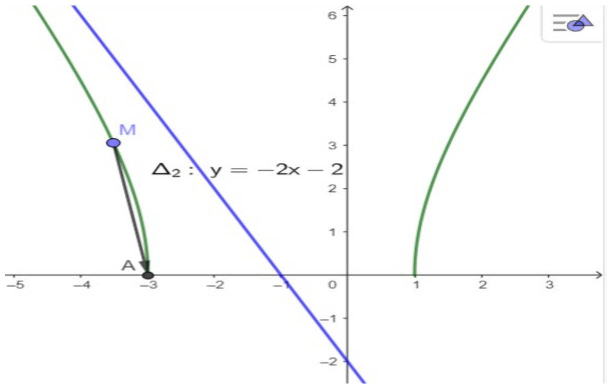
Ta có hai đường TCX của đồ thị hàm số là:

$$\left[\begin{array}{l} \Delta_1: y = \sqrt{a}\left(x + \dfrac{b}{2a}\right) = 2x + 2 \\ \Delta_2: y = -\sqrt{a}\left(x + \dfrac{b}{2a}\right) = -2x - 2 \end{array}\right..$$

a) Dễ thấy hai đường TCX Δ_2 không đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên **a sai**.

b) Thay $x = 1$ vào Δ_1 ta có $y = 2 \cdot 1 + 2 = 4$ do đó **b đúng**.

c) Ta có đồ thị hàm số và TCX Δ_2



Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

Do $x_M < 0$ nên điểm M thuộc nhánh đồ thị bên trái.

Để $d(M, \Delta_2)$ đạt GTLN thì $M \equiv A(-3; 0)$.

Vậy $d_{\max}(M, \Delta_2) = d(A, \Delta_2) = \dfrac{|-2\cdot(-3) - 1\cdot 0 - 2|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} < 2$ nên **c đúng**.

d) Phương trình hoành độ giao điểm $2x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x = -1 \neq -2$ vậy **d sai**.

Câu 11: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{2x - 1}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ và tiện cận đứng là đường thẳng $x = x_0$. Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S = 4a - 3b$ lớn hơn 4.

b) Gọi điểm $M(4x_0; 2a)$ ta có độ dài của $\overrightarrow{OM}$ nhỏ hơn 2.

c) Gọi $A = \Delta \cap Ox$, $B = \Delta \cap Oy$ và $C = Ox \cap x_0$ ta có $S_{ABC} < 0{,}5$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[-4; -1]$ lớn hơn -3.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Ta có $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\frac{1}{2}$ và $\lim_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-\frac{x}{2}\right]=\frac{-3}{4}\Rightarrow TCX\,\Delta: y=\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$. Tiệm cận đứng $x=\frac{1}{2}$.

$S=4a-3b=4\cdot\frac{1}{2}+\frac{9}{4}=4,25>4\Rightarrow$ **a đúng**.

Điểm $M(4x_0;2a)=(2;1)\Rightarrow OM=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}>2\Rightarrow$ **b sai**.

Ta có $A\left(\frac{3}{2};0\right),B\left(0;\frac{-3}{4}\right)$ và $C\left(\frac{1}{2};0\right)\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{-3}{4}\right|\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}<0,5\Rightarrow$ **c đúng**.

Hàm số $y=\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$ đạt GTNN tại $x=-4\Rightarrow\min_{[-4;-1]}y=\frac{-11}{4}=-2,75>-3$ **d đúng**.

Câu 12: Cho hàm số $(C_1): f(x)=\frac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x)=\frac{2x^2-3x-1}{2x-1}$ biết đồ thị hàm số (C_1) có tiện cận đứng và tiện cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$. (C_2) có tiện cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$ Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S=x_0+2y_0+3b=8$.

b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiện cận ngang là đường thẳng $y=1$.

c) Giao điểm của ba đường tiện cận ở đề bài tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.

d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Với (C_1) ta có TCĐ $x=2$ và TCN $y=3$.

Với (C_2) ta có $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{g(x)}{x}=1$ và $\lim_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x\right]=-1\Rightarrow TCX\,\Delta: y=x-1$.

$S=x_0+2y_0+3b=2+3\cdot3+3\cdot(-1)=8\Rightarrow$ **a đúng**.

Do bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên (C_2) không có TCN $\Rightarrow$ **c sai**.

Giao điểm của ba đường tiệm cận là $(2;3),(2;1)$ và $(4;3)$. Tam giác vuông tại đỉnh có tọa độ $(2;3)$.

$\Rightarrow S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(2-2)^2+(1-3)^2}\cdot\sqrt{(4-2)^2+(3-3)^2}=2\Rightarrow$ **c đúng**.

Ta có TCĐ của đồ thị hàm số $(C_2): x=\frac{1}{2}\neq2\Rightarrow$ **d sai**.

Câu 13: Cho hàm số $(C): y=f(x)=\frac{2x+1}{x+4}$ biết đồ thị hàm số có tiện cận đứng và tiện cận ngang là các đường thẳng $x=x_0$, $y=y_0$. Khi đó

a) Giá trị của biểu thức $S=x_0^2+y_0^2$ lớn hơn 18.

b) Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ thì trung điểm của đoạn OM có tọa độ là $(2;1)$.

c) Điểm $(-1;-4)$ không nằm trên đường tiện cận đứng $x = x_0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2;-4)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

Đồ thị hàm số đã cho có TCĐ: $x=-4$ và TCN: $y=2$.

$S = x_0^2 + y_0^2 = (-4)^2 + 2^2 = 20 > 18 \Rightarrow$ **a đúng**.

Điểm $M(-4;2)$ tọa độ trung điểm đoạn OM là $(-2;1) \Rightarrow$ **b sai**.

Dễ thấy $(-1;-4)$ thuộc đường thẳng $x=-4 \Rightarrow$ **c sai**.

Tọa độ tâm đối xứng của (C) là $\left(x_0;y_0\right)=(-4;2) \Rightarrow$ **d sai**.

Câu 14: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \dfrac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

a) Nếu $m=-2$ thì đường thẳng $y=1$ là tiện cận ngang của (C).

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m \neq \dfrac{1}{2}$.

c) Điểm $(2;3)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi $m=6$.

d) $\forall m \in \mathbb{R}$ ta có tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Ta có TCĐ: $x=2$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{m}{2} \Rightarrow TCN: y=\dfrac{m}{2}$.

Với $m=-1$ thì TCN: $y=-1 \Rightarrow$ **a sai**.

Hàm số có TCĐ khi $m\cdot 2+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \dfrac{-1}{2} \Rightarrow$ **b đúng**.

Điểm $(2;3)$ là tâm đối xứng của $(C) \Leftrightarrow (2;3) = \left(2;\dfrac{m}{2}\right) \Leftrightarrow \dfrac{m}{2}=3 \Leftrightarrow m=6 \Rightarrow$ **c đúng**.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{m}{2} \Rightarrow TCN: y=\dfrac{m}{2}$ xác định với mọi số thực $m \Rightarrow$ **d đúng**.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	10	$\searrow$	$2 \;\Vert\; +\infty$	$\searrow$	3

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.		
b	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.		
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)}$ bằng 3.		
d	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)}$ bằng 4.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) b) Từ đồ thị hàm số ta thấy $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $(y = 3)$ và một đường tiệm cận đứng $(x = x_4)$.

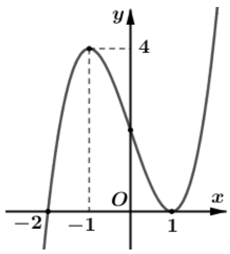
c) d) Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0; \lim\limits_{x\to+\infty} y = \dfrac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 0$ và $y = \dfrac{1}{3}$.

Từ bảng biến thiên, ta có $f(\mathrm{x}) = 0$ có hai nghiệm $x = x_2$ và $x = a \in (-\infty; x_1)$.

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to a^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_2^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = x_2$ và $x = a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 4}$ bằng 2.		
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 4}$ bằng 3.		
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 4}$ bằng 6.		
d	Có 4 giá trị nguyên m đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{1}{f(x^2 - 3) - m}$ có đúng 6 tiệm cận đứng.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) b) c) Xét phương trình $2f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1(-2<x_1<-1) \\ x=0 \\ x=x_2(x_2>1) \end{array}\right.$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to x_1^+}\dfrac{1}{2f(x)-4}=+\infty \Rightarrow x=x_1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$.

Tương tự ta cũng có $x=0;\ x=x_2$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$.

Hơn nữa $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-4}=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-4}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$.

d) Xét hàm số $h(x)=f(x^2-3) \Rightarrow h'(x)=2x.f'(x^2-3)$

$$\Rightarrow h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^2-3)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3=-1 \\ x^2-3=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
x^2-3	$+\infty$		1		-1		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x^2-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$f(-3)<0$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x^2-3)-m}$ có đúng 6 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ $h(x)=m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $0<m<4$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên ở bảng bên dưới và $y=nx-2$ là tiệm cận xiên của đồ thị $y=g(x)=\dfrac{x^2+x+3}{x+3}$.

x	$-\infty$		3			$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		
y	$+\infty$	$\searrow$	5 || $-\infty$		$\nearrow$	$m+2$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2+x+3}{x+3}$ có tiệm cận đứng là $x=-3$.		
b	$n = 2$.		
c	Có 10 giá trị nguyên dương m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_o$ và tiệm cận ngang $y = y_o$ sao cho $x_o y_o < 30$.		
d	Khi m nguyên dương thì giá trị lớn nhất của $mn = 7$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

b) Ta có: $y = \dfrac{x^2+x+3}{x+3} = x - 2 + \dfrac{9}{x+3}$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình: $y = x-2$ vì

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-2+\dfrac{9}{x+3}-(x-2)\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9}{x+3} = 0$.

Để đường thẳng $y = nx - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì $n = 1$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = m+2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m+2$. Ta có $y_o = m+2$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$. Ta có $x_o = 3$.

$x_o y_o < 30 \Leftrightarrow 3(m+2) < 30 \Leftrightarrow m < 8$. Suy ra có 7 có giá trị nguyên dương.

d) Với từng giá trị nguyên dương m suy ra $mn = m \Rightarrow (mn)_{\max} = 7$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là các hàm số bậc ba có bảng biến thiên ở bảng bên dưới

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 5 tiệm cận ngang.		
b	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 3 tiệm cận đứng.		
c	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.		
d	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ và $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có tổng 10 tiệm cận.		

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ

a) b) Xét phương trình:

$$e^{2f(x)-1}-1=0 \Leftrightarrow e^{2f(x)-1}=1 \Leftrightarrow 2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a, a<-2 \\ x=b,-2<b<1. \\ x=c, c>1 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có ba tiệm cận đứng là: $x=a; x=b; x=c$. $x=a; x=b; x=c$.

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}=-1; \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}=0.$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có hai tiệm cận ngang là $y=-1; y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 5 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

c) Xét phương trình $g^2(x)-4g(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} g(x)=0 \\ g(x)=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=a,\ a\in(-\infty;-1) \\ x=1 \quad (ng\ kép) \\ x=-1 \ (ng\ kép) \\ x=b,\ b\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow g^2(x)-4g(x)=h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2;\ h(x)\neq 0$

Do đó $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}=\dfrac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2}$

$=\dfrac{x^2+1}{h(x)(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

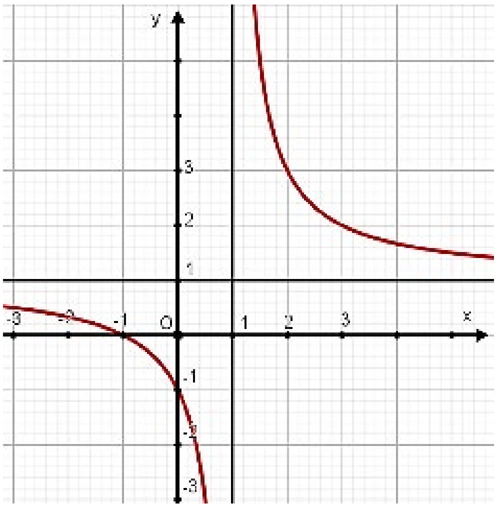
d) Từ bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}=0.$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy tổng $y=\dfrac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ có 5 đường tiệm cận.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Tiệm cận đứng của đồ thị (C) là đường thẳng có phương trình là $x=-1$.

b) Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0;-1)$.

d) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) S

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

b) Đ

Theo chiều tăng của trục số ta có đồ thị hàm số đã cho luôn đi theo hướng đi xuống (tức giảm dần) nên hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định.

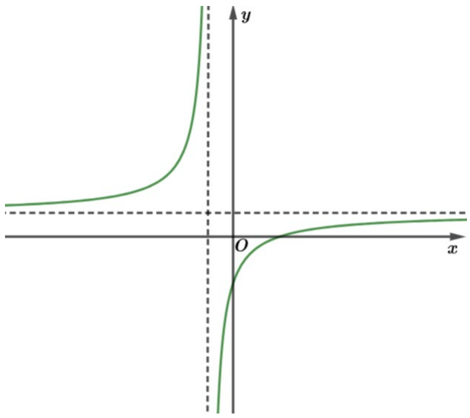
c) S

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-1;0)$.

d) S

Vì từ đồ thị hàm số đã cho ta có tiệm cận ngang là $y=1$, mà đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) Đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

c) $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=+\infty$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{1}{2}\right]=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

c) Đ

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

d) Đ

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

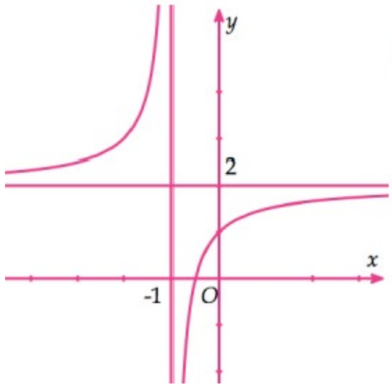
e) S

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=-\infty$

d) Đ

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{2}$

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{nx+1}{x+m}$; $(mn\neq 1)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;2)$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-2\right]=0$.

c) $m+n=3$.

d) $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

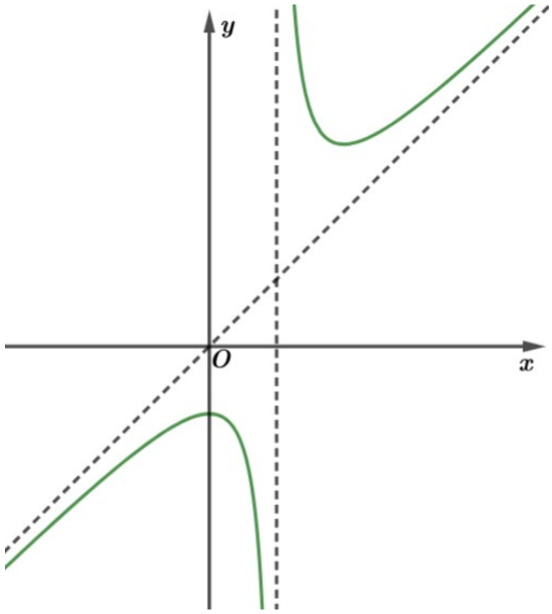
a) Đ
b) Đ
c) Đ

Đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{nx+1}{x+m}$; $(mn\neq 1)$ có hai đường tiệm cận $x=-m=-1$;
$y=n=2 \Rightarrow m=1$; $n=2 \Rightarrow m+n=3$.

d) S

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)=-\infty$.

Câu 22: Cho hàm số $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-1$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=1$.

d) Đường thẳng $y=x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đ

b) S

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x+1}{x^2-x}=1$$

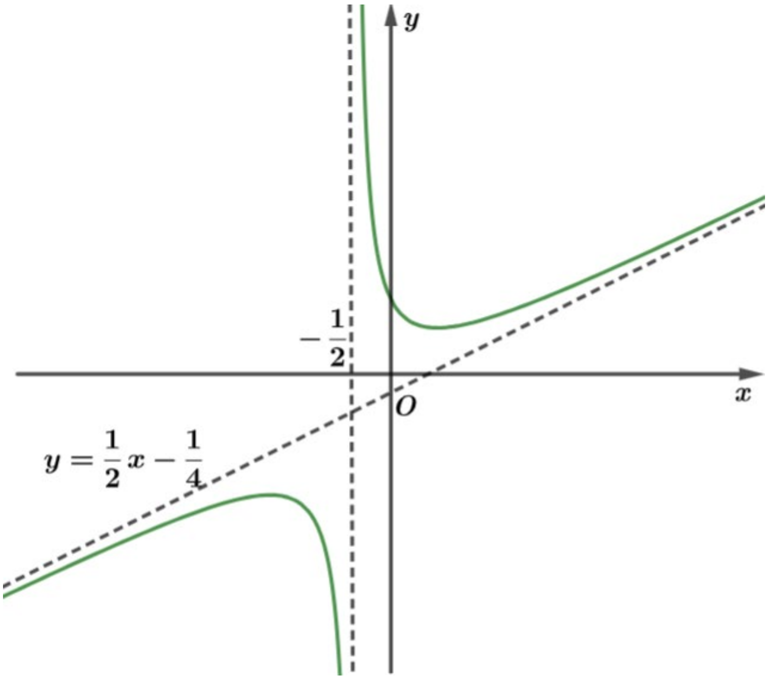
c) S

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x-1}=0.$$

d) Đ

Từ hai ý b và c ta có đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y=x$.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{nx^2+1}{mx+1};\ (mn\neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) $\frac{n}{m} = -\frac{1}{4}$.

b) $m = -\frac{1}{2}$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - \frac{1}{2}x\right] = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) S

$$\lim_{x \to +\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty}\frac{nx^2+1}{mx^2+x} = \frac{n}{m} = \frac{1}{2}.$$

b) S

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 2$

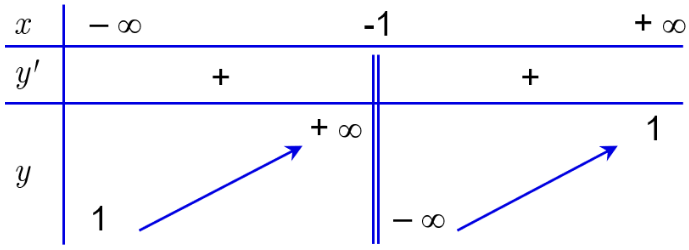
c) Đ

Từ hai ý a và b ta có: $\begin{cases} m = 2n \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3$; $n = 2 \Rightarrow m + n = 3$

d) S

Đường tiệm cận xiên $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - \frac{1}{2}x\right] = -\frac{1}{4}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:



a) Hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

d) Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ là 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai

Hàm số không có khái niệm tiệm cận. Chỉ có khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

b) Đúng

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy: đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta có

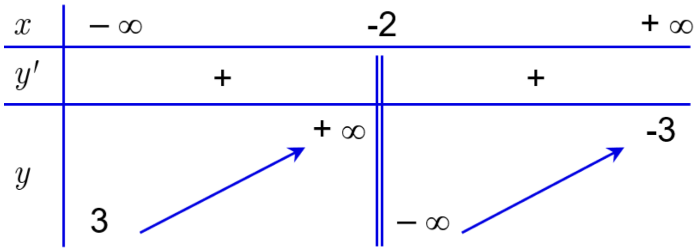
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)-2=0$ có đúng 1 nghiệm $x=m<-1$. Khi đó

$y=\dfrac{1}{f(x)-2}=\dfrac{1}{\dfrac{ax+b}{cx+d}-2}=\dfrac{ax+d}{-a(x-m)}$ nên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ chỉ có 1 đường tiệm cận đứng là $x=m$.

d) Sai

Đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ trùng với đồ thị hàm số $y=f(x)$ ứng với phần đồ thị mà $x\ge 0$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $x\ge 0$ thì đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$ và không có tiệm cận đứng. Mà đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó nó chỉ có duy nhất một đường tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:



a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=3,\ y=-3$.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{\left(x^2+x-2\right)}$ có ba đường tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có hai đường tiệm cận ngang.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

b) Sai

Vì hàm số không có tiệm cận.

c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\dfrac{a}{c}=\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=3\Rightarrow a=3c,\ \lim\limits_{x\to(-2)^-}f\left(x\right)=+\infty\Rightarrow cx+d=0\Leftrightarrow x=-2\Rightarrow-\dfrac{d}{c}=-2\Leftrightarrow d=2c$

Do đó $f\left(x\right)=\dfrac{3cx+b}{c\left(x+2\right)}\left(-\dfrac{b}{3c}\neq-2\Leftrightarrow b\neq6c\right)$. Suy ra

$y=\dfrac{f\left(x\right)}{\left(x^2+x-2\right)}=\dfrac{3cx+b}{c\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)}$. Điều này chứng tỏ đồ thị hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{\left(x^2+x-2\right)}$ có không quá hai đường tiệm cận đứng.

d) Sai

Vì đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm3$, nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ chỉ có duy nhất 1 đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-3 || -4	$\searrow$	-8	$\nearrow$	5

a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-2,\ x=0$.

c) Số đường tiệm cận ngang của của đồ thị hàm số là 2.

d) Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên, dễ thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

b) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=-3,\ \lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=-4$ nên $x=0$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang $y=3,\ y=5$.

d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 1 đường tiệm cận đứng $x=-2$ và hai đường tiệm cận ngang $y=3,\ y=5$, nên nó có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Ý d) Sai

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có đúng năm đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Đồ thị hàm số bậc ba không có đường tiệm cận đứng.

b) Đúng

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)}=0$. Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=1,\ x=m<-1$. Do đó $f(x)=a(x-1)^2(x-m)\ (a>0) \Rightarrow y=\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{a(x-1)^2(x-m)}$ suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=m,\ x=1$

d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$. Phương trình này có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$. Do đó số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	$1 \nearrow$	$+\infty$	|| $-\infty$	$\nearrow$	1

a) Đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x=1$.

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I\left(-2;1\right)$.

d) Cho $M\left(x_M\,;y_M\right)$ là một điểm tùy ý thuộc đồ thị hàm số. Khi $x_M\to+\infty$ thì $y_M\to+\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng

Dễ thấy đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Sai

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$ (không phải $x=1$).

c) Đúng

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x=-2;\ y=1$ nên tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I\left(-2;1\right)$.

d) Sai

Vì $\lim\limits_{x_M\to+\infty} y_M=1$.

Câu 29: Cho hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=+\infty$. Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(\sqrt{3x+1}-2\right)f\left(x\right)}{\left(x^2-4x+m\right)\sqrt{f^2\left(x\right)+1}}$ với m là tham số.

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.
b	Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$ với mọi giá trị của m.
c	Khi $m=3$ đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 tiệm cận đứng là $x=1;\ x=3$.
d	Có 2 giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang của hàm số. Vậy mệnh đề a) **sai**

b) Điều kiện xác định của hàm số $g\left(x\right)$: $x\ge-\dfrac{1}{3};x^2-4x+m\ne0$.

Vì $x\ge-\dfrac{1}{3}$ nên không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)$.

Vì hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1\ \Rightarrow f\left(x\right)>1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x).\left(\sqrt{3x+1}-2\right)}{\sqrt{f^2(x)+1}.\left(x^2-4x+m\right)}$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{f^2(x)}}}.\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{m}{x^2}} = 1.0 = 0$$

Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$. Vậy b) **Đúng.**

c) Với $m=3$ ta có $g(x) = \dfrac{\left(\sqrt{3x+1}-2\right)f(x)}{\left(x^2-4x+3\right)\sqrt{f^2(x)+1}} = \dfrac{(3x-3)f(x)}{(x-1)(x-3)\left(\sqrt{3x+1}+2\right)\sqrt{f^2(x)+1}}$

$\lim\limits_{x\to1} g(x) = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{(3x-3)f(x)}{(x-1)(x-3)\left(\sqrt{3x+1}+2\right)\sqrt{f^2(x)+1}} = \dfrac{3f(1)}{-8\sqrt{f^2(1)+1}}$.

Suy ra $x=1$ không là tiệm cận đứng. Vậy c) **Sai**.

d) Ta có $g(x) = \dfrac{\left(\sqrt{3x+1}-2\right)f(x)}{\left(x^2-4x+m\right)\sqrt{f^2(x)+1}} = \dfrac{(3x-3)f(x)}{\left(x^2-4x+m\right)\left(\sqrt{3x+1}+2\right)\sqrt{f^2(x)+1}}$

Đồ thị hàm số $g(x)$ luôn có 1 tiệm cận ngang $y=0$

Đồ thị hàm số $g(x)$ có đúng hai tiệm cận khi và chỉ khi nó có đúng một tiệm cận đứng, tức là phương trình $x^2-4x+m=0$ có nghiệm kép x_0, $x_0 \ge -\dfrac{1}{3}$ hoặc có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trong đó $x_1=1$, $x_2\ne1$, $x_2\ge-\dfrac{1}{3}$ hoặc có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 trong đó $x_3<-\dfrac{1}{3}$, $x_4\ge-\dfrac{1}{3}$, $x_4\ne1$.

Xét bảng biến thiên của hàm số $h(x)=-x^2+4x$:

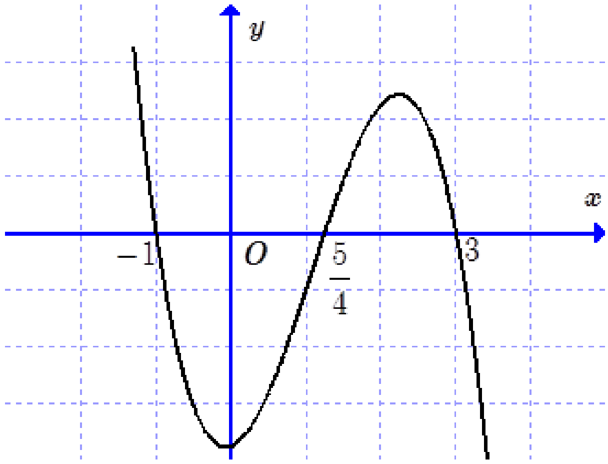
x	$-\frac{1}{3}$		1		2		$+\infty$
$-x^2+4x$	$-\frac{13}{9}$	$\nearrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Ta có $x^2-4x+m=0 \Leftrightarrow m=-x^2+4x \qquad (1)$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=3 \\ m<-\dfrac{13}{9} \end{array}\right.$. Do m là số nguyên dương nên $m\in\{3;4\}$. Vậy d) **Đúng**

Câu 30: Cho hàm số $g(x)=\dfrac{2025}{h(x)-m^2-m}$ với $h(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx\,(m,n,p,q\in\mathbb{R}),h(0)=0$.

Hàm số $y=h'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$.
b	Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=mx^4.g(x)$.
c	Khi $m=-1$ đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.
d	Có 11 giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**

Từ đồ thị suy ra $h'(x)=m(x+1)(4x-5)(x-3)=m(4x^3-13x^2-2x+15)$ và $m<0$.

Ta được $h(x)=m\left(x^4-\dfrac{13}{3}x^3-x^2+15x\right)$.

Suy ra $g(x)=\dfrac{2025}{h(x)-m^2-m}=\dfrac{2025}{m\left(x^4-\dfrac{13}{3}x^3-x^2+15x-m-1\right)}$

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy a) Đúng.

b) $y=mx^4.g(x)=\dfrac{2025mx^4}{m\left(x^4-\dfrac{13}{3}x^3-x^2+15x-m-1\right)}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} mx^4.g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2025mx^4}{m\left(x^4 - \dfrac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x - m - 1\right)} = 2025 \Rightarrow y = 2025$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy b) Sai.

c) Xét phương trình $h(x) - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^4 - \dfrac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x = m + 1$

Khi $m = -1$ phương trình có 3 nghiệm $x = 0; x = 3; x = -\dfrac{5}{3}$; nên đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

d) Đồ thị $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $h(x) - m^2 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow f(x) = x^4 - \dfrac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x = m + 1$ có 2 nghiệm phân biệt.

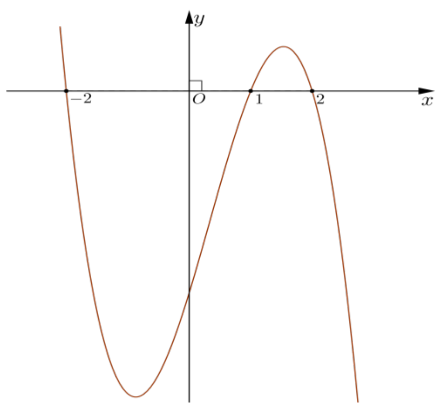
Ta có bảng biến thiên của $f(x)$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-32}{3}$	$\nearrow$	$\frac{8575}{768}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó $m + 1 \in \left(\dfrac{-32}{3}; 0\right) \Leftrightarrow m \in \left(\dfrac{-35}{3}; -1\right)$. m nguyên nên

$m \in \{-11; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2\}$, có 10 giá trị. Vậy d) SAI.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc 4, thỏa mãn $f(1) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên.



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.

b	Đồ thị hàm số $h(x)=\dfrac{2024x\left[f^2(x)+f(x)+1\right]}{f^2(x)+f(x)}$ không có tiệm cận ngang.
c	Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2024x\left(f(x)+1\right)}{f^2(x)+f(x)}$ có 6 tiệm cận đứng và ngang.
d	Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2024x}{f^2(x)+f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g(x)$.

Vậy a) Đúng.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} h\left(x\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} h\left(x\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=h(x)$ không có tiệm cận ngang.

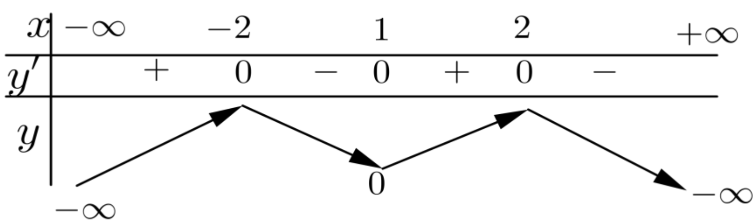
Vậy c) Đúng.

Xét phương trình $f^2(x)+f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=-1 \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right. ,\ f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$$

Ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau



Từ bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 0

Phương trình $f(x)=-1$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

c) Hàm số $g(x)=\dfrac{2024x\left(f(x)+1\right)}{f^2(x)+f(x)}=\dfrac{2024x\left(f(x)+1\right)}{f(x)\left(f(x)+1\right)}$ nên đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng

và $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của hàm số.

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2024x\left(f(x)+1\right)}{f^2(x)+f(x)}$ có 4 tiệm cận đứng và ngang. Vậy c) Sai.

d) Phương trình $f^2(x)+f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=-1 \end{array}\right.$ có 5 nghiệm phân biệt khác 0, nên đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2024x}{f^2(x)+f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng. Vậy d) Đúng.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-3}$ có đồ thị (C). (C). Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận.		
b)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
c)	Giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(3;4)$.		
d)	Gọi $A;B$ lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên với trục hoành. Khi đó, diện tích tam giác IAB bằng 4.		

Lời giải

a) Sai	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Ta có $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-3}=x+1+\dfrac{5}{x-3}$

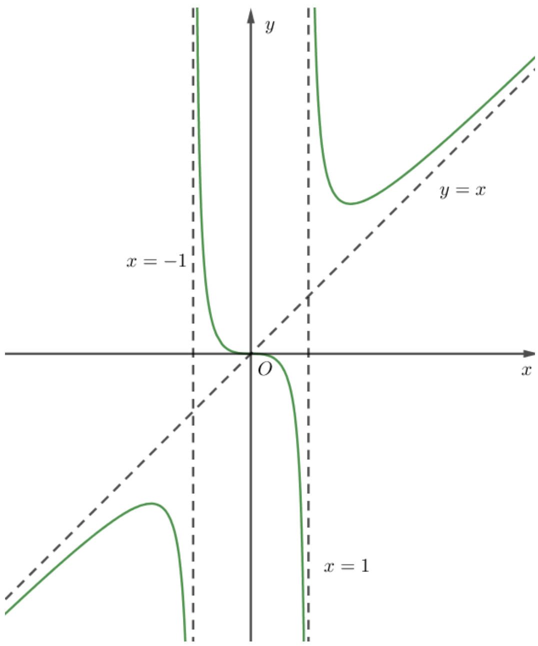
Suy ra (C) có một tiệm cận đứng $x=3$ và một tiệm cận xiên $y=x+1$.

b) Tiệm cận xiên $y=x+1$ có hệ số góc bằng 1.

c) Giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(3;4)$.

d) Có $A(3;0)$, $B(-1;0)$. Suy ra diện tích IAB bằng $\dfrac{1}{2}.4.4=8$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



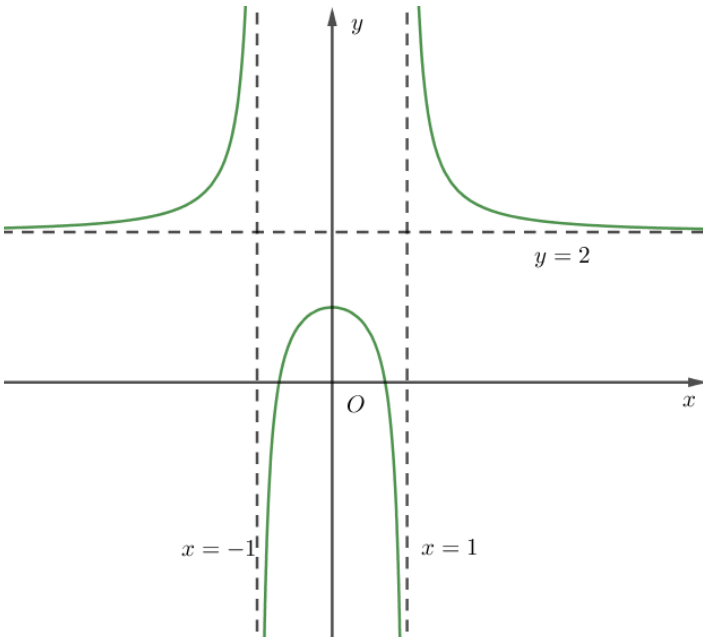
Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.		
b)	$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$.		
c)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
d)	Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C). Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận xiên bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x^2-1}{x^2-1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



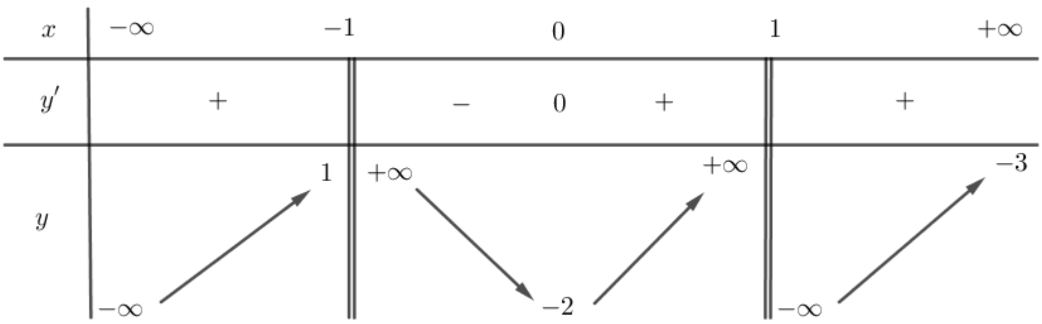
Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào sai

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	$x=-1; x=1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
b)	$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$.		
c)	Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.		
d)	Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận ngang bằng 2.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.



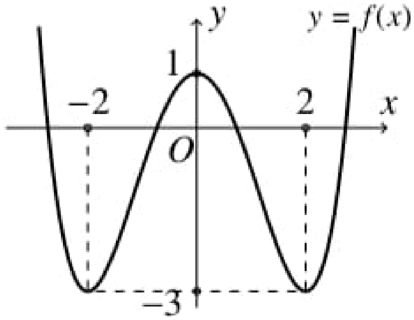
Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.		
b)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.		
c)	$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=+\infty$.		
d)	Tổng khoảng cách từ điểm cực trị của đồ thị hàm số đến ba đường tiệm cận bằng 3		

Lời giải

a) Sai	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**

Câu 36: Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ, xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a.	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f(x)}-1}$ bằng 3.
d.	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}$ bằng 4.

Lời giải

a) Sai	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**

a. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên ĐTHS không có tiệm cận đứng.

b.

Từ ĐTHS ta có:

+) Phương trình $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ có 2 nghiệm phân biệt. Nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{f(x)-2}=0$ nên ĐTHS có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2}$ có 3 tiệm cận.

c.

Từ ĐTHS ta có:

+) Phương trình $e^{f(x)}-1=0 \Leftrightarrow f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Nên đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{e^{f(x)}-1}=0$ nên ĐTHS có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f(x)}-1}$ có 5 tiệm cận.

d. $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}=\dfrac{x(x+2)^2(x-2)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}$

Ta có: $[f(x)]^2+2f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m\,(m<-2) \\ x=0 \\ x=n\,(n>2) \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x=0; x=\pm2$ là các nghiệm kép (nghiệm bội 2) và đa thức $[f(x)]^2+2f(x)-3$ có bậc là 8 nên $y=\dfrac{x(x+2)^2(x-2)}{a^2x^2(x+2)^2(x-2)^2(x-m)(x-n)}$

Vậy hàm số có các tiệm cận đứng là $x=0; x=2; x=m; x=n$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	0

a.	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Có 1 giá trị nguyên của tham số m để ĐTHS $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có 2 đường tiệm cận đứng.
d.	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)+m^2+1}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a. Từ BBT ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là đường $x=1$

b.

Từ BBT ta có:

+) $\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là đường $x=1$

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-2;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=0$ nên ĐTHS có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-2;\ y=0$

Vậy ĐTHS có tổng 3 đường tiệm cận đứng và ngang.

c. Để ĐTHS $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có 2 tiệm cận đứng $\Rightarrow f\left(x\right)-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt

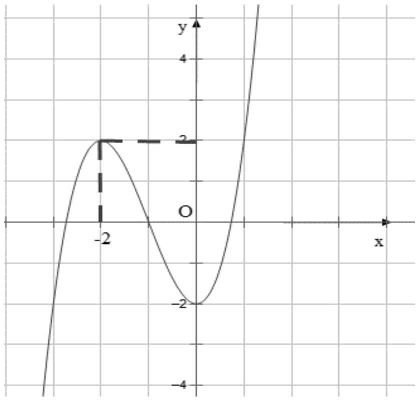
$\Leftrightarrow f\left(x\right)=m$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<-1$. Vậy không có giá trị nguyên nào của tham số m thỏa mãn ycbt.

d.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{2f\left(x\right)+m^2+1}=\dfrac{1}{m^2+1}$

$\Rightarrow y=\dfrac{1}{1+m^2}$ là đường tiệm cận ngang với $\forall m\in\mathbb{R}$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



a.	Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y=f\left(x\right)$
b.	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-1}=0$
c.	Đồ thị $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ có tiệm cận ngang là $y=0$.
d.	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ là 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a)S

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}f\left(x\right)=\pm\infty$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

b)Đ

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-1}=0$ vì khi $x\to\pm\infty$ thì $f\left(x\right)\to\pm\infty$

c)Đ

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}=0$ nên đồ thị $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

d) Đ

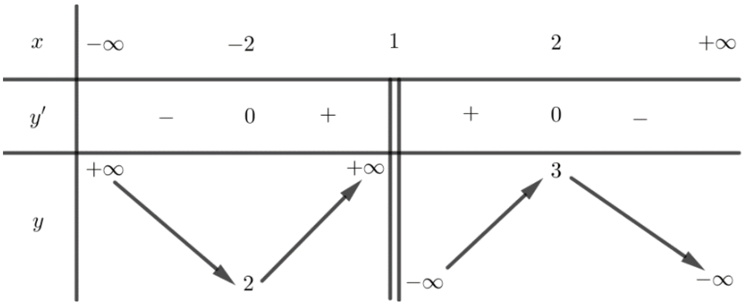
Từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ suy ra tập xác định của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $D=\mathbb{R}$

Do đó số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ chính là số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$.

Qua đồ thị ta có: Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 39: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



a.	Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận ngang.
b.	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-2\right]=0$.
c.	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ 5 đường tiệm cận đứng
d.	Đồ thị hàm số $\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đ

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ không có tiệm cận ngang.

b) S

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-2\right]=-\infty$

c) S

Ta có: $2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}(1)$. Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $x_1,x_2,x_3,x_4\neq1$ và giới hạn của hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ tại các điểm x_1,x_2,x_3,x_4 đều bằng $\pm\infty$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to1^{\pm}}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}=0$ nên $x=1$ không phải tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

d) Đ

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}=0$ với mọi giá trị của m

Câu 40: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 2.
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 3.
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$ bằng 6.
d	Khi $m>2$ thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) b) c) Xét phương trình $2f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a(a<0) \\ x=1 \end{array}\right.$.

Khi đó $x=a$; $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$.

Hơn nữa $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-4}=0; \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-4}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)-4}$.

d.

Điều kiện xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ là: $\begin{cases} x>0 \\ f(x)\neq m \end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)\left[f(x)-m\right]}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

Suy ra phương trình $f\left(x\right)-m=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt trên $\left(0;+\infty\right)$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m<2$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$ $+\infty$	‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}$ có ba tiệm cận đứng khi $m=-5$.
b	Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}$ có tổng hai đường tiệm cận ngang và đứng là 4 khi $m=4$
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-m}$ bằng 3.
d	Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in\left[-10;10\right]$ để đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{f\left(x\right)-m+1}$ có 4 đường tiệm cận là 5.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m=-5$ thì $f\left(x\right)=-5$ vô nghiệm nên không có tiệm cận đứng.

b) Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m=4$ thì $f\left(x\right)=4$ có 3 nghiệm phân biệt nên có 3 tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)-m}$ có tổng hai đường tiệm cận ngang và đứng là 4 khi $m=4$.

c) Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

d) + Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f\left(x\right)}{f\left(x\right)-m+1}=\dfrac{5}{6-m}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f\left(x\right)}{f\left(x\right)-m+1}=\dfrac{2}{3-m}$

- Xét với $m=6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y=-\frac{2}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x)=m-1=5$ có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 TCĐ $\Rightarrow$ ĐTHS có 3 đường tiệm cận $\Rightarrow m=6$ (không thỏa mãn).

- Xét $m=3 \Rightarrow$ ĐTHS $y=g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y=\frac{5}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x)=m-1=2$ có 1 nghiệm $\Rightarrow$ ĐTHS có 1 TCĐ $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 đường tiệm cận $\Rightarrow m=3$ (không thỏa mãn).

- Với $m\neq 3$ và $m\neq 6$ thì đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận 2 đường thẳng có phương trình

$y=\frac{5}{6-m}$; $y=\frac{2}{3-m}$ là TCN

Xét phương trình: $f(x)-m+1=0 \Leftrightarrow f(x)=m-1 \ (*)$

Để ĐTHS $y=g(x)$ có 4 đường tiệm cận thì $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow m\in(2;3)\cup\{4\}\cup[6;+\infty)$

Do ĐK nên $m\in(2;3)\cup\{4\}\cup(6;+\infty)$

Vậy $m\in(2;3)\cup\{4\}\cup(6;+\infty)$ do $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-10;10]$ nên $m\in\{4;7;8;9;10\}$

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+2x+2}{x+1}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty$.

b)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c)Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y=x-1$.

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là điểm $I(-1;0)$.

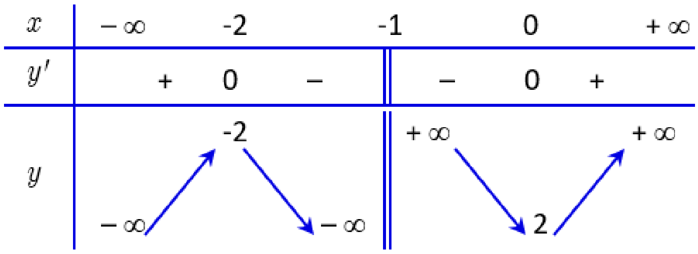
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$$y'=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2};\ y'=0\Leftrightarrow \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-2\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên



a)Đúng.

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$.

b) Đúng.

Vì $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng $x = -1$

c) Sai.

Ta có: $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = x + 1 + \dfrac{1}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \left[y - (x+1)\right] = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{x+1} = 0$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \left[y - (x+1)\right] = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1}{x+1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.

d)Đúng.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $x = -1; y = x + 1$ là điểm $I(-1;0)$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;3\}$.

b)Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

c)Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng.

d)Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{3}$.

.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.

Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;3\}$.

b) Đúng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

c) Sai.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\frac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\frac{1}{2}$ nên $x=-1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to3^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to3^-} y=-\infty$ nên $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-1}{x^2-2x-3}$ có 1 đường tiệm cận đứng.

d) Sai.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $x=3; y=1$ là điểm $I(3;1)$.

$\overrightarrow{OI}(3;1)\Rightarrow OI=\sqrt{10}$

Câu 44: Cho hàm số $y=\frac{x^2-1}{x+3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x=-3$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận ngang $y=1$

c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên $y=x-3$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đề đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Ta có: $y=\frac{x^2-1}{x+3}=x-3+\frac{8}{x+3}$

$$\lim_{x\to-3^-} y=\lim_{x\to-3^-}\frac{x^2-1}{x+3}=-\infty;\quad \lim_{x\to-3^+} y=\lim_{x\to-3^+}\frac{x^2-1}{x+3}=+\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left[y-(x-3)\right]=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^2-1}{x+3}-(x-3)\right]=0 \qquad (2)$$

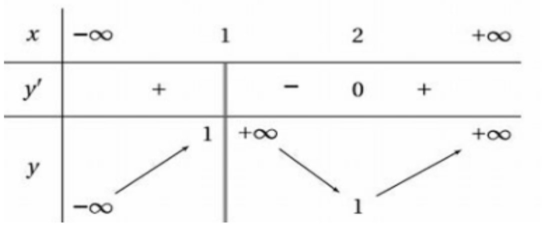
a) Đúng: Từ (1) ta có TCĐ: $x=-3$.

b) Sai: vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-1}{x+3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-3+\frac{8}{x+3}\right)=\pm\infty$ nên đồ thị không có TCN.

c) Đúng: Từ (2) ta có TCX: $y=x-3$.

d) Sai: TCX: $y=x-3\Leftrightarrow x+y-3=0\ (\Delta)$, $d(O,\Delta)=\frac{|-3|}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}\neq 3$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x=1$.

b) Đồ thị (C) không có đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị $(C_1): y=\dfrac{1}{f(x)}$ có không đường tiệm cận ngang.

d) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Từ BBT ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty} y=+\infty\ \ (1)$

e) Đúng: Từ (1) ta có TCĐ: $x=1$.

f) Đúng: Từ (1) ta có đồ thị không có TCN.

g) Sai: Từ (1) ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{f(x)}=0$ nên đồ thị có TCN: $y=0$.

h) Đúng:

Xét $e^{f^2(x)}-2=0 \Leftrightarrow f^2(x)=\ln 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\ln 2} \\ f(x)=-\sqrt{\ln 2} \end{array}\right.$.

Dựa vào bbt ta thấy:

Đường thẳng $y=\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=-\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Nên phương trình $e^{f^2(x)}-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$ có đồ thị (C) và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

b) Đồ thị (C) có 1 đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+5}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

d) Gọi M là điểm thuộc (C) khi đó tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất bằng $\sqrt{2\sqrt{2}}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Sai. (C) có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

b) Sai. Theo bảng biến thiên thì $a\neq 0$ nên (C) có một tiện cận đứng và một tiệm cận xiên.

c) Đúng. Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)+5=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{5}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+5}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

d) Sai. Ta có $f'(x)=\dfrac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$

Theo bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-1)=-1\\ f(3)=7\\ f'(-1)=0\\ f'(3)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{a-b+c}{-2}=-1\\ \dfrac{9a+3b+c}{2}=7\\ a+2a-b-c=0\\ 9a-6a-b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b+c=2\\ 9a+3b+c=14\\ 3a-b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=1\\ c=2\end{cases}$.

Do đó $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=x+2+\dfrac{4}{x-1}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-x-2\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$ nên (C) có tiệm cận xiên $y=x+2$.

Do $M\in(C)$ nên $M\left(x_0;x_0+2+\dfrac{4}{x_0-1}\right)$, $x_0\neq 1$.

Tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận là

$$d=\frac{\left|x_0-\left(x_0+2+\frac{4}{x_0-1}\right)+2\right|}{\sqrt{1+1}}+\left|x_0-1\right|=\frac{2\sqrt{2}}{\left|x_0-1\right|}+\left|x_0-1\right|\geq 2\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\left|x_0-1\right|}\left|x_0-1\right|}=2\sqrt{2\sqrt{2}}\,.$$

d nhỏ nhất khi $\frac{2\sqrt{2}}{\left|x_0-1\right|}=\left|x_0-1\right|\Leftrightarrow x_0=1\pm\sqrt{2\sqrt{2}}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=-x+m+\frac{m^2+1}{x-2}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận đứng là $x=2$.

b) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y=-x+m$.

c) Với $m=1$ thì tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(2;\,4)$.

d) Với $m\in[-2;2]$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(-x+m+\frac{m^2+1}{x-2}\right)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{(-x+m)(x-2)+m^2+1}{x-2}=+\infty$.

$$\lim_{x\to 2^-}y=\lim_{x\to 2^-}\left(-x+m+\frac{m^2+1}{x-2}\right)=\lim_{x\to 2^-}\frac{(-x+m)(x-2)+m^2+1}{x-2}=-\infty.$$

Vậy đồ thị (C) có một đường tiệm cận đứnglà $x=2$.

b)Đúng.Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y-(-x+m)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[-x+m+\frac{m^2+1}{x-2}-(-x+m)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{m^2+1}{x-2}=0$

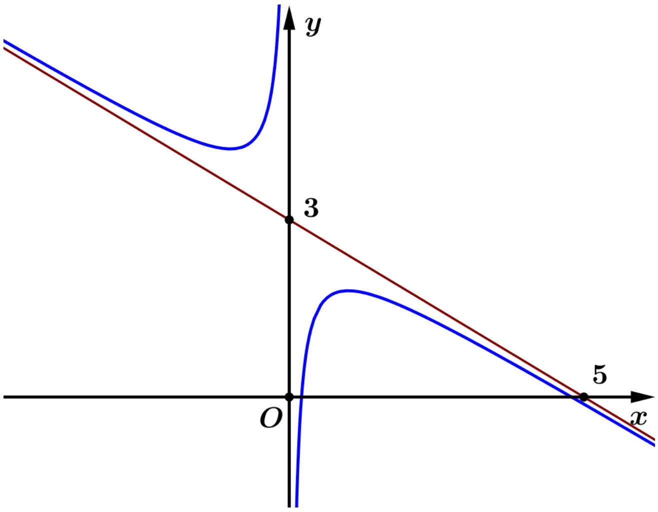
Vậy đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y=-x+m$.

c)Sai. Tâm đối xứng I của đồ thị (C) là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x=2$ và đường tiệm cận xiên $y=-x+m$ suy ra $I(2;-2+m)$. Khi $m=2$ thì $I(2;0)$.

d) Sai**.** Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y=-x+m$. Gọi A,B lần lượt là giao điểm của đường tiệm cận xiên với hai trục toạ độ, khi đó $A(0;m)$ và $B(m;0)$.

Diện tích tam giác OAB là $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}|m||m|=\frac{1}{2}m^2=8\Leftrightarrow m^2=16\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



a)Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

c) Đồ thị hàm số có đườngtiệm xiên là đường thẳng $y=-5x+3$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-x+1}$ có 1đườngtiệm cận đứng.

Lời giải

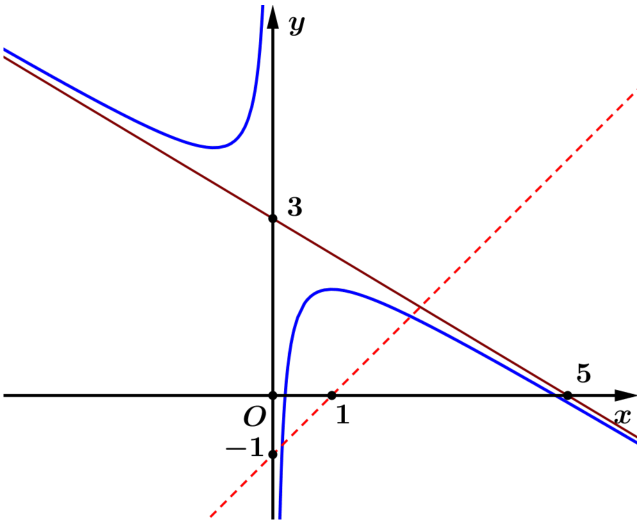
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng:

b) Sai:Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận đứng, một đường tiệm cận xiên.

c) Sai:Đồ thị hàm số có đường tiệm xiên là đường thẳng $y=-\dfrac{3}{5}x+3$.

d) Sai:Ta có $f(x)-x+1=0 \Rightarrow f(x)=x-1$



Dựa vào đồ thị hàm số thì $f(x)=x-1$ có 2 nghiệm phân biệt

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-x+1}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Trần_Tuấn_Anh

Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) (C) có đường tiệm cận đứng $x=-2$

b) (C) có đường tiệm cận xiên $y=x+2$.

c) Khoảng cách từ $A(2;1)$ đến tiệm cận xiên của (C) bằng $\sqrt{2}$

d) Tích các khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc (C) đến hai tiệm cận của (C) bằng $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

a) Đúng:

b) Sai:Ta có $y=x+1-\dfrac{3}{x+2}$.

Do đó đường tiệm cận xiên $y=x+1$.

c) Đúng:Đường tiệm cận xiên $y=x+1$ hay $x-y+1=0(\Delta_1)$

$$d(A,\Delta_1)=\frac{|2-1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$$

d) Đúng:Đường tiệm cận đứng $x=-2$ hay $x+2=0(\Delta_2)$ $d(A,\Delta_2)=\dfrac{|2-1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$.

Gọi $M\left(x_0;y_0=x_0+1-\dfrac{3}{x_0+2}\right)\in(C)$

$$d_1=d(M;\Delta_2)=|x_0+2|$$

$$d_2=d(M;\Delta_1)=\frac{|x_0-y_0+1|}{\sqrt{2}}=\frac{\left|x_0-\left(x_0+1-\frac{3}{x_0+2}\right)+1\right|}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}|x_0+2|}$$

$$d_1,d_2=|x_0+2|\cdot\frac{3}{\sqrt{2}|x_0+2|}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$ có đồ thị (C).

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$..

b) Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang.

c) Đồ thị (C) của hàm số có hai tiệm cận đứng $x=1;x=2$.

d) Tổng khoảng cách từ $B(2;-1)$ đến các đường tiệm cận là số thực lớn hơn 8.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai: Tập xác định $D=\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup(-1;1)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

b) Đúng: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=1 \Rightarrow$ đồ thị có một tiệm cận ngang $d_5: y=1$.

c) Sai: $\lim\limits_{x\to\left(-\sqrt{2}\right)^-} y=\lim\limits_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(1)^-} y=+\infty$.

$\Rightarrow$ Các đường tiệm cận đứng của đồ thị là $d_1: x=\sqrt{2}; d_2: x=-\sqrt{2}; d_3: x=1; d_4: x=-1$.

d) Đúng: $d\left(B,d_1\right)+d\left(B,d_2\right)+d\left(B,d_3\right)+d\left(B,d_4\right)+d\left(B,d_5\right)=$

$=\left(2-\sqrt{2}\right)+\left(2+\sqrt{2}\right)+(2-1)+(2+1)+(1+1)=10$

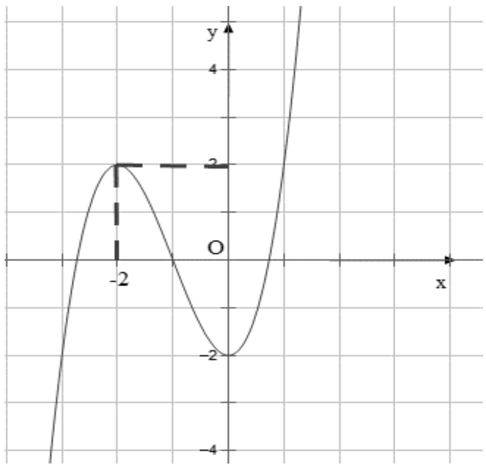
CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

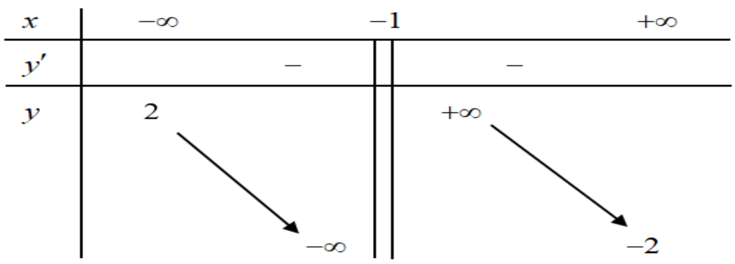
V HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)-1}$ là

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$			3				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				0		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là:

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	
$f(x)$			-1		|| $+\infty$		
		$\nearrow$		$\searrow$	||	$\searrow$	
	-2			$-\infty$	||		0

Đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			$+\infty$	||		3		
		$\searrow$		$\nearrow$	||	$\nearrow$		$\searrow$	
			2		|| $-\infty$				$-\infty$

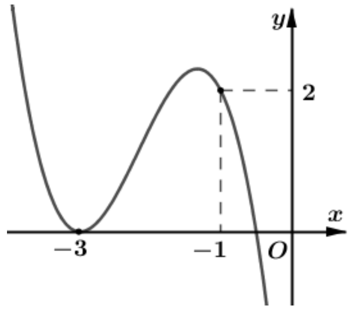
Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

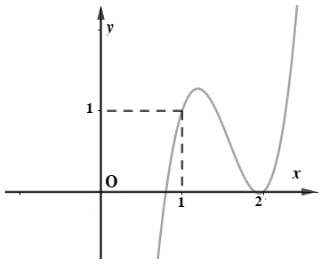
x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1				1
		$\searrow$		$\nearrow$	
			-3		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

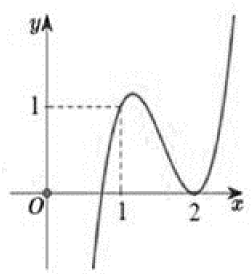
Câu 8: Cho hàm bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Câu 9: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

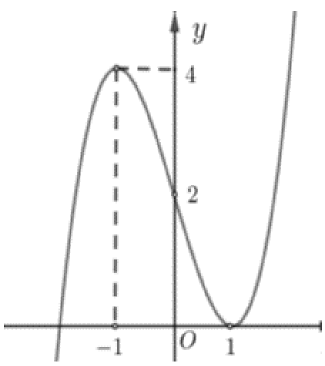


Câu 10: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-1}}{\left(x+1\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thì như hình vẽ dưới đây, đặt $g\left(x\right)=\dfrac{x^2-x}{f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)}$. Hỏi đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

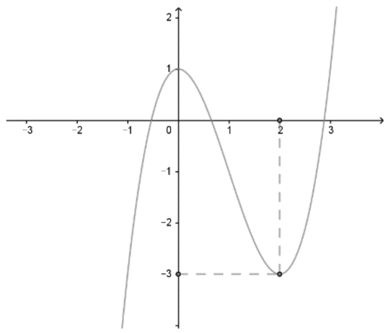


Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

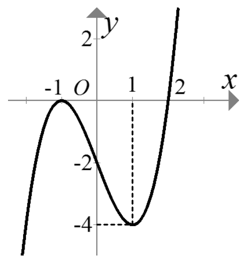
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$ là

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như bên dưới.



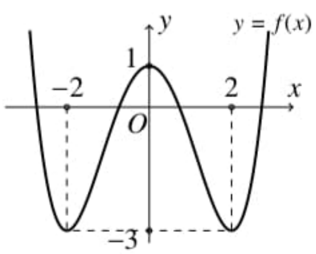
Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{2-x}}{(x-3)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{f\left(x\right)}}{\left(x+1\right)^2\left(x^2-4x+3\right)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 15: Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^3-2mx^2+\left(m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2023;2023\right]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

Câu 17: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, biết hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=-2$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{f(x)-f(1)}}$

Câu 20: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Câu 21: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-1000;1000]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

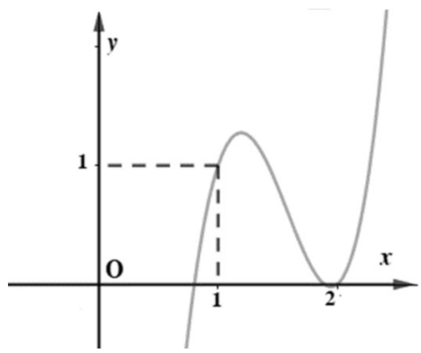
Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2021;2021]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$+\infty \searrow$		-3 ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	10

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+6}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3-3x)-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

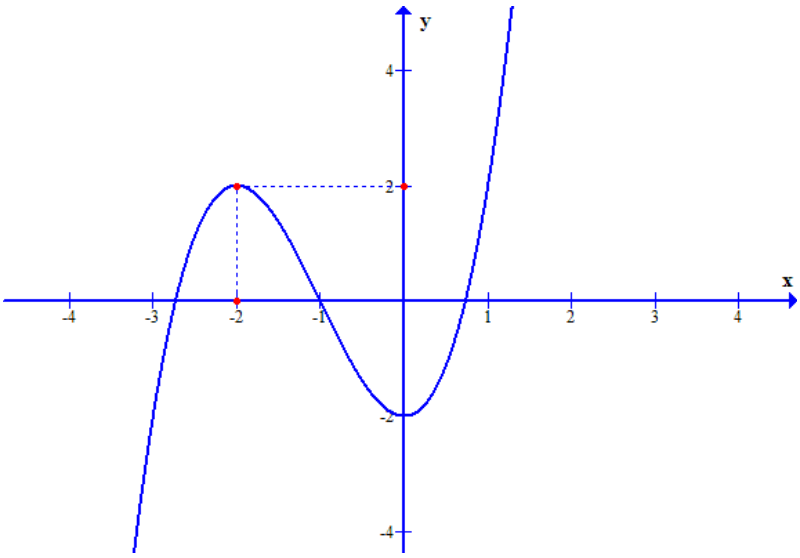


Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

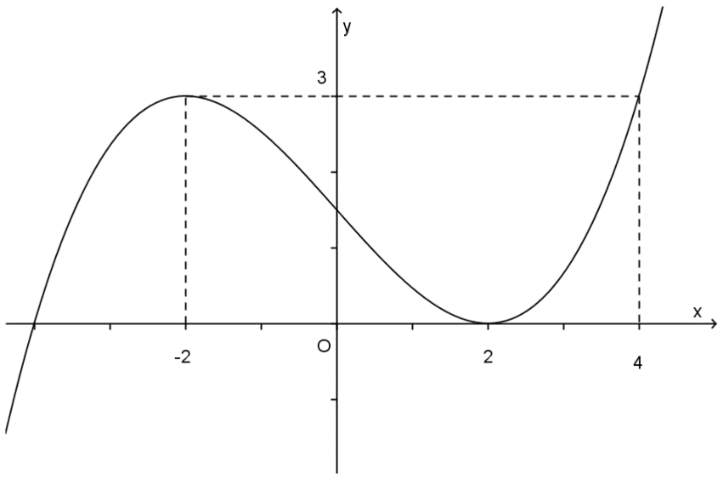
Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x) - 5}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{x+1}{f(x) - m}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của A là

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



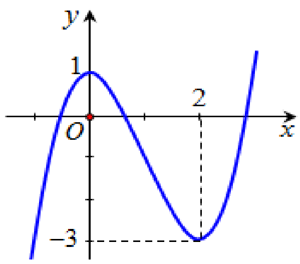
Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{1}{f(4 - x^2) - 3}$:

Câu 28: Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ

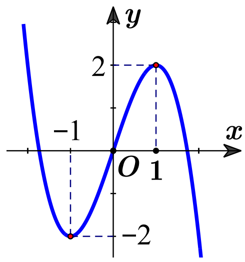
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-4)(x-2)}{f(x)-1}$ có mấy đường tiệm cận?

Câu 29: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Câu 30: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



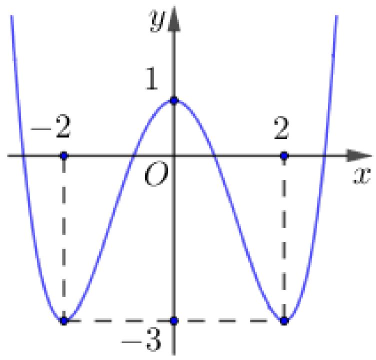
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^2-5x+4)}$

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

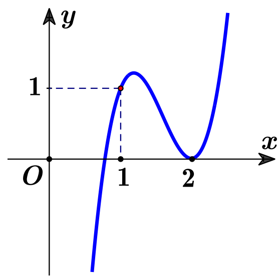
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, 2$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, 1$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$ là

Câu 32: Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3 - 4x}{\left(f(x)\right)^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



Câu 33: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{\left(x^2 - 3x + 2\right)\sqrt{2x - 1}}{x\left[f^2(x) - f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{x^4 - 2x^2}{f^2(x) + 2f(x) - 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

Câu 35: Cho hàm số $y = \dfrac{x + 3}{x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m + 1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận?

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của m để hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x + 3}{x - m}$ tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2022.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của $\left(C\right)$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

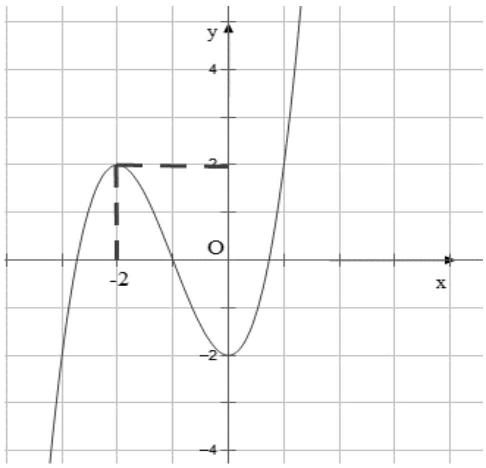
CHƯƠNG I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

V HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ là

Lời giải

ĐS: 3

Từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ suy ra tập xác định của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $D=\mathbb{R}$

Do đó số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ chính là số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$.

Qua đồ thị ta có: Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f\left(x\right)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	2	$\searrow$ $-\infty$	$\|$	$+\infty$ $\searrow$	-2

Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

Lời giải

ĐS: 4

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)}=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$ và $y=-\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy: phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<-1<x_2$.

Khi đó: $f(x_1)=f(x_2)=0$.

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to x_1^-} f(x)=0\\ f(x)>0\, khi\, x\to x_1^-\end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to x_1^-}\dfrac{1}{f(x)}=+\infty$ và $\begin{cases}\lim\limits_{x\to x_2^-} f(x)=0\\ f(x)>0\, khi\, x\to x_2^-\end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to x_2^-}\dfrac{1}{f(x)}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có hai tiệm cận đứng là đường thẳng $x=x_1$ và $x=x_2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang.

Lời giải

ĐS: 2

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)+2}=1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

TH 1: Nếu $m=-1$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)+2}=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)+2}=1$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận.

TH 2: Nếu $m\neq-1$

Để đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)+2}$ không có giá trị hữu hạn

$\Leftrightarrow m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$.

Vậy khi $m\in\{-2;-1\}$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là:

Lời giải

ĐS: 4

Đặt $h(x)=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

*) Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

*) Tiệm cận đứng:

Xét phương trình: $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<1<b<2<c$.

Đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+} h(x)=\lim\limits_{x\to b^-} h(x)=\lim\limits_{x\to c^+} h(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=h(x)$ có ba đường tiệm cận đứng là $x=a$, $x=b$ và $x=c$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=h(x)$ là 4.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	‖	-	
$f(x)$	-2	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

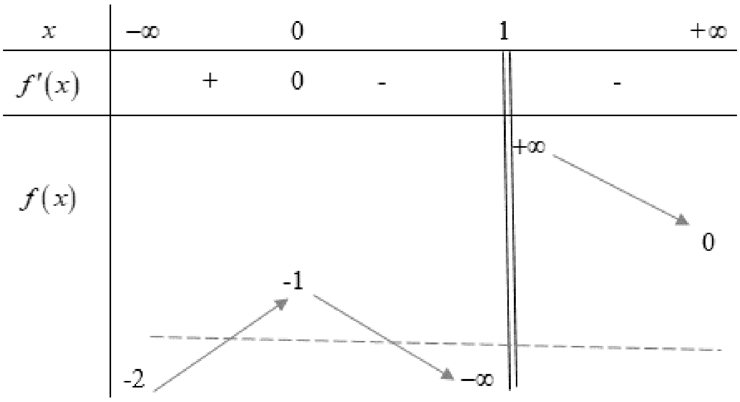
Đồ thị $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 2

Đặt $y=g\left(x\right)=\dfrac{1}{2f\left(x\right)+3}$ có tử số là $1\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

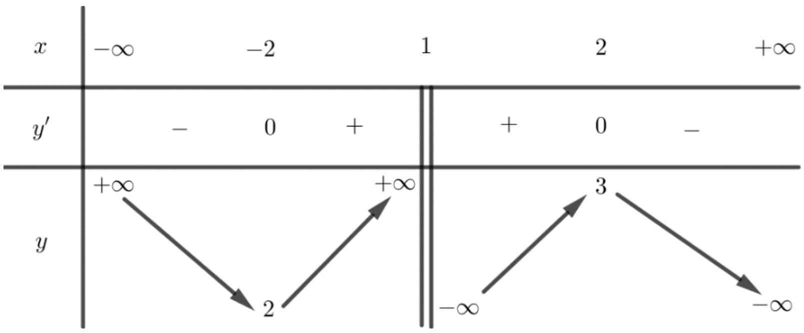
Ta có $2f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$.



Từ bảng biến thiên có phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1\in(-\infty;0),x_2\in(0;1)$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)+3}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 4

Ta có: $2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}\left(1\right)$. Phương trình $\left(1\right)$ có 4 nghiệm phân biệt $x_1,x_2,x_3,x_4\neq 1$ và giới hạn của hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ tại các điểm x_1,x_2,x_3,x_4 đều bằng $\pm\infty$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}=0$ nên $x=1$ không phải tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

Lời giải

ĐS: 3

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ đúng bằng số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$.

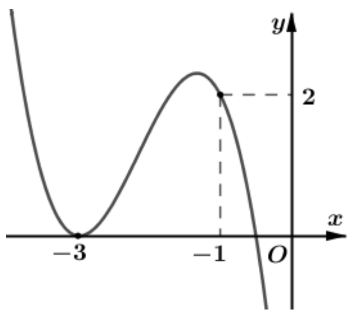
Mà số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ có 2 tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

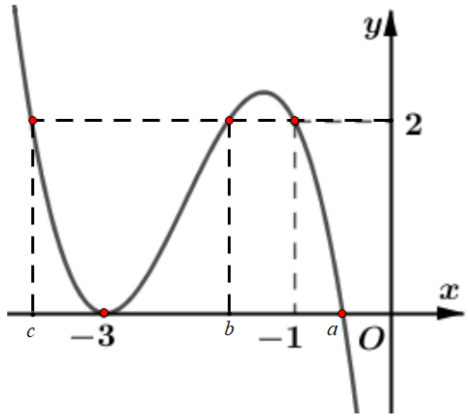
Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 8: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2(x)-2f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 4



$$y=\frac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[f^2(x)-2f(x)\right]}=\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}$$

Điều kiện tồn tại căn $\sqrt{x^2+x}:\left[\begin{array}{l}x\ge 0\\x\le -1\end{array}\right.$.

Xét phương trình $x\left[f^2(x)-2f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.$.

Với $x=0$ ta có $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}.f(x).\left[f(x)-2\right]}=+\infty$. Suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng.

Với $f(x)=0\Rightarrow x=-3$ hoặc $x=a$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to -3^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=-\infty$ nên $x=-3$ là tiệm cận đứng.

Với $f(x)=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=b\left(-3<b<-1\right)\\x=c\left(c<-3\right)\end{array}\right.$. Ta có:

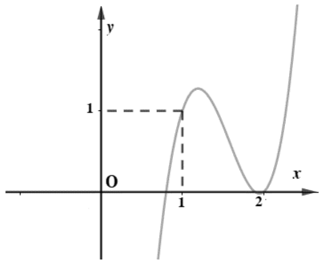
$\lim\limits_{x\to b^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=0$ $\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=0\\\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=0\end{array}\right.$ nên $x=-1$ không là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to b^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=+\infty$ nên $x=b$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to c^+}\frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x.f(x).\left[f(x)-2\right]}=+\infty$ nên $x=c$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 3

Nhận xét 1: Với $x_0\ge 1$ và $\lim\limits_{x\to x_0^+} g(x)$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} g(x)$ có kết quả là $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì $x=x_0$ là tiệm cận đứng của của đồ thị hàm số $g(x)$.

Nhận xét 2: Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta có: $f(x)=a(x-x_1)(x-2)^2$.

Ta có $x\left[f^2(x)-f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\ ,0<x_1<1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

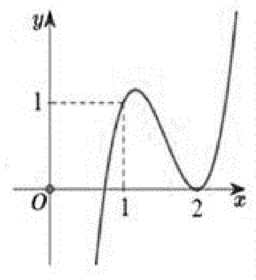
$$f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=x_2\ ,1<x_2<2 \\ x=x_3\ ,x_3>2 \end{array}\right. \text{ suy ra } f(x)-1=a(x-1)(x-x_2)(x-x_3).$$

Khi đó ta có $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}=\dfrac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{x.f(x)\left[f(x)-1\right]}$.

$$g(x)=\frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{x.a(x-x_1)(x-2)^2.a(x-1)(x-x_2)(x-x_3)}=\frac{\sqrt{x-1}}{a^2x(x-x_1)(x-2)(x-x_2)(x-x_3)}.$$

$x=0, x=x_1$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)$ không thỏa mãn điều kiện $x_0\ge 1$. Đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng là: $x=2, x=x_2, x=x_3$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 3

Ta có $g(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{(x+1)f(x)\left[f(x)-1\right]}$

Đkxđ: $\begin{cases} x\ge 1 \\ f(x)\ne 0 \\ f(x)\ne 1 \end{cases}$

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta có:

$f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=x_1 \end{array}\right.$ với $x=2$ là nghiệm kép, $x_1\in(0;1)$.

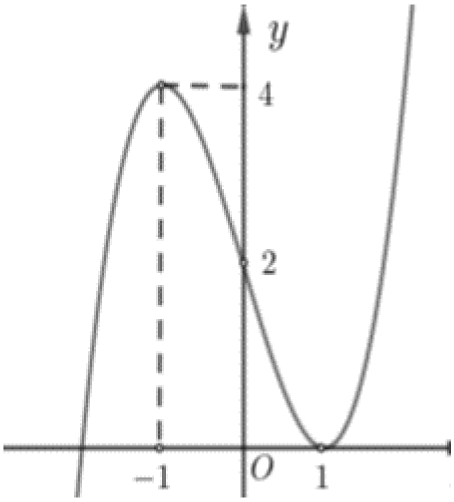
$f(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$ với $x_2\in(1;2);x_3>2$.

Vậy $g(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-2)^2(x-x_1)(x-1)(x-x_2)(x-x_3)}$

$=\dfrac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-2)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}$

Vậy đồ thị hàm số có 3 TCĐ $x=2;x=x_2;x=x_3$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thì như hình vẽ dưới đây, đặt $g(x)=\dfrac{x^2-x}{f^2(x)-2f(x)}$. Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 4

Ta xét phương trình $f^2(x)-2f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=x_1<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_2>1 \\ x=x_3<-1, x_3\neq x_1 \end{array}\right. \end{array}\right.$. Khi đó

$$g(x)=\frac{x^2-x}{ax(x-1)^2(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}=\frac{1}{a(x-1)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)};\ (a\neq 0).$$

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$ là

Lời giải

ĐS: 2

Tính tiệm cận ngang.

Ta có $x^3+x\xrightarrow{x\to+\infty}+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}=0$

$$x^3+x\xrightarrow{x\to-\infty}-\infty \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=0$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

Tính tiệm cận đứng.

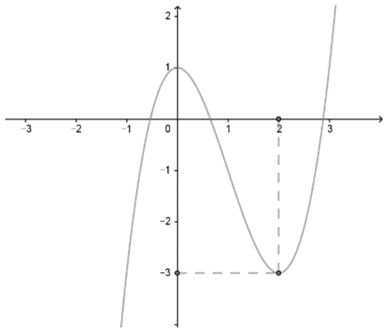
Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình $f\left(x^3+x\right)+3=0$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f\left(x^3+x\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(x^3+x\right)=-3 \Leftrightarrow x^3+x=x_0\,;x_0\in\left(-\infty;1\right)$

Vì hàm số $y=x^3+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do đó $x^3+x=x_0\,;x_0\in\left(-\infty;1\right)$ có một nghiệm duy nhất.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$ có 1 tiệm cần đứng.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như bên dưới.



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{2-x}}{\left(x-3\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng

Lời giải

ĐS: 3

Ta có $y'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=0$, $x=2$. Do đó, ta có hệ

$$\begin{cases} y\left(0\right)=1\\ y\left(2\right)=-3\\ y'\left(0\right)=0\\ y'\left(2\right)=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=1\\ c=0\\ 12a+4b=0\\ 8a+4b=-4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1\\ b=-3\\ c=0\\ d=1\end{cases}.$$

Vậy $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2+1$.

Khi đó $y=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{2-x}}{\left(x-3\right)\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{2-x}}{\left(x-3\right)\left(x^3-3x^2+1\right)\left(x^3-3x^2\right)}=\dfrac{\left(x^2-2x\right)\sqrt{2-x}}{x^2\left(x-3\right)^2\left(x^3-3x^2+1\right)}$.

Ta có $x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \\ x=x_1\in(-1;0) \\ x=x_2\in(0;1) \\ x=x_3\in(2;3) \end{array}\right.$.

Hàm số $y=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}$ có tập xác định $D=(-\infty;2]\setminus\{0;x_1;x_2\}$.

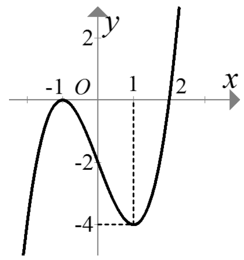
$$\lim_{x\to 0^+}\frac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x(x-2)\sqrt{2-x}}{x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(x-2)\sqrt{2-x}}{x(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}=-\infty.$$

Suy ra $x=0$ là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to x_1^+}\frac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}=+\infty,\ \lim_{x\to x_2^+}\frac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{x^2(x-3)^2(x^3-3x^2+1)}=+\infty.$$

Suy ra $x=x_1$ và $x=x_2$ cũng là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 14: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

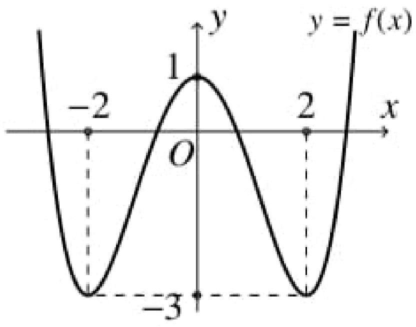
ĐS: 1

Điều kiện xác định: $\begin{cases} f(x)\geq 0 \\ x\neq -1 \\ x^2-4x+3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\neq -1 \\ x\neq 1 \\ x\neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\neq 3 \end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}$ có một đường tiệm cận đứng là: $x=3$.

Câu 15: Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 4

$$y=\frac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}=\frac{x\left(x+2\right)^2\left(x-2\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$$

Ta có: $\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=1 \\ f\left(x\right)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m\left(m<-2\right) \\ x=0 \\ x=n\left(n>2\right) \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x=0; x=\pm 2$ là các nghiệm kép và đa thức

$\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3$ có bậc là 8 nên $y=\dfrac{x\left(x+2\right)^2\left(x-2\right)}{a^2x^2\left(x+2\right)^2\left(x-2\right)^2\left(x-m\right)\left(x-n\right)}$

Vậy hàm số có các tiệm cận đứng là $x=0; x=2; x=m; x=n$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^3-2mx^2+\left(m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2023;2023\right]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

Lời giải

ĐS: 4041

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi $g\left(x\right)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 4.

Mặt khác $g\left(x\right)=\left(x-m\right)\left(x^2-mx+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ h\left(x\right)=x^2-mx+1=0. \end{array}\right.$

Suy ra $\begin{cases} h(4) \neq 0 \\ m \neq 4 \\ h(m) \neq 0 \\ \Delta_h = m^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{17}{4} \\ m \neq 4 \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2. \end{array} \right. \end{cases}$

Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ nên có 4041 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 17: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

ĐS: 2011

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

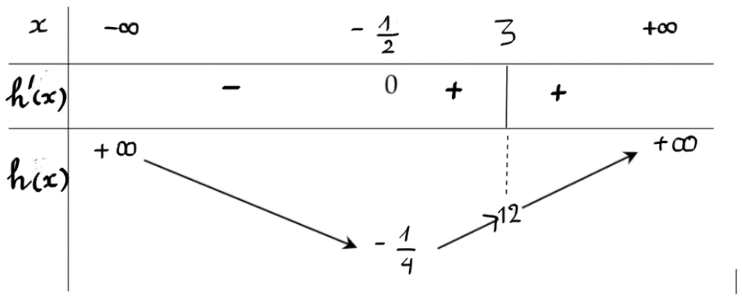
Suy ra, đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 + x - m = 0$ có đúng 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Xét $\Leftrightarrow x^2 + x = m$

$h(x) = x^2 + x$; $h'(x) = 2x + 1$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên



Từ BBT suy ra

$\Leftrightarrow m \geq 12$

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in [-2022;2022]$nên $m \in \{12;......;2022\}$

Vậy số giá trị nguyên thoả ycbt là: $2022 - 12 + 1 = 2011$.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

Lời giải

ĐS: 19

Đk: $\left[\begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq -3 \end{array}\right.$.

Dễ thấy đồ thị hàm số luôn có 2 tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$.

Xét phương trình $x^2 + (m+1)x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -m-2 \end{array}\right.$.

Vì $x = 1$ là nghiệm của tử số nên đồ thị hàm số có ba đường đường tiệm cận khi và chỉ khi nó có một tiệm cận đứng nữa là $x = -m-2$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} -m-2 \geq 0 \\ -m-2 \leq -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$.

Vì m nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m \in \{-10;-9;-8;....;-2;1;2;...;10\}$

Vậy có 19 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, biết hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x-1)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{f(x)-f(1)}}$

Lời giải

ĐS: 1

Điều kiện: $x \geq 0$.

Vì hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$ nên hệ số $a < 0$.

Xét $x \to +\infty \Rightarrow f(x) - f(1) \to -\infty$. Do đó hàm số đề bài không có tiệm cận ngang.

Xét $f(x) - f(1) = 0 \Leftrightarrow f(x) = f(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = a < -2 \notin [0;+\infty) \\ x = b > 3 \end{array}\right.$.

Khi $\lim\limits_{x \to 1} y = \dfrac{0}{0}$: không xác định.

$\lim\limits_{x \to b} y = +\infty$: đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = b > 3$.

Vậy đồ thị hàm số đề bài có duy nhất 1 tiệm cận đứng.

Câu 20: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 1

Ta có $-x^2 + 4x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2-mx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1;3]$.

$$x^2-mx+2=0 \Leftrightarrow m=\frac{x^2+2}{x}=f(x)$$

$$f'(x)=\frac{x^2-2}{x^2};\ f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$$

Bảng biến thiên

x	1		$\sqrt{2}$		3
f'		$-$	0	$+$	
f	3	$\searrow$	$2\sqrt{2}$	$\nearrow$	$\frac{11}{3}$

Vậy $2\sqrt{2}<m\le 3$.

Câu 21: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-1000;1000]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

ĐS: 908

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x\ge 1 \\ x^2+2x\ne m \end{cases}$.

Dựa vào điều kiện xác định ta suy ra hàm số đã cho không có giới hạn khi $x\to-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}=0, \forall m$.

$\Rightarrow y=0$ là pt đường tiệm cận ngang.

Cần tìm điều kiện để hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2+2x$.

$f'\left(x\right)=2x+2;\ f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=-1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Khi $m<3$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi $m \geq 3$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Kết hợp đề bài, để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì $\begin{cases} m \in [3;1000] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Vậy có 908 giá trị nguyên của m.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021;2021]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 2021

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt và khác $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-2)^2 - 2(-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m > 0 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases}$.

Mà m nguyên và $m \in [-2021;2021]$ nên suy ra $m \in \{-2021;-2020;...;-3;-2;-1;0\} \setminus \{-8\}$.

Vậy có 2021 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$+\infty \searrow$		-3 ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	10

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x)+6}$.

Lời giải

ĐS: 4

Đặt $g(x) = \dfrac{1}{2f(x)+6}$, ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2; a\}$, trong đó $f(a) = -3$ và $a \in (2;+\infty)$. Khi đó ta có

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \dfrac{1}{2\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) + 6} = 0$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \dfrac{1}{2\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) + 6} = \dfrac{1}{26}$ nên $y = 0$ và $y = \dfrac{1}{26}$ là hai đường tiệm cận ngang.

Mặt khác ta có

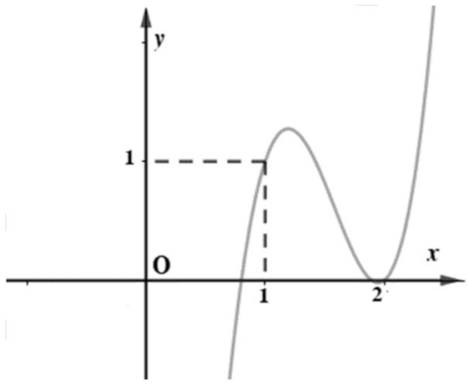
$\lim\limits_{x\to(-2)^-} g(x)=\dfrac{1}{2\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)+6}=+\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng;

$\lim\limits_{x\to 2^\pm} g(x)=\dfrac{1}{2\lim\limits_{x\to 2^\pm} f(x)+6}=0 \Rightarrow x=2$ không là tiệm cận đứng;

$\lim\limits_{x\to a^+} g(x)=\dfrac{1}{2\lim\limits_{x\to a^+} f(x)+6}=+\infty \Rightarrow x=a$ là tiệm cận đứng;

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+6}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3-3x)-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 7

Từ đồ thị ta thấy $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=a\ (1<a<2) \\ x=b\ (b>2) \end{array}\right.$

Xét $f(x^3-3x)-1=0 \Leftrightarrow f(x^3-3x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3-3x=1 & (1) \\ x^3-3x=a(1<a<2) & (2) \\ x^3-3x=b\ (b>2) & (3) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=x^3-3x$ như sau.

Từ BBT suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt, phương trình có 3 nghiệm phân biệt, phương trình có 1 nghiệm và 7 nghiệm này đều phân biệt. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 7 tiệm cận đứng.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

ĐS: 4

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{2f(x)-5}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{2f(x)-5}=0$ nên đường thẳng $x=1$ không là tiệm cận đứng.

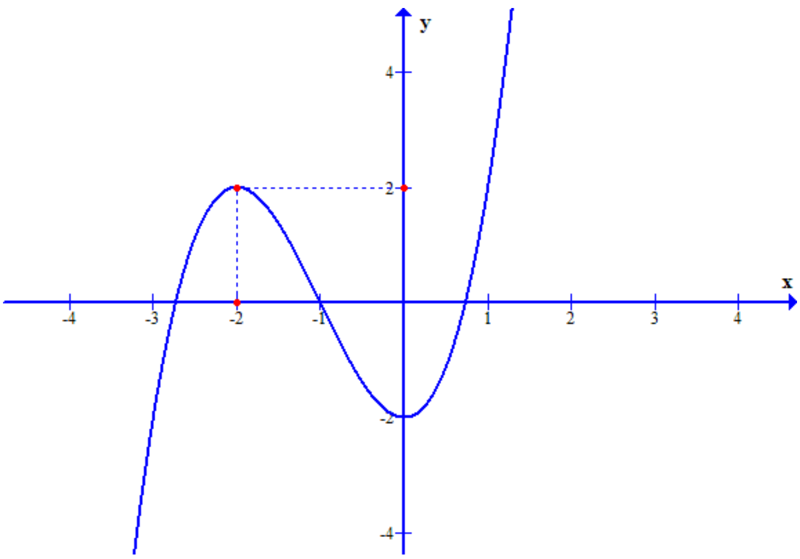
Ta có $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\ (a<-2) \\ x=b\ (-2<b<1) \\ x=c\ (1<c<2) \\ x=d\ (d>2) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{2f(x)-5}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{1}{2f(x)-5}=+\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=a$ là một tiệm cận đứng.

Xét tương tự ta có các đường thẳng $x=b; x=c; x=d$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có 4 tiệm cận đứng.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x+1}{f(x)-m}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của A là

Lời giải

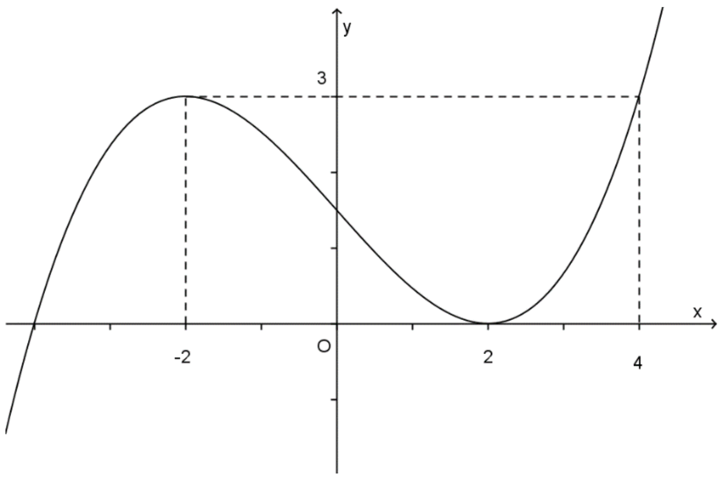
ĐS: 3

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{f(x)-m}=0 \Rightarrow$ hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Để hàm số có đúng 3 tiệm cận $\Leftrightarrow g(x)$ có 2 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)-m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 hoặc có ba nghiệm trong đó có 1 nghiệm bằng -1.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \\ m=0 \end{array}\right. \Rightarrow$ có 3 giá trị của m.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a;b;c;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(4-x^2)-3}$:

Lời giải

ĐS: 4

Xét phương trình: $f(4-x^2)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4-x^2=-2 \\ 4-x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{6} \\ x=0 \end{array}\right.$

Giới hạn bên phải, bên trái của hàm số $g(x)$ tại các điểm $x=\pm\sqrt{6}$; $x=0$ bằng $+\infty$ hoặc $-\infty$ nên đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(4-x^2)=-\infty$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(4-x^2)-3\right]=\pm\infty$

Khi đó $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$ là 4.

Câu 28: Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-4)(x-2)}{f(x)-1}$ có mấy đường tiệm cận?

Lời giải

ĐS: 2

Xét phương trình $f(x)-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2(b2) \\ x=-2(b2) \end{array}\right.$.

Do $f(x)$ là hàm số bậc bốn có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên $f(x)-1=a(x+2)^2(x-2)^2$ $(a<0)$.

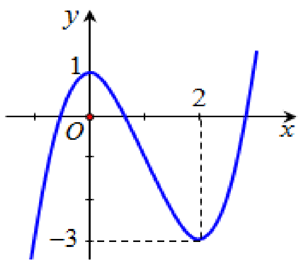
Khi đó, $g(x)=\dfrac{(x^2-4)(x-2)}{a(x+2)^2(x-2)^2}=\dfrac{1}{a(x+2)}$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{a(x+2)}=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{a(x+2)}=0$, nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Và $\lim\limits_{x\to-2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{1}{a(x+2)}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{1}{a(x+2)}=+\infty$, nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 29: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 4

ĐK xác định của $\sqrt{2-x}$ là $x\le 2$ $(*)$.

Ta có $(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ f(x)=0 \\ f(x)=-3 \end{array}\right.$.

* Ta có $x=3$ không thỏa mãn

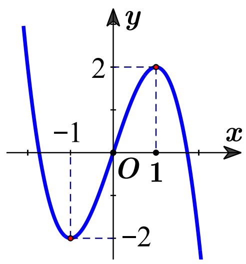
* $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=b\in(0;2) \\ x=c>2 \end{array}\right.$. Ta có $x=c$ không thỏa mãn

Ta có $\lim\limits_{x\to a^+} g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to b^+} g(x)=+\infty$. Vậy $x=a;x=b$ là các đường tiệm cận đứng.

* $f(x)=-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=d<0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to d^+} g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=+\infty$ .Vậy $x=d;x=2$ là các đường tiệm cận đứng.

Câu 30: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^2-5x+4\right)}$

Lời giải

ĐS: 6

Vì hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc 3 do đó

Dựa vào đồ thị ta có: $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<-\dfrac{3}{2} \\ x=x_2=0 \\ x=x_3>\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Suy ra $f\left(x^2-5x+4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-5x+4=x_1\ (1) \\ x^2-5x+4=x_2\ (2) \\ x^2-5x+4=x_3\ (3) \end{array}\right.$.

Xét phương trình $x^2-5x+4=a$ có nghiệm khi $a\ge\dfrac{-9}{4}$. Từ đó suy ra phương trình (1), phương trình (2) và phương trình (3) đều có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^2-5x+4\right)}$ có 6 đường tiệm cận đứng.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty \searrow -\infty$		‖ $2 \searrow -\infty$		‖ $1 \searrow$		-1	$\nearrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$ là

Lời giải

ĐS: 6

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $4f(x)-3=0$ có 4 nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa

$x_1\in(-\infty;-1)$, $x_2\in(-1;0)$, $x_3\in(0;1)$, $x_4\in(1;+\infty)$. Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$ có 4 tiệm cận đứng là $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$, $x=x_4$.

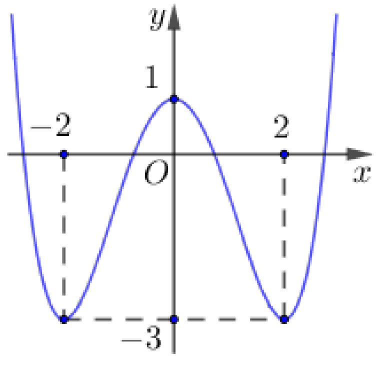
Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{4f(x)-3}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{4f(x)-3}=1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$ có 2 tiệm cận ngang là $y=0$, $y=1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4f(x)-3}$ là 6.

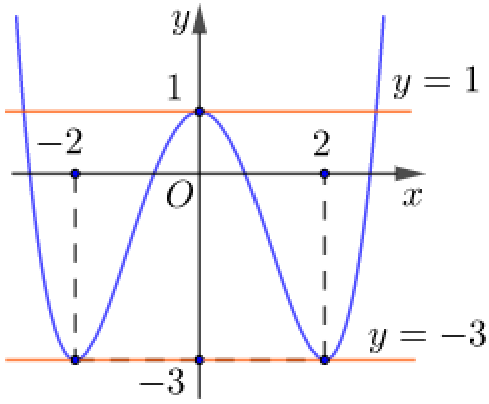
Câu 32: Cho hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-4x}{\left(f(x)\right)^2+2f(x)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 5

Xét phương trình $\left(f(x)\right)^2+2f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-3 \end{array}\right.$.



Quan sát đồ thị, ta có:

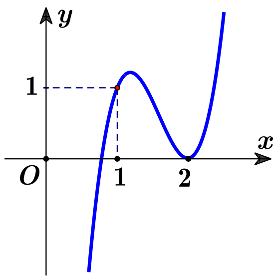
+) $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm u,\ (-u<-2<2<u) \end{array}\right.$.

+) $f(x)=-3 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Xét phương trình $x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận đứng.

Câu 33: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



Lời giải

ĐS: 4

Ta có $x\left[f^2(x)-f(x)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f^2(x)-f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$

$x=0$ loại do điều kiện $x \ge \dfrac{1}{2}$

$f(x)=0$ cho nghiệm $x=a>\dfrac{1}{2}$; $x=2$ là nghiệm kép

$f(x)=1$ cho ba nghiệm đơn $x=1; x=b; x=c$

Khi đó có thể viết mẫu thành $x(x-a)(x-b)(x-1)(x-c)(x-2)^2.g(x)$ trong đó $g(x)$ vô nghiệm; tử phân tích thành $(x-1)(x-2)\sqrt{2x-1}$.

Suy ra $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{2x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}=\dfrac{\sqrt{2x-1}}{x(x-a)(x-b)(x-c)(x-2).g(x)}$

Ta dễ dàng kiểm tra được hàm sô có 4 tiệm cận đứng là $x=a; x=b; x=c; x=2$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			1				1		
	$-\infty$				-3				$-\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^4-2x^2}{f^2(x)+2f(x)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

Lời giải

ĐS: 5

+ Mẫu của $g(x)$ là một đa thức bậc 8 nên $\lim\limits_{\substack{x\to-\infty\\(x\to+\infty)}} g(x)=0$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$ là đường thẳng $y=0.$

+ $f^2(x)+2f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{2} \\ x=\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=a,\left(a<-\sqrt{2}\right) \\ x=b,\left(b>\sqrt{2}\right) \end{array}\right.$ do đó

$g(x)=\dfrac{x^4-2x^2}{f^2(x)+2f(x)-3}=\dfrac{x^2\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)}{x^2\left(x+\sqrt{2}\right)^2\left(x-\sqrt{2}\right)^2(x-a)(x-b)}$ nên

i) $\lim\limits_{x\to0} g(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=y_0\in R$ nên đường thẳng $x=0$ **không phải** là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

ii) $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{2})^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(-\sqrt{2})^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

iii) $\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

iv) $\lim\limits_{x\to a^+} g(x) = \lim\limits_{x\to a^+} \dfrac{1}{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})(x-a)(x-b)} = -\infty$ nên đường thẳng $x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

v) $\lim\limits_{x\to b^+} g(x) = \lim\limits_{x\to b^+} \dfrac{1}{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})(x-a)(x-b)} = +\infty$ nên đường thẳng $x=b$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có **5 đường tiệm cận**.

Câu 35: Cho hàm số $y = \dfrac{x+3}{x^4-(3m+2)x^2+3m+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận?

Lời giải

ĐS: 2019

Hàm số đã cho xác định khi: $x^4-(3m+2)x^2+3m+1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \neq 1 \\ x^2 \neq 3m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x^2 \neq 3m+1 \end{cases}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có một TCN là đường thẳng $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận khi nó có 4 đường TCĐ $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 = 3m+1$ có hai nghiệm phân biệt khác $\pm 1, -3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1>0 \\ 3m+1\neq 1 \\ 3m+1 \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \dfrac{8}{3} \end{cases}$.

Suy ra số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận là 2019.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của m để hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-m}$ tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2022.

Lời giải

ĐS: 2

Để đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x+3}{m-x}$ có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow m \neq -\dfrac{3}{2}$.

Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$ và tiệm cận đứng là $x=m$.

$\Rightarrow$ Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước là 2 và $|m|$.

$\Rightarrow$ Để hình chữ nhật tạo thành có diện tích bằng $2022 \Leftrightarrow 2.|m| = 2022$ $\Leftrightarrow |m| = 1011 \Leftrightarrow m = \pm 1011$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

Lời giải

ĐS: 8

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang $y=2$ và đường tiệm cận đứng $x=1$. Khi đó:

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận ngang là: $|b-2|=\left|\dfrac{2a-1}{a-1}-2\right|=\dfrac{1}{|a-1|}$;

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận đứng là: $|a-1|$.

Ta có $|a-1|+\dfrac{1}{|a-1|}\geq 2\sqrt{|a-1|\dfrac{1}{|a-2|}}=2$. Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất là 2 khi $|a-1|=\dfrac{1}{|a-1|}\Leftrightarrow (a-1)^2=1\Leftrightarrow a^2-2a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0\,(l) \\ a=2 \end{array}\right.$. Suy ra $b=\dfrac{2.2-1}{2-1}=3\Rightarrow a+2b=8$.