

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án**

**Câu 1: (TD 1.1)** Nguyên hàm của hàm số  $y = 5^x$  là

- A.  $\int 5^x dx = \ln 5 \cdot 5^x + C$ .    B.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .    C.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .    D.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{x+1} + C$ .

**Câu 2: (TD 1.1)** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .    B.  $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ .    C.  $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$ .    D.  $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$ .

**Câu 3.** Nguyên hàm  $\int (\sin x + 4x^3) dx$  bằng

- A.  $-\cos x + 4x^4 + C$ .    B.  $\cos x + x^4 + C$ .    C.  $\cos x + 12x^2 + C$ .    D.  $-\cos x + x^4 + C$

**Câu 4. (TD 1.1)**. Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 3$  và  $\int_0^1 g(x) dx = -2$ . Giá trị của  $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

- A. 3.    B. -6.    C. 5.    D. 1.

**Câu 5. (TD 1.1)** Cho  $f$  là hàm số liên tục trên  $[1; 2]$ . Biết  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $[1; 2]$  thỏa  $F(1) = -2$  và  $F(2) = 4$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- A. 6.    B. 2.    C. -6.    D. -2.

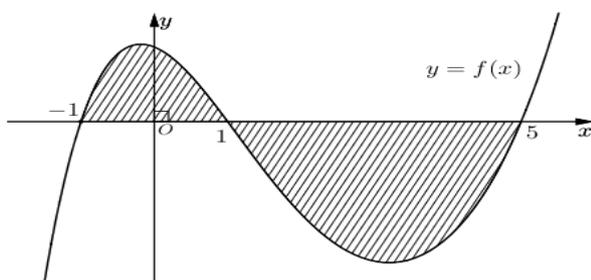
**Câu 6. (TD 1.1)** Nếu  $\int_1^3 2f(x) dx = 4$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng:

- A. 8.    B. 2.    C.  $\frac{1}{8}$ .    D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 7. (TD 1.1)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .    B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .    C.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .    D.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .

**Câu 8. (TD 2.1)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $R$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1$  và  $x = 5$ .



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ .      B.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$ .

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ .      D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$ .

**Câu 9. (TD 1.2)** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$  được tính bởi công thức nào sau đây?

A.  $S = \pi \int_0^1 3x^2 dx$ .      B.  $S = \int_0^1 x^2 dx$ .      C.  $S = \pi \int_0^1 (3x^2)^2 dx$ .      D.  $S = 3 \int_0^1 x^2 dx$ .

**Câu 10. (TD 1.1)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - 3y + 12 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

A.  $\vec{n}_3 = (1; -3; 0)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (0; 1; -3)$ .      C.  $\vec{n}_1 = (1; -3; 12)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (1; 0; -3)$ .

**Câu 11. (TD 1.2)** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ .      B.  $\frac{3}{x} + y - 2z - 1 = 0$ .      C.  $x + xy + 2z + 3 = 0$ .      D.  $x - 2y^2 + z - 1 = 0$ .

**Câu 12. (TD 1.1)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3;0;0)$ ,  $B(0;1;0)$  và  $C(0;0;-2)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là:

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ .      B.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ .      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .      D.  $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho  $f(x) = x^2 + 2$  và  $\int g(x)dx = \sin x + C$ .

a)  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 2x + C$ .

b)  $\int [f(x) + g(x)]dx = \frac{x^3}{3} + 2x + \sin x + C$ .

c)  $g(x) = -\cos x$ .

d) Tích phân  $\int_{-2}^3 (x^2 + 2)dx$  bằng  $\frac{63}{5}$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$ ,  $(Q): 4x - 2y - 4z + 3 = 0$ . Khi đó:

a)  $\vec{n} = (2; -1; 2)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .

b)  $(P) // (Q)$ .

c) Điểm  $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$  không thuộc  $(Q)$ .

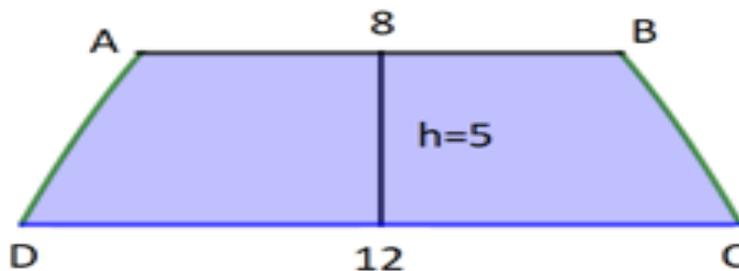
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng  $\frac{5}{6}$ .

### PHẦN III. Trả lời ngắn

**Câu 1.** Biết rằng  $\int_1^2 (2^x + x^2) dx = \frac{a}{\ln 2} + \frac{b}{3}$  với  $a, b$  là các số nguyên. Giá trị của  $a + b$  bằng?

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(-1; 0; 4)$ ,  $C(0; -2; -1)$ . Phương trình mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có dạng  $x - 2y - 5z + d = 0$ . Tính  $d$ ?

**Câu 3.** Một mảnh đất có hình dạng là hình thang cong có các thông số như hình vẽ, biết phần đường cong là phần đồ thị của hàm số  $y = a\sqrt{x}$ . Diện tích của mảnh đất đó là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

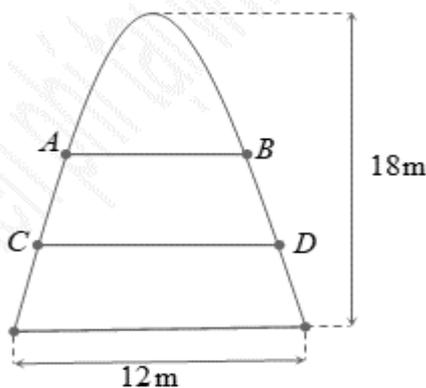


**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -3; 2)$  và  $B(-2; 1; -3)$ . Xét hai điểm  $M$  và  $N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MN = 1$ . Giá trị lớn nhất của  $|AM - BN|$  bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

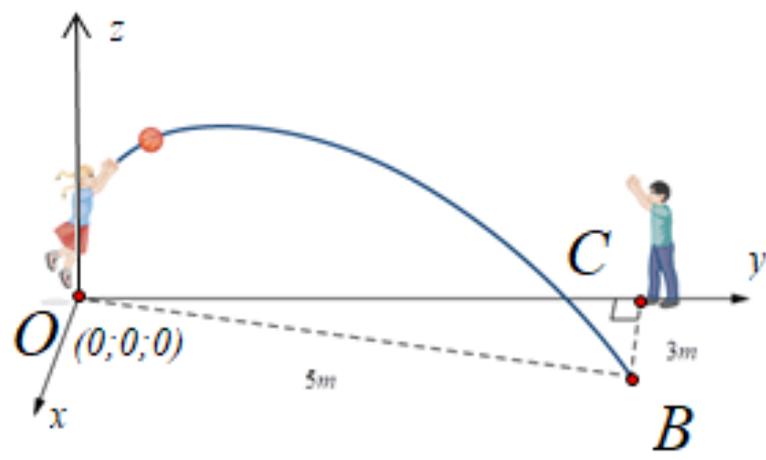
### PHẦN IV. Tự luận.

**Câu 1:** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$ , Tính giá trị của  $\int_0^1 [2f(x) + 2x] dx$ ?

**Câu 2.** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí  $AB$ ,  $CD$  nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số  $\frac{AB}{CD}$  bằng bao nhiêu?



**Câu 3.** Hai đứa trẻ đang chơi với một quả bóng. Bé gái ném quả bóng cho bé trai. Quả bóng di chuyển uốn cong trong không khí, rơi xuống vị trí cách bé trai 3m và cách bé gái 5m (xem hình bên dưới). Biết mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng vuông góc với mặt đất, chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng?



---HẾT---

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ/Á	C	C	D	D	A	B	A	C	D	A	A	B

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Câu 1	a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
Câu 2	a) S	b) Đ	c) S	d) Đ

**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

Câu 1. 9	Câu 2. -5	Câu 3. 50,7	Câu 4. 6,08
----------	-----------	-------------	-------------

**Hướng dẫn giải:**

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Câu 1: Cho  $f(x) = x^2 + 2$  và  $\int g(x)dx = \sin x + C$ .

a)  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 2x + C$ .

b)  $\int [f(x) + g(x)]dx = \frac{x^3}{3} + 2x + \sin x + C$ .

c)  $g(x) = -\cos x$ .

d) Tích phân  $\int_{-2}^3 (x^2 + 2)dx$  bằng  $\frac{63}{5}$

**Lời giải**

a) Đúng:  $\int f(x)dx = \int (x^2 + 2)dx = \frac{x^3}{3} + 2x + C$ .

b) Đúng:  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx = \frac{x^3}{3} + 2x + \sin x + C$ .

c) Sai:  $g(x) = \left(\int g(x)dx\right)' = (\sin x + C)' = \cos x$ .

d) Sai: Tích phân  $\int_{-2}^3 (x^2 + 2)dx = \frac{65}{3}$

Câu 2: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$ ,  
 $(Q): 4x - 2y - 4z + 3 = 0$ . Khi đó:

a).  $\vec{n} = (2; -1; 2)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .

b).  $(P) // (Q)$ .

c). Điểm  $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$  không thuộc  $(Q)$ .

d). Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng  $\frac{5}{6}$ .

### Lời giải

a). Sai vì:  $\vec{n} = (2; -1; -2)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .

b). Đúng  $(P) // (Q)$  vì 2 vectơ pháp tuyến cùng phương.

c). Sai vì Điểm  $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$  thuộc  $(Q)$ .

d). Đúng vì khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P); (Q)$  bằng khoảng cách từ điểm  $I$  thuộc  $(Q)$  đến

$$\text{mặt phẳng (P)} \quad d((P), (Q)) = d(I, (P)) = \frac{\left|2 \cdot 0 - \frac{3}{2} - 2 \cdot 0 + 4\right|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{6}.$$

### Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1.**  $\int_1^2 (2^x + x^2) dx = \frac{a}{\ln 2} + \frac{b}{3}$

**Trả lời:**  $a + b = 9$

Ta có :

$$\int_1^2 (2^x + x^2) dx = \left(\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_1^2 = \left(\frac{4}{\ln 2} + \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{2}{\ln 2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{\ln 2} + \frac{7}{3} \Rightarrow a = 2; b = 7 \Rightarrow a + b = 9$$

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(-1; 0; 4)$ ,  $C(0; -2; -1)$ . Phương trình mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có dạng  $x - 2y - 5z + d = 0$ . Tính  $d$ ?

**Trả lời: -5**

Mặt phẳng vuông góc với  $BC$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$ .

Phương trình mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  là  $1(x-2) - 2(y-1) - 5(z+1) = 0$  hay  $x - 2y - 5z - 5 = 0$ .

Vậy  $d = -5$ .

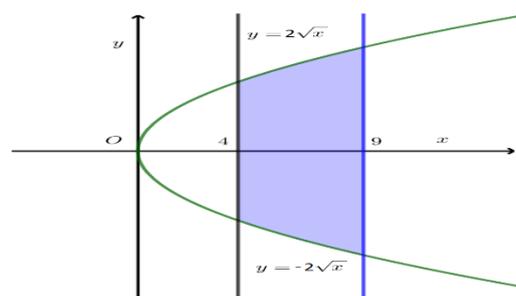
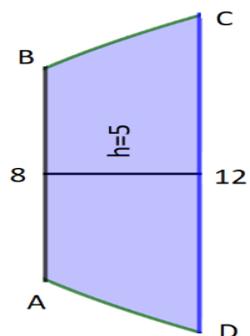
**Câu 3. Trả lời: 50,7**

Đưa hình vẽ về dạng của hàm số  $y = a\sqrt{x}$ :

Chọn hệ trục  $Oxy$  với  $Ox$  đi qua chính giữa trục của mảnh đất (theo chiều của chiều cao), gốc tọa độ  $O$  cách điểm chính giữa của đoạn  $AB$  là 4, khi đó ta có:  $y_B = 4, y_C = 6$  nên  $B(4; 4), C(9; 6)$ .

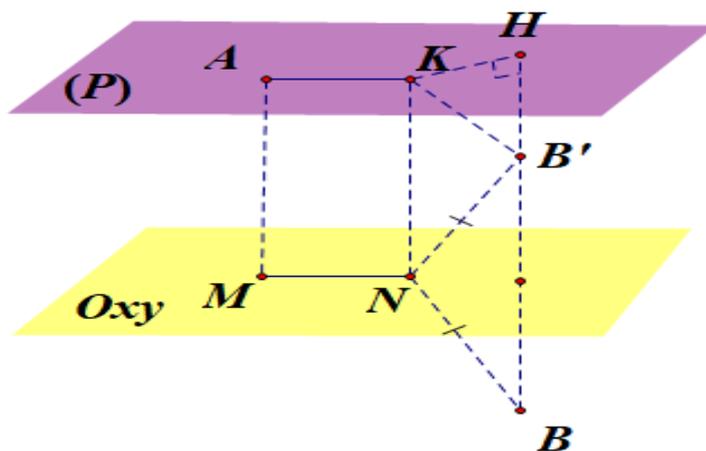
Do đó, dễ được:  $a = 2$

$$\text{Nên: } S = 2 \int_4^9 \sqrt{x} dx = \frac{152}{3} \approx 50,7.$$



**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -3; 2)$  và  $B(-2; 1; -3)$ . Xét hai điểm  $M$  và  $N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MN = 1$ . Giá trị lớn nhất của  $|AM - BN|$  bằng

**Trả lời: 6,08**



Ta thấy  $A, B$  nằm khác phía đối với mặt phẳng  $(Oxy)$

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A(1; -3; 2)$  và song song với  $(Oxy)$  nên  $(P): z = 2$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $B$  lên  $(P) \Rightarrow H(-2; 1; 2)$

Gọi  $K$  thuộc  $(P)$  là điểm sao cho  $AMNK$  là hình bình hành

Gọi  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $(Oxy) \Rightarrow B'(-2; 1; 3)$

Ta có:  $|AM - BN| = |AM - B'N| = |KN - B'N| \leq KB' \quad (1)$

Mà  $KB' = \sqrt{B'H^2 + HK^2} \leq \sqrt{B'H^2 + (HA + AK)^2} \quad (2)$

Ta có:  $B'H = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1,$

$HA = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2} = 5,$

$AK = MN = 1$  ( vì  $AMNK$  là hình bình hành)

Theo (1) và (2) ta có:  $|AM - BN| \leq KB' \leq \sqrt{1^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37} \approx 6,08.$

Vậy giá trị lớn nhất của  $|AM - BN|$  là  $\sqrt{37} \approx 6,08.$

#### Phần IV. Tự luận

Câu	Đáp án	Điểm
1	<p>Cho <math>\int_0^1 f(x) dx = 2</math>, Ta có:</p> $\int_0^1 [2f(x) + 2x] dx = \int_0^1 2f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + x^2 \Big _0^1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$	1,0
2	<p>Chọn hệ trục tọa độ <math>Oxy</math> như hình vẽ.            Phương trình Parabol có dạng <math>y = a \cdot x^2 \quad (P)</math>.  <math>(P)</math> đi qua điểm có tọa độ <math>(-6; -18)</math> suy ra: <math>-18 = a \cdot (-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}</math></p>	

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2.$$

Từ hình vẽ ta có:  $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng

$$AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2 \text{ là}$$

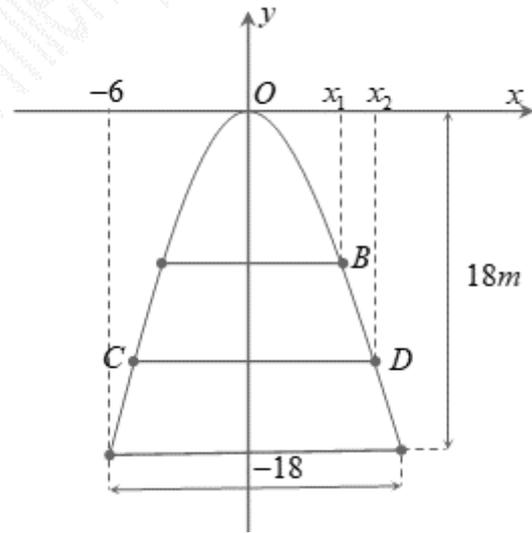
$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[ -\frac{1}{2}x^2 - \left( -\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx$$

$$= 2 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} x_1^2 x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3} x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng  $CD: y = -\frac{1}{2}x_2^2$  là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[ -\frac{1}{2}x^2 - \left( -\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} x_2^2 x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3} x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra  $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$  Vậy  $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$



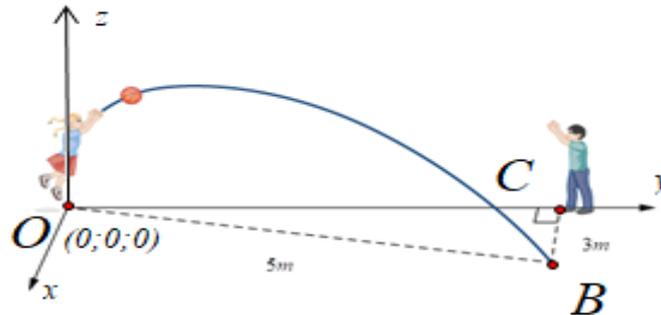
0,5

0,5

3

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có  $OC = \sqrt{OB^2 - BC^2} = 4$  suy ra  $B(3;4;0).$

Mặt phẳng chứa quỹ đạo đi qua  $O(0;0;0)$  và nhận  $\vec{k}(0;0;1), \vec{OB}(3;4;0)$  làm vec tơ chỉ phương.

Suy ra vec tơ pháp tuyến  $\vec{n} = [\vec{k}; \vec{OB}] = (-4;3;0)$

Vậy phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng là:

$$-4(x-0) + 3(y-0) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y = 0.$$

0,5

0,5

– Thí sinh có thể làm cách khác, đáp án đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KII- TOÁN 12

TT	Chương/ chủ đề	Nội dung/đơn vị kiến thức	Mức độ đánh giá											Tổng số câu			Tỉ lệ % điểm	
			TNKQ						TỰ LUẬN									
			Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn									
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu		VD
1	Chương IV	Nguyên hàm(5 tiết)	3			3									6	0	0	15.0%
	NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN		TĐ			TĐ												
		Tích phân (4 tiết)	3				1			1			1		3	3	0	25.0%
			TĐ				TĐ			GQVĐ			GQVĐ					
	Ứng dụng (4 tiết)	2	1							1			1	2	1	2	22.5%	
TĐ	TĐ								GQVĐ			MHH						
2	Chương V	Phương trình mặt phẳng (6 tiết)	3			2	2			1	1			1	5	3	2	37.5%
	PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN		TĐ			TĐ	TĐ			TĐ	GQVĐ			MHH				
Tổng số câu			11	1	0	5	3	0	0	2	2	0	1	2	27	câu/ý		100%
Tổng số điểm			2.75	0.25	0	1.25	0.75	0	0	1	1	0	1	2	10	điểm		
Tỉ lệ % điểm của ma trận			30%			20%			20%			30%			40%	30%	30%	
Tỉ lệ % điểm theo BGD quy định			30%			20%			20%			30%			40%	30%	30%	

TRƯỜNG THPT SÀM SƠN

BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ GIỮA HKII – TOÁN 12

TT	Chương/ chủ đề	Nội dung/đơn vị kiến thức	Yêu cầu cần đạt	Mức độ đánh giá											
				TNKQ									TỰ LUẬN		
				Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn					
				Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD
1	Chương IV NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN	Nguyên hàm	- Nhận biết được khái niệm, các tính chất nguyên hàm của một hàm số.	3			3								
			- Giải thích được tính chất cơ bản của nguyên hàm. - Xác định được nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp	TD			TD								
	Tích phân	- Nhận biết được định nghĩa và các tính chất của tích phân.	3				1			1			1		
		- Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản. - Sử dụng được tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số hình khối. - Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.	TD				TD			GQVĐ			GQVĐ		
	Ứng dụng của tích phân	- Sử dụng được tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số hình khối.	2	1							1			1	
		- Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.	TD	TD							GQVĐ			MHH	
2	Chương V	Phương	- Điểm thuộc, không thuộc mặt phẳng	3			2	2			1	1		1	

<b>PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN</b>	trình mặt phẳng trong không gian	- Vec tơ pháp tuyến của mp - Hai mp song song - Góc giữa hai mặt phẳng - Viết phương trình mp qua 3 điểm	TD			TD	TD			TD	GQVĐ			MHH
<b>Tổng số câu</b>			11	1	0	5	3	0	0	2	2	0	1	2
<b>Tổng số điểm</b>			2.75	0.25	0	1.25	0.75	0	0	1	1	0	1	2
<b>Tỉ lệ % điểm của ma trận</b>			30%			20%			20%			30%		
<b>Tỉ lệ % điểm theo BGD quy định</b>			30%			20%			20%			30%		

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK2 TOÁN 12  
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk2-toan-12>