

## MỤC LỤC

|                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| §1_KHÁI NIỆM KHỐI ĐA DIỆN .....                                           | 1  |
| A- LÝ THUYẾT CẦN NẮM: .....                                               | 2  |
| ☑ DẠNG 1_NHẬN DIỆN ĐA DIỆN.....                                           | 2  |
| ☑ DẠNG 2_XÁC ĐỊNH SỐ ĐỈNH, CẠNH, MẶT BÊN CỦA MỘT KHỐI ĐA DIỆN.....        | 5  |
| ☑ DẠNG 3_MẶT PHẪNG ĐỐI XỨNG.....                                          | 8  |
| ☑ DẠNG 4_PHÂN CHIA LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN. ....                            | 9  |
| §2_KHỐI ĐA DIỆN LỖI - KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU .....                              | 12 |
| ☑ DẠNG 1_NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN LỖI. ....                                 | 12 |
| ☑ DẠNG 2_NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU.....                                  | 14 |
| ☑ DẠNG 3_MỐI LIÊN HỆ GIỮA SỐ CẠNH, SỐ MẶT VÀ SỐ ĐỈNH CỦA ĐA DIỆN ĐỀU..... | 16 |
| BẢNG ĐÁP ÁN .....                                                         | 19 |
| §3_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY .....                     | 20 |
| ☑ DẠNG 1_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC. ....                                    | 20 |
| ☑ DẠNG 2_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG, CHỮ NHẬT, THOI, THANG. ....           | 24 |
| §4_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY.....                       | 33 |
| ☑ DẠNG 1_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC. ....                                    | 33 |
| ☑ DẠNG 2_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC.....                                      | 36 |
| BẢNG ĐÁP ÁN .....                                                         | 39 |
| §5_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU .....                                           | 40 |
| ☑ DẠNG 1_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC ĐỀU. ....                                | 40 |
| ☑ DẠNG 2_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG.....                                   | 43 |
| §6_THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG .....                                      | 47 |
| ☑ DẠNG 1_LĂNG TRỤ ĐỨNG CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC. ....                           | 47 |
| ☑ DẠNG 2_LĂNG TRỤ CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC. ....                                 | 50 |
| §7_TỶ SỐ THỂ TÍCH.....                                                    | 54 |
| ☑ LÝ THUYẾT CẦN NẮM.....                                                  | 54 |
| ☑ DẠNG 1_TỶ SỐ CƠ BẢN CỦA KHỐI CHÓP TAM GIÁC. ....                        | 54 |

## §1\_KHÁI NIỆM KHỐI ĐA DIỆN

### A- LÝ THUYẾT CẦN NẮM:

- ♦ **Định nghĩa.** (Hình đa diện là hình gồm hữu hạn các đa giác phẳng thỏa mãn hai tính chất:
  - Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
  - Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác).
- ♦ **Các kết quả thu được.**
  - ♦ **Kết quả 1:** Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.
  - ♦ **Kết quả 2:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh.
  - ♦ **Kết quả 3:** Cho  $(H)$  là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có  $p$  cạnh. Nếu số mặt của  $(H)$  là  $l$  thì  $p$  phải là số chẵn.
  - ♦ **Kết quả 4:** Cho  $(H)$  là đa diện có  $m$  mặt, mà các mặt của nó là những đa giác có  $p$  cạnh. Khi đó số cạnh của  $(H)$  là  $c = \frac{pm}{2}$ .
  - ♦ **Kết quả 5:** Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số các mặt của nó phải là một số chẵn.
  - ♦ **Kết quả 6:** Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia được thành những khối tứ diện.
  - ♦ **Kết quả 7:** Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
  - ♦ **Kết quả 8:** Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn.
  - ♦ **Kết quả 9:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.
  - ♦ **Kết quả 10:** Không tồn tại hình đa diện có 7 cạnh.
  - ♦ **Kết quả 11:** Với mỗi số nguyên  $k \geq 3$  luôn tồn tại hình đa diện có  $2k$  cạnh.
  - ♦ **Kết quả 12:** Với mỗi số nguyên  $k \geq 4$  luôn tồn tại hình đa diện có  $2k + 1$  cạnh.
  - ♦ **Kết quả 13:** Không tồn tại một hình đa diện có
    - + Số mặt lớn hơn hoặc bằng số cạnh.
    - + Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng số cạnh.
  - ♦ **Kết quả 14:** Tồn tại khối đa diện có  $2n$  mặt là những tam giác đều.

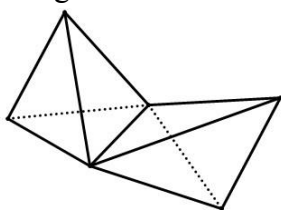
### ☑ DẠNG 1\_NHẬN DIỆN ĐA DIỆN.

#### PHƯƠNG PHÁP

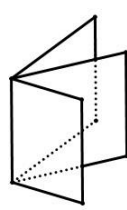
Dựa và định nghĩa và các kết quả

### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

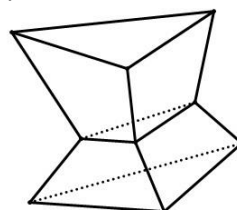
**Ví dụ 1.** Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



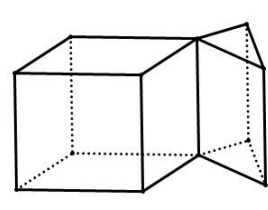
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 2.

C. Hình 1.

D. Hình 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình 4 không phải là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh chung của 4 đa giác, loại A  
 Hình 2 không phải là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh chung của 3 đa giác, loại B  
 Hình 1 không phải là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh chung của 4 đa giác, loại C  
 Hình 3 là hình đa diện vì nó thỏa mãn khái niệm hình đa diện.

**Ví dụ 2.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.
- B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp đôi số mặt.
- C. Số đỉnh của một hình đa diện bất kì luôn lớn hơn hoặc bằng 4.
- D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.

**Lời giải****Chọn D**

- A. Đúng vì tồn tại hình tứ diện.
- B. Đúng vì tồn tại hình lập phương.
- C. Đúng.
- D. Sai.

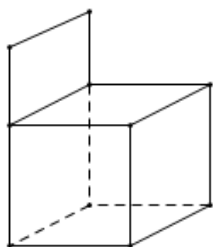
**Ví dụ 3.** Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng

- A. Năm mặt.
- B. Ba mặt.
- C. Bốn mặt.
- D. Hai mặt.

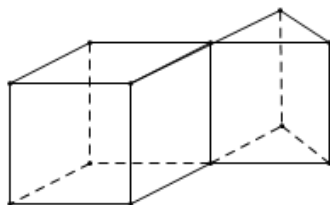
**Lời giải****Chọn D**

Trong một đa diện, mỗi cạnh nào cũng là cạnh chung của đúng hai mặt.

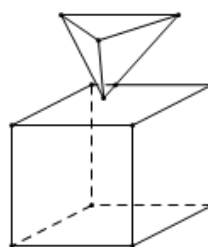
**Ví dụ 4.** Hình nào dưới đây là hình đa diện?



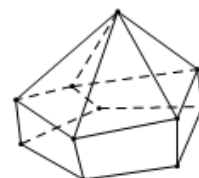
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 3.
- B. Hình 1.
- C. Hình 2.
- D. Hình 4.

**Lời giải****Chọn D**

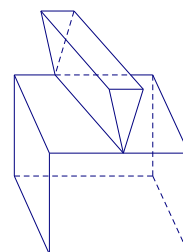
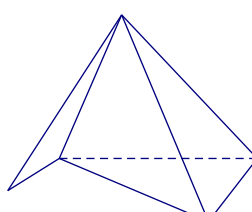
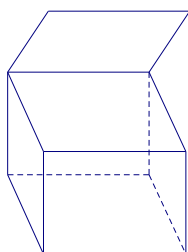
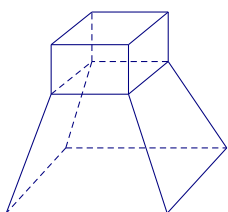
Hình 4 thỏa mãn.

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

**Câu 1.** Hình nào trong các hình sau **không** phải là hình đa diện?

- A. Hình chóp.
- B. Hình vuông.
- C. Hình lập phương.
- D. Hình lăng trụ.

**Câu 2.** Cho các hình sau:

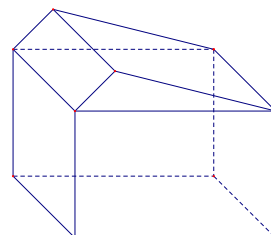
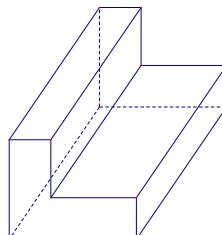
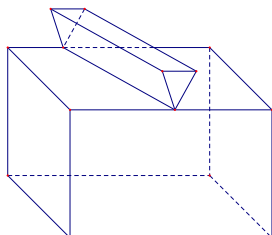
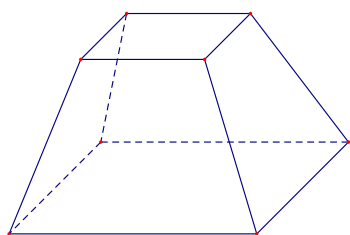


**Hình 1****Hình 2****Hình 3****Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là

**A.** Hình 1.**B.** Hình 2.**C.** Hình 3.**D.** Hình 4.

**Câu 3.** Cho các hình khối sau:

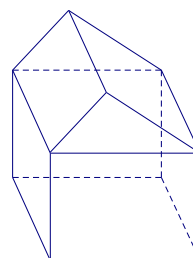
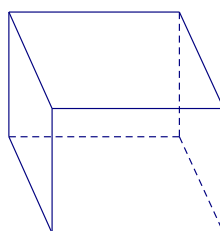
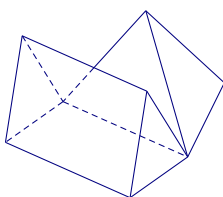
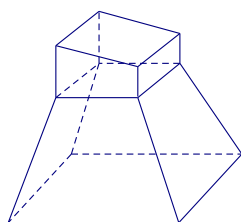


(a) (b) (c) (d)

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

**A.** 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.

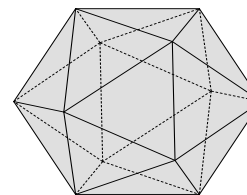
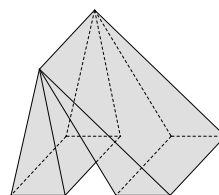
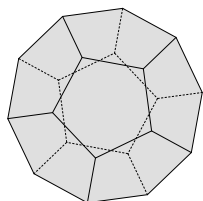
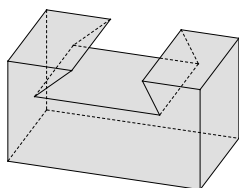
**Câu 4.** Cho các hình sau:

**Hình 1****Hình 2****Hình 3****Hình 4**

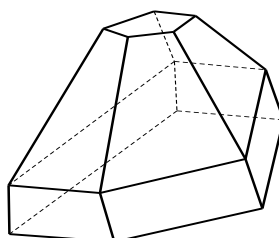
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là

**A.** 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.

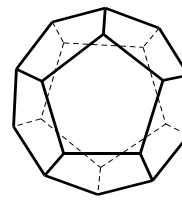
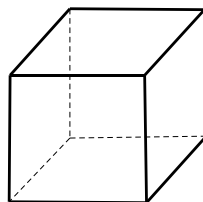
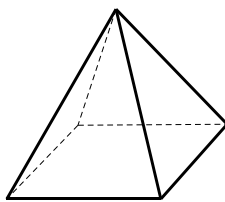
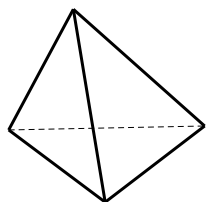
**Câu 5.** Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?

**A.****B.****C.****D.**

**Câu 6.** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

**A.** 11.**B.** 12.**C.** 13.**D.** 14.

**Câu 7.** Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



A. Khối tứ diện đều.

B. Khối chóp tứ giác.

C. Khối lập phương.

D. Khối 12 mặt đều.

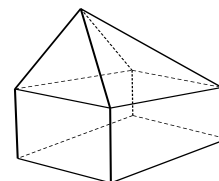
**Câu 8.** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 16.



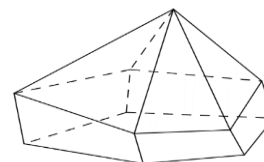
**Câu 9.** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 6.

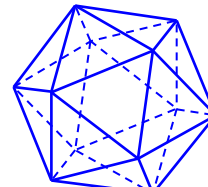
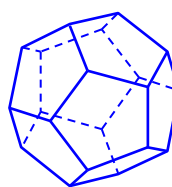
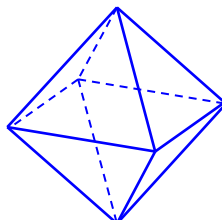
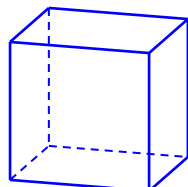
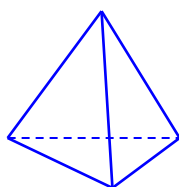
B. 10.

C. 12.

D. 11.



**Câu 10.** Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



Khối tứ diện đều, Khối lập phương, Bát diện đều mặt đều mặt đều  
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

### ☑ DẠNG 2\_XÁC ĐỊNH SỐ ĐỈNH, CẠNH, MẶT BÊN CỦA MỘT KHỐI ĐA DIỆN.

**PHƯƠNG PHÁP:** Sử dụng các kết quả thừa nhận

#### A\_BÀI TẬP MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?

A. 12.

B. 10.

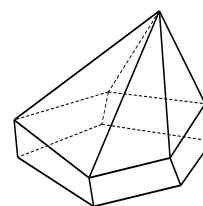
C. 6.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình ta đếm được 11 mặt.



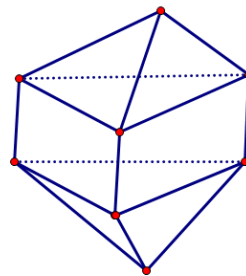
**Ví dụ 2.** Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên?

- A. 11.                                      B. 10.  
C. 12.                                      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình đa diện trên có 9 mặt gồm các mặt là  
 $(ABD); (BDC); (ADC); (ABFE); (BFGC);$   
 $(ACGE); (HFE); (HFG); (EHG).$



**Ví dụ 3.** Hình chóp có 50 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

- A. 26.                                      B. 21.                                      C. 25.                                      D. 49.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $n$  là số cạnh của đa giác đáy hình chóp đã cho. Ta có  
 Số cạnh đáy bằng số cạnh bên nên tổng số cạnh của hình chóp bằng  $2n$ .

Từ giả thiết, suy ra  $2n = 50 \Rightarrow n = 25$ .

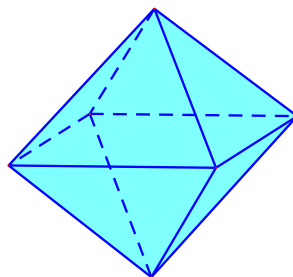
Vậy số tổng số mặt của hình chóp là: 26.

**Ví dụ 4.** Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 16.                                      B. 12.                                      C. 10.                                      D. 14.

**Lời giải**

**Chọn B**

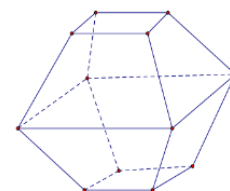


Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 8 mặt, 12 cạnh

## B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

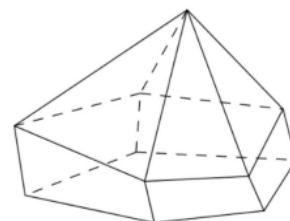
**Câu 11.** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 12.                                      B. 8.  
C. 11.                                      D. 10.



**Câu 12.** Hình đa diện ở hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A.  $m = 10$ .                                      B.  $m = 12$ .  
C.  $m = 11$ .                                      D.  $m = 20$ .



**Câu 13.** Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 9 mặt.                                      B. 7 mặt.                                      C. 5 mặt.                                      D. 6 mặt.

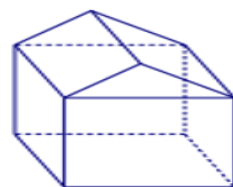
**Câu 14.** Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 1.

- Câu 15.** Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?  
**A.** 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.
- Câu 16.** Hình lăng trụ lục giác có bao nhiêu mặt?  
**A.** 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.
- Câu 17.** Mỗi cạnh của một hình đa diện là cạnh chung của đúng  $n$  mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?  
**A.**  $n = 2$ . **B.**  $n = 5$ . **C.**  $n = 3$ . **D.**  $n = 4$ .
- Câu 18.** Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?  
**A.** 33. **B.** 31. **C.** 30. **D.** 22.
- Câu 19.** Mỗi đỉnh của hình đa diện thuộc ít nhất bao nhiêu mặt?  
**A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 20.** Hình lăng trụ lục giác có bao nhiêu mặt?  
**A.** 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.
- Câu 21.** Khối chóp ngũ giác có số cạnh là  
**A.** 20. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.
- Câu 22.** Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây là sai?  
**A.** Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.  
**B.** Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.  
**C.** Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.  
**D.** Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
- Câu 23.** Mỗi hình đa diện có ít nhất  
**A.** 3 cạnh. **B.** 6 cạnh. **C.** 5 cạnh. **D.** 4 cạnh.
- Câu 24.** Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?  
**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2
- Câu 25.** Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?  
**A.** 8. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 12.

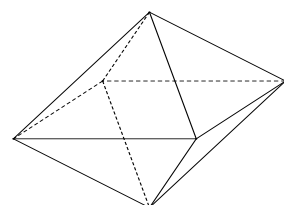
Số đỉnh của hình đa diện dưới đây là

- A.** 8. **B.** 9.  
**C.** 10. **D.** 11.



- Câu 27.** Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?  
**A.** 31. **B.** 30. **C.** 22. **D.** 33.
- Câu 28.** Một hình đa diện có ít nhất bao nhiêu đỉnh?  
**A.** 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.
- Câu 29.** Hình đa diện trong hình vẽ dưới đây có bao nhiêu mặt?

- A.** 4. **B.** 10.  
**C.** 8. **D.** 9.



**Câu 30.** Cho hình chóp có 20 cạnh. Số mặt của hình chóp đó là

- A. 12.                                      B. 10.                                      C. 11.                                      D. 20.

**☑ DẠNG 3\_ MẶT PHẪNG ĐỐI XỨNG.**

**PHƯƠNG PHÁP:**

Do tính chất đối xứng nhau, nên cứ đi từ trung điểm các cạnh ra mà tìm. Đảm bảo rằng nếu chọn 1 mặt phẳng đối xứng nào thì các điểm còn dư phải chia đều về 2 phía.

**A\_ BÀI TẬP MINH HỌA:**

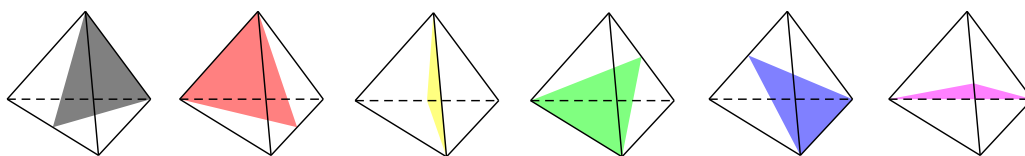
**Ví dụ 1.** Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là

- A. 4 mặt phẳng.                                      B. 6 mặt phẳng.  
C. 8 mặt phẳng.                                      D. 10 mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Các mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là các mặt phẳng chứa một cạnh và qua trung điểm cạnh đối diện.



Vậy hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

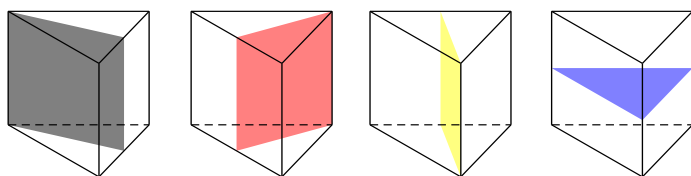
**Ví dụ 2.** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                                      B. 1 mặt phẳng.                                      C. 2 mặt phẳng.                                      D. 3 mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng (hình vẽ bên dưới).



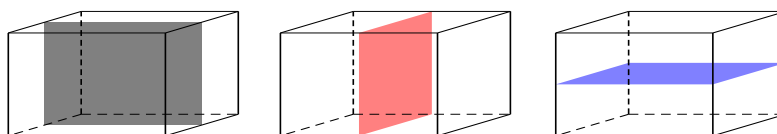
**Ví dụ 3.** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                                      B. 6 mặt phẳng.                                      C. 9 mặt phẳng.                                      D. 3 mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình hộp chữ nhật (không phải là hình lập phương) có các mặt phẳng đối xứng là các mặt các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối.



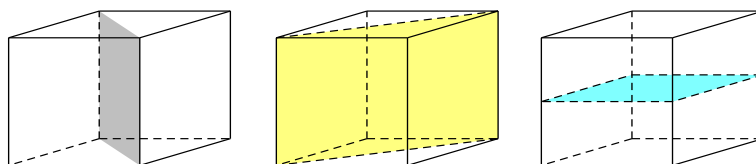
**Ví dụ 4.** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                                      B. 1 mặt phẳng.                                      C. 2 mặt phẳng.                                      D. 3 mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình chữ nhật) có 3 mặt phẳng đối xứng bao gồm:



2 mặt phẳng chứa đường chéo của đáy và vuông góc với đáy.

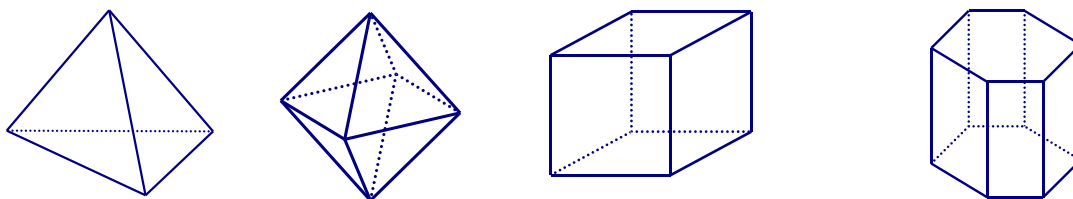
Một mặt phẳng là mặt phẳng trung trực của cạnh bên.

### B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 31.** Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

- A. 4.                      B. 6.                      C. 12.                      D. 9.

**Câu 32.** Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều.                      B. Bát diện đều.                      C. Hình lập phương.                      D. Lăng trụ lục giác đều.

**Câu 33.** Gọi  $n_1, n_2, n_3$  lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $n_1 = 0, n_2 = 0, n_3 = 6$ .                      B.  $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9$ .  
C.  $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9$ .                      D.  $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 3$ .

**Câu 34.** Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 1 mặt phẳng.                      C. 2 mặt phẳng.                      D. 3 mặt phẳng.

**Câu 35.** Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 6 mặt phẳng.                      C. 8 mặt phẳng.                      D. 10 mặt phẳng.

**Câu 36.** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 1 mặt phẳng.                      C. 2 mặt phẳng.                      D. 3 mặt phẳng.

**Câu 37.** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 6 mặt phẳng.                      C. 9 mặt phẳng.                      D. 3 mặt phẳng.

**Câu 38.** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 1 mặt phẳng.                      C. 2 mặt phẳng.                      D. 3 mặt phẳng.

**Câu 39.** Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 8 mặt phẳng.                      B. 9 mặt phẳng.                      C. 10 mặt phẳng.                      D. 12 mặt phẳng.

**Câu 40.** Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

- A. 4 mặt phẳng.                      B. 9 mặt phẳng.                      C. 6 mặt phẳng.                      D. 12 mặt phẳng.

### ☑ DẠNG 4\_PHÂN CHIA LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN.

#### PHƯƠNG PHÁP:

Sử dụng các kết quả thừa nhận và các tính chất của hình học.

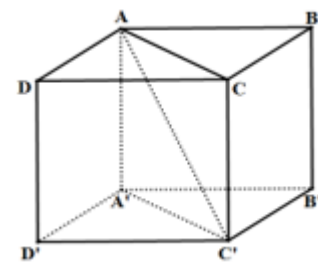
**A\_VÍ DỤ MINH HỌA:**

**Ví dụ 1.** Cho khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ACC')$  chia khối lập phương trên thành những khối đa diện nào?

- A. Hai khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  và  $BCD.B'C'D'$ .  
 B. Hai khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  và  $ACD.A'C'D'$ .  
 C. Hai khối chóp tam giác  $C'.ABC$  và  $C'.ACD$ .  
 D. Hai khối chóp tứ giác  $C'.ABCD$  và  $C'.ABB'A'$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có mặt phẳng  $(ACC') \equiv (ACC'A')$ .

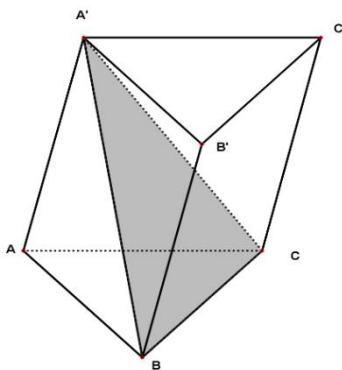
Cho nên mặt phẳng  $(ACC'A')$  phân chia khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  thành hai khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  và  $ACD.A'C'D'$ .

**Ví dụ 2.** Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  thành hai khối chóp.

- A.  $A'.ABC$  và  $A.BCC'B'$ .  
 B.  $A.A'B'C'$  và  $A.BCC'B'$ .  
 C.  $A.A'BC$  và  $A'.BCC'B'$ .  
 D.  $A.A'B'C'$  và  $A'.BCC'B'$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



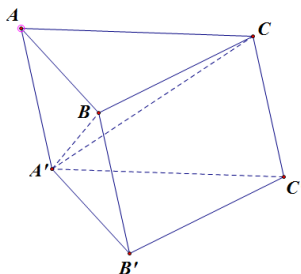
Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  thành hai khối chóp  $A.A'BC$  và  $A'.BCC'B'$ .

**Ví dụ 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ đã cho thành các khối đa diện nào?

- A. Hai khối chóp tam giác.  
 B. Một khối chóp tam giác, một khối chóp tứ giác.  
 C. Một khối chóp tam giác, một khối chóp ngũ giác.  
 D. Hai khối chóp tứ giác.

**Lời giải**

**Chọn B**

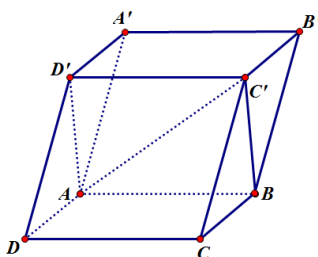


Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ đã cho thành một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

- Ví dụ 4.** Mặt phẳng nào sau đây chia khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  thành hai khối lăng trụ  
**A.**  $(A'BC')$ .                      **B.**  $(ABC')$ .                      **C.**  $(AB'C)$ .                      **D.**  $(A'BD)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

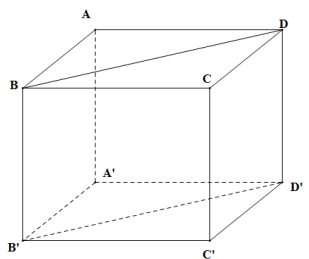


Mặt phẳng  $(ABC')$  là mặt phẳng  $(ABC'D')$  chia khối hộp thành hai khối lăng trụ là  $(BCC'.ADD')$  và  $(BB'C'.AA'D')$ .

- Ví dụ 5.** Cho khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(BDD'B')$  chia khối lập phương thành  
**A.** Hai khối lăng trụ tam giác.                      **B.** Hai khối tứ diện.  
**C.** Hai khối lăng trụ tứ giác.                      **D.** Hai khối chóp tứ giác.

**Lời giải**

**Chọn A**



## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.A  | 3.B  | 4.C  | 5.C  | 6.B  | 7.A  | 8.D  | 9.D  | 10.B |
| 11.D | 12.C | 13.B | 14.C | 15.A | 16.A | 17.A | 18.A | 19.D | 20.A |
| 21.D | 22.A | 23.B | 24.A | 25.D | 26.C | 27.D | 28.D | 29.C | 30.C |
| 31.D | 32.A | 33.C | 34.A | 35.B | 36.A | 37.D | 38.D | 39.B | 40.B |

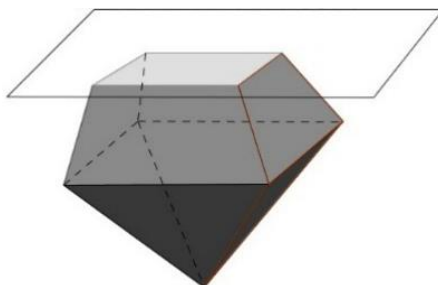
## §2\_KHỐI ĐA DIỆN LỖI - KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

### ☑ DẠNG 1\_NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN LỖI.

#### PHƯƠNG PHÁP:

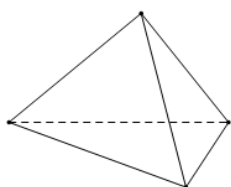
♦ **Cách 1:** Chọn 2 điểm trên hình sao cho đoạn thẳng nối hai điểm đó không chứa trong khối đa diện.

♦ **Cách 2:** Sử dụng tính chất “Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó”.

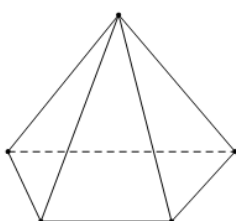


#### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

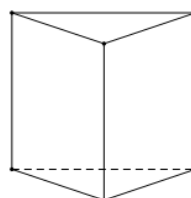
**Ví dụ 1.** Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



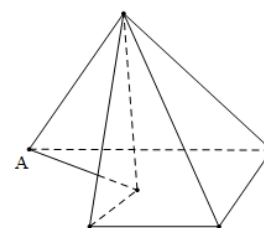
Hình I



Hình II



Hình III



Hình IV

A. Hình (II).

B. Hình (I).

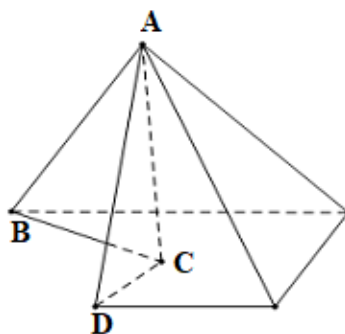
C. Hình (IV).

D. Hình (III).

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hình IV



Cách 1: Đoạn thẳng  $BD$  nằm ngoài khối đa diện nên hình IV không phải là khối đa diện lồi.

Cách 2: Hình IV tồn tại mặt phẳng  $(ABC)$  chia khối đa diện thành 2 phần nên hình IV không phải đa diện lồi.

**B\_BÀI TẬP ÁP DỤNG:**

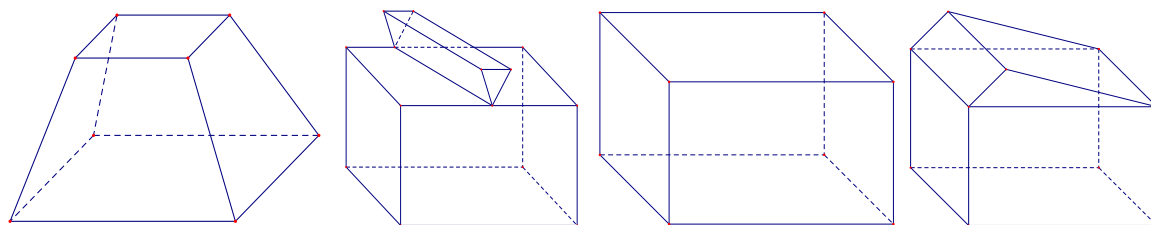
**Câu 1.** Cho một hình đa diện lồi. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
- B. Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh của ít nhất 3 cạnh.
- C. Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
- D. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của ít nhất 3 mặt.

**Câu 2.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Trong một đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
- B. Trong một đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất hai mặt.
- C. Trong một đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng ba mặt.
- D. Trong một đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

**Câu 3.** Cho các hình khối sau:

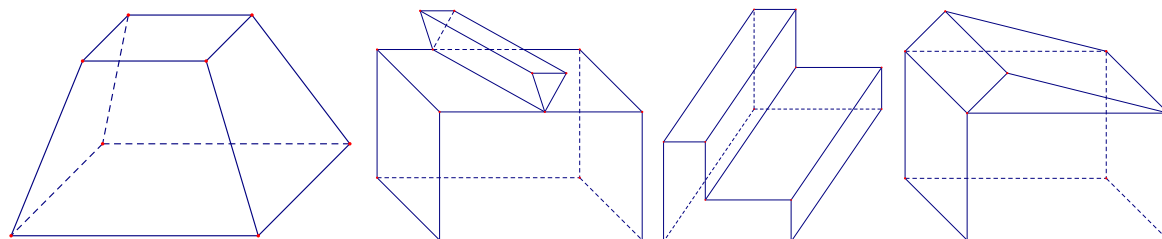


(a) (b) (c) (d)

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là

- A. hình (a).
- B. hình (b).
- C. hình (c).
- D. hình (d).

**Câu 4.** Cho các hình khối sau:



(a) (b) (c) (d)

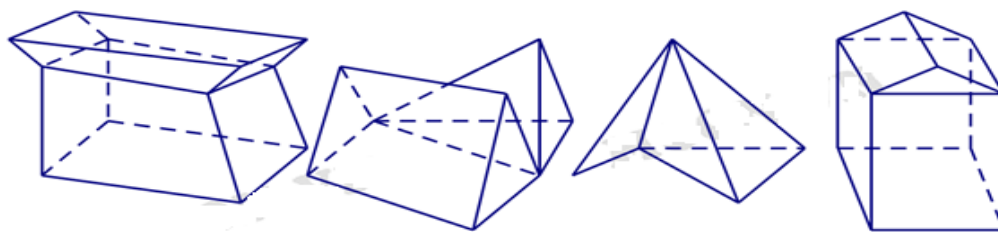
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.
- B. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.
- C. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.
- D. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là các tam giác đều.

**Câu 6.** Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

### ☑ DẠNG 2\_NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU.

#### PHƯƠNG PHÁP:

♦ Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

- Các mặt là những đa giác đều  $n$  cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng  $p$  mặt.

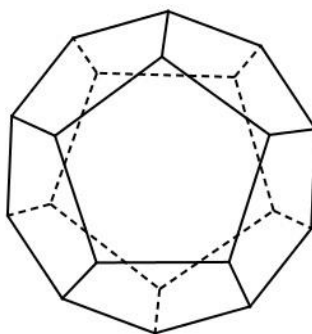
Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại  $\{n, p\}$ .

♦ Chỉ có đúng 5 loại đa diện đều sau:

| Khối đa diện đều |                                                                                     | Số đỉnh | Số cạnh | Số mặt | Loại      |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|--------|-----------|
| Tứ diện đều      |   | 4       | 6       | 4      | $\{3;3\}$ |
| Khối lập phương  |  | 8       | 12      | 6      | $\{4;3\}$ |
| Bát diện đều     |  | 6       | 12      | 8      | $\{3;4\}$ |
| Mười hai mặt đều |  | 20      | 30      | 12     | $\{5;3\}$ |
| Hai mươi mặt đều |  | 12      | 30      | 20     | $\{3;5\}$ |

#### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Khối mười hai mặt đều (hình vẽ dưới đây) là khối đa diện đều loại.



A.  $\{3;4\}$ .B.  $\{3;5\}$ .C.  $\{5;3\}$ .D.  $\{4;3\}$ .**Lời giải****Chọn C**

Theo hình vẽ, mỗi mặt là một ngũ giác có 5 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 mặt. Vậy đây là khối đa diện đều loại  $\{5;3\}$ .

**Ví dụ 2.** Khối đa diện đều loại  $\{3;3\}$  có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối mười hai mặt đều.

B. Khối lập phương.

C. Khối hai mươi mặt đều.

D. Khối tứ diện đều.

**Lời giải****Chọn D**

Khối đa diện đều loại  $\{3;3\}$  có mỗi mặt là đa giác đều có 3 cạnh, mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 mặt. Vậy đây là khối tứ diện đều.

**Ví dụ 3.** Cho hình bát diện đều cạnh  $a$ . Gọi  $S$  là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $S = 4\sqrt{3}a^2$ .B.  $S = \sqrt{3}a^2$ .C.  $S = 2\sqrt{3}a^2$ .D.  $S = 8a^2$ .**Lời giải****Chọn C**

Hình bát diện đều là hình có tám mặt bằng nhau và mỗi mặt là một tam giác đều.

Gọi  $S_0$  là diện tích tam giác đều cạnh  $a \longrightarrow S_0 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

Vậy diện tích  $S$  cần tính là  $S = 8.S_0 = 8 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}a^2$ .

**B\_BÀI TẬP ÁP DỤNG:**

**Câu 7.** Khối đa diện đều nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Bát diện đều.

B. Tứ diện đều.

C. Nhị thập diện đều.

D. Thập nhị diện đều.

**Câu 8.** Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

A. Mười sáu.

B. Ba mươi.

C. Hai mươi.

D. Mười hai.

**Câu 9.** Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 1.

B. 8.

C. 20.

D. 12.

**Câu 10.** Khối đa diện đều loại  $\{5;3\}$  có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối mười hai mặt đều.

B. Khối lập phương.

C. Khối hai mươi mặt đều.

D. Khối tứ diện đều.

**Câu 11.** Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của mấy cạnh?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

**Câu 12.** Khối lập phương thuộc loại khối đa diện đều nào?

A.  $\{3;3\}$ .B.  $\{4;3\}$ .C.  $\{3;4\}$ .D.  $\{5;3\}$ .

**Câu 13.** Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10.

B. 12.

C. 8.

D. 20.

**Câu 14.** Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Nhị thập diện đều.

B. Tứ diện đều.

C. Thập nhị diện đều. D. Bát diện đều.

**Câu 15.** Khối đa diện đều loại  $\{4;3\}$  có tên gọi là

A. Khối mười hai mặt đều. B. Khối bát diện đều.  
C. Khối tứ diện đều. D. Khối lập phương.

**Câu 16.** Khối đa diện đều loại  $\{3;4\}$  có tên gọi là

A. Khối mười hai mặt đều. B. Khối bát diện đều.  
C. Khối tứ diện đều. D. Khối lập phương.

**Câu 17.** Tổng độ dài của tất cả các cạnh của một tứ diện đều cạnh  $a$ .

A.  $4a$ . B.  $6a$ . C.  $6$ . D.  $4$ .

**Câu 18.** Tính tổng diện tích các mặt của một khối bát diện đều cạnh  $a$ .

A.  $8a^2$ . B.  $8a^2\sqrt{3}$ . C.  $2a^2\sqrt{3}$ . D.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$ .

**Câu 19.** Tính tổng độ dài các cạnh của một khối mười hai mặt đều cạnh bằng 2.

A. 8. B. 16. C. 24. D. 60.

**Câu 20.** Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây sai

A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8.  
B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.  
C. Khối bát diện đều là loại  $\{4;3\}$ .  
D. Số cạnh của bát diện đều bằng 12.

**Câu 21.** Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại  $\{4;3\}$  là:

A.  $4\pi$ . B.  $8\pi$ . C.  $12\pi$ . D.  $10\pi$ .

**Câu 22.** Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại  $\{3;5\}$  là:

A.  $12\pi$ . B.  $16\pi$ . C.  $20\pi$ . D.  $24\pi$ .

**Câu 23.** Cho hình đa diện đều loại  $\{4;3\}$  cạnh  $a$ . Gọi  $S$  là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $S = 4a^2$ . B.  $S = 6a^2$ . C.  $S = 8a^2$ . D.  $S = 10a^2$ .

**Câu 24.** Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi  $S$  là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $S = 10\sqrt{3}$ . B.  $S = 20\sqrt{3}$ . C.  $S = 20$ . D.  $S = 10$ .

**Câu 25.** Tổng độ dài  $\ell$  của tất cả các cạnh của một bát diện đều cạnh  $2a$ .

A.  $\ell = 4a$ . B.  $\ell = 24a$ . C.  $\ell = 6$ . D.  $\ell = 4$ .

**Câu 26.** Tổng diện tích các mặt của khối lập phương cạnh bằng 2 là:

A.  $S = 24$ . B.  $S = 16$ . C.  $S = 20$ . D.  $S = 32$ .

**☑ DẠNG 3\_MỐI LIÊN HỆ GIỮA SỐ CẠNH, SỐ MẶT VÀ SỐ ĐỈNH CỦA ĐA DIỆN ĐỀU.**

**PHƯƠNG PHÁP:**

Khối đa diện đều loại  $\{n, p\}$  có  $n$  là số cạnh trên một mặt,  $p$  là số mặt (hay số cạnh) tại một đỉnh.

a) Ta luôn có:  $m, d \geq 4, c \geq 6, m < c, d < c$

b) Công thức Ô-le:  $d + m - c = 2$

c) Gọi  $\diamond$  là tổng số đỉnh,  $C$  là tổng số cạnh và  $M$  là tổng các mặt của khối đa diện đều loại  $\{n; p\}$ . Ta có  $p\diamond = 2C = nM$

### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho một khối đa diện lồi có 10 đỉnh, 7 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?

- A. 20. B. 18. C. 15. D.  $\{5; 3\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\{3; 3\}$ .

Vậy khối đa diện có 4 cạnh.

**Ví dụ 2.** Khối 12 mặt đều {mỗi mặt là ngũ giác đều} có mấy cạnh?

- A. 16. B. 18. C. 20. D. 30.

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng công thức  $2C = n.M$  với  $n = 5$  và  $M = 12$  ta được  $C = 30$ .

**Ví dụ 3.** Khối đa diện đều loại  $\{3; 4\}$  có số đỉnh, số cạnh và số mặt tương ứng là

- A. 6, 12, 8. B. 4, 6, 4. C. 8, 12, 6. D. 8, 12, 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Khối đa diện đều loại  $\{3; 4\}$  là khối bát diện đều có 8 mặt.

Áp dụng công thức  $2C = n.M$  với  $n = 3$  và  $M = 8$  ta được  $C = 12$ .

Áp dụng công thức  $p\diamond = nM$  với  $n = 3$  và  $M = 8$  ta được  $\diamond = 6$ .

### B\_BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Câu 27.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.  
 B. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số cạnh bằng nhau.  
 C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.  
 D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

**Câu 28.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Số các cạnh của hình đa diện luôn

- A. Lớn hơn hoặc bằng 6. B. lớn hơn 6.  
 C. lớn hơn 7. D. lớn hơn hoặc bằng 8.

**Câu 29.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Số các đỉnh, hoặc các mặt của bất kỳ hình đa diện luôn

- A. Lớn hơn hoặc bằng 4. B. lớn hơn 4.

- C. lớn hơn 5. D. lớn hơn hoặc bằng 5.
- Câu 30.** Trong các loại khối đa diện đều sau, tìm khối đa diện có số cạnh gấp đôi số đỉnh  
 A. Khối 20 mặt đều. B. Khối lập phương.  
 C. Khối bát diện đều. D. Khối 12 mặt đều.
- Câu 31.** Trong các loại khối đa diện đều sau, tìm khối đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau  
 A. Khối 12 mặt đều. B. Khối lập phương.  
 C. Khối bát diện đều. D. Khối tứ diện đều.
- Câu 32.** Cho khối chóp có đáy là  $n$ -giác. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 A. Số mặt của khối chóp là  $2n$ . B. Số cạnh của khối chóp là  $n+2$ .  
 C. Số đỉnh bằng số mặt và bằng  $n+1$ . D. Số đỉnh của khối chóp là  $2n+1$ .
- Câu 33.** Khối 20 mặt đều có mấy cạnh?  
 A. 16. B. 18. C. 20. D. 30.
- Câu 34.** Khối 20 mặt đều có bao nhiêu đỉnh?  
 A. 12. B. 16. C. 20. D. 30.
- Câu 35.** Số đỉnh của một bát diện đều là:  
 A. 6. B. 10. C. 8. D. 12.
- Câu 36.** Số đỉnh của một hình mười hai mặt đều là:  
 A. 12. B. 19. C. 20. D. 24.
- Câu 37.** Số cạnh của một bát diện đều là:  
 A. 8. B. 12. C. 16. D. 10.
- Câu 38.** Số cạnh của một hình mười hai mặt đều là:  
 A. 12. B. 20. C. 30. D. 24.
- Câu 39.** Khối đa diện đều loại  $\{3;3\}$  có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt bằng.  
 A. 4; 6; 4. B. 12; 30; 20. C. 6; 12; 8. D. 8; 12; 6.
- Câu 40.** Khối đa diện đều loại  $\{4;3\}$  có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt bằng  
 A. 4; 6; 4. B. 12; 30; 20. C. 6, 12, 8. D. 8, 12, 6.
- Câu 41.** Khối đa diện đều loại  $\{5;3\}$  có số đỉnh là  $D$  và số cạnh là  $C$ . Tính  $T = D + C$ .  
 A.  $T = 50$ . B.  $T = 32$ . C.  $T = 42$ . D.  $T = 18$ .
- Câu 42.** Kí hiệu  $M$  là số mặt,  $D$  là số đỉnh và  $C$  là số cạnh của một hình bát diện đều. Khi đó bộ  $(M, D, C)$  tương ứng với bộ số nào?  
 A.  $(M, D, C) = (12, 8, 6)$ . B.  $(M, D, C) = (8, 12, 6)$ .  
 C.  $(M, D, C) = (6, 12, 8)$ . D.  $(M, D, C) = (8, 6, 12)$ .
- Câu 43.** Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:  
 A. 30, 20, 12. B. 20, 12, 30. C. 12, 30, 20. D. 20, 30, 12.
- Câu 44.** Biết  $(H)$  là đa diện đều loại  $\{3;5\}$  với số đỉnh và số cạnh lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tính  $a - b$ .  
 A.  $a - b = -18$ . B.  $a - b = 18$ . C.  $a - b = -8$ . D.  $a - b = 10$ .
- Câu 45.** Cho một khối đa diện lồi có 20 đỉnh, 12 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?  
 A. 20. B. 18. C. 30. D.  $\{5;3\}$ .

**Câu 46.** Cho một khối đa diện lồi có 20 cạnh, 10 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy đỉnh?

A. 20.

B. 18.

C. 30.

D.  $\{5; 3\}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.D  | 2.D  | 3.B  | 4.B  | 5.D  | 6.C  |      |      |      |      |
| 7.D  | 8.B  | 9.D  | 10.A | 11.B | 12.B | 13.B | 14.C | 15.D | 16.B |
| 17.B | 18.C | 19.D | 20.C | 21.C | 22.C | 23.B | 24.B | 25.B | 26.A |
| 27.B | 28.A | 29.A | 30.C | 31.D | 32.C | 33.D | 34.D | 35.A | 36.C |
| 37.B | 38.C | 39.A | 40.D | 41.A | 42.C | 43.D | 44.A | 45.C | 46.D |

### §3\_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY

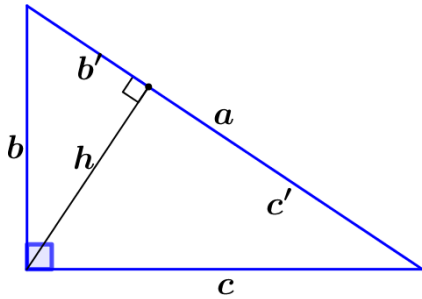
#### ☑ DẠNG 1\_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC.

**PHƯƠNG PHÁP:**

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

- B1: Tính diện tích đáy:
- B2: Tính chiều cao của chóp:

**Tam giác vuông**

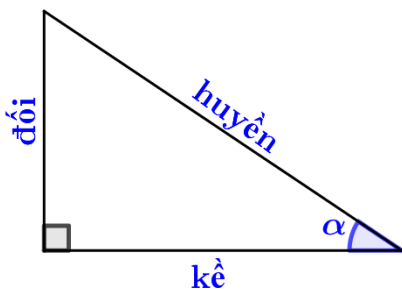


$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{bc}{a}$$

$$\frac{b'}{a} = \frac{b^2}{a^2}; \frac{c'}{a} = \frac{c^2}{a^2}; \frac{c'}{b'} = \frac{c^2}{b^2}$$

$$S = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} bc$$



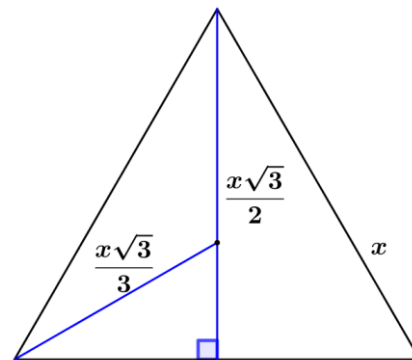
$$\text{Đối} = \text{huyền} \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Đối} = \text{kề} \cdot \tan \alpha$$

$$\text{Kề} = \text{huyền} \cdot \cos \alpha$$

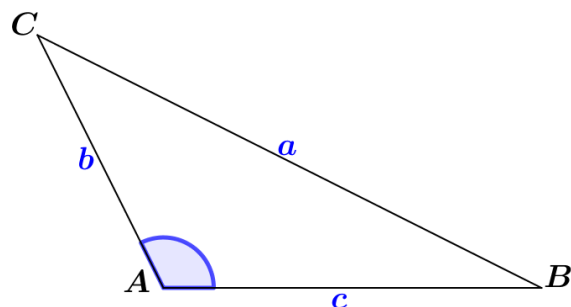
$$\text{Kề} = \text{đối} \cdot \cot \alpha$$

**Tam giác đều cạnh x**



$$S = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

**Trong tam giác bất kỳ:**



**Định lí cosin:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

**Định lí sin:**  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

**Các công thức tính diện tích tam giác:**

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

#### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

**A.**  $V = 3a^3$ .

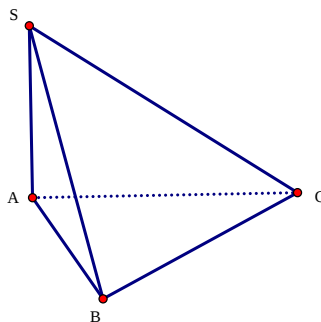
**B.**  $V = \frac{a^3}{4}$ .

**C.**  $V = a^3 \sqrt{3}$ .

**D.**  $V = a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Có  $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC}$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  và  $S_{ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4}$ .

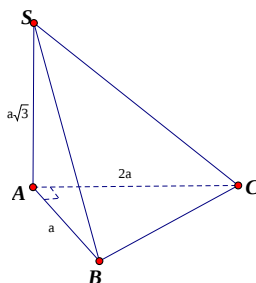
$\Rightarrow V = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^3$ . Vậy  $V = a^3$ .

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy ( $ABC$ ) và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

**A.**  $V = a^3\sqrt{3}$ .      **B.**  $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      **C.**  $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      **D.**  $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $SA \perp (ABC) \Rightarrow h = SA = a\sqrt{3}$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$$

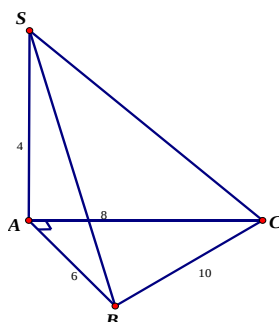
Ta có:  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .

**Ví dụ 3.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 4$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 10$  và  $CA = 8$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

**A.**  $V = 40$ .      **B.**  $V = 192$ .      **C.**  $V = 32$ .      **D.**  $V = 24$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = BC^2$  suy ra tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , do đó diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$

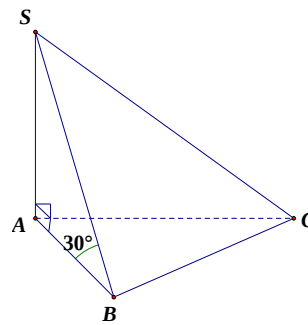
Vậy  $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 24 = 32$ .

**Ví dụ 4.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với  $(ABC)$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  là  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$  suy ra góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  là góc  $SBA = 30^\circ$ .

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$ .

Xét  $\triangle SAB$  vuông tại  $A$  có  $SA = AB \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

Ta có  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = a^2$ . Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .

## B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 1.** Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng  $B$ , chiều cao bằng  $h$  được tính bởi công thức:

- A.  $V = \frac{1}{3} Bh$ .      B.  $V = Bh$ .      C.  $V = \frac{1}{2} Bh$ .      D.  $V = 3Bh$ .

**Câu 2.** Thể tích khối chóp có độ dài đường cao bằng 6, diện tích đáy bằng 8 là

- A. 12.      B. 48.      C. 16.      D. 24.

**Câu 3.** Khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ , cạnh bên  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = 2a$ . Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho bằng

- A.  $V = \frac{1}{3} a^3$ .      B.  $V = \frac{2}{3} a^3$ .      C.  $V = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3$ .      D.  $V = a^3$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Biết rằng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SB = a\sqrt{5}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $a^3\sqrt{3}$ .

- Câu 5.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có thể tích bằng  $\frac{a^3}{6}$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $\frac{a^2}{2}$ . Tính chiều cao  $h$  kẻ từ  $S$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $h = a$ .                      B.  $h = \frac{a}{3}$ .                      C.  $h = 3a$ .                      D.  $h = \frac{2a}{3}$ .
- Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , biết  $SA = 4$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 8. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = 32$ .                      B.  $V = 4$ .                      C.  $V = \frac{32}{3}$ .                      D.  $V = \frac{8}{3}$ .
- Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $AC = 10$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = 40$ .                      B.  $V = 32$ .                      C.  $V = 192$ .                      D.  $V = 24$ .
- Câu 8.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc và  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$ . Tính thể tích khối tứ diện  $OABC$ .
- A.  $\frac{abc}{3}$ .                      B.  $abc$ .                      C.  $\frac{abc}{6}$ .                      D.  $\frac{abc}{2}$ .
- Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 2a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng?
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{a^3}{2}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .
- Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $M$  vuông góc với mặt đáy. Tam giác  $SB$  vuông tại  $3SM = MB$ . Biết  $N$ . Thể tích hình chóp  $AC$  là
- A.  $AN = 2NC$ .                      B.  $M.ABN$ .                      C.  $S.ABC$ .                      D.  $\frac{4}{9}$ .
- Câu 11.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = 3a^3$ .                      B.  $V = \frac{a^3}{4}$ .                      C.  $V = a^3\sqrt{3}$ .                      D.  $V = a^3$ .
- Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có ba cạnh  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  cùng có độ dài bằng  $a$  và vuông góc với nhau từng đôi một. Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng
- A.  $\frac{a^3}{2}$ .                      B.  $\frac{a^3}{3}$ .                      C.  $\frac{a^3}{6}$ .                      D.  $a^3$ .
- Câu 13.** Cho khối chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng chứa mặt đáy, cạnh  $SC = 2a\sqrt{5}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .
- Câu 14.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và hai mặt bên  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  biết  $SC = a\sqrt{3}$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{3a^3}{4}$ .

B.  $\frac{a^3}{2}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 16.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ , độ dài cạnh  $AB = BC = a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $V = \frac{a^3}{3}$ .

B.  $V = \frac{a^3}{2}$ .

C.  $V = 4$ .

D.  $V = \frac{16\pi}{3}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao của hình chóp là  $a\sqrt{2}$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .

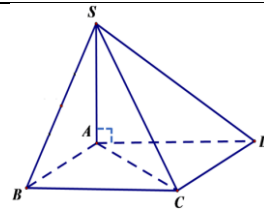
D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

### ☑ DẠNG 2\_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG, CHỮ NHẬT, THOI, THANG.

**PHƯƠNG PHÁP:**

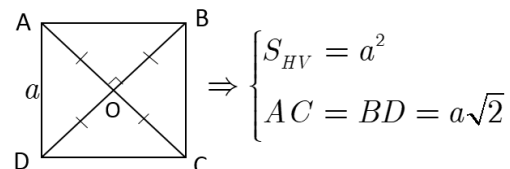
$$V = \frac{1}{3} B.h$$

- B1: Tính diện tích đáy:
- B2: Tính chiều cao của chóp:



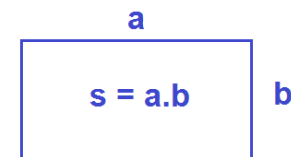
#### ①. Diện tích hình vuông:

- ♦  $S = (\text{cạnh})^2$
- ♦ Pitago:  $AB^2 + AD^2 = BD^2$
- ♦ Đường chéo hình vuông bằng cạnh.  $\sqrt{2}$



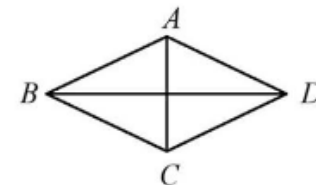
#### ②. Diện tích hình chữ nhật:

- ♦  $S = \text{dài} \times \text{rộng}$ .



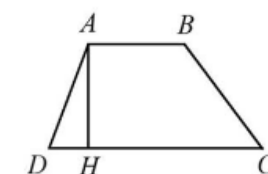
#### ③. Diện tích hình thoi:

- ♦  $S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$
- ♦  $S = 2 \cdot S_{ABC} = 2 \cdot S_{ADC}$



#### ④. Diện tích hình thang:

- ♦  $S = \frac{1}{2} AH \cdot (AB + CD)$



### A\_VÍ DỤ MINH HỌA CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG:

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Biết cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{4a^3}{3}$ .

B.  $2a^3$ .

C.  $\frac{a^3}{3}$ .

D.  $\frac{2a^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của hình chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .

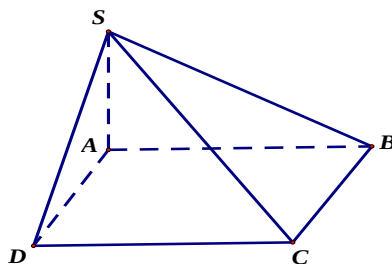
B.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ .

C.  $V = \sqrt{2}a^3$ .

D.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

**Ví dụ 3.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SB$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = 9a^3$ .

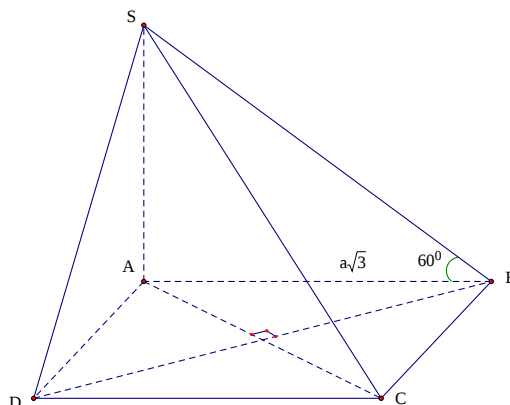
B.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

C.  $V = \frac{9a^3}{2}$ .

D.  $V = 3a^3$ .

Lời giải

Chọn D



$SA \perp (ABCD) \Rightarrow AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \angle SBA = 60^\circ.$$

Trong tam giác vuông  $SAB$ ,

$$SA = \tan 60^\circ \cdot AB = \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 3a.$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2.$$

Vậy thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3a^3$ .

### B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 18.** Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SB = a\sqrt{5}$

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\frac{2a^3}{3}$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $a^3\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SC = a\sqrt{5}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$

- A.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3}{3}$ .      C.  $V = 2a^3$ .      D.  $V = \frac{4a^2}{3}$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .      C.  $V = a^3\sqrt{2}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SB = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $a^3\sqrt{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SAB)$  cùng vuông góc với  $(ABCD)$ . Góc giữa  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ . Mặt bên  $(SCD)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 25.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng  $(SBD)$  và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$ .

**Câu 26.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng  $SD$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

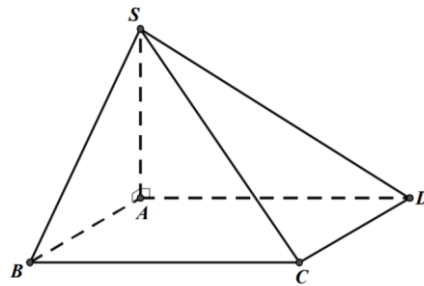
- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 27.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên  $SB$  tạo với mặt phẳng đáy góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3}{3}$ .      D.  $a^3$ .

### C\_VÍ DỤ MINH HỌA CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH CHỮ NHẬT:

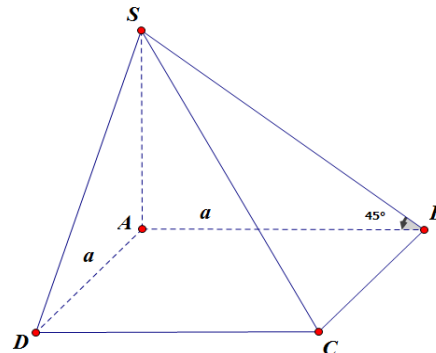
**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật có cạnh  $AB = 2$ ,  $AD = 4$ . Cạnh bên  $SA = 2$  và vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng



- A.  $V = 16$ .      B.  $V = \frac{16}{3}$ .      C.  $V = \frac{8}{3}$ .      D.  $V = 8$ .

Lời giải

Chọn C



Do  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy nên hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABCD)$  là  $AB$ .

Suy ra,  $(SB, (ABCD)) = (SB, AB) = SBA = 45^\circ$ .

Dễ thấy  $\triangle SAB$  vuông, cân tại  $A$ , suy ra  $SA = AB = a$ .

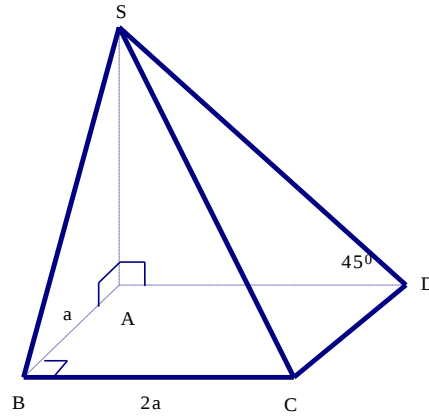
Vậy  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$  (đvtt).

**Ví dụ 2.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và góc giữa  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{4a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $V = 2\sqrt{6}a^3$ .      D.  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .

Lời giải

## Chọn A



Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$  góc giữa  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng góc giữa  $SD$  và  $AD$ .

$\Rightarrow SDA = 45^\circ \Rightarrow \triangle SDA$  vuông cân nên  $SA = AD = 2a$ .

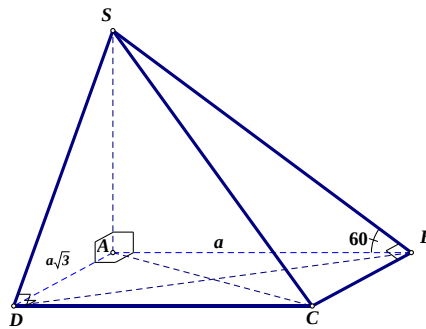
$$V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$

**Ví dụ 3.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng  $(SBC)$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = 3a^3$ .      B.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .      C.  $V = a^3$ .      D.  $V = \frac{a^3}{3}$ .

## Lời giải

## Chọn C



Ta có  $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a \cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3}a^2$ .

Dễ thấy  $BC \perp AB$ ;  $BC \perp SB \Rightarrow SBA = 60^\circ$ .

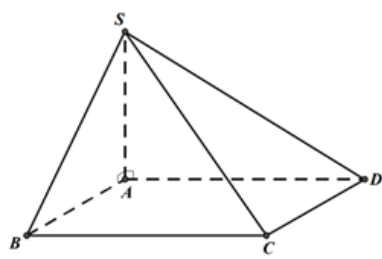
Xét tam giác vuông  $SAB$  ( $A = 1v$ ) có:  $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$

## D\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 28.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $6a^3$ .      B.  $3a^3$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $a^3$ .

- Câu 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .
- A.  $4a^3$ .      B.  $\frac{8a^3}{3}$ .      C.  $\frac{6a^3}{3}$ .      D.  $\frac{4a^3}{3}$ .
- Câu 30.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy.  $AB = 3a$ ;  $AD = 4a$ ;  $SC = 3\sqrt{3}a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng:
- A.  $4\sqrt{2}a^3$ .      B.  $4a^3$ .      C.  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .
- Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$  và  $SA = \frac{a}{2}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .
- Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $BC = 2a\sqrt{3}$ ,  $BAC = 120^\circ$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = 2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $V = a^3\sqrt{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .
- Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật có cạnh  $AB = 2$ ,  $AD = 4$ . Cạnh bên  $SA = 2$  và vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng
- A.  $V = 16$ .      B.  $V = \frac{16}{3}$ .  
C.  $V = \frac{8}{3}$ .      D.  $V = 8$ .
- 
- Câu 34.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy.  $AB = 3a$ ;  $AD = 4a$ ;  $SC = 3\sqrt{3}a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng:
- A.  $4\sqrt{2}a^3$ .      B.  $4a^3$ .      C.  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .
- Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA = 3a$ .  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $ABCD$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $a^3\sqrt{6}$ .      D.  $2a^3\sqrt{6}$ .
- Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA$  vuông góc với đáy,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Góc giữa  $SB$  và đáy bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp là
- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{2a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ .
- Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ . Hình chiếu của  $S$  lên  $(ABCD)$  là trung điểm  $H$  của  $AB$ ,  $SC$  tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3}{3}$ .

B.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .

C.  $\frac{2a^3}{3}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**E\_ VÍ DỤ MINH HỌA CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH THOI, THANG VUÔNG:**

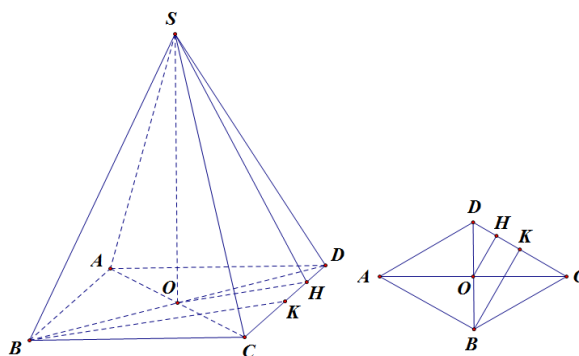
**Ví dụ 1.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $BAD = 60^\circ$ ,  $SO \perp (ABCD)$ , mặt phẳng  $(SCD)$  tạo với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

**Lời giải****Chọn A**

Ta có  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $BAD = 60^\circ$  nên tam giác  $ABD, CBD$  đều cạnh  $a$ .

Gọi  $BK$  là đường cao của tam giác  $CBD$ , ta có  $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên  $DC$

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} DC \perp OH \\ DC \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SOH) \Rightarrow DC \perp SH$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (OH, SH) = SHO = 60^\circ$$

$$\text{Có } SO = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{BK}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}; S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = 1$ ,  $AD = 2$ . Cạnh bên  $SA = 2$  và vuông góc với mặt đáy. Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

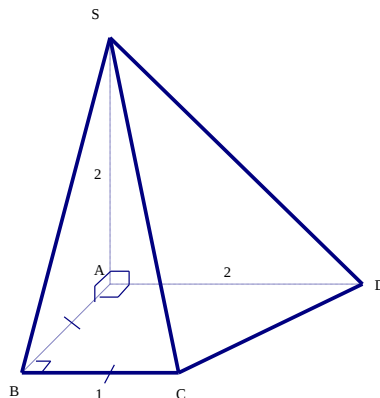
A.  $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $V = 1$ .

C.  $V = \frac{1}{3}$ .

D.  $V = 2$ .

**Lời giải****Chọn B**



$ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = 1$ ,  $AD = 2 \Rightarrow S_{ABCD} = (1+2) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

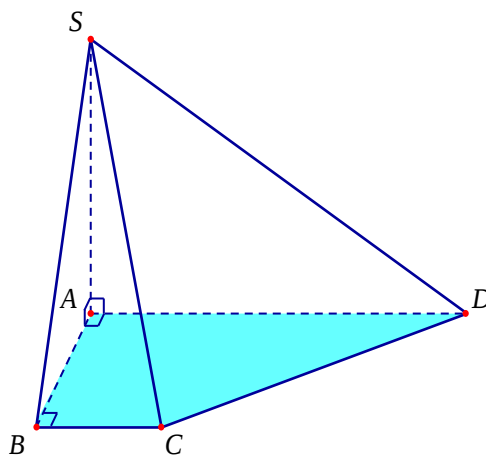
$$V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} = 1.$$

**Ví dụ 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = 2$ ,  $AD = 3$ . Cạnh bên  $SA = 2$  và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = 4$ .      B.  $V = \frac{10}{3}$ .      C.  $V = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{17}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AD = \frac{2+3}{2} \cdot 2 = 5$

Thể tích:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 5 = \frac{10}{3}$ .

## F. BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ ,  $BC = a$ . Biết  $SA = a\sqrt{3}$ , tính thể tích khối chóp  $S.BCD$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      D.  $2\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = a$ ,  $SA = CD = 3a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng.

A.  $\frac{1}{3}a^3$ .

B.  $2a^3$ .

C.  $6a^3$ .

D.  $\frac{1}{6}a^3$ .

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và góc  $BAD = 60^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết rằng khoảng cách từ  $A$  đến cạnh  $SC$  bằng  $a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

D.  $a^3\sqrt{3}$ .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.A  | 2.C  | 3.A  | 4.C  | 5.A  | 6.C  | 7.B  | 8.C  | 9.B  | 10.D |
| 11.D | 12.C | 13.D | 14.D | 15.D | 16.A | 17.B | 18.B | 19.D | 20.A |
| 21.A | 22.C | 23.A | 24.B | 25.A | 26.D | 27.C | 28.C | 29.A | 30.A |
| 31.A | 32.A | 33.B | 34.A | 35.A | 36.B | 37.B | 38.A | 39.B | 40.A |

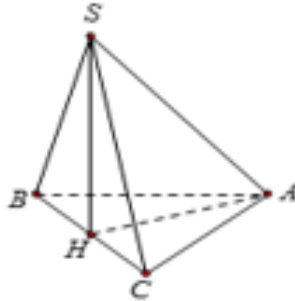
## §4\_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY

### ☑ DẠNG 1\_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC.

**PHƯƠNG PHÁP:**  $V = \frac{1}{3} B.h$

Tính diện tích đáy:  $B$

Tính chiều cao của chóp:  $h$



### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

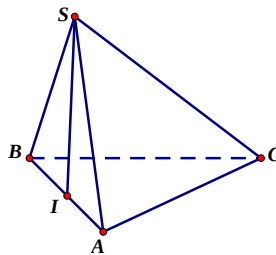
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

Chọn B



Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Ta có: 
$$\begin{cases} SI \subset (SAB), SI \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABC).$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} SI \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SI \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{6} SI \cdot AB \cdot AC \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = 2a$ , mặt bên  $(SAC)$  là tam giác đều và  $(SAC) \perp (ABC)$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .

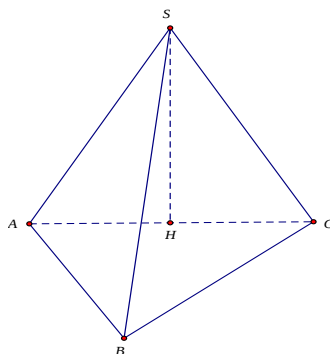
B.  $\frac{2\sqrt{10}a^3}{3}$ .

C.  $a^3\sqrt{10}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

## Lời giải

Chọn D

Kẻ  $SH \perp AC$ .Do  $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$ .Tam giác  $SAC$  đều cạnh  $AC = 2a$  nên  $SH = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ .Tam giác  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = 2a \Rightarrow AB = BC = a\sqrt{2}$ .Do đó:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$  (đvdt)  $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$  (đvtt).

**Ví dụ 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $AB = AC = a\sqrt{2}$  và  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ .

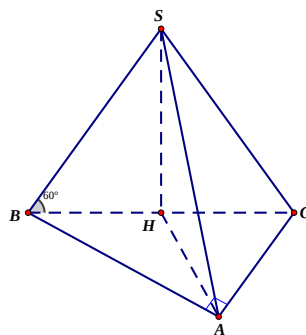
B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$ .

## Lời giải

Chọn B

Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ .Theo giả thiết  $\begin{cases} BA \perp CA \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SB, (ABC)) = SBH = 60^\circ$ .

Áp dụng pitago cho tam giác vuông

$$ABC: BC^2 = (a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2 = 4a^2 \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow BH = a.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông  $SBH: SH = BH \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = a^2.$$

Vậy thể tích của khối chóp là:  $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , tam giác  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $V = \frac{a^3}{2}$ .      B.  $V = a^3$ .      C.  $V = \frac{3a^3}{2}$ .      D.  $V = 3a^3$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ . Mặt bên  $SBC$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $V = a^3$ .      B.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      C.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = a$ , tam giác  $ABC$  đều, tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$ .      C.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $M$  của  $AC$ . Góc giữa  $SB$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích  $S.ABC$  là bao nhiêu?

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3}{2}$ .      C.  $\frac{a^3}{4}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , góc tạo bởi cạnh  $SC$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SAB$  và  $ABC$  là hai tam giác đều và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau,  $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

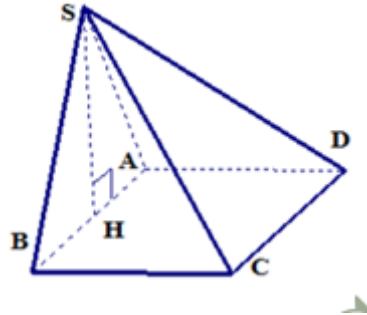
- A.  $V = \frac{a^3}{12}$ .      B.  $V = \frac{a^3}{4}$ .      C.  $V = \frac{3a^3}{8}$ .      D.  $V = \frac{a^3}{8}$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều; mặt bên  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $SB = a$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ .

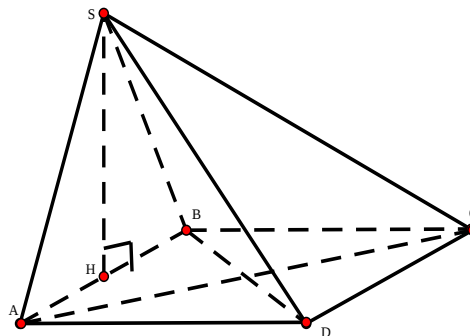
**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là  $ABC$  tam giác vuông cân đỉnh  $A$ ,  $AB = AC = a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $BC$ . Mặt phẳng  $(SAB)$  hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**☑ DẠNG 2 \_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC.****PHƯƠNG PHÁP:**  $V = \frac{1}{3} B.h$ Tính diện tích đáy:  $B$ Tính chiều cao của chóp:  $h$ **A\_VÍ DỤ MINH HỌA:**

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông đường chéo  $AC = 2\sqrt{2}a$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABCD)$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

- A.  $a^3$ .      B.  $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Lời giải****Chọn B**

Hạ đường cao  $SH$  của tam giác  $SAB$  thì  $SH$  là đường cao của hình chóp

Trong hình vuông  $ABCD$ :  $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = 2a$ ;  $S_{ABCD} = 4a^2$

Trong tam giác đều  $SAB$ :  $AB = 2a \Rightarrow SH = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

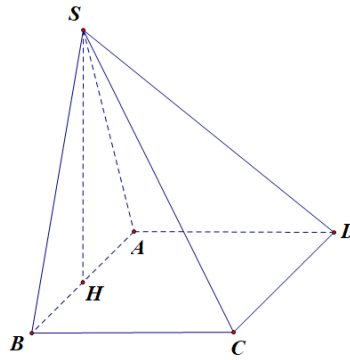
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = 2a^3$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ .      D.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .

**Lời giải**

## Chọn C



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAH : SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

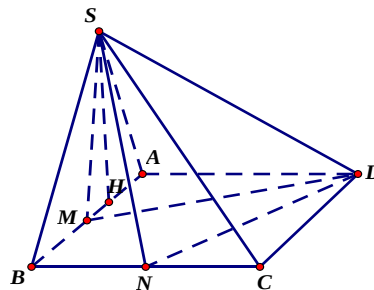
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} \text{ (đvtt)}.$$

**Ví dụ 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA = a$ ,  $SB = a\sqrt{3}$ . Biết rằng  $(SAB) \perp (ABCD)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.BMDN$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $2a^3\sqrt{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

## Lời giải

## Chọn B



Ta có  $SA^2 + SB^2 = AB^2 \Rightarrow \Delta SAB$  vuông tại  $S$ .

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } S \text{ trên } AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{BMDN} = S_{ABCD} - 2S_{\Delta NCD} = 4a^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot NC \cdot CD = 2a^2$$

$$\text{Vậy } V_{S.BMDN} = \frac{1}{3} S_{BMDN} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm cạnh  $AB$ . Biết rằng  $SC = a\sqrt{5}$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ .      D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Biết  $SD = 2a\sqrt{3}$  và góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$

A.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABCD)$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a^3}{3}$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a\sqrt{3}$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

A.  $12a^3$ .      B.  $14a^3$ .      C.  $15a^3$ .      D.  $17a^3$ .

**Câu 13.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $3a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ , biết góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .

A.  $V = 18a^3\sqrt{3}$ .      B.  $V = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$ .      C.  $V = 9a^3\sqrt{3}$ .      D.  $V = 18a^3\sqrt{15}$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AC$ , tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ , biết góc giữa  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng  $45^\circ$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ , đường thẳng  $SC$  tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3}{3}$ .      C.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, biết  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu của  $S$  lên đáy là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ , góc tạo bởi  $SD$  và đáy là  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3}{2}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Biết  $SD = 2a\sqrt{3}$  và góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{7}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$ .      C.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      D.  $V = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ; hình chiếu của  $S$  trên  $(ABCD)$  trùng với trung điểm của cạnh  $AB$ ; cạnh bên  $SD = \frac{3a}{2}$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SC$  tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3 2\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $2\sqrt{2}a^3$ .      D.  $\frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $\triangle SAB$  đều cạnh  $a$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABCD)$ . Biết  $(SCD)$  tạo với  $(ABCD)$  một góc bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ;  $AD = a$ . Tam giác  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Khi đó thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\frac{1}{3}a^3$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $\frac{2}{3}a^3$ .

**Câu 22.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $\triangle SAD$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa  $(SBC)$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $S.ABCD$  bằng:

A.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $2a^3\sqrt{3}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.D  | 3.D  | 4.B  | 5.C  | 6.D  | 7.C  | 8.D  | 9.C  | 10.D |
| 11.A | 13.A | 13.B | 14.B | 15.A | 16.A | 17.D | 18.B | 19.C | 20.B |
| 21.D | 22.B |      |      |      |      |      |      |      |      |

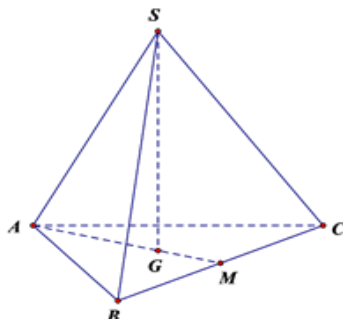
## §5\_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

### ☑ DẠNG 1\_CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC ĐỀU.

**PHƯƠNG PHÁP:**  $V = \frac{1}{3} B.h$

Tính diện tích đáy:  $B$

Tính chiều cao của chóp:  $h$



### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

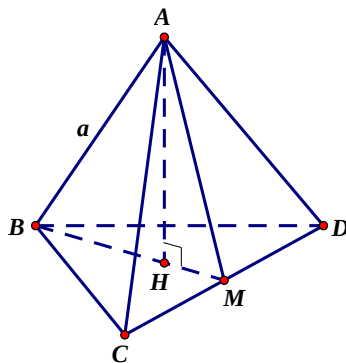
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

$$\text{Ta có } AH \perp (BCD), BH = \frac{2}{3} BM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy thể tích tứ diện là } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

**Ví dụ 2.** Cho khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

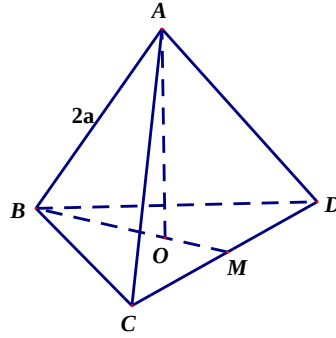
B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

D.  $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Do tứ diện  $ABCD$  là tứ diện đều nên ta có  $AO \perp (BCD)$ .

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$BO = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}.$$

**Ví dụ 3.** Hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy là  $a$  và mặt bên tạo với đáy góc  $45^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

**A.**  $\frac{a^3}{8}$ .

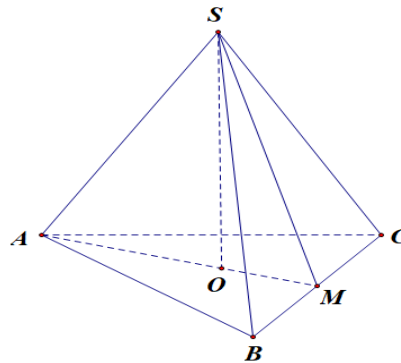
**B.**  $\frac{a^3}{24}$ .

**C.**  $\frac{a^3}{12}$ .

**D.**  $\frac{a^3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Suy ra  $SO \perp (ABC)$ .

Góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABC)$  là góc  $SMO = 45^\circ$ .

$$\text{Xét tam giác vuông } ABM : AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } OM = \frac{1}{3} AM \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SOM : SO = OM \cdot \tan SMO = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC : S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{24}.$$

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

- Câu 1.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên tạo với mặt đáy góc  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $a^3\sqrt{3}$ .
- Câu 2.** Hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy là  $a$  và mặt bên tạo với đáy góc  $45^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $\frac{a^3}{8}$ .      B.  $\frac{a^3}{24}$ .      C.  $\frac{a^3}{12}$ .      D.  $\frac{a^3}{4}$ .
- Câu 3.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là
- A.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $a^3\sqrt{3}$ .
- Câu 4.** Cho khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $2a$ . Thể tích của khối chóp đó bằng
- A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$ .
- Câu 5.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $\sqrt{3}a$ . Thể tích của khối chóp đó bằng
- A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .
- Câu 6.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $2a$ . Thể tích khối chóp là
- A.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ .
- Câu 7.** Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .
- Câu 8.** Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$
- A.  $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$ .      B.  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$ .      C.  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ .      D.  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ .
- Câu 9.** Tính thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 10.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{3}$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .
- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng:

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{2}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

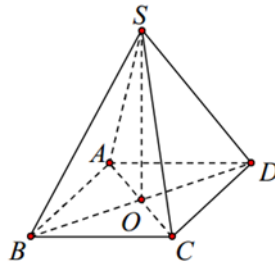
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$ .

### ☑ DẠNG 2\_ CHÓP CÓ ĐÁY LÀ HÌNH VUÔNG.

**PHƯƠNG PHÁP:**  $V = \frac{1}{3}B.h$

Tính diện tích đáy:  $B$

Tính chiều cao của chóp:  $h$



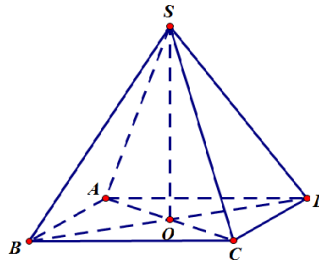
### A\_ VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $2a$  và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ .      B.  $2a^3\sqrt{2}$ .      C.  $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $O = AC \cap BD$ , vì hình chóp tứ giác đều nên ta có  $SO \perp (ABCD)$

Vì là hình chiếu vuông góc của trên mặt đáy  $(ABCD)$  nên  $SDO$  là góc giữa cạnh bên và mặt đáy  $(ABCD)$

Theo đề ra tam giác vuông tại  $O$  và có  $SDO = 45^\circ$  nên tam giác vuông cân tại  $O$ .

Do vậy  $SO = OD = a\sqrt{2}$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{\square ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

**Ví dụ 2.** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  biết  $AB = a$ ,  $SA = a$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

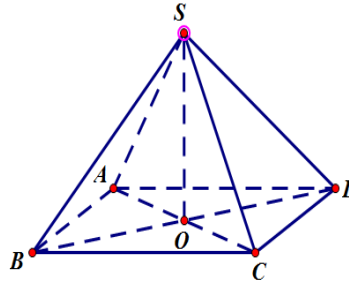
B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3}{3}$ .

D.  $a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

**Ví dụ 3.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Biết  $\angle ASC = 90^\circ$ , tính thể tích  $V$  của khối chóp đó.

A.  $\frac{a^3}{3}$ .

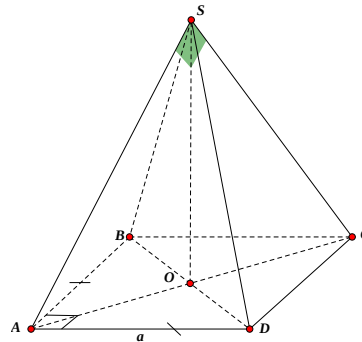
B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



$$\text{Ta có } SO \perp (ABCD); AC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } ASC \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } SO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

### **B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

**Câu 13.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có diện tích đáy bằng  $16 \text{ cm}^2$  và diện tích một mặt bên bằng  $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Thể tích của khối chóp là

A.  $\frac{32\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3$ .      B.  $4 \text{ cm}^3$ .      C.  $\frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$ .      D.  $\frac{32\sqrt{13}}{3} \text{ cm}^3$ .

**Câu 15.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , các mặt bên tạo với mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp đó.

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 16.** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $2a$  cạnh bên bằng  $3a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{2\sqrt{7}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{4a^3}{3}$ .      C.  $\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều  $SABCD$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ . Góc tạo bởi cạnh bên và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 18.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Biết  $\angle ASC = 90^\circ$ , tính thể tích  $V$  của khối chóp đó.

A.  $\frac{a^3}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA = 3a$ .  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $ABCD$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $a^3\sqrt{6}$ .      D.  $2a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 20.** Cho khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp đó.

A.  $\frac{a^3}{6}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $a^3\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên bằng  $3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho

A.  $V = 4\sqrt{7}a^3$ .      B.  $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$ .      C.  $V = \frac{4a^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$

A.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 24.** Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng  $2a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ .

- A.  $2a^3\sqrt{3}$ .      B.  $2a^3$ .      C.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $6a^3$ .

**Câu 25.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $45^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó là

- A.  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 26.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $\varphi$ . Khi đó thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$ .      B.  $\frac{a^3}{6}\tan\varphi$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\cot\varphi$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có diện tích  $16\text{cm}^2$ , diện tích một mặt bên là  $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$ .      B.  $V = \frac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$ .      C.  $V = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$ .      D.  $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$ .

**Câu 28.** Cho một hình chóp tứ giác đều có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$  và diện tích xung quanh bằng  $8a^2$ . Tính diện tích  $S$  của mặt đáy hình chóp.

- A.  $4a^2\sqrt{3}$ .      B.  $4a^2$ .      C.  $2a^2$ .      D.  $2a^2\sqrt{3}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

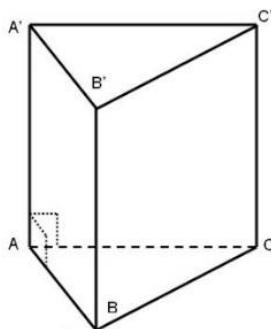
|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.B  | 3.A  | 4.A  | 5.C  | 6.D  | 7.A  | 8.B  | 9.A  | 10.D |
| 11.A | 12.D | 13.A | 14.A | 15.C | 16.C | 17.C | 18.C | 19.A | 20.A |
| 21.D | 22.D | 23.C | 24.C | 25.A | 26.C | 27.C | 28.B |      |      |

## §6\_THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG

### ☑ DẠNG 1\_LĂNG TRỤ ĐỨNG CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC.

**PHƯƠNG PHÁP:**  $V = B.h$

- Tính diện tích đáy:  $B$
- Tính chiều cao của chóp:  $h$



### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

**A.**  $V = \frac{a^3}{6}$ .

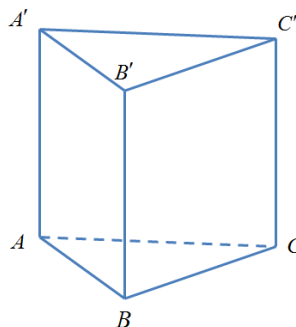
**B.**  $V = \frac{a^3}{2}$ .

**C.**  $V = a^3$ .

**D.**  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $AC^2 = BA^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2a^2 = 2AB^2 \Leftrightarrow AB^2 = a^2$ .

$$V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{2}.$$

**Ví dụ 2.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

**A.**  $V = a^3$ .

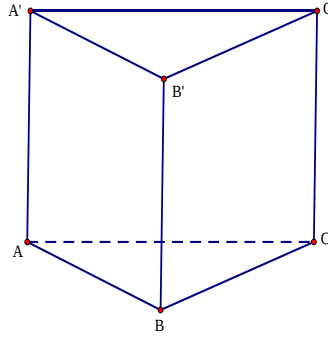
**B.**  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**C.**  $V = \frac{a^3}{6}$ .

**D.**  $V = \frac{a^3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Do  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = a$ .

$$V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = BB' \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}.$$

**Ví dụ 3.** Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(AB'C')$  bằng  $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

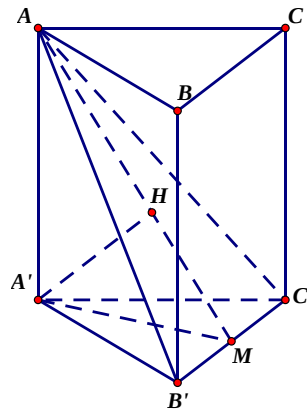
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $\frac{3a^3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ ,  $H$  là hình chiếu của  $A'$  lên  $AM$ .

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} A'M \perp B'C' \\ AA' \perp B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow B'C' \perp (AA'M) \Rightarrow (AB'C') \perp (AA'M) \left. \begin{array}{l} \\ A'H \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow A'H \perp (AB'C')$$

$$\text{Suy ra } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{A'H^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AA' = 2a$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: } V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

## B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$  và  $A'B = 3a$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$ .      C.  $\sqrt{5}a^3$ .      D.  $2\sqrt{2}a^3$ .

**Câu 2.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = BB' = a$ ,  $AC = 2a$ . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A.  $\frac{2a^3}{3}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$  và hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  tính theo  $a$  bằng:

A.  $\frac{2a^3}{3}$ .      B.  $\frac{4a^3}{3}$ .      C.  $\frac{3a^3}{4}$ .      D.  $\frac{5a^3}{3}$ .

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2a$ ,  $AA' = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  theo  $a$ .

A.  $V = a^3$ .      B.  $V = 3a^3$ .      C.  $V = \frac{a^3}{4}$ .      D.  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

**Câu 5.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$  và  $A'B = 3a$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

A.  $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$ .      C.  $\sqrt{5}a^3$ .      D.  $2\sqrt{2}a^3$ .

**Câu 6.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $BAC = 120^\circ$ , biết  $C'A$  hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ là

A.  $2a^3\sqrt{3}$ .      B.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 7.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ,  $ABC = 30^\circ$ ,  $BC'$  hợp với mặt bên  $(ACC'A')$  một góc  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ là  $V$ . Khi đó  $\frac{V}{a^3\sqrt{6}}$  bằng

A. 1.      B.  $\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 8.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  và có  $B'C = 3a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

A.  $V = 2a^3$ .      B.  $V = \sqrt{2}a^3$ .      C.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{a^3}{6\sqrt{2}}$ .

**Câu 9.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{2}$ . Mặt phẳng  $(A'BC)$  hợp với mặt đáy  $(ABC)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{3a^3}{\sqrt{6}}$ .

**Câu 10.** Tính theo  $a$  thể tích khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , mặt bên  $BCC'B'$  là hình vuông cạnh  $2a$ .

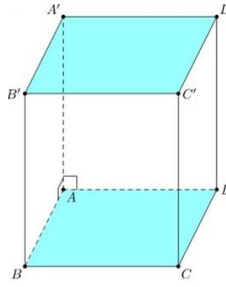
A.  $2a^3$ .      B.  $\frac{2a^3}{3}$ .      C.  $4a^3$ .      D.  $a^3\sqrt{2}$ .

- Câu 11.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác cân  $ABC$  với  $AB = AC = a$ , góc  $BAC = 120^\circ$ , mặt phẳng  $(A'B'C')$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của lăng trụ đã cho.
- A.  $V = \frac{a^3}{6}$ .      B.  $V = \frac{a^3}{8}$ .      C.  $V = \frac{3a^3}{8}$ .      D.  $V = \frac{a^3}{4}$ .
- Câu 12.** Tính theo  $a$  thể tích khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , mặt bên  $BCC'B'$  là hình vuông cạnh  $2a$ .
- A.  $2a^3$ .      B.  $\frac{2a^3}{3}$ .      C.  $a^3$ .      D.  $a^3\sqrt{2}$ .
- Câu 13.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = 2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.
- A.  $V = 2a^3$ .      B.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3}{3}$ .      D.  $V = a^3$ .
- Câu 14.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ;  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{2}$ ; mặt phẳng  $(A'BC)$  hợp với đáy  $(ABC)$  góc  $30^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ đã cho.
- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      D.  $a^3\sqrt{6}$ .
- Câu 15.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .
- A.  $a^3\sqrt{3}$ .      B.  $2a^3\sqrt{3}$ .      C.  $3a^3\sqrt{3}$ .      D.  $2a^3$ .
- Câu 16.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $CC' = 2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.
- A.  $V = a^3$ .      B.  $V = \frac{a^3}{2}$ .      C.  $V = 2a^3$ .      D.  $V = \frac{a^3}{3}$ .
- Câu 17.** Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc tạo bởi  $A'B$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .
- A.  $\frac{3a^3}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $a^3\sqrt{3}$ .      D.  $3a^3$ .
- Câu 18.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $A'C$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  tính theo  $a$  bằng:
- A.  $\frac{3a^3}{4}$ .      B.  $\frac{a^3}{4}$ .      C.  $\frac{2a^3}{3}$ .      D.  $\frac{3a^3}{8}$ .
- Câu 19.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ . Cạnh  $SC$  hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  tính theo  $a$  bằng:
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

### ☑ DẠNG 2\_LĂNG TRỤ CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC.

**PHƯƠNG PHÁP:**  $V = B.h$

- Tính diện tích đáy:  $B$
- Tính chiều cao của chóp:  $h$



### A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Tính thể tích khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $BD' = \sqrt{3}a$ .

A.  $27a^3$ .

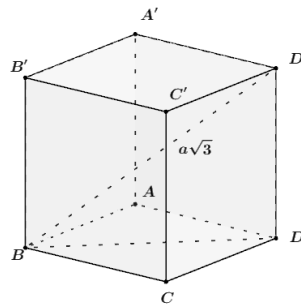
B.  $a^3$ .

C.  $3a^3\sqrt{3}$ .

D.  $9a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi cạnh của khối lập phương là  $x$  ta có  $BD = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$ .

Tam giác  $BDD'$  vuông tại  $D$  suy ra  $BD'^2 = BD^2 + DD^2 \Leftrightarrow 3a^2 = 2x^2 + x^2 = 3x^2 \Leftrightarrow a = x$ .

Vậy thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a.a.a = a^3$ .

**Ví dụ 2.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$  và  $A'B = 3a$ . Tính thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  theo  $a$ .

A.  $V = 4a^3\sqrt{5}$ .

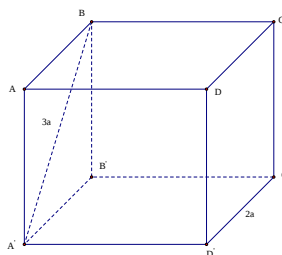
B.  $V = 12a^3$ .

C.  $V = 2a^3\sqrt{5}$ .

D.  $V = \frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Xét tam giác vuông  $A'BB'$ , ta có:  $BB' = \sqrt{A'B^2 - A'B'^2} = \sqrt{(3a)^2 - (2a)^2} = \sqrt{5}a$

Thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  là:  $V = S_{ABCD}.BB' = 2a.2a.\sqrt{5}a = 4\sqrt{5}a^3$

**Ví dụ 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $O'$  là tâm hình vuông  $A'B'C'D'$ . Biết rằng tứ diện  $O'.BCD$  có thể tích bằng  $6a^3$ . Tính thể tích  $V$  của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .

A.  $V = 12a^3$ .

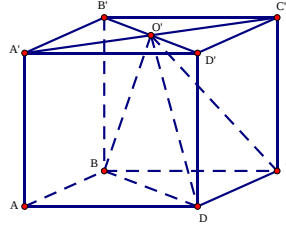
B.  $V = 36a^3$ .

C.  $V = 54a^3$ .

D.  $V = 18a^3$ .

## Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } V_{O'.BCD} = \frac{1}{3} AA' \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{6} AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} V \Rightarrow V = 36a^3$$

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

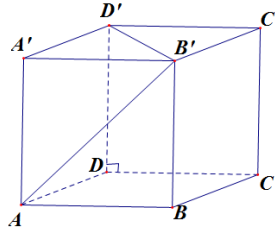
**Câu 20.** Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi, biết  $AA' = 4a$ ,  $AC = 2a$ ,  $BD = a$ . Thể tích  $V$  của khối lăng trụ là

- A.  $V = 8a^3$ .      B.  $V = 2a^3$ .      C.  $V = \frac{8}{3}a^3$ .      D.  $V = 4a^3$ .

**Câu 22.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ ,  $AB' = a\sqrt{5}$  (tham khảo hình vẽ). Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.



- A.  $V = a^3\sqrt{2}$ .      B.  $V = 2a^3\sqrt{2}$ .      C.  $V = a^3\sqrt{10}$ .      D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 23.** Cho hình hộp đứng có cạnh bên độ dài  $3a$ , đáy là hình thoi cạnh  $a$  và có một góc  $60^\circ$ . Khi đó thể tích khối hộp là

- A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 24.** Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 25.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$ , có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh  $AC' = 2a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A.  $8a^3$ .      B.  $3a^3$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 26.** Khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài đoạn  $AB' = 2a$ . Thể tích của khối đó là:

- A.  $2\sqrt{2}a^3$ .      B.  $8a^3$ .      C.  $3\sqrt{3}a^3$ .      D.  $3\sqrt{2}a^3$ .

**Câu 27.** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$ , đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ,  $ACB = 60^\circ$ ,  $AC' = 3a$ . Thể tích khối lăng trụ đó là:

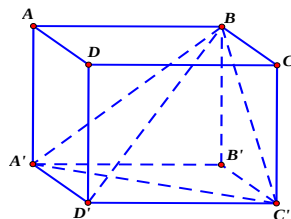
A.  $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$ .

B.  $\sqrt{6}a^3$ .

C.  $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

**Câu 28.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $AA' = 3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối tứ diện  $B.A'C'D'$ .



A.  $V = 6a^3$ .

B.  $V = 2a^3$ .

C.  $V = a^3$ .

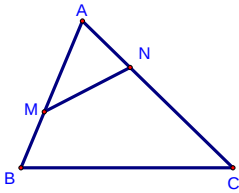
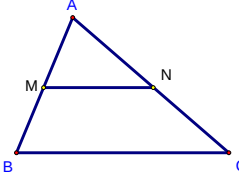
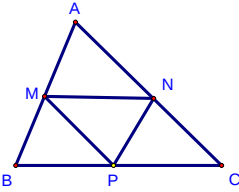
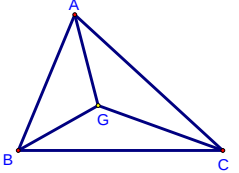
D.  $V = 3a^3$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

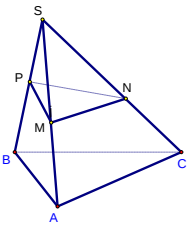
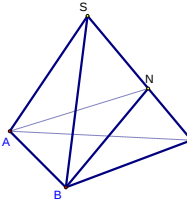
|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.D  | 2.D  | 3.C  | 4.B  | 5.D  | 6.D  | 7.A  | 8.B  | 9.B  | 10.A |
| 11.B | 12.A | 13.D | 14.C | 15.C | 16.A | 17.A | 18.A | 19.C | 20.A |
| 21.D | 22.B | 23.D | 24.A | 25.A | 26.A | 27.B | 28.C |      |      |

## §7\_TỶ SỐ THỂ TÍCH

## ☑ LÝ THUYẾT CẦN NHỚ.

|                                         |                                                                                     |                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ①. M, N bất kỳ trên AB, AC              |    | $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AM}{AB}$                                                                                                                      |
| ②. Đường trung bình MN                  |    | $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$                                                                                                                                            |
| ③. M, N, P là trung điểm của AB, AC, BC |    | $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle CPN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle BPM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle PMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}.$ |
| ④. Trọng tâm G                          |  | $\frac{S_{\triangle GBC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle GAC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle GAB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3}$                                                |

## ☑ DẠNG 1\_TỶ SỐ CƠ BẢN CỦA KHỐI CHÓP TAM GIÁC.

|                                      |                                                                                     |                                                                                       |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| ①. M, N, P lần lượt thuộc SA, SC, SB |  | $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SP}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SC}$ |
| ②. N thuộc SC                        |  | $\frac{V_{S.ABN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SC}$                                         |

## A\_VÍ DỤ MINH HỌA:

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm  $SA, SB$  và  $SC$ . Khi đó tỉ số thể tích giữa khối chóp  $S.MNP$  và khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $\frac{1}{8}$ .

C.  $\frac{1}{6}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

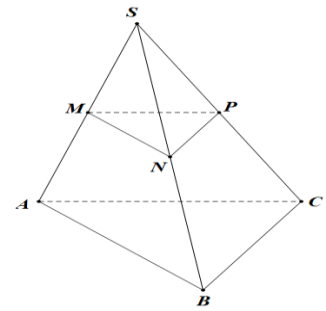
**Lời giải****Chọn B**

Hai khối tứ diện cần tính tỉ số là  $S.MNP$  và  $S.ABC$

M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC nên

$$\frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}; \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}; \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$



**Ví dụ 2.** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có thể tích  $V$  và điểm  $E$  trên cạnh  $AB$  sao cho  $AE = 3EB$ . Tính thể tích khối tứ diện  $E.BCD$  theo  $V$ .

A.  $\frac{3V}{4}$ .

B.  $\frac{3V}{2}$ .

C.  $\frac{V}{3}$ .

D.  $\frac{V}{4}$ .

**Lời giải****Chọn D**

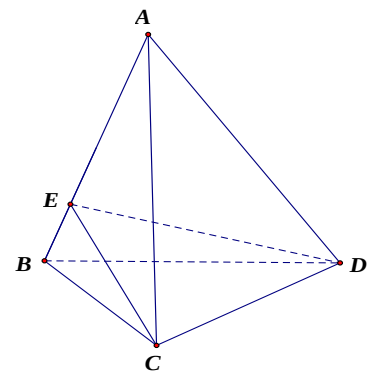
Hai khối tứ diện cần tính tỉ số là  $A.ECD$  và  $ABCD$

$AE = 3EB$  nên  $AB$  chia làm 4 phần  $AE$  3 phần  $EB$  1 phần

$$\frac{AE}{AB} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{V_{AECD}}{V_{ABCD}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_{AECD} = \frac{3}{4} V_{ABCD}.$$
 Do đó

$$V_{E.BCD} = V_{A.BCD} - V_{A.ECD} = V_{A.BCD} - \frac{3}{4} V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}.$$



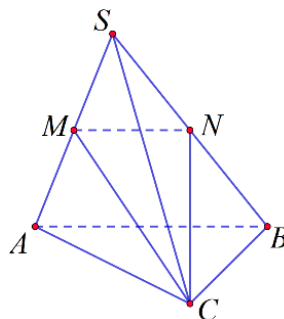
**Ví dụ 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Tính tỉ số  $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C. 2.

D. 4.

**Lời giải****Chọn D**

Hai khối tứ diện cần tính tỉ số là  $S.ABC$  và  $S.MNP$

M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB nên  $\frac{SA}{SM} = 2; \frac{SB}{SN} = 2$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} \cdot \frac{SC}{SC} = 2 \cdot 2 = 4.$$

**Ví dụ 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $A'$  và  $B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Biết thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng 24. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.A'B'C$ .

A.  $V = 12$ .

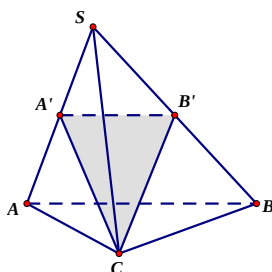
B.  $V = 8$ .

C.  $V = 6$ .

D.  $V = 3$ .

**Lời giải**

## Chọn C



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'B'C} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6.$$

**B\_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ASB = ASC = BSC = 60^\circ$  và  $SA = 2$ ;  $SB = 3$ ;  $SC = 7$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp.

**A.**  $V = 4\sqrt{2}$ .      **B.**  $V = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .      **C.**  $V = \frac{7\sqrt{2}}{3}$ .      **D.**  $V = 7\sqrt{2}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $A'$  và  $B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Biết thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng 24. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.A'B'C$ .

**A.**  $V = 3$ .      **B.**  $V = 12$ .      **C.**  $V = 8$ .      **D.**  $V = 6$ .

**Câu 3.** Cho khối chóp  $S.ABC$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Thể tích của khối chóp  $S.MAB$  là  $2a^3$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng.

**A.**  $2a^3$ .      **B.**  $4a^3$ .      **C.**  $\frac{a^3}{4}$ .      **D.**  $\frac{1}{2}a^3$ .

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích bằng 12 và  $I$  là trung điểm  $CD$ ,  $M$  là trung điểm  $BI$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $AMCD$ .

**A.**  $V = 4$ .      **B.**  $V = 6$ .      **C.**  $V = 3$ .      **D.**  $V = 5$ .

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = 1$ ;  $DA \perp (ABC)$ .  $\triangle ABC$  là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh  $DA, DB, DC$  lấy 3 điểm  $M, N, P$  sao cho  $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$ . Thể tích của tứ diện  $MNPD$  bằng

**A.**  $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$ .      **B.**  $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$ .      **C.**  $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$ .      **D.**  $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 6.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích là  $a^3$ . Gọi  $M, N, P, Q$  theo thứ tự là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Thể tích khối chóp  $S.MNPQ$  là:

**A.**  $\frac{a^3}{16}$ .      **B.**  $\frac{a^3}{8}$ .      **C.**  $\frac{a^2}{4}$ .      **D.**  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 7.** Cho khối chóp  $S.ABC$ . Gọi  $A', B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp  $S.A'B'C$  và  $S.ABC$  bằng:

**A.**  $\frac{1}{4}$ .      **B.**  $\frac{1}{6}$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{1}{3}$ .

- Câu 8.** Cho tứ diện  $MNPQ$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $MN, MP, MQ$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ .
- A.  $\frac{1}{6}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{8}$ .
- Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $B'$  và  $C'$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện  $AB'C'D$  và khối  $ABCD$  bằng:
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{1}{8}$ .
- Câu 10.** Cho khối tứ diện  $OABC$  với  $OA, OB, OC$  vuông góc từng đôi một và  $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AC, BC$ . Thể tích của khối tứ diện  $OCMN$  tính theo  $a$  bằng:
- A.  $\frac{3a^3}{4}$ .                      B.  $a^3$ .                      C.  $\frac{2a^3}{3}$ .                      D.  $\frac{a^3}{4}$ .
- Câu 11.** Cho khối chóp  $S.ABC$ . Trên ba cạnh  $SA, SB, SC$  lần lượt lấy ba điểm  $A', B', C'$  sao cho  $SA' = \frac{1}{3}SA; SB' = \frac{1}{4}SB; SC' = \frac{1}{2}SC$ . Gọi  $V$  và  $V'$  lần lượt là thể tích của các khối chóp  $S.ABC$  và  $S.A'B'C'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{V}{V'}$  là
- A.  $\frac{1}{12}$ .                      B. 24.                      C.  $\frac{1}{24}$ .                      D. 12.
- Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là trung điểm  $SC$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AM$  và song song với  $BD$ , cắt  $SB$  và  $SD$  lần lượt tại  $B'$  và  $D'$ . Tỷ số  $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$  là
- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

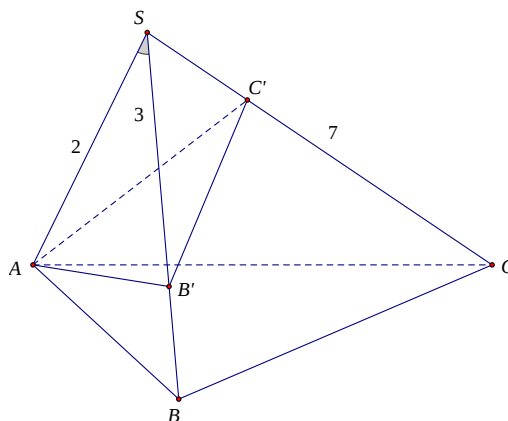
|     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 1.B | 2.D | 3.B | 4.B | 5.C | 6.B | 7.A | 8.D | 9.B | 10.D | 11.B | 12.D |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|

**Hướng dẫn giải.**

- Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ASB = ASC = BSC = 60^\circ$  và  $SA = 2; SB = 3; SC = 7$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp.

A.  $V = 4\sqrt{2}$ .                      B.  $V = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $V = \frac{7\sqrt{2}}{3}$ .                      D.  $V = 7\sqrt{2}$ .

**Lời giải****Chọn B**



Lấy hai điểm  $B'$ ,  $A'$  lần lượt trên hai cạnh  $SB$  và  $SC$  sao cho  $SB' = 2$ ,  $SC' = 2$ .

Ta có hình chóp  $S.A'B'C'$  là hình tứ diện đều có cạnh bằng 2.

$$\Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{2^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta lại có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{21}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{21V_{S.A'B'C'}}{4} = \frac{21 \cdot 2\sqrt{2}}{3 \cdot 4} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $A'$  và  $B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Biết thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng 24. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.A'B'C$ .

**A.**  $V = 3$ .

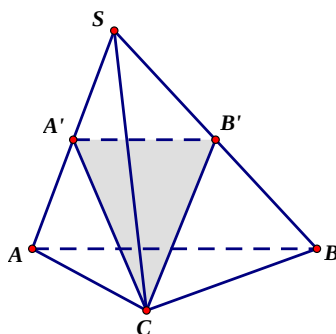
**B.**  $V = 12$ .

**C.**  $V = 8$ .

**D.**  $V = 6$

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'B'C} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6.$$

**Câu 3.** Cho khối chóp  $S.ABC$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Thể tích của khối chóp  $S.MAB$  là  $2a^3$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng.

**A.**  $2a^3$ .

**B.**  $4a^3$ .

**C.**  $\frac{a^3}{4}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$V_{S.ABC} = 2V_{S.MAB} = 4a^3.$$

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích bằng 12 và  $I$  là trung điểm  $CD$ ,  $M$  là trung điểm  $BI$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $AMCD$ .

A.  $V = 4$ .

B.  $V = 6$ .

C.  $V = 3$ .

D.  $V = 5$ .

Lời giải

Chọn B.

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = 1$ ;  $DA \perp (ABC)$ .  $\triangle ABC$  là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh  $DA, DB, DC$  lấy 3 điểm  $M, N, P$  sao cho  $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$ . Thể tích của tứ diện  $MNPD$  bằng

A.  $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$ .

B.  $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$ .

D.  $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$ .

Lời giải

Chọn C

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

$$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DP}{DC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{DMNP} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}.$$

**Câu 6.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích là  $a^3$ . Gọi  $M, N, P, Q$  theo thứ tự là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Thể tích khối chóp  $S.MNPQ$  là:

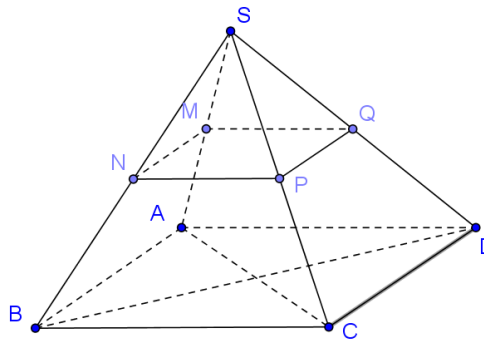
A.  $\frac{a^3}{16}$ .

B.  $\frac{a^3}{8}$ .

C.  $\frac{a^2}{4}$ .

D.  $\frac{a^3}{6}$ .

Chọn B



Ta có: Tứ giác  $MNPQ$  đồng dạng với tứ giác  $ABCD$  với tỉ số  $k = \frac{1}{2}$ .

Đường cao  $h'$  của hình chóp  $S.MNPQ$  bằng  $\frac{1}{2}$  đường cao  $h$  hình chóp  $S.ABCD$

$$\text{Từ đó: } V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot h' = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{h}{2}$$

$$= \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{8}.$$

**Câu 7.** Cho khối chóp  $S.ABC$ . Gọi  $A', B'$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp  $S.A'B'C$  và  $S.ABC$  bằng:

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 8.** Cho tứ diện  $MNPQ$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $MN, MP, MQ$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ .

A.  $\frac{1}{6}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{1}{8}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}.$$

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $B'$  và  $C'$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện  $AB'C'D$  và khối  $ABCD$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

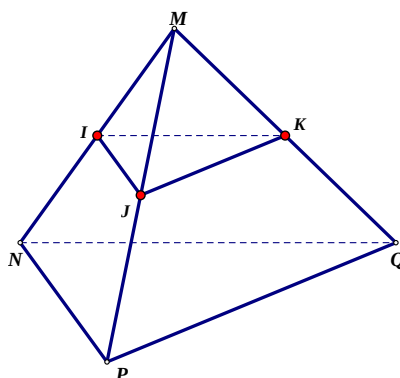
C.  $\frac{1}{6}$ .

D.  $\frac{1}{8}$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$



**Câu 10.** Cho khối tứ diện  $OABC$  với  $OA, OB, OC$  vuông góc từng đôi một và  $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AC, BC$ . Thể tích của khối tứ diện  $OCMN$  tính theo  $a$  bằng:

A.  $\frac{3a^3}{4}$ .

B.  $a^3$ .

C.  $\frac{2a^3}{3}$ .

D.  $\frac{a^3}{4}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} OA \cdot OB \right) \cdot OC = a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Ta có  $\frac{V_{OCMN}}{V_{OCAB}} = \frac{CM.CN}{CACB} = \frac{1}{4}$ . Vậy  $V_{OCMN} = \frac{1}{4}V_{OABC} = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 11.** Cho khối chóp  $S.ABC$ . Trên ba cạnh  $SA, SB, SC$  lần lượt lấy ba điểm  $A', B', C'$  sao cho  $SA' = \frac{1}{3}SA; SB' = \frac{1}{4}SB; SC' = \frac{1}{2}SC$ . Gọi  $V$  và  $V'$  lần lượt là thể tích của các khối chóp  $S.ABC$  và  $S.A'B'C'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{V}{V'}$  là

A.  $\frac{1}{12}$ .

B. 24.

C.  $\frac{1}{24}$ .

D. 12.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\frac{V}{V'} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = 3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là trung điểm  $SC$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AM$  và song song với  $BD$ , cắt  $SB$  và  $SD$  lần lượt tại  $B'$  và  $D'$ . Tỷ số  $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$  là

A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{1}{6}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $O$  là tâm hình bình hành đáy.

$I = AO \cap SO$

Đường thẳng qua  $I$  và song song  $BD$  cắt  $SB, SD$  tại  $B', D'$ .

Ta có  $V_{SAB'MD'} = V_{SAB'M} + V_{SAMD'}$

$\frac{V_{SAB'M}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$  nên  $V_{SAB'M} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$

Tương tự  $\frac{V_{SAMD'}}{V_{S4CD}} = \frac{1}{3}$  nên  $V_{SAMD'} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$  do đó

$V_{SAB'MD'} = \frac{1}{3}V_{SABCD}$ .

