

Câu 1. (4,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ b) $\left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$

2) Cho $a, b, c > 0$ và dãy tỉ số: $\frac{2b+c-a}{a} = \frac{2c-b+a}{b} = \frac{2a+b-c}{c}$.

Tính: $P = \frac{(3a-2b)(3b-2c)(3c-2a)}{(3a-c)(3b-a)(3c-b)}$

Câu 2. (4,0 điểm)

1) Tìm x biết: $|x-2| - |2x+3| - x = -2$

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số lớn hơn 40. Tìm số phân tử của tập hợp M gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra. Sau đó, hãy tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) Số tự nhiên được viết ra có tổng các chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng 9.

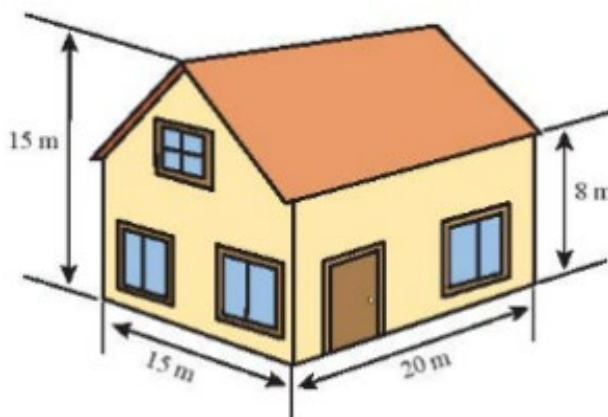
b) Số tự nhiên được viết ra là tổng của hai số tự nhiên liên tiếp.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu p là tích của n số nguyên tố đầu tiên thì $p-1$ và $p+1$ không thể là các số chính phương

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$

Câu 4 (1,5 điểm) Một ngôi nhà có các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích phần không gian được giới hạn bởi ngôi nhà.



Câu 5. (5,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm của cạnh BC, lấy điểm D thuộc tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$. Kẻ BI vuông góc với AD tại I, CK vuông góc với AD tại K.

a) Chứng minh rằng $BI = CK$.

b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H , MN vuông góc với BD tại N . Chứng minh rằng các đường thẳng CK, AH, MN đồng quy.

c) Chứng minh rằng $BC - AB > AC - AH$.

Câu 6. (1,5 điểm)

Chứng minh rằng trong 27 số tự nhiên tùy ý luôn tồn tại hai số sao cho tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 50.

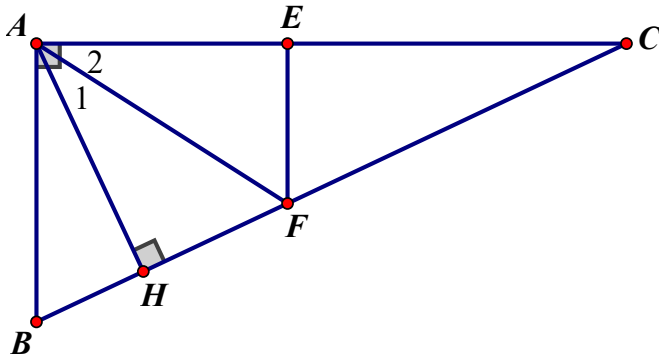
.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Câu	ý	Nội dung	Điểm								
1	1 (2đ)	a)Ta có : $\frac{2^{12}.3^5-4^6.9^2}{(2^2.3)^6+8^4.3^5}-\frac{5^{10}.7^3-25^5.49^2}{(125.7)^3+5^9.14^3}$ $=\frac{2^{12}.3^5-2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6+2^{12}.3^5}-\frac{5^{10}.7^3-5^{10}.7^4}{5^9.7^3+5^9.7^3.2^3}$ $=\frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)}-\frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+8)}$ $=\frac{1}{6}-\frac{5.(-6)}{9}=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}.$	0,25 0,5 0,25								
		b) $\left(1+\frac{7}{9}\right)\left(1+\frac{7}{20}\right)\left(1+\frac{7}{33}\right)...\left(1+\frac{7}{2900}\right)=\frac{16}{9}.\frac{27}{20}.\frac{40}{33}...\frac{2907}{2900}$ $=\frac{2.8.3.9.4.10...51.57}{1.9.2.10.3.11...50.58}=\frac{2.3.4...51}{1.2.3...50}.\frac{8.9.10...57}{9.10.11...58}$ $=\frac{51.8}{58}=\frac{204}{29}$	0,25 0,5 0,25								
	2 (2đ)	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau , ta có: $\frac{2b+c-a}{a}=\frac{2c-b+a}{b}=\frac{2a+b-c}{c}$ $=\frac{(2b+c-a)+(2c-b+a)+(2a+b-c)}{a+b+c}$ $=\frac{2(a+b+c)}{a+b+c}=2$ Vì $a,b,c>0\Rightarrow a+b+c>0$ $\Rightarrow\begin{cases}2b+c=3a\\2c+a=3b\\2a+b=3c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3a-2b=c\\3b-2c=a\\3c-2a=b\end{cases}$ và $\begin{cases}3a-c=2b\\3b-a=2c\\3c-b=2a\end{cases}$ Thay vào biểu thức P, ta được: $P=\frac{1}{8}$	0,5 0,5 0,5								
		1 (2đ)	$ x-2 - 2x+3 -x=-2\quad (1)$ Lập bảng xét dấu ta có: <table><tr><td>x</td><td>- 3/2</td><td>2</td></tr><tr><td>x-2</td><td>-</td><td>0</td></tr><tr><td>2x+3</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> Khi đó ta có : TH1 : $x\leq\frac{-3}{2}$. Khi đó (1) trở thành $(2-x)-(-2x-3)-x=-2\Rightarrow 0x=-7\;.$	x	- 3/2	2	x-2	-	0	2x+3	0
x	- 3/2	2									
x-2	-	0									
2x+3	0	+									

		Không tìm được x thỏa mãn TH2 : $-\frac{3}{2} \leq x < 2$. Khi đó (1) trở thành $(2-x)-(2x+3)-x=-2 \Rightarrow -4x=-1 \Rightarrow x=\frac{1}{4} \text{ (TM)}$ TH3 : $x \geq 2$. Khi đó (1) trở thành $(x-2)-(2x+3)-x=-2 \Rightarrow -2x=3 \Rightarrow x=\frac{-3}{2} \text{ (Không thỏa mãn)}$ Vậy $x = \frac{1}{4}$	0,5 0,5 0,5
	2 (2đ)	Tập hợp M gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên có hai chữ số lớn hơn 40 được viết ra là: $M = \{41, 42, 43, \dots, 98, 99\}$. Số các phần tử của tập hợp M là $99 - 41 + 1 = 59$.	0,5
		a) Trong các số 41, 42, 43, ..., 98, 99, có 6 số có tổng các chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng 9: 45, 54, 63, 72, 81, 90. Vậy có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra có tổng các chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng 9” là: 45, 54, 63, 72, 81, 90 (lấy ra từ tập hợp $M = \{41, 42, 43, \dots, 98, 99\}$).	0,25
		Do đó, xác suất của biến cố “Số tự nhiên được viết ra có tổng các chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng 9” là: $\frac{6}{59}$	0,25
		b) Ta có: $20 + 21 = 41$; $21 + 22 = 43$; $22 + 23 = 45$; ...; $44 + 45 = 99$. Do đó, các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là tổng của hai số tự nhiên liên tiếp” là: 41; 43; 45; ...; 99. Số các kết quả thuận lợi của biến cố đó là: $(99 - 41) : 2 + 1 = 30$ (kết quả). Vì thế xác suất của biến cố đó là: $\frac{30}{59}$	0,25
3	a) (2đ)	Vì p là tích của n số nguyên tố đầu tiên nên $p:2$ và p không thể chia hết cho 4 (1)	0,25
		- Giả sử $p+1$ là số chính phương, Đặt $p+1=m^2 (m \in N)$	0,5
		Vì p chẵn nên $p+1$ lẻ $\Rightarrow m^2$ lẻ $\Rightarrow m$ lẻ	0,25
		Đặt $m=2k+1 (k \in N)$, Ta có:	0,25
		$m^2=4k^2+4k+1 \Rightarrow p+1=4k^2+4k+1 \Rightarrow p=4k^2+4k=4k(k+1)$	0,25
		Mẫu thuẫn với (1) $\Rightarrow p+1$ không thể là số chính phương	0,25
		- Giả sử $p=2.3.5....$ là $:3 \Rightarrow p-1$ có dạng $3k+2 \Rightarrow p-1$ không là số chính phương	0,25

		Vậy nếu p là tích của $n(n > 1)$ số nguyên tố đầu tiên thì $p - 1$ và $p + 1$ không là số chính phương	0,25																									
	b (2đ)	$2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$ $\Rightarrow (2x - 1)y + 3x(2x - 1) = 7$ $\Rightarrow (2x - 1)(y + 3x) = 7$ Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2x - 1, y + 3x \in \mathbb{Z}$ Mà $7 = 1.7 = (-1).(-7)$ nên ta có bảng <table><tr><td>$2x-1$</td><td>1</td><td>7</td><td>-1</td><td>-7</td></tr><tr><td>$y+3x$</td><td>7</td><td>1</td><td>-7</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>-11</td><td>-7</td><td>8</td></tr><tr><td></td><td>(tm)</td><td>(tm)</td><td>(tm)</td><td>(tm)</td></tr></table> Vậy $(x; y) = \{(1; 4); (4; -11); (0; -7); (-3; 8)\}$.	$2x-1$	1	7	-1	-7	$y+3x$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3	y	4	-11	-7	8		(tm)	(tm)	(tm)	(tm)	0,5 0,5 0,5 0,5
$2x-1$	1	7	-1	-7																								
$y+3x$	7	1	-7	-1																								
x	1	4	0	-3																								
y	4	-11	-7	8																								
	(tm)	(tm)	(tm)	(tm)																								
4	1,5đ	Diện tích mặt đáy của ngôi nhà là: $S_d = \frac{1}{2}.7.15 + 8.15 = 172,5(m^2)$ Thể tích không gian giới hạn bởi ngôi nhà là $V = 172,5.20 = 3450(m^3)$ Vậy thể tích không gian giới hạn bởi ngôi nhà là $3450m^3$	0,5 0,5 0,5																									
	a 1,5đ	Xét $\triangle IBM$ và $\triangle KCM$ có : $\widehat{BIM} = \widehat{CKM} (= 90^\circ)$ $BM = MC$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{BMI} = \widehat{CMK}$ (2 góc đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle IBM = \triangle KCM$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BI = CK$ (2 cạnh tương ứng).	0,5 0,5 0,5																									
	b (2đ)	Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMB$ có $MC = MB$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{CMA} = \widehat{BMD}$ (2 góc đối đỉnh)																										

		$MA = MD$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle DMB$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MDB}$ (2 góc tương ứng) $\Rightarrow AC \parallel BD$ Gọi giao điểm của AH và CK là O . Xét $\triangle ACO$ có: AK và CH là các đường cao, mà chúng cắt nhau ở M $\Rightarrow M$ là trực tâm của $\triangle ACO \Rightarrow OM \perp AC$ (1). Mặt khác có $MN \perp BD$ (gt) mà $BD \parallel AC$ (cmt) $\Rightarrow MN \perp AC$ (2) .Từ (1) và (2) $\Rightarrow O, M, N$ thẳng hàng. Vậy ba đường CK, AH, MN đồng quy tại O	0,5 0,5 0,5 0,5
	c 1,5đ	 Trên BC lấy điểm F sao cho $BF = AB$. Thì $CF = BC - BF = BC - AB$ (3) Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$ Thì $CE = AC - AE = AC - AH$ (4) Ta có $\widehat{BAF} + \widehat{A_2} = 90^\circ$ (tam giác ABC vuông tại A) $\widehat{AFB} + \widehat{A_1} = 90^\circ$ (tam giác AHF vuông tại H) Mà $\widehat{BAF} = \widehat{BFA}$ (tam giác ABF cân tại B). Nên $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ Dễ thấy $\triangle AHF = \triangle AEF$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{AEF} = 90^\circ$ Suy ra tam giác EFC vuông tại E nên $FC > EC$ (5) Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow BC - AB > AC - AH$ (đpcm).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
6	1,5đ	- Tất cả các số dư trong phép chia cho 50 được chia thành 26 nhóm sau: (0); (1; 49); (2; 48);; (24; 26); (25). - Lấy 27 số tự nhiên chia cho 50 nhận được 27 số dư, 27 số dư này sẽ thuộc vào 26 nhóm trên. - Theo nguyên lý Dirichle tồn tại ít nhất hai số dư thuộc vào 1 nhóm, tức là tồn tại 2 số có tổng số dư trong phép chia cho 50 bằng 50 hoặc hiệu số dư trong phép chia cho 50 bằng 0 $\Rightarrow$ Hai số này có tổng hoặc hiệu chia hết cho 50.	0,5 0,5 0,5

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 7**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-7>