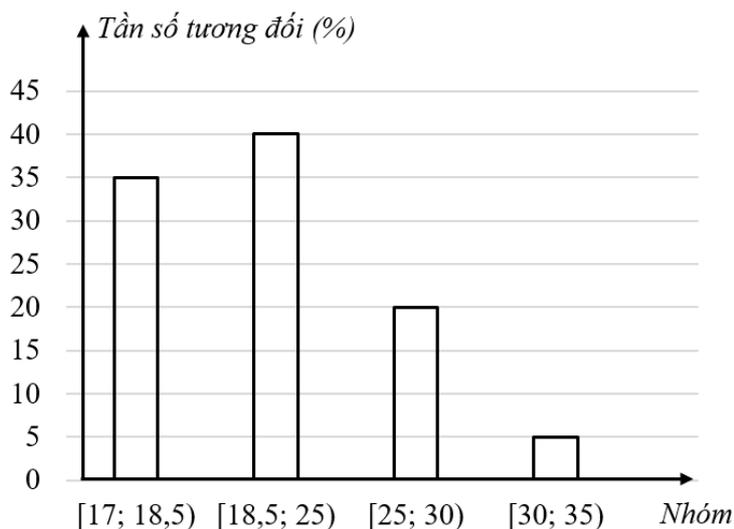


Bài I. (1,5 điểm)

- 1) Chỉ số khối cơ thể (Body mass index - BMI) được tính nhằm nhận định cơ thể của một người là gầy hay béo. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây được thống kê từ chỉ số BMI của 80 người với 4 nhóm: $[17; 18,5)$, $[18,5; 25)$, $[25; 30)$, $[30; 35)$.



- a) Tìm tần số tương đối của nhóm $[18,5; 25)$.
b) Cơ thể của người có chỉ số BMI thuộc nhóm $[18,5; 25)$ được nhận định là **bình thường**. Tính số người có cơ thể **bình thường** trong 80 người trên.
- 2) Chỉ số thông minh (Intelligence Quotient – IQ) của 20 học sinh được cô giáo ghi lại dưới đây:

90	102	98	116	96
115	86	103	91	100
85	104	102	114	110
102	95	93	99	104

Cô giáo cử ngẫu nhiên một bạn từ những học sinh trên để tham gia một cuộc thi về trí tuệ. Tính xác suất của biến cố A : “Học sinh được chọn thuộc **nhóm thông minh**”, biết **nhóm thông minh** được quy định là những người có IQ từ 115 đến 130.

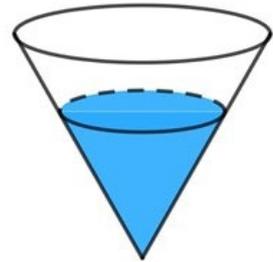
Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$.
2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.
3) Tìm x để $A \geq B$.

Bài III. (2,5 điểm)

- 1) Câu lạc bộ bóng đá Juventus đã có một mùa giải bất bại khi không để thua bất kì trận đấu nào trong tổng cộng 38 trận đấu của mùa giải Serie A 2011-2012 và giành được tổng cộng 84 điểm. Hỏi câu lạc bộ thắng bao nhiêu trận đấu, hòa bao nhiêu trận đấu ở mùa giải này? Biết mỗi trận thắng được 3 điểm, mỗi trận hòa được 1 điểm.
- 2) Năm 2024, bác An góp 300 triệu đồng cùng bác Bình góp vốn đầu tư. Sang năm 2025, bác Bình góp thêm 100 triệu nên tỉ số vốn góp của bác An so với bác Bình giảm 10%. Hỏi ban đầu bác Bình đã góp bao nhiêu triệu đồng vào năm 2024?
- 3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là parabol (P) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $OM = 2\sqrt{5}$.

**Bài IV. (4,0 điểm)**

- 1) Một bể nước trang trí ngoài trời có dạng hình nón với bán kính đáy 50cm và chiều cao 1,2m.
 - a) Tính thể tích bể, coi độ dày thành bể là không đáng kể.
 - b) Người ta đổ 150 lít nước vào bể và đặt vào đó 6 vật trang trí giống nhau có dạng hình cầu với bán kính 20cm sao cho chúng chìm một nửa vào trong nước. Hỏi cần đổ thêm bao nhiêu lít nước vào bể để mực nước ngang miệng bể? Biết các vật trang trí được làm bằng chất liệu không thấm nước. Lấy $\pi \approx 3,14$.
- 2) Cho tam giác ABC nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn (O) . Lấy điểm D thuộc cung nhỏ BC (D khác B, C và AD khác đường kính). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của D trên AB, BC .
 - a) Chứng minh bốn điểm B, H, D, K cùng thuộc một đường tròn.
 - b) I là hình chiếu của D trên AC . Chứng minh $\widehat{DCI} = \widehat{DBH}$ và H, K, I thẳng hàng.
 - c) CE là đường cao của tam giác ACD . Chứng minh EK song song với BH .

Bài V. (0,5 điểm)

Một tập đoàn phát động cuộc thi chạy bộ và bơi lội trực tuyến để nhân viên có thể tham gia và ghi nhận thành tích mọi lúc mọi nơi. Thẻ lệ dành cho vận động viên (VĐV) như sau:

- **Mục tiêu chính:** Hoàn thành tối thiểu 14km chạy bộ và 5km bơi.
- Nếu tham gia trong các ngày thường (từ thứ 2 đến thứ 6), VĐV cần chạy 1km và bơi 400m.
- Nếu tham gia trong các ngày cuối tuần (thứ 7 và Chủ nhật), VĐV cần chạy 2km và bơi 1km.
- Số calo tiêu thụ được ở mỗi ngày thường và ngày cuối tuần được BTC quy đổi lần lượt là 220 calo và 630 calo.
- Cuộc thi diễn ra trong tối đa hai tuần, VĐV hoàn thành **mục tiêu chính** với lượng calo tiêu thụ ít nhất đoạt huy chương Vàng.

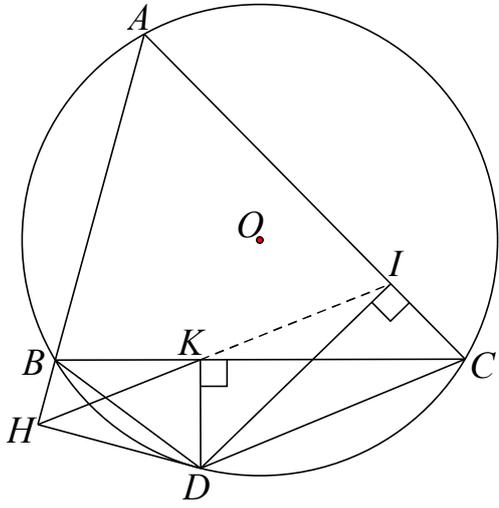
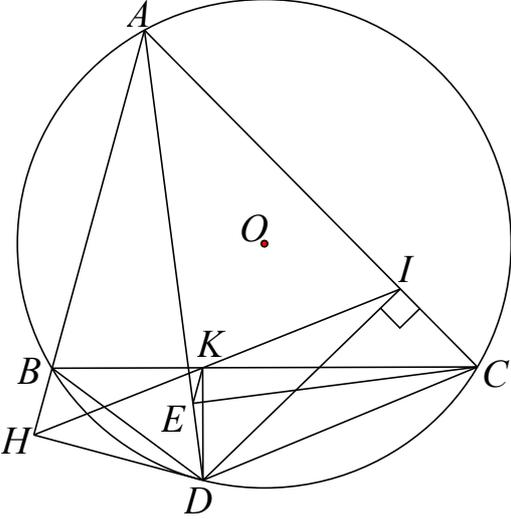
Em hãy nêu một chiến thuật để VĐV có thể đoạt được huy chương Vàng.

----- HẾT -----

BIỂU ĐIỂM KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9 NĂM HỌC 2024 – 2025

Bài I (1,5đ)	1a) Tìm tần số tương đối của nhóm [18,5; 25).	0,5
	Đáp số: 40% hoặc 0,4.	0,5
	1b) Tính số người có cơ thể bình thường trong 80 người trên.	0,5
	Lập đúng phép tính: 80.40%	0,25
	Đáp số: 32 người.	0,25
	2) Tính xác suất của biến cố A : “HS được chọn thuộc nhóm thông minh ”	0,5
	Không gian mẫu gồm 20 phần tử. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A , gồm 115, 116.	0,25
Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%$.	0,25	
Bài II (1,5đ)	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$.	0,25
	Thay $x = 1$ (TMĐK) vào A : $A = \frac{2}{\sqrt{1}-2} = -2$.	0,25
	2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.	0,75
	$B = \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} + \frac{5\sqrt{x+6}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}$	0,25
	$B = \frac{x - \sqrt{x-2} + 5\sqrt{x+6}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = \frac{x + 4\sqrt{x+4}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x+2})^2}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.	0,25
	3) Tìm x để $A \geq B$.	0,5
Ta có: $A \geq B \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x-2}} \geq \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} < 0 \Rightarrow x < 4$	0,25	
Kết hợp điều kiện, suy ra $0 \leq x < 4$.	0,25	
Bài III (2,5đ)	1) Hỏi câu lạc bộ thắng bao nhiêu trận đấu, hòa bao nhiêu trận đấu ở mùa giải này?	1,0
	Gọi số trận thắng và số trận thua lần lượt là x và y (trận; $x, y \in \mathbb{N}^*$).	0,25
	Mùa giải gồm 38 trận chỉ thắng hoặc hòa nên ta có PT: $x + y = 38$	0,25
	Thắng được 3 điểm, hòa được 1 điểm và tổng số điểm là 84 nên ta có PT: $3x + y = 84$.	0,25
	Giải HPT: $\begin{cases} x + y = 38 \\ 3x + y = 84 \end{cases}$, tìm được $x = 23$ (TMĐK), $y = 15$ (TMĐK).	0,25
Kết luận đội thắng 23 trận, hòa 15 trận trong mùa giải.	0,25	

	2) Hỏi ban đầu bác Bình đã góp bao nhiêu triệu đồng vào năm 2024?	1,0
	Gọi số tiền Bác bình góp năm 2024 là x (triệu đồng, $x > 0$). \Rightarrow Số tiền sau khi góp thêm của bác Bình là $x + 100$ (triệu đồng).	0,25
	Tỉ số vốn góp bác An so với bác bình năm 2024, 2025 là $\frac{300}{x}$ và $\frac{300}{x+100}$. Tỉ số trên giảm 10% sau năm 2025 nên ta có PT: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+100} = 10\%$	0,25
	Giải phương trình, tìm được $x = -600$ (Loại) hoặc $x = 500$ (TMĐK).	0,25
	Kết luận ban đầu bác Bình góp 500 triệu đồng.	0,25
	3) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $OM = 2\sqrt{5}$.	0,5
	Gọi tọa độ điểm thuộc (P) có dạng $M(x_M; y_M)$, khi đó $y_M = -x_M^2$. Khoảng cách từ M tới trục Oy là $ x_M $, tới trục Ox là $ y_M = -x_M^2 = x_M^2$. Theo đề bài, ta có: $OM^2 = x_M ^2 + y_M ^2 = 20$	0,25
	$\Rightarrow x_M^4 + x_M^2 = 20$ Từ đó tìm được $x_M = 2$ hoặc $x_M = -2$. Kết luận $M_1(2; -4)$, $M_2(-2; -4)$.	0,25
Bài IV (4,0đ)	1a) Tính thể tích bể.	0,5
	Đổi: 50cm = 0,5 m.	0,25
	Thể tích bể: $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,5^2 \cdot 1,2 = 0,1\pi$ (mét khối).	0,25
	1b) Cần đổ thêm bao nhiêu lít nước vào bể để mực nước ngang miệng bể?	0,5
	Đổi: 20 cm = 2 dm, $0,1\pi \text{ m}^3 = 100\pi$ lít.	0,25
	Thể tích 6 vật chiếm chỗ: $6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 32\pi$ (dm ³) = 32π (lít).	0,25
	Lượng nước cần đổ thêm: $100\pi - 150 - 32\pi = 68\pi - 150 \approx 63,52$ (lít).	0,25
	Kết luận lượng nước cần đổ thêm khoảng 63,52 lít.	
	2a) Chứng minh bốn điểm B, H, D, K cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	Vẽ hình đúng đến ý a.	0,25
	Chỉ ra $\widehat{BHD} = 90^\circ$ (H là hình chiếu của D trên AB), từ đó suy ra ba điểm B, H, D thuộc đường tròn đường kính BD .	0,25
	Chỉ ra $\widehat{BKD} = 90^\circ$ (H là hình chiếu của D trên BC), từ đó suy ra ba điểm B, K, D thuộc đường tròn đường kính BD .	0,25

		<p>Kết luận bốn điểm B, H, D, K cùng thuộc đường tròn đường kính BD.</p>	0,25
<p>2b) Chứng minh $\widehat{DCI} = \widehat{DBH}$.</p>		0,75	
<p>Chỉ ra $\widehat{DCI} + \widehat{ABD} = 180^\circ$ (tứ giác $ABDC$ nội tiếp)</p>		0,25	
<p>Chỉ ra $\widehat{DBH} + \widehat{ABD} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)</p>		0,25	
<p>Suy ra $\widehat{DCI} = \widehat{DBH}$.</p>		0,25	
<p>2b) Chứng minh H, K, I thẳng hàng.</p>		0,75	
<p>Chỉ ra tứ giác $IKDC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DKI} + \widehat{DCI} = 180^\circ$.</p>		0,25	
<p>Chỉ ra $\widehat{DKH} = \widehat{DBH}$ (tứ giác $BHDK$ nội tiếp) $\Rightarrow \widehat{DKH} = \widehat{DCI}$.</p>		0,25	
<p>Suy ra $\widehat{DKI} + \widehat{DKH} = 180^\circ \Rightarrow H, K, I$ (ĐPCM).</p>		0,25	
<p>3) Chứng minh $HK = EF$.</p>		0,5	
<p>Chỉ ra 5 điểm I, K, E, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính CD $\Rightarrow IKEC$ là tứ giác nội tiếp, từ đó suy ra $\widehat{HKE} = \widehat{ICE}$. (1)</p>		0,25	
<p>Chỉ ra:</p> <ul style="list-style-type: none"> $\widehat{BHK} = \widehat{BDK}$ ($BHDK$ nội tiếp) $\widehat{BDK} + \widehat{DBK} = \widehat{EAC} + \widehat{ICE} = 90^\circ$ (tam giác BDK, ACE vuông) $\widehat{DBK} = \widehat{EAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CD của (O)) <p>$\Rightarrow \widehat{BHK} = \widehat{ICE}$.</p>		0,25	
<p>Em hãy nêu một chiến thuật để VĐV có thể đoạt được huy chương Vàng.</p>		0,5	
<p>Bài V (0,5đ)</p>	<p>Gọi số ngày thường và số ngày cuối tuần mà VĐV tham gia lần lượt là x, y (ngày, $x, y \in \mathbb{N}^*$).</p> <p>VĐV cần hoàn thành tối thiểu 14km chạy bộ nên $x + 2y \geq 14 \Rightarrow 2y \geq 14 - x \geq 4 \Rightarrow y \geq 2$</p> <p>VĐV cần hoàn thành tối thiểu 5km bơi nên $0,4x + y \geq 5$.</p>	0,25	

	<p>Trong 2 tuần, có 10 ngày thường nên $0 \leq x \leq 10$ và có 4 ngày cuối tuần nên $0 \leq y \leq 4$.</p> <p>Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 220x + 630y$.</p>	
	<p>Ta có: $P = 220x + 630y = 220(x + 2y) + 190y \geq 220.14 + 190.2 = 3460$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi $x = 10$ (TMĐK) và $y = 2$ (TMĐK).</p> <p>Vậy chiến thuật để VĐV đoạt huy chương vàng là tham gia vào toàn bộ 10 ngày thường và 2 ngày cuối tuần trong thời gian hai tuần diễn ra cuộc thi.</p>	0,25