

(Đề có 5 trang)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 1001

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A. 8 B. 32 C. 4 D. 16

Câu 2: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x \ln 3}$?

- A. $y = \ln(3x)$. B. $y = \ln x$. C. $y = \log_3 x$. D. $y = \ln \frac{x}{3}$.

Câu 3: Bảng cho ở dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	3	6	19	23	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 40. B. 70,87. C. 50. D. 14,23.

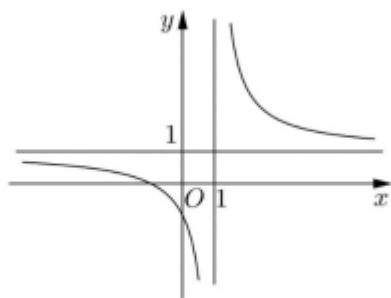
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có $AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

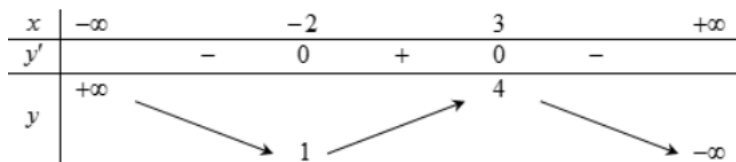
- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-2; 3)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(1; 4)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -4)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 5 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 5 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -4 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $1 - \log_4 a$. B. $1 + \log_4 a$. C. $4 + \log_4 a$. D. $4 - \log_4 a$.

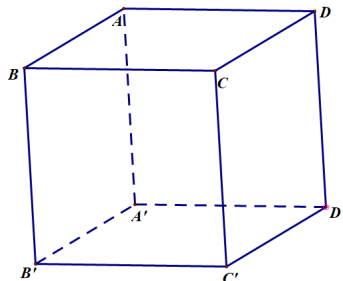
Câu 10: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^6 dx$. B. $\int_0^1 x^6 dx$. C. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^3 dx$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{7}{2}$. C. 5. D. -5.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý A, B, C, D ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$. Khi đó

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. $f(x) = 1 + \cos x$.
C. $\int f(x) dx = x - \sin x + C$.
D. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó $F(x) = x - \cos x + 2$.

Câu 2: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính

bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong t (s) kể từ lúc đạp phanh.

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t(m)$.

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m).

D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

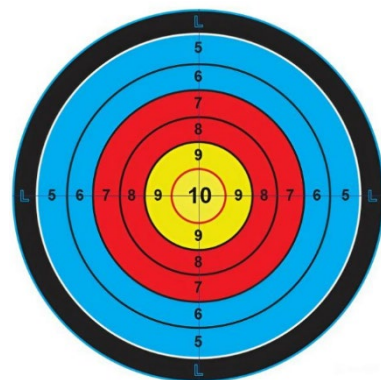
Câu 3: Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.

A. $P_1 = 0,15$.

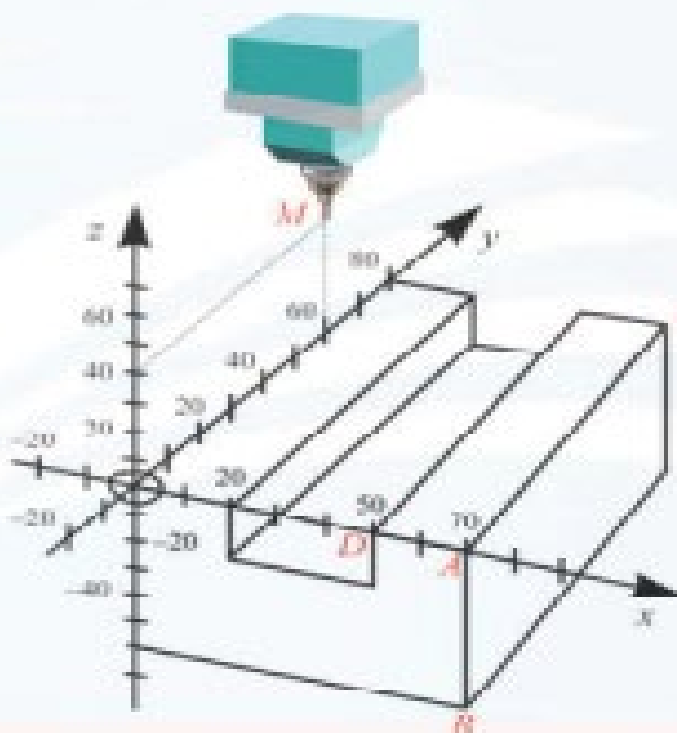
B. $P_2 = 0,18$

C. Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

D. Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.



Câu 4: Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình 2



Hình 2

A. Véc tơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{k} = (0; 1; 1)$.

B. Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $y - 70 = 0$

C. Phương trình tham số của đường thẳng AC là:
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

D. Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là: $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời ngắn (từ câu 1 đến câu 6).

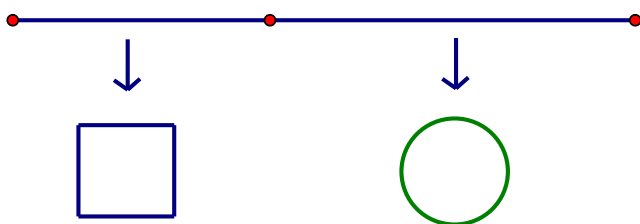
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AB = 6$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa SA và CD bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 2: Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 6 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu ki lô mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

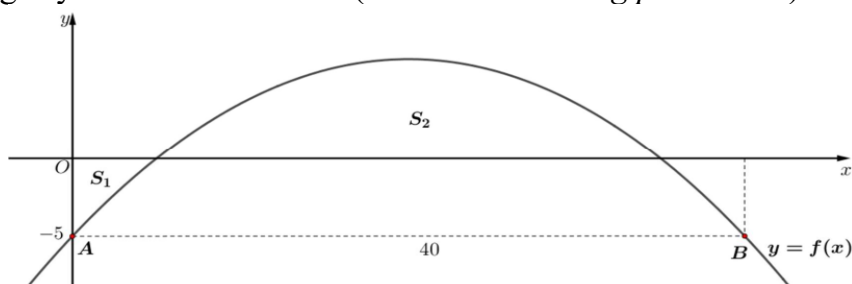
Câu 5: Một sợi dây kim loại dài 60 dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?



Câu 6: Một nhóm các kỹ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dãn thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một Parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau 400 m, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là 50 m và AB song song với mặt đường.



Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục tọa độ là 10 m . Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong Parabol tạo với 2 trục tọa độ các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên, biết rằng $S_2 - 2S_1 = \frac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu bao nhiêu mét. (Làm tròn đến hàng phần mười)



----- HẾT -----

(Đề có 5 trang)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 1002

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x \ln 3}$?

- A. $y = \ln(3x)$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = \ln x$. D. $y = \ln \frac{x}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1	4		$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-2; 3)$. B. $(1; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 3: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$. B. $\int_0^1 x^6 dx$. C. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

- A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $4 - \log_4 a$. B. $4 + \log_4 a$. C. $1 - \log_4 a$. D. $1 + \log_4 a$.

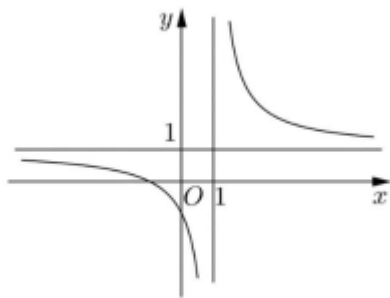
Câu 6: Bảng cho ở dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	3	6	19	23	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 70,87. B. 50. C. 40. D. 14,23.

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $\frac{2}{7}$. B. 5. C. $\frac{7}{2}$. D. -5.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có $AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

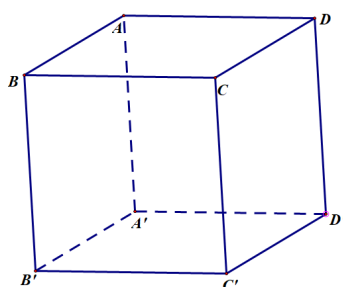
Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

A. 4 B. 32 C. 8 D. 16

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -4)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -4+5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+2t \\ z = 5-4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3+2t \\ z = 5-4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+3t \\ z = -4+5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



A. $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$.
C. $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$. D. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

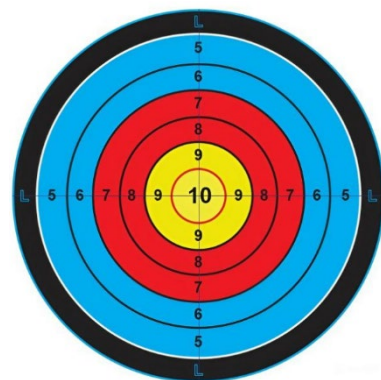
PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý A,B,C,D ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

- A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t(m)$.
- B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m).
- D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m).

Câu 2: Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.

- A. $P_1 = 0,15$.
- B. $P_2 = 0,18$
- C. Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.
- D. Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

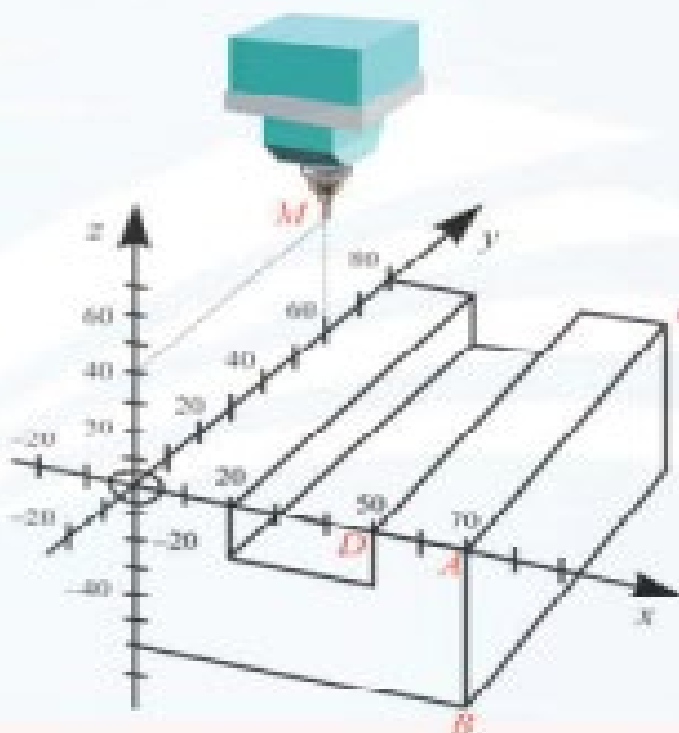


Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$. Khi đó

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- B. $f(x) = 1 + \cos x$.
- C. $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.
- D. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó

$$F(x) = x - \cos x + 2.$$

Câu 4: Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình 2



Hình 2

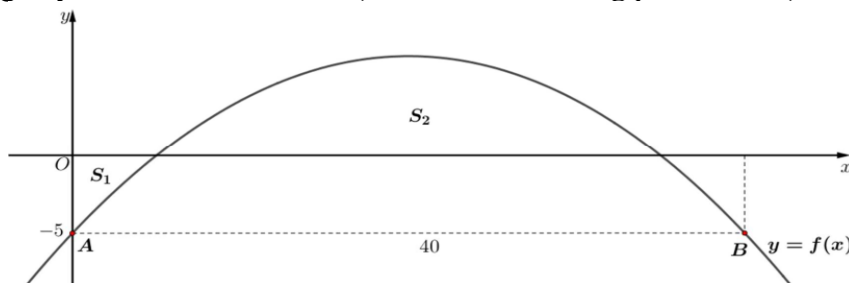
PHẦN III. Thí sinh trả lời ngắn (từ câu 1 đến câu 6).

Câu 1: Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 6 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 2: Một nhóm các kỹ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dầm thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một Parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau $400m$, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là $50m$ và AB song song với mặt đường.



Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục tọa độ là $10m$. Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong Parabol tạo với 2 trục tọa độ các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên, biết rằng $S_2 - 2S_1 = \frac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu bao nhiêu mét. (Làm tròn đến hàng phần mười).

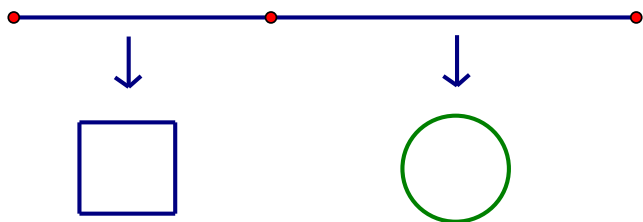


Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3\text{ km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu ki lô mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AB = 6$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa SA và CD bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 5: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 6: Một sợi dây kim loại dài $60dm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?



----- *HẾT* -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008
1	C	B	B	C	A	A	C	D
2	C	A	C	D	B	D	B	A
3	D	D	D	C	B	B	A	C
4	A	A	D	A	A	D	B	D
5	D	D	D	B	D	C	A	C
6	B	D	B	A	C	A	A	A
7	A	B	A	B	A	D	C	C
8	A	B	C	B	D	D	A	D
9	B	A	B	A	C	A	C	A
10	A	A	C	A	B	A	B	C
11	C	B	A	C	C	D	A	B
12	C	C	D	B	D	C	C	C

Phần đúng sai

Mã đề Câu	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008
1	Đ S S Đ	Đ S Đ S	Đ S S Đ	Đ S S Đ	Đ S Đ S	Đ S S Đ	Đ S S Đ	Đ S S Đ
2	Đ S Đ S	Đ S S Đ	Đ S Đ S	Đ S Đ S	Đ S S Đ	S S Đ S	S S Đ S	Đ S S Đ
3	Đ S S Đ	Đ S S Đ	Đ S S Đ	S S Đ S	Đ S S Đ	Đ S Đ S	Đ S S Đ	Đ S Đ S
4	S S Đ S	S S Đ S	S S Đ S	Đ S S Đ	S S Đ S	Đ S S Đ	Đ S Đ S	S S Đ S

Phần trả lời ngắn

Mã đề Câu	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008
1	5,2	50,3	0,7	0,7	2	5,2	5,1	5,2
2	50,3	64,3	2	5,2	50,3	0,7	5,2	0,7
3	5,1	5,1	5,2	50,3	5,1	2	50,3	2
4	0,7	5,2	50,3	5,1	0,7	64,3	0,7	50,3
5	2	0,7	5,1	2	64,3	50,3	2	5,1
6	64,3	2	64,3	64,3	5,2	5,1	64,3	64,3

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 1001

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x \ln 3}$?

A. $y = \ln x$.

B. $y = \ln(3x)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \ln \frac{x}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = \log_3 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$. B. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. C. $\int_0^1 x^6 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Bảng cho ở dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	3	6	19	23	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 50. B. 40. C. 14,23. D. 70,87.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng sau:

Nhóm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	3	6	19	23	9
Tần số tích lũy	3	9	28	51	60

Số phần tử của mẫu là $n = 60$.

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ mà $9 < 15 < 28$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 3 là nhóm $[60;70)$ có $s = 60; h = 10; n_3 = 19$ và nhóm 2 là nhóm $[50;60)$ có $cf_2 = 9$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 60 + \left(\frac{15-9}{19} \right) \cdot 10 = \frac{1200}{19}$ (nghìn đồng).

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 60}{4} = 45$ mà $28 < 45 < 51$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 45. Xét nhóm 4 là nhóm $[70;80)$ có $t = 70; I = 10; n_4 = 23$ và nhóm 3 là nhóm $[60;70)$ có $cf_3 = 28$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 70 + \left(\frac{45-28}{23} \right) \cdot 10 = \frac{1780}{23}$ (nghìn đồng).

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1780}{23} - \frac{1200}{19} \approx 14,23 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -4)$ có phương trình tham số là

A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = -4 + 5t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = -4 + 5t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Đáp án D: Phương trình tham số đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ

phương $\vec{u} = (1; 2; -4)$ là:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(1; 4)$. **B.** $(-2; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4)$.

Đáp án B: Dựa vào bảng biến thiên ta có $y' > 0$ trên khoảng $(-2; 3)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

- A.** $1 - \log_4 a$. **B.** $1 + \log_4 a$. **C.** $4 - \log_4 a$. **D.** $4 + \log_4 a$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A.** 32 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 16

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16 \Rightarrow$ Bán kính $R = \sqrt{16} = 4$

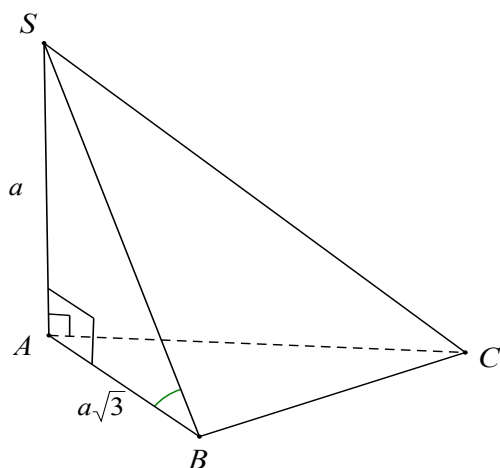
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC có

$AB = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .

Lời giải

Chọn C



Ta có: góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng SB và AB , đó chính là góc $\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 30° .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

- A.** $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = k2\pi$ và $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). **D.** $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

$$\text{Vì } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \text{ nên ta Chọn}$$

đáp án A.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

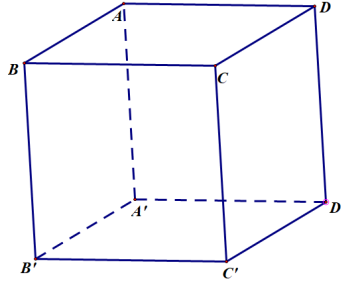
- A.** 5. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** -5. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Đáp án : A

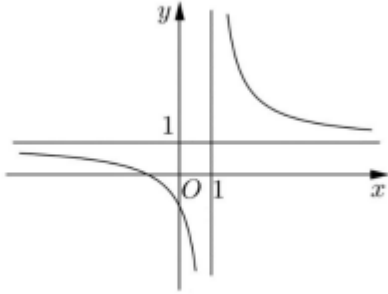
Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$. **D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.**

Câu 12: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = x^3 - 3x - 1$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **D. $y = \frac{x+1}{x-1}$**

Lời giải

Chọn D

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$. Khi đó

- a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 b) $f(x) = 1 + \cos x$.
 c) $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.
 d) $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó $F(x) = x - \cos x + 2$.

Lời giải.

a) Đúng.

Ta có $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

b) Sai.

Ta có $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 = \sin^2 \frac{x}{2} + 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \sin x$.

c) Sai.

$\int f(x)dx = \int dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C$.

d) Đúng.

$F(x) = x - \cos x + C$ và $F(0) = 1$ nên $0 - \cos 0 + C = 1 \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = x - \cos x + 2$

Chọn đáp án a đúng | b sai | c sai | d đúng

Câu 2: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .

D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

Lời giải

A- ĐÚNG	B-SAI	C-ĐÚNG	D-SAI
---------	-------	--------	-------

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 30) dt = -5t^2 + 30t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

» **Chọn ĐÚNG**

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

» **Chọn SAI**

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .

Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là

$$s(3) = -5 \cdot 3^2 + 30 \cdot 3 = 45 \text{ (m)}.$$

» **Chọn ĐÚNG**

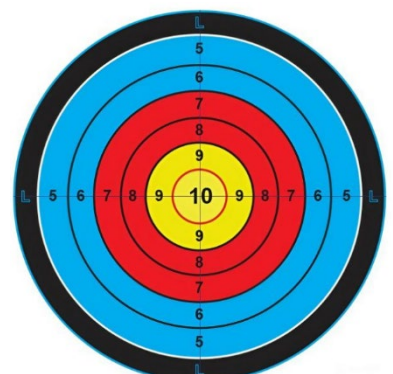
D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m) .

Ta có $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $30 + 45 = 75 \text{ (m)}$.

» **Chọn SAI**

Câu 3: Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.



a) $P_1 = 0,15$.

b) $P_2 = 0,18$

c) Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

Lời giải

(a) Đúng | (b) Sai | (c) Sai | (d) Đúng

a) **Chọn ĐÚNG.**

$$(P_1)^3 = 0,003375 \Rightarrow P_1 = \frac{3}{20} = 0,15 \Rightarrow P_2 = 1 - 0,25 - 0,4 - 0,15 = 0,2$$

b) **Chọn SAI.**

c) **Chọn SAI.**

Để đạt 29 điểm thì xạ thủ cần bắn trúng hai lần vòng 10 và một lần vòng 9.

$$P(C) = C_3^1 \cdot 0,2 \cdot (0,15)^2 = 0,0135$$

d) **Chọn ĐÚNG.**

TH1: Cả ba lần đều trúng vòng 10 được 30 điểm $\Rightarrow P(D_1) = 0,003375$

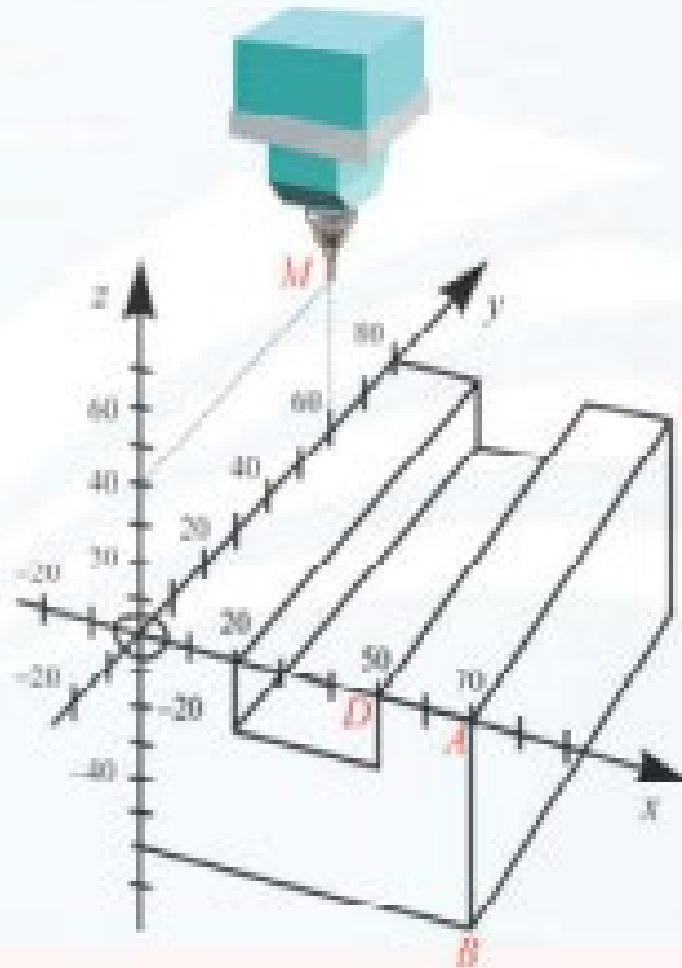
TH2: Được 29 điểm $\Rightarrow P(D_2) = P(C) = 0,0135$

TH3: Được 28 điểm

$$\Rightarrow P(D_3) = C_3^1 \cdot 0,25 \cdot (0,15)^2 + C_3^1 \cdot 0,15 \cdot (0,2)^2 = 0,034875$$

$$\text{Vậy } P(D) = P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) = 0,05175$$

Câu 4: Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như Hình 2.



Hình 2

A. Véc tơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{k} = (0; 1; 1)$.

B. Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $y - 70 = 0$

C. Phương trình tham số của đường thẳng AC là:
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

D. Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là: $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$.

a) Sai. Ta có: $A(70; 0; 0)$, $B(70; 0; -60)$, $C(70; 80; 0)$, $D(50; 0; 0)$.

Mặt phẳng (ACD) đi qua $A(70; 0; 0)$ và vuông góc với trục Oz nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

b) Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(70; 0; 0)$ và vuông góc với trục Ox nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $1(x - 70) = 0$
 $\Leftrightarrow x - 70 = 0$.

c) Đường thẳng AC đi qua điểm $A(70; 0; 0)$ và có vector chỉ phương là

$$\overrightarrow{AC} = (0; 80; 0) = 80(0; 1; 0).$$

Do đó đường thẳng AC có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}.$$

d) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) là: $d(M, (ABC)) = \frac{|0 - 70|}{1} = 70.$

Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) là:

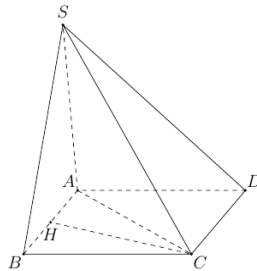
$$(x-0)^2 + (y-60)^2 + (z-40)^2 = 70^2.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y-60)^2 + (z-40)^2 = 4900.$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời ngắn (từ câu 1 đến câu 6).

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AB = 6$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa SA và CD bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Lời giải



Gọi H là trung điểm cạnh AB . Ta có $\triangle ABC$ là tam giác đều nên CH là đường cao của tam giác hay $CH \perp AB$.

Mặt khác, $\begin{cases} CH \perp AB = (SAB) \cap (ABCD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB).$

Ta lại có $\begin{cases} CD \parallel (SAB) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = CH = \frac{6\sqrt{3}}{2} \approx 5,2.$

Vậy $d(SA, CD) \approx 5,2$.

Câu 2: Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 6 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Vì dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác đều bằng $a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$ (với a là cạnh của tam giác đều đó)

Với $n=1$ thì tam giác đều $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng 6 nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_1B_1C_1$ có bán kính $R_1 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = \pi \left(6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$.

Với $n=2$ thì tam giác đều $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng $\frac{6}{2}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_2B_2C_2$ có bán kính $R_2 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_2 = \pi \left(6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$.

Với $n=3$ thì tam giác đều $A_3B_3C_3$ có cạnh bằng $\frac{6}{4}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_3B_3C_3$ có bán kính $R_3 = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_3 = \pi \left(6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$.

Như vậy tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh bằng $6 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác

$A_nB_nC_n$ có bán kính $R_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_n = \pi \left(6 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$.

Khi đó ta được dãy $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = S_1 = 12\pi$ và công bội $q = \frac{1}{4}$.

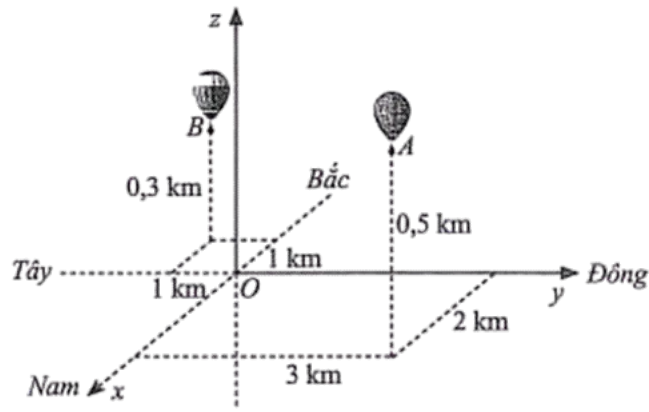
Do đó tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{u_1}{1-q} = 16\pi \approx 50,3$.

Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu ki lô mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

 **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

5	,	1	
---	---	---	--



Vẽ trục tọa độ như hình vẽ với gốc tọa độ là điểm xuất phát.

Ta thấy kinh khí cầu thứ nhất và thứ hai có tọa độ lần lượt là $A(2;3;0,5)$ và $B(-1;-1;0,3)$.

Gọi vị trí người trên mặt đất là $M(x_M; y_M; 0)$.

Gọi $B'(-1;-1;-0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $MA + MB = MA + MB'$.

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA + MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A, B', M thẳng hàng.

Khi A, B', M thẳng hàng ta có $\overrightarrow{MA}(2-x_M; 3-y_M; 0,5)$, $\overrightarrow{MB'}(-1-x_M; -1-y_M; -0,3)$ cùng phương.

$$\text{Suy ra } \frac{-1-x_M}{2-x_M} = \frac{-1-y_M}{3-y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right).$$

Khi đó $MA + MB$ nhỏ nhất bằng $AB' \approx 5,1 \text{ km}$.

Câu 4. : Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất “ và B là biến cố “ lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”

$$\text{Khi đó ta có } P(A) = \frac{1}{3} \text{ thì } P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}.$$

$$\text{Suy ra } P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3} \text{ thì } P(B|\overline{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}.$$

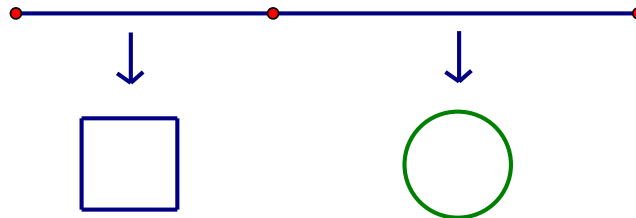
Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\overline{A})P(B|\overline{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}.$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng (làm tròn đến hàng phần mười)

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11} = 0,7$$

Câu 5. Một sợi dây kim loại dài $60dm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Ta có:

$$* 4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a$$

$$\text{Điều kiện: } 0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15.$$

* Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S = a^2 + r^2\pi = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi} = \frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$$

* Xét $f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900$ với $a \in (0, 15)$

$$f(a) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15).$$

* S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi + 4}$.

$$\Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$$

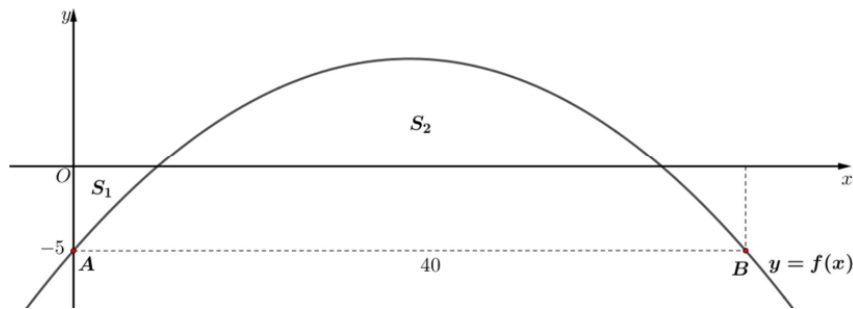
$$* \text{ Khi đó: } \frac{a}{r} = \frac{60}{\pi + 4} : \frac{30}{\pi + 4} = 2.$$

$$\text{Kết luận: } \frac{a}{r} = 2dm.$$

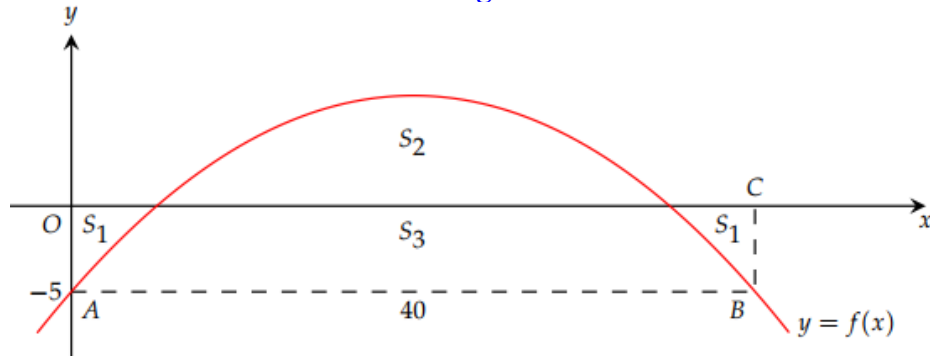
Câu 6: Một nhóm các kỹ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dãn thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một Parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau $400m$, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là $50m$ và AB song song với mặt đường.



Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục tọa độ là $10m$. Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong Parabol tạo với 2 trục tọa độ các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên, biết rằng $S_2 - 2S_1 = \frac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu bao nhiêu mét. (Làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải



Phương trình Parabol: $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Ta có:
$$\begin{cases} f(0) = -5 \\ f(40) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -5 \\ 1600a + 40b + c = -5 \end{cases}$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} S_2 - 2S_1 &= S_2 - (S_{OABC} - S_3) = (S_2 + S_3) - S_{OABC} \\ &= \int_0^{40} (ax^2 + bx + c + 5) - 5.40 = \left(a \cdot \frac{40^3}{3} + b \cdot \frac{40^2}{2} + 40c + 5.40 \right) - 200 = \frac{40^3}{3}a + \frac{40^2}{2}b + 40c \end{aligned}$$

Mà $S_2 - 2S_1 = \frac{2200}{21} \Leftrightarrow \frac{40^3}{3}a + \frac{40^2}{2}b + 40c = \frac{2200}{21}$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} c = -5 \\ 1600a + 40b + c = -5 \\ \frac{40^3}{3}a + \frac{40^2}{2}b + 40c = \frac{2200}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{35} \\ b = \frac{8}{7} \\ c = -5 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra Parabol: } f(x) = -\frac{1}{35}x^2 + \frac{8}{7}x - 5$$

Độ cao lớn nhất của của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu là:

$$f(20) = -\frac{1}{35}.20^2 + \frac{8}{7}.20 - 5 \approx 64,3 \text{ m}.$$

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>