

BÀI 2: MẶT TRỤ

MỤC TIÊU

❖ Kiến thức

- + Hiểu được định nghĩa mặt trụ tròn xoay, hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay.
- + Hiểu vững các công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ, diện tích đáy của hình trụ, diện tích toàn phần của hình trụ, thể tích của khối trụ.

❖ Kỹ năng

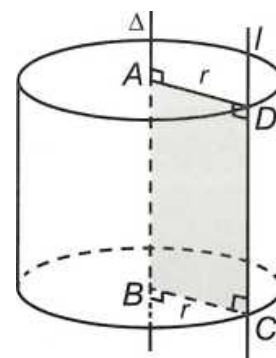
- + Nhận biết được một khối tròn xoay là khối trụ.
- + Tính được các yếu tố liên quan đến hình trụ, khối trụ như chiều cao, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích thiết diện, thể tích của khối trụ...
- + Giải được các bài toán liên quan đến khối trụ như bài toán cực trị, bài toán thực tế...

LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

MẶT TRỤ TRÒN XOAY

Trong mp (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng r . Khi quay mp (P) xung quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay hay gọi tắt là mặt trụ.

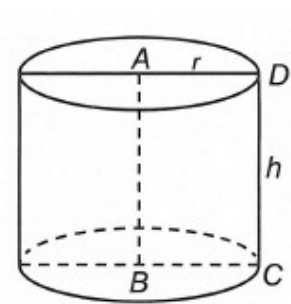
- Đường thẳng Δ được gọi là trục.
- Đường thẳng l được gọi là đường sinh.
- Khoảng cách r được gọi là bán kính của mặt trụ đó.



HÌNH TRỤ TRÒN XOAY

Ta xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB , thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

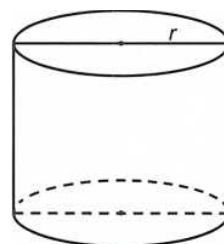
- Đường thẳng AB được gọi là trục.
- Đoạn thẳng CD được gọi là độ dài đường sinh.
- Độ dài đoạn thẳng $AB = CD = h$ được gọi là chiều cao của hình trụ (độ dài đường sinh bằng chiều cao của hình trụ).
- Hình tròn tâm A , bán kính $r = AD$ và hình tròn tâm B , bán kính $r = BC$ được gọi là hai đáy của hình trụ.
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh CD khi quay quanh AB gọi là mặt xung quanh của hình trụ.



KHỐI TRỤ TRÒN XOAY

Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó ta gọi là khối trụ tròn xoay hay ngắn gọn là khối trụ.

Các khái niệm tương tự như hình trụ.



Chú ý: Vẽ hình biểu diễn hình trụ hay khối trụ ta thường vẽ như hình bên.

CÔNG THỨC CẦN NHỚ

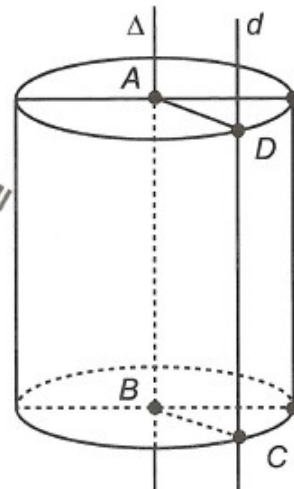
Cho hình trụ có chiều cao là h , bán kính đáy r thì ta có:

- Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh$.
- Diện tích đáy (hình tròn) $S_{ht} = \pi r^2$.
- Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_D = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
- Thể tích khối trụ $V_{kt} = B.h = \pi r^2 h$.

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA MẶT TRỤ

MẶT TRỤ TRÒN XOAY

Trong mp (P), cho hai đường thẳng Δ và d song song với nhau, cách nhau một khoảng r . Khi quay mp (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay.

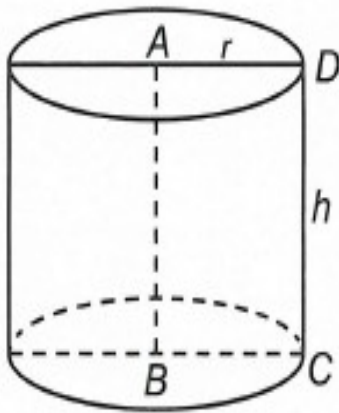


KHỐI TRỤ TRÒN XOAY

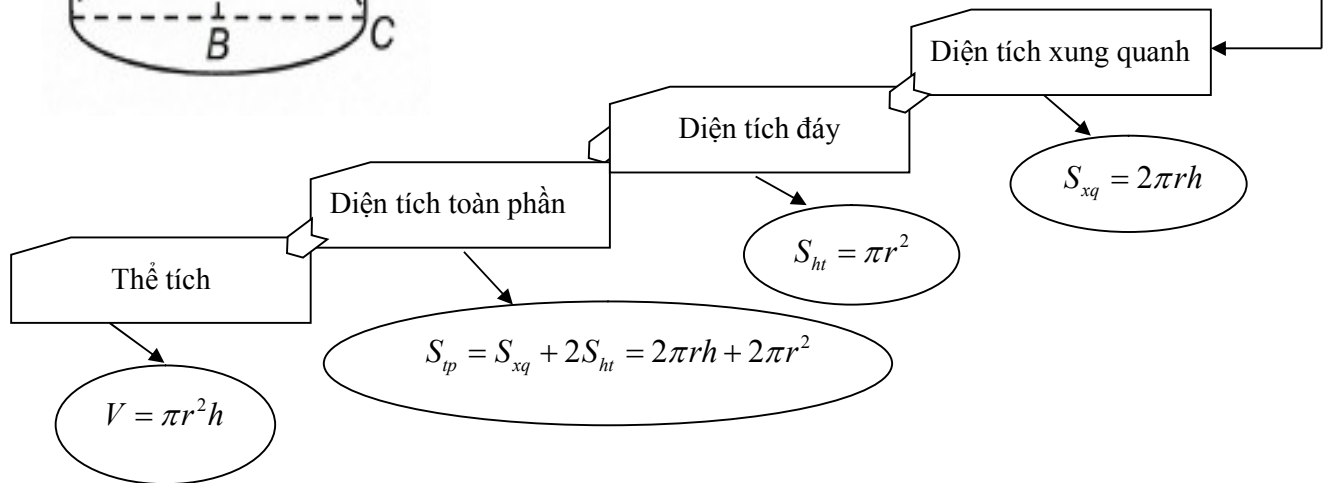
Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó ta gọi là khối trụ tròn xoay hay ngắn gọn là khối trụ.

HÌNH TRỤ TRÒN XOAY

Ta xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành một hình được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.



CÁC CÔNG THỨC



Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.
- B. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.
- C. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng cắt trục của hình trụ ta được thiết diện là hình tròn.
- D. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.
- B. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình hộp.
- C. Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.
- D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một hình tứ diện đều.

Dạng 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích thiết diện, chiều cao, bán kính đáy, diện tích đáy của hình trụ

Phương pháp giải

Nắm vững các công thức về diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích đáy. Biết sử dụng các kết quả của phần kiến thức quan hệ song song, quan hệ vuông góc, các hệ thức lượng trong tam giác... để áp dụng vào tính toán.

Ví dụ: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R=1$, thể tích $V = 5\pi$. Diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng là

- A. $S = 12\pi$
- B. $S = 11\pi$
- C. $S = 10\pi$
- D. $S = 7\pi$

Hướng dẫn giải

Vì bán kính đáy $R=1$, thể tích $V = 5\pi \Rightarrow \pi \cdot 1^2 \cdot h = 5\pi$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S = 2\pi \cdot 1 \cdot 5 + 2\pi \cdot 1^2 = 12\pi$$

Chọn A.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $6\pi\sqrt{3}$
- B. $6\pi\sqrt{39}$
- C. $3\pi\sqrt{39}$
- D. $12\pi\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ và

$OO' \perp (ABCD)$, gọi I là trung điểm của AB

Ta có

$$OI \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 1$$

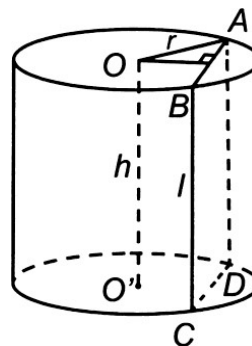
$$S_{ABCD} = AB \cdot BC \Leftrightarrow AB \cdot 3\sqrt{3} = 18$$

$$\Leftrightarrow AB = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = 2$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là } S_{xq} = 2\pi rl = 12\pi\sqrt{3}.$$



Chọn D.

Ví dụ 2: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2$

B. $8\pi a^2$

C. $4\pi a^2$

D. $16\pi a^2$

Hướng dẫn giải

Do thiết diện là một hình vuông cạnh

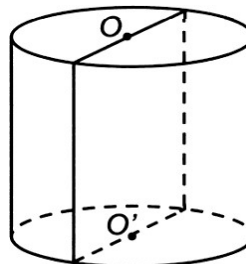
$2a$ nên chiều cao h của hình trụ bằng

$2a$ và đường kính mặt đáy bằng $2a$

suy ra bán kính đáy $r = a$. Khi đó diện

tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi a^2$$



Chọn C.

Ví dụ 3: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của đường tròn đáy là

A. $r = 5$

B. $r = 5\sqrt{\pi}$

C. $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$

D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải

Theo giả thiết độ dài đường sinh $l = 2r$.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 2r^2 = 25 \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn D.

Ví dụ 4: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O'). Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng

A. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$

Hướng dẫn giải

Gọi r là bán kính đáy.

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên độ dài đường sinh bằng $2r$.

Dựng đường sinh AA' .

Gọi M là trung điểm của $A'B$

$$\Rightarrow O'M \perp (AA'B)$$

$$\Rightarrow d(OO', AB) = O'M$$

$$\Rightarrow O'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có } A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{4a^2 - 4r^2}$$

$$\text{Mặt khác } A'M = \sqrt{O'A'^2 - O'M^2} = \sqrt{r^2 - \frac{3a^2}{4}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4a^2 - 4r^2} = 2\sqrt{r^2 - \frac{3a^2}{4}} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

Chọn C.

Ví dụ 5: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

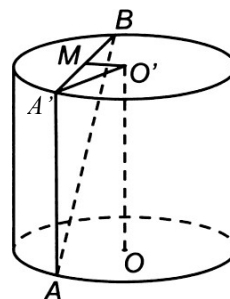
A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$

C. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{2R}{3}$

Hướng dẫn giải



Lưu ý:

+ $d(OO', AB) = O'M$.

+ Góc giữa AB và mặt đáy là góc $\widehat{ABA'}$.

+ Góc giữa AB và OO' là góc $\widehat{A'AB}$

Gọi I là trung điểm của OO' .

Khi đó, mặt phẳng $(\alpha) = (IAB)$

Hạ $OH \perp AB, OK \perp IH$. Dễ thấy H là trung điểm của AB và

$OK \perp (IAB)$.

Suy ra

$(OO', (\alpha)) = (IO, (IAB)) = (OI, KI) = \widehat{KIO} = 30^\circ$ (vì ΔKIO vuông tại O)

Khi đó $KO = \frac{1}{2}IO = \frac{R}{2}$. Vì ΔHIO vuông tại O nên

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OI^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OI^2} = \frac{4}{R^2} - \frac{1}{R^2} = \frac{3}{R^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{R^2}{3}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Chọn A.

Ví dụ 6: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6$, diện tích hình chữ nhật $ABB'A'$ bằng 60. Bán kính đáy của hình trụ là

A. 5.

B. $3\sqrt{2}$

C. 4

D. $5\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Diện tích hình chữ nhật $ABB'A'$ bằng 60 (cm^2)

nên $AB.BB' = 60 \Leftrightarrow 6.BB' = 60 \Leftrightarrow BB' = 10$

Ta có $MK = 5$

Chiều cao hình trụ bằng $6\sqrt{2}$ (cm) nên

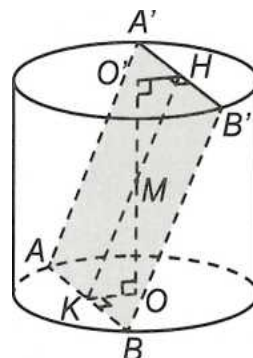
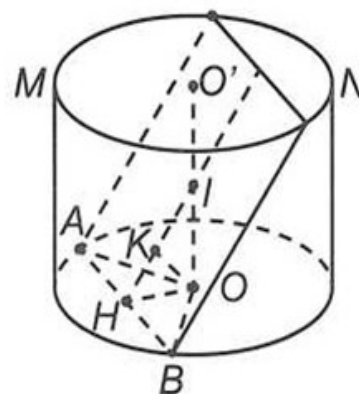
$MO = 3\sqrt{2}$.

$$OK = \sqrt{MK^2 - MO^2} = \sqrt{25 - 18} = \sqrt{7};$$

$$AB = 6 \Rightarrow KB = 3.$$

$$BO = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{7 + 9} = 4$$

Chọn C.



Lưu ý: Ví dụ 5 và ví dụ 6 tuy đề cho khác nhau nhưng thiết diện giống nhau.

Ở ví dụ 7 dưới đây thêm một cách hỏi khác nữa dù thiết diện vẫn là vậy.

Ví dụ 7: Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của 2 đường tròn đáy và mặt phẳng $ABCD$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng

- A. $\frac{5a^2}{4}$ B. $5a^2$ C. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{5a^2}{2}$

Hướng dẫn giải

Đặt $AB = AD = 2x \Rightarrow S_{ABCD} = 4x^2$.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt đáy của hình trụ.

Xét tam giác $AA'D$ vuông tại A' ta có

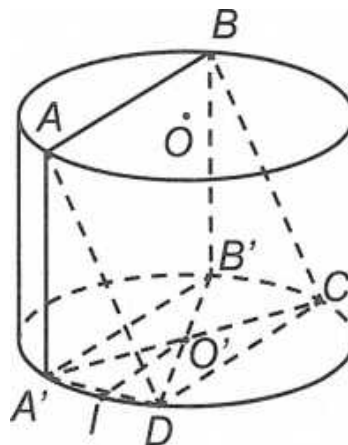
$$A'D = \sqrt{AD^2 - AA'^2} = \sqrt{4x^2 - a^2}$$

Mặt khác, gọi I là trung điểm của $A'D$ thì ta có:

$$\begin{aligned} A'D &= 2A'I = 2\sqrt{O'A'^2 - O'I^2} = 2\sqrt{O'A'^2 - \left(\frac{1}{2}CD\right)^2} \\ &= 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{1}{2}2x\right)^2} = 2\sqrt{a^2 - x^2} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \sqrt{4x^2 - a^2} = 2\sqrt{a^2 - x^2} \Leftrightarrow 4x^2 - a^2 = 4(a^2 - x^2)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = \frac{5a^2}{2}. \text{ Vậy } S_{ABCD} = \frac{5a^2}{2} \text{ (đvdt)}$$



Chọn D

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho hình trụ (T) có đáy là các đường tròn tâm O và O' , bán kính bằng 1, chiều cao hình trụ bằng 2. Các điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho góc $(OA, O'B) = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của tứ diện $OA'O'B$

- A. $S = \frac{4 + \sqrt{19}}{2}$ B. $S = \frac{4 + \sqrt{19}}{4}$ C. $S = \frac{3 + \sqrt{19}}{2}$ D. $S = \frac{1 + 2\sqrt{19}}{2}$

Câu 2: Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π . Bán kính đáy của hình trụ là

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6, AD = 8, AC' = 12$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là

A. $S_{xq} = 20\sqrt{11}\pi$ B. $S_{xq} = 10\sqrt{11}\pi$ C. $S_{xq} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$ D. $S_{xq} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$

Câu 4: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích $\Delta A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ B. $2\pi a^2$ C. $4\pi a^2$ D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$

Câu 5: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6cm, chiều dài lăn là 25cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn tròn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là



A. $1500\pi \text{ cm}^2$ B. $150\pi \text{ cm}^2$
C. $3000\pi \text{ cm}^2$ D. $300\pi \text{ cm}^2$

Câu 6: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}$ cm. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6$ cm, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm B. $3\sqrt{2}\text{ cm}$ C. 4 cm D. $5\sqrt{2}\text{ cm}$.

Câu 7: Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 4 cm. Điểm A nằm trên đường tròn đáy tâm O , điểm B nằm trên đường tròn đáy tâm O' của hình trụ. Biết khoảng cách giữa 2 đường thẳng OO' và AB bằng $2\sqrt{2}$ cm. Khi đó khoảng cách giữa $O'A$ và OB bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\text{ cm}$ C. $2\sqrt{3}\text{ cm}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$

Câu 8: Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$ B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$

Dạng 3: Thể tích khối trụ, bài toán cực trị

Phương pháp giải

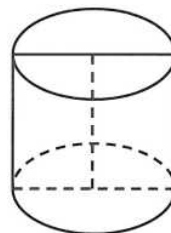
Tương tự như dạng toán 3 của phần khối nón.

Ví dụ: Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$

A. $2\pi a^3$ B. $\frac{2\pi a^3}{3}$

C. $\frac{\pi a^3}{3}$ D. πa^3

Hướng dẫn giải



Thể tích khối trụ là

$$V = \pi R^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

Chọn A.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$

B. $3\pi a^3$

C. $4\pi a^3$

D. πa^3

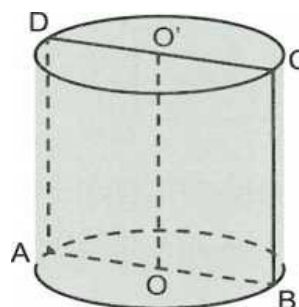
Hướng dẫn giải

Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ, ta có $ABCD$ là hình chữ nhật. Từ giả thiết suy ra $AB = 2a$

$$\text{và } 2(AB + BC) = 10a \Rightarrow BC = 3a.$$

Vậy thể tích khối trụ đã cho bằng: $\pi a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$

Chọn B.



Ví dụ 2: Cắt một khối trụ bởi mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $\widehat{DCA} = 30^\circ$. Tính theo a thể tích khối trụ.

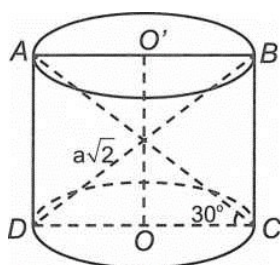
A. $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$

D. $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$

Hướng dẫn giải



Ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$.

Mặt khác xét tam giác ADC vuông tại D , ta có

Thể tích $V = V_1 - V_2$. Trong đó V_1 là thể tích khối trụ có bán kính đáy là $BA = a$ và chiều cao

$AD = 2a$; V_2 là thể tích khối nón có bán kính đáy là $B'D = a$ và chiều cao $CB' = a$

$$\text{Khi đó } V = V_1 - V_2 = \pi a^2 \cdot 2a - \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a = \frac{5\pi a^3}{3}.$$

Chọn B.

Ví dụ 5: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích khối trụ bằng

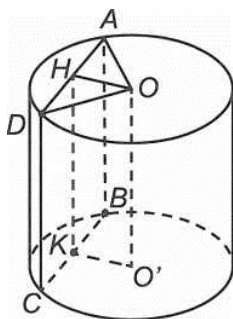
A. $3\pi a^3$

B. $\pi a^3 \sqrt{3}$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$

D. πa^3

Hướng dẫn giải



Giả sử hình vuông $ABCD$ là thiết diện của hình trụ cắt bởi (P) như hình vẽ.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm AD, BC .

$$\text{Ta có } OH \perp AD \Rightarrow OH \perp (P) \Rightarrow d(O; (P)) = OH \Rightarrow OH = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Do đó } AD = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } OO' = AB = AD = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy nên } V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}.$$

Chọn B.

Ví dụ 6: Cắt một khối trụ cao 18cm bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là 8cm và 14cm . Tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn) là

A. $\frac{2}{11}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{5}{11}$

D. $\frac{7}{11}$

Hướng dẫn giải

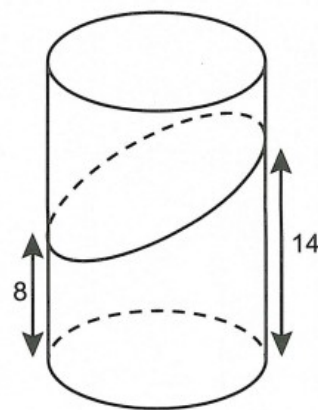
Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích khối nhỏ và khối lớn.

$$\text{Ta có thể tích khối trụ là } V = \frac{\pi R^2 (8+14)}{2} = 11\pi R^2$$

(với R là bán kính khối trụ).

$$\text{Thể tích } V_2 = \frac{\pi R^2 (8+14)}{2} = 11\pi R^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V - V_2}{V_2} = \frac{18\pi R^2 - 11\pi R^2}{11\pi R^2} = \frac{7}{11}.$$



Chọn D.

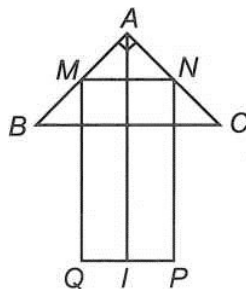
Ví dụ 7: Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 3MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI , với I là trung điểm PQ .

A. $V = \frac{11\pi a^3}{6}.$

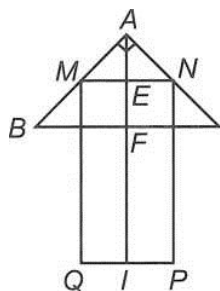
B. $V = \frac{5\pi a^3}{6}.$

C. $V = \frac{11\pi a^3}{8}.$

D. $V = \frac{17\pi a^3}{24}.$



Hướng dẫn giải



$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow MN = a, MQ = 2a.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm MN và BC .

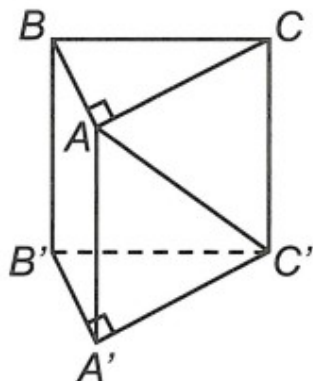
$$AF = a, EF = \frac{a}{2} \Rightarrow IF = \frac{3}{2}a$$

Vậy thể tích cần tìm là tổng thể tích của khối nón có chiều cao là AF bán kính đáy FB và thể tích khối trụ có chiều cao IF bán kính IQ .

$$V = \frac{1}{3}\pi AF.FB^2 + \pi IF.IQ^2 = \frac{1}{3}\pi.a.a^2 + \pi.\frac{3}{2}a.\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{17}{24}\pi a^3.$$

Chọn D.

Ví dụ 8: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. πa^3

B. $2\pi a^3$

C. $4\pi a^3$

D. $3\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Gọi bán kính của hình trụ là R .

Ta có $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AI$

Lại có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên

$AI \perp BC$ do đó $AI \perp (BCC'B')$ hay góc giữa AC' và

mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{IC'A}$.

Xét tam giác AIC' ta có $IC' = \frac{AI}{\tan \widehat{IC'A}} = R\sqrt{3}$

Xét tam giác CIC' ta có $IC'^2 = IC^2 + CC'^2 \Rightarrow 3R^2 = R^2 + 4a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{2}$

Thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \pi R^2 h = 4\pi a^3$.

Chọn C.

Ví dụ 9: Trong tất cả các khối trụ có cùng thể tích 330, xác định bán kính đáy của khối trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất.

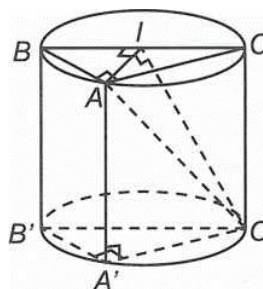
A. $\sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}$

B. $\sqrt{\frac{165}{\pi}}$

C. $\sqrt[3]{\frac{330}{\pi}}$

D. $\sqrt{\frac{330}{\pi}}$

Hướng dẫn giải



$$V = 330 \Leftrightarrow h\pi R^2 = 330 \Leftrightarrow h = \frac{330}{\pi R^2}$$

Khi đó diện tích toàn phần của khối trụ là

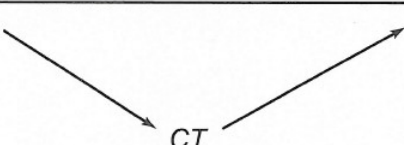
$$S = h.2\pi.R + 2\pi R^2$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{330}{\pi R^2}.2\pi R + 2\pi R^2 \Leftrightarrow S = \frac{660}{R} + 2\pi R^2$$

Ta xem S là 1 hàm số ẩn R . Xét $S' = -\frac{660}{R^2} + 4\pi R$.

$$S' = 0 \Leftrightarrow -\frac{660}{R^2} + 4\pi R = 0 \Leftrightarrow \frac{-660 + 4\pi R^3}{R^2} = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}$$

Lập bảng biến thiên ta có

R	0	$\sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}$	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

CT

Bài toán hỏi về bán kính đáy nên ta xem bán kính đáy là ẩn, tính diện tích xung quanh theo bán kính đáy.

Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}$

Chọn A.

Ví dụ 10: Thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp hình cầu có bán kính R bằng

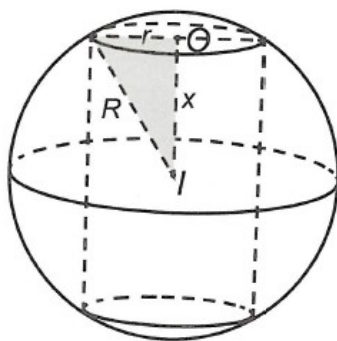
A. $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$

B. $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{8\pi R^3}{27}$

D. $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$

Hướng dẫn giải



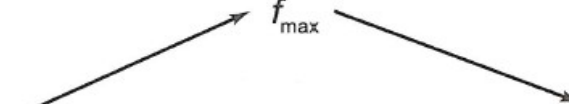
Gọi X là khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt đáy của hình trụ ($0 < X < R$). Bán kính đáy của

hình trụ là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2x = 2\pi(R^2 - x^2)x = f(x)$

$$f'(x) = 2\pi R^2 - 6\pi x^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{3} \text{ (vì } x > 0 \text{)}.$$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	0	$\frac{R\sqrt{3}}{3}$	R
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp trong hình cầu bán kính R là

$$V_{\max} = f\left(\frac{R\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}.$$

Chọn A.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật có cạnh và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC} = 60^\circ$. Thể tích khối trụ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$

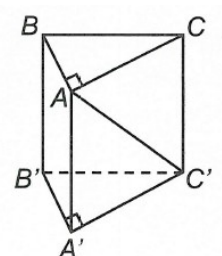
Câu 2. Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD biết $AB=3$; $AD=4$ là

- A. 48π . B. 36π . C. 12π . D. 72π .

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , chiều cao là h . Thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. C. $V = 3\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^2 h$.

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 5. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = DA = \sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi$. B. $\frac{5}{3}\pi$. C. $\frac{2}{3}\pi$. D. $\frac{7}{3}\pi$.

Câu 6. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là

- A. $\frac{5\pi a^3}{3}$. B. $\frac{7\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Câu 7. Một hình trụ có tâm hai đáy là O và O' , bán kính đáy bằng R , đường cao của trụ bằng $2R$. Gọi A là một điểm cố định nằm trên đường tròn tâm O' và điểm B thay đổi trên đường tròn tâm O sao cho AB không là đường sinh. Độ dài đoạn thẳng AB trong trường hợp thể tích $OO'AB$ lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $2R\sqrt{5}$. B. $R\sqrt{6}$. C. $R\sqrt{5}$. D. $2R\sqrt{6}$.

Câu 8. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình chữ nhật có chu vi bằng 12cm. Thể tích lớn nhất mà hình trụ có thể nhận được là

- A. $8\pi \text{ cm}^3$. B. $32\pi \text{ cm}^3$. C. $16\pi \text{ cm}^3$. D. $64\pi \text{ cm}^3$.

Câu 9. Các hình trụ tròn xoay có diện tích toàn phần là S không đổi, gọi chiều cao hình trụ là h và bán kính đáy hình trụ là r . Thể tích của khối trụ đó đạt giá trị lớn nhất khi

- A. $h = 4r$. B. $h = 3r$. C. $h = 2r$. D. $h = r$.

Câu 10. Ông A dự định làm một cái bể nuôi cá có dạng hình trụ (không có nắp) với dung tích 200dm^3 .

Bán kính r của đáy hình trụ để ông A sử dụng nguyên liệu ít tốn kém nhất là

- A. $r = 31,69 \text{ cm}$. B. $r = 39,93 \text{ cm}$. C. $r = 42,57 \text{ cm}$. D. $r = 57,58 \text{ cm}$.

Dạng 4: Bài toán thực tế về khối trụ.

Phương pháp giải

Nắm vững kiến thức ở các dạng toán 1,2 và 3 để áp dụng vào giải bài toán thực tế về khối trụ vì về bản chất vẫn là các bài toán xoay quanh hình trụ, khối trụ.

Ví dụ: Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,5m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. 1,6 m. B. 2,5 m. C. 1,8 m D. 2,1 m.

Hướng dẫn giải

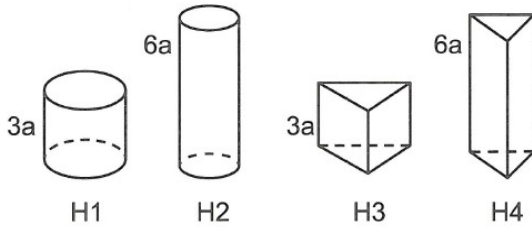
Gọi r là bán kính bể dự định làm, h là chiều cao các bể.

Ta có: $\pi r^2 h = \pi(1^2 + 1,5^2)h \Rightarrow r = \sqrt{1 + 1,5^2} \approx 1,8(m)$.

Chọn C.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a, 6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ dưới đây, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a, 6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a, 6a$.



Lưu ý: Không phải cắt nhỏ tấm bìa để tạo ra 4 hình bên vì nếu vậy không thỏa đề bài mà lấy tấm bìa lần lượt tạo thành 4 hình trong đề bài.

Trong bốn hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

- A. H1, H4. B. H1, H3. C. H2, H3. D. H2, H4.

Hướng dẫn giải

Gọi R_1, R_2 lần lượt là bán kính của hai hình trụ ở hình H1, H2.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai hình trụ ở hình H1, H2.

C_1, C_2 lần lượt là chu vi đáy của hai hình trụ ở hình H1, H2.

$$\text{Ta có: } C_1 = 2\pi R_1 = 6a \Rightarrow R_1 = \frac{3a}{\pi}; C_2 = 2\pi R_2 = 3a \Rightarrow R_2 = \frac{3a}{2\pi}$$

$$V_1 = 3a\pi \left(\frac{3a}{\pi} \right)^2 = \frac{27a^3}{\pi}; V_2 = 6a\pi \left(\frac{3a}{2\pi} \right)^2 = \frac{27a^3}{2\pi}$$

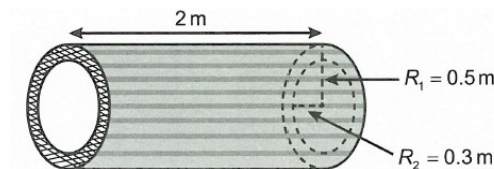
Do hai hình H3, H4 là hai hình lăng trụ tam giác đều nên ta có độ dài các cạnh đáy của hai hình H3, H4 lần lượt là $2a; a$.

Thể tích hình H3, H4 lần lượt là:

$$V_3 = 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}a^3; V_4 = 6a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$$

Từ đó ta có hai hình có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt theo thứ tự là H1, H4.

Ví dụ 2. Người ta đổ một cái cống bằng cát, đá, xi măng và sắt thép như hình vẽ bên dưới. Thể tích nguyên vật liệu cần dùng là



- A. H1, H4. B. H1, H3. C. H2, H3. D. H2, H4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } V = V_1 - V_2 = \pi R_1^2 I - \pi R_2^2 I = \pi I (R_1^2 - R_2^2) = \pi \cdot 2 \cdot (0,5^2 - 0,3^2) = 0,32\pi$$

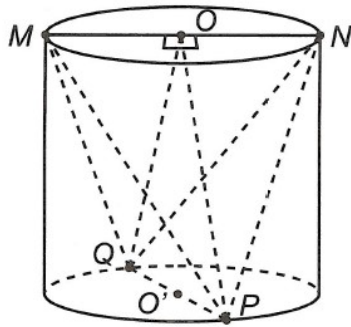
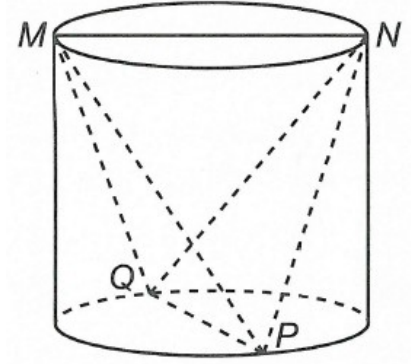
Thể tích nguyên vật liệu cần dùng là thể tích khối trụ to có bán kính R_1 trừ đi thể tích khối trụ nhỏ có bán kính R_2 .

Chọn A.

Ví dụ 3. Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN , PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 30 dm^3 . Thể tích lượng đá cắt bỏ là bao nhiêu? (Làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

- A. $101,3 \text{ dm}^3$. B. $111,4 \text{ dm}^3$.
C. $121,3 \text{ dm}^3$. D. $141,3 \text{ dm}^3$.

Hướng dẫn giải



Gọi O, O' lần lượt là tâm đáy trên và đáy dưới của hình trụ.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MN \perp (OPQ) &\Rightarrow V_{MNPQ} = 2V_{N.OPQ} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot NO \cdot S_{\triangle OPQ} \\ &= 2 \cdot S_{\triangle OPQ} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot 6 = 30 \Rightarrow OO' = 5. \end{aligned}$$

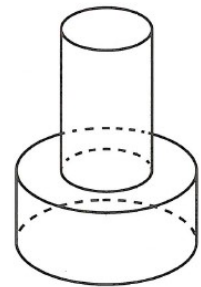
Ta có thể tích khối trụ là: $V_{KT} = OO' \cdot \pi \cdot R^2 = 5 \cdot 3^2 \cdot \pi = 45\pi$.

Vậy thể tích lượng đá cắt bỏ là: $45\pi - 30 \approx 111,4 (\text{dm}^3)$.

Ví dụ 4. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần

lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$;

$h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng



- A. 24cm^3 . B. 15cm^3 . C. 20cm^3 . D. 10cm^3 .

Hướng dẫn giải

Gọi thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là V , thể tích của khối dưới và khối trên lần lượt là V_1 và V_2 .

Ta có: $V = V_1 + V_2$

$$\text{Mà } r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1 \text{ nên } V_2 = h_2 \cdot \pi r_2^2 = 2h_1 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot r_1^2 = \frac{1}{2}h_1 \cdot \pi \cdot r_1^2 = \frac{1}{2}V_1$$

$$\Rightarrow 30 = V_1 + \frac{1}{2}V_1 \Rightarrow V_1 = 20.$$

Chọn C.

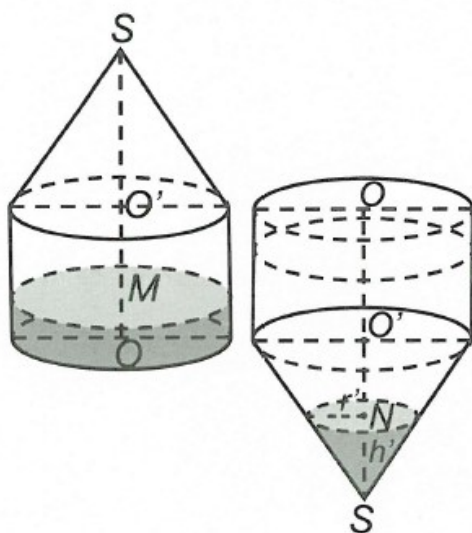
Ví dụ 5. Cho một dụng cụ đựng chất lỏng được tạo bởi một hình trụ và hình nón được lắp đặt như hình sau. Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đáy hình trụ. Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình nón và bằng h . Trong bình, lượng chất lỏng có chiều cao bằng $\frac{1}{24}$ chiều cao hình trụ. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất. Độ cao phần chất lỏng trong hình nón theo h là

A. $\frac{h}{8}$

B. $\frac{3h}{8}$

C. $\frac{h}{2}$

D. $\frac{h}{3}$



Hướng dẫn giải

$$\text{Thể tích chất lỏng } V = \pi r^2 \cdot \frac{1}{24}h = \frac{1}{24}\pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Khi lật ngược bình, thể tích phần hình nón chứa chất lỏng là } V' = \frac{1}{3}\pi r'^2 h'$$

$$\text{Mà } \frac{r'}{r} = \frac{h'}{h} \Rightarrow r' = \frac{h'}{h} \cdot r. \text{ Do đó } V' = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h'}{h} \cdot r\right)^2 \cdot h' = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \frac{h'^3}{h^2}$$

$$\text{Theo bài ra } V' = V \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \frac{h'^3}{h^2} = \frac{1}{24}\pi r^2 h \Leftrightarrow h'^3 = \frac{1}{8}h^3 \Leftrightarrow h' = \frac{h}{2}.$$

Chọn C.

Ví dụ 6. Công ty của ông Bình dự định đóng một thùng phi hình trụ (có đáy dưới và nắp đáy phía trên) bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho 1 m² thép không gỉ là 350000 đồng. Với chi phí bỏ ra để làm cái thùng phi không quá 6594000 đồng, hỏi công ty ông Bình có thể có được một thùng phi đựng được tối đa bao nhiêu mét khối nước? (Lấy $\pi \approx 3,14$)

A. 12,56

B. 6,28

C. 3,14

D. 9,52.

Hướng dẫn giải

Gọi R, h lần lượt là số đo bán kính và chiều cao của thùng phi hình trụ.

Với giả thiết như trên thì diện tích thép không gỉ được dùng tối đa là

$$A = \frac{6594000}{350000} = \frac{471}{25} (\text{m}^2)$$

$$\text{Ta có } S_{tp} = 2\pi R(R+h) = A \Rightarrow h = \frac{A}{2\pi R} - R$$

Thể tích của thùng phi là $V = \pi R^2 h = \pi R^2 \left(\frac{A}{2\pi R} - R \right) = \frac{A}{2} R - \pi R^3$ (coi V là hàm số biến R).

$$V' = \frac{A}{2} - 3\pi R^2; V' = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{A}{6\pi}}, (R > 0)$$

Bảng biến thiên

R	0	$\sqrt{\frac{A}{6\pi}}$	$+\infty$
V'	+	0	-
V		$\frac{A}{3} \sqrt{\frac{A}{6\pi}}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có, giá trị lớn nhất của thể tích là

$$\max V = \frac{A}{3} \sqrt{\frac{A}{6\pi}} \approx 6,28 \text{ m}^3.$$

Chọn B.

Ví dụ 7. Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tỷ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu Sản xuất thùng là nhỏ nhất là bao nhiêu?

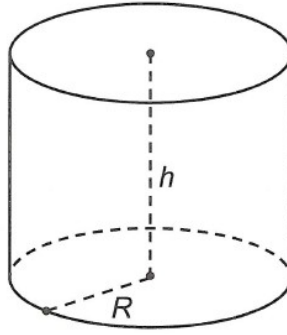
A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$

B. $\frac{h}{r} = 2$

C. $\frac{h}{r} = 6$

D. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải



Ta có $V = \pi h \cdot r^2 \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{h}{r} = \frac{V}{\pi r^3}$

Giá thành vật liệu để làm chiếc thùng là

$$T = (2\pi rh + 6\pi r^2) \cdot A = \left(\frac{2V}{r} + 6\pi \cdot r^2 \right) \cdot A = \left(\frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 6\pi r^2 \right) \cdot A, \text{ trong đó } A \text{ là giá của một đơn vị diện}$$

tích vật liệu làm mặt xung quanh của thùng. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương

$$\frac{V}{r}, \frac{V}{r}, 6\pi r^2 \text{ được } T \geq 3\sqrt[3]{6\pi V^2}$$

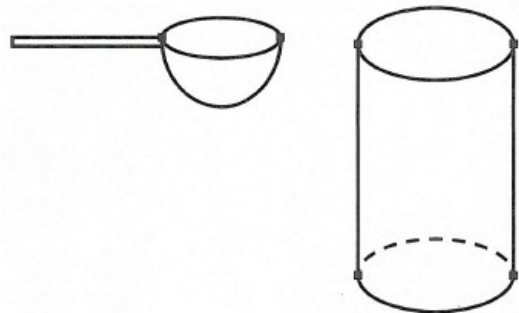
Dấu “=” xảy ra khi $\frac{V}{r} = 6\pi r^2 \Leftrightarrow \frac{V}{\pi r^3} = 6$

Vậy chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất khi $\frac{h}{r} = 6$.

Chọn C.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)



- A. 10 lần. B. 24 lần.
C. 12 lần. D. 20 lần.

Câu 2: Một hộp bóng bàn hình trụ có bán kính R , chứa được 10 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp theo một đường tròn và tiếp xúc với nhau. Quả trên cùng và quả dưới cùng tiếp xúc với hai nắp hộp. Thể tích khối trụ mà thể tích của các quả bóng bàn không chiếm chỗ bằng

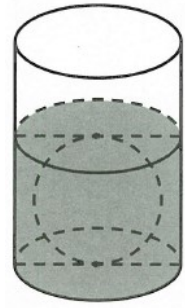
- A. 0. B. $\frac{20\pi R^3}{3}$. C. $\frac{20\pi R^3}{3}$. D. πR^3 .

Câu 3: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2 cm. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, sau cây cột còn lại phân bổ đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là 380000 đồng/m² (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi = 3,14159$).

A. $\approx 11.833.000$. B. $\approx 12.521.000$. C. $\approx 10.400.000$ D. $\approx 15.642.000$.

Câu 4: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5cm. Bán kính của viên billiards đó bằng

A. 2,7cm. B. 4,2cm.
C. 3,6cm. D. 2,6cm.

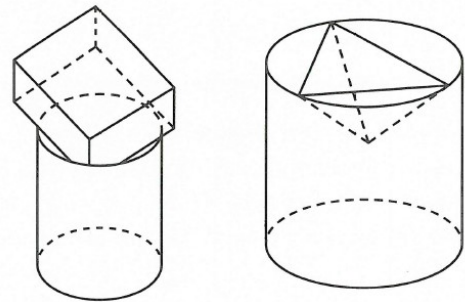


Câu 5: Một nhà máy dự định sản xuất cốc thủy tinh hình trụ không nắp có thể tích 50 cm^3 . Giá nguyên vật liệu làm thành cốc là 100 đồng/cm^2 , giá nguyên vật liệu làm đáy cốc là 200 đồng/cm^2 . Hỏi chi phí nhỏ nhất mua nguyên liệu cho một chiếc cốc gần nhất với số tiền nào sau đây?

A. 9466 đồng. B. 10616 đồng. C. 7513 đồng. D. 8235 đồng.

Câu 6: Có một cái bể hình trụ cao 10dm với bán kính đáy 4 dm chứa đầy nước bị một thùng gỗ hình lập phương đóng kín rơi vào làm cho một lượng nước V tràn ra. Biết rằng cạnh thùng gỗ là 8dm và khi nó rơi vào miệng bể, một đường chéo dài nhất của nó vuông góc với mặt bể, ba cạnh của thùng chạm vào thành của bể như hình vẽ. Tính V.

A. $6\sqrt{6}$. B. $10\sqrt{6}$.
C. $5\sqrt{6}$ D. $8\sqrt{6}$.



ĐÁP ÁN

BÀI 2. MẶT TRỤ

Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết về mặt trụ, hình trụ, khối trụ

1 -C	2 - B								
------	-------	--	--	--	--	--	--	--	--

Dạng 2. Bài toán tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích thiết diện, chiều cao, bán kính đáy, diện tích đáy của hình trụ

1 -A	2-D	3-A	4-C	5-A	6-C	7-D	8-A		
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--	--

Dạng 3. Bài toán về thể tích khối trụ, bài toán cực trị

1 -B	2-B	3-B	4-C	5 - D	6-A	7-B	8-A	9- C	10- A
------	-----	-----	-----	-------	-----	-----	-----	------	-------

Dạng 4. Bài toán thực tế về khối trụ

1 -D	2-B	3-A	4-A	5-C	6 - D				
------	-----	-----	-----	-----	-------	--	--	--	--