

**Câu I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{x}{x+5}$  và  $B = \frac{x^2-2}{x^2+2x} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$  với  $x \neq 0; x \neq -2; x \neq -5$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 3$ .
- 2) Chứng minh  $B = \frac{x-2}{x}$ .
- 3) Đặt  $P = A.B$ . Tìm  $x$  nguyên nhỏ nhất để  $P$  có giá trị là số nguyên.

**Câu II (2,5 điểm)**

- 1) Giải các phương trình sau:

a)  $3(x-2) + 5 = 2x$

b)  $\frac{x-2}{3} + \frac{2x-3}{6} = 1$

- 2) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Ông Hùng có 300 triệu đồng chia làm hai khoản để gửi tiết kiệm với kì hạn 1 năm tại hai ngân hàng khác nhau. Lãi suất của ngân hàng  $A$  là 6% một năm, lãi suất của ngân hàng  $B$  là 5,8% một năm. Sau 1 năm ông Hùng rút hết cả hai khoản và nhận được 17,72 triệu tiền lãi. Hỏi ông Hùng gửi bao nhiêu tiền tại ngân hàng  $A$  và bao nhiêu tiền tại ngân hàng  $B$ ?

**Câu III (1,5 điểm)**

Cho hàm số  $y = 2x - 4$  có đồ thị là đường thẳng  $(d_1)$  và hàm số  $y = (m^2 + 1)x + m - 3$  có đồ thị là đường thẳng  $(d_2)$  ( $m$  là tham số).

- 1) Vẽ đường thẳng  $(d_1)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d_1)$  song song với đường thẳng  $(d_2)$ .

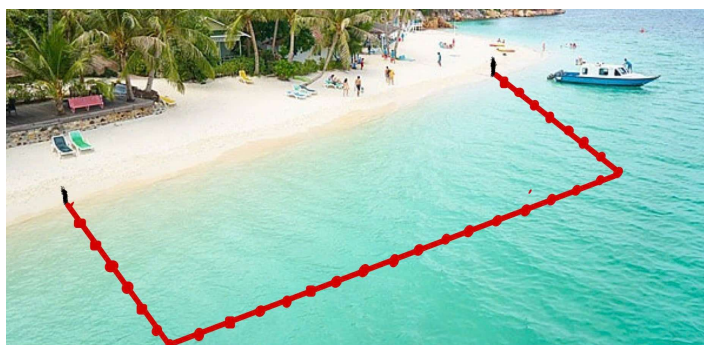
**Câu IV (3,5 điểm)**

- 1) Một chiếc phễu có dạng hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 3 cm và chiều cao 4 cm chứa đầy nước. Tính thể tích nước chứa trong phễu.
- 2) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), đường cao  $AH$ .
  - a) Chứng minh  $\triangle BHA \sim \triangle BAC$ .
  - b) Chứng minh  $AH^2 = HB.HC$ .
  - c) Gọi  $M$  là hình chiếu của  $H$  trên  $AC$ ,  $P$  là trung điểm của  $AB$ ,  $CP$  cắt  $HM$  tại

$Q$  và cắt  $AH$  tại  $I$ . Chứng minh  $\frac{QH}{PB} = \frac{QM}{PA}$  và  $B, I, M$  thẳng hàng.

**Câu V** (0,5 điểm)

Ban quản lý một bãi tắm biển dùng  $300\text{ m}$  dây phao bao quanh một khu vực hình chữ nhật trên bãi biển để tạo thành “khu vực tắm biển an toàn”. Bờ biển sẽ tạo thành một cạnh của hình chữ nhật đó còn dây phao tạo thành ba cạnh của hình chữ nhật (*như minh họa trên hình vẽ*). Để đảm bảo an toàn người tắm biển chỉ được bơi cách bờ biển không quá  $25\text{ m}$ . Tính diện tích “khu vực tắm biển an toàn” lớn nhất mà ban quản lý bãi tắm có thể quây được, khi đó chiều dài bờ biển của “khu vực tắm biển an toàn” là bao nhiêu?



..... **HẾT** .....

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....

## ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM

### Câu I (2,0 điểm)

| Câu | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Điểm |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1   | Thay $x = 3$ vào biểu thức $A$ , ta có: $A = \frac{3}{3+5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|     | $A = \frac{3}{8}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
| 2   | $B = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$ $B = \frac{x^2 - 2}{x(x+2)} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|     | $B = \frac{x^2 - 2 - (x+2) + x}{x(x+2)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|     | $B = \frac{x^2 - 2 - x - 2 + x}{x(x+2)}$ $B = \frac{x^2 - 4}{x(x+2)}$                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|     | $B = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)}$ $B = \frac{x-2}{x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
| 3   | <p>Với <math>x \neq 0; x \neq -2; x \neq -8</math>, ta có:</p> $P = A.B = \frac{x}{x+5} \cdot \frac{x-2}{x}$ $P = \frac{x-2}{x+5} = \frac{x+5-7}{x+5} = 1 - \frac{7}{x+5}$ <p>P nguyên khi <math>1 - \frac{7}{x+5}</math> nguyên, suy ra <math>\frac{7}{x+5} \in \mathbb{Z}</math></p> $x+5 \in U(7) = \{1; -1; 7; -7\}$ $x \in \{-4; -6; 2; -12\}$ | 0,25 |
|     | <p>Mà <math>x \neq 0; x \neq -2; x \neq -8</math> và x là số nguyên nhỏ nhất</p> <p>Suy ra <math>x = -12</math></p> <p>Nếu học sinh thiếu bước đối chiếu với điều kiện xác định thì trừ 0,25 điểm.</p>                                                                                                                                              | 0,25 |

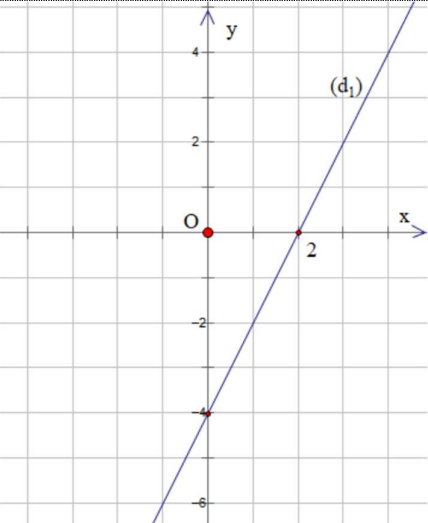
### Câu II (2,5 điểm)

| Câu | Nội dung                               | Điểm |
|-----|----------------------------------------|------|
| 1   | $a) 3(x-2) + 5 = 2x$ $3x - 6 + 5 = 2x$ | 0,25 |

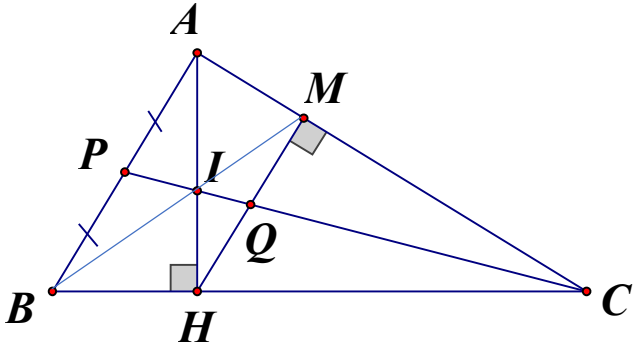
|   |                                                                                                                                                                                                      |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | $x = 1$<br>Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$                                                                                                                                                        | 0,25 |
|   | b) $\frac{x-2}{3} + \frac{2x-3}{6} = 1$<br>$2(x-2) + 2x-3 = 6$<br>$2x-4 + 2x-3 = 6$                                                                                                                  | 0,25 |
|   | $4x = 13$<br>$x = \frac{13}{4}$<br>Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{13}{4}$                                                                                                                     | 0,25 |
| 2 | Gọi số tiền ông Hùng gửi tại ngân hàng A là $x$ (triệu đồng)<br>(ĐK: $x > 0$ )                                                                                                                       | 0,25 |
|   | Số tiền ông Hùng gửi tại ngân hàng B là: $300 - x$ (triệu đồng)                                                                                                                                      | 0,25 |
|   | Số tiền lãi nhận được từ ngân hàng A là: $6\%.x = 0,06x$ (triệu đồng)                                                                                                                                | 0,25 |
|   | Số tiền lãi nhận được từ ngân hàng B là:<br>$5,8\%.(300 - x) = 0,058(300 - x)$ (triệu đồng)                                                                                                          | 0,25 |
|   | Vì ông Hùng nhận được tất cả 17,72 triệu đồng nên ta có phương trình:<br>$0,06x + 0,058(300 - x) = 17,72$                                                                                            | 0,25 |
|   | Giải phương trình tìm được $x = 160$ (TM).<br>Vậy ông Hùng gửi 160 triệu đồng tại ngân hàng A và 140 triệu đồng tại ngân hàng B<br>Lưu ý: Nếu HS thiếu đơn vị từ 2 lỗi trở lên trừ cả bài 0,25 điểm. | 0,25 |

**Câu III (1,5 điểm)**

| Câu | Nội dung                                                                                                                                           | Điểm |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1   | +) Đồ thị của hàm số $y = 2x - 4$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(2; 0)$<br><i>Học sinh thiếu từ “đường thẳng” trừ 0,25 điểm</i> | 0,5  |

|   |                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   |  <p>Nếu học sinh sai một trong các lỗi: thiếu tên trục, không chia đơn vị trên trục, đơn vị trên hai trục không bằng nhau...thì trừ tối đa 0,25 điểm.</p> | 0,5  |
| 2 | +) đường thẳng $(d_2)$ song song với đường thẳng $(d_1)$ khi $m^2 + 1 = 2$ và $m - 3 \neq -4$                                                                                                                                               | 0,25 |
|   | +) Tìm được $m = 1$                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |

**Câu IV (3,5 điểm)**

| Câu              | Nội dung                                                                                                                     | Điểm |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1)               | Thể tích của nước trong phễu bằng thể tích của hình chóp tứ giác đều. Thể tích nước chứa trong phễu là:                      | 0,25 |
|                  | $V = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 4$                                                                                          |      |
|                  | $V = 12 \text{ (cm}^3\text{)}$<br>Vậy thể nước trong phễu là $12 \text{ (cm}^3\text{)}$                                      | 0,25 |
| 2)               |                                            | 0,25 |
| a)<br>(1,0 điểm) | Hình vẽ đúng đến câu a)<br>Chứng minh được: $\triangle BHA \sim \triangle BAC$ (g.g).                                        | 0,75 |
| b)<br>(1,0 điểm) | Chứng minh được: $\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$ hoặc $\widehat{ABH} = \widehat{HAC}$                                        | 0,25 |
|                  | Chứng minh được: $\triangle HAB \sim \triangle HCA$ (g.g)                                                                    | 0,5  |
|                  | Chứng minh được: $AH^2 = HB \cdot HC$ .                                                                                      | 0,25 |
| 3)<br>(1 điểm)   | Chứng minh được: $\frac{QH}{PB} = \frac{CQ}{CP}$ hoặc $\frac{QM}{PA} = \frac{CQ}{CP}$                                        | 0,25 |
|                  | Chứng minh $\frac{QH}{PB} = \frac{QM}{PA}$                                                                                   | 0,25 |
|                  | Chứng minh $QM = QH$ và $\frac{IA}{IH} = \frac{AB}{HM} \left( = \frac{AP}{HQ} \right)$                                       | 0,25 |
|                  | Chứng minh $\triangle IHM \sim \triangle IAB$ (c.g.c)<br>Suy ra $\widehat{MIH} = \widehat{AIB}$ suy ra $B, I, M$ thẳng hàng. | 0,25 |

**Câu IV (0,5 điểm)**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <p>Gọi <math>x \text{ (m)}</math> là độ dài cạnh vuông góc với bờ biển; <math>y \text{ (m)}</math> là độ dài cạnh song song với bờ biển của “khu vực tắm biển an toàn”; <math>(x, y &gt; 0)</math><br/>         (Học sinh có thể diễn tả bằng hình vẽ minh họa)<br/>         Độ dài dây phao là <math>300m</math> nên <math>2x + y = 300</math> suy ra <math>y = 300 - 2x</math><br/>         Vì người tắm chỉ được bơi cách bờ biển không quá <math>25m</math> nên <math>x \leq 25</math><br/>         Diện tích “Khu vực tắm biển an toàn” có thể vây được là <math>S = xy</math></p> | 0,25 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| $S = x(300 - 2x) = -2x^2 + 300x = -2(x - 75)^2 + 11250$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
| <p>+) Ta có:</p> $x \leq 25 \Rightarrow x - 75 \leq -50 \Rightarrow 75 - x \geq 50 > 0 \Rightarrow (75 - x)^2 \geq 2500$ $\Rightarrow -2(75 - x)^2 \leq -5000 \Rightarrow -2(x - 75)^2 + 11250 \leq 6250 \Rightarrow S \leq 6250$ <p>+) Dấu bằng xảy ra khi <math>x = 25</math> (TMĐK)</p> <p><math>MaxS = 6250</math> khi <math>x = 25</math>; <math>y = 250</math></p> <p>Vậy diện tích lớn nhất của “Khu vực tắm biển an toàn” là <math>6250m^2</math> và chiều dài bờ biển của “khu vực tắm biển an toàn” là <math>250m</math></p> | 0,25 |

*Chú ý: Các cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa*