

(Đề thi gồm 02 trang)

**Câu 1.** (1,5 điểm)

a) Sau khi điều tra thời gian tự học của 40 học sinh lớp 9A, giáo viên chủ nhiệm lớp đã thu được kết quả như sau:

Thời gian	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	10	15	8	7

Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

b) Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

**Câu 2.** (2,0 điểm) Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 16$ .

2) Chứng minh rằng  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ .

3) Cho  $P = A.B$ . So sánh giá trị của  $P$  với 1.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

a) Bác Lan có 500 triệu đồng để đầu tư vào hai khoản: Trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 12 tháng. Lãi suất của trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là 7%/năm và 6%/năm. Tính số tiền mà bác Lan đầu tư vào mỗi khoản để mỗi năm nhận được tiền lãi là 32 triệu đồng từ hai khoản đầu tư đó.

b) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 90km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được  $\frac{1}{3}$  quãng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quãng đường còn lại người đó phải đi với vận tốc ít hơn so với vận tốc ban đầu 10km/h. Tính vận tốc dự định và thời gian người đó đi từ A đến B, biết người đó đến muộn hơn dự định 18 phút.

c) Cho phương trình  $x^2 - 6x + 3 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x_1+1} + \sqrt{x_2+1}}{x_1^2 + 6x_2 - 5}$

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD và CE của tam giác cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Tia MH cắt đường tròn (O) tại I. Kẻ đường kính AA'.

- Chứng minh tứ giác BDHE nội tiếp.
- Chứng minh 3 điểm I, H, A' thẳng hàng.
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác BME cắt AM tại N.

$$\text{Chứng minh } \frac{AI}{MI} \cdot \frac{AD}{MD} = \frac{AN}{MN}$$

**Câu 5. (1,5 điểm)**

- Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (hình vẽ). Các quả bóng tennis có dạng hình cầu, đường kính 6,4cm. Tính thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis. (Lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- Một công ty muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích 100ml. Bao bì được thiết kế dạng hình trụ hoặc hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông. Hỏi công ty nên thiết kế bao bì theo dạng nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

--- HẾT ---

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh:.....

**PHÒNG GD&ĐT QUẬN ĐÔNG ĐÀ HƯỚNG DẪN CHẤM KSCL KHỐI 9 VÒNG 4**  
**TRƯỜNG THCS QUANG TRUNG**

**Môn: Toán 9**

**Năm học 2024 - 2025**

*Thời gian làm bài: 120 phút.*

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm										
<p><b>1</b> <b>(1,5)</b></p>	<p>a) Tần số tương đối thời gian tự học của các học sinh lớp 9A thuộc các nhóm <math>[0; 1)</math>, <math>[1; 2)</math>, <math>[2; 3)</math>, <math>[3; 4)</math> lần lượt là:</p> $f_1 = \frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%; f_2 = \frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%;$ $f_3 = \frac{8}{40} \cdot 100\% = 20\%; f_4 = \frac{7}{40} \cdot 100\% = 17,5\%.$ <p>Bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng:</p> <table border="1" data-bbox="391 745 1321 869"> <thead> <tr> <th>Thời gian (giờ)</th> <th><math>[0; 1)</math></th> <th><math>[1; 2)</math></th> <th><math>[2; 3)</math></th> <th><math>[3; 4)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tần số tương đối</td> <td>25%</td> <td>37,5%</td> <td>20%</td> <td>17,5%</td> </tr> </tbody> </table>	Thời gian (giờ)	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	Tần số tương đối	25%	37,5%	20%	17,5%	0,75
	Thời gian (giờ)	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$							
	Tần số tương đối	25%	37,5%	20%	17,5%							
<p>b) Có 20 kết quả có thể xảy ra của phép thử “Số xuất hiện trên thẻ được lấy ra” là: 1;2;3;4;.....;19;20</p> <p>Những kết quả thuận lợi của biến cố A “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4” là: 14</p> <p>Có 1 kết quả thuận lợi</p> <p>Vậy xác suất của biến cố A là: <math>\frac{1}{20}</math></p>	0,25 0,25 0,25											
<p><b>2</b> <b>(2,0)</b></p>	<p>a) Thay <math>x = 16</math> (TMĐK) vào biểu thức A ta có: <math>A = \frac{16+1}{\sqrt{16}-1} = \frac{17}{3}</math>.</p>	0,75										
	$B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,25 0,5										
	$P = AB = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ <p>Xét <math>P-1 = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}</math></p> $= \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\sqrt{x}} > 0, \forall x > 0, x \neq 1. \text{ Vậy } P > 1.$	0,25 0,25										
<p><b>3</b> <b>(2,0)</b></p>	<p>a) Gọi số tiền bác Lan đầu tư vào hai khoản trái phiếu và gửi tiết kiệm lần lượt là <math>x</math> (triệu đồng), <math>y</math> (triệu đồng) (<math>x &gt; 0, y &gt; 0</math>)</p>											

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>Theo bài ra, bác Lan có 500 triệu đồng để đầu tư vào 2 khoản nên ta có phương trình:</p> $x + y = 500 \quad (1)$ <p>Mặt khác, số tiền đầu tư vào 2 khoản có lãi suất lần lượt là 7%/năm và 6%/năm và tổng số tiền lãi 1 năm nhận được là 32 triệu đồng nên ta có pt:</p> $7\%.x + 6\%.y = 32 \text{ hay } 7.x + 6.y = 3200 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta có hệ pt: <math>\begin{cases} x + y = 500 \\ 7x + 6y = 3200 \end{cases}</math></p> <p>Từ pt (1), ta có: <math>y = 500 - x</math></p> <p>Thế <math>y = 500 - x</math> vào pt (2) ta được: <math>7.x + 6.(500 - x) = 3200</math></p> $x + 3000 = 3200$ $x = 200 \text{ (TMĐK)}$ <p>Thay <math>x = 200</math> vào pt <math>y = 500 - x</math>, ta có:</p> $y = 500 - 200 = 300 \text{ (TMĐK)}$ <p>Vậy số tiền mà bác Lan đầu tư vào trái phiếu và gửi tiết kiệm lần lượt là 200 triệu đồng và 300 triệu đồng.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Gọi vận tốc dự định của người đi xe máy là <math>(x &gt; 10, \text{ tính bằng km/h})</math></p> <p>Đổi <math>18\text{ph} = \frac{3}{10}</math> giờ</p> <p>Thời gian người đó dự định đi từ A đến B là: <math>\frac{90}{x}</math> (giờ)</p> <p>Thời gian người đó đi <math>\frac{1}{3}</math> quãng đường đầu là: <math>\frac{30}{x}</math> (giờ)</p> <p>Thời gian người đó đi <math>\frac{2}{3}</math> quãng đường sau là: <math>\frac{60}{x - 10}</math> (giờ)</p> <p>Theo bài ra ta có PT:</p> $\frac{30}{x} + \frac{60}{x - 10} = \frac{90}{x} + \frac{3}{10}$ $\frac{20}{x - 10} = \frac{20}{x} + \frac{1}{10}$ $x^2 - 10x - 2000 = 0$ $x = -40 \text{ (Loại)} \text{ hoặc } x = 50 \text{ (TM)}$ <p>Vậy vận tốc dự định là 50km/h</p> <p>Thời gian người đó đi là: <math>\frac{90}{50} + \frac{3}{10} = \frac{21}{10}</math> (giờ) tức là 2 giờ 6ph</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>c) Cho phương trình <math>x^2 - 6x + 3 = 0</math> có hai nghiệm <math>x_1, x_2</math>. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức <math>P = \frac{\sqrt{x_1+1} + \sqrt{x_2+1}}{x_1^2 + 6x_2 - 5}</math></p> <p><math>\Delta = 36 - 4.3 = 24 &gt; 0</math>. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:</p> <p>Theo Viet ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 3 \end{cases}</math></p> <p>Đặt</p> $A = \sqrt{x_1+1} + \sqrt{x_2+1} (A > 0)$ $A^2 = x_1 + x_2 + 2 + 2\sqrt{(x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1)}$ $A^2 = 6 + 2 + 2\sqrt{3+6+1} = 8 + 2\sqrt{10}$ $A = \sqrt{8+2\sqrt{10}}$ <p>Ta có <math>x_1</math> là 1 nghiệm của PT: <math>x^2 - 6x + 3 = 0</math> nên <math>x_1^2 = 6x_1 - 3</math></p> <p>Ta có: <math>x_1^2 + 6x_2 - 5 = 6x_1 - 3 + 6x_2 - 5 = 6(x_1 + x_2) - 8</math></p> $= 6.6 - 8 = 28$ <p>Vậy <math>P = \frac{\sqrt{8+2\sqrt{10}}}{28}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>4 (3,0)</p>		<p>0,5</p>
	<p>a) Ta có HD vuông góc BC tại D nên tam giác BHD vuông tại D <math>\Rightarrow</math> D thuộc đường tròn đường kính BH (1)</p> <p>Ta có EH vuông góc với AB nên tam giác BED vuông tại E <math>\Rightarrow</math> E thuộc đường tròn đường kính BH (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: B;D;H;E thuộc đường tròn đường kính BH</p> <p>Hay tứ giác BDHE nội tiếp một đường tròn.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>Ta có :<math>\widehat{ACA'} = 90^0</math> (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra CA' vuông góc với AC</p> <p>Ta có :BH vuông góc với AC. CA' vuông góc với AC</p> <p>Suy ra BH//CA'</p> <p>Chứng minh tương tự ta có :CH//BA'</p> <p>Từ đó ta có tứ giác BHCA' là hình bình hành mà M là trung điểm của BC nên M là trung điểm của HA' suy ra H, M, A' thẳng hàng.</p> <p>Ta lại có I, H, M thẳng hàng nên I, H, M, A' thẳng hàng suy ra 3 điểm I, H, A' thẳng hàng.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Ta có tam giác AEN đồng dạng AMB (g-g) suy ra <math>\frac{AE}{AM} = \frac{AN}{AB}</math></p> <p>Suy ra AE.AB=AM.AN.(3)</p> <p>Ta có tam giác AEH đồng dạng ADB (g-g) suy ra <math>\frac{AE}{AD} = \frac{AH}{AB}</math></p> <p>Suy ra AE.AB=AD.AH. (4)</p> <p>Từ (3) và (4) ta có: AM.AN=AD.AH (5)</p> <p>suy ra <math>\frac{AM}{AD} = \frac{AH}{AN}</math></p> <p>Xét tam giác AHN và tam giác AMD ta có:</p> <p style="text-align: center;"><i>DAM chung</i></p> $\frac{AM}{AD} = \frac{AH}{AN}$ <p>Suy ra tam giác AMD đồng dạng tam giác AHN</p> <p>Suy ra <math>\widehat{HNM} = \widehat{ADM} = 90^0</math></p> <p>Ta có tam giác MNH đồng dạng với tam giác MIA (g-g)</p> <p>suy ra <math>\frac{MN}{MI} = \frac{MH}{MA}</math></p> <p>Suy ra MH.MI=MN.MA (6)</p> <p>Từ (5) và (6) suy ra <math>\frac{AH.AD}{MH.MI} = \frac{AN}{MN}</math> (7)</p> <p>Mặt khác tam giác AHI đồng dạng tam giác MHD (g-g)</p> <p>Suy ra <math>\frac{AH}{MH} = \frac{AI}{MD}</math> (8)</p> <p>Từ (7) và (8) suy ra <math>\frac{AI}{MI} \cdot \frac{AD}{MD} = \frac{AN}{MN}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>a) Chiều cao hộp đựng bóng hình trụ là <math>h = 6,4 \cdot 3 = 19,2</math> (cm)            Bán kính đáy hộp đựng bóng hình trụ là <math>R_1 = 6,4 : 2 = 3,2</math> (cm).            Thể tích hộp đựng bóng hình trụ là:  <math>V_1 = \pi r R_1^2 h = \pi \cdot 3,2^2 \cdot 19,2 \approx 618</math> (cm<sup>3</sup>).            Vậy thể tích hộp đựng bóng 618 cm<sup>3</sup>.            Bán kính quả bóng tennis là <math>R_2 = \frac{6,4}{2} = 3,2</math> (cm).            Thể tích của ba quả bóng tennis có dạng hình cầu là:  <math>V_2 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi R_2^3\right) = 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi \cdot 3,2^3\right) \approx 412</math> (cm<sup>3</sup>).            Thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis là:  <math>V = V_1 - V_2 = 618 - 412 = 206</math> (cm<sup>3</sup>).            Vậy thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis 206 cm<sup>3</sup>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>5 (1,5)</p>	<p>b)            Đổi 100ml=100cm<sup>3</sup>            Trường hợp 1: Nếu thiết kế bao bì dạng hình trụ.            Gọi R là bán kính và h là chiều cao hình trụ.            Thể tích của hình trụ là: <math>V_t = \pi R^2 h = 100</math> (cm<sup>3</sup>)            Diện tích toàn phần của hình trụ là:  <math display="block">S_t = 2\pi R h + 2\pi R^2</math>           Ta có: <math>S_t = \pi R h + \pi R h + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt{\pi R h \cdot \pi R h \cdot 2\pi R^2} = 3\sqrt{2\pi(\pi R^2 h)^2} = 3\sqrt{2\pi \cdot 100^2} \approx 119,27</math> (cm<sup>2</sup>)            Dấu bằng xảy ra khi <math>\pi R h = 2\pi R^2</math> hay h=2R            Trường hợp 2: Nếu thiết kế bao bì dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.            Gọi x là độ dài đáy và a là chiều cao của hình hộp chữ nhật.            Thể tích hình hộp chữ nhật là:  <math display="block">V_h = x^2 \cdot a = 100</math> (cm<sup>3</sup>)            Diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật là:  <math display="block">S_h = 2x^2 + 4xa</math> (cm<sup>2</sup>)            Ta có: <math>S_h = 2x^2 + 2xa + 2xa \geq 3\sqrt{2x^2 \cdot 2xa \cdot 2xa} = 6\sqrt{(x^2 a)^2} = 6\sqrt{100^2} \approx 129,27</math> (cm<sup>2</sup>)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>Dấu bằng xảy ra khi <math>2x^2=2xa</math> hay <math>x=a</math></p> <p>Từ hai trường hợp trên ta có công ty nên thiết kế hộp sữa có dạng hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy thì tiết kiệm nguyên liệu hơn</p>	0,25

----Hết----

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**  
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>