

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-4} + \frac{4\sqrt{x}-1}{x-5\sqrt{x}+4}\right)$  (với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$ ;  $x \neq 16$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $A$  nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x+y)^2 + y^2 + 1 = 7y \\ y(x+y)^2 - 5(x^2+1) = 4y. \end{cases}$$

2. Xét đa thức  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

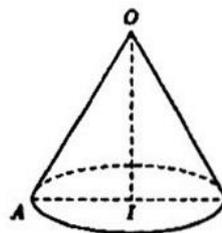
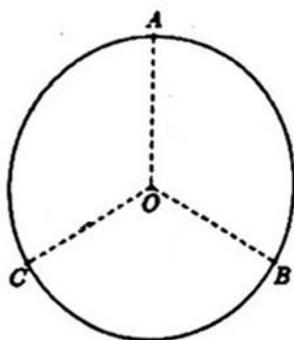
a) Biết  $P(1) = -2$  và  $P(-2) = -2$ . Tính  $T = \frac{P(-3) - P(2)}{20}$ .

b) Tìm hệ số  $a, b, c$  của đa thức  $P(x)$  sao cho

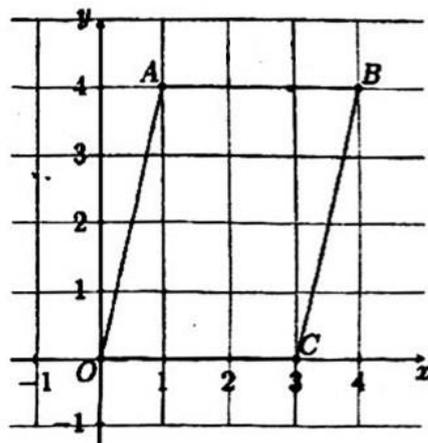
$$(x+1) \cdot P(x) - x \cdot P(x-1) = x^2(4x-6) \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 3. (1,0 điểm)

1. Một thợ rèn cắt một tấm tôn hình tròn có bán kính là 60 cm thành ba hình quạt bằng nhau. Từ mỗi hình quạt đó, người thợ uốn thành một hình nón bằng cách ghép sát hai bán kính của nó lại với nhau (như hình bên dưới). Tính bán kính đáy của hình nón đó.



2. Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , xác định hình bình hành  $ABCO$  với  $A(1;4)$ ,  $B(4;4)$ ,  $C(3;0)$ ,  $O(0;0)$ . Gọi  $\Omega$  là tập hợp tất cả các điểm  $(x;y)$  nằm bên trong (không kể trên cạnh) của hình bình hành  $ABCO$  (với  $x, y$  là các số nguyên). Lấy ngẫu nhiên một điểm của tập hợp  $\Omega$ . Tính xác suất để điểm  $(x;y)$  lấy ra thỏa mãn tổng  $x+y$  là số chẵn.



**Câu 4. (2,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , hai đường phân giác trong của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau tại điểm  $I$ . Đường thẳng  $BI$  cắt  $AC$  và  $(O)$  lần lượt tại  $E, M$  ( $M$  khác  $B$ ). Đường thẳng  $CI$  cắt  $AB$  và  $(O)$  lần lượt tại  $F, N$  ( $N$  khác  $C$ ). Đường tròn tâm  $J$  ngoại tiếp tam giác  $BFN$  cắt  $BI$  tại  $P$  ( $P$  khác  $B$ ), đường tròn tâm  $K$  ngoại tiếp tam giác  $CEM$  cắt  $CI$  tại  $Q$  ( $Q$  khác  $C$ ).

a) Chứng minh rằng  $IE \cdot PQ = EF \cdot IQ$ .

b) Gọi  $S$  là giao điểm của  $NP$  và  $MQ$ . Chứng minh rằng  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $SMN$  và  $IS$  vuông góc với  $BC$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Với mỗi số nguyên dương  $n$ , đặt  $S(n)$  bằng tổng tất cả các ước nguyên dương của  $n$ .

a) Tính  $S(375)$ .

b) Với mỗi  $x$  là số nguyên dương lẻ, chứng minh rằng  $S(3 \cdot 5^x)$  không là số chính phương.

**Câu 6. (1,0 điểm)**

1. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{4 - a^3}{a} + \frac{4 - b^3}{b} + \frac{4 - c^3}{c}.$$

2. Một giải đấu cờ vua có 25 tuyển thủ tham gia, thi đấu theo thể thức vòng tròn 1 lượt (cứ hai tuyển thủ bất kỳ trong giải đấu sẽ thi đấu với nhau đúng một trận), biết rằng trong tất cả các trận đấu không có trận đấu nào có kết quả là hòa. Sau giải đấu số trận thắng và số trận thua của mỗi tuyển thủ được ban tổ chức thống kê như bảng sau:

	Số trận thắng	Số trận thua
Tuyển thủ thứ 1	$x_1$	$y_1$
Tuyển thủ thứ 2	$x_2$	$y_2$
...	...	...
Tuyển thủ thứ 25	$x_{25}$	$y_{25}$

Chứng minh rằng  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{25}^2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{25}^2$ .

—HẾT—

**Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....