

Câu 1. (1,5 điểm) Tính giá trị của biểu thức

$$1) A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) + \frac{13}{17}$$

$$2) B = \frac{4^{20} \cdot 25^{20}}{10^{40}} + \frac{9}{11} \cdot \frac{17}{23} - \frac{9}{11} \cdot \frac{-6}{23}$$

Câu 2. (3,0 điểm)

$$1) \text{ Tìm } x, \text{ biết: } \left| 2x + \frac{15}{23} \right| + \left| 3x + \frac{2}{23} \right| + \left| 4x + \frac{6}{23} \right| = 10x$$

$$2) \text{ Cho } (x+2)^2 + (y-1)^4 + (x+y-z+2)^6 = 0.$$

$$\text{Tính giá trị của : } A = (x+1)^{2024} + y^{2025} + z^{2026}$$

3) Ba câu lạc bộ Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh của khối 7 một trường THCS có 66 học sinh. Nếu câu lạc bộ Toán thêm 5 học sinh, câu lạc bộ Ngữ văn bớt đi 1 học sinh, câu lạc bộ Tiếng Anh thêm vào 2 học sinh thì số học sinh mỗi câu lạc bộ đó lần lượt tỉ lệ nghịch với 2;3;2. Tìm số học sinh của mỗi câu lạc bộ?

Câu 3. (2 điểm)

$$1) \text{ Tìm cặp số nguyên } x, y \text{ thỏa mãn: } 3xy + 6x - 5y = 17$$

2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3 thỏa mãn $10p + 1$ cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng $5p + 1$ chia hết cho 6

Câu 4. (2,5 điểm)

1) Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$). M là trung điểm của BC, Lấy D thuộc tia đối của tia MA sao cho MD = MA.

a. Chứng minh $CD \parallel AB$

b. Kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC), $MN \perp BD$ (N thuộc BD), $CK \perp AD$ (K thuộc AD). Chứng minh các đường thẳng CK, AH, MN đồng quy.

2) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45^\circ$, $\widehat{C} = 120^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính $\widehat{ADB}$.

Câu 5. (1 điểm)

1) Chứng minh rằng từ 52 số nguyên bất kỳ luôn có thể chọn ra hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 100

$$2) \text{ Cho } S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \text{ (với } n \in \mathbb{N} \text{ và } n > 1).$$

Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.

-----Hết-----

UBND HUYỆN NINH GIANG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM

KỶ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

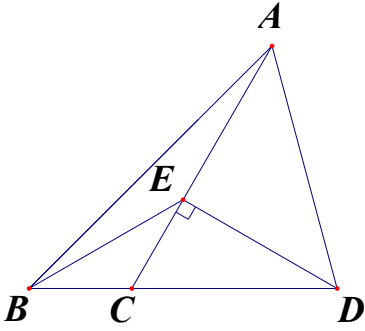
Năm học: 2024-2025

MÔN: TOÁN 7

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	1 <i>(0,75 điểm)</i>	$\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) + \frac{13}{17}$ $= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) + \frac{13}{17}$ $= \left[\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right] + \frac{13}{17}$ $= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) + \frac{13}{17} = \frac{13}{17}$	0,25 0,25 0,25
	2 <i>(0,75 điểm)</i>	$B = \frac{4^{20} \cdot 25^{20}}{10^{40}} + \frac{9}{11} \cdot \frac{17}{23} - \frac{9}{11} \cdot \frac{-6}{23}$ $B = \frac{2^{40} \cdot 5^{40}}{10^{40}} + \frac{9}{11} \left(\frac{17}{23} + \frac{6}{23} \right)$ $B = \frac{10^{40}}{10^{40}} + \frac{9}{11} \cdot 1$ $B = \frac{20}{11}$	0,25 0,25 0,25
Câu 2 (3 điểm)	1 <i>(1 điểm)</i>	$\left 2x + \frac{15}{23} \right + \left 3x + \frac{2}{23} \right + \left 4x + \frac{6}{23} \right = 10x \quad (1)$ Ta có $\left 2x + \frac{15}{23} \right \geq 0; \quad \left 3x + \frac{2}{23} \right \geq 0; \quad \left 4x + \frac{6}{23} \right \geq 0$ Nên để (1) xảy ra thì $10x \geq 0$, tức là $x \geq 0$ Khi đó $2x + \frac{15}{23} \geq 0; \quad 3x + \frac{2}{23} \geq 0; \quad 4x + \frac{6}{23} \geq 0$ Do đó $2x + \frac{15}{23} + 3x + \frac{2}{23} + 4x + \frac{6}{23} = 10x$ $9x + 1 = 10x$ $x = 1$ Vậy $x = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25

	2 (1 điểm)	Ta có: $(x+2)^2 \geq 0 \forall x; (y-1)^4 \geq 0 \forall y; (x+y-z+2)^6 \geq 0 \forall x, y, z$ Do đó $(x+2)^2 + (y-1)^4 + (x+y-z+2)^6 \geq 0$ Nên $(x+2)^2 + (y-1)^4 + (x+y-z+2)^6 = 0$ khi $\begin{cases} x+2=0 \\ y-1=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$ Khi đó $A = (x+1)^{2024} + y^{2025} + z^{2026} = (-2+1)^{2024} + 1^{2025} + 1^{2026} = 3$ Vậy $A = 3$	0,25 0,25 0,25 0,25																				
	3 (1 điểm)	Gọi số học sinh của mỗi câu lạc bộ Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$) nên $a + b + c = 66$ Vì nếu câu lạc bộ Toán thêm 5 học sinh, câu lạc bộ Ngữ văn bớt đi 1 học sinh, câu lạc bộ Tiếng Anh thêm 2 học sinh thì số học sinh trong mỗi câu lạc bộ lần lượt tỉ lệ nghịch với 2; 3; 2 nên ta có: $2(a+5) = 3(b-1) = 2(c+2)$ Suy ra: $\frac{a+5}{3} = \frac{b-1}{2} = \frac{c+2}{3}$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a+5}{3} = \frac{b-1}{2} = \frac{c+2}{3} = \frac{a+b+c+6}{8} = \frac{72}{8} = 9$ Suy ra : $a = 22, b = 19, c = 25$ Vậy số học sinh của mỗi câu lạc bộ Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh lần lượt là 22 học sinh, 19 học sinh, 25 học sinh.	0,25 0,25 0,25 0,25																				
Câu 3 (2 điểm)	1 (1 điểm)	$3xy + 6x - 5y = 17$ $3x(y+2) - 5y - 10 = 17 - 10$ $3x(y+2) - 5(y+2) = 7$ $(3x-5)(y+2) = 7$ Do x, y thuộc $\mathbb{Z}$ nên $3x-5$ và $y+2$ là ước của 7 Ta có bảng <table><tr><td>$3x-5$</td><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>x</td><td>$\frac{-2}{3}$ (loại)</td><td>$\frac{4}{3}$ (loại)</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$y+2$</td><td>-1</td><td>-7</td><td>7</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>-3</td><td>-9</td><td>5</td><td>-1</td></tr></table> Vậy các cặp số (x; y) thỏa mãn là : (2;5); (4;-1)	$3x-5$	-7	-1	1	7	x	$\frac{-2}{3}$ (loại)	$\frac{4}{3}$ (loại)	2	4	$y+2$	-1	-7	7	1	y	-3	-9	5	-1	0,25 0,25 0,25 0,25
	$3x-5$	-7	-1	1	7																		
x	$\frac{-2}{3}$ (loại)	$\frac{4}{3}$ (loại)	2	4																			
$y+2$	-1	-7	7	1																			
y	-3	-9	5	-1																			
	2 (1 điểm)	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ $\Rightarrow 5p$ là số lẻ Do đó $5p+1$ là số chẵn Nên $5p+1 : 2$ (1)	0,25																				

		Xét ba số tự nhiên liên tiếp: $10p$; $10p + 1$; $10p + 2$ luôn tồn tại một số chia hết cho 3 Mà $10p + 1$ là số nguyên tố lớn hơn 3 $\Rightarrow 10p + 1 \not\div 3$ p là số nguyên tố lớn hơn 3 $\Rightarrow p \not\div 3$ và $(10; 3) = 1$ Nên $10p \not\div 3$ Do đó $10p + 2 \div 3$ Suy ra $2(5p + 1) \div 3$ mà $(2; 3) = 1$ Nên $5p + 1 \div 3$ (2) Từ (1) và (2) kết hợp với $(2; 3) = 1$ nên $5p + 1 \div 6$	0,25
			0,25
			0,25
	1.	Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
Câu 4 (2,5 điểm)	a) (0,5 điểm)	Chứng minh được $\triangle AMB = \triangle DMC$ (c-g-c) Suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{DCM}$ (hai góc tương ứng) Mà hai góc này ở vị trí so le trong Nên $AB \parallel DC$	0,25
			0,25
	b) (0,75 điểm)	Chứng minh được $\triangle ACM = \triangle DBM$ (c-g-c) Suy ra $AC \parallel BD$, mà $BD \perp MN$ nên $MN \perp AC$ Gọi giao điểm của AH và CK là O. Xét $\triangle ACO$ có: AK và CH là các đường cao, mà chúng cắt nhau ở M nên M là trực tâm của $\triangle ACO$ nên $OM \perp AC$ (1). Mặt khác có $MN \perp AC$ (chứng minh trên), mà $BD \parallel AC$ (cmt) Suy ra $MN \perp AC$ (2). Từ (1) và (2) ta có O, M, N thẳng hàng. Suy ra ba đường CK, AH, MN, đồng quy tại O	0,25
			0,25
			0,25

	2. (1 điểm)		
		Kẻ $DE \perp AC$ chứng minh được $\triangle CED$ là tam giác nửa đều Suy ra $CD = 2CE$; $\widehat{CDE} = 30^\circ$	0,25
		Do $CD = 2CE$; $CD = 2CB$(gt) $\Rightarrow CB = CE \Rightarrow \triangle BCE$ cân tại C $\Rightarrow$ $\widehat{ECD} = 2\widehat{EBC} \Rightarrow \widehat{EBC} = 60^\circ : 2 = 30^\circ$ $\triangle BED$ có $\widehat{EBD} = \widehat{EDB} = 30^\circ \Rightarrow \triangle BED$ cân tại E $\Rightarrow BE = ED$ (1)	0,25
		$\widehat{ABE} = \widehat{ABC} - \widehat{EBC} = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$ $\triangle BEA$ có $\widehat{EBA} = \widehat{EAB} = 15^\circ \Rightarrow \triangle BEA$ cân tại E $\Rightarrow BE = EA$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra $\triangle DEA$ cân tại E mà $\widehat{AED} = 90^\circ$ suy ra $\triangle DEA$ vuông cân tại E $\Rightarrow$ $\widehat{ADE} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADE} + \widehat{EDB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,25
Câu 5 (1 điểm)	1) (0,5 điểm)	Tất cả các số dư trong phép chia cho 100 được chia thành 51 nhóm như sau: $\{0\}$; $\{1;99\}$, $\{2;98\}$, ... , $\{49;51\}$; $\{50\}$. Có 52 số nên theo nguyên tắc Dirichlet có hai số mà các số dư khi chia cho 100 thuộc cùng một nhóm trên. Hai số này có hiệu chia hết cho 100 (Nếu số dư của chúng bằng nhau) hoặc có tổng chia hết cho 100 (nếu số dư của chúng khác nhau) Vậy từ 52 số nguyên bất kỳ luôn có thể chọn ra hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 100	0,25
	2) (0,5 điểm)	Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in N$ và $n > 1$). Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên Có $S_n = 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} = (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$ Đặt $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Do $A > 0$ nên $S_n < n-1$ Mặt khác $A < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$	0,25

		$Suy\ ra\ S_n > (n-1) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = n-2 + \frac{1}{n} > n-2\ (\text{do } \frac{1}{n} > 0)$ Do đó $n-2 < S_n < n-1$ nên S_n không là số nguyên.	0,25
--	--	---	------

(Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 7**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-7>