TRƯỜNG THPT CHUYÊN SƠN TÂY
CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC FAMILY

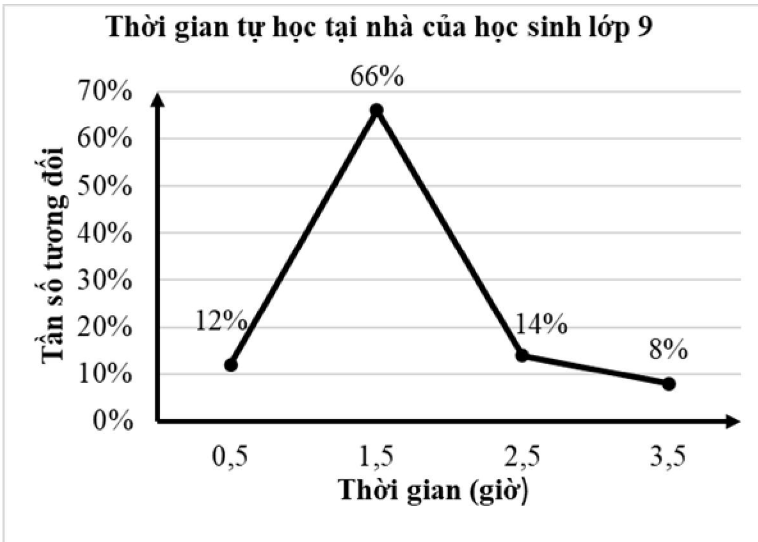
(*Đề thi có 02 trang*)

ĐỀ KHẢO SÁT KIẾN THỨC KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT (LẦN 2)
NĂM HỌC 2025 – 2026

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I. (***1,5 điểm***)

1) Thống kê thời gian tự học ở nhà của 350 học sinh lớp 9 tại một trường THCS ta được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối ghép nhóm với các nhóm $[0;1)$, $[1;2)$, $[2;3)$, $[3;4)$ như sau:



Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm có số học sinh tự học nhiều nhất.

2) Gieo một đồng xu cân đối đồng chất ba lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Có ít nhất hai lần xuất hiện mặt ngửa".

Bài II. (***1,5 điểm***)

Cho hai biểu thức: $A = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{5\sqrt{x}-6}{4-x}$ với $x > 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên.

Bài III. (***2,5 điểm***)

1) Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm 2024-2025, toàn thị xã Sơn Tây có 1900 thí sinh đỗ vào trường THPT gồm THPT chuyên và THPT không chuyên. Biết rằng trong đó có 61 thí sinh đạt tổng điểm xét tuyển ba môn từ $44,0$ điểm trở lên thì trường THPT chuyên đạt tỉ lệ 15% và trường THPT không chuyên đạt tỉ lệ 1%. Hãy tính số thí sinh của thị xã đỗ vào mỗi trường: THPT chuyên và THPT không chuyên trong kỳ thi này.

2) Năm 2025, nhân kỷ niệm 135 năm ngày sinh của Chủ tịch Hồ Chí Minh, Lan và gia đình vào thăm quê Bác trên một chuyến xe du lịch từ Hà Nội đến Nghệ An cách nhau 336 km trong một thời gian đã định. Đi được 1 giờ 30 phút thì xe nghỉ, nhưng vì thời gian nghỉ quá 30 phút so với dự định nên để đến nơi đúng thời gian đã định, xe phải tăng tốc thêm 7 km mỗi giờ. Tính vận tốc lúc đầu của xe. (*Giả định xe đi luôn tuân thủ luật giao thông và đảm bảo an toàn*).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - mx + 3 = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ và hai nghiệm của phương trình này là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Tính cạnh huyền của tam giác vuông đó.

Bài IV. (*4,0 điểm*)

1) Lương Thế Vinh nổi tiếng là thần đồng, học có phương pháp, vừa học vừa lao động, vui chơi giải trí và được mệnh danh là "Trạng Lường". Trong một lần chơi đá "bóng bưởi" cùng các bạn, bóng bị rơi xuống một cái hố sâu và hẹp, Lương Thế Vinh cùng các bạn dùng nón múc nước đổ xuống hố cho đến khi bóng nổi lên.

a) Biết nón có đường kính vành nón là 40 cm và chiều cao là 20 cm. Tính thể tích của nón.

b) Để lấy được bóng, Lương Thế Vinh cùng các bạn phải mất 10 lần đổ nón nước vào hố. Sau khi bóng được lấy lên, mặt nước trong hố cách mặt đất 20 cm. Tính độ sâu của hố biết hố có dạng hình trụ đường kính 20 cm và lượng nước dâng lên trong hố sau mỗi lần đổ một nón nước chỉ bằng 60% thể tích của nón. (*Giả định lượng nước mỗi lần đổ vào hố là như nhau và trong quá trình đổ nước lấy bóng, lượng nước thấm vào đất là không đáng kể*).

(*Lấy* $\pi \approx 3{,}14$ *và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).

2) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại trực tâm H.

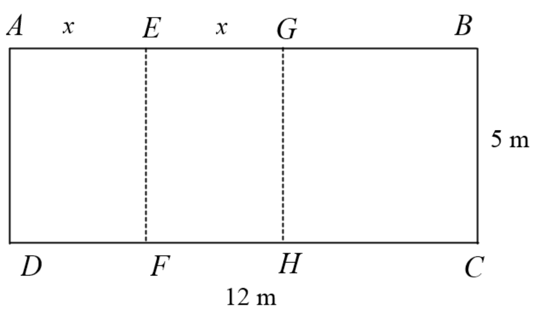
a) Chứng minh bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc một đường tròn.

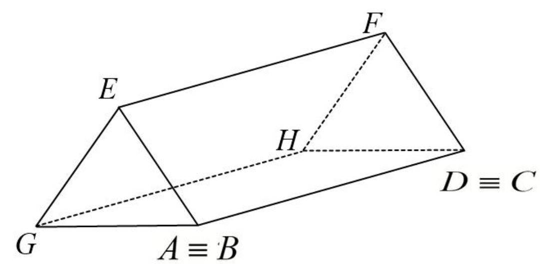
b) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC, K là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF. Chứng minh FB là tia phân giác của góc DFK và $KD.KM = KE.KF$.

c) Chứng minh MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KDF.

Bài V. (*0,5 điểm*)

Bạn Hoa đi dã ngoại đã chuẩn bị một cái bạt hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 12$ m và chiều rộng $BC = 5$ m để dựng thành một chiếc lều dạng hình lăng trụ đứng tam giác gồm hai mái lều và đáy lều. Biết hai điểm E và G nằm trên cạnh AB sao cho $AE = EG = x$(m). Tìm x để thể tích không gian trong lều là lớn nhất.





------------------**Hết**------------------

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:..

Họ và tên của cán bộ coi thi:..Chữ ký của cán bộ coi thi:..........................

TRƯỜNG THPT CHUYÊN SƠN TÂY
CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC FAMILY

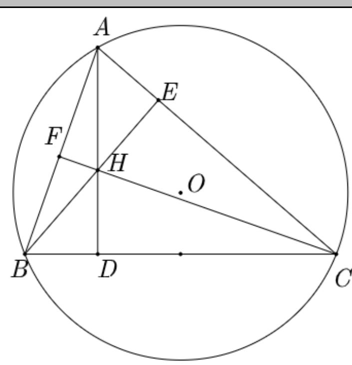
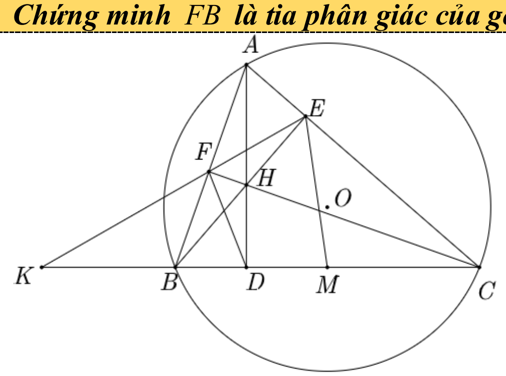
ĐỀ KHẢO SÁT KIẾN THỨC KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT (LẦN 2)
NĂM HỌC 2025 – 2026

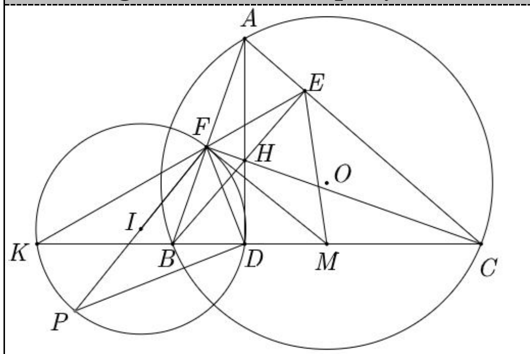
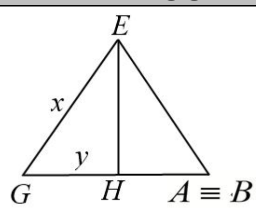
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(gồm 04 trang)

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài I *1,5 điểm*	***1) Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm có số học sinh tự học nhiều nhất.***	**0,75**
	Nhóm có số học sinh tự học nhiều nhất là nhóm $[1;2)$ có giá trị đại diện là $1,5$;	0,25
	Nhóm này có tần số tương đối ghép nhóm là 66%;	0,25
	Và tần số ghép nhóm là: $\dfrac{350.66\%}{100\%} = 231$ (học sinh).	0,25
	2) Tính xác suất của biến cố A: "Có ít nhất hai lần xuất hiện mặt ngửa".	**0,75**
	Không gian mẫu là: $\Omega = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN\}$ nên $n(\Omega) = 8$. Vì đồng xu cân đối đồng chất nên các kết quả có thể trên là đồng khả năng.	0,25
	Kết quả thuận lợi của biến cố A: "Có ít nhất hai lần xuất hiện mặt ngửa" là: $\{SNN; NSN; NNS; NNN\}$ nên $n(A) = 4$.	0,25
	Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.	0,25
Bài II *1,5 điểm*	***1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.***	**0,5**
	Thay $x = 16$ (thoả mãn điều kiện) vào biểu thức A, ta được:	0,25
	$A = \dfrac{16-2}{\sqrt{16}} = \dfrac{14}{4} = \dfrac{7}{2}$.	0,25
	2) Chứng minh $B = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.	**0,5**
	Với điều kiện $x > 0, x \neq 4$, ta có: $B = \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{5\sqrt{x}-6}{4-x} = \dfrac{(2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \dfrac{5\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \dfrac{2x-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \dfrac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ (đpcm).	0,25
	3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên.	**0,5**
	Với điều kiện $x > 0, x \neq 4$, ta có: $P = AB = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{2(x-2)}{\sqrt{x}+2}$.	0,25
	Ta xét các trường hợp: **TH1:** Với $x = 2$ (thỏa mãn điều kiện) thì $P = 0$. Do đó $x = 2$ (thỏa mãn). **TH2:** Với x nguyên dương, $x \neq 2$, $x \neq 4$ và x không là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số vô tỉ. Khi đó: $2(x-2)$ là số nguyên khác 0, $\sqrt{x}+2$ là số vô tỉ thì $P = \dfrac{2(x-2)}{\sqrt{x}+2}$ là số vô tỉ (không thỏa mãn). **TH3:** Với x nguyên dương, $x \neq 2$, $x \neq 4$ và x là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số nguyên.	0,25

	Ta có: $P = \dfrac{2(x-2)}{\sqrt{x}+2} = 2\sqrt{x} - 4 + \dfrac{4}{\sqrt{x}+2}$. Khi đó $2\sqrt{x}-4$ và $\sqrt{x}+2$ là các số nguyên. Nên P có giá trị nguyên khi $\dfrac{4}{\sqrt{x}+2}$ có giá trị nguyên, khi $\sqrt{x}+2$ là một ước nguyên của 4: $\sqrt{x}+2 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$. Mà $\sqrt{x}+2 > 2$ và $\sqrt{x}+2 \neq 4$ với $x > 0, x \neq 4$. Nên không có giá trị nào của x thỏa mãn. Vậy với $x = 2$ (thỏa mãn điều kiện) thì P có giá trị nguyên.	
Bài III ***2,5 điểm***	***1) Hãy tính số thí sinh của thị xã đỗ vào mỗi trường: THPT chuyên và THPT không chuyên trong kỳ thi này.***	**1.0**
	Gọi số thí sinh đỗ vào trường THPT chuyên và trường THPT không chuyên lần lượt là x và y (thí sinh) ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1900$).	0,25
	Tổng số thí sinh đỗ vào trường THPT là 1900 nên ta có phương trình: $x + y = 1900$. Trong số 61 thí sinh đạt tổng điểm xét tuyển ba môn từ $44,0$ điểm trở lên thì trường THPT chuyên đạt tỉ lệ 15% và trường THPT không chuyên đạt tỉ lệ 1% nên ta có phương trình: $15\% x + 1\% y = 61$ hay $0,15x + 0,01y = 61$.	0,25
	Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1900 \\ 0,15x + 0,01y = 61 \end{cases}$.	0,25
	Giải hệ phương trình ta được: $x = 300$, $y = 1600$ (thỏa mãn). Vậy số thí sinh đỗ vào trường THPT chuyên và THPT không chuyên lần lượt là 300 và 1600 (thí sinh).	0,25
	2) Tính vận tốc lúc đầu của xe.	**1,0**
	Gọi vận tốc lúc đầu của xe là x (km/h), điều kiện: $x > 0$; Thì thời gian dự định xe đi hết quãng đường là: $\dfrac{336}{x}$ (giờ).	0,25
	Đổi: 1 giờ 30 phút $= 1,5$ giờ; 30 phút $= 0,5$ giờ. Quãng đường lúc đầu xe đi trong 1 giờ 30 phút là: $1,5x$ (km). Quãng đường còn lại xe phải tăng tốc là: $336 - 1,5x$ (km). Vận tốc xe sau khi tăng tốc là: $x + 7$ (km/h). Thời gian xe đi hết quãng đường còn lại là: $\dfrac{336 - 1,5x}{x+7}$ (giờ).	0,25
	Ta có phương trình: $\dfrac{336}{x} = 1,5 + 0,5 + \dfrac{336 - 1,5x}{x+7}$. $0,5x^2 + 14x - 2352 = 0$ hay $x^2 + 28x - 4704 = 0$.	0,25
	Giải phương trình ta được $x_1 = 56$ (thỏa mãn), $x_2 = -84$ (không thỏa mãn). Vậy vận tốc lúc đầu của xe là 56 km/h.	0,25
	3) Tính cạnh huyền của tam giác vuông đó.	**0,5**
	Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2. Giả sử $x_1 = \dfrac{5 - \sqrt{13}}{2}$. Áp dụng định lí Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m & (1) \\ x_1 x_2 = 3 & (2) \end{cases}$.	0,25
	Từ (2) suy ra $x_2 = \dfrac{3}{x_1} = 3 : \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} = \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$. Thay vào (1) ta được $m = x_1 + x_2 = \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} + \dfrac{5+\sqrt{13}}{2} = 5$.	0,25

	Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông nên cạnh huyền của tam giác vuông đó có độ dài là: $\sqrt{x_1^2+x_2^2}=\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2}=\sqrt{5^2-2.3}=\sqrt{19}$. Vậy cạnh huyền của tam giác vuông đó có độ dài là $\sqrt{19}$.	
Bài IV ***4,0 điểm***	***1)***	**1,0**
	a) Biết nón có đường kính vành nón là 40 cm và chiều cao là 20 cm. Tính thể tích của nón.	**0,5**
	Bán kính vành nón là: $R=\dfrac{40}{2}=20$ (cm).	0,25
	Thể tích của nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h\approx\dfrac{1}{3}\cdot 3{,}14\cdot 20^2\cdot 20\approx 8373\left(\text{cm}^3\right)$.	0,25
	b) Tính độ sâu của hố.	**0,5**
	Bán kính hố là: $r=\dfrac{20}{2}=10$ (cm).	0,25
	Thể tích nước trong hố sau khi bóng được lấy lên bằng $10.60\%=6$ (lần) thể tích nón. Gọi độ sâu của hố là h' (cm) thì ta có: $\pi r^2\left(h'-20\right)=6V$. Nên độ sâu của hố là: $h'=\dfrac{6V}{\pi r^2}+20\approx\dfrac{6.8373}{3{,}14.10^2}+20\approx 160+20=180$ (cm). ***Chú ý: Bài toán có thể tính độ sâu của hố chính xác như sau:*** $h'=\dfrac{6V}{\pi r^2}+20=\dfrac{6\cdot\frac{1}{3}\pi R^2h}{\pi r^2}+20=\dfrac{2.20^2.20}{10^2}+20=160+20=180$ (cm).	0,25
	2)	**3,0**
	a) Chứng minh bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc một đường tròn.	**1,0**
	 *Vẽ hình đúng đến ý a)*	0,25
	$\widehat{ADC}=90^\circ$, suy ra ba điểm A, D, C thuộc đường tròn đường kính AC.	0,25
	$\widehat{AFC}=90^\circ$, suy ra ba điểm A, F, C thuộc đường tròn đường kính AC.	0,25
	Vậy bốn điểm A, F, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC. (1)	0,25
	b) Chứng minh FB là tia phân giác của góc DFK và $KD.KM=KE.KF$.	**1,5**
	Chứng minh FB là tia phân giác của góc DFK.	**1,0**
	 Từ (1) suy ra $\widehat{BFD}=\widehat{BCA}$ (cùng bù với $\widehat{AFD}$). (2)	0,25
	Chỉ ra tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn đường kính BC tâm M. (3)	0,25
	Suy ra $\widehat{BFK}=\widehat{BCA}$ (cùng bù với $\widehat{BFE}$).	0,25
	Suy ra: $\widehat{BFD}=\widehat{BFK}$ nên FB là tia phân giác của góc DFK (đpcm). (4)	0,25
	Chứng minh $KD.KM=KE.KF$.	**0,5**
	Từ (4) suy ra $\widehat{KFD}=2\widehat{BFD}$. Từ (3) suy ra $\widehat{BME}=2\widehat{BCE}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung) hay	0,25

	$\widehat{KME} = 2\widehat{BCA}$. Kết hợp (2) suy ra $\widehat{KFD} = \widehat{KME}$.	
	Do đó ΔKDF đồng dạng với ΔKEM (g-g). Suy ra $\dfrac{KD}{KE} = \dfrac{KF}{KM}$ hay $KD.KM = KE.KF$ (đpcm).	0,25
	c) Chứng minh MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KDF.	**0,5**
	 Từ (3) suy ra tam giác MBF cân tại M. Nên $\widehat{MFB} = \widehat{MBF}$. Mà: $\begin{cases} \widehat{MFB} = \widehat{MFD} + \widehat{BFD} \\ \widehat{MBF} = \widehat{BKF} + \widehat{BFK} \end{cases}$. Kết hợp (4) suy ra $\widehat{MFD} = \widehat{BKF}$ hay $\widehat{MFD} = \widehat{DKF}$.	0,25
	Giả sử tam giác KDF nội tiếp đường tròn tâm I có đường kính FP. Ta có: $\widehat{DKF} = \widehat{DPF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung) nên $\widehat{MFD} = \widehat{DPF}$. Suy ra $\widehat{MFI} = \widehat{MFD} + \widehat{DFP} = \widehat{DPF} + \widehat{DFP} = 180° - \widehat{FDP} = 180° - 90° = 90°$ ($\widehat{FDP}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Do đó MF vuông góc với bán kính IF của đường tròn tâm I tại F. Vậy MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác KDF (đpcm).	0,25
Bài V ***0,5 điểm***	***Tìm x để thể tích không gian trong lều là lớn nhất.***	**0,5**
	 Thể tích không gian trong lều là: $V = S_{\Delta EGB} BC = 5S_{\Delta EGB}$. Để thể tích không gian trong lều là lớn nhất thì $S_{\Delta EGB}$ lớn nhất.	0,25
	Tam giác EGB cân tại E vì $EG = EA = x$. Gọi H là trung điểm của BG thì EH là đường cao của tam giác EGB. Đặt $BG = 2y$ (m), $(0 < y < x)$ thì $HG = \dfrac{1}{2}BG = y$. $2x = AG = AB - BG = 12 - 2y$ nên $x = 6 - y$. Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác vuông HGE vuông tại H, ta có: $EH^2 = EG^2 - HG^2 = x^2 - y^2 = (6-y)^2 - y^2 = 36 - 12y$. Suy ra $EH = \sqrt{36-12y}\,(0 < y < 3)$. Ta có: $S_{\Delta EGB} = \dfrac{1}{2}BG.EH = y\sqrt{36-12y} = \sqrt{36y^2 - 12y^3}$ $= \sqrt{-12(y^3 - 3y^2 + 4) + 48} = \sqrt{-12(y^2 - 4y + 4)(y+1) + 48}$ $= \sqrt{-12(y-2)^2(y+1) + 48}$. Với $y > 0$ thì $(y-2)^2 \geq 0$ và $y + 1 > 0$ nên $S_{\Delta EGB} \leq \sqrt{48}$. Do đó $S_{\Delta EGB}$ đạt giá trị lớn nhất tại $y = 2$ (thỏa mãn). Khi đó $x = 6 - y = 4$ (thỏa mãn). Vậy với $x = 4$ thì thể tích không gian trong lều là lớn nhất.	0,25

Chú ý khi chấm:

- *Học sinh trình bày cách làm khác nếu đúng thì vẫn cho điểm theo thang điểm tương ứng.*
- *Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.*