

TÀI LIỆU HỌC THÊM MÔN TOÁN 8
SÁCH CÁNH DIỀU
HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2025 - 2026

PHẦN I
ĐẠI SỐ

2. Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm

a) Xác suất lí thuyết

- Xác suất của biến cố A được kí hiệu là $P(A)$.

Chữ P là viết tắt của từ *Probability* – “Xác suất”

- Công thức: $P(A) = \frac{n(A)}{n}$ được gọi là xác suất lí thuyết của biến cố A .

Trong đó:

+ $n(A)$: Số kết quả thuận lợi cho biến cố A .

+ n : Số kết quả có thể xảy ra.

- **Ví dụ:** Gieo một con xúc xắc 6 mặt, cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3. Tính xác suất của biến cố A ?

Giải

Có 6 kết quả có thể xảy ra.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{3;6\}$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến

cố A . Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

- **Bài tập tương tự:** Gieo một con xúc xắc 6 mặt, cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố sau

A : “Gieo được mặt có số chấm là số chẵn”

B : “Gieo được mặt có số chấm nhiều hơn 3”

C : “Gieo được mặt có số chấm không vượt quá 2”

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết

- Xác suất thực nghiệm phụ thuộc vào kết quả của dãy phép thử và chỉ được xác định sau khi đã thực hiện dãy phép thử.
- Xác suất lí thuyết có thể xác định trước khi thực hiện phép thử.
- Xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết của cùng một sự kiện (biến cố) không nhất thiết phải bằng nhau. Tuy nhiên, khi thực hiện càng nhiều lần phép thử thì xác suất thực nghiệm càng gần xác suất lí thuyết (dựa theo định luật số lớn).
- **Ví dụ:** Ba bạn A, B, C tung một đồng xu cân đối và đồng chất 20 lần thì được bảng kết quả sau

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
A	9	11
B	12	8
C	7	13

Gọi E là biến cố “đồng xu xuất hiện mặt sấp”

- a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E sau 20 lần tung của từng bạn.
- b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E sau 60 lần tung của cả ba bạn.
- c) Tính xác suất lí thuyết của biến cố E khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với xác suất thực nghiệm ở câu b)

Giải

- a) Xác suất thực hiện của biến cố E sau 20 lần tung đồng xu của bạn A là

$$\frac{9}{20} = 0,45$$

Xác suất thực hiện của biến cố E sau 20 lần tung đồng xu của bạn B là

$$\frac{12}{20} = 0,6$$

Xác suất thực hiện của biến cố E sau 20 lần tung đồng xu của bạn C là

$$\frac{7}{20} = 0,35$$

- b) Xác suất thực hiện của biến cố E sau 20 lần tung đồng xu của ba bạn là

$$\frac{9+12+7}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15} \approx 0,47$$

- c) Do đồng xu cân đối và đồng chất nên xác suất của biến cố E là

$$P(E) = \frac{1}{2} = 0,5$$

Nhận xét: Khi số lần thực hiện phép thử lớn (60 lần) nên xác suất thực nghiệm của biến cố E gần bằng xác suất lí thuyết (0,47 và 0,5).

- **Bài tập tương tự:** An gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất 120 lần và được kết quả như bảng sau

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	20	24	10	6	18	42

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A : “Gieo được mặt có số chấm là số chẵn” sau 120 lần thực hiện phép thử sau đó so sánh với xác suất lí thuyết của biến cố A ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Sử dụng xác suất để dự báo, ước lượng

- Ví dụ:

- Trước khi Linh tung đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần, bạn Trinh dự đoán sẽ có trên 70 lần xuất hiện mặt sấp còn bạn An dự đoán sẽ có ít hơn 70 lần xuất hiện mặt sấp. Theo em, bạn nào có khả năng dự đoán đúng cao hơn?
- Trong một trang trại nuôi vịt, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng vịt có cân nặng trên 70 gam là 0,52. Hãy ước lượng xem trong một lô 2500 quả trứng của trang trại đó có bao nhiêu quả trứng có cân nặng trên 70 gam?

Giải

- Xác suất xuất hiện mặt sấp là $\frac{1}{2} = 0,5$

Gọi số lần xuất hiện mặt sấp khi Linh tung đồng xu 100 lần là n . Khi đó, xác suất thực nghiệm của biến cố “đồng xu xuất hiện mặt sấp” là $\frac{n}{100}$.

Vì số lần thực hiện phép thử lớn (100 lần) nên xác suất thực nghiệm của biến cố sẽ xấp xỉ bằng xác suất lí thuyết nên: $\frac{n}{100} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow n \approx \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$.

Vậy bạn An có khả năng dự đoán đúng cao hơn.

- Gọi số trứng vịt có cân nặng trên 70 gam là n . Khi đó, xác suất thực nghiệm để một quả trứng vịt có cân nặng trên 70 gam là $\frac{n}{2500}$.

Vì số trứng vịt trong lô là lớn nên xác suất thực nghiệm sẽ xấp xỉ bằng xác suất lí thuyết nên: $\frac{n}{2500} \approx 0,52 \Rightarrow n \approx 0,52 \cdot 2500 = 1300$

Vậy có khoảng 1300 quả trứng vịt trong lô trứng trên có cân nặng trên 70 gam

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A : “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt sấp” trong mỗi trường hợp sau:

- a) Tung một đồng xu 50 lần liên tiếp, có 27 lần xuất hiện mặt sấp.
- b) Tung một đồng xu 50 lần liên tiếp, có 24 lần xuất hiện mặt ngửa.

Bài 2. Bạn Nhi gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất 120 lần liên tiếp và ghi lại mặt xuất hiện của xúc xắc sau mỗi lần gieo.

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	18	21	19	22	23	17

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau

- a) A : “Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn”
- b) B : “Mặt xuất hiện có số chấm là số nguyên tố”
- c) C : “Mặt xuất hiện có số chấm không nhỏ hơn 3”

Bài 3. Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương không vượt quá 5, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ đã lấy ra và bỏ lại vào trong hộp. (học sinh tự thực hiện sau đó điền kết quả vào bảng sau)

Số thẻ	1	2	3	4	5
Số lần					

- a) Sau 40 lần lấy thẻ liên tiếp, hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau
 A : “Thẻ lấy ra ghi số chẵn”
 B : “Thẻ lấy ra ghi số lẻ”
- b) Tính xác suất lí thuyết của biến cố A và B .
- c) So sánh xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm của hai biến cố. Khi nào thì xác suất thực nghiệm xấp xỉ bằng xác suất lí thuyết?

Bài 4. Một hộp chứa 8 viên bi cùng màu, cùng kích thước và khối lượng, được đánh số 5; 7; 9; 10; 12; 14; 19; 25. Chọn ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp. Hãy nêu các kết quả thuận lợi và tính xác suất lí thuyết cho mỗi biến cố sau

- a) A : “Số ghi trên quả bóng lấy ra là số có hai chữ số”
- b) B : “Số ghi trên quả bóng lấy ra là số chính phương”

Bài 5. Đặt úp 5 lá bài 10, J , Q , K , A có mặt sau giống nhau lên bàn. Bốc ngẫu nhiên một trong 5 lá bài đó. Tính xác suất của các biến cố sau

- a) A : “Lá bài được chọn là một trong các lá J , Q , K ”.
- b) B : “Lá bài được chọn ghi số chia hết cho cả 2 và 5”.

Bài 6. Trong hộp chứa một số viên bi màu xanh và một số viên bi màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Tổng số bi là 40 viên. Chọn ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Xét các biến cố

A: “Viên bi lấy ra có màu xanh”

B: “Viên bi lấy ra có màu đỏ”

Biết $P(A) = 3 \cdot P(B)$. Hãy tìm số viên bi màu xanh có trong hộp?

Bài 7. Số học sinh nam và nữ của khối 8 trường THCS Nguyễn Du được cho như bảng sau

Lớp	8A	8B	8C	8D	8E
Nam	15	16	15	17	15
Nữ	16	18	17	16	15

Trong buổi văn nghệ dành riêng cho khối 8, giáo viên chọn gặ ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất của các biến cố

A: “Học sinh được chọn là nữ học lớp 8A”

B: “Học sinh được chọn học lớp 8C”

C: “Học sinh được chọn là nữ”

D: “Học sinh được chọn là nam”

Bài 8. Mật khẩu mở điện thoại là một dãy số gồm 6 số. Bạn An nhập đúng 5 số đầu nhưng quên mất số cuối cùng. Tính xác suất để An mở được điện thoại.

Bài 9. Một hộp chứa 20 quả bóng màu xanh và một số quả bóng màu đỏ. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp. Biết xác suất của biến cố “*Quả bóng lấy ra có màu xanh*” là 0,4. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu đỏ?

Bài 10. Bạn Thảo gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất 100 lần và ghi lại vào bảng sau

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	16	17	18	14	17	18

Hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố

A: “Gieo được mặt 3 chấm”

B: “Gieo được mặt có ít nhất 5 chấm”

C: “Gieo được mặt có không quá 3 chấm”

D: “Gieo được mặt có số chấm là bội của 2”

E: “Gieo được mặt có số chấm là ước của 3”

Bài 11. Một hộp chứa 18 viên bi màu trắng và một số viên bi màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi, xem màu rồi trả lại hộp. Bạn An lặp lại thử nghiệm đó 100 lần thì thấy có 35 lần lấy được viên bi màu trắng. Hỏi trong hộp có khoảng bao nhiêu viên bi màu đỏ?

Bài 12. Trong hộp kín có chứa một số viên bi cùng kích thước và khối lượng, được đánh số từ 1 cho đến hết. Bạn Nhi lấy ra ngẫu nhiên một viên, xem số rồi trả lại vào trong hộp. Nhi lặp lại thí nghiệm đó 200 lần thì thấy có 40 lần lấy được viên bi ghi số có một chữ số. Hỏi trong hộp có khoảng bao nhiêu viên bi?

Bài 13. Khi xét nghiệm máu cho 120 người thì thấy có 55 người có nhóm máu O . Gọi A là biến cố “*Một người được lựa chọn ngẫu nhiên ở khu vực có nhóm máu O* ”

a) Hãy ước lượng xác suất của biến cố A .

b) Dân số của khu vực xét nghiệm là 15000 người. Hỏi trong khu vực đó có khoảng bao nhiêu người có nhóm máu O ?

Bài 14. Một hộp kín có chứa một số quả bóng xanh và đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Trinh lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp, xem màu rồi trả lại vào trong hộp. Trinh lặp lại phép thử 200 lần thì thấy có 62 lần lấy được quả bóng màu xanh và 138 lần lấy được quả bóng màu đỏ.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “*lấy được quả bóng màu xanh*” sau 200 lần thử.

b) Biết số bóng màu xanh trong hộp là 20, hãy ước lượng số bóng màu đỏ có trong hộp.

Bài 15. Ở một sân bay, người ta nhận thấy với mỗi chuyến bay, xác suất tất cả mọi người mua vé đều có mặt để lên máy bay là 0,9 (có một số người tự ý bỏ chuyến). Trong một ngày sân bay đó có 120 lượt máy bay cất cánh. Hãy ước lượng số chuyến bay trong ngày hôm đó có người mua vé nhưng không lên máy bay?

Bài 16. Ở một trang trại nuôi gà, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng gà có cân nặng trên 42 gam là 0,4. Hãy ước lượng xem trong một lô 2000 quả trứng gà của trang trại đó có khoảng bao nhiêu quả trứng có cân nặng trên 42 gam?

Bài 17. Một hộp chứa các viên bi màu trắng và đen có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Ngân lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thí nghiệm đó 80 lần, Ngân thấy có 24 lần lấy được viên bi màu trắng.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “*Lấy được viên bi màu đen*” sau 80 lần thử nghiệm.

b) Biết trong hộp có 10 viên bi. Hãy ước lượng trong hộp có bao nhiêu viên bi màu trắng?

Bài 18. Thống kê số vụ tai nạn giao thông của tháng 9 của một thành phố A thu được kết quả như bảng sau

Số vụ tai nạn giao thông trong 1 ngày	0	1	2	3	4	>4
Số ngày	4	7	9	6	2	2

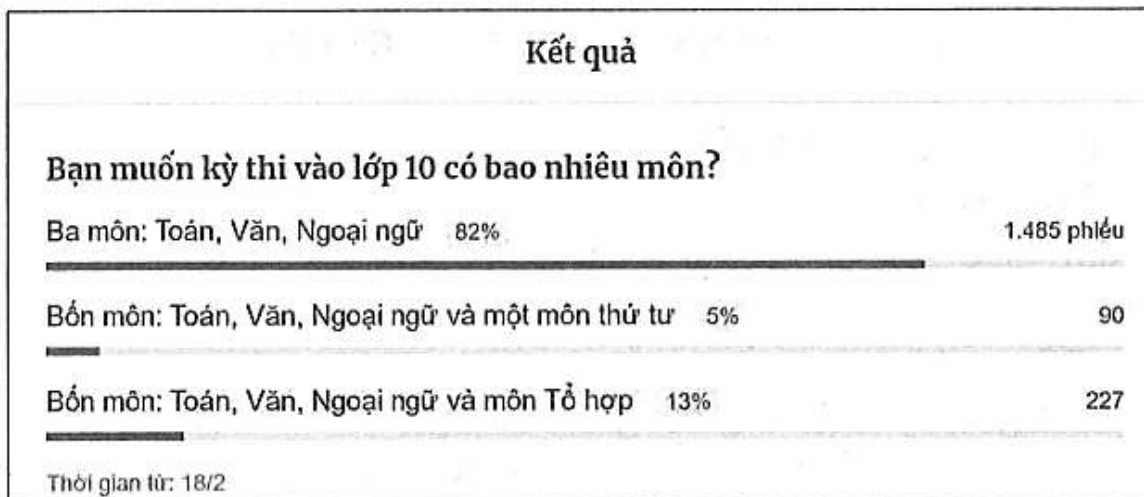
- a) Tính xác suất biến cố một ngày có ít hơn 3 vụ tai nạn.
- b) Tính xác suất một ngày có nhiều hơn 3 vụ tai nạn.
- c) Hãy dự đoán xem trong 3 tháng 10, 11, 12 tại thành phố A
 - c.1) Có bao nhiêu ngày có nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông?
 - c.2) Có bao nhiêu ngày không xảy ra tai nạn giao thông?

Bài 19. Sở du lịch Gia Lai đã thống kê được số lượt khách đến tham quan Biển Hồ trong một năm qua như sau

Tháng	1–2	3–4	5–6	7–8	9–10	11–12
Lượt khách	139	188	145	120	118	112

- a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E : “Khách đến tham quan Biển Hồ trong tháng 7 và tháng 8”
- b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố F : “Khách đến tham quan Biển Hồ trong khoảng thời gian từ tháng 7 đến tháng 12”
- c) Giả sử năm tới có 1145 lượt khách đến tham quan Biển Hồ. Em hãy dự đoán
 - c.1) Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan Biển Hồ trong tháng 7 và tháng 8?
 - c.2) Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan Biển Hồ trong khoảng thời gian từ tháng 7 đến tháng 12?

Bài 20. Liên quan đến kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 tại thành phố Hà Nội, Vnexpress.net đã lấy ý kiến độc giả và thu được kết quả như sau:



- Tính xác suất biến cố người cho ý kiến thi 4 môn.
- Theo thống kê của Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, tính đến học kỳ II năm học 2021–2022, toàn thành phố có 659 trường trung học cơ sở với hơn 522000 học sinh. Hãy ước tính số học sinh cho ý kiến thi 3 môn trong đợt thi tuyển sinh vào 10 dựa vào tỉ lệ trên.

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN
---	--

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Phương trình một ẩn

- Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của biến x .

- **Ví dụ:** $5 - 2x = 12x + 1$

- Ngoài ra, còn có phương trình bậc nhất với ẩn khác như:

+ Phương trình bậc nhất ẩn y : $3y - 1 = 5 + y$.

+ Phương trình bậc nhất ẩn t : $15t + 6 = 3t - 2$.

+ Phương trình bậc nhất ẩn z : $-3z + 4 = 2 + z$

...

- **Bài tập tương tự 1:** Em hãy lấy 3 ví dụ về phương trình bậc nhất một ẩn.

.....

.....

.....

- **Chú ý:** Phương trình $x + \frac{1}{x} = 3$; $2x^2 - x + 1 = 5$; $\frac{1}{3}x^2 - y = 5x + 2$ không phải là phương trình bậc nhất một ẩn.

- **Bài tập tương tự 2:** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất 1 ẩn?

$x^2 - 9 = 0$; $\sqrt{x} - x = 3$; $2x - 5 = 3x$; $-4xy + 5 = 7y$; $\frac{-3}{x} + 4 = 2x - 1$; $10 - 3x = 0$; $x = 7$;

.....

.....

.....

2. Nghiệm của phương trình

- Số x_0 là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu $A(x_0) = B(x_0)$.

- Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó. Kí hiệu $S = \{x_1; x_2; \dots\}$

- **Ví dụ:** Trong các số $x = 3$; $x = -1$ số nào là nghiệm của phương trình $2x - 5 = -x + 4$?

Giải

Với $x = 3$, ta có: $2 \cdot 3 - 5 = 1$ và $-3 + 4 = 1$. Vậy $x = 3$ là nghiệm của phương trình.

Với $x = -1$, ta có: $2 \cdot (-1) - 5 = -7$ và $-(-1) + 4 = 5$. Vậy $x = -1$ không là nghiệm của phương trình.

- **Bài tập tương tự:** Trong các số $x = -2$; $x = 5$ số nào là nghiệm của phương trình $2x + 9 = 3 - x$?

.....

.....

.....

.....

3. Phương trình bậc nhất một ẩn

- Phương trình dạng $ax + b = 0$ với $a; b$ là hai số cho trước và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn. Phương trình $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$.

- **Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn:**

+ Sử dụng quy tắc chuyển vế để đưa các hạng tử chứa ẩn về một vế; các hạng tử tự do về vế còn lại.

+ Thu gọn hai vế và giải ra nghiệm x .

+ Kết luận tập nghiệm của phương trình.

- **Ví dụ:** Giải phương trình

a) $2x + 4 = 0$;

b) $3 - \frac{2}{5}x = 0$;

c) $2x - 3 = 3x - 5$;

Giải

<p>a)</p> $2x + 4 = 0$ $2x = 0 - 4$ $2x = -4$ $x = \frac{-4}{2}$ $x = -2$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2\}$</p>	<p>b)</p> $3 - \frac{2}{5}x = 0$ $-\frac{2}{5}x = 0 - 3$ $-\frac{2}{5}x = -3$ $x = -3 : \frac{-2}{5}$ $x = \frac{15}{2}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{15}{2} \right\}$</p>	<p>c)</p> $2x - 3 = 3x - 5$ $2x - 3x = -5 + 3$ $-1x = -2$ $x = \frac{-2}{-1}$ $x = 2$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$</p>
---	---	--

- Bài tập tương tự: Giải phương trình

a) $-3x + 5 = 0$; b) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}x = 0$; c) $x - 1 = 2x + 7$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Phương trình đưa về phương trình bậc nhất một ẩn

- Với các phương trình chứa mẫu, ta tiến hành quy đồng mẫu hai vế sau đó nhân cả hai vế cho mẫu chung để khử mẫu và giải.

- Ví dụ: Giải phương trình

a) $2x - (3 - 5x) = 4(x + 3)$; b) $(x + 1)(x + 9) = (x + 3)(x + 5)$;

c) $\frac{x + 5}{2} + \frac{3 - 2x}{4} = x - \frac{7 + x}{6}$;

Giải

a)

$$2x - (3 - 5x) = 4(x + 3)$$

$$2x - 3 + 5x = 4x + 12$$

$$2x + 5x - 4x = 12 + 3$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$

b)

$$(x + 1)(x + 9) = (x + 3)(x + 5)$$

$$x^2 + 9x + 1x + 9 = x^2 + 5x + 3x + 15$$

$$x^2 + 10x + 9 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 10x - x^2 - 8x = 16 - 9$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

(1) $\frac{1}{5x} - 2 = 3x$; (2) $\sqrt{x} = 7$; (3) $2y + 1 = 7x - 2$;

(4) $-3x^2 + 6x - 1 = 0$; (5) $-\frac{1}{2}xy = 5x + 2$; (6) $y = 12$;

(7) $3t^2 - 5 = 0$; (8) $2t + \frac{1}{3} = -t + 4$; (9) $5z - 3 = -z + 1$;

Bài 2. $x = 3$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

(1) $-3x + 9 = 0$; (2) $8x - 16 = 0$; (3) $6x - 9 = 5x + 6$;

(4) $x - 4 = \frac{4x - 14}{2}$; (5) $\frac{5x - 2}{7} = \frac{3 - 2x}{3}$; (6) $(2x - 6)(x + 1) = 2x + 2$;

Bài 3. Giải phương trình

(1) $-3x + 9 = 0$; (2) $-x + 5 = 0$; (3) $13 = 3 - 5x$;

(4) $\frac{1}{4}x - 2 = 0$; (5) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}x = 0$; (6) $-\frac{5}{8} - \frac{3}{4}x = 0$;

(7) $3 = \frac{12}{5} - x$; (8) $-x + \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$; (9) $\frac{4}{5} - x = \frac{3}{2}$;

Bài 4. Giải phương trình

(1) $4x - 3 = 2x + 1$; (2) $-2x + 3 = 2 + x$;

(3) $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{3}{7}x - 5$; (4) $-\frac{1}{4}(x + 4) + 1 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$;

(5) $2 - \frac{1}{4}x = \frac{5}{2}x - 1$; (6) $-\frac{1}{2}(2x + 1) + \frac{1}{2} = x - 1$;

(7) $2(x - 3) - (3x - 5) = 0$; (8) $23 - 3(2x - 1) = 5(3 - x)$;

(9) $\frac{x}{3} - 5(2x + 1) = 2(3 - x)$; (10) $(5x + 2) - 4(3x + 1) = -2x + 8$;

(11) $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}\left(3x - \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{3} + 2$; (12) $-3(x - 2) - (x + 1) = 5x - 4$;

(13) $\frac{4}{5} - \left(x - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}(x + 1)$; (14) $5 - (6 - x) = 4(3 - 2x)$;

(15) $5(x - 3) - 4 = 2(x - 1) + 7$; (16) $2\left(\frac{3}{10}x - \frac{1}{8}\right) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right) - \frac{2x}{5}$;

Bài 5. Giải phương trình

(1) $(x + 5)(2x - 1) = (2x - 3)(x + 1)$; (2) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = 6x + 18$;

(3) $(3x - 1)(x + 3) = (2 - x)(5 - 3x)$; (4) $(x + 1)(2x - 3) - 3(x - 2) = 2(x - 1)^2$;

(5) $(x + 5)(x - 5) - (x - 2)^2 = -5$;

(6) $2x(x + 2)^2 - 8x^2 = 2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$; (7) $(x - 2)^3 + (3x - 1)(3x + 1) = (x + 1)^3$;

(8) $(x + 1)(2x - 3) = (2x - 1)(x + 5)$;

$$(9) (x-1)^3 - x(x+1)^2 = 5x(2-x) - 11(x+2); \quad (10) (x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2;$$

$$(11) (x+3)^2 - 3x = (x+2)^3 + 1;$$

$$(12) (x+1)(x^2 - x + 1) - 2x = x(x+1)(x-1);$$

Bài 6. Giải phương trình

$$(1) \frac{2x-6}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6x+9}{3} - 2;$$

$$(2) \frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} = -2;$$

$$(3) \frac{x}{20} - \frac{x-10}{25} = -3;$$

$$(4) \frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x;$$

$$(5) \frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2};$$

$$(6) \frac{2x-4}{3} - 2x = -\frac{6x+3}{5} + \frac{1}{15};$$

$$(7) \frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10};$$

$$(8) \frac{x}{3} - \frac{5x}{6} - \frac{15x}{12} = \frac{x}{4} - 5;$$

$$(9) \frac{x+5}{2} + \frac{3-2x}{4} = x - \frac{7+x}{6};$$

$$(10) \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{15} - \frac{2x-13}{6} = 0;$$

$$(11) \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{15} - \frac{2x-13}{6} = 0;$$

$$(12) \frac{3x-0,4}{2} + \frac{1,5-2x}{3} = \frac{x+0,5}{5};$$

$$(13) \frac{3(5x-2)}{4} - 2 = \frac{7x}{3} - 5(x-7);$$

$$(14) \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} = \frac{x+7}{15};$$

$$(15) x + \frac{2(x-1)}{3} = \frac{x+2}{-3};$$

$$(16) \frac{3x+1}{2} - x = \frac{2(x-1)}{2} + 1;$$

$$(17) \frac{5(x+2)}{4} + x = \frac{3x-1}{-2} - x;$$

$$(18) \frac{2x-1}{-3} + x + 1 = \frac{x+4}{3} - x;$$

$$(19) \frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} = \frac{x-1}{4};$$

$$(20) \frac{3x-2}{6} - 5 = \frac{3-2(x+7)}{4};$$

$$(21) 2\left(x + \frac{3}{5}\right) = 5 - \left(\frac{13}{5} + x\right);$$

$$(22) \frac{7x}{8} - 5(x-9) = \frac{20x+2}{6};$$

$$(23) 4\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}x\right) = -\frac{5x-6}{3};$$

$$(24) \frac{x+4}{5} - x + 4 = \frac{x}{3} - \frac{x-2}{2};$$

$$(25) \frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5;$$

$$(26) \frac{1}{4}(x+3) = 3 - \frac{1}{2}(x+1) - \frac{1}{3}(x+2);$$

$$(27) \frac{2+x}{5} - 0,5x = \frac{1-2x}{4} + 0,25;$$

$$(28) \frac{2x-8}{6} - \frac{3x+1}{4} = \frac{9x-2}{8} + \frac{3x-1}{12};$$

$$(29) \frac{x+5}{4} - \frac{2x-3}{3} = \frac{6x-1}{3} + \frac{2x-1}{12};$$

$$(30) \frac{3(2x-1)}{4} - \frac{3x+1}{10} + 1 = \frac{2(3x+2)}{5};$$

Bài 7*. Giải phương trình

$$(1) \frac{x-23}{24} + \frac{x-23}{25} = \frac{x-23}{26} + \frac{x-23}{27};$$

HD: Nhận thấy tử của các hạng tử giống nhau nên ta chuyển vế và rút nhóm $(x-23)$ làm nhân tử chung.

$$\frac{x-23}{24} + \frac{x-23}{25} - \frac{x-23}{26} - \frac{x-23}{27} = 0$$

$$(x-23) \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{25} - \frac{1}{26} - \frac{1}{27} \right) = 0$$

Vì $\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{25} - \frac{1}{26} - \frac{1}{27} \right) \neq 0$ nên $x-23=0 \Rightarrow x=23$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{23\}$

$$(2) \frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} = \frac{x+5}{61} + \frac{x+7}{59};$$

HD: Nhận thấy $1+65=3+63=5+61=7+59(=66)$ nên ta cộng 1 vào mỗi hạng tử thì sẽ làm xuất hiện nhân tử chung $x+66$. Vì ta cộng mỗi vế của phương trình cho 2 nên không làm thay đổi phương trình.

$$\frac{x+1}{65} + 1 + \frac{x+3}{63} + 1 = \frac{x+5}{61} + 1 + \frac{x+7}{59} + 1$$

$$\left(\frac{x+1}{65} + \frac{65}{65} \right) + \left(\frac{x+3}{63} + \frac{63}{63} \right) = \left(\frac{x+5}{61} + \frac{61}{61} \right) + \left(\frac{x+7}{59} + \frac{59}{59} \right)$$

$$\frac{x+66}{65} + \frac{x+66}{63} = \frac{x+66}{61} + \frac{x+66}{59}$$

$$\frac{x+66}{65} + \frac{x+66}{63} - \frac{x+66}{61} - \frac{x+66}{59} = 0$$

$$(x+66) \left(\frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} \right) = 0$$

Vì $\left(\frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} \right) \neq 0$ nên $x+66=0 \Rightarrow x=-66$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-66\}$

$$(3) \frac{x+29}{31} + \frac{x+27}{33} = \frac{x+17}{43} + \frac{x+15}{45};$$

$$(4) \frac{1909-x}{91} + \frac{1907-x}{93} + \frac{1905-x}{95} + \frac{1903-x}{97} = -4;$$

$$(5) \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} + 5 = 0;$$

$$(6) \frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} = \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29};$$

$$(7) \frac{x+1}{94} + \frac{x+2}{93} + \frac{x+3}{92} = \frac{x+4}{91} + \frac{x+5}{90} + \frac{x+6}{89};$$

$$(8) \frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006};$$

HD: Nhận thấy $-1-2009 = -2-2008 = -3-2007 = -4-2006 (= -2010)$ nên ta lấy mỗi hạng tử trừ đi 1 thì sẽ làm xuất hiện nhân tử chung $x-2010$. Vì ta trừ mỗi vế của phương trình cho 2 nên không làm thay đổi phương trình.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2009} - 1 + \frac{x-2}{2008} - 1 &= \frac{x-3}{2007} - 1 + \frac{x-4}{2006} - 1 \\ \left(\frac{x-1}{2009} - \frac{2009}{2009}\right) + \left(\frac{x-2}{2008} - \frac{2008}{2008}\right) &= \left(\frac{x-3}{2007} - \frac{2007}{2007}\right) + \left(\frac{x-4}{2006} - \frac{2006}{2006}\right) \\ \frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} &= \frac{x-2010}{2007} + \frac{x-2010}{2006} \\ \frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} - \frac{x-2010}{2007} - \frac{x-2010}{2006} &= 0 \\ (x-2010) \left(\frac{1}{2009} + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2006}\right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \left(\frac{1}{2009} + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2006}\right) \neq 0 \text{ nên } x-2010=0 \Rightarrow x=2010.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2010\}$

$$(9) \frac{x-1}{2015} + \frac{x-3}{2013} = \frac{x-5}{2011} + \frac{x-7}{2009};$$

$$(10) \frac{x-45}{55} + \frac{x-47}{53} = \frac{x-55}{45} + \frac{x-53}{47};$$

$$(11) \frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008};$$

$$(12) \frac{x-1}{59} + \frac{x-2}{58} + \frac{x-3}{57} = \frac{x-4}{56} + \frac{x-5}{55} + \frac{x-6}{54};$$

$$(13) \frac{x-1018}{1001} + \frac{x-13}{1003} + \frac{x+2001}{1005} = 7;$$

$$\text{HD: } \frac{x-1018}{1001} - 1 + \frac{x-13}{1003} - 2 + \frac{x+2001}{1005} - 4 = 0;$$

$$(14) \frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-10}{18} = 15;$$

$$\text{HD: } \frac{x-90}{10} - 1 + \frac{x-76}{12} - 2 + \frac{x-58}{14} - 3 + \frac{x-36}{16} - 4 + \frac{x-10}{18} - 5 = 0;$$

$$(15) \frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0;$$

$$\text{HD: } \frac{x-10}{30} - 3 + \frac{x-14}{43} - 2 + \frac{x-5}{95} - 1 + \frac{x-148}{8} + 6 = 0;$$

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH
---	---

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Dạng 1: Tìm số

- Các bước giải

- + **Bước 1:** Gọi biến số và đặt điều kiện cho biến số.
- + **Bước 2:** Biểu diễn biến số theo yêu cầu của đề bài.
- + **Bước 3:** Lập phương trình và giải.
- + **Bước 4:** Kiểm tra điều kiện và kết luận bài toán.

- Ví dụ:

- a) Tìm hai số. Biết tổng của chúng bằng 100, nếu tăng số thứ nhất lên 2 lần và cộng thêm vào số thứ hai 5 đơn vị thì số thứ nhất gấp 5 lần số thứ hai.
- b) Một số tự nhiên gồm 2 chữ số. Biết tổng của hai chữ số đó bằng 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số đó cho nhau thì ta được một số mới bé hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Giải

- a) Gọi số thứ nhất là x ($x \in \mathbb{Z}$). Vì tổng của hai số bằng 100 nên số thứ hai là $(100 - x)$.

Số thứ nhất lúc sau: $2x$

Số thứ hai lúc sau: $(100 - x) + 5 = 100 - x + 5 = (105 - x)$

Theo đề bài, ta có phương trình: $2x = 5(105 - x)$

Giải phương trình:

$$2x = 5(105 - x)$$

$$2x = 525 - 5x$$

$$2x + 5x = 525$$

$$7x = 525$$

$$x = \frac{525}{7}$$

$$x = 75$$

Vậy số thứ nhất là 75, số thứ hai là $100 - 75 = 25$.

- b) Gọi số tự nhiên có hai chữ số là \overline{ab} ($a, b \in \mathbb{N}; a \neq 0$)

Tổng của hai chữ số bằng 12 nên $a + b = 12 \Rightarrow b = 12 - a$.

Đổi chỗ hai chữ số, ta được số mới là \overline{ba}

Theo đề bài, ta có phương trình

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 18 \Rightarrow (10a + b) - (10b + a) = 18 \Rightarrow 9a - 9b = 18 \Rightarrow a - b = 2$$

Thay $b = 12 - a$ vào $a - b = 2$ ta được phương trình: $a - (12 - a) = 2$

2. Dạng 2: Hình học

- Ví dụ:

a) Chu vi của một khu vườn hình chữ nhật là $42m$. Tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn, biết chiều rộng ngắn hơn chiều dài $3m$.

b) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi $34m$. Nếu tăng chiều rộng thêm $2m$ và giảm chiều dài đi $1m$ thì diện tích khu vườn đó tăng thêm $11m^2$. Tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu?

Giải

a) Gọi chiều dài của khu vườn là $x(m)$. Vì chiều rộng ngắn hơn chiều dài $3m$ nên chiều rộng của khu vườn là: $(x-3)(m)$; $3 < x < 21$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $2 \cdot [x + (x-3)] = 42$

Giải phương trình:

$$2 \cdot [x + (x-3)] = 42$$

$$2(x + x - 3) = 42$$

$$2x - 3 = 21$$

$$2x = 21 + 3$$

$$2x = 24$$

$$x = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

Vậy chiều dài của khu vườn là $12m$; chiều rộng của khu vườn là $12 - 3 = 9m$.

b) Nửa chu vi của khu vườn bằng: $\frac{34}{2} = 17m$.

Gọi chiều dài của khu vườn là $x(m)$; $0 < x < 17$. Chiều rộng của khu vườn là $(17-x)(m)$

Diện tích ban đầu của khu vườn: $x \cdot (17-x)(m^2)$

Chiều rộng lúc sau: $(17-x) + 2 = (19-x)(m)$

Chiều dài lúc sau: $(x-1)(m)$

Diện tích lúc sau của khu vườn: $(19-x) \cdot (x-1)(m^2)$

Theo đề bài, ta có phương trình: $(19-x) \cdot (x-1) - x \cdot (17-x) = 11$

Giải phương trình:

$$(19-x) \cdot (x-1) - x \cdot (17-x) = 11$$

$$19x - 19 - x^2 + 1x - 17x + x^2 = 11$$

$$3x = 11 + 19$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

Vậy chiều dài của khu vườn là $10m$; chiều rộng của khu vườn là $17 - 10 = 7m$.

3. Dạng 3: Chuyển động

- Chú ý:

$$(1) \text{ Công thức } v = s \cdot t \Rightarrow \begin{cases} s = v \cdot t \\ t = \frac{s}{v} \end{cases}$$

(2) Khi giải toán phải đổi các đơn vị về cùng một hệ

$$\begin{cases} s(m) \\ t(s) \\ v(m/s) \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} s(km) \\ t(h) \\ v(km/h) \end{cases}$$

(3) Bài toán thuyền xuôi dòng, ngược dòng: $v_{xuôi} = v + v_{nuoc}; \quad v_{ngược} = v - v_{nuoc}$

v : là tốc độ riêng của thuyền.

v_{nuoc} : là tốc độ chảy của nước.

- Ví dụ:

a) Một người đi ô tô từ A đến B với tốc độ 45 km/h . Khi đến B , người đó nghỉ 30 phút rồi quay về A với tốc độ 40 km/h . Tính quãng đường AB , biết tổng thời gian đi, thời gian về và thời gian nghỉ là 4 giờ 45 phút.

b) Một cano đi xuôi dòng từ A đến B hết 1 giờ 20 phút và đi ngược dòng từ B về A hết 2 giờ. Tính tốc độ riêng của cano, biết tốc độ của dòng nước là 3 km/h .

Giải

a) Đổi đơn vị: 30 phút = 0,5 giờ; 4 giờ 45 phút = 4,75 giờ.

Tổng thời gian đi và thời gian về: $4,75 - 0,5 = 4,25$ giờ.

Gọi quãng đường AB là $x(km)$, $x > 0$

Thời gian đi từ A đến B : $\frac{x}{45}(h)$

Thời gian đi từ B về A : $\frac{x}{40}(h)$

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{x}{45} + \frac{x}{40} = 4,25$

Giải phương trình:

$$\frac{x}{45} + \frac{x}{40} = 4,25$$

$$x \left(\frac{1}{45} + \frac{1}{40} \right) = 4,25$$

$$x = 4,25 : \left(\frac{1}{45} + \frac{1}{40} \right)$$

$$x = 90$$

Vậy quãng đường AB dài 90 km .

b) Đổi đơn vị: 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ.

Gọi tốc độ riêng của cano là $v(km/h)$, $v > 3$.

Tốc độ cano đi xuôi dòng từ A đến B : $v + v_{nuoc} = v + 3(km/h)$

\Rightarrow Quãng đường AB dài: $\frac{4}{3} \cdot (v + 3)(km)$

Tốc độ cano đi ngược dòng từ B về A : $v - v_{nuoc} = v - 3(km/h)$

\Rightarrow Quãng đường BA dài: $2 \cdot (v - 3)(km)$

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{4}{3} \cdot (v + 3) = 2 \cdot (v - 3)$

Giải phương trình:

$$\frac{4}{3} \cdot (v + 3) = 2 \cdot (v - 3)$$

$$\frac{4}{3}v + 4 = 2v - 6$$

$$2v - \frac{4}{3}v = 6 + 4$$

$$\frac{2}{3}v = 10$$

$$v = 10 : \frac{2}{3}$$

$$v = 15$$

Vậy tốc độ riêng của cano là $15 km/h$.

- Bài tập tương tự:

a) Hai xe đi từ A đến B . Xe thứ nhất đi với tốc độ $40 km/h$, xe thứ hai đi với tốc độ $25 km/h$. Xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 1 giờ 30 phút. Tìm chiều dài quãng đường AB ?

b) Một thuyền đi xuôi dòng trên một đoạn sông từ A đến B hết 1 giờ 30 phút và đi ngược dòng từ B về A hết 2 giờ. Tính chiều dài đoạn sông AB ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Dạng 4: Năng suất công việc

- **Chú ý:** Công thức cần nhớ

+ Khối lượng công việc = Năng suất lao động \times Thời gian hoàn thành.

+ Năng suất lao động = Khối lượng công việc \div Thời gian hoàn thành.

+ Thời gian hoàn thành = Khối lượng công việc \div Năng suất lao động.

- Người thứ nhất làm trong $x(h)$ thì xong công việc; người thứ hai làm trong $y(h)$ thì xong công việc. Ta coi toàn bộ công việc là 1 phần, nên năng suất được tính như sau

+ Năng suất của người thứ nhất: $\frac{1}{x}$

+ Năng suất của người thứ hai: $\frac{1}{y}$

- **Ví dụ:**

a) Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 5 ngày, tổ thứ hai may trong 7 ngày thì cả hai tổ may được 1000 cái áo. Biết rằng năng suất lao động của tổ thứ nhất hơn tổ thứ hai 8 cái áo/ngày. Tính năng suất lao động của mỗi tổ?

b) Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm 900 sản phẩm. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ vượt mức 110 sản phẩm. Hỏi mỗi tổ đã sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Giải

a) Gọi năng suất lao động của tổ thứ nhất là x (áo/ngày), $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Năng suất lao động của tổ thứ hai là $(x - 8)$ (áo/ngày).

Số áo mà tổ thứ nhất may được trong 5 ngày là: $5 \cdot x$ (áo)

Số áo mà tổ thứ hai may được trong 7 ngày là: $7 \cdot (x - 8)$ (áo)

Theo đề bài, ta có phương trình: $5x + 7(x - 8) = 1000$

Giải phương trình:

$$5x + 7(x - 8) = 1000$$

$$5x + 7x - 56 = 1000$$

$$12x = 1000 + 56$$

$$12x = 1056$$

$$x = \frac{1056}{12}$$

$$x = 88$$

Vậy năng suất lao động của tổ thứ nhất là 88 (áo/ngày); Năng suất lao động của tổ thứ hai là $88 - 8 = 80$ (áo/ngày).

b) Gọi số sản phẩm tổ thứ I phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm), $x \in \mathbb{N}^*$

\Rightarrow Số sản phẩm tổ thứ II phải làm theo kế hoạch là $(900 - x)$ (sản phẩm)

Số sản phẩm mà tổ I làm được sau khi cải tiến kĩ thuật là:

$$x + 15\%x = x + 0,15x = 1,15x \text{ (sản phẩm)}$$

Số sản phẩm mà tổ II làm được sau khi cải tiến kĩ thuật là:

$$(900 - x) + 10\%(900 - x) = 900 - x + 0,1(900 - x) = 900 - x + 90 - 0,1x = 990 - 1,1x$$

Theo đề bài, ta có phương trình: $1,15x + (990 - 1,1x) = 1010$

Giải phương trình:

$$1,15x + (990 - 1,1x) = 1010$$

$$1,15x + 990 - 1,1x = 1010$$

$$0,05x = 20$$

$$x = \frac{20}{0,05}$$

$$x = 400$$

Vậy theo kế hoạch, tổ I phải làm 400 (sản phẩm);

Tổ II phải làm $900 - 400 = 500$ (sản phẩm).

- Bài tập tương tự:

a) Một xưởng mộc kí hợp đồng đóng bàn ghế cho trường THCS trong 20 ngày. Do nhà trường đặt thêm 24 bộ bàn ghế nữa nên xưởng phải tăng năng suất thêm 20%. Bởi vậy nên chỉ trong 18 ngày, xưởng đã hoàn thành hợp đồng. Tính số bộ bàn ghế mà xưởng phải đóng theo hợp đồng ban đầu?

b) Trong tháng 3, cả hai tổ A và B sản xuất được 400 sản phẩm. Trong tháng 4, tổ A làm vượt mức 10%, tổ B làm vượt mức 15% so với tháng 3 nên cả hai tổ sản xuất được 448 sản phẩm. Hỏi trong tháng 3 mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Dạng 5: Các dạng bài tập khác

- Ví dụ:

a) Ông Nam đầu tư 300 triệu đồng vào hai khoản: Mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Cuối năm ông nhận được 22 triệu đồng tiền lãi. Hỏi ông Nam đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

b) Nhân dịp khai trương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng. Tổng giá niêm yết của một cái ti vi loại A và một cái tủ lạnh loại B là 36,8 triệu đồng. Trong dịp này, ti vi loại A được giảm 30% và tủ lạnh loại B được giảm 25%. Bà Thảo đã mua một cái ti vi và một cái tủ lạnh với tổng số tiền 26,805 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi cái ti vi loại A và mỗi cái tủ lạnh loại B là bao nhiêu?

c) Cần pha bao nhiêu gam dung dịch acid HCl 45% và 25% để thu được 5kg dung dịch acid HCl 33%?

Giải

a) Gọi khoản tiền đầu tư mua trái phiếu doanh nghiệp là x (triệu đồng)

\Rightarrow Khoản tiền gửi tiết kiệm là $(300 - x)$ (triệu đồng), $0 < x < 300$

Tiền lãi nhận được khi mua trái phiếu doanh nghiệp là: $8\% \cdot x = 0,08x$ (triệu)

Tiền lãi nhận được khi gửi tiết kiệm ngân hàng là:

$$6\% \cdot (300 - x) = 0,06 \cdot (300 - x) = (18 - 0,06x) \text{ (triệu)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình: $0,08x + (18 - 0,06x) = 22$

Giải phương trình:

$$0,08x + (18 - 0,06x) = 22$$

$$0,08x + 18 - 0,06x = 22$$

$$0,02x = 22 - 18$$

$$0,02x = 4$$

$$x = \frac{4}{0,02}$$

$$x = 200$$

Vậy ông Nam đầu tư 200 triệu đồng để mua trái phiếu doanh nghiệp

Và $300 - 200 = 100$ triệu đồng để gửi tiết kiệm ngân hàng.

b) Gọi giá niêm yết của ti vi là x (triệu đồng)

\Rightarrow Giá niêm yết của tủ lạnh là $(36,8 - x)$ (triệu đồng), $0 < x < 36,8$.

Giá của ti vi sau khi giảm là: $x - 30\% \cdot x = x - 0,3x = 0,7x$ (triệu đồng)

Giá của tủ lạnh sau khi giảm là:

$$(36,8 - x) - 25\% \cdot (36,8 - x) = 36,8 - x - 9,2 + 0,25x = 27,6 - 0,75x \text{ (triệu đồng)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình: $0,7x + (27,6 - 0,75x) = 26,805$

Giải phương trình:

$$0,7x + (27,6 - 0,75x) = 26,805$$

$$0,7x + 27,6 - 0,75x = 26,805$$

$$-0,05x = -0,795$$

$$x = \frac{-0,795}{-0,05}$$

$$x = 15,9$$

Vậy giá niêm yết của cái ti vi loại A là 15,9 triệu đồng

Và giá niêm yết của cái tủ lạnh loại B là $36,8 - 15,9 = 20,9$ triệu đồng.

c) Gọi khối lượng dung dịch acid HCl 45% là x (kg)

\Rightarrow Khối lượng dung dịch acid HCl 25% là $(5 - x)$ (kg), $0 < x < 5$.

Khối lượng acid HCl nguyên chất có trong 5 kg dung dịch HCl 33% là

$$C\% = \frac{m_{HCl}}{m_{dd}} \cdot 100\% \Rightarrow m_{HCl} = \frac{C\% \cdot m_{dd}}{100\%} = \frac{33\% \cdot 5}{100\%} = 1,65 \text{ (kg)}$$

Khối lượng acid HCl nguyên chất có trong x (kg) dung dịch HCl 45% là

$$m_{HCl(1)} = \frac{45\% \cdot x}{100\%} = 0,45x \text{ (kg)}$$

Khối lượng acid HCl nguyên chất có trong $(5 - x)$ (kg) dung dịch HCl 25% là

$$m_{HCl(2)} = \frac{25\% \cdot (5 - x)}{100\%} = 0,25 \cdot (5 - x) = (1,25 - 0,25x) \text{ (kg)}$$

Theo đề bài, ta có phương trình: $0,45x + (1,25 - 0,25x) = 1,65$

Giải phương trình:

$$0,45x + (1,25 - 0,25x) = 1,65$$

$$0,45x + 1,25 - 0,25x = 1,65$$

$$0,2x = 1,65 - 1,25$$

$$0,2x = 0,4$$

$$x = \frac{0,4}{0,2}$$

$$x = 2$$

Vậy cần pha 2 kg dung dịch acid HCl 45% với $5 - 2 = 3$ kg dung dịch acid HCl 25% để thu được 5 kg dung dịch acid HCl 33%.

PHẦN II. BÀI TẬP

DẠNG 1: TÌM SỐ (TÌM TUỔI)

Bài 1. Năm nay, tuổi của anh gấp 3 lần tuổi của em. Sau 6 năm nữa, tuổi của anh chỉ gấp đôi tuổi của em. Hỏi năm nay tuổi của anh và tuổi của em là bao nhiêu?

Bài 2. Hiện nay ông hơn cháu 56 tuổi. Cách đây 5 năm, tuổi của ông gấp 8 lần tuổi của cháu. Hỏi cháu năm nay bao nhiêu tuổi?

Bài 3. Hiện nay tuổi của ba bạn Tâm gấp 3 lần tuổi của Tâm. Sau 10 năm nữa thì tổng số tuổi của hai ba con là 76. Hỏi hiện nay tuổi của Tâm là bao nhiêu?

Bài 4. Một số tự nhiên có hai chữ số. Chữ số hàng đơn vị gấp 3 lần chữ số hàng chục, nếu viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số ban đầu thì được một số mới lớn hơn số ban đầu 180 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Bài 5. Lớp 8A có 40 học sinh, trong đó có $\frac{2}{7}$ số học sinh nam và $\frac{1}{4}$ số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 11 học sinh. Tìm số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 8A?

Bài 6. Hiện nay tuổi của cha gấp 3 lần tuổi con. Khi tuổi con bằng tuổi cha hiện nay thì tổng số tuổi của hai cha con là 112. Tìm tuổi của cha và tuổi của con hiện nay?

Bài 7. Tổng của hai số bằng 51. Biết $\frac{2}{5}$ số thứ nhất bằng $\frac{1}{6}$ số thứ hai. Tìm hai số đó?

Bài 8. Tuổi của ba hiện nay gấp 2,4 lần tuổi con. Biết rằng 5 năm trước đây, tuổi ba gấp $\frac{11}{4}$ lần tuổi con. Tìm tuổi của hai ba con hiện nay?

Bài 9. Tìm ba số chẵn liên tiếp có tổng bằng 54.

Chú ý: Dạng tổng quát của số chẵn là $2n$ với $n \in \mathbb{N}$.

Bài 10. Năm nay, tuổi của mẹ gấp 3 lần tuổi của An. Sau 8 năm nữa, tổng số tuổi của hai mẹ con là 64 tuổi. Hỏi năm nay An bao nhiêu tuổi?

Bài 11. Một đàn bò có một nửa đang gặm cỏ, $\frac{1}{3}$ đàn bò đang nằm ngủ dưới gốc cây, còn lại 4 con đang uống nước trong máng. Tìm số bò?

Bài 12. Tổng số học sinh khối 8 và khối 9 của một trường THCS là 400, trong đó có 252 em là học sinh giỏi. Tính số học sinh của mỗi khối, biết rằng số học sinh giỏi khối 8 chiếm tỉ lệ 60% số học sinh khối 8; số học sinh giỏi khối 9 chiếm tỉ lệ 65% số học sinh khối 9.

DẠNG 2: HÌNH HỌC

Bài 1. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{1}{4}$ độ dài cạnh đáy tương ứng. Nếu tăng chiều cao đó thêm $2m$ và giảm độ dài cạnh đáy tương ứng $2m$ thì diện tích tam giác tăng thêm $2,5m^2$. Tìm chiều cao và độ dài cạnh đáy tương ứng của tam giác ban đầu?

Chú ý: Diện tích tam giác bằng nửa tích độ dài đường cao và cạnh đáy tương ứng.

Bài 2. Một hình thang có diện tích $140cm^2$, chiều cao bằng $8cm$. Tìm độ dài hai cạnh đáy, biết đáy lớn dài hơn đáy nhỏ $15cm$.

Chú ý: Diện tích hình thang bằng nửa tích của tổng hai đáy và chiều cao.

Bài 3. Một tam giác vuông có độ dài cạnh nhỏ nhất là $5cm$, cạnh huyền có độ dài lớn hơn độ dài cạnh góc vuông còn lại là $1cm$. Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đó.

Bài 4. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $112m$. Biết rằng nếu tăng chiều rộng lên 4 lần và chiều dài lên 3 lần thì khu vườn trở thành hình vuông. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu?

Bài 5. Một hình chữ nhật có chu vi bằng $100m$. Nếu tăng chiều rộng thêm $10m$ và giảm chiều dài đi $10m$ thì diện tích của hình chữ nhật không đổi. Tính diện tích lúc đầu của hình chữ nhật.

Bài 6. Hai hình vuông có hiệu chu vi bằng $20m$ và hiệu diện tích bằng $65m^2$. Tìm độ dài cạnh của mỗi hình vuông?

Bài 7. Một sân vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $50m$. Nếu tăng chiều rộng thêm $3m$ và giảm chiều dài đi $2m$ thì diện tích sân vườn sẽ là $169m^2$. Tính diện tích lúc đầu của sân vườn.

Bài 8. Một hình chữ nhật có chu vi bằng $60m$. Nếu tăng chiều rộng thêm $5m$ và giảm chiều dài đi $2m$ thì diện tích tăng thêm $70m^2$. Tính các kích thước ban đầu của hình chữ nhật.

Bài 9. Một tam giác vuông có cạnh góc vuông nhỏ ngắn hơn cạnh góc vuông lớn là $2cm$, cạnh huyền của tam giác bằng $10cm$. Tính chu vi của tam giác đó.

Bài 10. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $34m$. Nếu tăng chiều dài $3m$ và giảm chiều rộng $2m$ thì diện tích giảm $25m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu?

Bài 11. Tính cạnh của một hình vuông biết rằng nếu chu vi tăng $12m$ thì diện tích tăng thêm $135m^2$?

Bài 12. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều dài thêm $2m$ và giảm chiều rộng đi $3m$ thì diện tích giảm $90m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật ban đầu?

DẠNG 3: CHUYỂN ĐỘNG

Bài 1. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B . Tốc độ xe thứ nhất là 40 km/h , tốc độ xe thứ hai là 60 km/h . Xe thứ hai đến B nghỉ nửa giờ rồi quay về A thì gặp xe thứ nhất còn cách B 10 km . Tìm quãng đường AB ?

Bài 2. An đi xe máy từ A đến B với tốc độ trung bình 45 km/h , Trinh đi xe máy từ B đến A với tốc độ trung bình 30 km/h . Hỏi sau mấy giờ thì hai bạn gặp nhau? Biết quãng đường AB dài 110 km .

Bài 3*. Một người đi xe máy từ A đến B với tốc độ trung bình là 40 km/h , đi được 15 phút thì người đó gặp một chiếc ô tô đi ngược từ B về A với tốc độ trung bình là 50 km/h . Ô tô đến A nghỉ 15 phút rồi trở về B với tốc độ như khi đi từ B đến A và gặp người đi xe máy còn cách B 20 km . Tìm chiều dài quãng đường AB ?

Bài 4. Bạn An đi bộ với tốc độ không đổi trong 45 phút trước khi chạy bộ trong nửa giờ với tốc độ gấp đôi tốc độ đi bộ. An di chuyển được tổng quãng đường dài 7 km . Tính tốc độ đi bộ của An.

Bài 5. Một tàu thủy đi xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 2 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A hết 2,5 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B , biết tốc độ của dòng nước là 2 km/h và tốc độ riêng của tàu thủy là không đổi.

Bài 6. Hai người đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai thành phố A và B cách nhau 123 km , đi ngược chiều nhau. Họ gặp nhau sau 1 giờ 30 phút. Tính tốc độ của mỗi người, biết tốc độ của người đi từ A nhỏ hơn tốc độ của người đi từ B là 2 km/h .

Bài 7. Một xe tải đi từ A đến B với tốc độ 40 km/h . Khi đến B xe bốc dỡ hàng trong thời gian 30 phút rồi quay về A với tốc độ 45 km/h .

Bài 8. Hai ô tô cùng xuất phát từ A đến B lúc 7 giờ sáng, trên cùng một tuyến đường. Xe thứ nhất đến B lúc 9 giờ 40 phút, trước xe còn lại 20 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi ô tô, biết mỗi giờ xe thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai 5 km .

Bài 9. Lúc 8 giờ sáng, An đi xe máy từ A đến B theo lộ trình dài 134 km . Cùng lúc đó, Nhi đi xe máy từ B đến A cũng theo lộ trình như An, hai bạn gặp nhau lúc 10 giờ sáng cùng ngày. Tính vận tốc của mỗi người biết rằng vận tốc xe của An hơn vận tốc xe của Nhi 5 km/h

Bài 10. Một ô tô xuất phát từ A lúc 5 giờ sáng và dự định đi đến B lúc 12 giờ cùng ngày. Hai phần ba đoạn đường đầu, ô tô chỉ đi với vận tốc trung bình 40 km/h . Do đó, để đến B đúng thời gian dự định ô tô phải tăng vận tốc thêm 10 km/h trên đoạn đường còn lại. Tính độ dài quãng đường AB ?

Bài 11. Một ô tô đi từ A lúc 8 giờ sáng và dự kiến đến B lúc 10 giờ 30 phút. Nhưng mỗi giờ ô tô đi chậm hơn so với dự kiến là 10 km nên đến 11 giờ 20 phút xe mới tới B . Tính quãng đường AB ?

Bài 12. Lúc 7 giờ sáng, một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 36 km , rồi ngay lập tức trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc ca nô khi xuôi dòng biết vận tốc dòng nước là 6 km/h .

DẠNG 4: NĂNG SUẤT CÔNG VIỆC

Bài 1. Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ sản xuất được 57 sản phẩm. Do đó, tổ đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 2. Một tổ sản xuất được giao may một số áo sơ mi để xuất khẩu trong 20 ngày. Khi thực hiện, tổ sản xuất đó đã tăng năng suất thêm 20% nên sau 18 ngày không những đã may xong số áo theo kế hoạch mà còn làm dư ra thêm 24 cái áo nữa. Tìm số áo sơ mi mà tổ đó được giao ban đầu?

Bài 3. Một hợp tác xã đánh cá dự định trung bình mỗi tuần đánh bắt được 20 tấn cá. Nhưng do trúng luồng cá nên đã đánh bắt vượt mức 6 tấn cá/tuần, do đó hợp tác xã đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần so với kế hoạch mà còn vượt mức dự định 10 tấn cá. Tính lượng cá cần đánh bắt theo kế hoạch ban đầu?

Bài 4. Một tổ thợ may dự định mỗi ngày may 30 bộ quần áo. Nhưng do tăng năng suất nên mỗi ngày may thêm được 8 bộ quần áo, do đó tổ đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày và còn may vượt mức 20 bộ quần áo. Hỏi số bộ quần áo mà tổ thợ may đó dự định may theo kế hoạch là bao nhiêu?

Bài 5. Một bể nước có dung tích 1250 L. Người ta mở khóa cho vòi nước lạnh chảy vào bể, mỗi phút vòi nước lạnh chảy được 30 L. Sau đó khóa vòi nước lạnh và mở vòi nước nóng chảy vào bể, mỗi phút vòi nước nóng chảy được 40 L cho đến khi bể đầy nước. Tính thời gian mỗi vòi chảy vào bể, biết tổng thời gian hai vòi chảy là 35 phút.

Bài 6. Một xí nghiệp kí hợp đồng dệt một số tấm thảm len trong 20 ngày. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất dệt của xí nghiệp đã tăng 20%. Bởi vậy, chỉ trong 18 ngày, không những xí nghiệp đã hoàn thành số thảm cần dệt mà còn dệt thêm được 24 tấm nữa. Tính số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng?

Bài 7. Hai người làm chung công việc thì trong 4 ngày sẽ xong. Nhưng chỉ làm chung được trong 2 ngày thì người kia đi làm công việc khác. Người còn lại tiếp tục làm công việc đó thêm 6 ngày nữa thì xong. Hỏi mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ xong công việc?

Bài 8. Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì trong 12 giờ sẽ xong. Nhưng chỉ làm chung trong 4 giờ thì người kia đi làm công việc khác. Người thứ hai làm tiếp trong 10 giờ nữa thì xong. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu sẽ xong công việc?

Bài 9. Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì hoàn thành công việc đó trong 24 giờ. Nếu đội thứ nhất làm 10 giờ, đội thứ hai làm 15 giờ thì cả hai đội làm được một nửa công việc. Tính thời gian mỗi đội làm một mình để xong công việc đó?

Bài 10. Hai tổ công nhân trong một công xưởng, sản xuất được 600 sản phẩm trong tháng đầu. Sang tháng thứ hai, tổ I làm vượt mức 25%, tổ II vượt mức 15% do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 725 sản phẩm. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 11. Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 6 triệu người. Năm nay dân số của tỉnh A tăng 1,5%, dân số tỉnh B tăng 1,2%. Do đó tổng dân số hai tỉnh năm nay tăng thêm 83400 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

Bài 12. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 2 giờ 24 phút thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước vòi II chảy được gấp 1,5 lần lượng nước chảy của vòi I . Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể?

DẠNG 5: DẠNG KHÁC

Bài 1. Một cái ti vi sau khi giảm giá hai lần, mỗi lần giảm 10% so với giá niêm yết thì có giá 16,2 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của cái ti vi này là bao nhiêu?

Bài 2. Một miếng hợp kim đồng – thiếc có khối lượng 12 kg chứa 45% đồng. Hỏi phải pha thêm vào đó bao nhiêu kg thiếc nguyên chất để có được miếng hợp kim mới chứa 40% đồng?

Bài 3. Biết rằng trong 300 gam dung dịch nước muối có chứa 36 gam muối nguyên chất. Hỏi cần phải cho thêm vào dung dịch đó bao nhiêu gam nước để dung dịch có nồng độ là 5%?

Bài 4. Một nhóm gồm 10 người tổ chức đi du lịch (chi phí chuyển đi được chia đều cho mỗi người). Nhưng gần tới ngày đi thì có hai người xin rút, vì vậy mỗi người còn lại phải trả thêm 500 ngàn đồng so với dự kiến ban đầu. Hỏi tổng chi phí của chuyến đi là bao nhiêu?

Bài 5. Thầy Cường gửi tiết kiệm một số tiền tại ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm, tiền lãi sau mỗi năm sẽ được cộng vào tiền vốn gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau hai năm gửi, thầy rút hết tiền về và nhận được cả vốn lẫn lãi là 283556250 đồng. Hỏi số tiền vốn ban đầu thầy Cường gửi vào ngân hàng là bao nhiêu?

Bài 6. Một lọ dung dịch nước muối chứa 14% muối nguyên chất. Nếu pha thêm 540 gam nước vào lọ thì được một dung dịch chứa 5% muối nguyên chất. Tính khối lượng dung dịch nước muối ban đầu?

Bài 7. Bác Sáu gửi tiết kiệm một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6,2% một năm. Sau một năm bác Sáu nhận được cả vốn lẫn lãi là 446040000 đồng. Hỏi bác Sáu đã gửi ngân hàng bao nhiêu tiền?

Bài 8. Hai công ty cho thuê ô tô du lịch tính phí như sau: Công ty A tính phí 3 triệu đồng một ngày và 15 ngàn đồng cho mỗi km di chuyển; Công ty B tính phí 2,5 triệu đồng một ngày và 20 ngàn đồng cho mỗi km di chuyển. Hỏi trong một ngày, số km di chuyển bằng bao nhiêu thì chi phí thuê xe của hai công ty là như nhau?

Bài 9. Có hai loại dung dịch muối I và muối II. Người ta hòa 200 gam dung dịch muối I với 300 gam dung dịch muối II thì thu được dung dịch có nồng độ 33%. Tính nồng độ muối trong mỗi dung dịch I và II, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.

Bài 10. Bạn Hoàng đi nhà sách và chọn mua được hai cuốn sách có giá bìa chênh nhau 15 ngàn đồng. Khi thanh toán, do được giảm giá 20% mỗi cuốn nên Hoàng chỉ phải trả 84 ngàn đồng cho cô thu ngân. Hỏi giá bìa của mỗi cuốn sách là bao nhiêu?

Bài 11. Cuối tuần vừa rồi, gia đình bạn Trang gồm bốn người đi ăn buffet lẩu tại một nhà hàng. Nhà hàng này đang thực hiện chương trình giảm giá "Đi bốn tính tiền ba", nghĩa là nếu có 4 người khách cùng đặt một bàn ăn thì chỉ tính tiền 3 khách. Ngoài ra, mẹ Trang còn có thẻ thành viên nên được giảm giá thêm 5% trên tổng hóa đơn. Do đó, số tiền thanh toán cho bữa ăn của gia đình Trang là 826500 đồng. Hỏi giá tiền ăn buffet cho một người là bao nhiêu?

TÀI LIỆU HỌC THÊM MÔN TOÁN 8
SÁCH CÁNH DIỀU
HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2025 – 2026

PHẦN II
HÌNH HỌC

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC
---	---

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng tỉ lệ

- Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng MN và PQ nếu có tỉ lệ thức

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$$

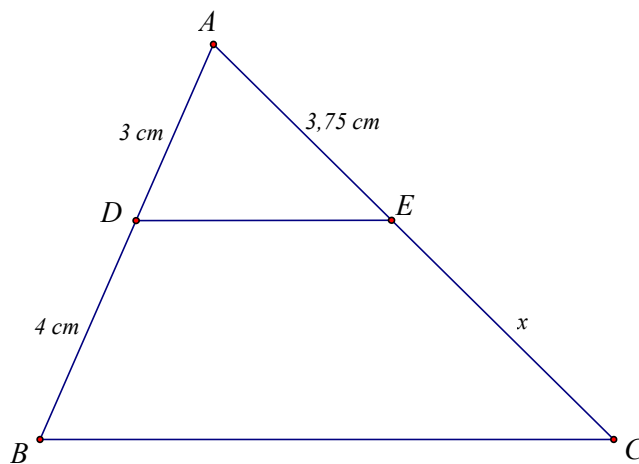
- **Ví dụ:** Cho hai đoạn thẳng $AB = 4\text{ cm}$; $CD = 6\text{ cm}$; $EF = 8\text{ cm}$; $MN = 12\text{ cm}$. Hai đoạn thẳng nào tỉ lệ với hai đoạn thẳng nào? Vì sao?

Giải

Ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EF}{MN} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MN} \left(= \frac{2}{3} \right)$. Vậy hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN .

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Tìm x , biết rằng hai đoạn thẳng AD và DB tỉ lệ với hai đoạn thẳng AE và EC



.....

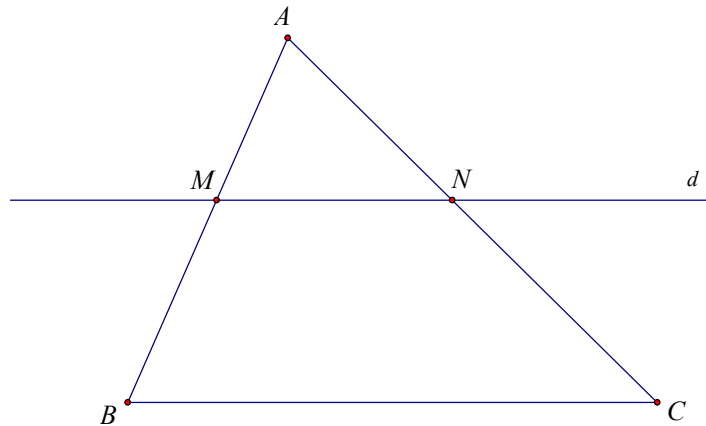
.....

.....

.....

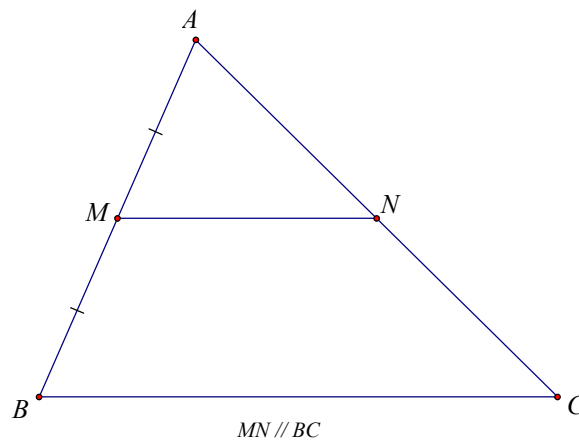
2. Định lí Thales trong tam giác

- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- **Ví dụ:** Xét $\triangle ABC$ có $d \parallel BC$ và cắt AB tại M , cắt AC tại N . Theo định lí Thales, ta có các tỉ lệ sau:



$$(1) \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \quad (2) \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}; \quad (3) \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

- **Bài tập tương tự:** Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của cạnh AB . Đường thẳng qua M song song với BC cắt cạnh AC tại N . Chứng minh N là trung điểm của cạnh AC



.....

.....

.....

.....

.....

.....

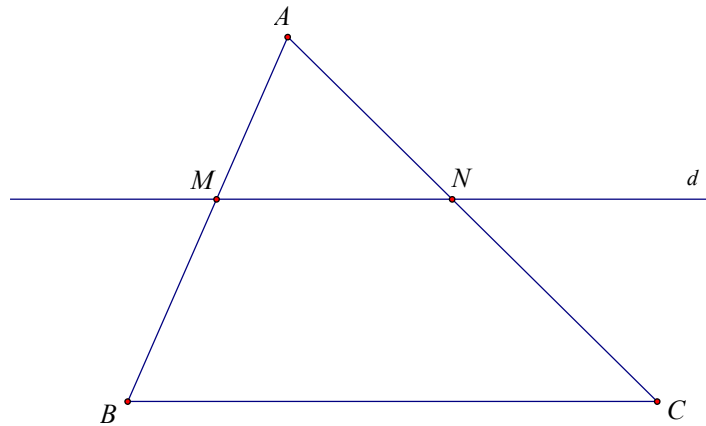
.....

3. Định lí Thales đảo

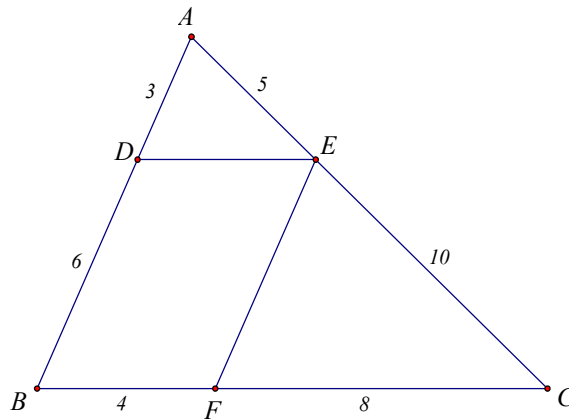
- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ, nếu $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ thì $MN \parallel BC$

Tương tự, nếu ta có một trong hai tỉ lệ thức $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ hoặc $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ thì ta cũng có thể kết luận $MN \parallel BC$.



- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Chứng minh $DE \parallel BC$ và $EF \parallel AB$



.....

.....

.....

.....

.....

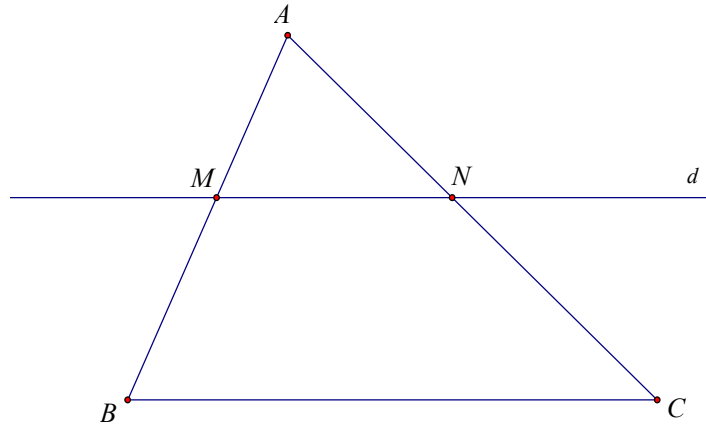
.....

.....

4. Hệ quả của định lí Thales

- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

- **Ví dụ:** Cho $\triangle ABC$, đường thẳng d song song với BC và cắt AB, AC lần lượt tại M và N . Biết $AM = 4\text{ cm}$, $MB = 10\text{ cm}$, $MN = 5\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn BC ?



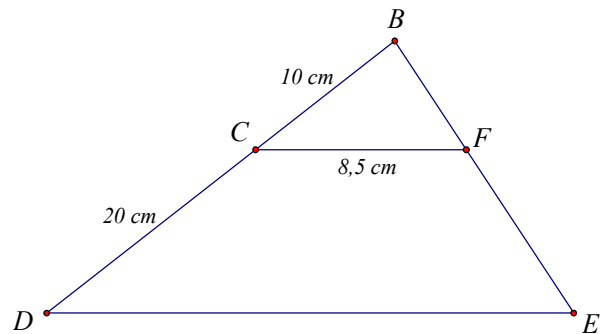
Giải

Xét $\triangle ABC$ có $MN \parallel BC$ (gt). Theo hệ quả của định lí Thales, ta có:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{14} = \frac{5}{BC} \Rightarrow BC = \frac{14 \cdot 5}{4} = 17,5\text{ cm} \text{ (Trong đó: } AB = AM + MB = 4 + 10 = 14\text{ cm)}$$

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Tìm độ dài cạnh BF ; BE ; DE ?



.....

.....

.....

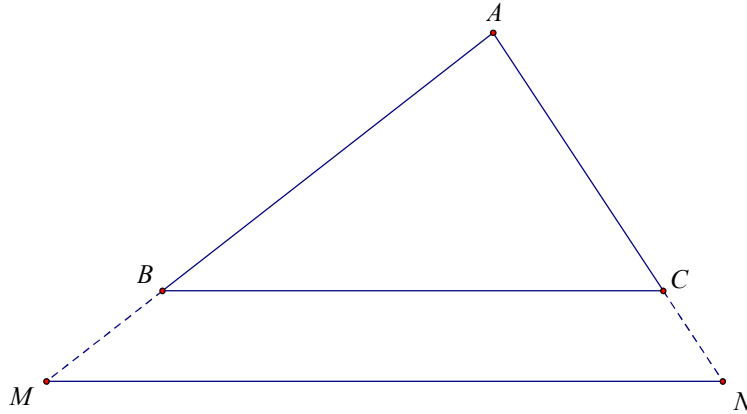
.....

.....

.....

.....

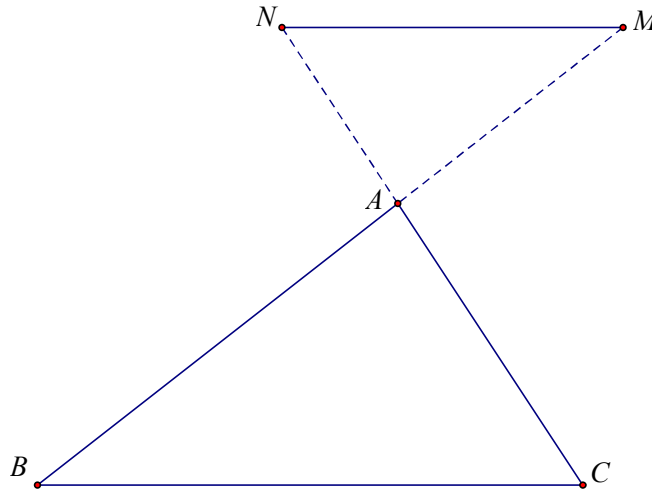
- **Chú ý:** Hệ quả của định lí Thales vẫn đúng khi đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại. Em hãy viết hệ quả của định lí Thales cho hai hình dưới đây.



.....

.....

.....



.....

.....

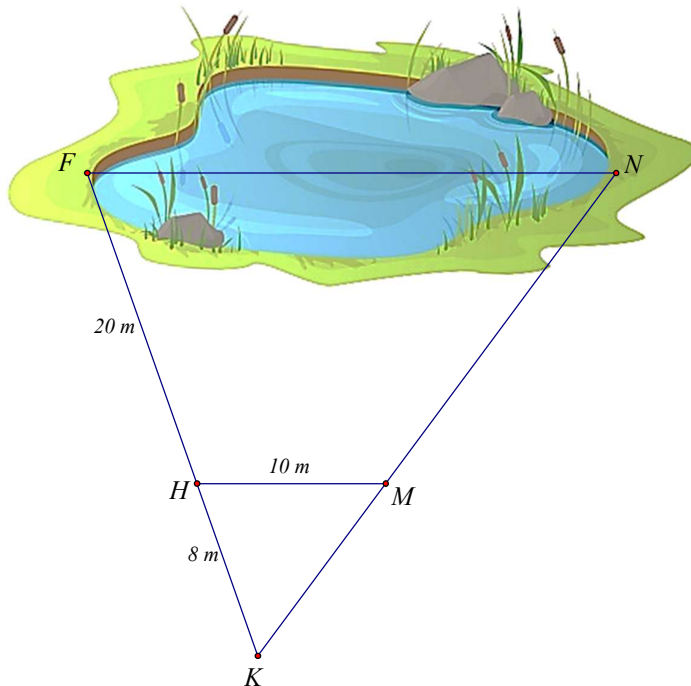
.....

5. Ứng dụng của định lí Thales

- Khi không thể đo trực tiếp độ dài của một đoạn thẳng, ta có thể dùng định lí Thales để xác định độ dài đó.

- Ví dụ:

a) Tính chiều rộng của cái ao trên hình, biết $MH \parallel NF$



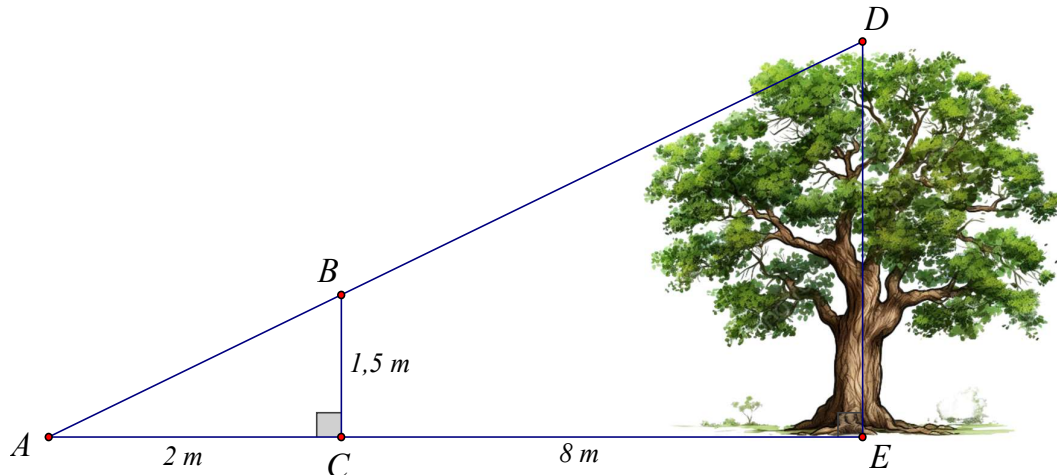
Giải

a) Xét ΔKNF có $MH \parallel NF$, theo hệ quả của định lí Thales, ta có

$$\frac{KH}{KF} = \frac{MH}{NF} \Rightarrow \frac{8}{8+20} = \frac{10}{NF} \Rightarrow NF = \frac{28 \cdot 10}{8} = 35 \text{ m}$$

Vậy cái ao rộng 35 m .

b) Tính chiều cao của cái cây



Giải

Ta có: $BC \perp AE$ và $DE \perp AE \Rightarrow BC \parallel DE$

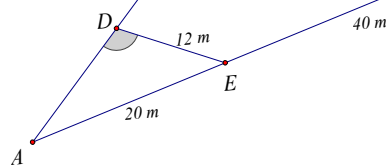
Xét $\triangle ADE$ có $BC \parallel DE$, theo hệ quả của định lý Thales, ta có

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{2}{2+8} = \frac{1,5}{DE} \Rightarrow DE = \frac{10 \cdot 1,5}{2} = 7,5 m$$

Vậy cái cây cao $7,5 m$

- Bài tập tương tự:

a) Tính khoảng cách từ gốc cây đến ngôi nhà



.....

.....

.....

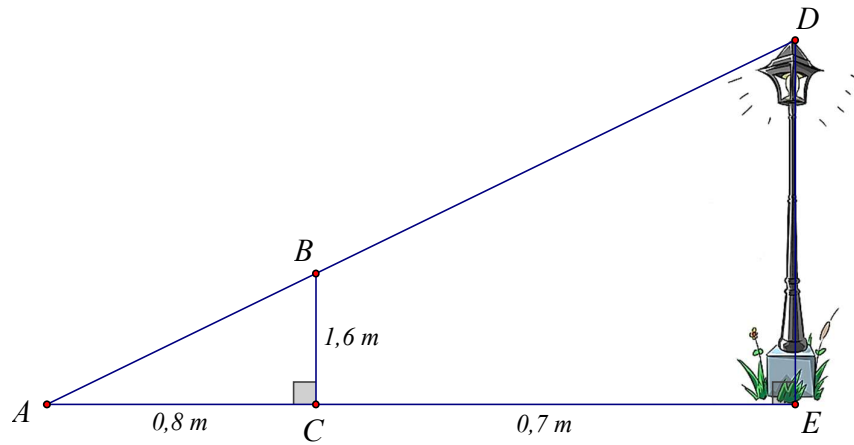
.....

.....

.....

.....

b) Tính chiều cao của cái cột đèn



.....

.....

.....

.....

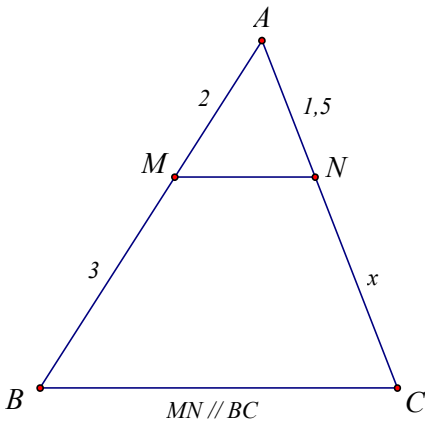
PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ với $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Hai đường chéo cắt nhau tại O , đường thẳng qua O song song với hai đáy lần lượt cắt AD , BC tại M và N . Chứng minh

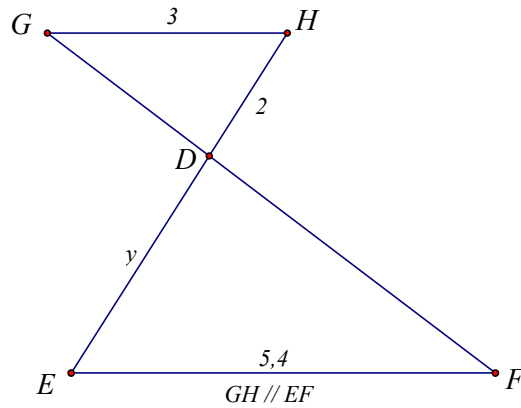
a) $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$;

b) O là trung điểm của MN ;

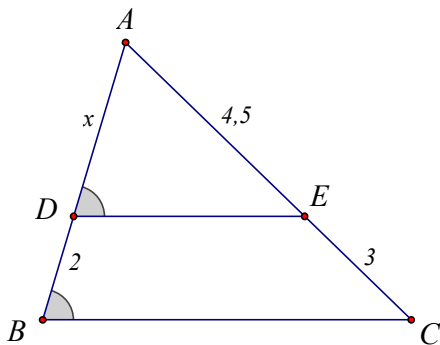
Bài 2. Tìm x ; y trong hình



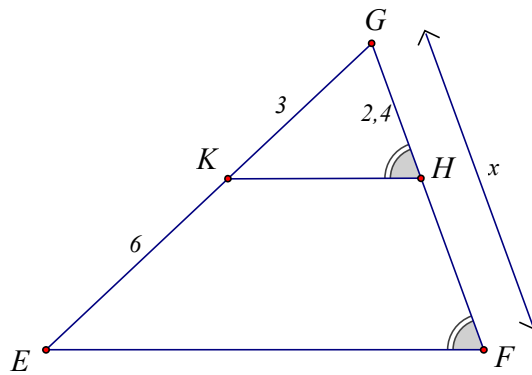
Hình 1



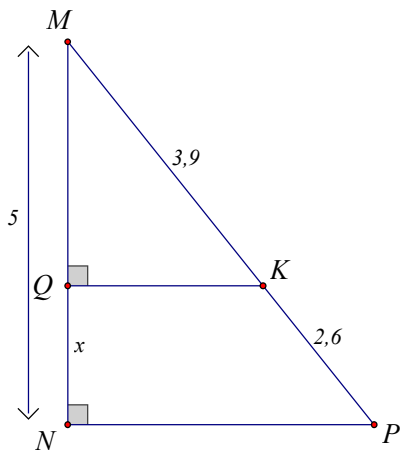
Hình 2



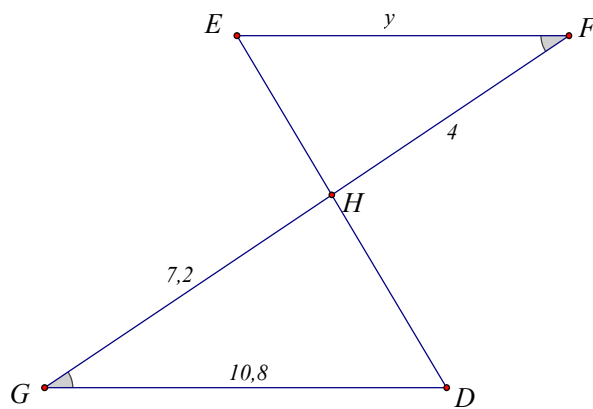
Hình 3



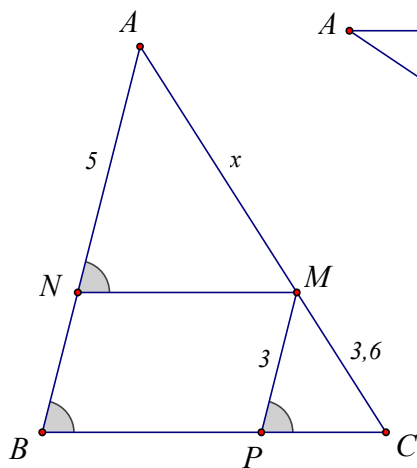
Hình 4



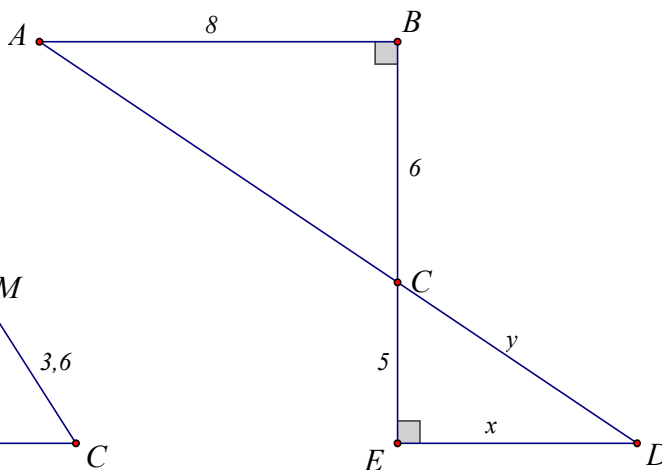
Hình 5



Hình 6

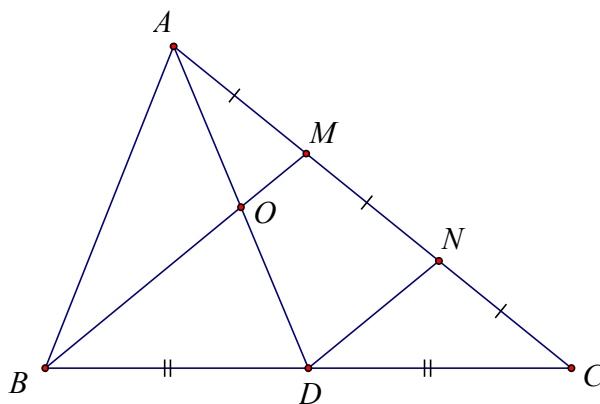


Hình 7

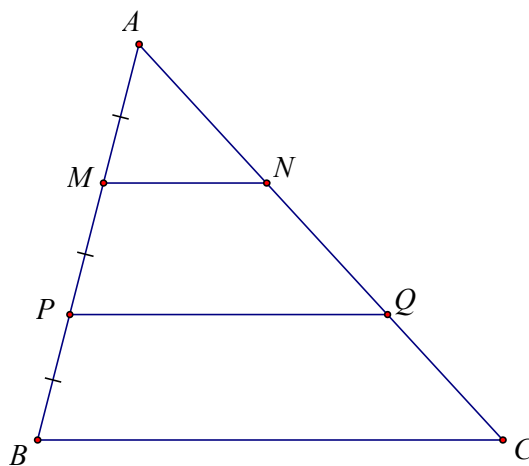


Hình 8

Bài 3. Cho hình vẽ, biết $DN \parallel BM$. Chứng minh $OA = OD$



Bài 4. Cho hình vẽ, biết $MN \parallel PQ \parallel BC$. Chứng minh $AN = NQ = QC$



Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi E là trung điểm của AD , đường thẳng đi qua E và song song với AB cắt BD tại I ; cắt AC tại K . Chứng minh I là trung điểm của BD và K là trung điểm của AC .

Bài 6. Chứng minh bổ đề hình thang

Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo; K là giao điểm của hai đường thẳng AD , BC . Đường thẳng KO cắt AB và CD lần lượt tại M , N . Chứng minh:

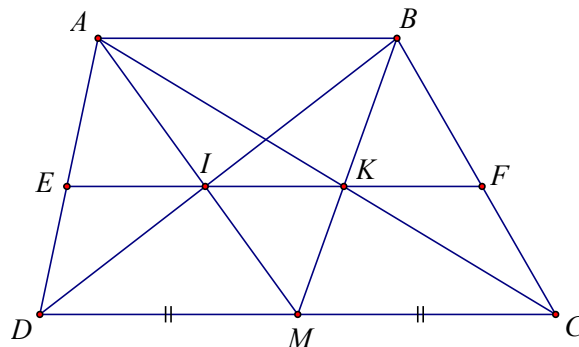
- a) $\frac{MA}{ND} = \frac{MB}{NC}$; b) $\frac{MA}{NC} = \frac{MB}{ND}$; c) $NC = ND$ và $MA = MB$;

Bài 7. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 16\text{ cm}$, $CD = 40\text{ cm}$, $AD = 12\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC . Tính độ dài OA , OB ?

Bài 8. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 9\text{ cm}$, $CD = 27\text{ cm}$. Hai đường chéo $AC = 18\text{ cm}$, $BD = 24\text{ cm}$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Tính độ dài OA , OB , OC , OD

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Chứng minh rằng $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

Bài 10. Cho hình vẽ, biết $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$, $AB < CD$; M là trung điểm của DC ; AM cắt BD tại I ; BM cắt AC tại K ; IK cắt AD , BC lần lượt tại E , F . Chứng minh

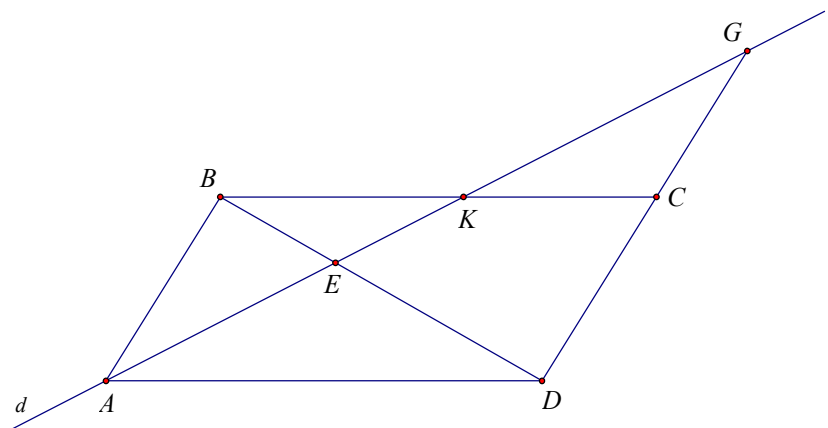


- a) $IK \parallel AB$; b) $EI = IK = KF$;

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường thẳng d đi qua A cắt BD , BC , DC lần lượt tại E , K , G . Chứng minh

a) $AE^2 = EK \cdot EG$;

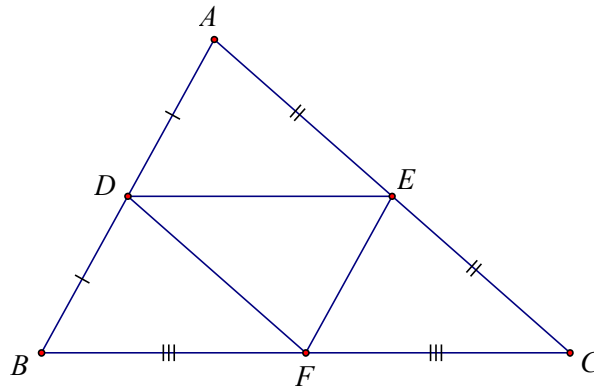
b) $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$;



PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

- Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác đó.
- **Ví dụ:** Xét $\triangle ABC$ có D là trung điểm của cạnh AB ; E là trung điểm của cạnh AC ; F là trung điểm của cạnh BC .



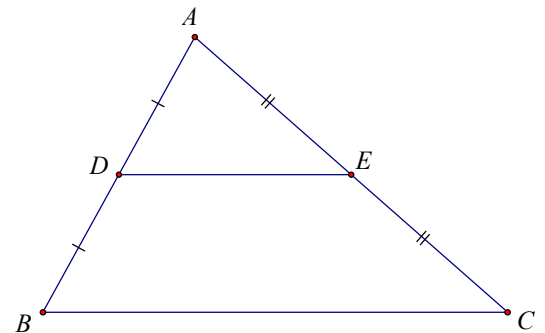
Ta có: DE, EF, DF là đường trung bình của tam giác ABC .

- Để chứng minh một đoạn thẳng là đường trung bình của tam giác, ta chỉ ra hai đầu mút của đoạn thẳng đó là trung điểm hai cạnh của tam giác.
- **Ví dụ:** Chứng minh DE là đường trung bình của $\triangle ABC$
 Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $AE = EC$. Suy ra DE là đường trung bình của $\triangle ABC$

2. Tính chất

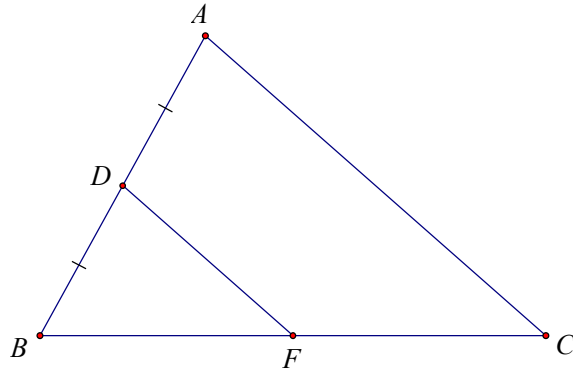
- **Tính chất 1:** Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.
- **Ví dụ:** Cho hình vẽ

Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $AE = EC$.
 Suy ra DE là đường trung bình của $\triangle ABC$
 $\Rightarrow DE \parallel BC$ và $DE = \frac{1}{2} BC$



- **Tính chất 2:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ, biết $DF \parallel AC$. Chứng minh DF là đường trung bình của $\triangle ABC$



Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $DF \parallel AC \Rightarrow BF = FC$.

Vậy DF là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow DF = \frac{1}{2} AC$.

- **Bài tập tương tự:** Cho $\triangle MNP$ có H là trung điểm của cạnh MN , đường thẳng qua H và song song với NP cắt cạnh MP tại K . Biết $NP = 10\text{cm}$. Chứng minh HK là đường trung bình của $\triangle MNP$ và tính độ dài HK ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, AC . Chứng minh

a) Ba điểm M, N, P thẳng hàng;

b) $MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$;

Bài 2. Cho $\triangle DEF$ có M là trung điểm EF , đường thẳng qua M và song song với DF cắt DE tại N . Biết $MN = 6\text{cm}$. Chứng minh MN là đường trung bình của $\triangle DEF$ và tính độ dài DF ?

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có M là trung điểm của BC . Kẻ tia Mx song song với AC cắt AB tại E và tia My song song với AB cắt AC tại F . Chứng minh

a) EF là đường trung bình của $\triangle ABC$;

b) AM là đường trung trực của EF ;

Bài 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ $CH \perp BD$ tại H . Gọi I, K, M lần lượt là trung điểm của BH, CH, AD . Chứng minh

a) $IK = MD$;

b) Tứ giác $MIKD$ là hình bình hành;

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Qua trung điểm M của AB , vẽ một đường thẳng song song với AC và cắt BC tại N . Tính độ dài MN ?

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có AH là đường cao. Lấy E, K lần lượt là trung điểm của AB, AC .

a) Chứng minh EK là đường trung bình của $\triangle ABC$;

b) Gọi I là giao điểm của EK và AH . Chứng minh I là trung điểm của AH ;

c) Biết $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài EK ;

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ nhọn, kẻ trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM , đường thẳng CI cắt AB tại E . Từ M kẻ đường thẳng song song với CE cắt AB tại F . Chứng minh

a) $EF = FB$; b) $AE = \frac{1}{3}AB$; c) $CE = 4 \cdot EI$;

Bài 8. Cho $\triangle ABC$, hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Gọi D, E lần lượt là trung điểm của GB, GC . Chứng minh

a) $MN \parallel DE$; b) Tứ giác $NMED$ là hình bình hành;

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC, BD, AC . Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC .

a) Chứng minh tứ giác $AMNB$ là hình thang;

b) Gọi I là giao điểm của AN và BM . Trên tia đối của tia NA lấy điểm E sao cho $NE = NI$. Trên tia đối của tia MB lấy điểm F sao cho $MF = MI$. Chứng minh $EF \parallel AB$

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ đều có I là trung điểm của BC . Kẻ $IM \parallel AC$ ($M \in AB$), $IN \parallel AB$ ($N \in AC$)
Chứng minh $\triangle IMN$ đều.

Bài 12. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi E là trung điểm AD ; I là trung điểm BD , đường thẳng EI cắt AC tại K và cắt BC tại F .

- a) Chứng minh $AK = KC$ và $BI = ID$;
 b) Cho $AB = 6\text{cm}$; $CD = 10\text{cm}$. Tính độ dài EI , KF , IK ;

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Trên các cạnh góc vuông AB , AC lần lượt lấy D , E sao cho $AD = AE$. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC tại K . Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC tại H . Gọi M là giao điểm của DK và AC . Chứng minh

- a) $\triangle BAE = \triangle CAD$; b) $\triangle MDC$ cân; c) $HK = HC$;

Bài 14. Cho $\triangle ABC$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , AC , BC . Gọi I là giao điểm của AP và MN . Chứng minh I là trung điểm của AP .

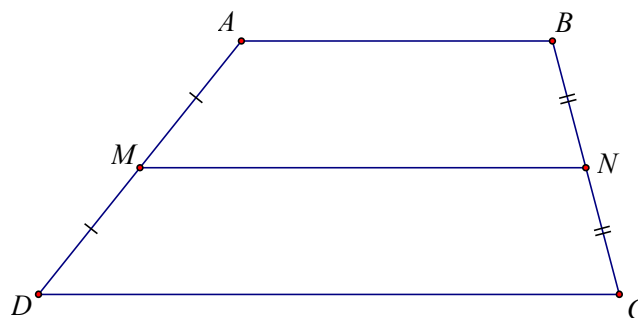
Bài 15. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao AD . Kẻ $DH \perp AC$ ($H \in AC$). Gọi I là trung điểm của DH ; M là trung điểm của HC . Chứng minh

- a) $IM \perp AD$; b) $AI \perp MD$;

Bài 16. Cho tứ giác $ABCD$ có đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , AD , AC . Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt AC tại H . Chứng minh rằng H là trực tâm của $\triangle MNP$.

MỞ RỘNG: ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA HÌNH THANG

- **Phát biểu:** Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.
- **Tính chất:** Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và có độ dài bằng trung bình cộng độ dài hai đáy.
- **Chú ý:** Nếu đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.



Xét hình thang $ABCD$ có $AM = MD$ và $BN = NC \Rightarrow MN$ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

Suy ra: $MN \parallel AB \parallel CD$ và $MN = \frac{AB + CD}{2}$

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC
---	--

PHẦN I. LÝ THUYẾT

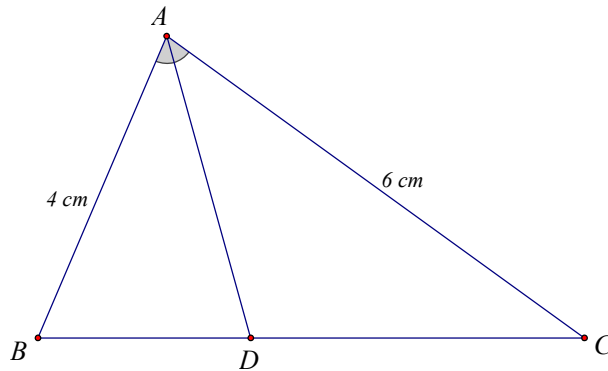
1. Tính chất đường phân giác trong của tam giác

- **Định lí:** Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

- **Ví dụ:** Cho $\triangle ABC$ có phân giác AD ($D \in BC$). Biết $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$, $BC = 8\text{ cm}$.

Tính độ dài BD , DC

Giải



Xét $\triangle ABC$ có phân giác AD , ta có: $\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$

$\Rightarrow \frac{DB}{4} = \frac{DC}{6}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{DB}{4} = \frac{DC}{6} = \frac{DB+DC}{4+6} = \frac{BC}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow DB = \frac{4}{5} \cdot 4 = 3,2\text{ cm}$$

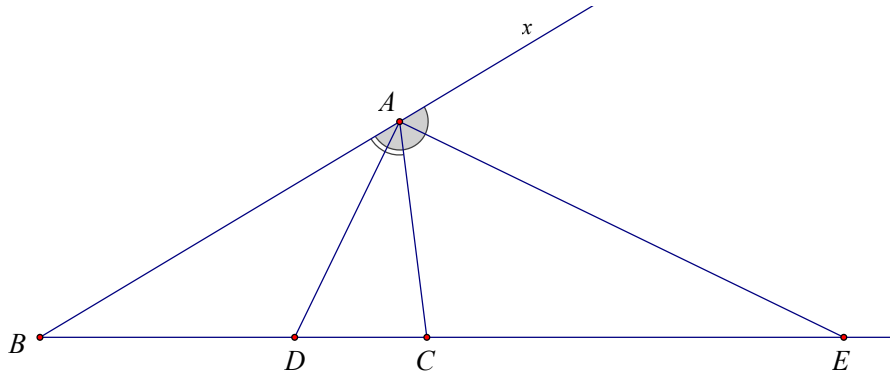
$$\Rightarrow \frac{DC}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow DC = \frac{4}{5} \cdot 6 = 4,8\text{ cm}$$

2. Tính chất đường phân giác ngoài của tam giác

- Góc ngoài của tam giác là góc kề bù với một góc trong của tam giác. Mỗi góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

- **Ví dụ:** \widehat{xAC} được gọi là góc ngoài của ΔABC vì $\widehat{xAC} + \widehat{CAB} = 180^\circ$.

Ta có: $\widehat{xAC} = \widehat{ABC} + \widehat{BCA}$.



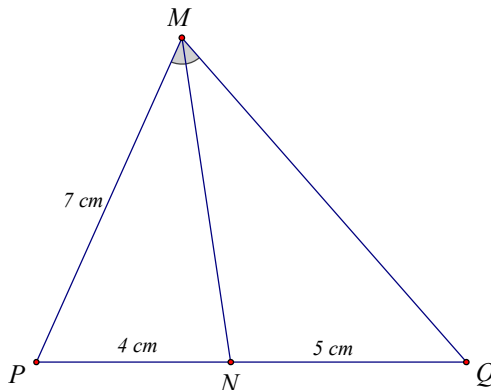
- Ta có: AE là phân giác ngoài của $\Delta ABC \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{EB}{AB}$ hay $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$

AD là phân giác trong của $\Delta ABC \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$ hay $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

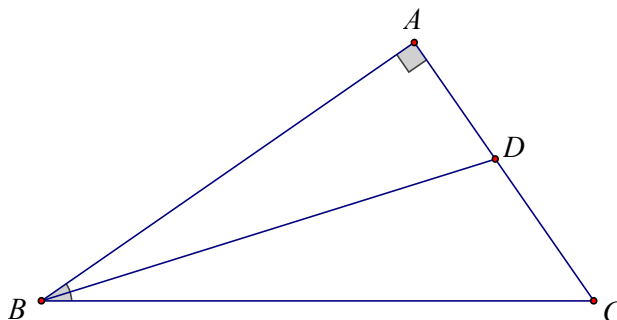
Vậy ta có tỉ lệ: $\frac{EB}{EC} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình vẽ. Tính độ dài cạnh MQ



Bài 2. Cho hình vẽ. Biết $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$ và BD là phân giác của \widehat{ABC} . Tính độ dài BC , AD , DC ?



Bài 3. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Đường phân giác của \widehat{BAC} cắt cạnh BC tại D .

- Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác vuông;
- Tính độ dài cạnh DB và DC ;
- Tính tỉ số diện tích của $\triangle ADB$ và $\triangle ADC$;

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AM . Tia phân giác của góc \widehat{ABC} lần lượt cắt các đoạn thẳng AM , AC tại điểm D , E . Chứng minh $\frac{EC}{EA} = 2 \cdot \frac{MD}{AD}$.

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có ba đường phân giác AD , BE , CF . Chứng minh $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$, điểm D thuộc cạnh BC sao cho $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AD tại E . Chứng minh

- $\triangle ABE$ cân;
- AD là phân giác của \widehat{BAC} ;

Bài 7. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$, AD là đường phân giác. Tính

- a) Độ dài các đoạn thẳng BC , DB , DC ;
- b) Khoảng cách từ điểm D đến đường thẳng AC (Là độ dài đoạn thẳng kẻ từ D vuông góc với AC);
- c) Độ dài đường phân giác AD ;

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường phân giác của góc \hat{A} cắt BD tại E , đường phân giác của góc \hat{B} cắt AC tại F . Chứng minh

- a) $\frac{BE}{ED} = \frac{AF}{FC}$;
- b) $EF \parallel AB$;

Bài 9. Cho ΔABC cân tại A , các phân giác của \hat{B} và \hat{C} lần lượt cắt AC , AB tại D và E . Chứng minh

- a) $DE \parallel BC$;
- b) $\frac{1}{BC} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{DE}$;

Bài 10. Cho ΔABC , trung tuyến AM , các đường phân giác của các góc \widehat{AMB} , \widehat{CMA} lần lượt cắt các cạnh AB , AC tại D và E .

- a) Chứng minh $DE \parallel BC$;
- b) Gọi O là giao điểm của AM và DE . Chứng minh $OD = OE$;

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CẠNH – CẠNH – CẠNH
---	---

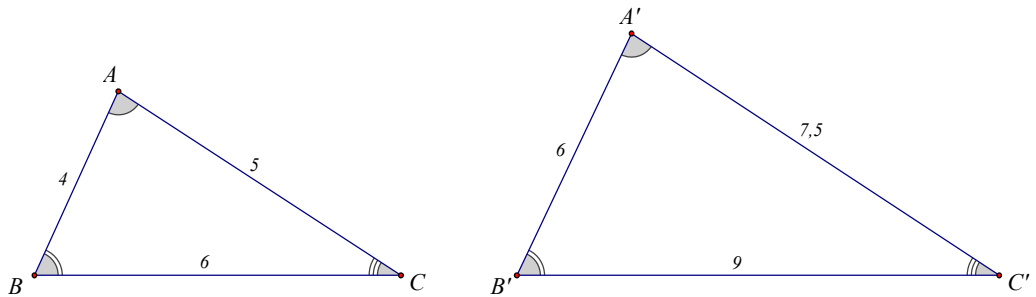
PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hai tam giác đồng dạng

- Hai tam giác được gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có ba cặp góc bằng nhau và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

- **Ví dụ:** $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$.

Kí hiệu: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ hoặc $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$



Ta có: $\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{B} = \hat{B}'$; $\hat{C} = \hat{C}'$ và $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = k$

Trong đó: k được gọi là tỉ số đồng dạng.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng là $k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Ngược lại, $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ với tỉ số đồng dạng là $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

- Chú ý:

- + Khi viết hai tam giác đồng dạng, ta phải viết các đỉnh tương ứng đúng thứ tự.
- + Tam giác nào viết trước thì các cạnh của tam giác đó nằm trên tử; Tam giác nào viết sau thì các cạnh của tam giác đó nằm dưới mẫu.

- Bài tập tương tự:

a) Cho $\triangle MNP$ đồng dạng với $\triangle DEF$. Viết kí hiệu đồng dạng và chỉ ra các góc nào bằng nhau? Các cạnh nào tỉ lệ với nhau?

.....

.....

.....

.....

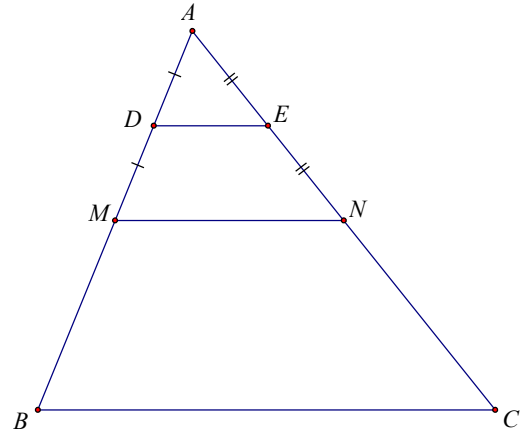
.....

.....

.....

b) Cho hình vẽ. Biết $\triangle ADE \sim \triangle AMN$

và $\triangle AMN \sim \triangle ABC$; MN là đường trung bình của tam giác ABC . Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng bao nhiêu?



.....

.....

.....

.....

.....

c) Cho $\triangle HGK \sim \triangle NQM$, biết $GK = 4\text{ cm}$, $MQ = 6\text{ cm}$, $\widehat{Q} = 30^\circ$, $\widehat{K} = 60^\circ$. Tính \widehat{G} , \widehat{M} và tìm tỉ số đồng dạng của hai tam giác?

.....

.....

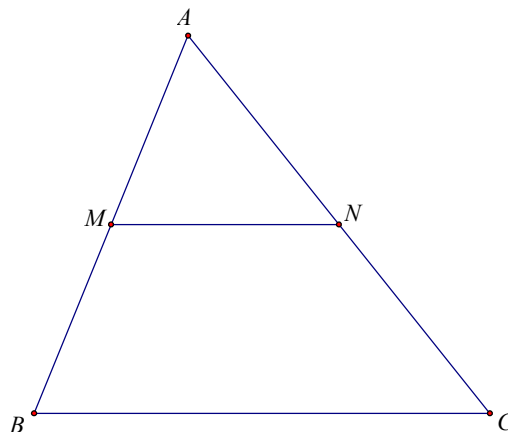
.....

.....

.....

- **Chú ý định lí:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

Nếu $MN \parallel BC$ thì $\triangle AMN \sim \triangle ABC$



2. Tỉ số chu vi. Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

- Cho $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k . Ta có:

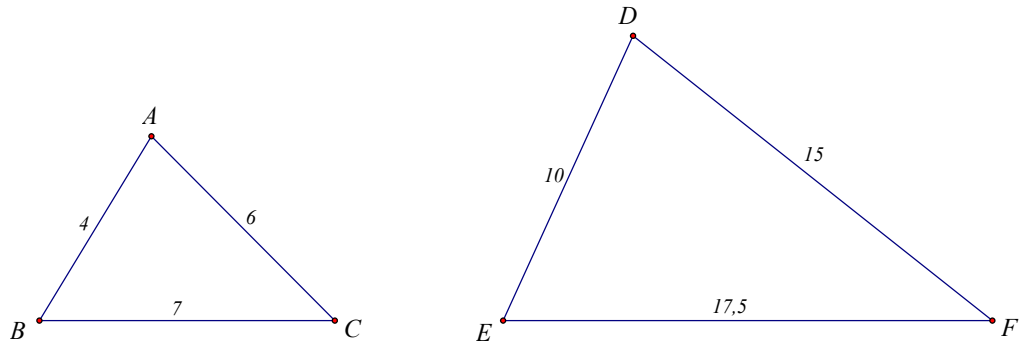
+ Tỉ số chu vi: $\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = k$

+ Tỉ số diện tích: $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$

3. Trường hợp đồng dạng thứ nhất: cạnh – cạnh – cạnh

- **Định lí:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

- **Ví dụ:** Cho ΔABC và ΔDEF có độ dài các cạnh như hình vẽ. Chứng minh rằng $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ và tính tỉ số đồng dạng?

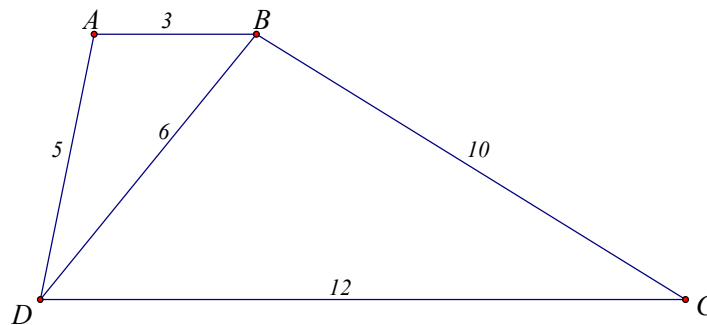


Giải

Xét ΔABC và ΔDEF có: $\frac{AB}{DE} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; $\frac{BC}{EF} = \frac{7}{17.5} = \frac{2}{5}$; $\frac{AC}{DF} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$. Vậy $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (c-c-c) theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{5}$

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABD \sim \Delta BDC$ và $AB \parallel CD$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Từ điểm M thuộc cạnh AB của $\triangle ABC$ với $AM = \frac{1}{2}MB$, kẻ các tia song song với AC và BC , chúng cắt BC, AC lần lượt lại E và F .

- a) Nêu tất cả các cặp tam giác đồng dạng;
- b) Đối với mỗi cặp tam giác đồng dạng, em hãy viết các cặp góc bằng nhau và tỉ số đồng dạng tương ứng;

Bài 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng đi qua D lần lượt cắt đoạn thẳng BC và tia AB tại M và N sao cho điểm M nằm giữa hai điểm B và C . Chứng minh

- a) $\triangle NBM \sim \triangle NAD$; b) $\triangle NBM \sim \triangle DCM$; c) $\triangle NAD \sim \triangle DCM$;

Bài 3. Cho $\triangle ABC$. Hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Chứng minh $\triangle GMN \sim \triangle GBC$ và tính tỉ số đồng dạng?

Bài 4. Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, biết $BC = 4\text{ cm}$, $EF = 10\text{ cm}$.

- a) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác;
- b) Cho biết hiệu chu vi của hai tam giác trên là 36 cm . Tính chu vi của mỗi tam giác;

Bài 5. Cho $\triangle ABC$. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB . Chứng minh $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ và tính tỉ số chu vi của hai tam giác.

Bài 6. Cho $\triangle DEF$ có độ dài $DE = 5\text{ cm}$, $DF = 7,5\text{ cm}$, $EF = 10\text{ cm}$. Biết $\triangle MNP \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{5}{2}$. Tính độ dài các cạnh của $\triangle MNP$?

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tính tỉ số chu vi của $\triangle AMN$ và $\triangle ABC$.

Bài 8. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AG, BG, CG . Chứng minh $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle MNP$ và tính tỉ số đồng dạng.

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ nhọn có trực tâm H . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC

- a) Chứng minh $\triangle MNP$ đồng dạng với $\triangle ABC$ và tính tỉ số đồng dạng;
- b) Biết chu vi của $\triangle ABC$ là $P_{ABC} = 50\text{ cm}$. Tính chu vi của $\triangle MNP$;

Bài 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Lấy điểm F trên cạnh BC , tia DF cắt tia AB tại G .

- a) Chứng minh $\triangle GBF \sim \triangle DCF$;
- b) Biết $AB = 6\text{ cm}$, $AD = 5\text{ cm}$, $CF = 3\text{ cm}$. Tính độ dài AG ;
- c) Chứng minh $AG \cdot CF = CD \cdot AD$;

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = 4,5\text{ cm}$. Chứng minh

- a) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$; b) $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$;

Bài 12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm D thuộc cạnh BC . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC . Chứng minh

- a) $\triangle BDM \sim \triangle BCA$ và $\triangle CDN \sim \triangle CBA$ từ đó suy ra $BM \cdot CN = DM \cdot DN$;
- b) Cho $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$, $DB = 3\text{ cm}$. Tính độ dài BM ;

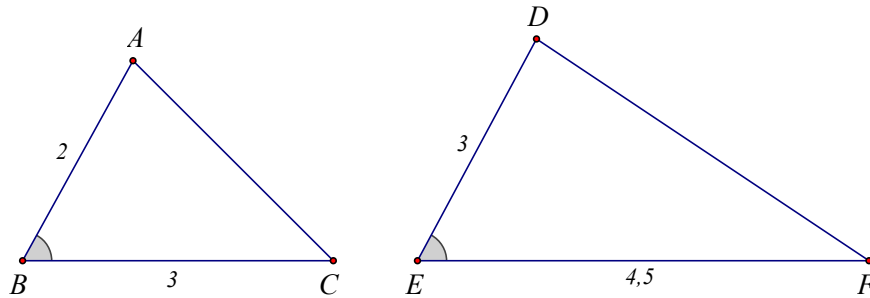
THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CẠNH – GÓC – CẠNH
---	---

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Trường hợp đồng dạng thứ hai: Cạnh – Góc – Cạnh

- Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



Giải

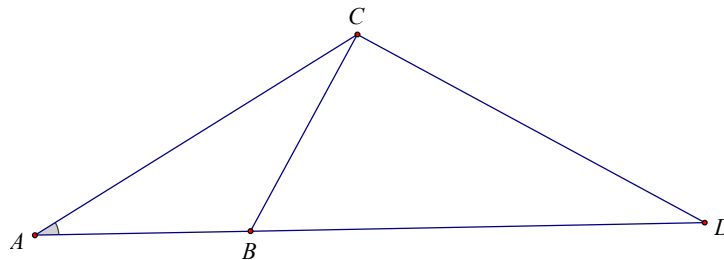
Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có

$$\widehat{ABC} = \widehat{DEF} \text{ (gt)}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{3}$$

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ, biết $AC = 8,45 \text{ cm}$, $AB = 4,80 \text{ cm}$, $AD = 14,9 \text{ cm}$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ rồi từ đó suy ra $AC^2 = AB \cdot AD$



.....

.....

.....

.....

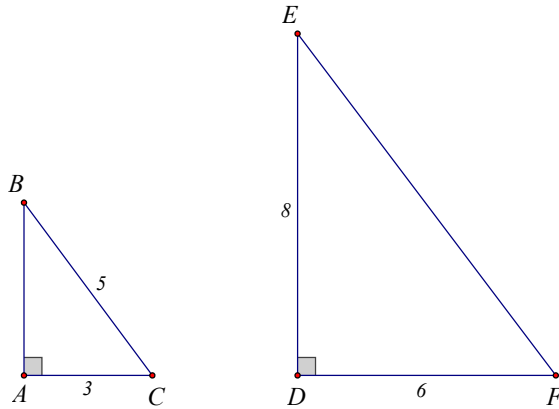
.....

.....

.....

2. Áp dụng vào tam giác vuông

- Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.
- **Ví dụ:** Cho hình vẽ. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



Giải

- Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lý Pythagore, ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

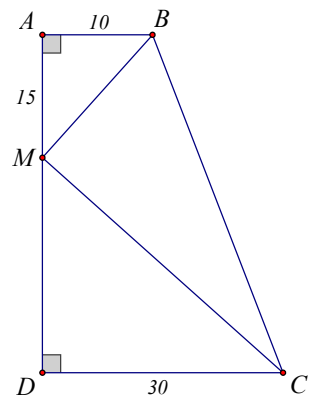
- Xét $\triangle ABC$ vuông tại A và $\triangle DEF$ vuông tại D có

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2}$$

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (c - g - c)

- **Bài tập tương tự:** Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 10\text{ cm}$, $CD = 30\text{ cm}$, $AD = 35\text{ cm}$. Trên cạnh AD lấy M sao cho $AM = 15\text{ cm}$. Chứng minh

- a) $\triangle ABM \sim \triangle DMC$; b) $\widehat{BMC} = 90^\circ$;



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

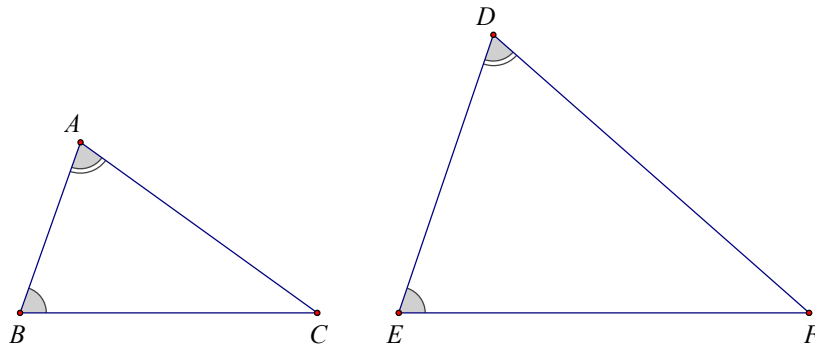
THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA GÓC – GÓC
---	--

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Trường hợp đồng dạng thứ ba: góc – góc

- Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

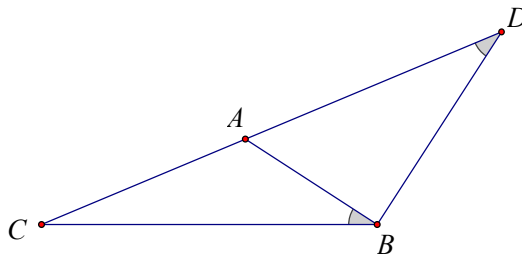


Giải

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\hat{A} = \hat{D}$ và $\hat{B} = \hat{E}$.

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (g – g)

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Chứng minh $CB^2 = CA \cdot CD$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

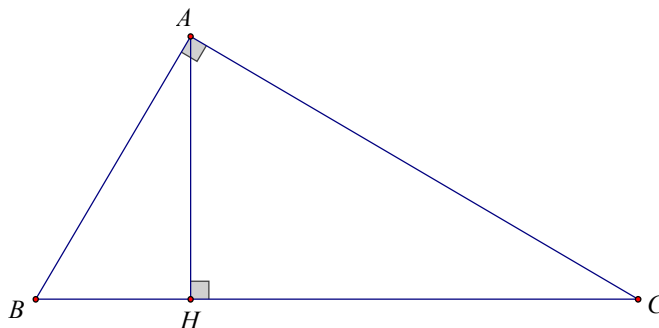
.....

.....

.....

.....

- **Chú ý quan trọng:** Trong ΔABC vuông tại A có đường cao AH như hình vẽ



- + Đoạn BH được gọi là hình chiếu của cạnh góc vuông AB lên cạnh huyền BC
- + Đoạn CH được gọi là hình chiếu của cạnh góc vuông AC lên cạnh huyền BC .

Khi đó, các đẳng thức ta vừa chứng minh được gọi là “**Hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông**”, các hệ thức này ta sẽ gặp nhiều trong các bài chứng minh sau này nên các em cần ghi nhớ

- (1) $\boxed{AB^2 = BH \cdot BC; AC^2 = CH \cdot BC}$ (Bình phương cạnh góc vuông bằng tích hình chiếu và cạnh huyền)
- (2) $\boxed{AH \cdot BC = AB \cdot AC}$ (Tích đường cao và cạnh huyền bằng tích hai cạnh góc vuông)
- (3) $\boxed{AH^2 = BH \cdot CH}$ (Bình phương đường cao bằng tích hai hình chiếu)
- (4) $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$ (Định lý Pythagore)

Ngoài ra, còn có một hệ thức ít gặp là $\boxed{\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}}$ được chứng minh thông

qua công thức diện tích của ΔABC như sau

$$S_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

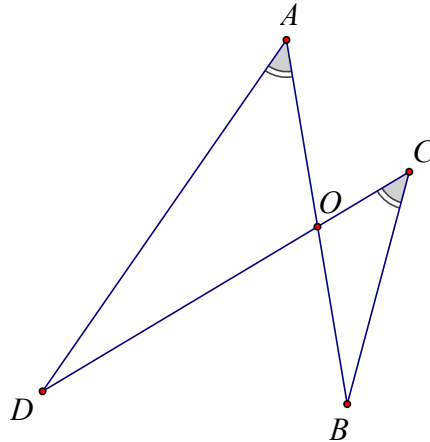
$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} \Rightarrow AH^2 = \frac{AB^2 \cdot AC^2}{BC^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{BC^2}{AB^2 \cdot AC^2}$$

Mà $BC^2 = AB^2 + AC^2$ nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \cdot AC^2} = \frac{AB^2}{AB^2 \cdot AC^2} + \frac{AC^2}{AB^2 \cdot AC^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} \text{ (đpcm)}$$

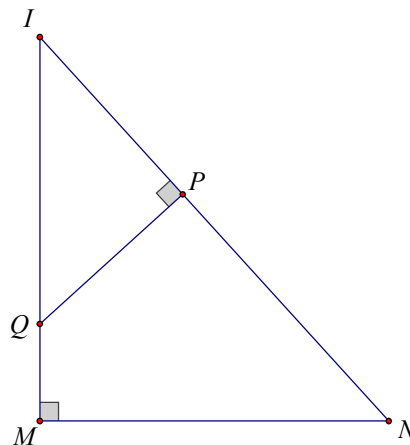
PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình vẽ. Chứng minh $OA \cdot OB = OC \cdot OD$



Bài 2. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 50^\circ, \hat{B} = 60^\circ$ và $\triangle MNP$ có $\hat{N} = 60^\circ, \hat{P} = 70^\circ$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

Bài 3. Cho hình vẽ. Chứng minh $IP \cdot IM = IQ \cdot IN$

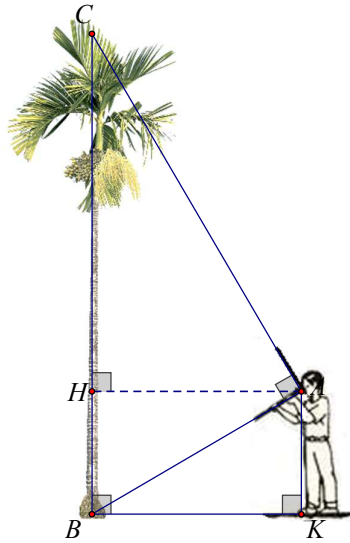


Bài 4. Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh $HA \cdot HD = HB \cdot HE$;
- b) Chứng minh $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ từ đó suy ra $CA \cdot CE = CB \cdot CD$;
- c) Chứng minh $\triangle ACD \sim \triangle AHE$ từ đó suy ra $AC \cdot AE = AD \cdot AH$;

Bài 5. Thước ngắm tam giác là một dụng cụ dùng để đo chiều cao của các vật bằng cách áp dụng sự đồng dạng của các tam giác vuông.

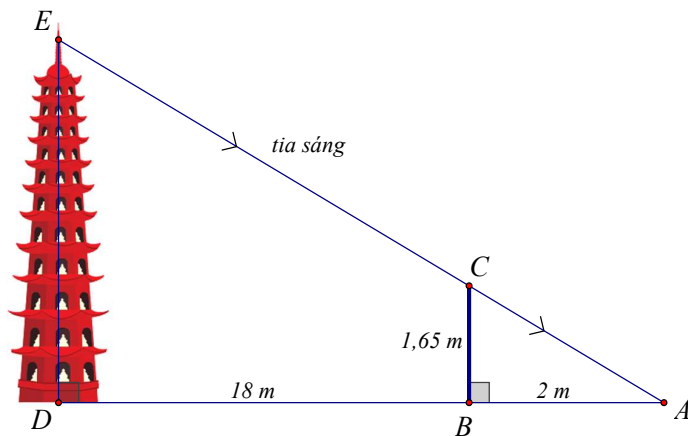
Một bạn đang dùng thước ngắm để đo chiều cao của cái cây như hình vẽ. Biết khoảng cách từ mắt đến cây là $AH = 2,8m$; bạn đó cao $AK = 1,6m$. Tính chiều cao BC của cây?



Bài 6. Ta còn có thể đo chiều cao của một cái cây hoặc một tòa nhà bằng cách sử dụng tia sáng Mặt trời như sau

Chôn một cái cọc xuống đất, ngắm sao cho đỉnh của tòa nhà và đỉnh cọc nằm trên cùng một đường thẳng. Đo chiều cao của cọc, bóng của cọc trên mặt đất, khoảng cách từ cọc đến tòa nhà. Từ đó ta có thể tính ra chiều cao của tòa nhà bằng hai tam giác vuông đồng dạng.

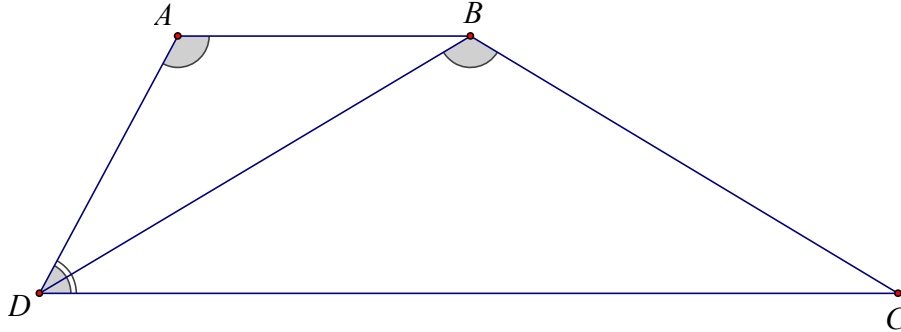
Cho hình vẽ. Tính chiều cao của tháp



Bài 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH . Kẻ $HM \perp AB$ tại M .

- a) Chứng minh $\triangle AMH \sim \triangle AHB$;
- b) Kẻ $HN \perp AC$ tại N . Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$;
- c) Chứng minh $\triangle ANM \sim \triangle ABC$;
- d) Biết $AB = 9\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$. Tính diện tích $\triangle AMN$;

Bài 8. Cho hình vẽ. Biết $ABCD$ là hình thang, DB là phân giác của \widehat{ADC} và $\widehat{DAB} = \widehat{BDC}$. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ từ đó suy ra $BD^2 = AB \cdot DC$.



Bài 9. Cho $\triangle ABC$ nhọn. Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$.

- a) Chứng minh $\triangle AED \sim \triangle ABC$;
- b) Tia phân giác của \widehat{BAC} cắt DE tại M và cắt BC tại N .
Chứng minh $ME \cdot BC = MD \cdot NB$;

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 16\text{ cm}$. Tính độ dài BC , AH , BH , HC ?

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{5}$. Biết đường cao AH của $\triangle ABC$ có độ dài 5 cm và DK là đường cao của $\triangle DEF$.

- a) Tính độ dài DK ?
- b) Biết diện tích $\triangle DEF$ bằng 100 cm^2 . Tính diện tích $\triangle ABC$?

Chú ý:

- Tỉ số hai đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

Bài 12. Cho $\triangle ABC$ nhọn có đường cao CH . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu của H lên BC và AC . Chứng minh

- a) $\triangle ACH \sim \triangle HCN$;
- b) $\triangle MHC \sim \triangle HBC$;
- c) $\triangle MNC \sim \triangle ABC$;

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , M là trung điểm của cạnh BC . Lấy D và E lần lượt thuộc cạnh AB, AC sao cho $\widehat{MDB} = \widehat{CME}$.

- a) Chứng minh $BM^2 = BD \cdot CE$;
- b) Chứng minh $\triangle MDE \sim \triangle BDM$;

Bài 14. Cho $\triangle ABC$ cân tại A và \hat{A} tù. Lấy điểm M nằm giữa hai điểm B và C . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C vẽ tia Bx sao cho $\widehat{ABx} = \widehat{AMB}$. Chứng minh

- a) $\triangle AMB \sim \triangle ABD$;
- b) $MB \cdot MC = MA \cdot MD$;

Bài 15. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh $\triangle ADM \sim \triangle CBN$.

Bài 16. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD, AB < CD$ và O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

- a) Chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$;
- b) Đường thẳng qua O vuông góc với AB và cắt AB, CD lần lượt tại H và K . Chứng minh $OH \cdot CD = OK \cdot AB$;

Bài 17. Cho $\triangle ABC$ nhọn, trên cạnh AB, AC lần lượt lấy điểm D và E . Đường thẳng qua D song song với AC cắt BE tại I , đường thẳng qua E song song với AB cắt CD tại K . Gọi F là giao điểm của BE và CD . Chứng minh $IK \parallel BC$.

Bài 18. Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB và BC lần lượt lấy các điểm P và Q sao cho $BP = BQ$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ B đến PC . Chứng minh $DH \perp QH$.

Bài 19. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Từ trung điểm M của đáy BC hạ đường vuông góc MH xuống AC . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng HM . Hạ đường cao BK . Chứng minh $BH \perp AO$.

Bài 20. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 2 \cdot \hat{C}$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$, kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$, từ A hạ $AK \perp CD$. Gọi I là giao điểm của AK và BC . Chứng minh rằng

- a) $\triangle ABI$ cân;
- b) $AC^2 = AB \cdot (AB + BC)$;

Bài 21. Cho hình bình hành $ABCD$, đường chéo lớn AC . Từ C kẻ CE và CF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB và AD . Gọi H, K theo thứ tự là chân các đường thẳng vuông góc kẻ từ B và D đến AC . Chứng minh $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

Bài 22. Cho tứ giác $ABCD$ có $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$. Lấy một điểm M bất kì trên đường chéo AC , kẻ MP và MQ lần lượt vuông góc với BC, AD . Chứng minh $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD} = 1$.

Bài 23. Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao BD và CE . Kẻ đường cao DF và EG của $\triangle ADE$

- a) Chứng minh $AD \cdot AE = AB \cdot AG = AC \cdot AF$;
- b) Chứng minh $FG \parallel BC$;

THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642	TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: LUYỆN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
---	--

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc cạnh BC).

a) Trên tia đối của tia AC lấy điểm D , vẽ AE vuông góc với BD tại E .

Chứng minh $\triangle AEB \sim \triangle DAB$;

b) Chứng minh $BE \cdot BD = BH \cdot BC$;

c) Chứng minh $\widehat{BHE} = \widehat{BDC}$;

Bài 2. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm E và D sao cho

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$$

a) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle ACE$;

b) Chứng minh $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

c) Gọi I là giao điểm của BD và EC . Chứng minh $ID \cdot IB = IE \cdot IC$.

Bài 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Kẻ AI vuông góc với BD tại I và AI cắt DC tại E . Chứng minh:

a) $AD^2 = DI \cdot DB$;

b) $BI = 4DI$;

Bài 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ DE vuông góc với AC tại E . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AE và DE . Chứng minh rằng:

a) $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{DE}$;

b) $\triangle AND \sim \triangle DPC$;

Bài 5. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$) có hai đường chéo vuông góc với nhau tại O và $AB = 4\text{ cm}, CD = 9\text{ cm}$.

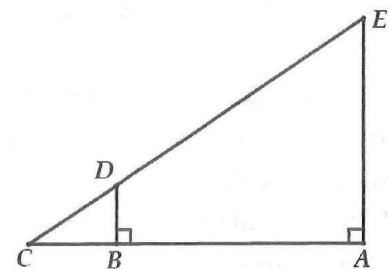
a) Chứng minh $\triangle AOB \sim \triangle DAB$;

b) Tính độ dài AD ;

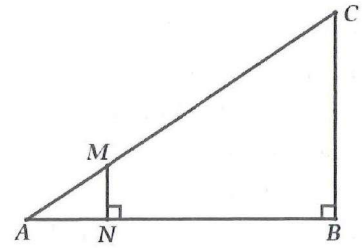
c) Chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

d) Tính tỉ số $\frac{S_{OAB}}{S_{OCD}}$.

Bài 6. Một cột cờ thẳng đứng (AE) có bóng in xuống mặt đất dài 25 m ($AC = 25\text{ m}$). Cùng thời điểm đó, một chiếc cọc DB cao $1,8\text{ m}$ vuông góc với mặt đất có bóng in xuống mặt đất là $2,5\text{ m}$ ($CB = 2,5\text{ m}$). Tính chiều cao của cột cờ.



Bài 7. Một cột cờ CB có bóng in trên mặt đất dài $12m$ ($BA = 12m$). Cùng thời điểm đó, một chiếc cọc cao $1,5m$ đặt cách chân cột cờ $10m$ (hình vẽ). Tính chiều dài bóng của chiếc cọc và chiều cao của cột cờ.



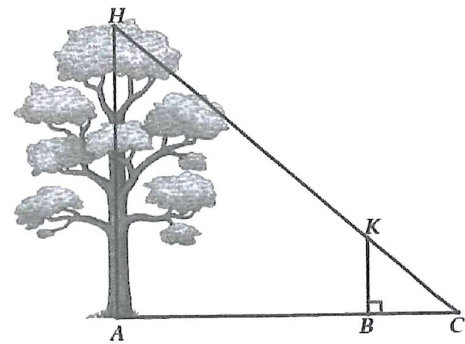
Bài 8. Cho tam giác nhọn ABC . Kẻ các đường cao BE và CF cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và $\triangle AEF \sim \triangle ABC$;
- b) Qua B kẻ đường thẳng song song với CF cắt tia AH tại M , AH cắt BC tại D . Chứng minh $BD^2 = AD \cdot DM$;
- c) Cho $\widehat{ACB} = 45^\circ$ và kẻ AK vuông góc với EF tại K . Tính tỉ số $\frac{S_{AFH}}{S_{AKE}}$;
- d) Chứng minh $AB \cdot AC = BE \cdot CF + AE \cdot AF$;

Bài 9. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh là $12cm$. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = 3cm$. Đường thẳng DE cắt CB kéo dài tại K .

- a) Tính DE ;
- b) Chứng minh $\triangle EAD \sim \triangle EBK$; từ đó tính DK ;
- c) Chứng minh $AD^2 = KC \cdot AE$;
- d) Tính diện tích tam giác CDK ;

Bài 10. Để đo chiều cao AH (hình bên dưới) của một cái cây bằng bóng nắng trên mặt đất người ta dùng cọc và xác định được: Bóng của cây $AC = 9m$; bóng của cọc $BC = 0,6m$; Chiều cao của cọc $BK = 1,2m$. Tính chiều cao của cây?



Bài 11. Bóng của cái cây trên mặt đất dài $36m$. Cùng thời điểm đó một thanh sắt cao $1m$ cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài $1,6m$. Tính chiều cao của cây.

Bài 12. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = 9cm$, $AC = 12cm$, đường cao AH .

- a) Tính BC, AH, BH ;
- b) Gọi M là trung điểm của BC , kẻ $Mx \perp BC$ tại M , Mx cắt BA tại D , cắt AC tại E . Chứng minh $\triangle BMD \sim \triangle BAC$;
- c) Tính độ dài AD ;
- d) Chứng minh $BE \perp DC$;

Bài 13. Cho đoạn thẳng AB . Trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB , vẽ hai tia Ax và By vuông góc với AB tại A và B . Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (khác A, B). Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), tia vuông góc với MC tại M cắt By tại D .

- a) Chứng minh $\triangle AMC \sim \triangle BDM$;
- b) Đường thẳng CD cắt AB tại E . Chứng minh rằng $EC \cdot BD = ED \cdot AC$;
- c) Vẽ MH vuông góc với CD tại H . Chứng minh $HM^2 = HC \cdot HD$;
- d) Gọi I là giao điểm của BC và AD . Chứng minh $DE \cdot IA = ID \cdot EC$;

Bài 14. Cho $\triangle ABC$ nhọn có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Chứng minh

- a) $\triangle BDA \sim \triangle BFC$ và $BD \cdot BC = BF \cdot BA$;
- b) $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$;
- c) $BH \cdot BE = BD \cdot BC$ và $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$;

Bài 15. Cho $\triangle ABC$ đều có O là trung điểm của BC . Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc AB và AC sao cho $\widehat{MON} = 60^\circ$. Chứng minh

- a) $\triangle OBM \sim \triangle NCO$;
- b) $\triangle OBM \sim \triangle NOM$ và OM là phân giác của \widehat{BMN} ;

Bài 16. Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có đường phân giác AD ($D \in BC$). Trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho $\widehat{ACI} = \widehat{BDA}$. Chứng minh

- a) $\triangle ADB \sim \triangle AIC$ và $\triangle ADB \sim \triangle CDI$;
- b) $AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC$;

Bài 17. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4\text{ cm}$. Đường thẳng AM cắt BD tại I và cắt đường thẳng DC tại N .

- a) Tính tỉ số $\frac{IB}{ID}$;
- b) Chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle AND$;
- c) Tính DN ; CN ;
- d) Chứng minh $AI^2 = IM \cdot IN$;

Bài 18. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại M . Lấy điểm M bất kì trên AB . Qua B kẻ một tia vuông góc với tia CM tại D và cắt tia CA tại E . Chứng minh

- a) $ED \cdot EB = EA \cdot EC$;
- b) $BD \cdot BE + CA \cdot CE = BC^2$;
- c) Tính \widehat{EDA} ;

Bài 19. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH . Lấy điểm D bất kì thuộc đoạn thẳng AH . Kẻ $CE \perp BD$ tại E . Qua E kẻ đường thẳng song song với AH cắt AC tại I .

- a) Chứng minh $CE \cdot BH = DH \cdot BE$;
- b) $CE^2 = CI \cdot CA$;
- c) Qua D kẻ đường thẳng song song với EC cắt BC tại M . Gọi N là giao điểm của EI và DM . Chứng minh $\widehat{DNE} = \widehat{EAC}$;

Bài 20. Cho ΔABC ($AB < AC$) nhọn có đường cao AH . Kẻ $HE \perp AB$ tại E , $HF \perp AC$ tại F .

Đường thẳng EF cắt BC tại D . Kẻ phân giác AP của góc \widehat{BAC} ($P \in BC$). Chứng minh

- a) $AH^2 = AE \cdot AB$;
- b) $\Delta AEF \sim \Delta ACB$;
- c) $DH^2 = DE \cdot DF$;
- d) $AP^2 = AB \cdot AC - PB \cdot PC$;