



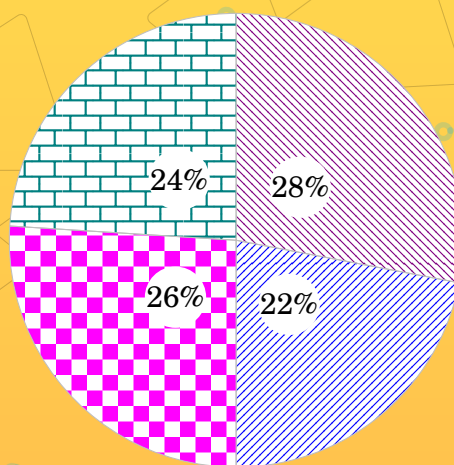
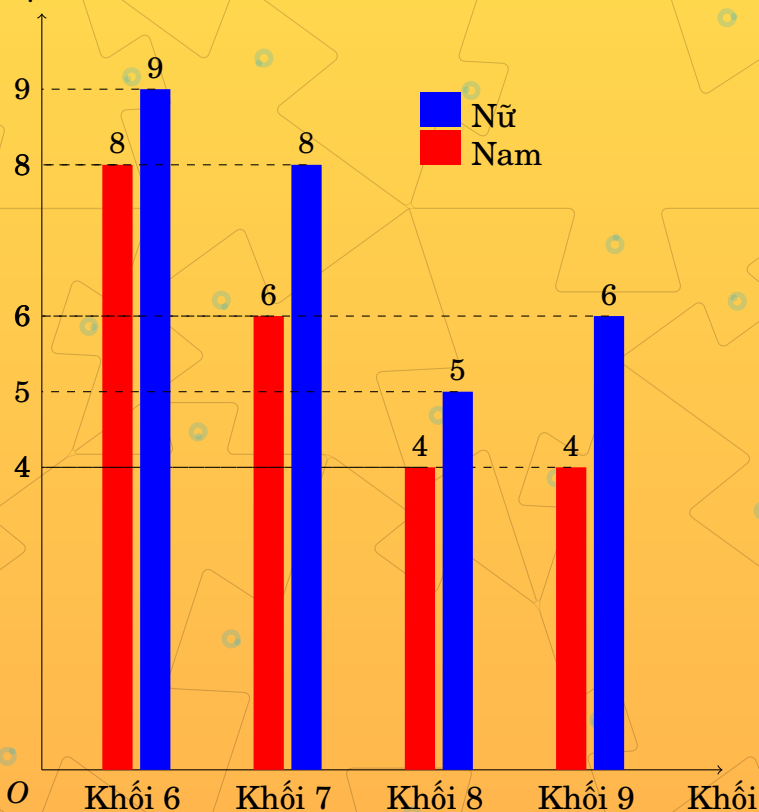
ĐỖ ĐỨC THÁI (Tổng chủ biên kiêm chủ biên)
LÊ TUẤN ANH - ĐỖ TIẾN ĐẠT - NGUYỄN SƠN HÀ
NGUYỄN THỊ PHƯƠNG LOAN - PHẠM SỸ NAM - PHẠM ĐỨC QUANG

TOÁN

8

TẬP HAI

Số học sinh



MỤC LỤC

Chương 6. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT _____ 1

§1 – THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU _____ 1

- Ⓐ THU THẬP DỮ LIỆU _____ 1
- Ⓑ PHÂN LOẠI VÀ TỔ CHỨC DỮ LIỆU _____ 2
- Ⓒ TÍNH HỢP LÝ CỦA DỮ LIỆU _____ 3

§2 – MÔ TẢ VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG, BIỂU ĐỒ _____ 6

- Ⓐ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG VÀ BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ _____ 6
- Ⓑ BIỂU DIỄN MỘT TẬP DỮ LIỆU THEO NHIỀU CÁCH KHÁC NHAU _____ 10
- Ⓒ BÀI TẬP _____ 13

§3 – PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ _____ 18

- Ⓐ PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ DỰA TRÊN PHÂN TÍCH SỐ LIỆU VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ _____ 18
- Ⓑ GIẢI QUYẾT NHỮNG VẤN ĐỀ ĐƠN GIẢN DỰA TRÊN PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ _____ 20
- Ⓒ BÀI TẬP _____ 22

§4 – XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN _____ 26

- Ⓐ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI TUNG ĐỒNG XU _____ 26
- Ⓑ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI VÒNG QUAY SỐ _____ 26
- Ⓒ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI CHỌN NGẪU NHIÊN MỘT ĐỐI TƯỢNG TỪ MỘT NHÓM ĐỐI TƯỢNG _____ 26
- Ⓓ Bài tập _____ 28

§5 – XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN _____ 30

- Ⓐ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI TUNG ĐỒNG XU _____ 30

(B)	XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI GIEO XÚC XẮC.....	31
(C)	XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG TRÒ CHƠI CHỌN NGẪU NHIÊN MỘT ĐỐI TƯỢNG TỪ NHÓM ĐỐI TƯỢNG.....	31
(D)	Bài Tập.....	32
§6 –	BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI	34
Chương 7.	PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	38
§1 –	PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	38
(A)	MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH.....	38
(B)	PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN.....	39
(C)	BÀI TẬP.....	41
§2 –	ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	46
(A)	BIỂU DIỄN MỘT ĐẠI LƯỢNG BỞI MỘT BIỂU THỨC CHỨA ẨN.....	46
(B)	MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN.....	46
(C)	BÀI TẬP.....	49
§3 –	Bài Tập Cuối Chương VII	51
Chương 8.	TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. HÌNH ĐỒNG DẠNG	57
§1 –	ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC	57
(A)	ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ.....	57
(B)	ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC.....	57
(C)	BÀI TẬP.....	62
§2 –	ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC	66
(A)	ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH.....	66
(B)	ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO.....	67
(C)	BÀI TẬP.....	69
§3 –	ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC	72
(A)	ĐỊNH NGHĨA.....	72
(B)	TÍNH CHẤT.....	72
(C)	BÀI TẬP.....	74
§4 –	TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC	77

A	TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC	77
B	VÍ DỤ MINH HỌA	77
C	BÀI TẬP	79
§5	TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG	83
A	ĐỊNH NGHĨA	83
B	TÍNH CHẤT	84
C	BÀI TẬP	85
§6	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC	88
A	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT: Cạnh - cạnh - cạnh	88
B	ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG	89
C	BÀI TẬP	89
§7	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CỦA TAM GIÁC	92
A	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI: Cạnh-Góc-Cạnh	92
B	ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG	93
C	BÀI TẬP	94
§8	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA CỦA TAM GIÁC	98
A	TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA: góc - góc	98
B	ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG	99
C	BÀI TẬP	100
§9	HÌNH ĐỒNG DẠNG	104
A	HÌNH ĐỒNG DẠNG PHỐI CẢNH (HÌNH VỊ TỰ)	104
B	HÌNH ĐỒNG DẠNG	104
C	BÀI TẬP	105
§10	HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG THỰC TIỄN	108
A	HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG THỂ GIỚI TỰ NHIÊN	108
B	HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG NGHỆ THUẬT, KIẾN TRÚC	108
C	HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ	109
D	BÀI TẬP	110
E	TÌM TÒI MỞ RỘNG	111

§11 – BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV**113**

- Ⓐ PHẦN TRẮC NGHIỆM.....113
- Ⓑ PHẦN TỰ LUẬN.....113

Chương 6.



MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chủ đề 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A THU THẬP DỮ LIỆU

Có nhiều cách để thu thập dữ liệu, chẳng hạn: quan sát, lập phiếu điều tra (phiếu hỏi), tiến hành phỏng vấn, ... hoặc thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, trang web, các phương tiện thông tin đại chúng, ...

Ví dụ 1. Lớp trưởng lớp 8C muốn thu thập thông tin về các môn thể thao được ưa thích của các bạn trong lớp. Theo em, bạn lớp trưởng có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?

Lời giải.

Bạn lớp trưởng lớp 8C có thể thu thập những thông tin đó bằng cách lập phiếu hỏi theo mẫu sau (Bảng 1):

Môn thể thao	Ưa thích
Bóng đá	
Cầu lông	
Bóng rổ	
...	

□

Luyện tập Một cửa hàng bán kem muốn tìm hiểu về các loại kem yêu thích của 40 khách hàng trong sáng Chủ nhật. Theo em, cửa hàng có thể thu nhập những thông tin đó bằng cách nào?

Lời giải.

Theo em có thể thu thập những thông tin đó bằng cách lập phiếu hỏi theo mẫu sau

Các loại kem	Ưa thích
Kem sầu riêng	
kem dừa	
kem cây	
...	

□

B PHÂN LOẠI VÀ TỔ CHỨC DỮ LIỆU

Việc sắp xếp thông tin theo những tiêu chí nhất định gọi là phân loại dữ liệu

Dựa trên tiêu chí định tính và định lượng, ta có thể phân loại các dữ liệu thành hai loại:

-  Dữ liệu định lượng được biểu diễn bằng số thực;
-  Dữ liệu định tính được biểu diễn bằng từ, chữ cái, kí hiệu, ...

Để thuận tiện trong tổ chức dữ liệu thu thập được, ta có thể phân nhóm mỗi loại dữ liệu trên thành các nhóm theo những tiêu chí cho trước.

❶ Ví dụ 2. Để nâng cao hiệu quả kinh doanh, một siêu thị tiến hành hỏi những mặt hàng mà 50 khách hàng dự định mua khi vào siêu thị. Kết quả thu được như sau: gạo, mì ăn liền, thịt, cá, rau củ, trứng, hoa quả, sữa tươi, quần áo, nước khoáng, nước giải khát, nước sinh tố, xà phòng, kem đánh răng, bột giặt, xoong nồi, bát đĩa, bút viết, vở học sinh, cặp sách.

a) Có bao nhiêu mặt hàng được khách hàng dự định mua?

b) Hãy sắp xếp các mặt hàng đó theo những nhóm sau:

Nhóm 1: Mặt hàng thực phẩm;

Nhóm 3: Mặt hàng đồ dùng trong gia đình;

Nhóm 2: Mặt hàng đồ uống;

Nhóm 4: Mặt hàng văn phòng phẩm.

Lời giải.

a) Có 20 mặt hàng được khách hàng dự định mua.

b) Ta phân nhóm 20 mặt hàng đó như sau:

Nhóm 1: Gạo, mì ăn liền, thịt, cá, rau, củ, trứng, hoa quả;

Nhóm 2: Sữa tươi, nước khoáng, nước giải khát, nước sinh tố;

Nhóm 3: Xà phòng, kem đánh răng, bột giặt, xoong nồi, bát đĩa, quần áo;

Nhóm 4: Bút viết, vở học sinh, cặp sách.

□

❷ Luyện tập Để tìm hiểu về các động vật có xương sống trên Trái Đất, bạn Loan đã sưu tầm tư liệu về những động vật sau: cá rô đồng, cá chép, cá thu, ếch, nhái, cóc, rắn hổ mang, thằn lằn, cá sấu, gà Đông Tảo, chim bồ câu, chim ưng, trâu, mèo, sư tử. Em hãy giúp bạn Loan phân nhóm các động vật đó theo những tiêu chí sau: Cá; Lưỡng cư; Bò sát; Chim; Động vật có vú.

Lời giải.

Ta phân nhóm theo các tiêu chí sau

-  Nhóm 1 (cá): Cá rô đồng, cá chép, cá thu;
-  Nhóm 2 (Lưỡng cư): Ếch, nhái, cóc, cá sấu;
-  Nhóm 3 (Bò sát): rắn hổ mang, thằn lằn;
-  Nhóm 4 (Chim): Chim bồ câu, chim ưng;
-  Nhóm 5 (Động vật có vú): trâu, mèo, sư tử.

□

❸ Nhận xét 1.1. Việc phân loại dữ liệu thống kê phụ thuộc vào những tiêu chí đưa ra, hay cách nói khác, phụ thuộc vào mục đích phân loại.

C TÍNH HỢP LÝ CỦA DỮ LIỆU

Sau khi thu thập, phân loại và tổ chức dữ liệu, ta cần xem xét tính hợp lý của những dữ liệu thống kê đó, đặc biệt chỉ ra được những dữ liệu không hợp lý.

⇒ **Nhận xét 1.2.** Để đánh giá tính hợp lý của dữ liệu, ta cần đưa ra các tiêu chí đánh giá, chẳng hạn như dữ liệu phải:

- ❖ Đúng định dạng;
- ❖ nằm trong phạm vi dự kiến;
- ❖ Phải có tính đại diện đối với vấn đề cần thống kê.

❶ **Ví dụ 3.** Để chuẩn bị cho năm học mới, một công ty may thiết kế mẫu đồng phục cho học sinh của một trường trung học cơ sở. Công ty đã hỏi ý kiến của 50 học sinh lớp 6 về mẫu đồng phục đã thiết kế và nhận được kết quả là có 40 học sinh thích mẫu đồng phục đó. Từ đó, công ty đưa ra kết luận rằng có 80% số học sinh của trường thích mẫu đồng phục đó. Theo em, công ty may đưa ra kết luận như thế thì có hợp lý không? Vì sao?

📁 **Lời giải.**

Kết luận mà công ty may nêu ra là không hợp lý vì đối tượng hỏi ý kiến chỉ là những học sinh lớp 6 không đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ học sinh của trường trung học cơ sở (ở các khối lớp 6, 7, 8, 9). □

Để đánh giá tính hợp lý của dữ liệu, ta có thể dựa vào mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu.

❶ **Ví dụ 4.** Một trường trung học cơ sở cho học sinh khối lớp 8 đăng ký tham gia hoạt động ngoại khóa. Bảng 3 thống kê số lượng học sinh đăng ký tham gia hoạt động ngoại khóa của từng lớp. Số liệu nào trong Bảng 3 là không hợp lý? Vì sao?

Lớp	Sĩ số	Số học sinh đăng ký tham gia hoạt động ngoại khóa
8A	40	35
8B	38	39
8C	40	35
8D	39	36

📁 **Lời giải.**

Ta thấy sĩ số lớp 8B là 38 (học sinh), nhưng số học sinh của lớp đó đăng ký tham gia hoạt động ngoại khóa là 39 (học sinh). Vì thế số liệu này là không hợp lý. □

❶ **Luyện tập** Một cửa hàng có 16 nhân viên (mỗi nhân viên chỉ làm một ca). Quản lý cửa hàng thống kê như sau:

- ❖ Ca 1 : gồm 6 nhân viên.
- ❖ Ca 2 : gồm 6 nhân viên.
- ❖ Ca 3 : gồm 5 nhân viên.

Hỏi những số liệu mà quản lý cửa hàng nêu ra đã chính xác chưa? Vì sao?

📁 **Lời giải.**

Tổng số nhân viên của cửa hàng là 16, mỗi nhân viên chỉ làm 1 ca, mà quản lý thống kê tổng 3 ca có $6 + 6 + 5 = 17$ là không hợp lý. □

Bài 1. Sau khi tìm hiểu về các đại dương trên Trái Đất từ trang web <https://vi.wikipedia.org>, bạn Thanh thu được những dữ liệu thống kê sau:

- 🟩 Năm đại dương là: Thái Bình Dương; Đại Tây Dương; Ấn Độ Dương; Bắc Băng Dương; Nam Đại Dương.
- 🟦 Diện tích (đơn vị: triệu km²) của năm đại dương đó lần lượt là 165,25; 106,4; 75; 14,09; 20,3.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí định tính và định lượng.

Lời giải.

□

Bài 2. Để học tốt môn ngữ văn lớp 8, bạn Dung dự định đọc những văn bản văn học sau:

Đất rừng phương Nam (Đoàn Giỏi); Hai vạn dặm dưới đáy biển (J.Verne); Buổi học cuối cùng (A. Daudet); Cô bé bán diêm (H. Andersen); Truyện Kiều (Nguyễn Du); Lục Vân Tiên (Nguyễn Đình Chiểu); Sherlock Holmes (A. Doyle); Tre Việt Nam (Nguyễn Duy); Thu hứng (Đỗ Phủ); Tự tình (Hồ Xuân Hương); Qua đèo Ngang (Bà Huyện Thanh Quan); Khóc Dương Khuê (Nguyễn Khuyến); Cảnh vui của nhà nghèo (Tản Đà); Bếp lửa (Bằng Việt); Những ngày thơ ấu (Nguyên Hồng); chèo Quan âm Thị Kính; tuồng Nghêu Sọ Ốc Hên; Romeo và Julie (W. Shakespeare).

Hãy phân nhóm những văn bản văn học nêu trên theo những tiêu chí sau (Bảng 4)

Truyện	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)
Thơ	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)
Kí	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)
Kịch bản văn học	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)

Lời giải.

Truyện	Đất rừng phương Nam (Đoàn Giỏi); Hai vạn dặm dưới đáy biển (J.Verne); Buổi học cuối cùng (A. Daudet); Cô bé bán diêm (H. Andersen); Sherlock Holmes (A. Doyle); Romeo và Julie (W. Shakespeare)
Thơ	Truyện Kiều (Nguyễn Du); Thu hứng (Đỗ Phủ); Tự tình (Hồ Xuân Hương); Khóc Dương Khuê (Nguyễn Khuyến); Bếp lửa (Bằng Việt)
Kí	Tre Việt Nam (Nguyễn Duy)
Kịch bản văn học	Lục Vân Tiên (Nguyễn Đình Chiểu); Qua đèo Ngang (Bà Huyện Thanh Quan); Cảnh vui của nhà nghèo (Tản Đà); Những ngày thơ ấu (Nguyên Hồng); chèo Quan âm Thị Kính; tuồng Nghêu Sọ Ốc Hên

□

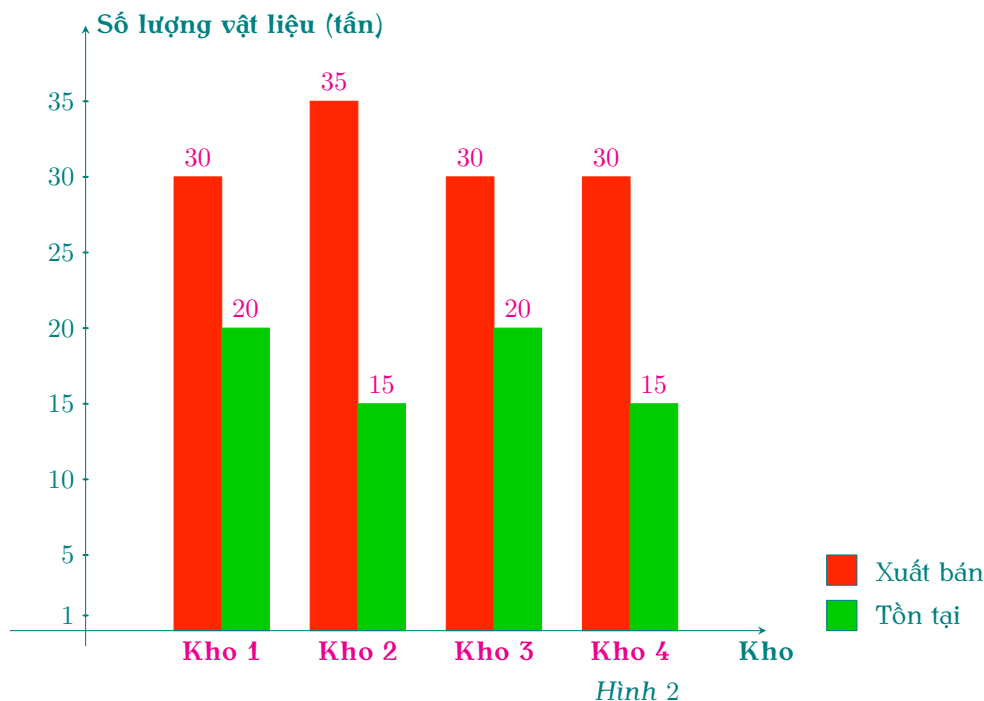
Bài 3. Để chuẩn bị đưa ra thị trường mẫu xe ô tô mới, một hãng sản xuất xe ô tô tiến hành thăm dò màu sơn mà người yêu thích. Hãng sản xuất xe đó đã hỏi ý kiến của 100 người mua xe ở độ tuổi từ 20 đến 30 và nhận được kết quả là: 45 người thích màu đen, 20 người thích màu trắng, 35 người thích màu đỏ. Từ đó, hãng sản xuất xe đưa ra quảng cáo

sau: 45% số người mua chọn xe màu đen, 20% số người mua chọn xe màu trắng. Theo em, hãng sản xuất xe đưa ra kết luận như trong quảng cáo trên thì có hợp lí không? Vì sao?

Lời giải.

Kết luận mà hãng sản xuất xe nêu ra là không hợp lí vì đối tượng hỏi ý kiến của 100 người mua xe ở độ tuổi từ 20 đến 30 không đảm bảo tính đại diện cho tất cả mọi người. □

Bài 4. Một công ty kinh doanh vật liệu xây dựng có bốn kho hàng, mỗi kho hàng có 50 tấn hàng. Kế toán của công ty lập biểu đồ cột kép ở Hình 2 biểu diễn số lượng vật liệu đã xuất bán và số lượng vật liệu còn tồn tại trong mỗi kho sau tuần lễ kinh doanh đầu tiên. Kế toán đã ghi nhầm số liệu của một kho trong biểu đồ cột kép ở Hình 2. Theo em, kế toán đã ghi nhầm số liệu của kho nào?



Lời giải.

Theo em, kế toán đã ghi nhầm số liệu của kho 4 vì xuất bán là 30 tấn thì vật liệu tồn là

$$50 - 30 = 20 \text{ (tấn)}.$$

□

Bài 5. Bảng 5 thống kê số lượng học sinh từng lớp ở khối 8 của một trường trung học cơ sở dự thi hết Học kì I môn Toán.

Lớp	Sĩ số	Số học sinh dự thi
8A	40	40
8B	41	40
8C	40	41
8D	39	39

Số liệu nào trong bảng 5 là không hợp lí? Vì sao?

Lời giải.

Ta thấy, lớp 8C sĩ số học sinh là 40 nhưng số học sinh đăng kí dự thi là 41 nên dữ liệu lớp 8C là không hợp lí. □

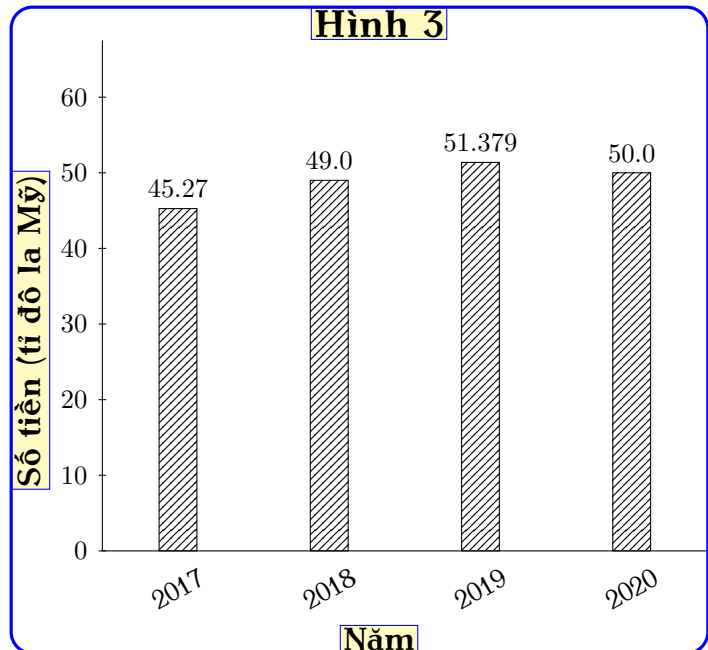
Chủ đề 2. MÔ TẢ VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG, BIỂU ĐỒ

A BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG VÀ BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ

1 Một số dạng bảng, biểu đồ thống kê

● Ví dụ 5.

Biểu đồ cột ở hình bên cho biết kim ngạch xuất khẩu điện thoại và linh kiện của Việt Nam trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020. Ở đây, kim ngạch xuất khẩu một loại hàng hoá là số tiền thu được khi xuất khẩu loại hàng hoá đó. Nêu cách xác định kim ngạch xuất khẩu điện thoại và linh kiện của Việt Nam trong năm 2020.

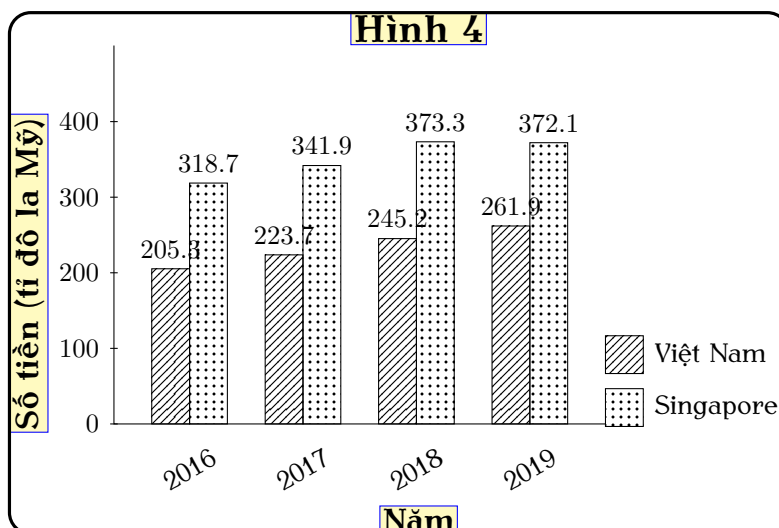


📖 Lời giải.

Nhìn vào cột biểu thị kim ngạch xuất khẩu điện thoại và linh kiện của Việt Nam trong năm 2020, ta thấy trên đỉnh cột đó ghi số 50 và đơn vị tính ghi trên trục thẳng đứng là tỉ đô la Mỹ.

Vậy kim ngạch xuất khẩu điện thoại và linh kiện của Việt Nam trong năm 2020 là 50 tỉ đô la Mỹ. □

● Ví dụ 6. Biểu đồ cột kép ở Hình 4 thống kê tổng sản phẩm trong nước (GDP) theo giá hiện hành của Việt Nam và Singapore trong các năm 2016, 2017, 2018, 2019. Nêu cách xác định tổng sản phẩm trong nước (GDP) của Việt Nam và Singapore trong năm 2019.



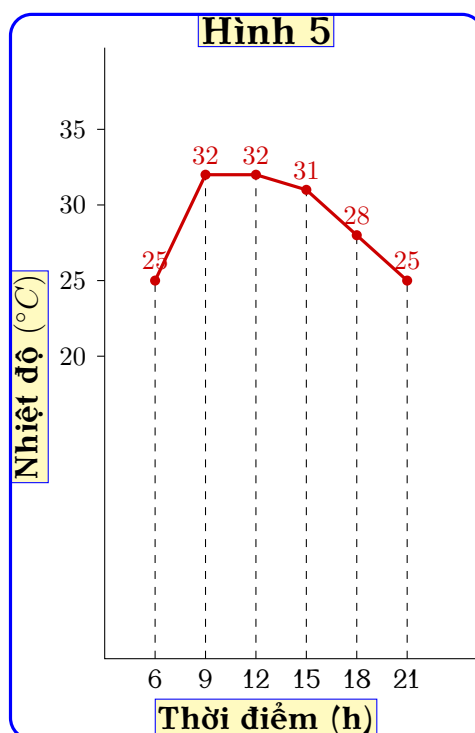
📖 Lời giải.

🔍 Nhìn vào cột (gạch sọc) biểu thị GDP của Việt Nam trong năm 2019, ta thấy trên đỉnh cột đó ghi số 261,9 và đơn vị tính ghi trên trục thẳng đứng là tỉ đô la Mỹ. Vậy GDP của Việt Nam trong năm 2019 là 261,9 tỉ đô la Mỹ.

🔍 Nhìn vào cột (chấm) biểu thị GDP của Singapore trong năm 2019, ta thấy trên đỉnh cột đó ghi số 372,1 và đơn vị tính ghi trên trục thẳng đứng là tỉ đô la Mỹ. Vậy GDP của Singapore trong năm 2019 là 372,1 tỉ đô la Mỹ.

□

🔴 **Ví dụ 7.** Biểu đồ đoạn thẳng trong Hình 5 biểu diễn nhiệt độ tại một số thời điểm trong ngày 23/4/2022 ở Huế. Nêu nhiệt độ ở Huế lúc 9 h.



📖 **Lời giải.**

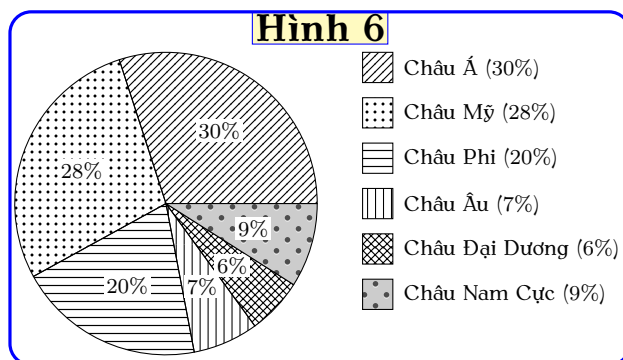
Để biết nhiệt độ ở Huế lúc 9h, ta làm như sau:

- 🔍 Từ điểm "9" trên trục nằm ngang, dóng theo chiều thẳng đứng tới đầu mút của đoạn thẳng thuộc đường gấp khúc;
- 🔍 Đi tiếp theo chiều ngang về bên trái cho đến khi gặp trục thẳng đứng;
- 🔍 Đọc số chỉ trên trục thẳng đứng.

Ta có nhiệt độ ở Huế lúc 9 h là 32°C .

□

🔴 **Ví dụ 8.** Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) diện tích của châu Á, châu Âu, châu Phi, châu Mỹ, châu Đại Dương, châu Nam Cực so với tổng diện tích của cả sáu châu lục đó. Hỏi châu Á chiếm bao nhiêu phần trăm tổng diện tích của cả sáu châu lục đó?



Lời giải.

Tỉ số phần trăm của diện tích châu Á so với tổng diện tích của cả sáu châu lục là 30%. $\square$

Lựa chọn và biểu diễn dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp

Nhận xét 2.1.

Để biểu diễn dữ liệu thống kê, ta cần lựa chọn bảng, biểu đồ thích hợp.

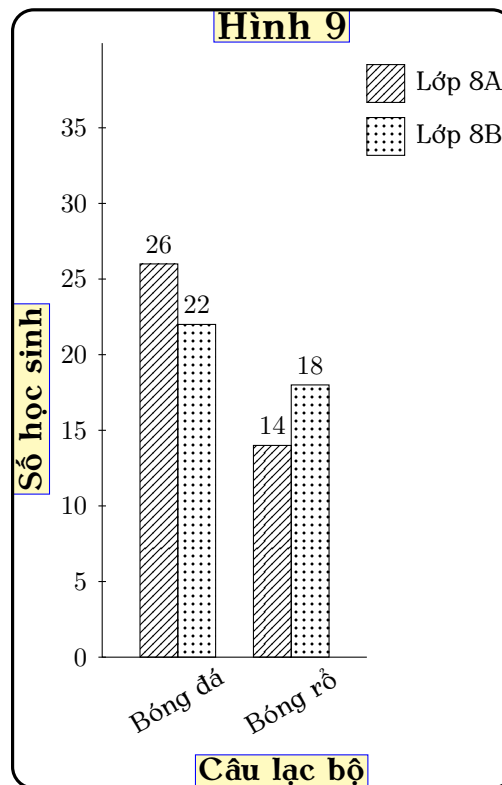
Để có thể hoàn thiện được biểu đồ thống kê (hoặc bảng thống kê) đã lựa chọn, ta cần biểu diễn được dữ liệu vào biểu đồ (hoặc bảng) đó. Muốn vậy, ta cần biết cách xác định mỗi yếu tố của biểu đồ (hoặc bảng) thống kê đó.

Ví dụ 9. Số lượng học sinh ở hai lớp 8A và 8B đăng kí tham gia: câu lạc bộ (CLB) bóng đá lần lượt là 26 và 22 (học sinh); CLB bóng rổ lần lượt là 14 và 18 (học sinh).

- Hãy lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trên.
- Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 8 để nhận được biểu đồ cột kép thống kê số lượng học sinh ở hai lớp 8A và 8B đăng kí tham gia hai CLB trên.

Lời giải.

- Ta lựa chọn biểu đồ cột kép để biểu diễn dữ liệu trên.
- Sau khi hoàn thiện biểu đồ, ta nhận được biểu đồ cột kép ở hình 9 biểu diễn số lượng học sinh ở hai lớp 8A và 8B đăng kí tham gia CLB bóng đá và CLB bóng rổ.



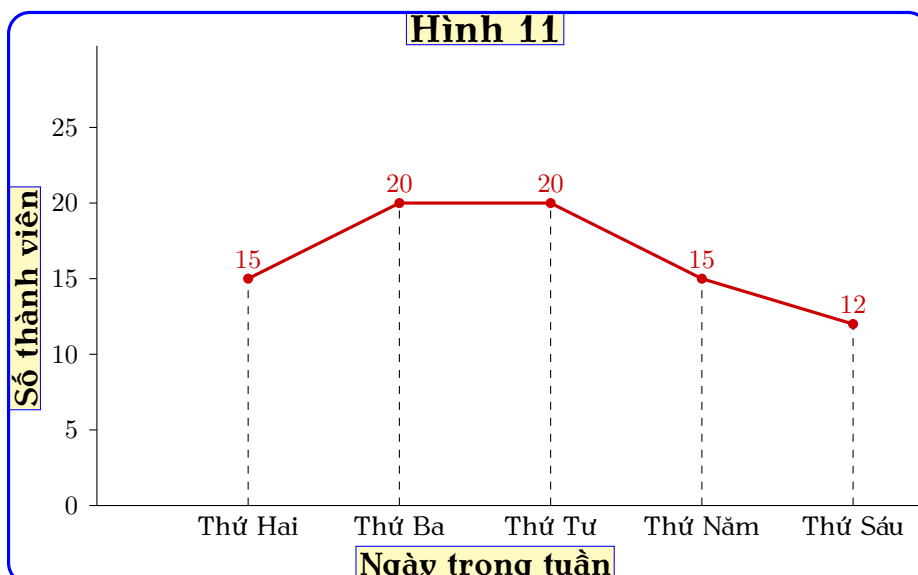
□

Ví dụ 10. Người phụ trách một câu lạc bộ thống kê số lượng thành viên có mặt tại câu lạc bộ từ thứ Hai đến thứ Sáu lần lượt như sau: 15; 20; 20; 15; 12 (người).

- Hãy lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trên.
- Hãy hoàn thiện biểu đồ để nhận được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số thành viên có mặt tại câu lạc bộ trong những ngày đã nêu.

Lời giải.

- Ta lựa chọn biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu trên.
- Sau khi hoàn thiện biểu đồ, ta nhận được biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 11 biểu diễn số thành viên có mặt tại câu lạc bộ trong những ngày đã nêu.



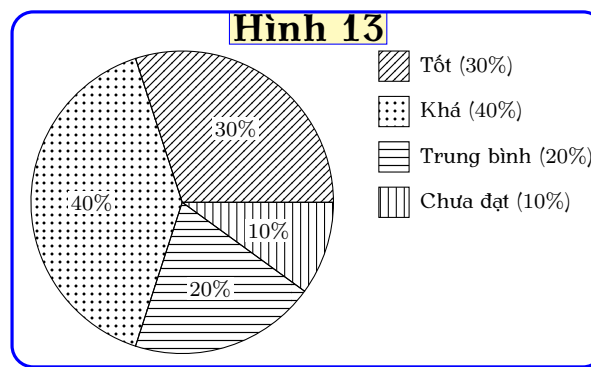
□

◉ Ví dụ 11. Một đội sản xuất bình xét thi đua cho mỗi thành viên theo bốn mức: Tốt, Khá, Trung bình, Chưa đạt. Sau khi bình xét, tỉ lệ xếp loại thi đua theo bốn mức: Tốt, Khá, Trung bình, Chưa đạt lần lượt là 30%; 40%; 20%; 10%.

- Hãy lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trên.
- Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 12 để nhận được biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê trên.

📌 Lời giải.

- Ta lựa chọn biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn dữ liệu trên.
- Do tỉ lệ xếp loại Tốt là 30% nên ta tô màu ba hình quạt chia sẵn liền nhau để biểu diễn tỉ lệ xếp loại Tốt. Ta cũng làm tương tự đối với các tỉ lệ xếp loại còn lại. Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 13 biểu thị các dữ liệu thống kê đã cho.



□

B BIỂU DIỄN MỘT TẬP DỮ LIỆU THEO NHIỀU CÁCH KHÁC NHAU

🔗 Nhận xét 2.2. Đối với một tập dữ liệu, ta có thể:

- 🟢 Biểu diễn tập dữ liệu đó theo những cách khác nhau vào bảng, biểu đồ thích hợp;
- 🟡 Chuyển tập dữ liệu đó từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

◉ Ví dụ 12. Thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong các năm 1990, 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2019 khoảng là: 250; 1351; 2140; 3478; 5050; 7944; 18009 (đơn vị: nghìn lượt khách)

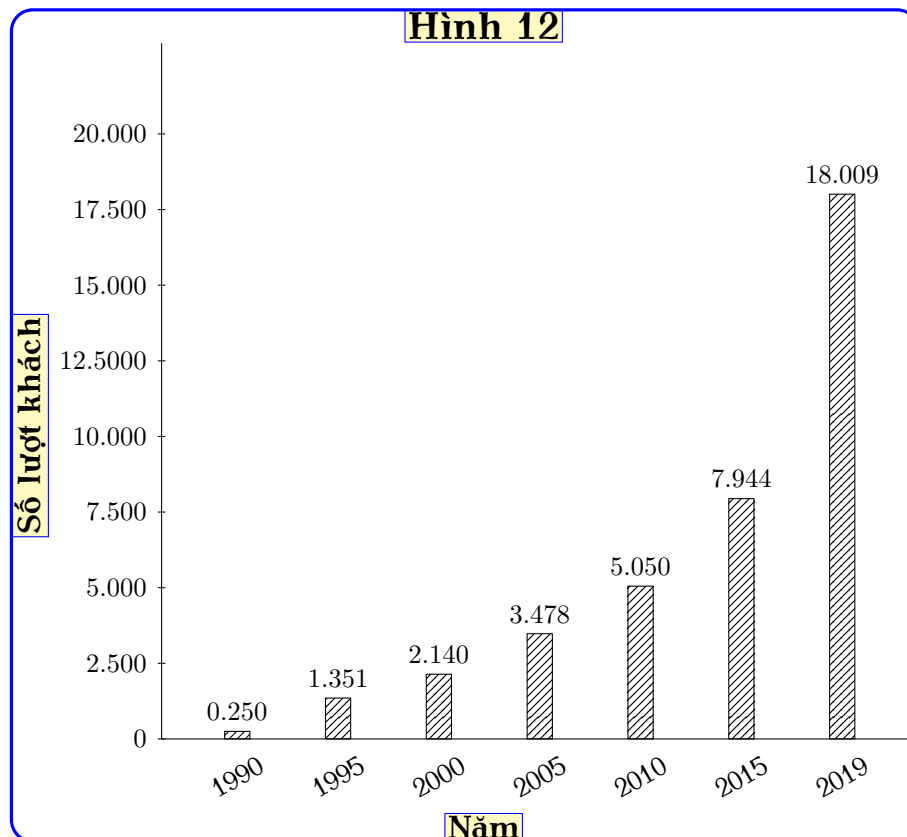
- Lập bảng thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong các năm trên theo mẫu bên.
- Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 15. Số lượt khách để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong các năm trên.

📌 Lời giải.

- Bảng bên dưới biểu diễn số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong các năm trên:

Năm	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2019
Số lượt khách (nghìn lượt)	250	1351	2140	3478	5050	7944	18009

- b) Biểu đồ cột ở Hình 16 biểu diễn số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong các năm trên.



□

❶ Ví dụ 13. Như đã nêu trong Ví dụ 2, tổng sản phẩm trong nước (GDP) theo giá hiện hành của Việt Nam trong các năm 2016, 2017, 2018, 2019 lần lượt là: 205, 3; 223, 7; 245, 2; 261, 9 (đơn vị: tỉ đô la Mỹ).

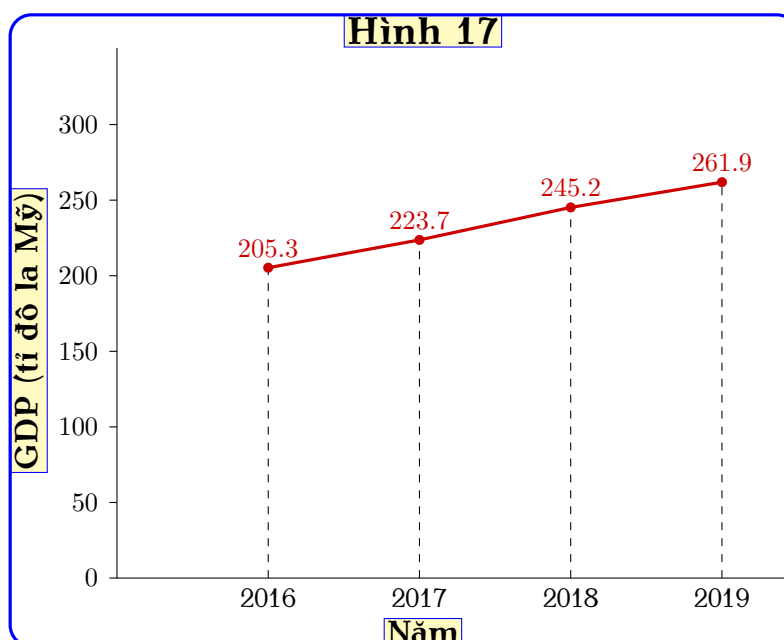
- a) Lập bảng số liệu thống kê GDP của Việt Nam trong các năm trên.
- b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 17 để nhận được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn GDP của Việt Nam trong các năm trên.

📁 Lời giải.

- a) Ta có bảng số liệu thống kê GDP của Việt Nam trong các năm đã nêu là

Năm	2016	2017	2018	2019
GDP (tỉ đô la Mỹ)	205,3	223,7	245,2	261,9

- b) Ta nhận được biểu đồ đoạn thẳng ở hình 18, biểu diễn GDP của Việt Nam trong các năm trên.



□

◉ Ví dụ 14. Biểu đồ cột kép ở hình 19 biểu diễn tổng sản phẩm trong nước của lĩnh vực Nông, lâm nghiệp và thủy sản; Công nghiệp và xây dựng, trong các năm 2017, 2018, 2019. Lập bảng số liệu tổng sản phẩm trong nước của hai lĩnh vực trên trong các năm 2017, 2018, 2019 theo mẫu sau (đơn vị: nghìn tỉ đồng):

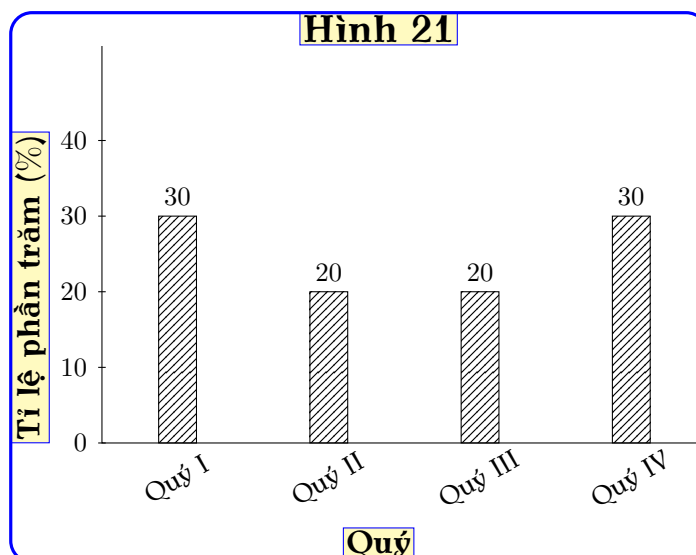
📁 Lời giải.

Bảng số liệu thống kê tổng sản phẩm trong nước của hai lĩnh vực trên trong các năm 2017, 2018, 2019 như sau (đơn vị: nghìn tỉ đồng):

Lĩnh vực	2017	2018	2019
Nông, lâm nghiệp và thủy sản	482,4	500,6	510,6
Công nghiệp và xây dựng	1141,4	1242,4	1353,0

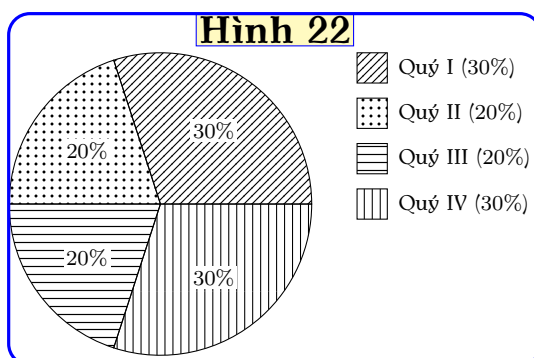
□

◉ Ví dụ 15. Biểu đồ cột ở Hình 20 biểu diễn tỉ lệ phần trăm sản phẩm bán được của một doanh nghiệp trong bốn quý của năm 2021. Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 21 để nhận được biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê trên.



Lời giải.

Do tỉ lệ phần trăm sản phẩm bán được trong Quý I là 30% nên ta tô màu ba hình quạt chia sẵn liền nhau để biểu diễn tỉ lệ đó. Ta cũng làm tương tự đối với các tỉ lệ phần trăm sản phẩm bán được trong các quý còn lại. Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 22 biểu thị các dữ liệu thống kê đã cho.



□

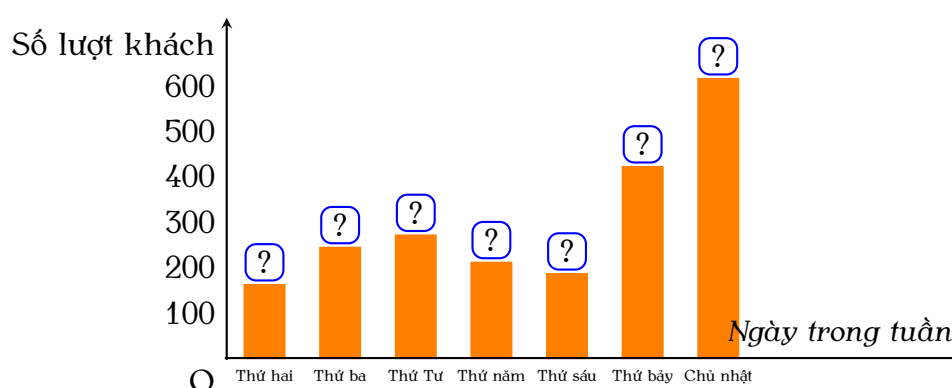
BÀI TẬP

Bài 6. Số lượt khách đến một cửa hàng kinh doanh từ thứ Hai đến Chủ nhật của một tuần trong tháng lần lượt là: 161, 243, 270, 210, 185, 421, 615.

a) Lập bảng thống kê số lượt khách đến cửa hàng trong những ngày đó theo mẫu sau:

Ngày trong tuần	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu	Thứ Bảy	Chủ nhật
Số lượt khách	?	?	?	?	?	?	?

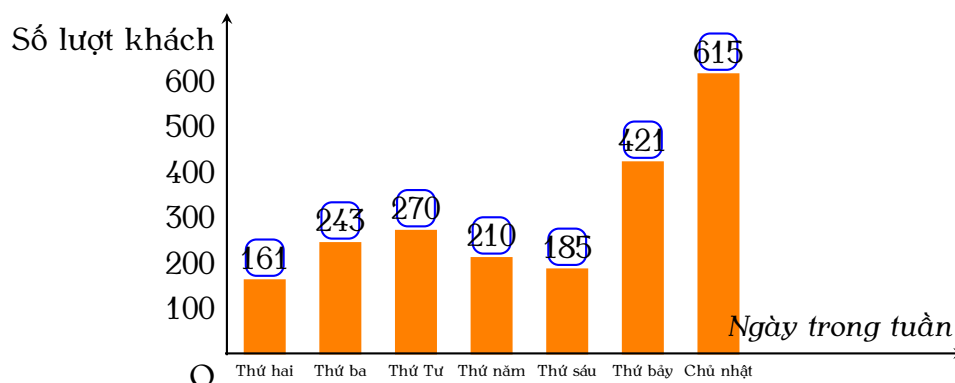
b) Hãy hoàn thiện biểu đồ hình cột để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt khách đến cửa hàng trong những ngày đó.

**Lời giải.**

a) Ta có bảng thống kê số lượt khách đến cửa hàng trong những ngày đó như sau:

Ngày trong tuần	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu	Thứ Bảy	Chủ nhật
Số lượt khách	161	243	270	210	185	421	615

- b) Ta có biểu đồ hình cột để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt khách đến cửa hàng trong những ngày đó.

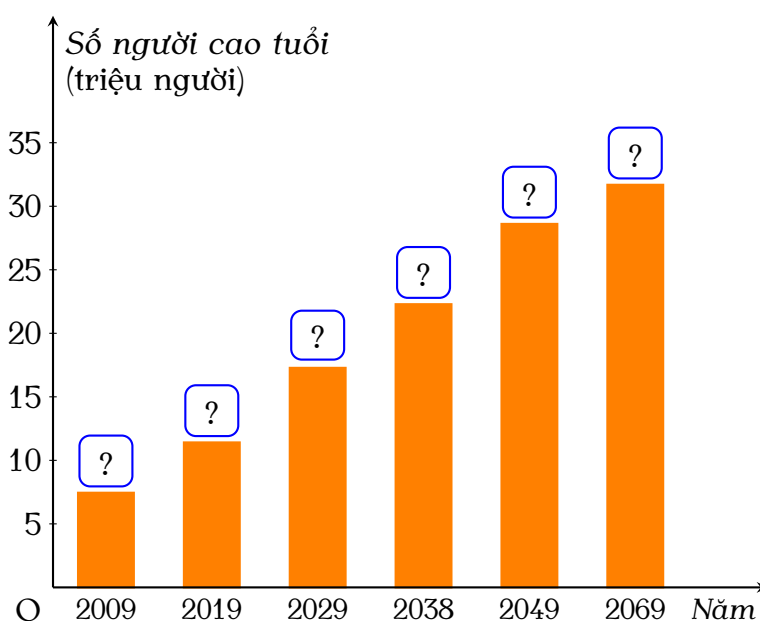


□

Bài 7. Bảng bên dưới nêu thực trạng và dự báo về số người cao tuổi của Việt Nam đến năm 2069

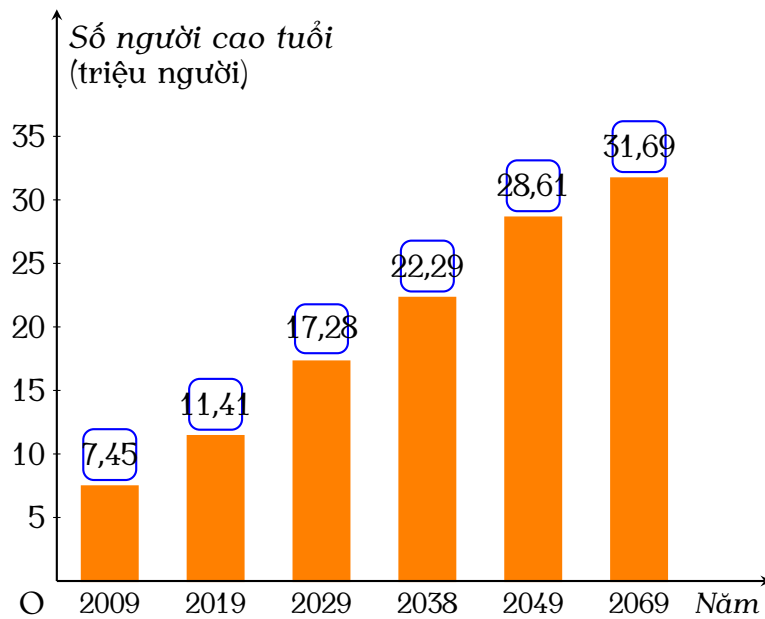
Năm	2009	2019	2029	2038	2049	2069
Số người cao tuổi (triệu người)	7,45	11,41	17,28	22,29	28,61	31,69

Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 24 để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thực trạng và dự báo về số người cao tuổi của Việt Nam đến năm 2069.



Lời giải.

Ta có biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thực trạng và dự báo về số người cao tuổi của Việt Nam đến năm 2069 như sau



□

Bài 8. Ban tổ chức của giải thi đấu thể thao bán vé theo bốn mức A, B, C, D. Tỷ lệ phân chia các vé ở bốn mức A, B, C, D lần lượt là 35%, 45%, 15%, 5%.

a) Lập bảng thống kê tỷ lệ phân chia vé ở bốn mức trên theo mẫu sau:

Mức vé	A	B	C	D
Tỷ lệ vé (%)	?	?	?	?

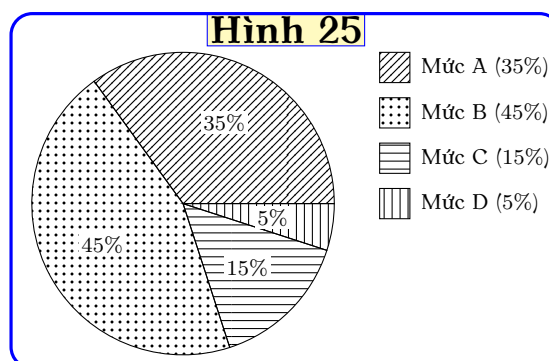
b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở hình quạt biểu diễn các dữ liệu thống kê trên.

Lời giải.

a) Lập bảng thống kê tỷ lệ phân chia vé ở bốn mức trên theo mẫu sau:

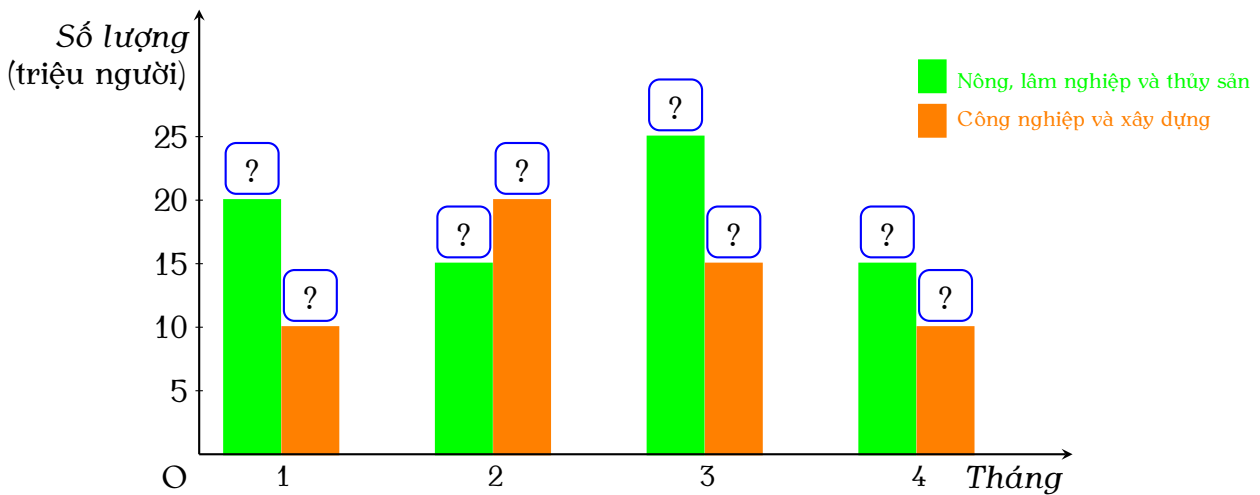
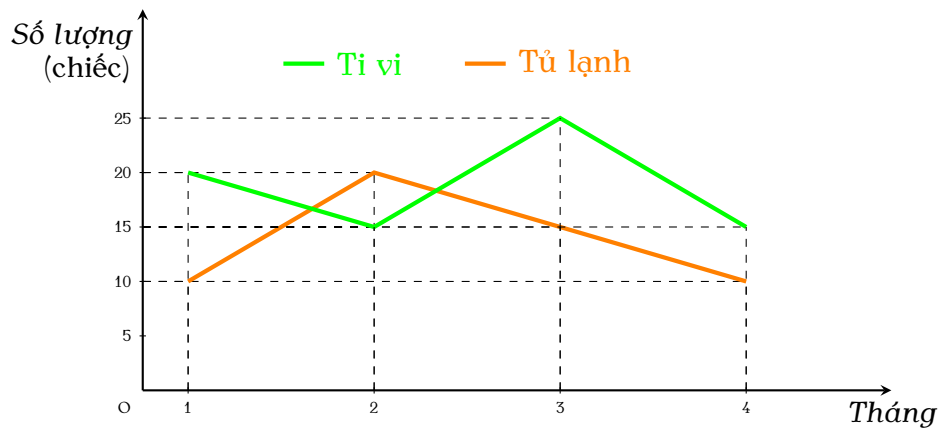
Mức vé	A	B	C	D
Tỷ lệ vé (%)	35%	45%	15%	5%

b) Ta có biểu đồ ở hình quạt biểu diễn các dữ liệu thống kê trên.



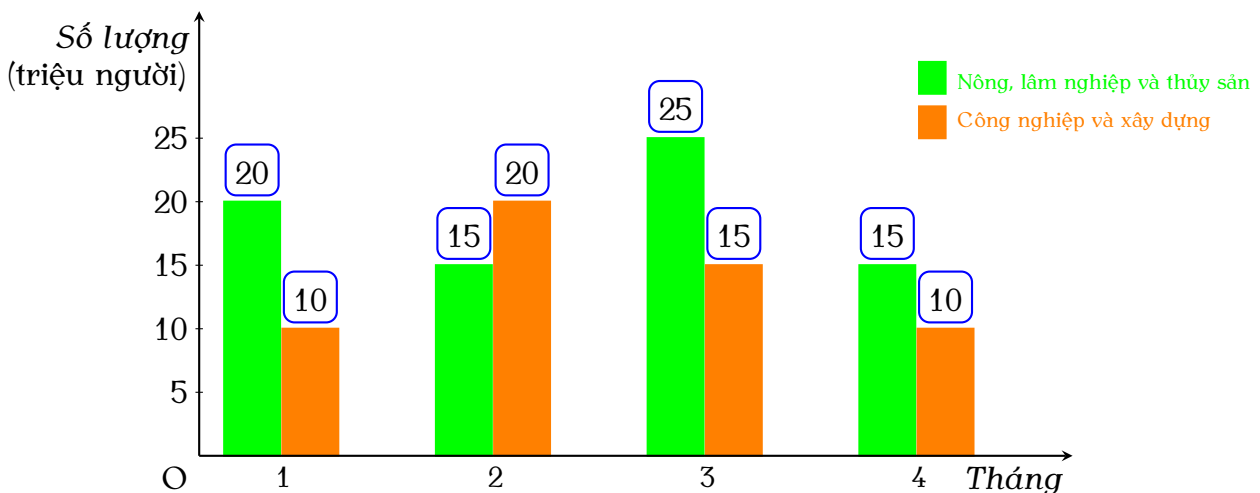
□

Bài 9. Biểu đồ đoạn thẳng ở hình 26 bên dưới thống kê số lượng tivi và tủ lạnh bán được trong tháng 1, tháng 2, tháng 3, tháng 4 của một cửa hàng kinh doanh. Hãy hoàn thiện biểu đồ cột kép ở hình 27 để nhận được biểu đồ biểu diễn các dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng ở hình 26.



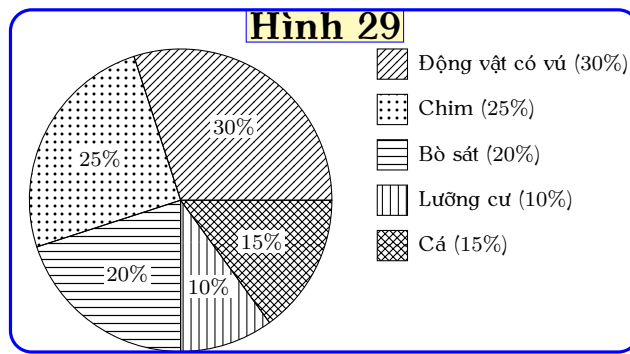
Lời giải.

Ta có biểu đồ cột kép biểu đồ biểu diễn các dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng là



□

Bài 10. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình bên dưới biểu diễn tỉ lệ các loại mẫu vật trong bảo tàng sinh vật của một trường đại học về những lớp động vật có xương sống: Cá; Lưỡng cư; Bò sát; Chim; Động vật có vú.



Lập bảng thống kê tỉ lệ các loại mẫu vật đó trong bảo tàng sinh vật theo mẫu sau:

Lớp động vật có xương sống	Cá	Lưỡng cư	Bò sát	Chim	Động vật có vú
Tỉ lệ mẫu vật (%)	?	?	?	?	?

Lời giải.

Bảng thống kê tỉ lệ các loại mẫu vật đó trong bảo tàng sinh vật là

Lớp động vật có xương sống	Cá	Lưỡng cư	Bò sát	Chim	Động vật có vú
Tỉ lệ mẫu vật (%)	15%	10%	20%	25%	30%

□

Chủ đề 3. PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

A PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ DỰA TRÊN PHÂN TÍCH SỐ LIỆU VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

Để phát hiện vấn đề (hoặc quy luật đơn giản) dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được, ta cần

🔲 Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số đã được biểu diễn;

🔲 Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.

🔴 **Ví dụ 16.** Đánh giá kết quả học tập trong Học kì I của học sinh lớp 8A ở một trường trung học cơ sở được thống kê trong bảng bên dưới

Mức	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Số học sinh	16	11	10	5

- a) Lớp 8A có tất cả bao nhiêu học sinh?
- b) Trong buổi sơ kết Học kì I, giáo viên chủ nhiệm lớp 8A thông báo: Tỷ lệ học sinh đạt kết quả học tập Học kì I được đánh giá ở mức Tốt và Khá so với cả lớp là trên 67%. Thông báo đó của giáo viên chủ nhiệm có đúng không?

🔵 Lời giải.

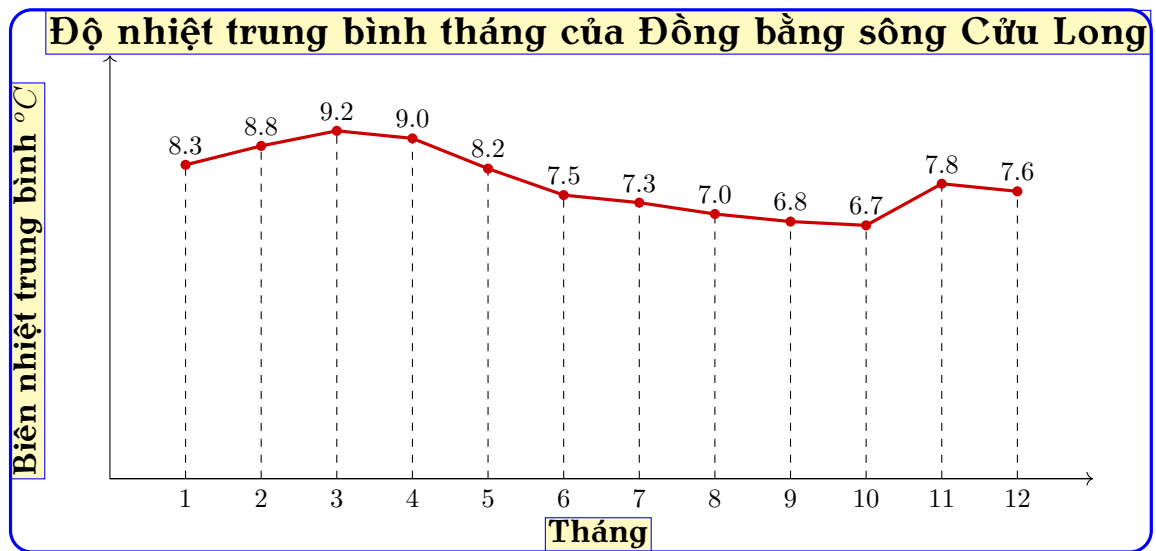
- a) Số học sinh của lớp 8A là $16 + 11 + 10 + 3 = 40$ (học sinh).
- b) Số học sinh đạt kết quả học tập Học kì I được đánh giá ở mức Tốt và Khá là $16 + 11 = 27$ (học sinh).
So với cả lớp 8A, tỉ lệ học sinh đạt kết quả học tập Học kì I được đánh giá ở mức Tốt và Khá là

$$\frac{27 \cdot 100}{40} \% = 67,5 \% > 67 \%.$$

Vậy thông báo đó của giáo viên chủ nhiệm là đúng.

□

🔴 **Ví dụ 17.** Chênh lệch giữa nhiệt độ cao nhất và nhiệt độ thấp nhất trong ngày được gọi là *biên độ nhiệt* của ngày đó. *Biên độ nhiệt trung bình tháng* là số trung bình cộng của biên độ nhiệt các ngày trong tháng đó.



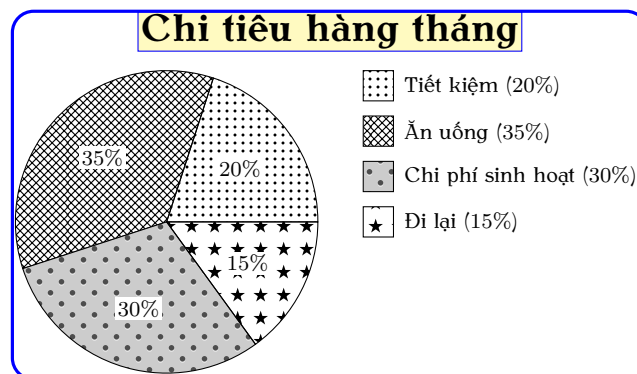
- a) Biên độ nhiệt trung bình của tháng nào cao nhất? Thấp nhất?
- b) Hãy nhận xét về sự thay đổi biên độ nhiệt trung bình tháng trong các khoảng thời gian: tháng 1 - tháng 3; tháng 3 - tháng 10; tháng 10 - tháng 11; tháng 11 - tháng 12.

Lời giải.

- a) Từ biểu đồ đoạn thẳng ở trên, ta thấy biên độ nhiệt trung bình của tháng 3 là cao nhất và biên độ nhiệt trung bình của tháng 10 là thấp nhất.
- b) Ta có các nhận xét sau
- ❖ Biên độ nhiệt trung bình tháng tăng trong các khoảng thời gian: tháng 1 - tháng 3; tháng 10 - tháng 11.
 - ❖ Biên độ nhiệt trung bình tháng giảm trong các khoảng thời gian: tháng 3 - tháng 10; tháng 11 - tháng 12.

□

Ví dụ 18. Biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kế quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) kế hoạch chi tiêu hàng tháng của gia đình bác Hạnh.



- a) Khoản chi tiêu nào của gia đình bác Hạnh là lớn nhất?
- b) Số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác Hạnh dành cho ăn uống gấp bao nhiêu lần số tiền dành cho tiết kiệm?

- c) Tính số tiền gia đình bác Hạnh tiết kiệm hàng tháng theo kế hoạch, biết tổng thu nhập hàng tháng của gia đình bác Hạnh là 25 triệu đồng.

Lời giải.

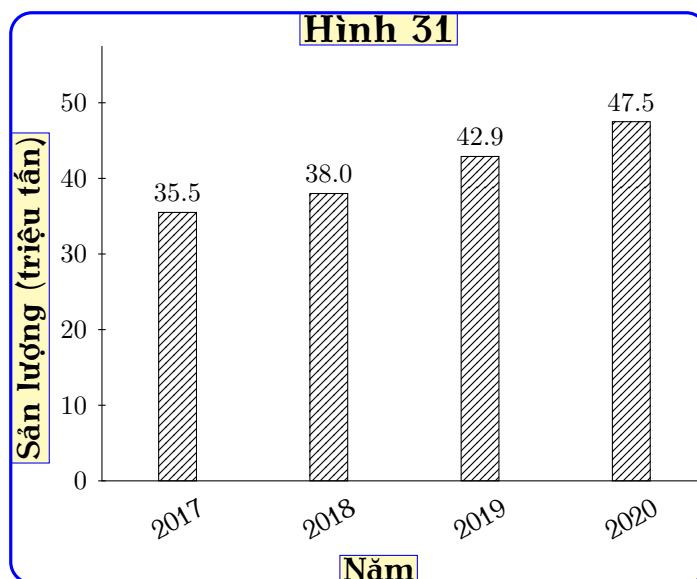
- a) Khoản chi tiêu hàng tháng dành cho ăn uống của gia đình bác Hạnh là lớn nhất.
 b) Do $30 : 20 = 1,75$ nên số tiền chi tiêu hàng tháng của gia đình bác Hạnh dành cho ăn uống gấp 1,75 lần số tiền dành cho tiết kiệm.
 c) Số tiền gia đình bác Hạnh tiết kiệm hàng tháng theo kế hoạch là $25 \cdot 20\% = 5$ (triệu đồng).

□

B GIẢI QUYẾT NHỮNG VẤN ĐỀ ĐƠN GIẢN DỰA TRÊN PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

Để giải quyết vấn đề đã được phát hiện (dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được), ta cần thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó.

Vi dụ 19. Biểu đồ cột ở Hình 31 thống kê sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020. Căn cứ vào thống kê trên, một bài báo đã nêu ra nhận định: "Tổng sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020 đã đạt xấp xỉ 164 triệu tấn và so với năm 2017, sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong năm 2020 đã tăng lên xấp xỉ 34%. Em hãy cho biết nhận định trên của bài báo có chính xác không?



Lời giải.

Tổng sản lượng sản xuất than ở tỉnh Quảng Ninh trong các năm 2017, 2018, 2019, 2020 là

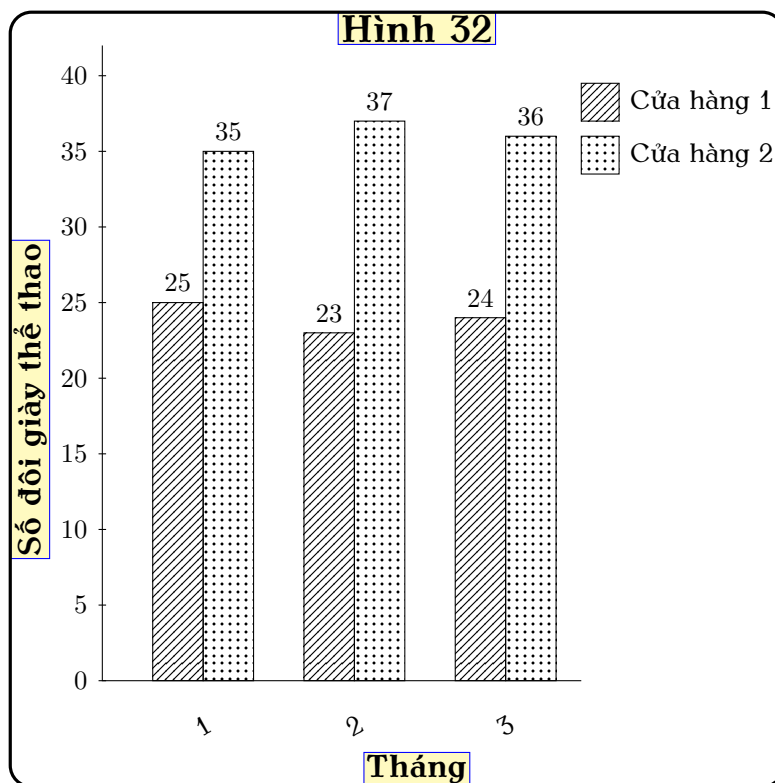
$$35,5 + 38 + 42,9 + 47,5 \approx 164 \text{ (triệu tấn)}.$$

Ở tỉnh Quảng Ninh, tỉ số phần trăm của sản lượng sản xuất than trong năm 2020 và sản lượng sản xuất than trong năm 2017 là

$$\frac{47,5 \cdot 100}{35,5} \% \approx 134\%.$$

Vậy nhận định trên của bài báo là chính xác. □

❶ Ví dụ 20. Biểu đồ cột kép ở Hình 32 thống kê số đôi giày thể thao được bán ra trong Quý I năm 2022 của hai cửa hàng kinh doanh



- a) Mỗi cửa hàng đó đã bán ra được bao nhiêu đôi giày thể thao trong Quý I năm 2022?
- b) Giả sử hết Quý I của hàng 1 còn lại 5 đôi giày. Để có thể bán hết hàng, em hãy chọn phương án kinh doanh phù hợp nhất đối với cửa hàng 1 trong tháng tiếp theo
- (A) Nhập về 10 đôi giày thể thao. (B) Nhập về 15 đôi giày thể thao.
(C) Nhập về 20 đôi giày thể thao. (D) Nhập về 40 đôi giày thể thao.

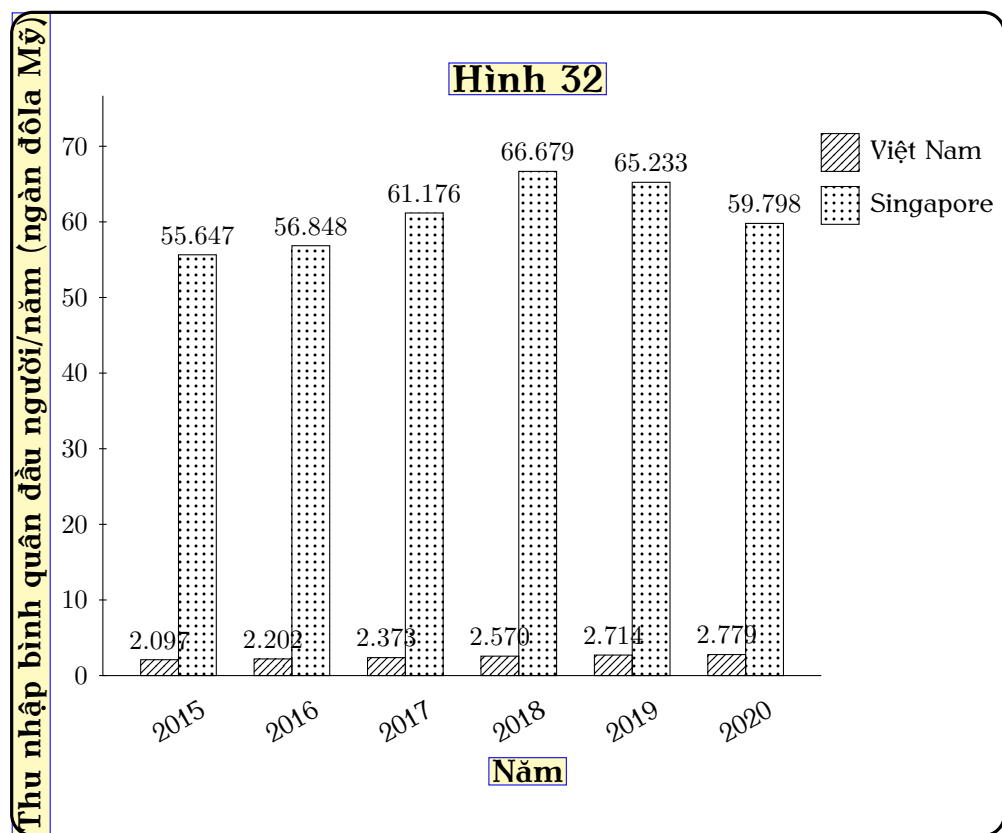
Lời giải.

- a) Số đôi giày thể thao cửa hàng 1 đã bán được trong Quý I năm 2022 là $25 + 23 + 24 = 72$ (đôi giày).
Số đôi giày thể thao cửa hàng 2 đã bán được trong Quý I năm 2022 là $35 + 37 + 36 = 108$ (đôi giày).
- b) Số đôi giày thể thao cửa hàng 1 đã bán được ở mỗi tháng của Quý I năm 2022 là từ 23 đến 25 (đôi giày), bình quân là 24 đôi giày/tháng.
Mặt khác, hết Quý 1 của hàng 1 vẫn còn lại 5 đôi giày nên số giày nhập về theo các phương án A và B là ít, trong khi đó số giày nhập về theo phương án D là nhiều, chỉ có số giày nhập về theo phương án C là hợp lí.
Vậy cửa hàng 1 nên chọn phương án C.

Chọn đáp án **(C)** □

C BÀI TẬP

Bài 11. Biểu đồ cột kép ở hình 33 thống kê thu nhập bình quân đầu người/năm của Việt Nam và Singapore trong các năm 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020.



- a) Lập bảng thống kê tỉ số của thu nhập bình quân đầu người/năm của Singapore và thu nhập bình quân đầu người/năm của Việt Nam trong các năm nói trên theo mẫu ở bảng dưới (viết tỉ số ở dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười)

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Tỉ số						

- b) Nêu nhận xét về sự thay đổi của các tỉ số trong bảng trên.

Lời giải.

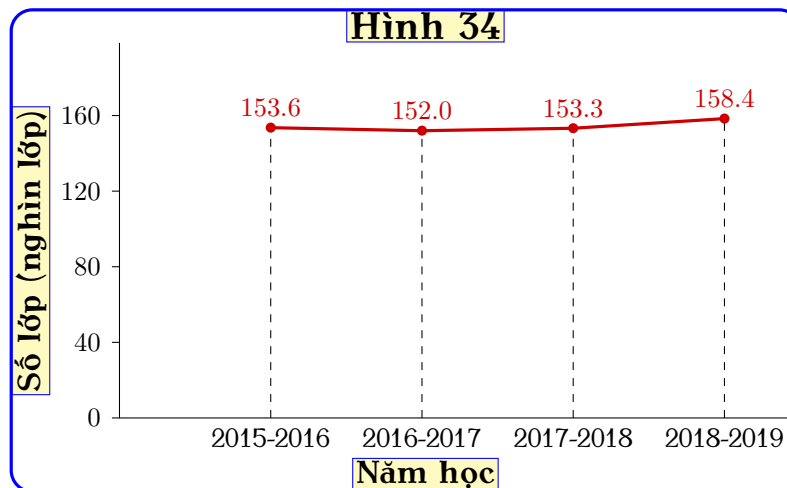
- a) Bảng thống kê tỉ số của thu nhập bình quân đầu người/năm của Singapore và thu nhập bình quân đầu người/năm của Việt Nam trong các năm

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Tỉ số	26,55	25,82	25,78	25,95	24,04	21,52

- b) Tỉ số này giảm dần trong các năm 2015 đến 2018, tăng nhẹ năm 2018 và sau đó giảm sâu đến năm 2020.

□

Bài 12. Biểu đồ đoạn thẳng trong Hình 34 biểu diễn số lượng lớp học ở cấp trung học cơ sở (THCS) của Việt Nam trong các năm học 2015-2016, 2016-2017, 2017-2018, 2018-2019.



- a) Lập bảng thống kê số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong các năm học đó theo mẫu sau

Năm học	2015-2016	2016-2017	2017-2018	2018-2019
Số lớp học ở cấp THCS (nghìn lớp)				

- b) So với năm học 2015-2016, số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong năm học 2018-2019 đã tăng lên bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- c) Em hãy đề xuất những giải pháp để tăng số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong những năm học tới, đặc biệt ở những thành phố và khu đô thị lớn.

Lời giải.

- a) Lập bảng thống kê số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong các năm học đó theo mẫu sau

Năm học	2015-2016	2016-2017	2017-2018	2018-2019
Số lớp học ở cấp THCS (nghìn lớp)	153,6	152,0	153,3	158,4

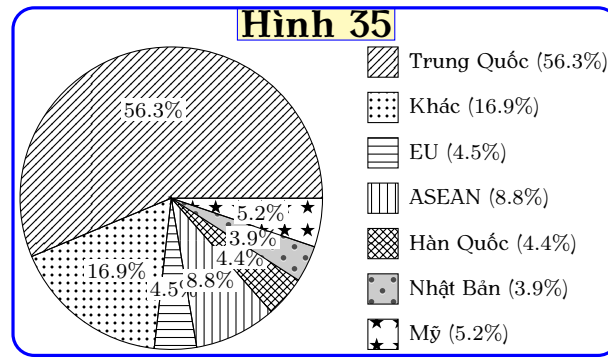
- b) So với năm học 2015-2016, số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong năm học 2018-2019 đã tăng lên

$$\frac{158,4 - 153,6}{153,6} \cdot 100\% \approx 3,13\%.$$

- c) Em hãy đề xuất những giải pháp để tăng số lượng lớp học ở cấp THCS của Việt Nam trong những năm học tới, đặc biệt ở những thành phố và khu đô thị lớn.
Cấp kinh phí từ các cấp để có thể xây thêm nhiều trường học.

□

Bài 13. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình 35 biểu diễn cơ cấu thị trường xuất khẩu rau quả của Việt Nam năm 2020. Theo số liệu của Tổng cục hải quan, kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong năm 2020 đạt 3,27 tỉ đô la Mỹ. Ở đây, kim ngạch xuất khẩu một loại hàng hóa là số tiền thu được khi xuất khẩu loại hàng hóa đó.



- a) Lập bảng thống kê kim ngạch xuất khẩu rau quả (triệu đô la Mỹ) của nước ta sang các thị trường đó trong năm 2020 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) theo mẫu sau

Thị trường	Trung Quốc	ASEAN	Mỹ	EU	Hàn Quốc	Nhật Bản	Khác
Kim ngạch							

- b) Kim ngạch xuất khẩu rau quả sang thị trường Trung Quốc nhiều hơn tổng kim ngạch xuất khẩu rau quả sang các thị trường còn lại là bao nhiêu triệu đô la Mỹ?

Lời giải.

- a) Lập bảng thống kê kim ngạch xuất khẩu rau quả (triệu đô la Mỹ) của nước ta sang các thị trường đó trong năm 2020 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) theo mẫu sau

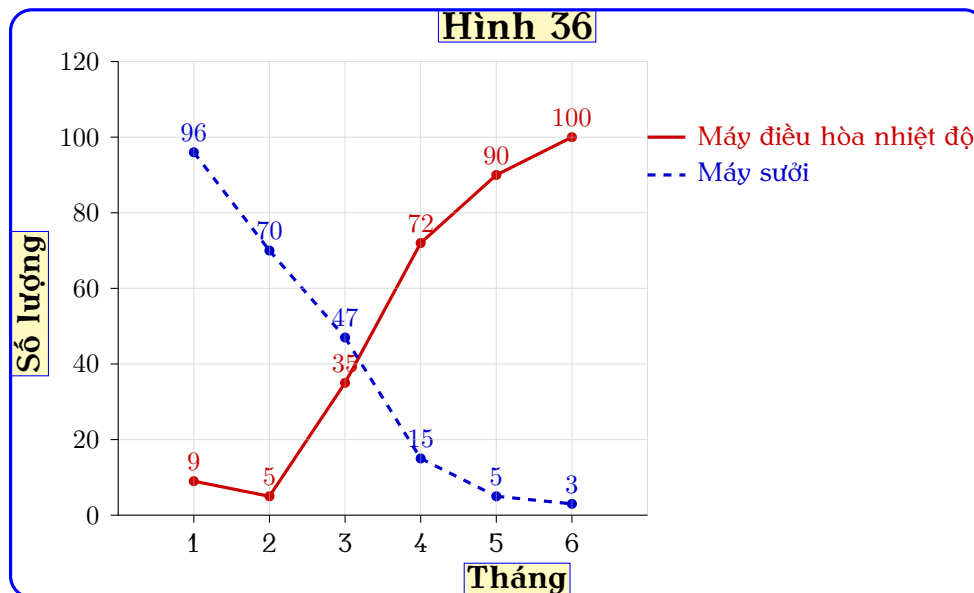
Thị trường	Tr.Quốc	ASEAN	Mỹ	EU	H.Quốc	N.Bản	Khác
Kim ngạch	1841,01	287,76	170,04	147,15	143,88	127,53	552,63

- b) Kim ngạch xuất khẩu rau quả sang thị trường Trung Quốc nhiều hơn tổng kim ngạch xuất khẩu rau quả sang các thị trường còn lại là

$$\frac{3270 \cdot (56,3\% - 43,7\%)}{100} = 412,02 \text{ (triệu đô la Mỹ).}$$

□

Bài 14. Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 36 thống kê số lượng máy điều hòa nhiệt độ và máy sưởi bán được trong sáu tháng đầu năm của một cửa hàng kinh doanh.



- Trong tháng 6, cửa hàng đó bán được loại máy nào nhiều hơn?
- Phân tích xu thế về số lượng máy mỗi loại mà cửa hàng đó bán được. Tháng tiếp theo cửa hàng đó nên nhập nhiều loại máy nào?

Lời giải.

- Trong tháng 6, cửa hàng bán được máy điều hòa nhiệt độ nhiều hơn máy sưởi là 97 (chiếc).
- Từ tháng 1 đến tháng 6 cửa hàng bán tăng dần máy điều hòa nhiệt độ, trong khi đó bán giảm dần máy sưởi. Do đó, tháng tiếp theo cửa hàng đó nên nhập nhiều máy điều hòa nhiệt độ để đáp ứng nhu cầu kinh doanh.

□

Chủ đề 4. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN

A XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI TUNG ĐỒNG XU

Trong trò chơi tung đồng xu, ta có

🎲 Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” bằng $\frac{1}{2}$.

🎲 Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S” bằng $\frac{1}{2}$.

B XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI VÒNG QUAY SỐ

Trong trò chơi vòng quay số đã nêu, nếu k là số kết quả thuận lợi cho một biến cố thì xác suất của biến cố đó là $\frac{k}{8}$.

🔴 **Ví dụ 21.** Trong trò chơi vòng quay số mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần, tính xác suất của biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chẵn”.

🔵 **Lời giải.**

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chẵn”. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. □

C XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI CHỌN NGẪU NHIÊN MỘT ĐỐI TƯỢNG TỪ MỘT NHÓM ĐỐI TƯỢNG

Trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng, xác suất của một biến cố bằng tỉ số của số kết quả thuận lợi cho biến cố và số các kết quả có thể xảy ra đối với đối tượng được chọn ra.

🔴 **Ví dụ 22.** Một hộp có 10 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó tên 4 loài thực vật là: Lúa, Ngô, Hoa hồng, Hoa hướng dương và tên 6 loài động vật là: Trâu, Bò, Voi, Hổ, Báo, Sư tử, hai viên bi khác nhau thì viết hai tên khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất của biến cố:

- “Trên viên bi lấy ra viết tên một loài thực vật”;
- “Trên viên bi lấy ra viết tên một loài động vật ăn thịt”.

🔵 **Lời giải.**

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Trên viên bi lấy ra viết tên một loài thực vật” là viên bi được lấy ra viết những tên sau: Lúa, Ngô, Hoa hồng, Hoa hướng dương. Do đó, có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì thế, xác suất của biến cố đó là $\frac{4}{10} = 0,4$.
- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Trên viên bi lấy ra viết tên một loài động vật ăn thịt” là viên bi được lấy ra viết những tên sau: Hổ, Báo, Sư tử. Do đó có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{10} = 0,3$. □

❶ Ví dụ 23. Một đội thanh niên tình nguyện gồm 25 thành viên đến từ các tỉnh/ thành phố Hà Nội, Hải Dương, Hải Phòng, Hà Nam, Nam Định, Ninh Bình, Đắk Lắk, Lâm Đồng, Phú Yên, Khánh Hòa, Bình Dương, Tây Ninh, Long An, Tiền Giang, Vĩnh Long, Bến Tre, Đồng Tháp, Trà Vinh, An Giang, Cần Thơ, Hậu Giang, Bạc Liêu, Sóc Trăng, Kiên Giang và Cà Mau; mỗi tỉnh/ thành phố chỉ có đúng một thành viên trong đội. Chọn ra ngẫu nhiên một thành viên của đội thanh niên đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đồng bằng sông Hồng”.
- “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đồng bằng sông Cửu Long”.

📁 Lời giải.

Vì đội thanh niên tình nguyện gồm 25 thành viên nên số các kết quả có thể xảy ra đối với thành viên được chọn ra từ đội thanh niên đó là 25.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đồng bằng sông Hồng” là thành viên được chọn ra lần lượt đến từ các tỉnh/ thành phố Hà Nội, Hải Dương, Hải Phòng, Hà Nam, Nam Định, Ninh Bình. Do đó có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{6}{25}$.
- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đồng bằng sông Cửu Long” là thành viên được chọn ra từ các tỉnh/ thành phố Long An, Tiền Giang, Vĩnh Long, Bến Tre, Đồng Tháp, Trà Vinh, An Giang, Cần Thơ, Hậu Giang, Bạc Liêu, Sóc Trăng, Kiên Giang, Cà Mau. Do đó có 13 kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{13}{25}$.

□

❶ Ví dụ 24. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- Tìm số phần tử của tập hợp D gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra.
- Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên được viết ra là bội của 9”.

📁 Lời giải.

- Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra là

$$D = \{10; 11; 12; \dots; 99\}.$$

Số phần tử của tập hợp D là 90.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là bội của 9” là 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Do đó có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{10}{90} = \frac{1}{9}$.

□

D BÀI TẬP

 **Bài 15.** Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3,..., 52; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng bằng 5”;
- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số”;
- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 6”.

 Lời giải.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng bằng 5” là 5, 15, 25, 35, 45.
Do đó có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{5}{52}$.
- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số” là 10, 11, 12,..., 52.
Do đó có $52 - 10 + 1 = 43$ kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{43}{52}$.
- Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 6” là 23, 32, 16.
Do đó có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{52}$.

□

 **Bài 16.** Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số.

- Có bao nhiêu cách viết ngẫu nhiên một số tự nhiên như vậy?
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau
 -  “Số tự nhiên được viết ra là lập phương của một số tự nhiên”.
 -  “Số tự nhiên được viết ra là số chia hết cho 10”.

 Lời giải.

- Ta có số tự nhiên nhỏ nhất có 3 chữ số là 100 và số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số là 999 nên tổng có 900 số. Vậy có 900 cách viết ngẫu nhiên một số tự nhiên như vậy.
-  Gọi A là biến cố “Số tự nhiên được viết ra là lập phương của một số tự nhiên”, ta liệt kê được các số 125, 216, 343, 512, 729.
Vậy xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{5}{900} = \frac{1}{180}$.
-  Gọi B là biến cố “Số tự nhiên được viết ra là số chia hết cho 10”, là các số có chữ số tận cùng là 0 và có 2 chữ số đầu tiên là số có 2 chữ số nên là từ số 10 đến số 99. Vậy có 90 số suy ra xác suất biến cố B là $P(B) = \frac{90}{900} = \frac{1}{10}$.

□

Bài 17. Sau khi tìm hiểu các tài liệu, bạn Trung lựa chọn 10 biển đẹp của các châu lục trên thế giới: Hạ Long (thuộc nước Việt Nam); Phuket (thuộc nước Thái Lan); Marasus Tropea (thuộc nước Italia); CalaMacarella (thuộc nước Tây Ban Nha); Ifaty (Thuộc nước Madagascar); Lamu (thuộc nước Kenya); Ipanema (thuộc nước Brazil); (Cancun (thuộc nước Mexico); Bondi (thuộc nước Australia); Scotia (thuộc châu Nam cực). Chọn ngẫu nhiên một biển trong 10 biển đó.

a) Gọi E là tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với biển được chọn. Tính số phần tử của tập hợp E .

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau

-  “Biển được chọn thuộc châu Âu”.
-  “Biển được chọn thuộc châu Á”.
-  “Biển được chọn thuộc châu Phi”.
-  “Biển được chọn thuộc châu Úc”.
-  “Biển được chọn thuộc châu Nam cực”.
-  “Biển được chọn thuộc châu Mỹ”.

a) Ta có số phần tử của E bằng 10.

b)  Gọi A là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Âu”, ta có số phần tử của A là 2 nên xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

 Gọi B là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Á”, ta có số phần tử của B là 2 nên xác suất biến cố B là $P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

 Gọi C là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Phi”, ta có số phần tử của C là 2 nên xác suất biến cố C là $P(C) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

 Gọi D là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Úc”, ta có số phần tử của D là 1 nên xác suất biến cố D là $P(D) = \frac{1}{10}$.

 Gọi M là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Nam cực”, ta có số phần tử của M là 1 nên xác suất biến cố M là $P(M) = \frac{1}{10}$.

 Gọi N là biến cố “Biển được chọn thuộc châu Mỹ”, ta có số phần tử của N là 2 nên xác suất biến cố N là $P(N) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Chủ đề 5. XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN

A XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI TUNG ĐỒNG XU

1 Khái niệm

- ☉ Xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N " khi tung đồng xu nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt } N}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

- ☉ Xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S " khi tung đồng xu nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt } S}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

🔴 **Ví dụ 25.** Tính xác suất thực nghiệm của biến cố: "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt N " trong mỗi trường hợp sau:

- Tung một đồng xu 30 lần liên tiếp, có 17 lần xuất hiện mặt N ;
- Tung một đồng xu 27 lần liên tiếp, có 14 lần xuất hiện mặt S .

🔵 Lời giải.

- Xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt N " là $\frac{17}{30}$.
- Khi tung đồng xu 27 lần liên tiếp, do mặt S xuất hiện 14 lần nên N xuất hiện 13 lần.
Vì vậy, xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N " là $\frac{13}{27}$.

□

2 Mọi liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó khi thực hiện số lần rất lớn

Chú ý

Trong trò chơi tung đồng xu, khi số lần tung ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt N " (hoặc biến cố "Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S ") ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

🔴 **Ví dụ 26.** Trong trò chơi tung đồng xu, khi số lần tung đồng xu ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S " ngày càng gần với số thực nào?

🔵 Lời giải.

Do xác suất của biến cố "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt S " là 0,5 nên khi tăng số lần tung đồng xu ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt S " ngày càng gần 0,5.

□

B XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI GIEO XÚC XẮC

1 Khái niệm

Xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt k chấm ($k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 6$) khi gieo xúc xắc nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt } k \text{ chấm}}{\text{Tổng số lần gieo xúc xắc}}$$

❶ Ví dụ 27. Gieo xúc xắc 30 lần liên tiếp, có 5 lần xuất hiện mặt 6 chấm. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 6 chấm".

📁 Lời giải.

Xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 6 chấm là $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$. $\square$

2 Mối liên hệ xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó khi số lần thực hiện rất lớn

Trong trò chơi gieo xúc xắc, khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của một biến cố ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

❶ Ví dụ 28. Trong trò chơi gieo xúc xắc, khi số lần gieo ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố: "Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt k chấm" ($k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 6$) ngày càng gần với số thực nào?

📁 Lời giải.

Do xác suất của biến cố "Mặt xuất hiện là mặt k chấm" là $\frac{1}{6}$ nên khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt k chấm" ngày càng gần với $\frac{1}{6}$. $\square$

C XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG TRÒ CHƠI CHỌN NGẪU NHIÊN MỘT ĐỐI TƯỢNG TỪ NHÓM ĐỐI TƯỢNG

1 Khái niệm

Xác suất thực nghiệm của biến cố "Đối tượng A được chọn ra" khi chọn đối tượng nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần đối tượng } A \text{ được chọn ra}}{\text{Tổng số lần chọn đối tượng}}$$

❶ Ví dụ 29. Một hộp có 1 quả bóng màu xanh, 1 quả bóng màu đỏ và 1 quả bóng màu vàng; các quả có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần bạn Xuân lấy ngẫu nhiên 1 quả trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào trong hộp. Trong 45 lần lấy bóng liên tiếp, quả bóng màu xanh xuất hiện 15 lần, quả bóng màu đỏ xuất hiện 14 lần. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Quả bóng lấy ra là quả bóng màu vàng" trong trò chơi trên.

📁 Lời giải.

Khi lấy bóng 45 lần liên tiếp, do quả bóng màu xanh xuất hiện 15 lần và quả bóng màu đỏ xuất hiện 14 lần nên quả bóng màu vàng xuất hiện 16 lần. Vì vậy xác suất thực nghiệm của biến cố "Quả bóng lấy ra là quả bóng màu vàng" là $\frac{16}{45}$. $\square$

② Mỗi liên hệ xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó khi số lần thực hiện rất lớn

Chú ý

Khi số lần lấy ra ngẫu nhiên đối tượng ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Đối tượng lấy ra là đối tượng A " ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

❏ Ví dụ 30. Xét đối tượng A từ nhóm gồm k đối tượng trong trò chơi nói trên, Khi số lần lấy ra ngẫu nhiên của một đối tượng ngày càng gần với xác suất thực nghiệm của biến cố "Đối tượng lấy ra là đối tượng A " ngày càng gần với số thực nào?

📖 Lời giải.

Do xác suất của biến cố "Đối tượng lấy ra là đối tượng A " là $\frac{1}{k}$ nên khi số lần lấy ra ngẫu nhiên một đối tượng ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Đối tượng lấy ra là đối tượng A " ngày càng gần với $\frac{1}{k}$ □

D BÀI TẬP

✍ Bài 18. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện đồng xu là mặt S " trong mỗi trường hợp sau:

- Tung một đồng xu 50 lần liên tiếp, có 27 lần xuất hiện mặt S ;
- Tung một đồng xu 45 lần liên tiếp, có 24 lần xuất hiện mặt N .

📖 Lời giải.

- Xác suất thực nghiệm mặt đồng xu là S là $\frac{27}{50}$.
- Giao đồng xu 45 lần có 24 lần mặt N , suy ra có 21 lần xuất hiện mặt S . Xác suất thực nghiệm mặt đồng xu là S là $\frac{21}{50}$. □

✍ Bài 19. Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn" khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn với xác suất của biến cố đó.

📖 Lời giải.

Do xác suất của biến cố nên mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn" là 0,5 nên khi tăng số lần tung xúc xắc ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn" ngày càng gần 0,5. □

✍ Bài 20. Một hộp có 10 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương không vượt quá 10, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp.

- Sau 30 lần rút thẻ liên tiếp, tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:

- Thẻ rút ra ghi số 1
- Thẻ rút ra ghi số 5

 Thê rút ra ghi sô 10

- b) Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố "Thê rút ra ghi số chia hết cho 3" với xác suất của biến cố đó khi số lần rút thê ngày càng lớn.

 Lời giải.

Học sinh tự thực nghiệm và tính kết quả.



Chủ đề 6. BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

Bài 21. Để học tốt môn Ngữ Văn lớp 8, bạn Thảo dự định đọc những kịch bản văn học sau: chèo *Quan âm Thị Kính*; chèo *Kim Nham*; tuồng *Ngêu Sò Ốc Hén*; *Quần* (Lộng Chương); *Bệnh sĩ* (Lưu Quang Vũ); *Ông Jourdain mặc lễ phục* (Molière); *Vũ Như Tô* (Nguyễn Huy Tưởng); *Rừng trúc* (Nguyễn Đình Thi); *Romeo và Juliet* (W. Shakespeare). Trong những kịch bản văn học nêu trên, hãy phân nhóm và tổ chức những kịch bản đó theo những tiêu chí sau:

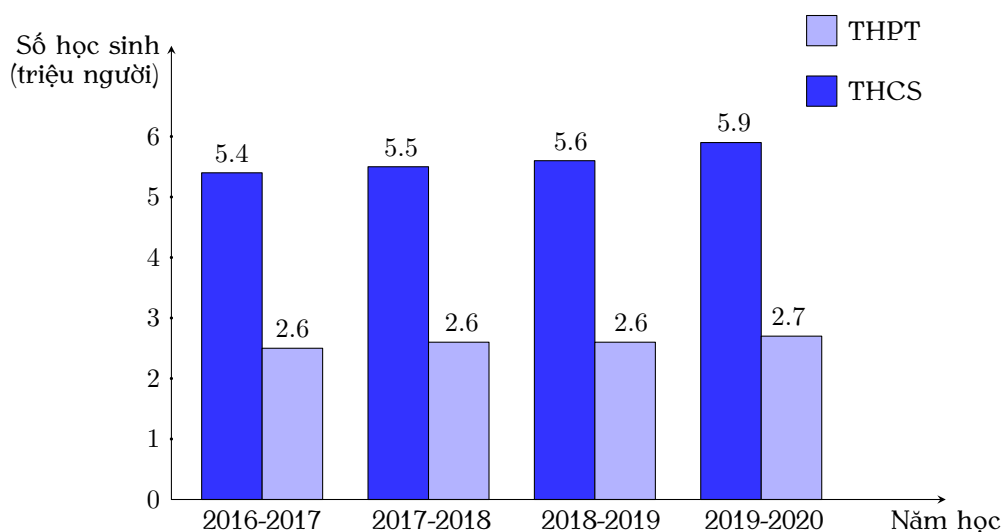
Tuồng-Chèo (sân khấu dân gian)	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)
Hài kịch	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)
Bi kịch	Tên tác phẩm, tác giả (liệt kê cụ thể)

Lời giải.

Tuồng-Chèo (sân khấu dân gian)	<i>Quan âm Thị Kính</i> ; <i>Kim Nham</i> ; <i>Ngêu Sò Ốc Hén</i> .
Hài kịch	<i>Quần</i> (Lộng Chương); <i>Bệnh sĩ</i> (Lưu Quang Vũ); <i>Ông Jourdain mặc lễ phục</i> (Molière).
Bi kịch	<i>Vũ Như Tô</i> (Nguyễn Huy Tưởng); <i>Rừng trúc</i> (Nguyễn Đình Thi); <i>Romeo và Juliet</i> (W. Shakespeare).

□

Bài 22. Biểu đồ cột kép trong Hình 39 biểu diễn số lượng học sinh trung học cơ sở (THCS) và trung học phổ thông (THPT) của Việt Nam trong các năm học 2016-2017, 2017-2018, 2018-2019, 2019-2020.



(Nguồn: Niên giám Thống kê 2020, NXB Thống kê, 2021)

Hình 39

a) Lập bảng thống kê số lượng học sinh THCS và THPT của Việt Nam trong các năm học đó (đơn vị: triệu người) theo mẫu sau:

Năm học	2016-2017	2017-2018	2018-2019	2019-2020
Số học sinh THCS	?	?	?	?
Số học sinh THPT	?	?	?	?

- b) Lập bảng thống kê tỉ số giữa số lượng học sinh THCS và THPT của Việt Nam trong các năm học đó theo mẫu sau (viết tỉ số ở dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười):

Năm học	2016-2017	2017-2018	2018-2019	2019-2020
Tỉ số của số học sinh THCS và số học sinh THPT	?	?	?	?

Bảng 1

- c) Nêu nhận xét về sự thay đổi của các tỉ số trong Bảng 1

Lời giải.

- a) Lập bảng thống kê số lượng học sinh THCS và THPT của Việt Nam trong các năm học đó (đơn vị: triệu người) theo mẫu sau:

Năm học	2016-2017	2017-2018	2018-2019	2019-2020
Số học sinh THCS	5,4	5,5	5,6	5,9
Số học sinh THPT	2,6	2,6	2,6	2,7

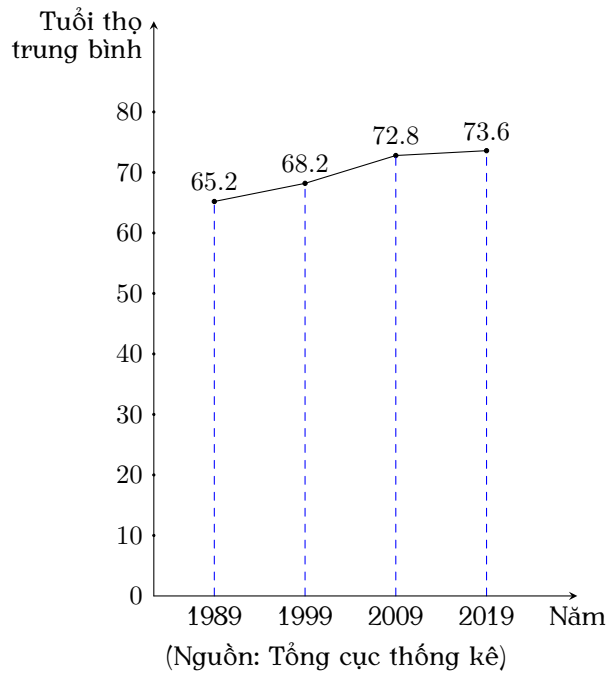
- b) Lập bảng thống kê tỉ số giữa số lượng học sinh THCS và THPT của Việt Nam trong các năm học đó theo mẫu sau (viết tỉ số ở dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười):

Năm học	2016-2017	2017-2018	2018-2019	2019-2020
Tỉ số của số học sinh THCS và số học sinh THPT	2,1	2,1	2,2	2,2

- c) Tỉ số tăng dần.

□

 **Bài 23.** Biểu đồ đoạn thẳng trong Hình 40 biểu diễn tuổi thọ trung bình của người Việt Nam qua 30 năm (từ năm 1989 đến năm 2019).



Hình 40

- a) Lập bảng thống kê tuổi thọ trung bình của người Việt Nam trong các năm đó theo mẫu sau (đơn vị: tuổi):

Năm	1989	1999	2009	2019
Tuổi thọ trung bình	?	?	?	?

- b) Một bài báo có nêu thông tin: So với năm 1989, tuổi thọ trung bình của người Việt Nam trong năm 2019 đã tăng lên 14%. Thông tin của bài báo đó có chính xác không?

Lời giải.

- a) Lập bảng thống kê tuổi thọ trung bình của người Việt Nam trong các năm đó theo mẫu sau (đơn vị: tuổi):

Năm	1989	1999	2009	2019
Tuổi thọ trung bình	65,2	68,2	72,8	73,6

- b) So với năm 1989, tuổi thọ trung bình của người Việt Nam trong năm 2019 đã tăng lên là

$$73,6\% - 65,2\% = 8,4\%$$

Vậy thông tin của bài báo đó không chính xác.

□

Bài 24. Trong trò chơi vòng quay số đã giới thiệu ở hoạt động 2 của bài 4, tính xác suất của biến cố

- a) "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3".
 b) "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chỉ có đúng một ước nguyên tố".

Lời giải.

- a) Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3 khi mũi tên chỉ vào số 7.
Xác suất của biến cố "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3" là $\frac{1}{8}$.
- b) Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chỉ có đúng một ước nguyên tố khi mũi tên chỉ vào các số 2, 3, 5 và 7.
Xác suất của biến cố "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số chỉ có đúng một ước nguyên tố" là $\frac{4}{8}$.

□

Bài 25. Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương không vượt quá 5, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp.

- a) Sau 40 lần lấy thẻ liên tiếp, hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố sau "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" và "Thẻ lấy ra ghi số lẻ".
- b) Tính xác suất của biến cố "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" và "Thẻ lấy ra ghi số lẻ".
- c) Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" và "Thẻ lấy ra ghi số lẻ" với xác suất của mỗi biến cố đó khi số lần lấy thẻ ngày càng lớn.

Lời giải.

- a) Sau 40 lần lấy thẻ liên tiếp, ta thu được bảng sau

Số ghi trên thẻ	1	2	3	4	5
Số lần lấy được	8	9	5	10	8

Xác suất thực nghiệm của biến cố "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" là $\frac{9+10}{40} = \frac{19}{40}$.
Xác suất thực nghiệm của biến cố "Thẻ lấy ra ghi số lẻ" là $\frac{8+5+8}{40} = \frac{21}{40}$.

- b) Xác suất của biến cố "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" là $\frac{2}{5}$.
Xác suất của biến cố "Thẻ lấy ra ghi số lẻ" là $\frac{3}{5}$.
- c) Khi số lần lấy thẻ ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố "Thẻ lấy ra ghi số chẵn" và "Thẻ lấy ra ghi số lẻ" càng gần với xác suất của mỗi biến cố đó.

□

Chương 7.



PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Chủ đề 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

✧ **Định nghĩa 1.1.** Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

✧ **Định nghĩa 1.2.** Nếu hai vế của phương trình (ẩn x) nhận cùng một giá trị khi $x = a$ thì số a gọi là một nghiệm của phương trình đó.

Chú ý

Khi bài toán yêu cầu giải một phương trình, ta phải tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.

🔴 **Ví dụ 1.** Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $2x - 5 = 0$

b) $3x + 10 = 0$.

c) $7x = 0$.

d) $x^2 - 9 = 0$.

📖 Lời giải.

Phương trình ở câu a; b; c là phương trình bậc nhất một ẩn.

Phương trình ở câu d không là phương trình bậc nhất một ẩn. □

🔴 **Luyện tập** Nêu hai ví dụ về phương trình bậc nhất ẩn x .

📖 Lời giải.

Hai ví dụ về phương trình bậc nhất một ẩn là

🔵 $2x - 10 = 0$.

🟢 $-3x - 15 = 0$.

□

🔴 **Ví dụ 2.** Kiểm tra xem $x = 2$ có là nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất sau hay không?

a) $-3x + 6 = 0$.

b) $7x - 14 = 0$.

c) $x + 2 = 0$.

📖 Lời giải.

a) Thay $x = 2$, ta có $-3 \cdot 2 + 6 = 0$.

Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình $-3x + 6 = 0$.

b) Thay $x = 2$, ta có $7 \cdot 2 - 14 = 0$.

Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình $7x - 14 = 0$.

c) Thay $x = 2$, ta có $2 + 2 \neq 0$.

Vậy $x = 2$ không là nghiệm của phương trình $x + 2 = 0$.

□

🔴 Luyện tập Kiểm tra xem $x = -3$ có là nghiệm của phương trình bậc nhất $5x + 15 = 0$ hay không?

📁 Lời giải.

Thay $x = -3$, ta có $5 \cdot (-3) + 15 = 0$.

Vậy $x = -3$ là nghiệm của phương trình $5x + 15 = 0$.

□

B PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

a) **Định nghĩa**

🔴 Định nghĩa 1.3. Phương trình dạng $ax + b = 0$, với $a; b$ là hai số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là **phương trình bậc nhất một ẩn**.

b) **Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn**

Phương trình $ax + b = 0$ (với $a \neq 0$) được giải như sau

$$\begin{aligned} ax + b &= 0 \\ ax &= -b \\ x &= \frac{-b}{a}. \end{aligned}$$

🔴 Nhận xét 1.1. Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) luôn có nghiệm duy nhất $x = \frac{-b}{a}$.

🔴 Ví dụ 3. Giải các phương trình

a) $-0,5x + 11 = 0$.

b) $\frac{2}{7}x - 4 = 0$.

📁 Lời giải.

a)

$$\begin{aligned} -0,5x + 11 &= 0 \\ -0,5x &= -11 \\ x &= (-11) : (-0,5) \\ x &= 22. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 22$.

b)

$$\begin{aligned} \frac{2}{7}x - 4 &= 0 \\ \frac{2}{7}x &= 4 \\ x &= 4 : \frac{2}{7} \\ x &= 14. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 14$.

□

🔴 Luyện tập Giải các phương trình

a) $-6x - 15 = 0$.

b) $-\frac{9}{2}x + 21 = 0$.

Lời giải.

a)

$$\begin{aligned}
 -6x - 15 &= 0 \\
 -6x &= 15 \\
 x &= 15 : (-6) \\
 x &= \frac{-5}{2}.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-5}{2}$.

b)

$$\begin{aligned}
 -\frac{9}{2}x + 21 &= 0 \\
 -\frac{9}{2}x &= -21 \\
 x &= (-21) : \left(-\frac{9}{2}\right) \\
 x &= \frac{14}{3}.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{14}{3}$.

□

❶ Ví dụ 4. Giải phương trình $2x - (2 + 5x) = 4(x + 3)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 2x - (2 + 5x) &= 4(x + 3) \\
 2x - 2 - 5x &= 4x + 12 \\
 -3x - 2 &= 4x + 12 \\
 -2 - 12 &= 4x + 3x \\
 -14 &= 7x \\
 x &= -2.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$.

□

❷ Luyện tập Giải phương trình $2(x - 0,7) - 1,6 = 1,5 - (x + 1,2)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 2(x - 0,7) - 1,6 &= 1,5 - (x + 1,2) \\
 2x - 1,4 - 1,6 &= 1,5 - x - 1,2 \\
 2x + x &= 1,5 - 1,2 + 1,4 + 1,6 \\
 3x &= 3,3 \\
 x &= 3,3 : 3 \\
 x &= 1,1.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1,1$.

□

❸ Ví dụ 5. Tìm chỗ sai trong lời giải sau và giải lại cho đúng

$$\begin{aligned}
 3x - 5 - 2x &= 25 + 4x \\
 3x - 2x + 4x &= 25 + 5 \\
 5x &= 30 \\
 x &= 30 : 5 \\
 x &= 6.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 6$.

Lời giải.

Khi chuyển số hạng $4x$ từ vế phải sang vế trái, ta phải đổi dấu số hạng đó. Vì vậy, lời giải

trên sai ở bước thứ hai. Ta có thể giải lại như sau

$$\begin{aligned}3x - 5 - 2x &= 25 + 4x \\3x - 2x - 4x &= 25 + 5 \\-3x &= 30 \\x &= 30 : (-3) \\x &= -10.\end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -10$. □

BÀI TẬP

 **Bài 1.** Kiểm tra xem số nào là nghiệm của phương trình tương ứng sau đây:

- a) $3x + 9 = 0$ với $x = 3$; $x = -3$.
b) $2 - 2x = 3x + 1$ với $x = -\frac{1}{5}$; $x = \frac{1}{5}$.

 **Lời giải.**

- a) Thế $x = 3$ vào hai vế của phương trình thì giá trị hai vế của phương trình không bằng nhau ($9 \neq 0$). Vì vậy $x = 3$ không phải là nghiệm của phương trình.
Thế $x = -3$ vào hai vế của phương trình thì giá trị hai vế của phương trình bằng nhau (cùng bằng 0). Vì vậy $x = -3$ là nghiệm của phương trình.
- b) Thế $x = -\frac{1}{5}$ vào hai vế của phương trình thì giá trị hai vế của phương trình không bằng nhau ($\frac{12}{5} \neq \frac{2}{5}$). Vì vậy $x = -\frac{1}{5}$ không phải là nghiệm của phương trình.
- c) Thế $x = \frac{1}{5}$ vào hai vế của phương trình thì giá trị hai vế của phương trình bằng nhau (cùng bằng $\frac{8}{5}$). Vì vậy $x = \frac{1}{5}$ là nghiệm của phương trình. □

 **Bài 2.** Tìm chỗ sai trong mỗi lời giải sau và giải lại cho đúng

a)

$$\begin{aligned}5 - (x + 8) &= 3x + 3(x - 9) \\5 - x + 8 &= 3x + 3x - 27 \\13 - x &= 6x - 27 \\-x - 6x &= -27 + 13 \\-7x &= -14 \\x &= (-14) : (-7) \\x &= 2.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}3x - 18 + x &= 12 - (5x + 3) \\4x - 18 &= 12 - 5x - 3 \\4x + 5x &= 9 - 18 \\9x &= -9 \\x &= (-9) : 9 \\x &= -1.\end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -1$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$.

 **Lời giải.**

a) Sai ở dấu bằng thứ 2 từ trên xuống (bỏ ngoặc không đổi dấu). Ta giải lại như sau:

$$\begin{aligned} 5 - (x + 8) &= 3x + 3(x - 9) \\ 5 - x - 8 &= 3x + 3x - 27 \\ -3 - x &= 6x - 27 \\ -x - 6x &= -27 + 3 \\ -7x &= -24 \\ x &= (-24) : (-7) \\ x &= \frac{24}{7} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{24}{7}$.

b) Sai ở dấu bằng thứ 3 từ trên xuống (chuyển về không đổi dấu). Ta giải lại như sau:

$$\begin{aligned} 3x - 18 + x &= 12 - (5x + 3) \\ 4x - 18 &= 12 - 5x - 3 \\ 4x + 5x &= 9 + 18 \\ 9x &= 27 \\ x &= 27 : 9 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.

□

 **Bài 3.** Giải các phương trình sau:

a) $6x + 4 = 0$.

b) $-14x - 28 = 0$.

c) $\frac{1}{3}x - 5 = 0$.

d) $3y - 1 = -y + 19$.

e) $-2(z + 3) - 5 = z + 4$.

f) $3(t - 10) = 7(t - 10)$.

 **Lời giải.**

a)

$$\begin{aligned} 6x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6x &= -4 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$.

b)

$$\begin{aligned} -14x - 28 &= 0 \\ \Leftrightarrow -14x &= 28 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-2\}$.

c)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3}x &= 5 \\ \Leftrightarrow x &= 5 : \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow x &= 15. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{15\}$.

d)

$$\begin{aligned} 3y - 1 &= -y + 19 \\ \Leftrightarrow 3y + y &= 19 + 1 \\ \Leftrightarrow 4y &= 20 \\ \Leftrightarrow y &= 5. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{5\}$.

e)

$$\begin{aligned}
& -2(z+3) - 5 = z + 4 \\
\Leftrightarrow & -2z - 6 - 5 = z + 4 \\
\Leftrightarrow & -2z - z = 4 + 6 + 5 \\
\Leftrightarrow & -3z = 15 \\
\Leftrightarrow & z = -5.
\end{aligned}$$

Vậy $S = -5$.

f)

$$\begin{aligned}
& 3(t-10) = 7(t-10) \\
\Leftrightarrow & 3(t-10) - 7(t-10) = 0 \\
\Leftrightarrow & -4(t-10) = 0 \\
\Leftrightarrow & t-10 = 0 \\
\Leftrightarrow & t = 10.
\end{aligned}$$

Vậy $S = 10$.

□

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5x-2}{3} = \frac{5-3x}{2}.$

b) $\frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9}.$

c) $\frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5}.$

Lời giải.

a)

$$\begin{aligned}
& \frac{5x-2}{3} = \frac{5-3x}{2} \\
\Leftrightarrow & \frac{10x-4}{6} = \frac{15-9x}{6} \\
\Leftrightarrow & 10x-4 = 15-9x \\
\Leftrightarrow & 10x+9x = 15+4 \\
\Leftrightarrow & 19x = 19 \\
\Leftrightarrow & x = 1.
\end{aligned}$$

Vậy $S = \{1\}$.

b)

$$\begin{aligned}
& \frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9} \\
\Leftrightarrow & \frac{30x+9}{36} = \frac{36}{36} + \frac{24+32x}{36} \\
\Leftrightarrow & 30x+9 = 36+24+32x \\
\Leftrightarrow & 30x-32x = 36+24-9 \\
\Leftrightarrow & -2x = 51 \\
\Leftrightarrow & x = -\frac{51}{2}.
\end{aligned}$$

Vậy $S = \left\{-\frac{51}{2}\right\}.$

c)

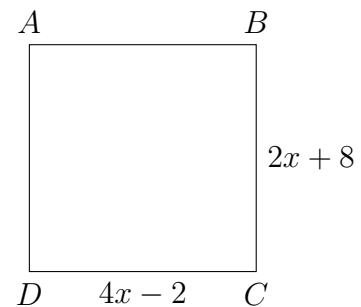
$$\begin{aligned}
& \frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5} \\
\Leftrightarrow & \frac{35x-5}{30} + \frac{60x}{30} = \frac{96-6x}{30} \\
\Leftrightarrow & 35x-5+60x = 96-6x \\
\Leftrightarrow & 35x+60x+6x = 96+5 \\
\Leftrightarrow & 101x = 101 \\
\Leftrightarrow & x = 1.
\end{aligned}$$

Vậy $S = \{1\}$.

□

Bài 5.

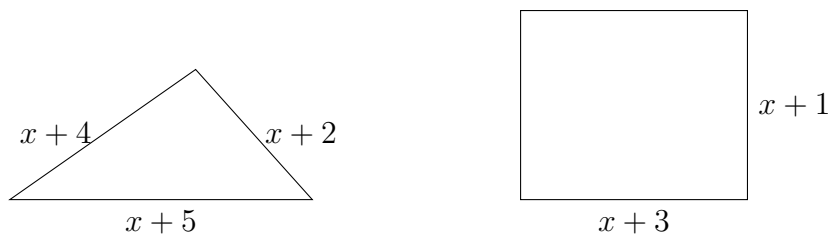
Tìm x , biết tứ giác $ABCD$ là hình vuông

**Lời giải.**

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC = DC$ suy ra $2x + 8 = 4x - 2 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy $x = 5$. □

Bài 6. Hình tam giác và hình chữ nhật ở hình dưới có cùng chu vi. Viết phương trình biểu thị sự bằng nhau của chu vi hình tam giác, hình chữ nhật và tìm x .

**Lời giải.**

Ta có

Chu vi tam giác là $x + 4 + x + 2 + x + 5 = 3x + 11$.

Chu vi hình chữ nhật là $2(x + 3 + x + 1) = 4x + 8$.

Vì hai hình có cùng chu vi nên ta có phương trình

$$3x + 11 = 4x + 8 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy $x = 3$. □

Bài 7. Trong một cửa hàng bán thực phẩm, bạn Loan nhìn thấy cô bán hàng dùng một chiếc cân đĩa. Bên đĩa thứ nhất, cô đặt một quả cân nặng 500 g; bên đĩa cân thứ hai, cô đặt hai gói hàng có cùng cân nặng x g và ba quả cân nhỏ, mỗi quả cân đó nặng 50 g. Bạn Loan thấy cân thăng bằng. Viết phương trình biểu thị sự thăng bằng của cân khi đó.

Lời giải.

Tổng khối lượng đĩa cân thứ hai là $2x + 50 \cdot 3 = 2x + 150$.

Vì hai đĩa cân thăng bằng nên phương trình là

$$2x + 150 = 500.$$

□

Bài 8.

Hình bên mô tả một đài phun nước. Tốc độ ban đầu của nước là 48 ft/s (ft là đơn vị đo độ dài với $1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$). Tốc độ v (ft/s) của nước tại t (s) được cho bởi công thức $v = 48 - 32t$. Tìm thời gian để một giọt nước đi từ mặt đài phun nước đến khi đạt được độ cao tối đa.



Lời giải.

Khi đạt độ cao tối đa là thời điểm vận tốc của nước là bằng 0 ứng với $v = 0$.

Thay $v = 0$ vào công thức $v = 48 - 32t$, ta tìm được $t = \frac{48}{32} = \frac{3}{2} = 1,5$.

Do đó thời gian để một giọt nước đi từ mặt đài phun nước đến khi đạt độ cao tối đa là 1,5 s. □

Chủ đề 2. ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A BIỂU DIỄN MỘT ĐẠI LƯỢNG BỞI MỘT BIỂU THỨC CHỨA ẨN

❖ **Nhận xét 2.1.** Trong thực tế, nhiều đại lượng biến đổi phụ thuộc lẫn nhau. Nếu kí hiệu một trong các đại lượng đó là x thì các đại lượng khác có thể biểu diễn dưới dạng một biểu thức của biến x .

🔴 **Ví dụ 6.** Bác Ánh đi siêu thị mua bốn chiếc quạt điện cùng loại. Do siêu thị thực hiện khuyến mãi nên giá bán bốn chiếc quạt đó như sau: Hai chiếc quạt đầu tiên không được giảm giá, chiếc quạt thứ ba có giá bán được giảm 200 nghìn đồng so với giá bán của chiếc quạt thứ hai, chiếc quạt thứ tư có giá bán được giảm 300 nghìn đồng so với giá bán của chiếc quạt thứ ba. Gọi x (nghìn đồng) là giá bán của chiếc quạt đầu tiên. Viết biểu thức với biến x biểu thị tổng số tiền bác Ánh phải trả.

📘 **Lời giải.**

Giá bán hai chiếc quạt đầu tiên đều là x (nghìn đồng).

Giá bán chiếc quạt thứ ba là $x - 200$ (nghìn đồng).

Giá bán chiếc quạt thứ tư là $(x - 200) - 300 = x - 500$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền bác Ánh phải trả khi mua bốn chiếc quạt là

$$x + x + (x - 200) + (x - 500) = 4x - 700 \text{ (nghìn đồng).}$$

□

🟡 **Luyện tập** Bạn An dành mỗi ngày x phút để chạy bộ. Viết biểu thức với biến x biểu thị:

- Quãng đường (đơn vị: m) bạn An chạy được trong x phút, nếu bạn An chạy với tốc độ là 150 m/phút.
- Tốc độ của bạn An (đơn vị: m/phút), nếu trong x phút bạn An chạy được quãng đường là 1800 m.

📘 **Lời giải.**

a) Quãng đường bạn An chạy được trong x phút với tốc độ 150 m/phút là $150x$ (m).

b) Tốc độ của bạn An khi chạy quãng đường 1800 m trong x phút là $\frac{1800}{x}$.

□

B MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình như sau

- Bước 1:** Chọn ẩn số là đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Bước 2:** Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Bước 3:** Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- Bước 4:** Giải phương trình vừa nhận được.
- Bước 5:** Kết luận: kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không rồi trả lời theo yêu cầu của bài toán.

🔴 Ví dụ 7. Năm nay tuổi của anh gấp ba lần tuổi của em. Sau 6 năm nữa, tuổi của anh chỉ gấp đôi tuổi của em. Hỏi năm nay tuổi của anh và tuổi của em là bao nhiêu?

📁 Lời giải.

Gọi tuổi của em hiện nay là x ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó, tuổi của anh hiện nay là $3x$.

Sau 6 năm nữa, tuổi của em là $x + 6$ (tuổi) và tuổi của anh là $3x + 6$ (tuổi).

Vì lúc này tuổi của anh gấp đôi tuổi của em nên ta có phương trình

$$3x + 6 = 2(x + 6) \Leftrightarrow 3x + 6 = 2x + 12 \Leftrightarrow x = 6 \text{ (nhận).}$$

Vậy hiện nay, tuổi của em là 6 tuổi và tuổi của anh là $3 \cdot 6 = 18$ tuổi. □

🔴 Luyện tập Hiện nay ông hơn cháu 56 tuổi. Cách đây 5 năm, tuổi của ông gấp tám lần tuổi của cháu. Hỏi cháu hiện nay bao nhiêu tuổi?

📁 Lời giải.

Gọi tuổi của cháu hiện nay là x ($x \in \mathbb{N}^*, x > 5$).

Khi đó, tuổi của ông hiện nay là $x + 56$.

Cách đây 5 năm, tuổi của cháu là $x - 5$ (tuổi) và tuổi của ông là $x + 56 - 5 = x + 51$ (tuổi).

Vì cách đây 5 năm thì tuổi của ông gấp tám lần tuổi của cháu nên ta có phương trình

$$x + 51 = 8(x - 5) \Leftrightarrow x + 51 = 8x - 40 \Leftrightarrow 91 = 7x \Leftrightarrow x = 13 \text{ (nhận).}$$

Vậy hiện nay, tuổi của cháu là 13 tuổi. □

🔴 Ví dụ 8. Một xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với tốc độ 40 km/h. Sau đó 10 phút, trên cùng tuyến đường đó, một ô tô xuất phát từ Hải Phòng đi Hà Nội với tốc độ 60 km/h. Hỏi sau bao lâu, kể từ khi xe máy khởi hành, hai xe gặp nhau? Biết quãng đường Hà Nội - Hải Phòng dài 120 km.

📁 Lời giải.

Đổi 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ.

Gọi thời gian từ lúc xe máy khởi hành đến lúc hai xe gặp nhau là x (giờ) ($x > \frac{1}{6}$).

Khi đó, thời gian ô tô đi từ lúc khởi hành đến khi gặp xe máy là $x - \frac{1}{6}$ (giờ).

Khi hai xe gặp nhau:

🟩 Quãng đường xe máy đi được là $40x$ (km).

🟪 Quãng đường ô tô đi được là $60 \cdot \left(x - \frac{1}{6}\right) = 60x - 10$ (km).

Đến lúc hai xe gặp nhau, tổng quãng đường đi được của hai xe đúng bằng quãng đường Hà Nội - Hải Phòng dài 120 km nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} 40x + (60x - 10) &= 120 \Leftrightarrow 40x + 60x - 10 = 120 \\ &\Leftrightarrow 100x = 130 \\ &\Leftrightarrow x = 1,3 \text{ (nhận).} \end{aligned}$$

Vậy kể từ khi xe máy khởi hành, hai xe gặp nhau sau 1,3 giờ, tức là 1 giờ 18 phút. □

🔴 Ví dụ 9. Giá cước dịch vụ của một hãng taxi ở Hà Nội vào tháng 4 năm 2022 như sau

Giá cước mở cửa (tính cho 1 km đầu tiên)	Giá cước những kilômét tiếp theo	Giá cước từ kilômét thứ 21 trở đi
20 000 đồng	11 500 đồng	9 500 đồng

Gọi x ($x > 0$) là số kilômét mà hành khách di chuyển. Khi đó, số tiền mà hành khách phải trả được tính bởi công thức:

$$\begin{aligned} T &= 20\,000 \text{ nếu } 0 < x \leq 1; \\ T &= 20\,000 + 11\,500(x - 1) \text{ nếu } 1 < x \leq 20; \\ T &= 238\,500 + 9\,500(x - 20) \text{ nếu } x > 20; \end{aligned}$$

Cô Hạnh di chuyển bằng xe của hãng xe taxi trên và đã trả số tiền là 343 000 đồng. Hỏi cô Hạnh đã di chuyển quãng đường là bao nhiêu kilômét?

Lời giải.

Nếu hành khách di chuyển quãng đường 20 km thì phải trả số tiền là

$$20\,000 + 11\,500 \cdot (20 - 1) = 238\,500 \text{ (đồng)}.$$

Do $343\,000 > 238\,500$ nên cô Hạnh đã di chuyển quãng đường nhiều hơn 20 km hay $x > 20$. Do đó, tổng số tiền cô Hạnh phải trả (tính theo x) là

$$238\,500 + 9\,500 \cdot (x - 20) \text{ (đồng)}.$$

Theo giả thiết, ta có phương trình

$$\begin{aligned} 238\,500 + 9\,500 \cdot (x - 20) &= 343\,000 \Leftrightarrow 238\,500 + 9500x - 190\,000 = 343\,000 \\ &\Leftrightarrow 48\,500 + 9500x = 343\,000 \\ &\Leftrightarrow 9\,500x = 343\,000 - 48\,500 \\ &\Leftrightarrow 9\,500x = 294\,500 \\ &\Leftrightarrow x = 31. \end{aligned}$$

Vậy cô Hạnh đã di chuyển quãng đường là 31 km. □

Luyện tập Một tổ may áo theo kế hoạch mỗi ngày phải may 30 cái áo. Nhờ cải tiến kĩ thuật, tổ đã may được mỗi ngày 40 cái nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày và còn may thêm được 20 cái áo nữa. Tính số áo mà tổ đó phải may theo kế hoạch.

Lời giải.

Gọi x (áo) là số áo mà tổ phải may theo kế hoạch ($x > 20, x \in \mathbb{N}$).

Thời gian để hoàn thành số áo theo kế hoạch: $\frac{x}{30}$ (ngày).

Nhưng thực tế thì

🔴 Số áo đã may: $x + 20$ (áo).

🔵 Thời gian hoàn thành: $\frac{x + 20}{40}$ (ngày).

Vì thời gian hoàn thành trước 3 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{x}{30} = \frac{x + 20}{40} + 3 \Leftrightarrow 4x = 3 \cdot (x + 20) + 360$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 4x &= 3x + 60 + 360 \\ \Leftrightarrow x &= 420 \text{ (thỏa mãn)}.\end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch thì tổ đó phải may 420 áo. □

BÀI TẬP

 **Bài 9.** Một cuộc thi có 20 câu hỏi với quy định cho điểm như sau: Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai thì bị trừ 1 điểm, không trả lời thì không được điểm. Bạn Minh được 70 điểm trong cuộc thi đó. Hỏi bạn Minh đã trả lời đúng được bao nhiêu câu? Biết rằng bạn Minh đã trả lời tất cả các câu trong cuộc thi.

Lời giải.

Gọi x là số câu hỏi mà bạn Minh trả lời đúng ($0 < x < 20, x \in \mathbb{N}$).

Số điểm mà bạn Minh có được khi trả lời đúng: $5x$ (điểm).

Vì bạn Minh đã trả lời tất cả các câu hỏi trong cuộc thi nên suy ra số câu hỏi mà bạn Minh trả lời sai là $20 - x$ (câu).

Số điểm mà bạn Minh bị trừ khi trả lời sai: $(-1) \cdot (20 - x)$ (điểm).

Vì bạn Minh ghi được 70 điểm nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}5x + (-1) \cdot (20 - x) &= 70 \Leftrightarrow 5x - 20 + x = 70 \\ \Leftrightarrow 6x &= 90 \\ \Leftrightarrow x &= 15 \text{ (thỏa mãn)}.\end{aligned}$$

Vậy bạn Minh đã trả lời đúng được 15 câu. □

 **Bài 10.** Giá niêm yết của một máy lọc nước và một nồi cơm điện có tổng là 6,5 triệu đồng. Bác Bình mua hàng vào đúng dịp tri ân khách hàng nên so với giá niêm yết máy lọc nước được giảm giá 15% và nồi cơm điện được giảm giá 10%. Do đó, tổng số tiền bác phải trả là 5,65 triệu đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi sản phẩm đã nêu.

Lời giải.

Gọi x (triệu đồng) là giá niêm yết của máy lọc nước ($6,5 > x > 0$).

Suy ra giá niêm yết của nồi cơm điện là $6,5 - x$ (triệu đồng).

Số tiền máy lọc nước sau khi giảm giá 15%: $(100 - 15)\% \cdot x = 0,85x$.

Số tiền nồi cơm điện sau khi giảm giá 10%: $(100 - 10)\% \cdot (6,5 - x) = 5,85 - 0,9x$.

Vì tổng số tiền bác Bình phải trả khi mua hàng là 5,65 triệu đồng nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}0,85x + 5,85 - 0,9x &= 5,65 \Leftrightarrow -0,05x = -0,2 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \text{ (thỏa mãn)}.\end{aligned}$$

Vậy giá niêm yết của máy lọc nước và nồi cơm điện lần lượt là 4 triệu đồng và $6,5 - 4 = 2,5$ triệu đồng. □

 **Bài 11.** Bác An đã gửi một lượng tiền tiết kiệm kì hạn 1 năm ở một ngân hàng với lãi suất 5,6%/năm (cứ sau kì hạn 1 năm, tiền lãi của kì hạn đó lại được cộng vào tiền vốn). Sau khi gửi 2 năm, bác An rút được số tiền cả gốc và lãi là 111 513 600 đồng. Hỏi ban đầu bác An đã gửi vào ngân hàng số tiền là bao nhiêu đồng? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong 2 năm đó.

Lời giải.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền mà bác An đã gửi vào ngân hàng ($0 < x < 111,5136$).

Sau 1 năm, số tiền mà bác An lãnh (gồm cả gốc lẫn lãi) là

$$x + 5,6\%x = 1,056x \text{ (triệu đồng)}.$$

Sau 2 năm, số tiền mà bác An lãnh (gồm cả gốc lẫn lãi) là

$$1,056x + 5,6\% \cdot 1,056x = 1,115136x \text{ (triệu đồng)}.$$

Vì sau 2 năm, bác An rút được số tiền cả gốc và lãi là 111 513 600 đồng nên ta có phương trình

$$1,115136x = 111,5136 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy ban đầu, bác An gửi vào ngân hàng số tiền là 100 triệu đồng. $\square$

Bài 12. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc để đi từ Huế vào Đà Nẵng. Tốc độ xe thứ nhất là 40 km/h, tốc độ xe thứ hai là 60 km/h. Xe thứ hai đến Đà Nẵng nghỉ nửa giờ rồi quay lại Huế thì gặp xe thứ nhất ở vị trí cách Đà Nẵng 10 km. Tính quãng đường Huế – Đà Nẵng.

Lời giải.

Gọi x (km) là quãng đường Huế – Đà Nẵng ($x > 10$).

Quãng đường mà xe thứ nhất đi được $x - 10$ (km).

Quãng đường mà xe thứ hai đi được: $x + 10$ (km).

Thời gian mà xe thứ nhất đã đi: $\frac{x-10}{40}$ (giờ).

Thời gian mà xe thứ hai đã đi: $\frac{x+10}{60}$ (giờ).

Vì xe thứ 2 nghỉ lại ở Đà Nẵng 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{x-10}{40} &= \frac{x+10}{60} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3(x-10) = 2(x+10) + 60 \\ &\Leftrightarrow 3x - 30 = 2x + 20 + 60 \\ &\Leftrightarrow x = 110 \text{ (thỏa mãn)}. \end{aligned}$$

Vậy quãng đường Huế – Đà Nẵng dài 110 km. $\square$

Bài 13. Câu ca dao “Lúa chiêm lấp ló đầu bờ – Hễ nghe tiếng sấm phất cờ mà lên” về mặt khoa học được giải thích như sau: Khi trời mưa kèm theo sấm sét, nitric acid sẽ được sinh ra và hòa tan trong nước mưa, có tác dụng làm tăng cường dinh dưỡng nitrogen cho đất trồng, giúp cây lúa phát triển tươi tốt. Phân tử của nitric acid đó có một nguyên tử H, một nguyên tử N và x nguyên tử O. Xác định công thức phân tử của nitric acid đó. Biết khối lượng phân tử của nó là 63 amu và khối lượng của mỗi nguyên tử H, N, O lần lượt là 1 amu, 14 amu, 16 amu.

Lời giải.

Theo đề bài, ta có phương trình

$$1 \cdot 1 + 14 \cdot 1 + 16 \cdot x = 63 \Leftrightarrow 16x = 48 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy công thức phân tử của nitric acid là HNO_3 . $\square$

Chủ đề 3. BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

 **Bài 14.** Chọn đáp án đúng.

a) Nghiệm của phương trình $2x + 6 = 0$ là

- Ⓐ $x = -3$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = \frac{1}{3}$. Ⓓ $x = -\frac{1}{3}$.

b) Nghiệm của phương trình $-3x + 5 = 0$ là

- Ⓐ $x = -\frac{5}{3}$. Ⓑ $x = \frac{5}{3}$. Ⓒ $x = \frac{3}{5}$. Ⓓ $x = -\frac{3}{5}$.

c) Nghiệm của phương trình $\frac{1}{4}z = -3$ là

- Ⓐ $z = -\frac{3}{4}$. Ⓑ $z = -\frac{4}{3}$. Ⓒ $z = -\frac{1}{12}$. Ⓓ $z = -12$.

d) Nghiệm của phương trình $2(t - 3) + 5 = 7t - (3t + 1)$ là

- Ⓐ $t = \frac{3}{2}$. Ⓑ $t = 1$. Ⓒ $t = -1$. Ⓓ $t = 0$.

e) $x = -2$ là nghiệm của phương trình

- Ⓐ $x - 2 = 0$. Ⓑ $x + 2 = 0$. Ⓒ $2x + 1 = 0$. Ⓓ $2x - 1 = 0$.

 **Lời giải.**

a) Ta có $2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

b) Ta có $-3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$.

c) Ta có $\frac{1}{4}z = -3 \Leftrightarrow z = -12$.

d) Ta có

$$\begin{aligned} & 2(t - 3) + 5 = 7t - (3t + 1) \\ \Leftrightarrow & 2t - 6 + 5 = 7t - 3t - 1 \\ \Leftrightarrow & 2t - 7t + 3t = -1 + 6 - 5 \\ \Leftrightarrow & -2t = 0 \\ \Leftrightarrow & t = 0. \end{aligned}$$

e) Thay $x = -2$ vào phương trình $x + 2 = 0 \Rightarrow -2 + 2 = 0$ (đúng).
Vậy $x = -2$ là nghiệm của phương trình $x + 2 = 0$.

Chọn đáp án Ⓑ

□

 **Bài 15.** Giải các phương trình

a) $7x + 21 = 0$;

b) $-5x + 35 = 0$;

c) $-\frac{1}{4}x - 1 = 0$.

 **Lời giải.**

a) Ta có $7x + 21 = 0$

$$\Leftrightarrow 7x = -21$$

$$\Leftrightarrow x = -3.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-3\}$.

b) Ta có $-5x + 35 = 0$

$$\Leftrightarrow -5x = -35$$

$$\Leftrightarrow x = 7.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{7\}$.

c) Ta có $-\frac{1}{4}x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -4.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-4\}$.

□

Bài 16. Giải các phương trình

a) $2x - 3 = -3x + 17;$

b) $\frac{2}{3}x + 1 = -\frac{1}{3}x;$

c) $0,15(t - 4) = 9,9 - 0,3(t - 1);$

d) $\frac{3z + 5}{5} - \frac{z + 1}{3} = 1.$

Lời giải.

a) Ta có

$$2x - 3 = -3x + 17$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3x = 17 + 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20}{5}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{20}{5}\right\}$.

b) Ta có

$$\frac{2}{3}x + 1 = -\frac{1}{3}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1\}$.

c) Ta có

$$0,15(t - 4) = 9,9 - 0,3(t - 1)$$

$$\Leftrightarrow 0,15t - 0,6 = 9,9 - 0,3t + 0,3$$

$$\Leftrightarrow 0,15t + 0,3t = 9,9 + 0,3 + 0,6$$

$$\Leftrightarrow 0,45t = 10,8$$

$$\Leftrightarrow x = 24.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{24\}$.

d) Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{3z+5}{5} - \frac{z+1}{3} = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{3(3z+5)}{15} - \frac{5(z+1)}{15} = \frac{15}{15} \\ \Leftrightarrow & 9z+15-5z-5=15 \\ \Leftrightarrow & 4z=5 \\ \Leftrightarrow & z=\frac{5}{4}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$.

□

Bài 17. Có hai can đựng nước. Can thứ nhất có lượng nước gấp đôi lượng nước ở can thứ hai. Nếu rót 5 lít nước ở can thứ nhất vào can thứ hai thì lượng nước ở can thứ nhất bằng $\frac{5}{4}$ lượng nước ở can thứ hai. Tính lượng nước ban đầu ở mỗi can.

Lời giải.

Gọi x là lượng nước ở can thứ hai ($x > 0$, lít).

Lượng nước can thứ nhất gấp đôi can thứ hai nên lượng nước là $2x$ (lít).

Nếu rót 5 lít can thứ nhất vào can thứ hai thì lượng nước ở can thứ nhất bằng $\frac{5}{4}$ lượng nước ở can thứ hai nên ta có

$$\begin{aligned} 2x-5 &= \frac{5}{4}(x+5) \\ \Leftrightarrow 2x-5 &= \frac{5}{4}x + \frac{25}{4} \\ \Leftrightarrow 2x - \frac{5}{4}x &= \frac{25}{4} + 5 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{4}x &= \frac{45}{4} \\ \Leftrightarrow x &= 9 \text{ (lít)}. \end{aligned}$$

Số lít nước ở can thứ hai là 9 (lít) suy ra can thứ nhất là $9 \cdot 2 = 18$ (lít).

□

Bài 18. Một số gồm hai chữ số có chữ số hàng chục gấp ba lần chữ số hàng đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số của số đó cho nhau thì ta nhận được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 18 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Lời giải.

Gọi x là chữ số hàng đơn vị ($0 < x \leq 9$, $x \in \mathbb{N}$).

Chữ số hàng chục gấp ba lần chữ số hàng đơn vị nên chữ số hàng chục là $3x$.

Số có hai chữ có dạng $\overline{3xx} = 10 \cdot 3x + x = 31x$.

Đổi chỗ hai chữ số cho nhau nên số mới là $\overline{x3x} = 10 \cdot x + 3x = 13x$.

Số mới nhỏ hơn số ban đầu là 18 đơn vị suy ra

$$\begin{aligned} 31x &= 13x + 18 \\ \Leftrightarrow x &= 1. \end{aligned}$$

Chữ số hàng đơn vị là 1 suy ra chữ số hàng chục là $3 \cdot 1 = 3$.

Vậy chữ số có hai chữ số cần tìm là 31.

□

Bài 19. Một ca nô tuần tra đi xuôi dòng từ A đến B hết 1 giờ 20 phút và ngược dòng từ B về A hết 2 giờ. Tính tốc độ riêng của ca nô, biết tốc độ của dòng nước là 3 km/h.

Lời giải.

Gọi x là vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng ($x > 3$, km/h).

Vận tốc lúc ca nô đi xuôi dòng là $x + 3$ (km/h).

Quãng đường ca nô đi từ A đến B là $\frac{4}{3}(x + 3)$ (km).

Vận tốc lúc ca nô đi ngược dòng là $x - 3$ (km/h).

Quãng đường ca nô đi từ B về A là $2(x - 3)$ (km).

Vì quãng đường không đổi nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{4}{3}(x + 3) &= 2(x - 3) \\ \Leftrightarrow \frac{4}{3}x + 4 &= 2x - 6 \\ \Leftrightarrow 2x - \frac{4}{3}x &= 4 + 6 \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3}x &= 10 \\ \Leftrightarrow x &= 15 \text{ (km/h)}.\end{aligned}$$

Vậy tốc độ ca nô lúc nước yên lặng là $x = 15$ km/h. □

Bài 20. (Bài toán nói về cuộc đời của nhà toán học Diofantos, được lấy trong Họa tuyển Hy Lạp - Cuốn sách gồm 46 bài toán về số, viết dưới dạng thơ trào phúng).

Thời thơ ấu của Diofantos chiếm $\frac{1}{6}$ cuộc đời

$\frac{1}{12}$ cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi nổi

Thêm $\frac{1}{7}$ cuộc đời nữa ông sống độc thân

Sau khi lập gia đình được 5 năm thì sinh một con trai

Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha

Ông đã từ trần 4 năm sau khi con mất.

Diofantos sống bao nhiêu tuổi, hãy tính cho ra?

Lời giải.

Gọi x là số tuổi của Diofantos ($x > 0$, tuổi).

Thời thơ ấu của Diofantos chiếm $\frac{1}{6}$ cuộc đời nên là $\frac{1}{6}x$ (tuổi)

$\frac{1}{12}$ cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi nổi nên là $\frac{1}{12}x$ (tuổi).

Thêm $\frac{1}{7}$ cuộc đời nữa ông sống độc thân nên là $\frac{1}{7}x$ (tuổi).

Sau khi lập gia đình 5 năm nên số tuổi thêm là 5 (tuổi).

Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha nên là $\frac{1}{2}x$ (tuổi).

Ông đã từ trần 4 năm sau khi con mất nên số tuổi thêm là 4 (tuổi).

Vậy ta có phương trình

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$$

□

Bài 21. Ông Ba có một khoản tiền để kinh doanh. Ông đã đầu tư một nửa số tiền đó vào một công ty trồng rau sạch với lãi suất 10% mỗi tháng và đầu tư $\frac{1}{4}$ số tiền đó vào một nhà hàng với lãi suất 12% mỗi tháng. Tổng tiền lãi hàng tháng ông Ba nhận được từ công ty trồng rau sạch và nhà hàng là 64 triệu đồng. Hỏi khoản tiền ông Ba có lúc đầu là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi x là số tiền mà ông Ba có ($x > 0$, VNĐ).

Ông Ba đầu tư một nửa số tiền: $\frac{1}{2}x$ (VNĐ)

Lãi suất là 10% suy ra $10\% \cdot \frac{1}{2}x = 0,05x$ (VNĐ)

Đầu tư $\frac{1}{4}$ số tiền: $\frac{1}{4}x$ (VNĐ)

Lãi suất là 12% suy ra $12\% \cdot \frac{1}{4}x = 0,03x$ (VNĐ)

Tổng tiền lãi là 64 triệu suy ra ta có phương trình

$$\begin{aligned} 0,05x + 0,03x &= 64\,000\,000 \\ \Leftrightarrow 0,08x &= 64\,000\,000 \\ \Leftrightarrow x &= 800\,000\,000. \end{aligned}$$

Vậy số tiền ông Ba có lúc đầu là 800 000 000 (VNĐ). □

Bài 22. Theo kế hoạch, một dây chuyền phải sản xuất một số sản phẩm trong 18 ngày với số lượng sản phẩm làm được trong mỗi ngày là như nhau. Do mỗi ngày dây chuyền đã sản xuất vượt mức 10 sản phẩm nên sau 16 ngày dây chuyền chẳng những đã hoàn thành kế hoạch mà còn làm thêm được 20 sản phẩm nữa. Tính số sản phẩm thực tế dây chuyền làm được trong mỗi ngày.

Lời giải.

Gọi x là số sản phẩm dây chuyền sản xuất làm ra trong 1 ngày ($x > 0$, sản phẩm)

Số sản phẩm dây chuyền làm theo kế hoạch là $18x$ (sản phẩm)

Dây chuyền vượt kế hoạch 10 sản phẩm/ ngày suy ra $x + 10$ (sản phẩm/ngày)

Vì hoàn thành kế hoạch trong 16 ngày và dư thêm được 20 sản phẩm nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} 16 \cdot (x + 10) &= 18x + 20 \\ \Leftrightarrow 16x + 160 &= 18x + 20 \\ \Leftrightarrow 18x - 16x &= 160 - 20 \\ \Leftrightarrow 2x &= 140 \\ \Leftrightarrow x &= 70 \text{ (sản phẩm)}. \end{aligned}$$

Vậy số sản phẩm thực tế mỗi ngày là 70 sản phẩm. □

Bài 23. Có hai dung dịch acid cùng loại với nồng độ acid lần lượt là 45% và 25%. Trộn hai dung dịch acid đó để được 5 kg dung dịch có nồng độ acid là 33%. Tính khối lượng dung dịch acid cần dùng của mỗi loại trên.

Lời giải.

Gọi x là khối lượng của dung dịch loại I đem trộn ($x > 0$, kg)

Suy ra dung dịch loại II là $5 - x$ (kg)

Dung dịch acid mới có nồng độ là 33% nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} & \frac{45}{100}x + \frac{25}{100}(5 - x) = 5 \cdot \frac{33}{100} \\ \Leftrightarrow & 0,45x + 1,25 - 0,25x = 1,65 \\ \Leftrightarrow & 0,25x = 0,4 \\ \Leftrightarrow & x = 2 \text{ (kg)} \end{aligned}$$

Vậy số kg loại I là 2 kg và số kg loại II là 3 kg. □

 **Bài 24.** Thả một quả cầu nhôm khối lượng 0,15 kg được đun nóng tới 100°C vào một cốc nước có khối lượng nước là 0,47 kg ở 20°C. Người ta xác định được:

 Nhiệt lượng quả cầu nhôm toả ra khi nhiệt độ hạ từ 100°C đến nhiệt độ cân bằng $t^{\circ}\text{C}$ là

$$Q_1 = 0,15 \cdot 880 \cdot (100 - t) \text{ (J)}.$$

 Nhiệt lượng thu vào khi tăng nhiệt độ từ 10°C đến nhiệt độ cân bằng $t^{\circ}\text{C}$ là

$$Q_2 = 0,47 \cdot 4200 \cdot (t - 20) \text{ (J)}.$$

Tìm nhiệt độ cân bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

 **Lời giải.**

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có

$$\begin{aligned} & Q_1 = Q_2 \\ \Leftrightarrow & 0,15 \cdot 880 \cdot (100 - t) = 0,47 \cdot 4200 \cdot (t - 20) \\ \Leftrightarrow & 13200 - 132t = 1794t - 39480 \\ \Leftrightarrow & 1794t + 132t = 13200 + 39480 \\ \Leftrightarrow & 1926t = 52680 \\ \Leftrightarrow & t \approx 27^{\circ} \text{ C}. \end{aligned}$$

Vậy nhiệt độ lúc cân bằng là $t \approx 27^{\circ} \text{ C}$. □

Chương 8.



TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. HÌNH ĐỒNG DẠNG

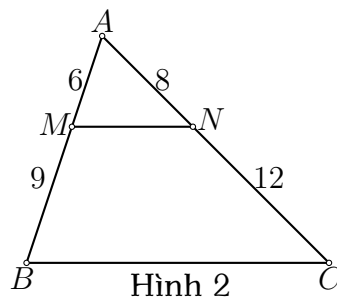
Chủ đề 1. ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC

A ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng MN và PQ nếu có tỉ lệ thức

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}.$$

Ví dụ 1. Trong Hình 2, hai đoạn thẳng AM và MB có tỉ lệ với hai đoạn thẳng AN và NC không? Vì sao?



Lời giải.

Ta có $\frac{AM}{MB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; $\frac{AN}{NC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$.

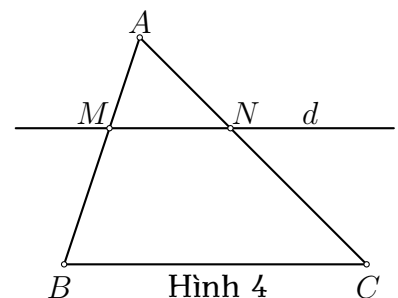
Vậy hai đoạn thẳng AM và MB có tỉ lệ với hai đoạn thẳng AN và NC . □

B ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC

1 Định lý Thalès:

Cho tam giác ABC . Một đường thẳng d song song với cạnh BC , cắt hai cạnh AB , AC lần lượt tại M , N . Đường thẳng d định ra trên cạnh AB hai đoạn thẳng AM , MB và định ra trên cạnh AC hai đoạn thẳng tương ứng là AN , NC . Ta thừa nhận định lý Thalès sau:

Định lý 1.1. Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



⇒ **Nhận xét 1.1.** Trong hình 4, nếu $MN \parallel BC$ thì $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$.

Do đó $\frac{AM}{AN} = \frac{MB}{NC} = \frac{AM + MB}{AN + NC} = \frac{AB}{AC}$. Suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

● **Luyện tập** Trong hình 4, chứng tỏ rằng nếu $MN \parallel BC$ thì $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$.

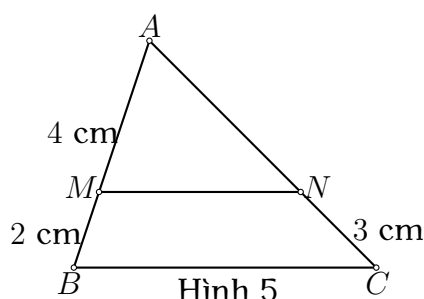
📖 **Lời giải.**

Theo hình vẽ, nếu $MN \parallel BC$ thì $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Do đó: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN} = \frac{AB - AM}{AC - AN} = \frac{MB}{NC}$.

Suy ra: $\frac{AB}{AC} = \frac{MB}{NC}$ hay $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$. □

● **Ví dụ 2.** Trong hình 5, cho biết $MN \parallel BC$, $AM = 4\text{cm}$, $MB = 2\text{cm}$, $NC = 3\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AN .



📖 **Lời giải.**

Xét tam giác ABC với $MN \parallel BC$, ta có $\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB}$ (định lý Thales).

Do đó $\frac{AN}{3} = \frac{4}{2} = 2$.

Suy ra $AN = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (cm)}$. □

● **Luyện tập** Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh AB . Đường thẳng qua M song song với BC cắt cạnh AC tại N . Chứng minh N là trung điểm của cạnh AC .

📖 **Lời giải.**

Gọi d là đường thẳng qua M và song song cạnh BC cắt cạnh AC tại N . Khi đó ta có $MN \parallel BC$.

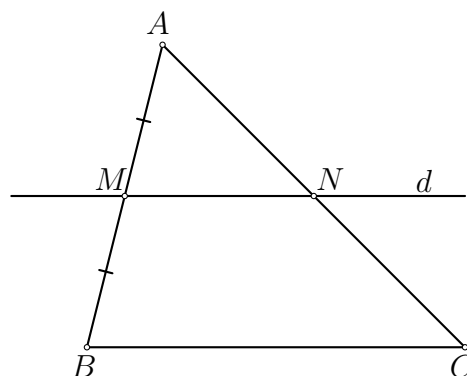
Xét tam giác ABC với $MN \parallel BC$, ta có

$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ (định lý Thales).

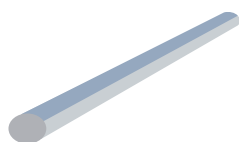
Suy ra $\frac{AM}{AM} = \frac{AN}{NC}$ (do M là trung điểm của AB nên $AM = MB$).

Do đó $1 = \frac{AN}{NC}$ hay $AN = NC$.

Vậy N là trung điểm của cạnh AC . □



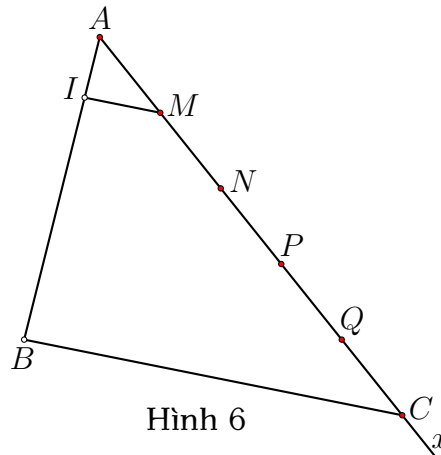
● **Ví dụ 3.** Giải bài toán nêu trong phần mở đầu: Bác Dư muốn cắt một thanh sắt (hình vẽ) thành năm phần bằng nhau nhưng bác lại không có thước để đo.



Lời giải.

Bác Dư có thể làm như sau:

- 🔧 Đặt thanh sắt trên mặt phẳng sân và coi thanh sắt như đoạn thẳng AB .
- 🔨 Vẽ tia Ax và lấy một đoạn dây không dẫn nào đó rồi đặt liên tiếp trên tia Ax , bắt đầu từ điểm A , năm đoạn thẳng AM, MN, NP, PQ, QC có độ dài đều bằng độ dài đoạn dây.
- 📐 Trong tam giác ABC , kẻ đường thẳng qua M song song với cạnh BC , cắt cạnh AB tại I .
Theo định lý Thales, ta có $\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{5}$. Do đó: $AI = \frac{1}{5} \cdot AB$.
Dựa theo đoạn mẫu AI , bác Dư có thể cắt một thanh sắt thành năm phần bằng nhau.



Hình 6

□

2 Định lý Thales đảo

🔵 **Định lý 1.2.** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Trong hình 8, nếu $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ thì $MN \parallel BC$.

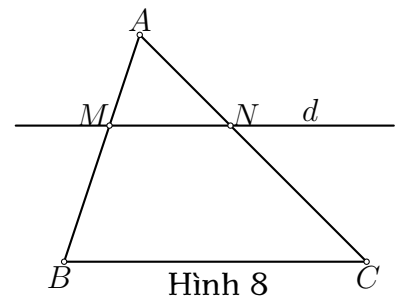
🔗 **Nhận xét 1.2.** Trong hình 8, nếu có một trong hai tỉ lệ thức: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ thì ta cũng có $MN \parallel BC$.

🔴 Ví dụ 4.

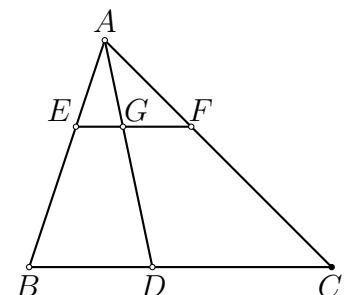
Cho tam giác ABC . Điểm D nằm giữa B và C . Các điểm E, F, G không trùng với đỉnh của tam giác và lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, AC, AD thỏa mãn

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AD} \text{ (hình 6)}.$$

- Chứng minh $EG \parallel BD$ và $GF \parallel DC$.
- Các điểm E, F, G có thẳng hàng không?



Hình 8



Hình 9

Lời giải.

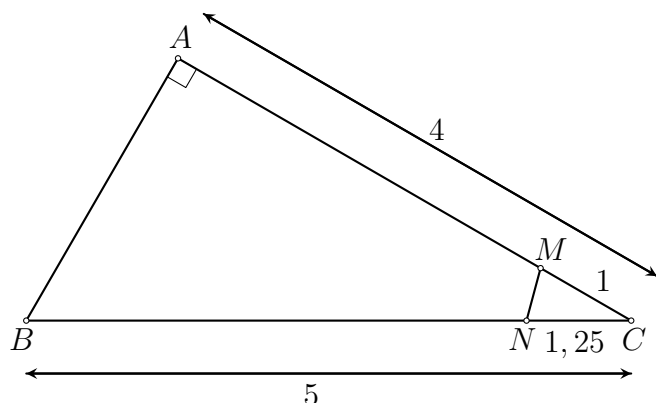
a) Trong tam giác ABD , ta có $\frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AD}$. Suy ra $EG \parallel BD$ (định lý Thales đảo).
 Trong tam giác ADC , ta có $\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC}$. Suy ra $GF \parallel DC$ (định lý Thales đảo).

b) Do EG, GF đều đi qua G và song song với BC nên ba điểm E, G, F thẳng hàng.

□

Luyện tập Cho tam giác ABC vuông tại A có $CA = 4, CB = 5$. Giả sử M, N là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh CA, CB sao cho $CM = 1, CN = 1,25$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

Lời giải.



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$5^2 = AB^2 + 4^2$$

$$AB^2 = 9$$

$$AB = 3$$

Ta có $\frac{CM}{CA} = \frac{1}{4}$; $\frac{CN}{CB} = \frac{1,25}{5} = \frac{1}{4}$ nên $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$.

Xét tam giác ABC có $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$ nên $MN \parallel AB$ (định lý Thales đảo).

Khi đó: tam giác ABC với $MN \parallel AB$, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CA}$ (hệ quả của định lý Thales).

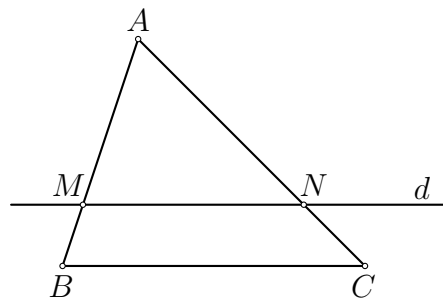
Suy ra $\frac{MN}{3} = \frac{1}{4}$. Do đó: $MN = \frac{3}{4} = 0,75$.

□

3 Hệ quả của định lý Thales

Hệ quả 1.1. Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

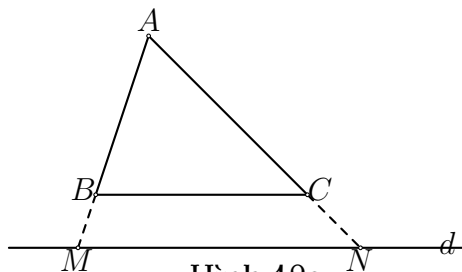
Cụ thể, cho tam giác ABC , đường thẳng d song song với cạnh BC lần lượt cắt các cạnh AB, AC tại M và N (hình 10). Khi đó, ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



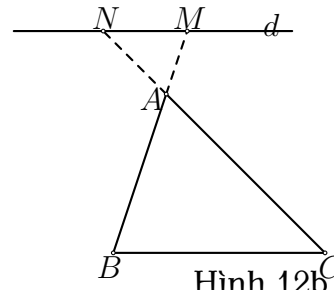
Hình 10

Chú ý

Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại. Chẳng hạn, ta cũng có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ trong hai hình vẽ sau:

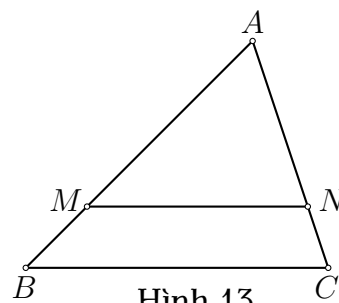


Hình 12a



Hình 12b

❶ Ví dụ 5. Trong hình 13, cho biết $AB = 4$, $BC = 3$, $AM = 3$, $MN \parallel BC$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .



Hình 13

Lời giải.

Xét tam giác ABC với $MN \parallel BC$, ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ (hệ quả của định lý Thales).

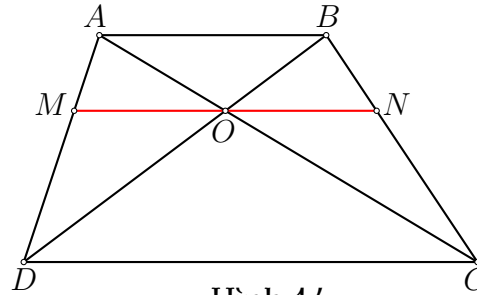
Do $AB = 4$, $BC = 3$, $AM = 3$ nên $\frac{3}{4} = \frac{MN}{3}$. Suy ra $MN = \frac{3 \cdot 3}{4} = 2,25$. □

❶ Ví dụ 6. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD . Hai đường chéo cắt nhau tại O . Đường thẳng qua O song song với hai đáy lần lượt cắt AD và BC tại M và N . Chứng minh:

a) $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$;

b) O là trung điểm của MN .

Lời giải.



Hình 14

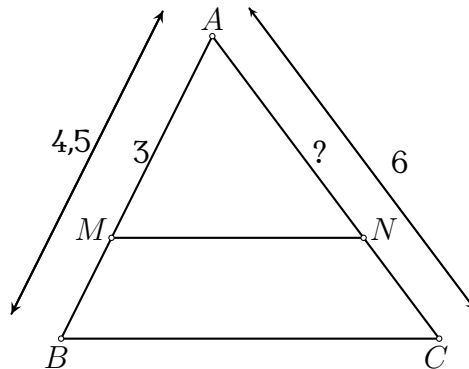
- a) Xét tam giác OCD với $AB \parallel CD$, ta có $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ (hệ quả của định lý Thalès).
Suy ra $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{OA + OC}{OB + OD} = \frac{AC}{BD}$. Vậy $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$.
- b) Xét tam giác ACD với $OM \parallel CD$, ta có $\frac{OM}{CD} = \frac{AO}{AC}$ (hệ quả của định lý Thalès).
Xét tam giác BCD với $ON \parallel CD$, ta có $\frac{ON}{CD} = \frac{BO}{BD}$ (hệ quả của định lý Thalès).
Mà $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$, suy ra $\frac{OM}{CD} = \frac{ON}{CD}$, tức là $OM = ON$. Vậy O là trung điểm của MN .

□

BÀI TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC có $AB = 4,5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC thỏa mãn $AM = 3\text{cm}$ và $MN \parallel BC$. Tính độ dài đoạn thẳng AN .

Lời giải.



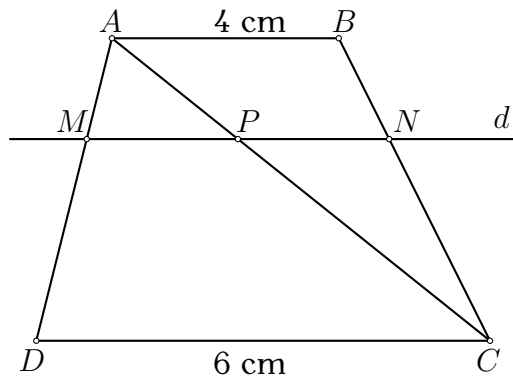
Xét tam giác ABC với $MN \parallel BC$, ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (định lý Thalès).
Do đó $\frac{3}{4,5} = \frac{AN}{6}$. Suy ra $AN = \frac{3 \cdot 6}{4,5} = 4$ (cm).

□

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 4\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$. Đường thẳng d song song với hai đáy và cắt hai cạnh bên AD, BC của hình thang đó lần lượt tại M, N ; cắt đường chéo AC tại P .

- a) Chứng minh $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$;
b) Tính độ dài các đoạn thẳng MP, PN, MN ; biết rằng $MD = 2MA$.

Lời giải.



- a) Xét tam giác ACD với $MP \parallel DC$ (do $d \parallel DC$), ta có

$$\frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PC} \text{ (định lý Thalès) (1)}$$

- Xét tam giác ABC với $PN \parallel DC$ (do $d \parallel AB$), ta có

$$\frac{AP}{PC} = \frac{BN}{NC} \text{ (định lý Thalès) (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$.

- b) Ta có $MD = 2MA$ và $MA + MD = AD$ nên $AD = 3AM$.

Xét tam giác ACD với $MP \parallel DC$, ta có

$$\frac{AM}{AD} = \frac{MP}{DC} \text{ (hệ quả của định lý Thalès)}$$

Do đó: $\frac{AM}{3 \cdot AM} = \frac{MP}{6}$. Suy ra $\frac{1}{3} = \frac{MP}{6}$. Vậy $MP = 2$ (cm).

Ta có $\frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PC}$

Suy ra $\frac{AM}{2 \cdot AM} = \frac{AP}{PC}$. Do đó $\frac{AP}{PC} = \frac{1}{2}$ hay $CP = 2AP$.

Xét tam giác ABC với $PN \parallel AB$, ta có $\frac{PN}{AB} = \frac{CP}{AC}$ (hệ quả của định lý Thalès)

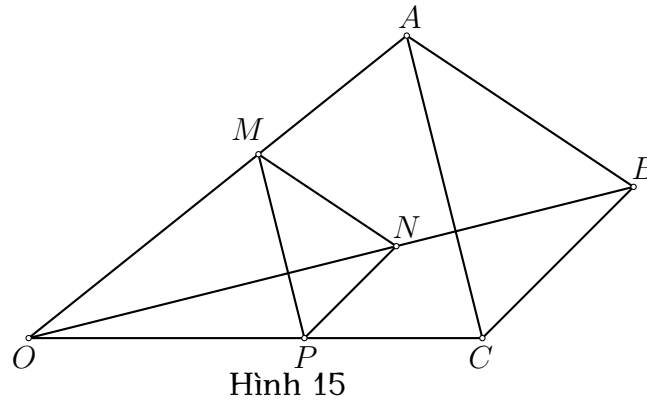
Suy ra: $\frac{PN}{4} = \frac{2}{3}$ (do $CP = 2AP$ và $AP + CP = AC$)

Do đó: $PN = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3}$ (cm).

Ta có $MN = MP + PN = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$ (cm).

□

Bài 3. Trong hình 15, cho $MN \parallel AB$, $NP \parallel BC$. Chứng minh $MP \parallel AC$.



Hình 15

Lời giải.

Xét tam giác OAB với $MN \parallel AB$, ta có $\frac{OM}{MA} = \frac{ON}{NB}$ (định lý Thales) (1)

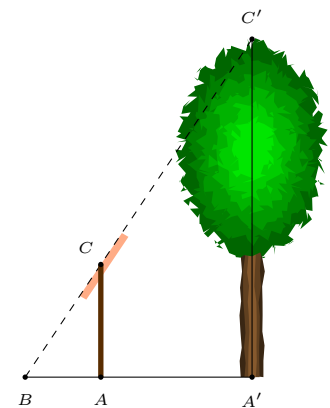
Xét tam giác OBC với $NP \parallel BC$, ta có $\frac{ON}{NB} = \frac{OP}{PC}$ (định lý Thales) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{OM}{MA} = \frac{OP}{PC}$

Xét tam giác OAC có $\frac{OM}{MA} = \frac{OP}{PC}$ nên $MP \parallel AC$ (định lý Thales đảo). □

Bài 4.

Trong hình vẽ, độ dài đoạn thẳng $A'C'$ mô tả chiều cao của một cái cây, đoạn thẳng AC mô tả một cái cọc (cây và cọc cùng vuông góc với đường thẳng đi qua ba điểm A' , A , B). Giả sử $AC = 2\text{m}$, $AB = 1,5\text{m}$, $A'B = 4,5\text{m}$. Tính chiều cao của cây.



Lời giải.

Vì cây và cọc cùng vuông góc với đường thẳng đi qua ba điểm A' , A , B nên $AC \parallel A'C'$.

Xét tam giác $BA'C'$ với $AC \parallel A'C'$, ta có $\frac{AB}{A'B} = \frac{AC}{A'C'}$ (hệ quả của định lý Thales).

Do đó: $\frac{1,5}{4,5} = \frac{2}{A'C'}$. Suy ra: $A'C' = \frac{4,5 \cdot 2}{1,5} = 6$

Vậy chiều cao của cây là 6m. □

Bài 5. Cho đoạn thẳng AB . Hãy trình bày cách chia đoạn thẳng AB thành ba đoạn thẳng bằng nhau mà không cần dùng thước đo.

Lời giải.

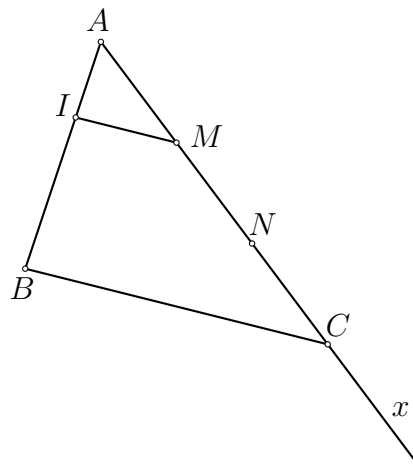
Ta có thể làm như sau:

🔧 Vẽ tia Ax và lấy một đoạn dây không dẫn nào đó rồi đặt liên tiếp trên tia Ax , bắt đầu từ điểm A , ba đoạn thẳng AM , MN , NC có độ dài đều bằng độ dài đoạn dây.

🔧 Trong tam giác ABC , kẻ đường thẳng qua M song song với cạnh BC , cắt cạnh AB tại I .

Theo định lý Thales, ta có $\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3}$. Do đó: $AI = \frac{1}{3} \cdot AB$.

Dựa theo đoạn mẫu AI , ta có thể chia đoạn thẳng AB thành ba đoạn thẳng bằng nhau mà không cần dùng thước đo.

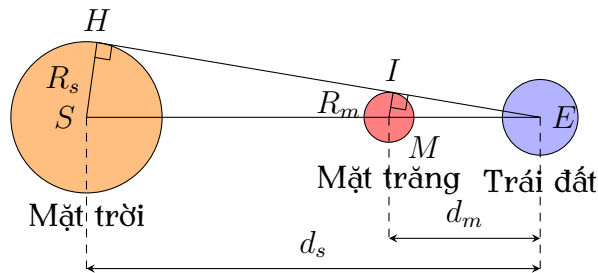


□

Chủ đề 2. ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC

A ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH

❶ Ví dụ 7. Hình 17 mô tả vị trí của Mặt Trời, Mặt Trăng và Trái Đất khi xảy ra hiện tượng Nhật thực. Gọi khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, Mặt Trăng lần lượt là $d_s = ES$, $d_m = EM$. Gọi bán kính của Mặt Trời, Mặt Trăng lần lượt là $R_s = SH$, $R_m = MI$. Chứng minh $\frac{R_m}{R_s} = \frac{d_m}{d_s}$.



Hình 17

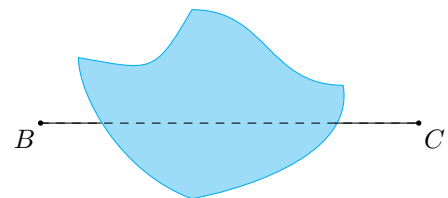
❷ Lời giải.

Xét tam giác ESH có $MI \perp EH$, $SH \perp EH$ nên $MI \parallel SH$.
Do đó, áp dụng hệ quả của định lý Thalès, ta có $\frac{MI}{SH} = \frac{EM}{ES}$.

Vậy $\frac{R_m}{R_s} = \frac{d_m}{d_s}$. □

❸ Ví dụ 8.

Để đo khoảng cách giữa hai vị trí B và C như ở Hình 18 mà không thể đo trực tiếp, người ta có thể làm như sau (Hình 19)



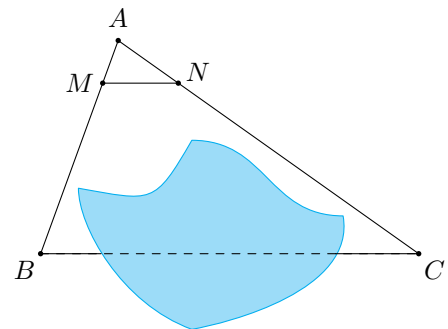
Hình 18

❶ Chọn điểm A ở vị trí thích hợp và đo các khoảng cách AB , AC .

❷ Xác định các điểm M , N lần lượt thuộc AB , AC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Đo độ dài đoạn thẳng MN .

a) Giải thích tại sao có thể xác định được khoảng cách giữa hai vị trí B và C .

b) Tính khoảng cách giữa hai vị trí B và C khi $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{5}$ và $MN = 18$ m.



Hình 19

❸ Lời giải.

Quan sát hình 19, ta có

a) Xét tam giác ABC có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ nên $MN \parallel BC$ (định lý Thales đảo).

Suy ra $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$ (hệ quả của định lý Thales).

Do đó $BC = \frac{AB \cdot MN}{AM}$.

Vậy ta có thể xác định được khoảng cách giữa hai vị trí B và C .

b) Do $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$ nên $\frac{AB}{AM} = 5$.

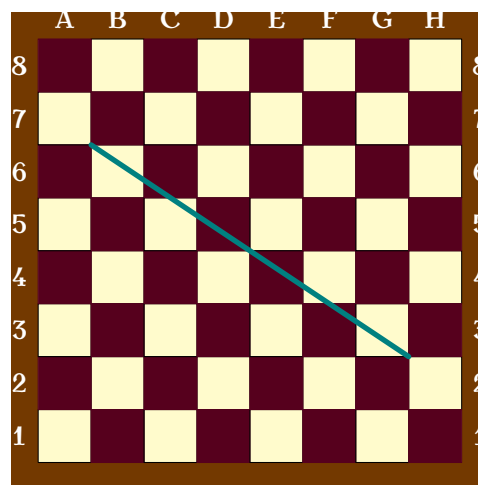
Suy ra $BC = 5 \cdot MN = 5 \cdot 18 = 90$ (m).

Vậy khoảng cách giữa hai vị trí B và C là 90 m.

□

Luyện tập

Bạn Loan đặt một cái que lên bàn cờ vua như ở Hình 20. Bạn ấy nói rằng: Không sử dụng thước đo, có thể chia cái que đó thành ba phần bằng nhau. Em hãy giải thích tại sao.



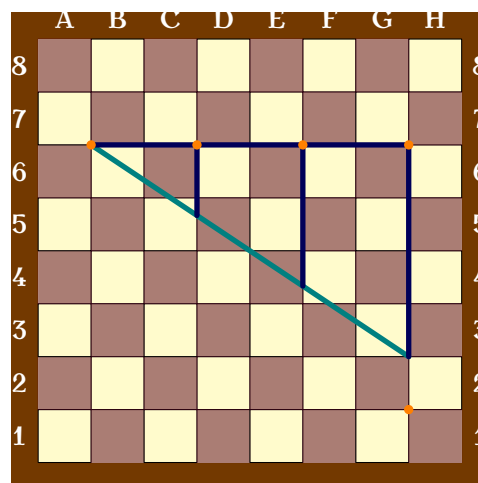
Hình 20

Lời giải.

Ta có thể xem độ dài cái que chính là cạnh huyền của một tam giác vuông (như hình vẽ) có 2 cạnh góc vuông lần lượt là 6 ô và 4 ô.

Bước 1: Chia cạnh góc vuông có độ dài 6 ô thành 3 phần bằng nhau (mỗi phần 2 ô).

Bước 2: Đường kẻ dọc của bàn cờ, đi qua các điểm chia ở trên cắt cái que tại 2 điểm. Theo định lý Thales, ta đã chia được cái que thành 3 phần bằng nhau.

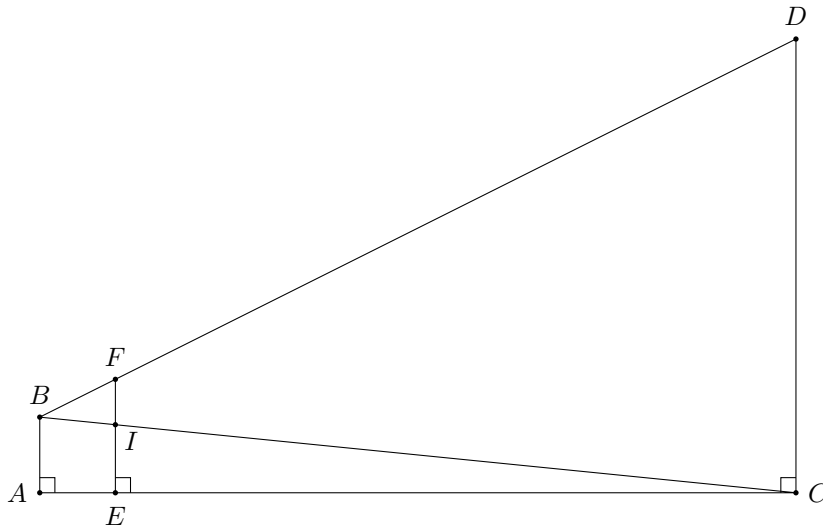


□

B ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO

Ví dụ 9. Để ước lượng chiều cao của cột cờ trong sân trường, bạn Huy dựng ở sân trường (theo phương thẳng đứng) một cọc có chiều cao 2 m và đặt xa chân cột cờ 15 m. Sau khi bạn Huy lùi ra xa cách cọc 0,8 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cột cờ cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi chiều cao của cột cờ là bao nhiêu mét? Biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt bạn Huy là 1,6 m.

Lời giải.



Giả sử các đoạn thẳng CD , EF , AB lần lượt biểu thị cho vị trí của cột cờ, cọc và vị trí đứng của bạn Huy, trong đó B chỉ vị trí mắt của bạn ấy.

Ta có $AB = 1,6$ m, $AE = 0,8$ m, $EC = 15$ m, $EF = 2$ m.

Gọi I là giao điểm của EF và BC .

Xét tam giác ABC có $AB \perp AC$, $EI \perp AC$ nên $AB \parallel EI$.

Suy ra $\frac{EI}{AB} = \frac{EC}{AC}$ (hệ quả của định lý Thales).

Do đó $\frac{EI}{1,6} = \frac{15}{15 + 0,8}$ hay $EI = \frac{1,6 \cdot 15}{15,8} = \frac{120}{79}$ (m).

Suy ra $IF = EF - EI = 2 - \frac{120}{79} = \frac{38}{79}$ (m).

Suy ra $IF = EF - EI = 2 - \frac{120}{79} = \frac{38}{79}$ (m).

Mặt khác, do $AB \parallel EI$ nên theo định lý Thales ta cũng có $\frac{BC}{BI} = \frac{AC}{AE} = \frac{15,8}{0,8} = \frac{79}{4}$.

Xét tam giác BCD có $CD \perp AC$, $IF \perp AC$ nên $CD \parallel IF$.

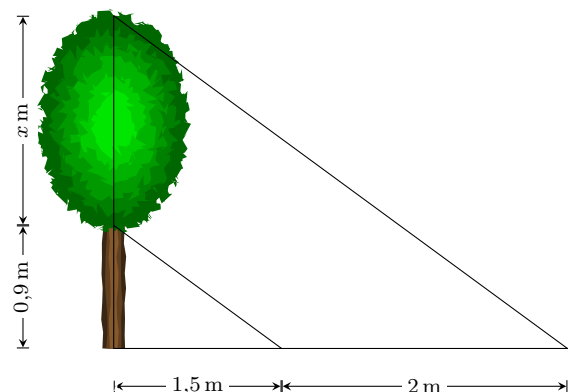
Suy ra $\frac{IF}{CD} = \frac{BI}{BC}$ (hệ quả của định lý Thales).

Do đó $CD = IF \cdot \frac{BC}{BI} = \frac{38}{79} \cdot \frac{79}{4} = 9,5$ (m).

Vậy chiều cao của cột cờ là 9,5 m. □

Luyện tập

Người ta đo bóng của một cây và được các số đo như ở hình bên. Giả sử rằng các tia nắng song song với nhau, hãy tính độ cao x .



Lời giải.

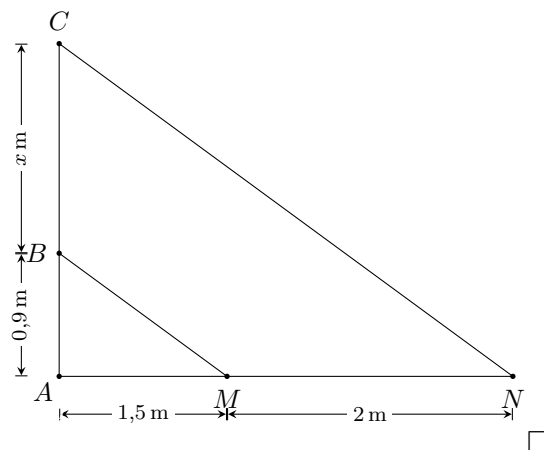
Đặt tên các điểm như hình vẽ.

Xét tam giác ACN có $BM \parallel CN$.

Suy ra $\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MN}$ (định lý Thalès).

Do đó $BC = \frac{AB \cdot MN}{AM} = \frac{0,9 \cdot 2}{1,5} = 1,2$ (m).

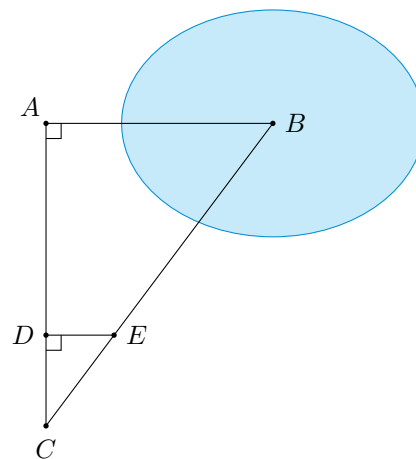
Vậy $x = 1,2$ m.



BÀI TẬP

Bài 6.

Để đo khoảng cách giữa hai vị trí A và B trong đó B không tới được, người ta tiến hành chọn các vị trí C, D, E như ở hình bên và đo được $AC = 50$ m, $CD = 20$ m, $DE = 18$ m. Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí A và B là bao nhiêu?



Lời giải.

Xét tam giác ABC có $AB \perp AC$, $ED \perp AC$ nên $AB \parallel ED$.

Suy ra $\frac{ED}{AB} = \frac{CD}{CA}$ (hệ quả của định lý Thalès).

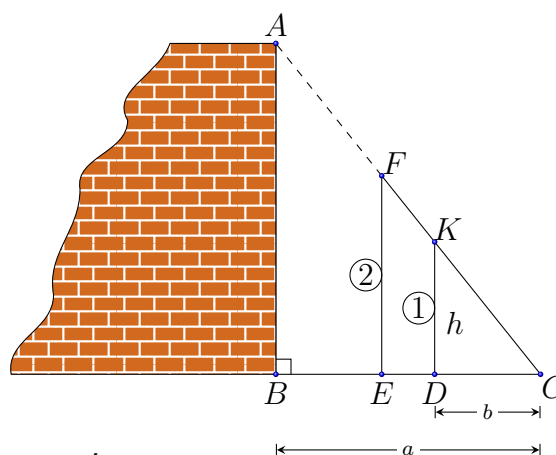
Do đó $\frac{18}{AB} = \frac{20}{50}$ hay $AB = \frac{18 \cdot 50}{20} = 45$ (m).

Vậy $AB = 45$ m.

Bài 7.

Có thể gián tiếp đo chiều cao của một bức tường khá cao bằng dụng cụ đơn giản được không?

Hình bên thể hiện cách đo chiều cao AB của một bức tường bằng các dụng cụ đơn giản gồm: Hai cọc thẳng đứng (cọc (1) cố định; cọc (2) có thể di động được) và sợi dây FC . Cọc (1) có chiều cao $DK = h$. Các khoảng cách $BC = a$, $DC = b$ đo được bằng thước dây thông dụng.



a) Em hãy cho biết người ta tiến hành đo đạc như thế nào?

b) Tính chiều cao AB theo h, a, b .

Lời giải.

a) Cách tiến hành:

- 🌸 Đặt hai cọc thẳng đứng, di chuyển cọc 2 sao cho 3 điểm A, F, K nằm trên đường thẳng.
- 🌸 Dùng sợi dây căng thẳng qua 2 điểm F và K để xác định điểm C trên mặt đất (3 điểm F, K, C thẳng hàng).
- 🌸 Sử dụng định lý Thalès để tính AB .

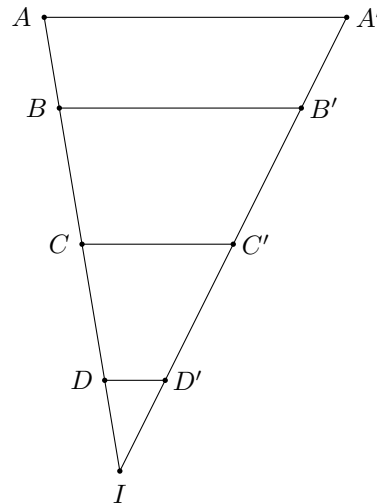
b) Xét $\triangle ABC$ có $AB \parallel KD$ ($D \in BC, K \in AC$).

$$\Rightarrow \frac{KD}{AB} = \frac{CD}{BC} \text{ (hệ quả của định lý Thalès)}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{KD \cdot BC}{CD} = \frac{ha}{b}.$$

□

Bài 8. Trong hình bên, các thanh AA', BB', CC', DD' của giàn gỗ song song với nhau. Không sử dụng thước đo, hãy giải thích vì sao độ dài các đoạn AB, BC, CD lần lượt tỉ lệ với độ dài các đoạn $A'B', B'C', C'D'$.



Lời giải.

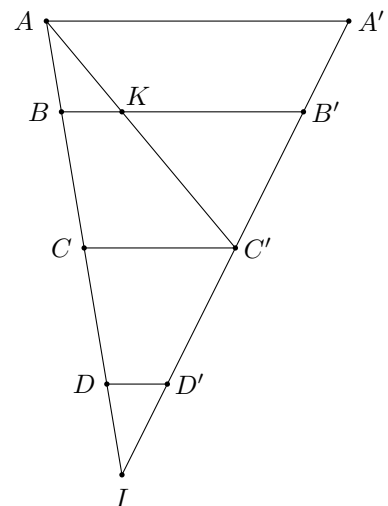
Nối AC' cắt BB' tại K .

Xét $\triangle ACC'$ có $BK \parallel CC' \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AK}{KC'}$ (Định lý Thalès).

Xét $\triangle AC'A'$ có $B'K \parallel AA' \Rightarrow \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AK}{KC'}$ (Định lý Thalès).

Do đó $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}.$

Chứng minh tương tự, ta suy ra $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}.$

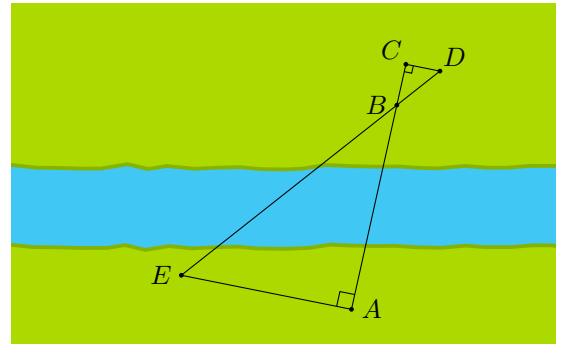


□

Bài 9.

Anh Thiện và chị Lương đứng ở hai phía bờ sông và muốn ước lượng khoảng cách giữa hai vị trí A, B ở hai bên bờ sông (Hình bên).

- Anh Thiện chọn vị trí C ở trên bờ sông sao cho A, B, C thẳng hàng và đo được $BC = 4$ m;
- Tiếp theo, anh Thiện xác định vị trí D , chị Lương xác định vị trí E sao cho D, B, E thẳng hàng, đồng thời $\widehat{BAE} = \widehat{BCD} = 90^\circ$;
- Anh Thiện đo được $CD = 2$ m, chị Lương đo được $AE = 12$ m.



Hãy tính khoảng cách giữa hai vị trí A và B .

Lời giải.

Xét tam giác ABE có $AE \perp AC, CD \perp AC$ nên $AE \parallel CD$.

Suy ra $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{CD}$ (hệ quả của định lý Thalès).

Do đó $\frac{AB}{4} = \frac{12}{2}$ hay $AB = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24$ (m).

Vậy $AB = 24$ m.

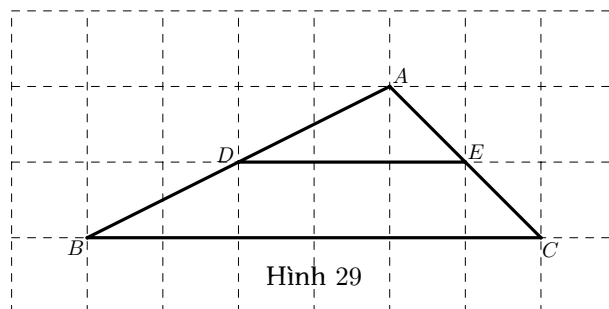
□

Chủ đề 3. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

A ĐỊNH NGHĨA

Thực hành

Quan sát tam giác ABC ở Hình 29 và cho biết hai đầu mút D, E của đoạn thẳng DE có đặc điểm gì?



Lời giải.

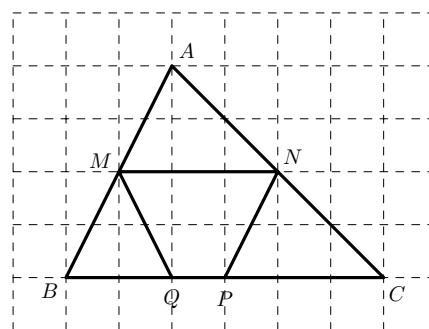
Từ hình vẽ ta thấy D, E lần lượt là trung điểm của AB, AC ; DE song song với cạnh BC . $\square$

Ta có định nghĩa sau:

❖ **Định nghĩa 3.1.** Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác đó.

Ví dụ 10.

Trong các đoạn thẳng MN, MQ, NP ở Hình 30, đoạn thẳng nào là đường trung bình của tam giác ABC ? Vì sao?



Lời giải.

- ❖ Đoạn thẳng MN là đường trung bình của tam giác ABC vì hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, AC .
- ❖ Đoạn thẳng MQ không là đường trung bình của tam giác ABC vì điểm Q không phải là trung điểm của cạnh BC .
- ❖ Đoạn thẳng NP là đường trung bình của tam giác ABC vì hai điểm N, P lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC .

$\square$

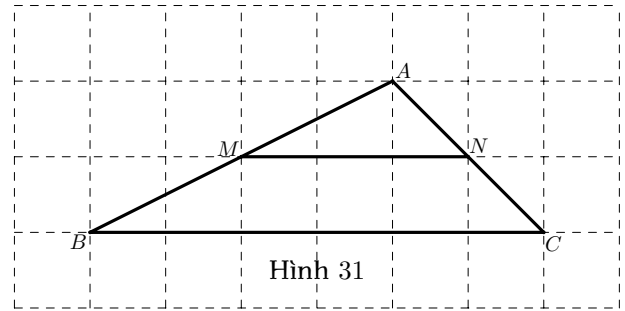
❖ **Nhận xét 3.1.** Mỗi tam giác có ba đường trung bình.

B TÍNH CHẤT

Thực hành

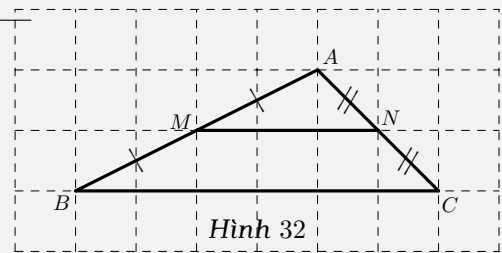
Cho tam giác ABC có MN là đường trung bình (Hình 31).

- a) MN có song song với BC hay không? Vì sao?
b) Tỉ số $\frac{MN}{BC}$ bằng bao nhiêu?



Định lý 3.1. Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.

GT	$\triangle ABC, MA = MB = \frac{1}{2}AB, NA = NC = \frac{1}{2}AC$
KL	$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC$



Chứng minh.

Xét tam giác ABC có $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1$ nên $MN \parallel BC$ (định lý Thalès đảo).

Suy ra $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$ (hệ quả của định lý Thalès).

Vậy $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Ví dụ 11.

Trong bài toán ở phần mở đầu (Hình 28), người ta đo được khoảng cách giữa hai điểm B, C là 5 m. Làm thế nào để tính được khoảng cách giữa hai điểm M, N mà không cần phải đo trực tiếp?



(Ảnh: Pressmaster)

Hình 28

Lời giải.

Xét tam giác ABC có $MA = MB, NA = NC$ nên đoạn thẳng MN là đường trung bình và $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$ (m). $\square$

Ví dụ 12. Bạn Ngân đưa cho bạn Linh một mảnh giấy có dạng hình tam giác ABC nhưng bị rách một phần (Hình 33). Bạn Ngân nhờ bạn Linh: Tính độ dài đoạn thẳng BC và vẽ đường thẳng d đi qua A đồng thời vuông góc với đường thẳng BC mà không được đặt thước đi qua hai điểm B, C . Bạn Linh đã làm như sau (Hình 34):

Lấy hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, AC .

Đo độ dài đoạn thẳng MN , được kết quả $MN = 1,5$ dm.

Qua điểm A kẻ đường thẳng d vuông góc với MN .

Bạn Linh khẳng định rằng $BC = 3$ dm và đường thẳng d vuông góc với BC .

Bạn Linh làm có đúng không? Vì sao?

Lời giải.

Vì đoạn thẳng MN nối trung điểm của hai cạnh AB và AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$. Vì $d \perp MN$ và $MN \parallel BC$ nên $d \perp BC$.

Ta cũng có $BC = 2MN = 2 \cdot 1,5 = 3$ (dm). Vậy bạn Linh đã làm đúng. $\square$

Vi dụ 13. Cho tam giác ABC , hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại điểm G . Chứng minh $GB = \frac{2}{3}BM$.

Lời giải.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB nên MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Lại do $MN \parallel BC$ nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có $\frac{GM}{GB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $GB = 2GM$. Vậy $GB = \frac{2}{3}BM$. $\square$

BÀI TẬP

Bài 10. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của AB ; N thuộc cạnh AC thỏa mãn $MN \parallel BC$. Chứng minh $NA = NC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Lời giải.

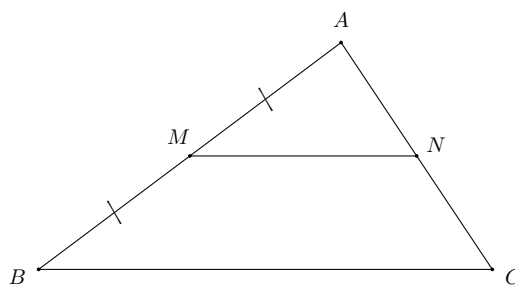
Do $MN \parallel BC$ nên theo định lý Thalès, ta có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra N là trung điểm AC hay $NA = NC$.

Theo định lý Thalès, ta có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC.$$



Chú ý

Đường thẳng đi qua trung điểm của một cạnh và song song với cạnh thứ hai thì nó đi qua trung điểm của cạnh thứ ba của tam giác.

$\square$

Bài 11. Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến, các điểm N, P phân biệt thuộc cạnh AB sao cho $AP = PN = NB$. Gọi Q là giao điểm của AM và CP . Chứng minh:

a) $MN \parallel CP$

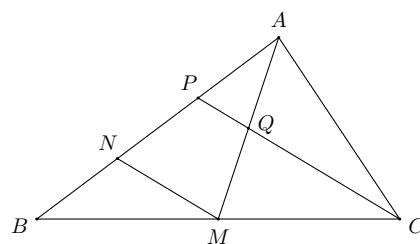
b) $AQ = QM$

c) $CP = 4PQ$

Lời giải.

- a) Ta có $AP = PN = NB = \frac{1}{3}AB \Rightarrow N$ là trung điểm BP .

Mà AM là trung tuyến nên M là trung điểm BC .
Suy ra MN là đường trung bình $\triangle BCP$, suy ra $MN \parallel CP$.



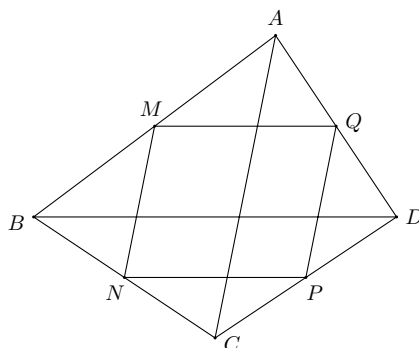
- b) Theo câu a) ta có $MN \parallel CP \Rightarrow MN \parallel PQ$.
Mà P là trung điểm AN . Suy ra Q là trung điểm AM .
- c) Ta có MN là đường trung bình của $\triangle BCP$ suy ra $CP = 2MN$ (1)
Mà PQ là đường trung bình của $\triangle AMN$ suy ra $MN = 2PQ$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $CP = 4PQ$.

□

Bài 12. Cho tứ giác $ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

- a) Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
b) Cho $AC = BD$. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.
c) Cho $AC \perp BD$. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Lời giải.



- a) Xét $\triangle ABC$ có M, N là trung điểm AB, BC suy ra MN là đường trung bình $\triangle ABC$.
Suy ra $MN \parallel \frac{1}{2}AC$ (1)
Tương tự Xét $\triangle ADC$ có P, Q là trung điểm CD, DA suy ra PQ là đường trung bình $\triangle ADC$. Suy ra $PQ \parallel \frac{1}{2}AC$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel PQ$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- b) Do $MNPQ$ là hình bình hành nên $MQ \parallel NP$.
Xét $\triangle ABD$ có M, Q là trung điểm AB, AD suy ra MQ là đường trung bình $\triangle ABD$.
Suy ra $MQ \parallel \frac{1}{2}BD$.
Mà $AC = BD$ nên ta được $MN = NP = PQ = QM$. Suy ra $MNPQ$ là hình thoi.
- c) Ta có $AC \perp BD$ suy ra $MN \perp NP$. Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

□

Bài 13. Cho tam giác ABC nhọn có H là trực tâm. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, BH, HC, CA . Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Lời giải.

Xét $\triangle ABH$ có $\begin{cases} M \text{ trung điểm } AB \\ N \text{ trung điểm } BH \end{cases} \Rightarrow MN \text{ là đường trung}$

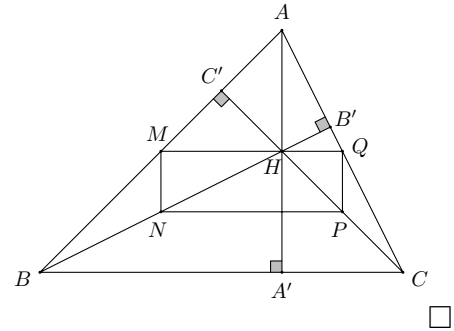
bình $\triangle ABH$. Suy ra $MN \parallel AH$ (1)

Mặt khác H là trực tâm $\triangle ABC$ nên $AH \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MN \perp BC$.

Tương tự ta chứng minh được $PQ \perp BC; MQ, NP \perp AH$.

Suy ra $MNPQ$ là hình chữ nhật.



Bài 14.

Trong Hình 36, ba cạnh màu vàng AB, BC, CA gợi nên hình ảnh tam giác ABC và đoạn thẳng màu xanh MN là một đường trung bình của tam giác đó. Bạn Duyên đứng ở phía dưới đo khoảng cách giữa hai chân cột số (1) và số (2), từ đó ước lượng được độ dài đoạn thẳng MN khoảng 4,5 m. Khoảng cách giữa hai mép dưới của mái được tính bằng độ dài đoạn thẳng BC . Hỏi khoảng cách đó khoảng bao nhiêu mét?



Hình 36

(Ảnh: photobeginner)

Lời giải.

Do MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $BC = 2MN = 9$ m.

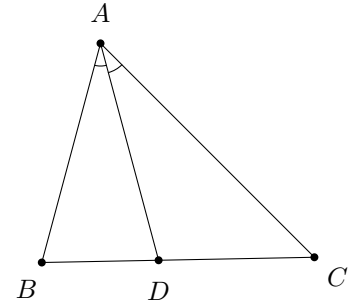
□

Chủ đề 4. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC

Định lý 4.1. Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề của hai đoạn ấy.

GT	$\triangle ABC$, AD là đường phân giác $\widehat{BAC}$, $D \in BC$
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

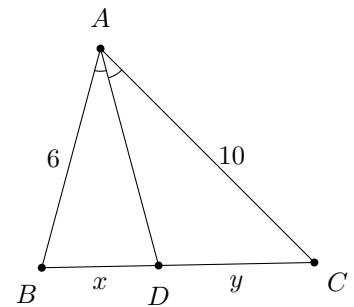


B VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 14.

Quan sát hình vẽ.

- Tính $\frac{x}{y}$.
- Tính x, y , biết $x + y = 9$.



Lời giải.

- Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác ta có

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{5}.$$

- Từ kết quả của phần a), ta có $\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{5}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{8} = \frac{9}{8}$.

Suy ra $x = 3 \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{8}$ và $y = 5 \cdot \frac{9}{8} = \frac{45}{8}$.

□

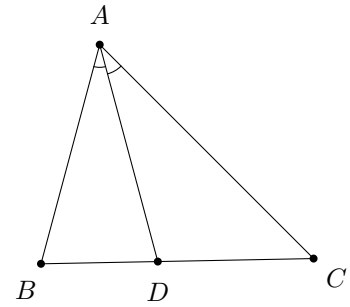
Luyện tập Cho tam giác ABC có $AB < AC$, AD là đường phân giác. Chứng minh $DB < DC$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất đường phân giác, ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Mà $AB < AC \Rightarrow \frac{AB}{AC} < 1$.

Do đó $\frac{DB}{DC} < 1 \Rightarrow DB < DC$.



□

❶ Ví dụ 15. Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $BC = 6$, $CA = 8$. AD là một đường phân giác và I là giao điểm ba đường phân giác của tam giác đó. Tính DB và $\frac{ID}{IA}$.

📌 Lời giải.

Áp dụng tính chất đường phân giác trong $\triangle ABC$ ta có

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

Suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, do đó $\frac{DB}{1} = \frac{DC}{2}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{DB}{1} = \frac{DC}{2} = \frac{DB + DC}{3} = \frac{BC}{3} = 2 \Rightarrow DB = 2.$$

Áp dụng tính chất đường phân giác trong $\triangle ABD$, ta có

$$\frac{ID}{IA} = \frac{BD}{BA} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

□

❶ Luyện tập Cho tam giác ABC có AD , BE , CF là ba đường phân giác.

Chứng minh $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$.

📌 Lời giải.

Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác, ta có

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \quad (1)$$

$$\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{BA} \quad (2)$$

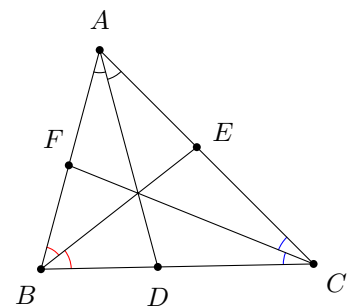
$$\frac{FA}{FB} = \frac{CA}{CB} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{BA} \cdot \frac{CA}{CB} = 1$.

□

❶ Ví dụ 16. Cho tam giác ABC có AM là trung tuyến. Gọi MD , ME lần lượt là đường phân giác của $\triangle MBA$ và $\triangle MCA$. Gọi I là giao điểm của DE và AM . Chứng minh $DE \parallel BC$ và I là trung điểm của DE .

📌 Lời giải.



Xét $\triangle MAB$ có MD là tia phân giác nên

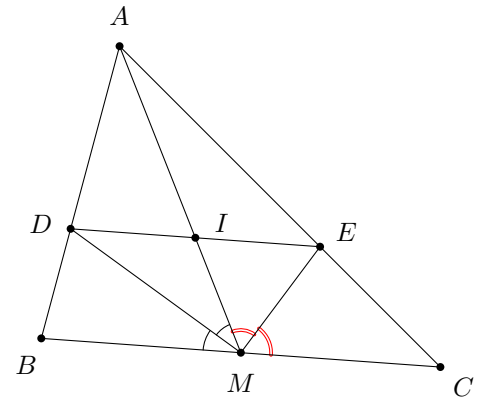
$$\frac{MB}{MA} = \frac{DB}{DA}. \quad (1)$$

Xét $\triangle MAC$ có ME là tia phân giác nên

$$\frac{MC}{MA} = \frac{EC}{EA}. \quad (2)$$

Do M là trung điểm của BC nên $MB = MC$. (3)

Từ (1), (2), (3) ta có $\frac{DB}{DA} = \frac{EC}{EA} \Rightarrow DE \parallel BC$.



Áp dụng định lý Thales trong $\triangle ABM$ ta có $\frac{DI}{BM} = \frac{AI}{AM}$. (4)

Áp dụng định lý Thales trong $\triangle ACM$ ta có $\frac{EI}{CM} = \frac{AI}{AM}$. (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow DI = EI$, do đó I là trung điểm của DE . □

🔴 **Luyện tập** Cho tam giác ABC , D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Chứng minh AD là đường phân giác của $\widehat{BAC}$.

📁 **Lời giải.**

Từ B kẻ $BE \parallel AC$ cắt AD tại $E \Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{DAC}$ (So le). (*)

Áp dụng định lý Thales trong $\triangle ADC$ ta có $\frac{BE}{AC} = \frac{DB}{DC}$. (1)

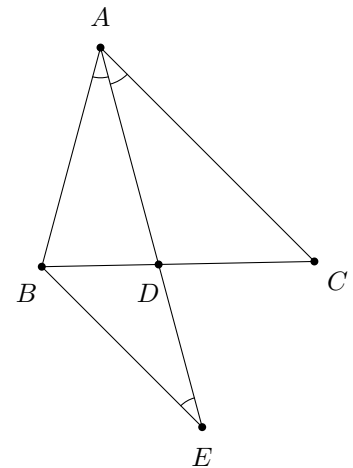
Áp dụng tính chất phân giác $\triangle ABC$ ta có $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{BE}{AC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = BE$.

Do đó $\triangle ABE$ cân tại $B \Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{BAE}$. (**)

Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ hay $\widehat{DAC} = \widehat{BAD}$.

Suy ra AD là đường phân giác của $\widehat{BAC}$. □



📁 BÀI TẬP

🔴 **Bài 15.** Cho tam giác ABC có AD, BE, CF là ba đường phân giác. Biết $AB = 4, BC = 5, CA = 6$. Tính BD, CE, AF .

📁 **Lời giải.**

Áp dụng tính chất đường phân giác AD của $\triangle ABC$, ta có

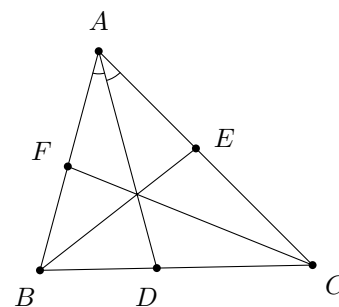
$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{DB}{4} = \frac{DC}{6}.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{DB}{4} = \frac{DC}{6} = \frac{DB + DC}{4 + 6} = \frac{BC}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

Do đó, $BD = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$.

Tương tự $CE = \frac{10}{3}$, $FA = \frac{24}{11}$. □



Bài 16. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Tia phân giác góc ABC lần lượt cắt các đoạn thẳng AM , AC tại các điểm D , E . Chứng minh $\frac{EC}{EA} = 2 \cdot \frac{DM}{DA}$.

Lời giải.

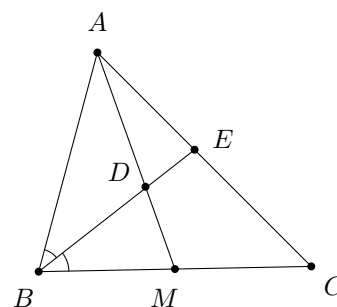
Áp dụng tính chất đường phân giác BE của $\triangle ABC$, ta có

$$\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{BA}.$$

Áp dụng tính chất đường phân giác BD của $\triangle ABM$, ta có

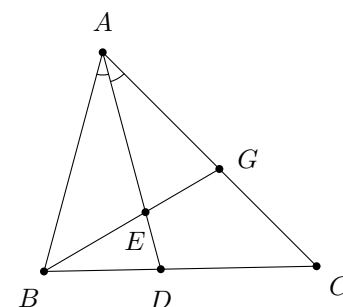
$$\frac{DM}{DA} = \frac{BM}{BA}.$$

Mà M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC = 2 \cdot BM \Rightarrow \frac{EC}{EA} = 2 \cdot \frac{DM}{DA}$. □



Bài 17.

Quan sát hình vẽ. Chứng minh $\frac{DB}{DC} : \frac{EB}{EG} = \frac{AG}{AC}$.



Lời giải.

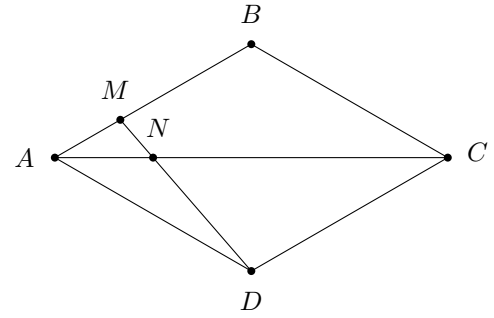
Áp dụng tính chất đường phân giác của $\triangle ABC$, ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Áp dụng tính chất đường phân giác của $\triangle ABG$, ta có $\frac{EB}{EG} = \frac{AB}{AG}$.

Do đó $\frac{DB}{DC} : \frac{EB}{EG} = \frac{AB}{AC} : \frac{AB}{AG} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AG}{AB} = \frac{AG}{AC}$. □

Bài 18.

Cho hình thoi $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB thỏa mãn $AB = 3AM$. Hai đoạn thẳng AC và DM cắt nhau tại N . Chứng minh $ND = 3 \cdot MN$.



Lời giải.

Do $ABCD$ là hình thoi nên AC là đường phân giác của $\widehat{DAB}$.

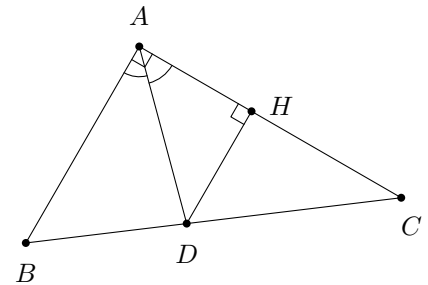
Áp dụng tính chất đường phân giác trong $\triangle ADM$ ta có $\frac{ND}{NM} = \frac{AD}{AM}$.

Mà $AD = AB = 3AM \Rightarrow \frac{ND}{NM} = \frac{3AM}{AM} = 3 \Rightarrow ND = 3 \cdot NM$. □

Bài 19.

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$, AD là đường phân giác. Tính

- Độ dài các đoạn thẳng BC, DB, DC .
- Khoảng cách từ điểm D đến đường thẳng AC .
- Độ dài đường phân giác AD .



Lời giải.

- Áp dụng định lý Pitago ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5.$$

Áp dụng tính chất đường phân giác $\triangle ABC$, ta có

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{DB}{3} = \frac{DC}{4}.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{DB}{3} = \frac{DC}{4} = \frac{DB + DC}{3 + 4} = \frac{BC}{7} = \frac{5}{7}.$$

Do đó $DB = 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{7}$ và $DC = 4 \cdot \frac{5}{7} = \frac{20}{7}$.

- Do $\triangle ABC$ vuông tại A nên $DH \parallel AB$. Áp dụng định lý Thales, ta có

$$\frac{DH}{AB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow DH = \frac{AB \cdot CD}{CB} = \frac{12}{7}.$$

- Do $DH \parallel AB \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{ADH} \Rightarrow \widehat{DAH} = \widehat{ADH} \Rightarrow \triangle ADH$ vuông cân tại H .

Suy ra $AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{2} \cdot DH = \frac{12\sqrt{2}}{7}$. □

Bài 20. Cho tứ giác $ABCD$ với các tia phân giác của các góc CAD và CBD cùng đi qua điểm E thuộc cạnh CD . Chứng minh $AD \cdot BC = AC \cdot BD$.

Lời giải.

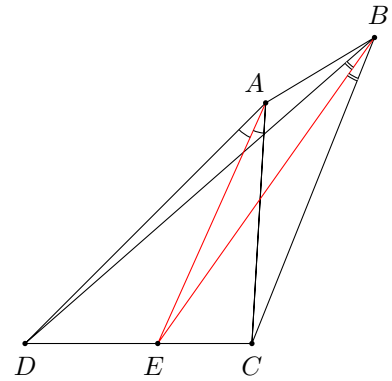
Áp dụng tính chất đường phân giác của $\triangle ACD$, ta có

$$\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{EC}. \quad (1)$$

Áp dụng tính chất đường phân giác của $\triangle BCD$, ta có

$$\frac{BD}{BC} = \frac{ED}{EC}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow AD \cdot BC = AC \cdot BD.$



□

Chủ đề 5. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A ĐỊNH NGHĨA

✧ **Định nghĩa 5.1.** Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$$\widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}.$$

Kí hiệu $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

✧ **Nhận xét 5.1.** Hai tam giác $A'B'C'$ và ABC có

❖ Các góc tương ứng bằng nhau $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$; $\widehat{C'B'A'} = \widehat{CBA}$; $\widehat{A'C'B'} = \widehat{ACB}$.

❖ Các cạnh tương ứng tỉ lệ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$.

Ta nói tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC .

Chú ý

Khi tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC :

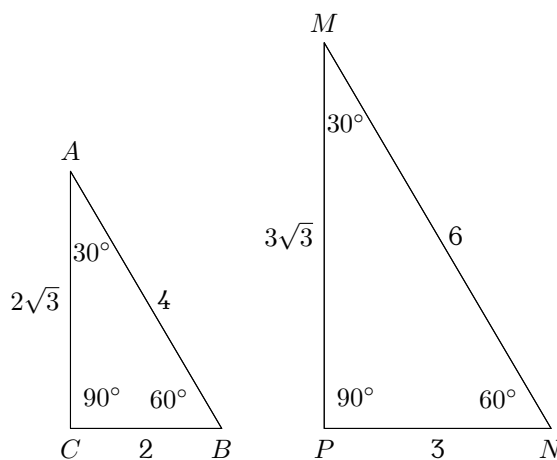
❖ Ta viết $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ với các đỉnh được ghi theo thứ tự các góc tương ứng bằng nhau;

❖ Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$ được gọi là *tỉ số đồng dạng*.

Ta nói tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC .

✧ **Nhận xét 5.2.** Nếu $\triangle A'B'C' = \triangle ABC$ thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng là 1.

🔴 **Ví dụ 17.** Hai tam giác ở Hình 48 có đồng dạng hay không? Vì sao?



Hình 48

Lời giải.

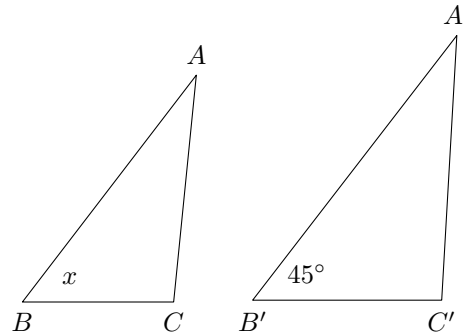
Xét hai tam giác MNP và ABC có

$$\widehat{M} = \widehat{A} = 30^\circ; \widehat{N} = \widehat{B} = 60^\circ; \widehat{P} = \widehat{C} = 90^\circ;$$

$$\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PM}{CA} = \frac{3}{2}.$$

Vậy theo định nghĩa hai tam giác đồng dạng ta có $\triangle MNP \sim \triangle ABC$. □

❶ Ví dụ 18. Cho $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$. Tìm x .



Hình 49

Lời giải.

Vì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ nên $\widehat{B'} = \widehat{B}$. Suy ra $x = 45^\circ$. □

B TÍNH CHẤT

❖ Tính chất 5.1. Tính chất về quan hệ đồng dạng giữa hai tam giác

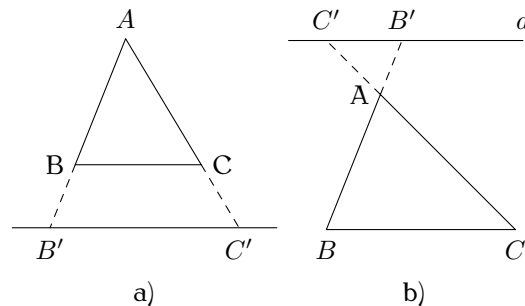
❖ Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó.

❖ Nếu $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ thì $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

❖ Nếu $\triangle A''B''C'' \sim \triangle A'B'C'$ và $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ thì $\triangle A''B''C'' \sim \triangle ABC$.

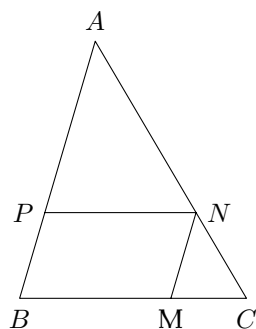
❶ Định lý 5.1. Định lý về cặp tam giác đồng dạng nhận được từ định lý Thalès:
Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

❖ Nhận xét 5.3. Định lý trên cũng đúng cho trường hợp đường thẳng cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại. Chẳng hạn, trong hình 51a và hình 51b ta cũng có $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.



Hình 50

❶ Ví dụ 19. Quan sát hình 52 và sử dụng kí hiệu để viết các cặp tam giác đồng dạng, biết tứ giác $BMNP$ là hình bình hành.



Hình 52

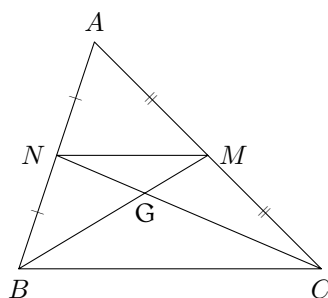
Lời giải.

Do $PN \parallel BC$ (giả thiết) nên $\triangle APN \sim \triangle ABC$.

Lại do $MN \parallel AB$ (giả thiết) nên $\triangle NMC \sim \triangle ABC$.

Vì $\triangle APN \sim \triangle ABC$, $\triangle NMC \sim \triangle ABC$ nên $\triangle APN \sim \triangle ABC$. □

Ví dụ 20. Cho tam giác ABC . Hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Chứng minh $\triangle GMN \sim \triangle GBC$.



Hình 53

Lời giải.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, AB nên MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $MN \parallel BC$.

Xét tam giác GBC , do $MN \parallel BC$ nên $\triangle GMN \sim \triangle GBC$. □

BÀI TẬP

Bài 21. Cho $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ và $\widehat{A} = 45^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính các góc C, M, N, P .

Lời giải.

Ta có $\widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$.

Do $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ nên

$\widehat{M} = \widehat{A} = 45^\circ$; $\widehat{N} = \widehat{B} = 60^\circ$; $\widehat{P} = \widehat{C} = 75^\circ$. □

Bài 22. Cho $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ và $AB = 4$, $BC = 6$, $CA = 5$, $MN = 5$. Tính độ dài các cạnh NP, PM .

Lời giải.

Do $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ nên $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$

Hay $\frac{4}{5} = \frac{6}{NP} = \frac{5}{MP}$

Suy ra $NP = \frac{15}{2}$; $MP = \frac{25}{4}$. □

Bài 23. Ba vị trí A, B, C trong thực tiễn lần lượt được mô tả bởi ba đỉnh của tam giác $A'B'C'$ trên bản vẽ. Biết tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $\frac{1}{1000000}$ và $A'B' = 4$ cm, $B'C' = 5$ cm, $C'A' = 6$ cm. Tính khoảng cách giữa hai vị trí A và B , B và C , C và A trong thực tiễn (theo đơn vị kilômét).

Lời giải.

Do $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ nên $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{1000000}$

Hay $\frac{4}{AB} = \frac{5}{BC} = \frac{6}{AC} = \frac{1}{1000000}$

Suy ra $AB = 4 \cdot 1000000 = 4000000$ cm = 40 km;

$BC = 5 \cdot 1000000 = 5000000$ cm = 50 km;

$AC = 6 \cdot 1000000 = 6000000$ cm = 60 km.

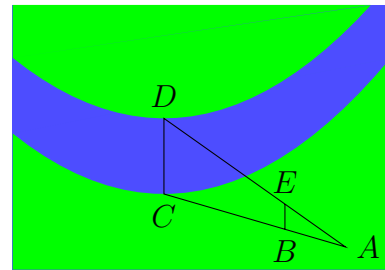
Vậy khoảng cách giữa hai vị trí A và B là 40 km;

khoảng cách giữa hai vị trí B và C là 50 km; khoảng cách giữa hai vị trí C và A là 60 km.

□

Bài 24.

Trong Hình 54, độ rộng của khúc sông được tính bằng khoảng cách giữa hai vị trí C, D . Giả sử chọn được các vị trí A, B, E sao cho $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ và đo được $AB = 20$ m, $AC = 50$ m, $BE = 8$ m. Tính độ rộng của khúc sông đó.



Hình 54

Lời giải.

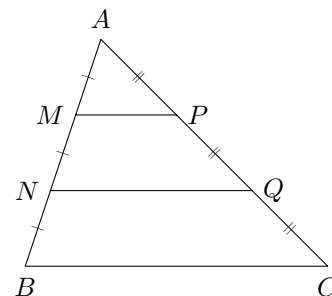
Vì $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ nên $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$

hay $\frac{20}{50} = \frac{8}{CD} \Rightarrow CD = 20$ m.

□

Bài 25.

Cho tam giác ABC (Hình 55), các điểm M, N thuộc cạnh AB thỏa mãn $AM = MN = NB$, các điểm P, Q thuộc cạnh AC thỏa mãn $AP = PQ = QC$. Tam giác AMP đồng dạng với những tam giác nào?



Hình 55

Lời giải.

Xét tam giác ANQ có $AM = MN$ (gt)

$AP = PQ$ (gt)

Suy ra MP là đường trung bình của tam giác ANQ

Suy ra $MP \parallel NQ$

Suy ra $\triangle AMP \sim \triangle ANQ$. Do $MP \parallel NQ$ nên tứ giác $MPCB$ là hình thang. Hình thang $MPCB$ có

$MN = NB$ (gt)

$PQ = QC$ (gt)

Suy ra NQ là đường trung bình của hình thang $MPCB$ Suy ra $NQ \parallel MP \parallel BC$ Suy ra $\triangle AMP \sim \triangle ABC$.

Vậy tam giác AMP đồng dạng với tam giác ANQ, ABC . □

 **Bài 26.** Cho hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng đi qua D lần lượt cắt đoạn thẳng BC và tia AB tại M và N sao cho điểm M nằm giữa hai điểm B và C . Chứng minh:

- a) $\triangle NBM \sim \triangle NAD$;
- b) $\triangle NBM \sim \triangle DCM$;
- c) $\triangle NAD \sim \triangle DCM$.

 **Lời giải.**

- a) Do $AD \parallel BM$ ($ABCD$ là hình bình hành) nên $\triangle NBM \sim \triangle NAD$;
- b) Do $AN \parallel DC$ ($ABCD$ là hình bình hành) nên $\triangle NBM \sim \triangle DCM$;
- c) Do $\triangle NBM \sim \triangle NAD$ và $\triangle NBM \sim \triangle DCM$ nên $\triangle NAD \sim \triangle DCM$.

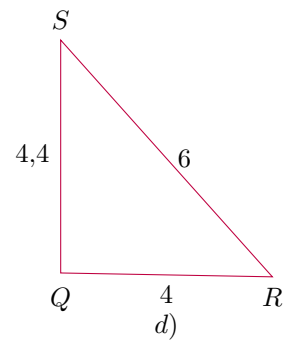
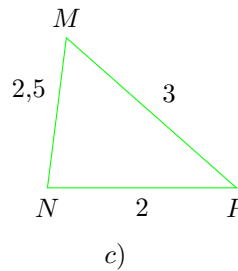
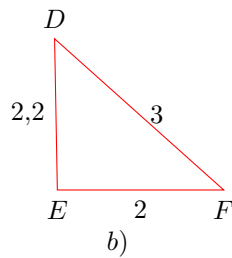
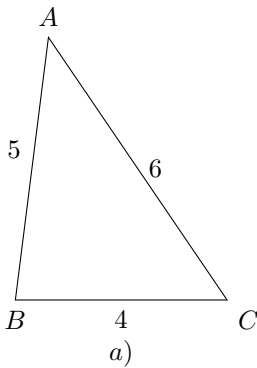
□

Chủ đề 6. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

A) TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT: CẠNH - CẠNH - CẠNH

Định lý 6.1. Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

Ví dụ 21. Tìm trong hình dưới các cặp tam giác đồng dạng.



Lời giải.

Xét hai tam giác ABC và MNP , ta có

$$\frac{AB}{MN} = \frac{5}{2,5} = 2, \frac{BC}{NP} = \frac{4}{2} = 2, \frac{CA}{PM} = \frac{6}{3} = 2.$$

Suy ra $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CA}{PM}$.

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

Xét hai tam giác DEF và SQR , ta có

$$\frac{DE}{SQ} = \frac{2,2}{4,4} = \frac{1}{2}, \frac{EF}{QR} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{FD}{RS} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\frac{DE}{SQ} = \frac{EF}{QR} = \frac{FD}{RS}$.

Vậy $\triangle DEF \sim \triangle SQR$. □

Ví dụ 22. Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, CA, AB và I, H, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng NP, PM, MN . Chứng minh $\triangle IHK \sim \triangle ABC$.

Lời giải.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA nên MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $MN = \frac{1}{2}AB$ (1)

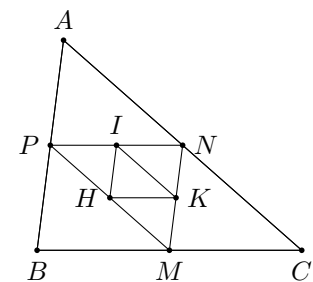
Vì I, H lần lượt là trung điểm của các cạnh NP, PM nên IH là đường trung bình của tam giác MNP .

Suy ra $IH = \frac{1}{2}MN$ (2).

Từ hai đẳng thức (1) và (2), ta có $IH = \frac{1}{4}AB$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có $HK = \frac{1}{4}BC, KI = \frac{1}{4}CA$.

Vì $\frac{IH}{AB} = \frac{HK}{BC} = \frac{KI}{CA} = \frac{1}{4}$ nên $\triangle IHK \sim \triangle ABC$ (c-c-c).

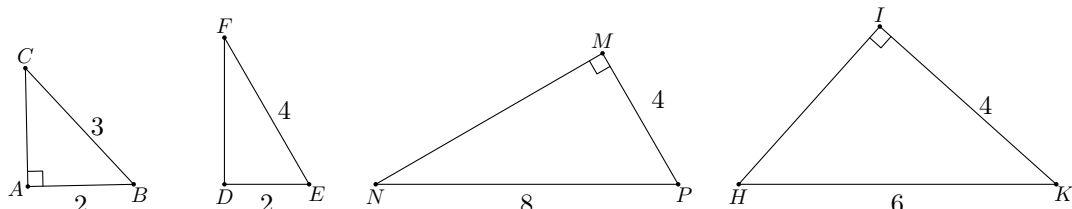


□

B) ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG

Định lý 6.2. Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Ví dụ 23. Quan sát hình dưới đây và chỉ ra hai tam giác đồng dạng



Lời giải.

Xét hai tam giác ABC và IKH , ta có $\widehat{A} = \widehat{I} = 90^\circ$ và $\frac{AB}{IK} = \frac{BC}{KH}$ (vì $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$).

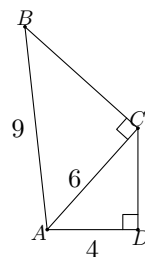
Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle IKH$ (c-c-c).

Xét hai tam giác DEF và MPN , ta có: $\widehat{D} = \widehat{M} = 90^\circ$ và $\frac{DE}{MP} = \frac{EF}{PN}$ (vì $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$).

Suy ra $\triangle DEF \sim \triangle MPN$ (c-c-c). □

Ví dụ 24.

Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 9, AC = 6, AD = 4, \widehat{ADC} = \widehat{ACB} = 90^\circ$ (hình bên). Chứng minh tia AC là tia phân giác của góc BAD .



Lời giải.

Vì $\frac{AC}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \frac{AD}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ nên $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

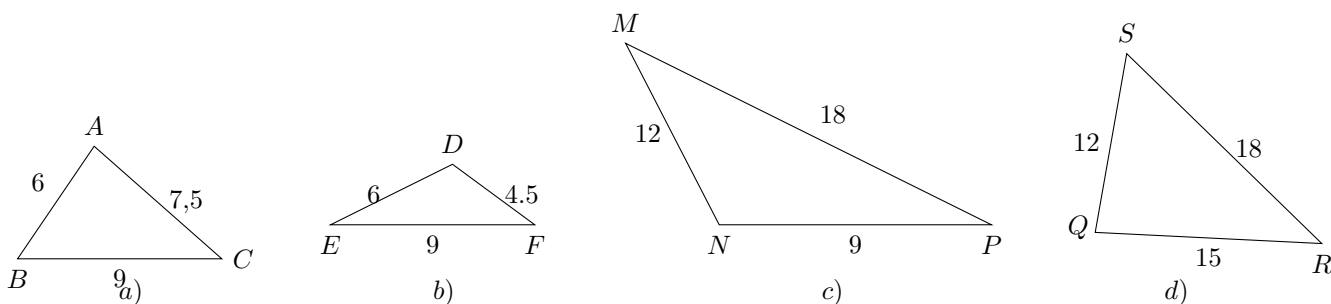
Xét hai tam giác ADC và ACB có $\widehat{ADC} = \widehat{ACB} = 90^\circ$ và $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ nên $\triangle ADC \sim \triangle ACB$.

Suy ra $\widehat{CAD} = \widehat{BAC}$.

Vậy tia AC là tia phân giác của góc BAD . □

C) BÀI TẬP

Bài 27. Quan sát hình bên dưới và chỉ ra những cặp tam giác đồng dạng.



Lời giải.

Ta có $\frac{DE}{MN} = \frac{EF}{MP} = \frac{DF}{NP} = \frac{1}{2}$ suy ra $\triangle DEF \sim \triangle NMP$ (c-c-c).

Ta có $\frac{AB}{SQ} = \frac{BC}{SR} = \frac{AC}{QR} = \frac{1}{2}$ suy ra $\triangle ABC \sim \triangle QSR$ (c-c-c). $\square$

Bài 28. Cho hai tam giác ABC và MNP có $AB = 2$, $BC = 5$, $CA = 6$, $MN = 4$, $NP = 10$, $PM = 12$. Hãy viết các cặp góc tương ứng bằng nhau của hai tam giác trên và giải thích kết quả.

Lời giải.

Xét tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ ta có $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CA}{PM} = \frac{1}{2}$

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ (cạnh - cạnh - cạnh).

Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{MNP}$; $\widehat{ACB} = \widehat{MPN}$; $\widehat{BAC} = \widehat{NMP}$. $\square$

Bài 29. Bác Hùng vẽ bản đồ trong đó dùng ba đỉnh A, B, C của tam giác ABC lần lượt mô tả ba vị trí M, N, P trong thực tiễn. Bác Duy cũng vẽ một bản đồ, trong đó dùng ba đỉnh A', B', C' của tam giác $A'B'C'$ lần lượt mô tả ba vị trí M, N, P đó. Tỷ lệ bản đồ mà bác Hùng và bác Duy vẽ lần lượt là $1 : 1000000$ và $1 : 1500000$. Chứng minh $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ và tính tỉ số đồng dạng.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC \sim \triangle MNP$; $\triangle A'B'C' \sim \triangle MNP$.

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Suy ra $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{3}{2}$. $\square$

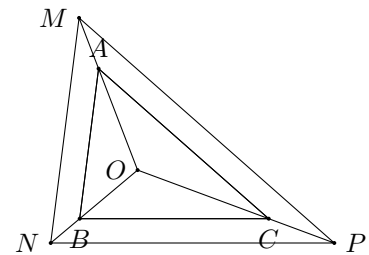
Bài 30. Cho tam giác ABC và điểm O nằm trong tam giác. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các tia OA, OB, OC sao cho $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{OC}{OP} = \frac{2}{3}$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

Lời giải.

Ta có $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{OC}{OP}$ theo định lý Ta-lét đảo suy ra $AB \parallel MN$, $BC \parallel NP$, $AC \parallel MP$.

Suy ra $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = \frac{1}{2}$ (định lý Ta-lét).

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ (c-c-c). $\square$



Bài 31.

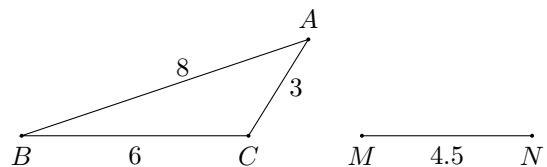
Bạn Hoa vẽ trên giấy một tam giác ABC và đoạn thẳng MN với các kích thước như hình bên. Bạn Hoa nhờ bạn Thanh vẽ điểm P thỏa mãn $\widehat{PMN} = \widehat{ACB}$, $\widehat{PNM} = \widehat{BAC}$ mà không sử dụng thước đo góc. Em hãy giúp bạn Thanh sử dụng thước thẳng (có chia khoảng milimét) và compa để vẽ điểm P và giải thích kết quả tìm được.

Lời giải.

Theo như yêu cầu ta cần vẽ điểm P sao cho tam giác PMN đồng dạng với tam giác BCA .

Khi đó ta chỉ cần vẽ điểm P sao cho $\frac{PM}{BC} = \frac{PN}{BA} = \frac{MN}{CA} = \frac{4,5}{3} = \frac{3}{2}$.

Ta tìm được các cạnh $PM = \frac{3}{2}BC = 9$ cm; $PN = \frac{3}{2}BA = 12$ cm.



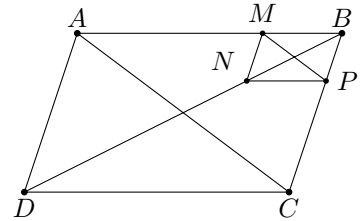
Dùng compa vẽ đường tròn tâm N bán kính 9 cm, sau đó vẽ tiếp đường tròn tâm M bán kính 12 cm, lấy giao điểm của hai đường tròn vừa vẽ ta được 2 điểm P thỏa mãn. $\square$

Bài 32.

Cho các hình bình hành $ABCD$ và $BMNP$ như ở hình bên.

Chứng minh:

- $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}$;
- $\triangle MNP \sim \triangle CBA$.



Lời giải.

- Áp dụng định lý Ta lét ta có $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BD} = \frac{BP}{BC}$ (do $MN \parallel AD$; $NP \parallel DC$).

Vậy $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}$.

- Ta có $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}$ suy ra $MP \parallel AC$.

Áp dụng định lý Ta lét ta có $\frac{MN}{AD} = \frac{BM}{AB} = \frac{NP}{AB} = \frac{MP}{AC}$.

Suy ra $\frac{MN}{BC} = \frac{NP}{AB} = \frac{MP}{AC}$

Vậy $\triangle MNP \sim \triangle CBA$ (c-c-c)

$\square$

Chủ đề 7. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CỦA TAM GIÁC

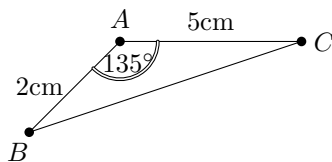
A) TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI: CẠNH-GÓC-CẠNH

Thực hành

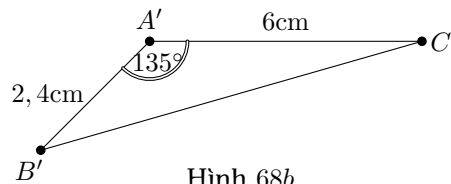
Quan sát Hình 68 và so sánh:

a) Các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}$ và $\frac{A'C'}{AC}$;

b) Các góc $\widehat{A}$ và $\widehat{A'}$.



Hình 68a



Hình 68b

Lời giải.

a) Ta có $\frac{A'B'}{AB} = \frac{2,4}{2} = \frac{6}{5} = \frac{A'C'}{AC}$.

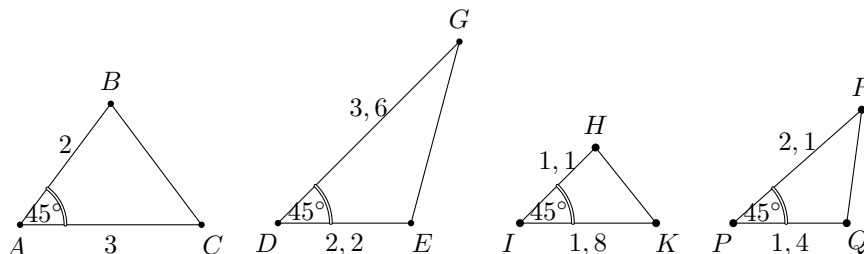
b) $\widehat{A} = \widehat{A'} = 135^\circ$.

□

Ta có định lí sau:

Định lí 7.1. Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

Ví dụ 25. Quan sát Hình 70 và chỉ ra hai cặp tam giác đồng dạng:



Hình 70

Lời giải.

- Xét hai tam giác ABC và PQR , ta có: $\frac{AB}{PQ} = \frac{2}{1,4} = \frac{10}{7}$, $\frac{AC}{PR} = \frac{3}{2,1} = \frac{10}{7}$. Suy ra $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$.

Lại có $\widehat{A} = \widehat{P} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle PQR$.

- Xét hai tam giác DEG và IHK , ta có: $\frac{DE}{IH} = \frac{2,2}{1,1} = 2$, $\frac{DG}{IK} = \frac{3,6}{1,8} = 2$. Suy ra $\frac{DE}{IH} = \frac{DG}{IK}$.

Lại có $\widehat{D} = \widehat{I} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle DEG \sim \triangle IHK$. □

Luyện tập Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ thỏa mãn $AB = 2$, $AC = 3$, $A'B' = 6$, $A'C' = 9$ và $\widehat{A} = \widehat{A'}$. Chứng minh $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

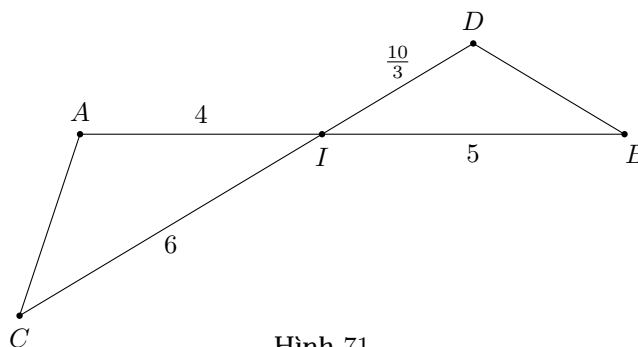
Lời giải.

- Xét hai tam giác ABC và $A'B'C'$, ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $\frac{AC}{A'C'} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Suy ra $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$.

Lại có $\widehat{A} = \widehat{A'}$. Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Do đó $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$ (các cặp góc tương ứng). □

◉ Ví dụ 26.

Quan sát Hình 71,
chứng minh $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{C} = \widehat{B}$.



Hình 71

📁 Lời giải.

Xét hai tam giác IAC và IDB , ta có: $\frac{IA}{ID} = \frac{4}{\frac{10}{3}} = \frac{6}{5} = \frac{IC}{IB}$, $\widehat{AIC} = \widehat{DIB}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\triangle IAC \sim \triangle IDB$. Do đó $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{C} = \widehat{B}$ (các cặp góc tương ứng). $\square$

◉ Luyện tập Cho góc xOy . Trên tia Ox lấy các điểm A, B sao cho $OA = 2\text{cm}, OB = 9\text{cm}$. Trên tia Oy lấy các điểm M, N sao cho $OM = 3\text{cm}, ON = 6\text{cm}$. Chứng minh $\widehat{OBM} = \widehat{ONA}$.

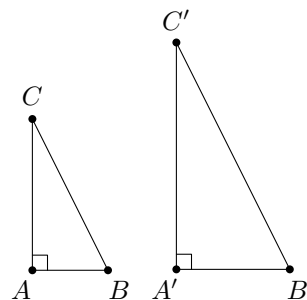
📁 Lời giải.

Xét hai tam giác OBM và ONA , ta có: $\frac{OB}{ON} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = \frac{OM}{OA}$, $\widehat{BOM} = \widehat{NOA} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle OBM \sim \triangle ONA$. Do đó $\widehat{OBM} = \widehat{ONA}$ (cặp góc tương ứng). $\square$

📁 ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG

📁 Thực hành

Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có: $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ, \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ (Hình 72). Chứng minh $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.



Hình 72

📁 Lời giải.

a) Ta có $\frac{A'B'}{AB} = \frac{2,4}{2} = \frac{6}{5} = \frac{A'C'}{AC}$.

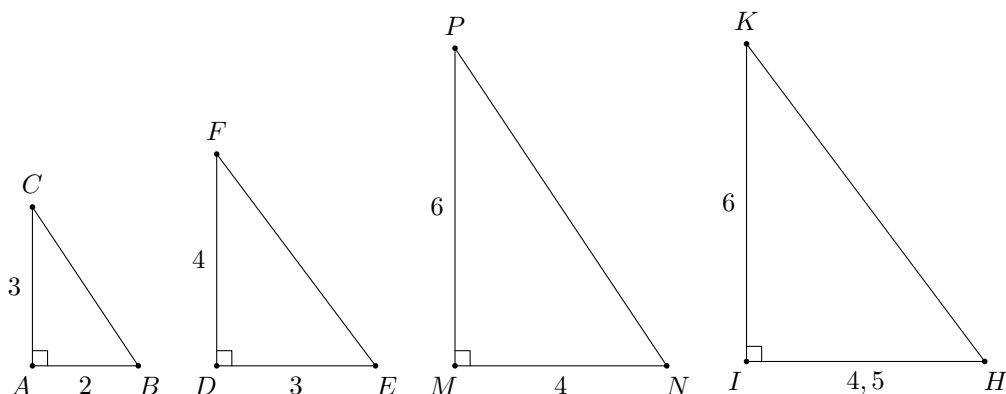
b) $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ$.

$\square$

Ta có định lí sau:

◉ Định lí 7.2. Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Vi dụ 27. Quan sát Hình 73 và chỉ ra hai cặp tam giác đồng dạng:



Hình 73

Lời giải.

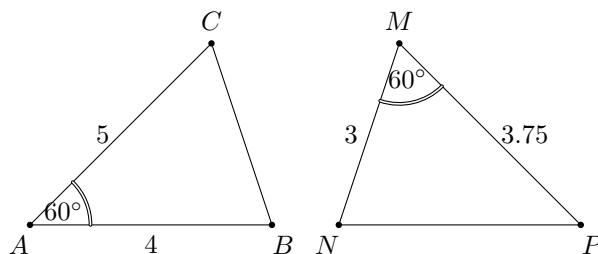
- Xét hai tam giác ABC và MNP , ta có $\widehat{A} = \widehat{M} = 90^\circ$ và $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ (vì $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$). Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.
- Xét hai tam giác DEF và IHK , ta có $\widehat{D} = \widehat{I} = 90^\circ$ và $\frac{DE}{IH} = \frac{DF}{IK}$ (vì $\frac{3}{4,5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$). Suy ra $\triangle DEF \sim \triangle IHK$. $\square$

BÀI TẬP

Bài 33.

Cho Hình 74.

- Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.
- Góc nào của tam giác MNP bằng góc B .
- Góc nào của tam giác ABC bằng góc P .



Hình 74

Lời giải.

- Xét hai tam giác ABC và MNP , ta có:

$$\frac{AC}{MP} = \frac{5}{3,75} = \frac{4}{3} = \frac{AB}{MN},$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{NMP}.$$

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

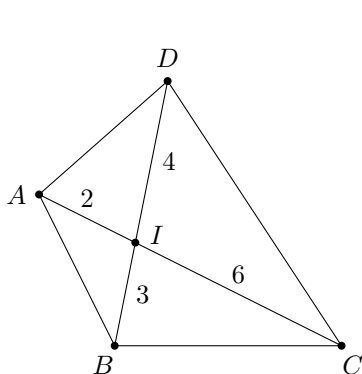
- Góc N bằng góc B (cặp góc tương ứng).
- Góc C bằng góc P (cặp góc tương ứng).

$\square$

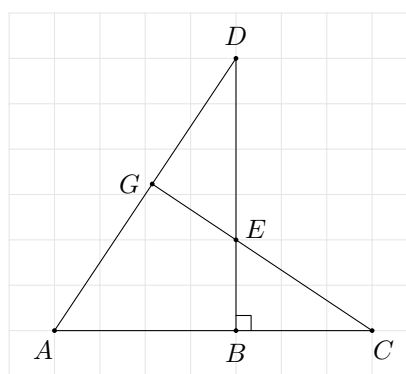
Bài 34. Cho Hình 75, chứng minh:

- $\triangle IAB \sim \triangle IDC$.

b) $\triangle IAD \sim \triangle IBC$.



Hình 75



Hình 76

Lời giải.

- a) Xét hai tam giác IAB và IDC , ta có: $\frac{IA}{ID} = \frac{IB}{IC}$ (vì $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$) và $\widehat{AIB} = \widehat{DIC}$ (hai góc đối đỉnh). Suy ra $\triangle IAB \sim \triangle IDC$ (c.g.c).
- b) Xét hai tam giác IAD và IBC , ta có: $\frac{ID}{IC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{IA}{IB}$ và $\widehat{AID} = \widehat{BIC}$ (hai góc đối đỉnh). Suy ra $\triangle IAD \sim \triangle IBC$ (c.g.c).

□

Bài 35. Cho Hình 76, biết $AB = 4, BC = 3, BE = 2, BD = 6$. Chứng minh:

- a) $\triangle ABD \sim \triangle EBC$.
- b) $\widehat{DAB} = \widehat{DEG}$.
- c) Tam giác DGE vuông.

Lời giải.

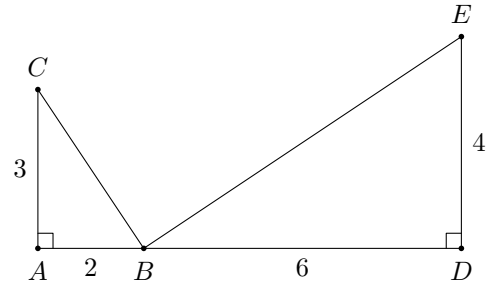
- a) Xét hai tam giác ABD và EBC , ta có: $\frac{AB}{EB} = \frac{BD}{BC}$ (vì $\frac{4}{2} = \frac{6}{3} = 2$) và $\widehat{ABD} = \widehat{EBC} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ (c.g.c).
- b) Vì $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ nên $\widehat{DAB} = \widehat{CEB}$ (cặp góc tương ứng). Lại có $\widehat{CEB} = \widehat{DEG}$ (hai góc đối đỉnh). Suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DEG}$.
- c) Vì $\triangle ABD \sim \triangle EBC$ nên $\widehat{ADB} = \widehat{ECB}$ (cặp góc tương ứng). Lại có $\widehat{CEB} = \widehat{DEG}$ (hai góc đối đỉnh). Mà $\widehat{ECB} + \widehat{CEB} = 180^\circ - \widehat{EBC} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{ADB} + \widehat{DEG} = 90^\circ$. Trong tam giác DGE ta có: $\widehat{DGE} = 180^\circ - (\widehat{ADB} + \widehat{DEG}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Vậy tam giác DGE vuông tại D .

□

Bài 36.

Cho Hình 77, chứng minh:

- a) $\widehat{ABC} = \widehat{BED}$.
b) $BC \perp BE$.



Hình 77

Lời giải.

- a) Xét hai tam giác ABC và DEB , ta có: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{BD}$ (vì $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$) và $\widehat{BAC} = \widehat{EDB} = 90^\circ$.
Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle DEB$. Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{BED}$ (cặp góc tương ứng).
- b) - Vì $\triangle ABC \sim \triangle DEB$ nên $\widehat{ACB} = \widehat{DEB}$.
- Trong tam giác vuông ABC , ta có: $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90^\circ = \widehat{DEB} + \widehat{ABC}$. Suy ra $\widehat{CBE} = 180^\circ - (\widehat{DEB} + \widehat{ABC}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Vậy $BC \perp BE$.

□

Bài 37. Cho $\triangle ABC \sim \triangle MNP$

- a) Gọi D và Q lần lượt là trung điểm của BC và NP . Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle MNQ$.
b) Gọi G và K lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và MNP . Chứng minh $\triangle ABG \sim \triangle MNK$.

Lời giải.

- a) Ta có:

$$\frac{BD}{NQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}NP} = \frac{BC}{NP} = \frac{AB}{MN}$$

Xét hai tam giác ABD và MNQ có

$$\frac{BD}{NQ} = \frac{BC}{NP}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{MNQ}.$$

Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle MNQ$ (c.g.c).

- b) Ta có:

$$\frac{AG}{MK} = \frac{\frac{2}{3}AD}{\frac{2}{3}MQ} = \frac{AD}{MQ} = \frac{AB}{MN}$$

$$\frac{AG}{MK} = \frac{AD}{MQ}$$

$$\widehat{BAG} = \widehat{NMK} \text{ (vì } \triangle ABD \sim \triangle MNQ \text{)}.$$

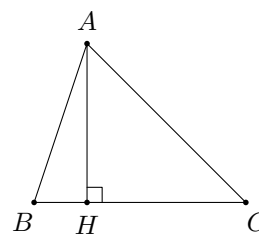
Suy ra $\triangle ABG \sim \triangle MNK$ (c.g.c).

□

Bài 38.

Cho Hình 78, biết $AH^2 = BH \cdot CH$. Chứng minh:

- $\triangle HAB \sim \triangle HCA$.
- Tam giác ABC vuông tại A .



Hình 78

Lời giải.

- Theo giả thiết, ta có: $AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$.
- Xét hai tam giác HAB và HCA , ta có: $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$ và $\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle HAB \sim \triangle HCA$.
- Theo ý a) $\triangle HAB \sim \triangle HCA$ suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{CAH}$.
- Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{BAH} + \widehat{CAH} = \widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 180^\circ - \widehat{AHB} = 90^\circ$. Vậy tam giác ABC vuông tại A .

□

Bài 39. Đố. Chỉ sử dụng thước thẳng có chia đơn vị đến milimét và thước đo góc, làm thế nào đo được khoảng cách giữa hai vị trí B và C trên thực tế, biết rằng có vị trí A thỏa mãn $AB = 20m$, $AC = 50m$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$.

Bạn Vy làm như sau: Vẽ tam giác $A'B'C'$ có $A'B' = 2cm$, $A'C' = 5cm$, $\widehat{B'A'C'} = 135^\circ$. Bạn Vy lấy thước đo khoảng cách giữa hai điểm B', C' và nhận được kết quả $B'C' \approx 6,6cm$. Từ đó bạn Vy kết luận khoảng cách giữa hai vị trí B, C trên thực tế khoảng $66m$. Em hãy giải thích tại sao bạn Vy có thể kết luận như vậy.

Lời giải.

Đổi $2cm = 0,02m$, $5cm = 0,05m$.

Xét hai tam giác ABC và $A'B'C'$, ta có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \quad (\text{vì } \frac{20}{0,02} = \frac{50}{0,05} = 100) \quad \text{và} \quad \widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 135^\circ. \text{ Suy ra } \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

$$\text{Do đó } \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = 100 \Leftrightarrow BC = B'C' \cdot 100 \approx 0,066 \cdot 100 \approx 66(m).$$

□

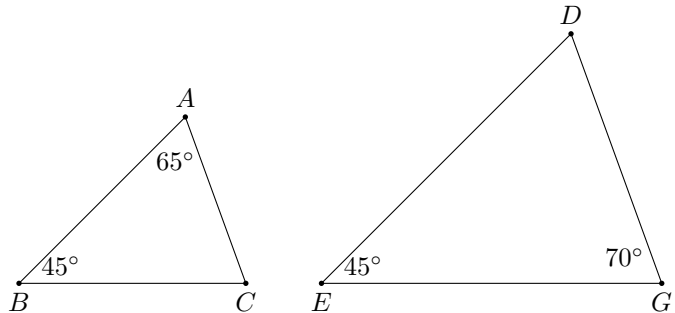
Chủ đề 8. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA CỦA TAM GIÁC

A) TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA: GÓC - GÓC

Định lý 8.1. Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

❶ Ví dụ 28.

Hai tam giác DEG và ABC ở Hình 81 có đồng dạng hay không? Vì sao?



Hình 81

📖 Lời giải.

Trong tam giác DEG , ta có $\widehat{D} = 180^\circ - (45^\circ + 70^\circ) = 65^\circ$.

Xét hai tam giác DEG và ABC , ta có: $\widehat{D} = \widehat{A} = 65^\circ$, $\widehat{E} = \widehat{B} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle DEG \sim \triangle ABC$ (g-g). $\square$

❷ Luyện tập Cho hai tam giác ABC và MNP thỏa mãn $\widehat{A} = 50^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$, $\widehat{N} = 60^\circ$, $\widehat{P} = 70^\circ$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

📖 Lời giải.

$\triangle MNP$ có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{M} = 180^\circ - \widehat{N} - \widehat{P} = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có

$$\widehat{A} = \widehat{M} = 50^\circ.$$

$$\widehat{B} = \widehat{N} = 60^\circ.$$

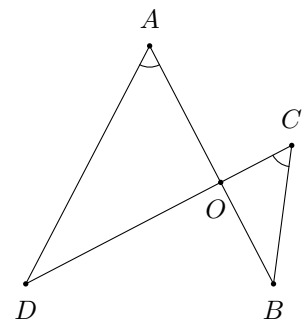
Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ (g-g). $\square$

❸ Ví dụ 29.

Cho Hình 82. Chứng minh:

a) $\triangle OAD \sim \triangle OCB$

b) $OA \cdot OB = OC \cdot OD$.



Hình 82

📖 Lời giải.

a) Xét hai tam giác OAD và OCB , ta có:

$$\widehat{A} = \widehat{C} \text{ (giả thiết)}, \widehat{AOD} = \widehat{BOC} \text{ (hai góc đối đỉnh)}.$$

Suy ra $\triangle OAD \sim \triangle OCB$.

b) Vì $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ nên $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$. Vậy $OA \cdot OB = OC \cdot OD$.

□

❶ Ví dụ 30. Cho tam giác ABC có góc A lớn hơn góc C . Điểm D thuộc cạnh BC thỏa mãn $\widehat{BAD} = \widehat{BCA}$. Chứng minh $BA^2 = BC \cdot BD$.

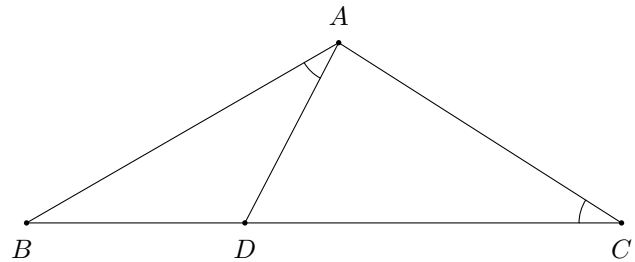
📖 Lời giải.

(Hình 83)

Xét hai tam giác ABD và CBA , ta có $\widehat{BAD} = \widehat{BCA}$ (giả thiết); $\widehat{ABD} = \widehat{CBA}$.

Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ (g-g).

Do đó $\frac{BA}{BC} = \frac{BD}{BA}$ hay $BA^2 = BC \cdot BD$.



Hình 83

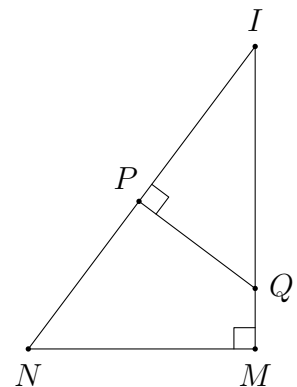
□

B ÁP DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG

❶ Định lý 8.2. Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

❶ Ví dụ 31.

Hai tam giác IMN và IPQ ở Hình 85 có đồng dạng hay không? Vì sao?



Hình 85

📖 Lời giải.

Xét hai tam giác IMN và IPQ , ta có:

$\widehat{IMN} = \widehat{IPQ} = 90^\circ$; $\widehat{MIN} = \widehat{PIQ}$.

Do đó $\triangle IMN \sim \triangle IPQ$ (g-g).

□

❶ Luyện tập Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao AD , BE cắt nhau tại H . Chứng minh $HA \cdot HD = HB \cdot HE$.

📖 Lời giải.

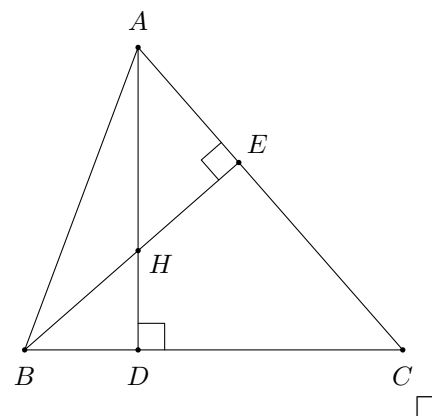
Xét $\triangle AEH$ và $\triangle BDH$ có

$$\widehat{AEH} = \widehat{BDH} = 90^\circ.$$

$$\widehat{AHE} = \widehat{BHD} \text{ (hai góc đối đỉnh).}$$

Suy ra $\triangle AEH \sim \triangle BDH$ (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{BH} = \frac{HE}{HD} \Rightarrow HA \cdot HD = HB \cdot HE.$$



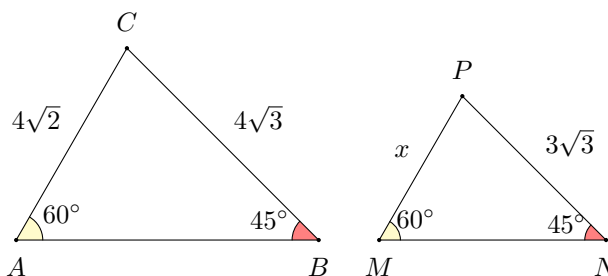
BÀI TẬP

Bài 40.

Cho Hình 86.

a) Chứng minh $\triangle MNP \sim \triangle ABC$.

b) Tìm x .



Hình 86

Lời giải.

a) Xét $\triangle MNP$ và $\triangle ABC$ có

$$\widehat{M} = \widehat{A} = 60^\circ.$$

$$\widehat{N} = \widehat{B} = 45^\circ.$$

Suy ra $\triangle MNP \sim \triangle ABC$ (g-g).

$$\text{b) Vì } \triangle MNP \sim \triangle ABC \text{ nên } \frac{MP}{AC} = \frac{PN}{CB} \Leftrightarrow \frac{x}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}.$$

□

Bài 41. Cho hai tam giác ABC và PMN thỏa mãn $\widehat{A} = 70^\circ, \widehat{B} = 80^\circ, \widehat{M} = 80^\circ, \widehat{N} = 30^\circ$.

Chứng minh $\frac{AB}{PM} = \frac{BC}{MN} = \frac{CA}{NP}$.

Lời giải.

$\triangle MNP$ có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle PMN$ có

$$\widehat{A} = \widehat{P} = 70^\circ.$$

$$\widehat{B} = \widehat{M} = 80^\circ.$$

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle PMN$ (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{PM} = \frac{BC}{MN} = \frac{CA}{NP}.$$

□

Bài 42. Cho tam giác nhọn ABC , hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Chứng minh:

- a) $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ và $CA \cdot CE = CB \cdot CD$;
 b) $\triangle ACD \sim \triangle AHE$ và $AC \cdot AE = AD \cdot AH$.

Lời giải.

- a) Xét $\triangle ACD$ và $\triangle BCE$ có

$\widehat{ACD} = \widehat{BCE}$ (góc chung).

$\widehat{ADC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ (g-g).

Suy ra $\frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow CA \cdot CE = CB \cdot CD$.

- b) Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AHE$ có

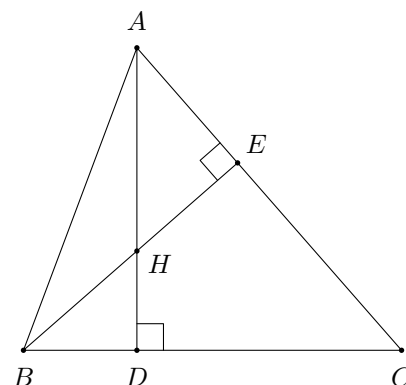
$\widehat{DAC} = \widehat{EAH}$ (góc chung).

$\widehat{ADC} = \widehat{AEH} = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle ACD \sim \triangle AHE$ (g-g).

Suy ra $\frac{AC}{AH} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow AC \cdot AE = AD \cdot AH$.

□



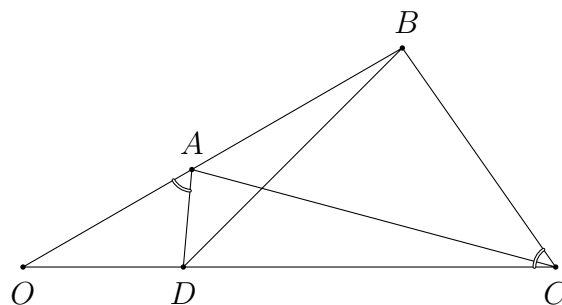
Bài 43.

Cho Hình 87 với $\widehat{OAD} = \widehat{OCB}$. Chứng minh:

- a) $\triangle OAD \sim \triangle OCB$;

b) $\frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OB}$;

- c) $\triangle OAC \sim \triangle ODB$



Hình 87

Lời giải.

- a) Xét $\triangle OAD$ và $\triangle OCB$ có

$\widehat{DOA} = \widehat{BOC}$ (góc chung).

$\widehat{OAD} = \widehat{OCB}$ (gt).

Suy ra $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ (g-g).

b) Vì $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ nên $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OB}$.

- c) Xét $\triangle OAC$ và $\triangle ODB$ có

$\widehat{AOC} = \widehat{DOB}$ (góc chung).

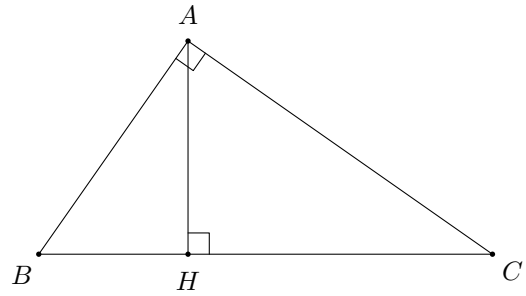
$\frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OB}$ (chứng minh ở câu b).

Suy ra $\triangle OAC \sim \triangle ODB$.



Bài 44.

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH (Hình 88). Chứng minh:



Hình 88

- $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ và $AB^2 = BC \cdot BH$;
- $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ và $AC^2 = BC \cdot CH$;
- $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ và $AH^2 = BH \cdot CH$;
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.

Lời giải.

- a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HBA$ có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{AHB} = 90^\circ.$$

$\widehat{B}$ là góc chung.

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{HB} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BH.$$

- b) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HAC$ có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{AHC} = 90^\circ.$$

$\widehat{C}$ là góc chung.

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = BC \cdot CH.$$

- c) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CAH$ có:

$$\widehat{BHA} = \widehat{AHC} = 90^\circ.$$

$\widehat{HBA} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ $\widehat{BAH}$).

Suy ra $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{HB} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH.$$

- d) Ta có

$$\frac{AH^2}{AB^2} = \frac{BH \cdot CH}{BC \cdot BH} = \frac{CH}{BC}.$$

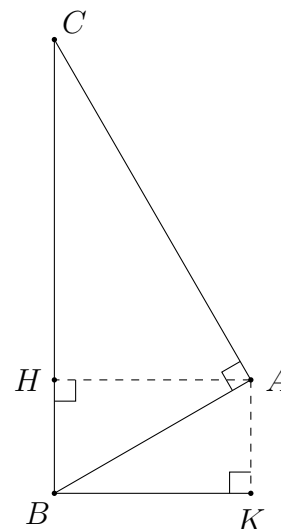
$$\frac{AH^2}{AC^2} = \frac{BH \cdot CH}{BC \cdot CH} = \frac{BH}{BC}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{AH^2}{AB^2} + \frac{AH^2}{AC^2} = \frac{CH}{BC} + \frac{BH}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1 \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$$



Bài 45.

Trong Hình 89, bạn Minh dùng một dụng cụ để đo chiều cao của cây. Cho biết khoảng cách từ mắt bạn Minh đến cây và đến mặt đất lần lượt là $AH = 2,8$ m và $AK = 1,6$ m. Em hãy tính chiều cao của cây.



Hình 89

Lời giải.

Tứ giác $AHBK$ có $\widehat{AHB} = \widehat{HBK} = \widehat{BKA} = 90^\circ$ nên $AHBK$ là hình chữ nhật.
 $\Rightarrow BH = AK = 1,6$ (m).

Áp dụng kết quả của **Bài 5**, ta có $BH \cdot CH = AH^2 \Rightarrow CH = \frac{AH^2}{BH} = \frac{2,8^2}{1,6} = 4,9$ (m).

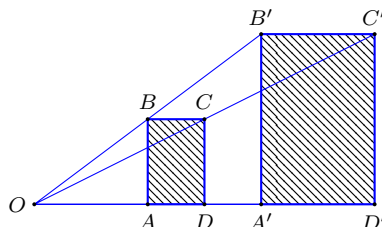
Ta có $BC = BH + HC = 1,6 + 4,9 = 6,5$ (m).

Vậy chiều cao của cây là 6,5 m. □

Chủ đề 9. HÌNH ĐỒNG DẠNG

A HÌNH ĐỒNG DẠNG PHỐI CẢNH (HÌNH VỊ TỰ)

Vi dụ 32. Cho hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ minh họa hai bức ảnh như hình vẽ có đồng dạng phối cảnh hay không. Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.



Lời giải.

Ta thấy ở hình vẽ, bốn đường thẳng AA', BB', CC', DD' cùng đi qua điểm O và

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD}.$$

Vậy hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ là đồng dạng phối cảnh và điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh. $\square$

Vi dụ 33. Cho điểm O nằm ngoài đoạn thẳng AB . Hãy chỉ ra đoạn thẳng $A'B'$ sao cho hai đoạn thẳng $A'B', AB$ đồng dạng phối cảnh, điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh và $\frac{A'B'}{AB} = 2$.

Lời giải.

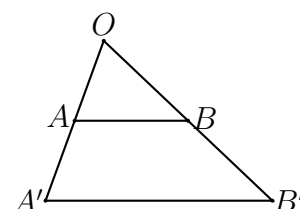
Trên các tia OA, OB ta lần lượt lấy các điểm A', B' sao cho

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = 2 \text{ (hình vẽ bên).}$$

Khi đó, hai đoạn thẳng $A'B', AB$ là đồng dạng phối cảnh, điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh.

Mặt khác, ta có $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = 2$ (hệ quả của định lý Thalès).

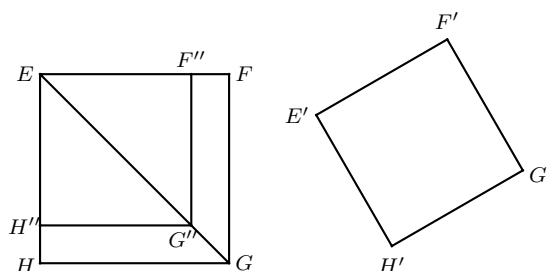
Nhận xét: Hình đồng dạng phối cảnh tỉ số k của đoạn thẳng AB là một đoạn thẳng $A'B'$ (nằm trên đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng AB) và $A'B' = k \cdot AB$. $\square$



B HÌNH ĐỒNG DẠNG

Vi dụ 34. Cho hai hình vuông $EFGH, E'F'G'H'$ lần lượt có độ dài cạnh là 5 cm và 4 cm. Hai hình vuông đó có đồng dạng không? Vì sao?

Lời giải.



Trên các đoạn thẳng EF, EG, EH , ta lần lượt lấy các điểm F'', G'', H'' sao cho $\frac{EF''}{EF} = \frac{EG''}{EG} = \frac{EH''}{EH} = \frac{4}{5}$ (hình vẽ bên).

Theo định lý Thalès đảo ta có $F''G'' \parallel FG, G''H'' \parallel GH$.

Suy ra tứ giác $EF''G''H''$ là hình chữ nhật.

Mặt khác, ta có $\frac{EF''}{EF} = \frac{F''G''}{FG} = \frac{G''H''}{GH} = \frac{4}{5}$ (hệ quả của định lý Thalès đảo), suy ra $EF'' = F''G'' = H''G'' = 4\text{ cm}$.

Vì vậy, tứ giác $EF''G''H''$ là hình vuông có độ dài cạnh bằng 4 cm.

Do đó, hai hình vuông $E'F'G'H'$ và $EF''G''H''$ bằng nhau.

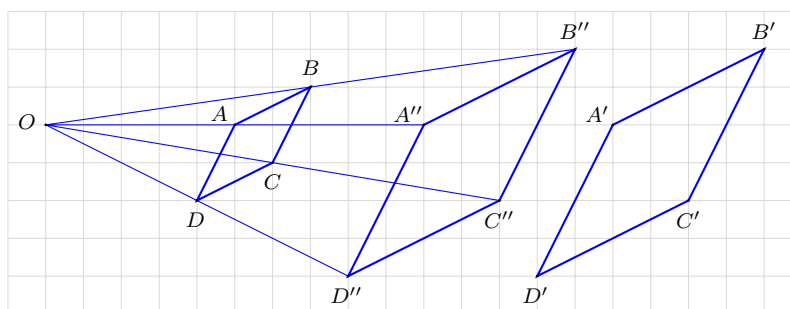
Vì $\frac{EF''}{EF} = \frac{EG''}{EG} = \frac{EH''}{EH} = \frac{4}{5}$ nên hai hình vuông $E'F'G'H'$ đồng dạng phối cảnh với hình vuông $EFGH$.

Vậy hình vuông $E'F'G'H'$ đồng dạng với hình vuông $EFGH$. $\square$

C BÀI TẬP

Bài 46. Trong hình vẽ bên, các điểm A, B, C, D lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng OA'', OB'', OC'', OD'' . Quan sát hình vẽ và cho biết

- Hai hình thoi $A'B'C'D'$ và $A''B''C''D''$ có bằng nhau hay không?
- Hai hình thoi $A'B'C'D'$ và $ABCD$ có đồng dạng hay không?



Lời giải.

- Hai hình thoi $A'B'C'D'$ và $A''B''C''D''$ bằng nhau vì đặt hai mảnh giấy chứa hai hình thoi này thì chúng chồng khít lên nhau.
- Vì A, B, C, D lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng OA'', OB'', OC'', OD'' nên

$$\frac{OA}{OA''} = \frac{OB}{OB''} = \frac{OC}{OC''} = \frac{1}{2}.$$

Do đó hai hình thoi $ABCD$ và $A''B''C''D''$ là đồng dạng phối cảnh.

Mà hai hình thoi $A'B'C'D'$ và $A''B''C''D''$ bằng nhau nên hai hình thoi $A'B'C'D'$ và $ABCD$ cũng đồng dạng phối cảnh. $\square$

Bài 47. Cho tam giác ABC có $AB = 3, BC = 6, CA = 5$. Cho O, I là hai điểm phân biệt

- Giả sử tam giác $A'B'C'$ là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với O là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A'B'}{AB} = 3$. Hãy tìm độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$?

- b) Giả sử tam giác $A''B''C''$ là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với I là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A''B''}{AB} = 3$. Hãy tìm độ dài các cạnh của tam giác $A''B''C''$?
- c) Chứng minh $\triangle A'B'C' = \triangle A''B''C''$.

Lời giải.

- a) Vì $\triangle A'B'C'$ là hình đồng dạng phối cảnh của $\triangle ABC$ với O là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A'B'}{AB} = 3$ nên $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = 3$.
Khi đó

$$\text{Hình 1} \quad A'B' = 3 \cdot AB \Rightarrow A'B' = 3 \cdot 3 = 9.$$

$$\text{Hình 2} \quad A'C' = 3 \cdot AC \Rightarrow A'C' = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$\text{Hình 3} \quad B'C' = 3 \cdot BC \Rightarrow B'C' = 3 \cdot 6 = 18.$$

- b) Vì $\triangle A''B''C''$ là hình đồng dạng phối cảnh của $\triangle ABC$ với I là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A''B''}{AB} = 3$ nên

$$\text{Hình 4} \quad A''B'' = 3 \cdot AB \Rightarrow A''B'' = 3 \cdot 3 = 9.$$

$$\text{Hình 5} \quad A''C'' = 3 \cdot AC \Rightarrow A''C'' = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$\text{Hình 6} \quad B''C'' = 3 \cdot BC \Rightarrow B''C'' = 3 \cdot 6 = 18.$$

- c) Xét $\triangle A'B'C'$ và $\triangle A''B''C''$, ta có

$$\text{Hình 7} \quad A''B'' = A'B' = 9.$$

$$\text{Hình 8} \quad A''C'' = A'C' = 15.$$

$$\text{Hình 9} \quad B''C'' = B'C' = 18.$$

Vậy $\triangle A'B'C' = \triangle A''B''C''$.

□

Bài 48. Cho hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ có $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC}$. Trên các tia AB, AC, AD ta lần lượt lấy các điểm B'', C'', D'' sao cho $\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD} = \frac{B'C'}{BC}$. Chứng minh

- a) Hình chữ nhật $AB''C''D''$ đồng dạng phối cảnh với $ABCD$;
b) $AB'' = A'B'$; $B''C'' = B'C'$;
c) Hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là đồng dạng.

Lời giải.

- a) Chứng minh hình chữ nhật $AB''C''D''$ đồng dạng phối cảnh với $ABCD$;
Ta có

$$\text{Hình 10} \quad \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC} \text{ suy ra } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}. \quad (1)$$

$$\text{Hình 11} \quad \frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD} = \frac{B'C'}{BC}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$.

Do đó, hai hình chữ nhật $AB''C''D''$ và $ABCD$ đồng dạng phối cảnh.

b) Chứng minh $AB'' = A'B'$; $B''C'' = B'C'$.

Ta có

 Hai hình chữ nhật $AB''C''D''$ và $ABCD$ đồng dạng phối cảnh suy ra

$$\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD} = \frac{B''C''}{BC}. \quad (3)$$

 Theo câu a) ta có $\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $AB'' = A'B'$; $B''C'' = B'C'$.

c) Chứng minh hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là đồng dạng.

Ta có

 Hai hình chữ nhật $AB''C''D''$ và $ABCD$ đồng dạng phối cảnh.

 $AB'' = A'B'$; $B''C'' = B'C'$ suy ra hai hình chữ nhật $AB''C''D''$ và $A'B'C'D'$ đồng dạng phối cảnh.

Do đó hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là đồng dạng.

□

Chủ đề 10. HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG THỰC TIỄN

A HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG THẾ GIỚI TỰ NHIÊN

Trong thế giới tự nhiên xuất hiện nhiều vật thể có hình ảnh liên quan đến hình đồng dạng, chẳng hạn các vật thể có cấu trúc fractal. Một định nghĩa tổng quát cho các cấu trúc fractal là: “Một cấu trúc hình học có thể chia thành nhiều phần, mỗi phần có dạng thu nhỏ của cấu trúc hoàn chỉnh ban đầu” Các cấu trúc dạng này có thể xuất hiện dưới dạng các đám mây, bông tuyết, một nhánh dương xỉ, các dãy núi hoặc thậm chí là sự dao động của thị trường chứng khoán hay hệ thống thần kinh con người. Mặc dù các fractal đã được biết đến từ lâu nhưng mãi đến thập niên 80 của thế kỉ XX nhà toán học Pháp gốc Ba Lan Benoit Mandelbrot mới đưa ra Hình học fractal để nghiên cứu chúng một cách có hệ thống. Dưới đây là hình ảnh một số vật thể tự nhiên có cấu trúc fractal:



Lá Dương xỉ
(Ảnh: Sergej Razvodovskij)



Súp lơ xanh Romanesco
(Ảnh: Nataly Studio)



Cây bắp cải
(Ảnh: Quality Stock Arts)



Lô hội xoắn ốc
(Ảnh: Bildagentur Zoonar GmbH)

B HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG NGHỆ THUẬT, KIẾN TRÚC

Một trong các nguyên tắc quan trọng với nghệ thuật hay kiến trúc là nguyên tắc phối cảnh. Hầu hết thiết kế về kiến trúc, đồ họa, hay một tác phẩm nghệ thuật nào đều phải thực hiện tốt yếu tố phối cảnh. Vì thế, bố cục có tính đến những yếu tố phối cảnh thường được sử dụng trong các tác phẩm nghệ thuật hay kiến trúc. Dưới đây là một vài ví dụ:

1. Danh họa Raphael (tên đầy đủ là Raffaello Sanzio da Urbino, 1483 – 1520) khi vẽ bức tranh “Lễ trao nhẫn cho Maria” đã sử dụng nguyên tắc phối cảnh. Những đường màu đỏ ở Hình 97 thực chất là song song với nhau và hướng từ người xem nhìn vào bức tranh, chúng

hội tụ tới điểm gọi là điểm mất hút (tiếng Anh là “vanishing point”, tiếng Pháp là “point de fuite”). Nguyên tắc phối cảnh như vậy đã tạo nên chiều sâu của bức tranh.



Bức tranh “Lễ trao nhẫn cho Maria”



Hình 97

2. Bức tranh “Trường phái triết học Athens” (School of Athens) của danh họa Raphael cũng sử dụng nguyên tắc phối cảnh. Những đường màu đỏ ở Hình 98 thực chất là song song với nhau và hướng từ người xem nhìn vào bức tranh, chúng hội tụ tới điểm mất hút. Đường thẳng màu xanh nằm ngang trên bức tranh và đi qua điểm mất hút được gọi là đường chân trời (tiếng Anh là “horizon line”). Nguyên tắc phối cảnh như vậy cũng đã tạo nên chiều sâu của bức tranh.



Bức tranh “Trường phái triết học Athens”



Hình 98

© HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

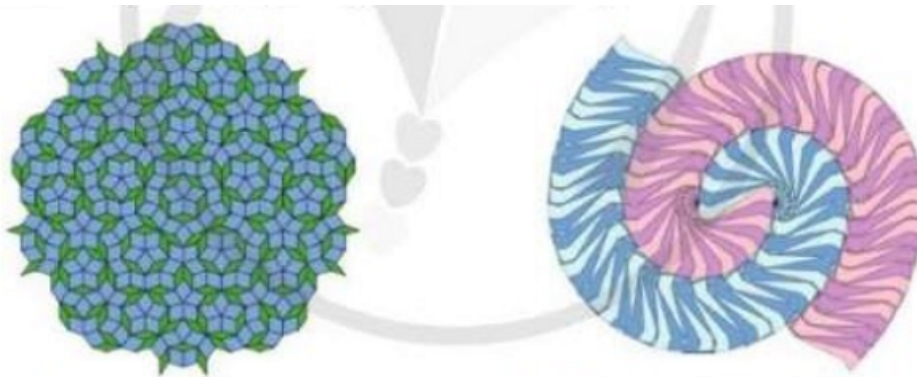
Các hình đồng dạng cũng được sử dụng nhiều trong khoa học và công nghệ. Dưới đây là một vài ví dụ:

① Lược đồ Việt Nam:



(Nguồn: Trung tâm Biên giới và Địa giới - Cục Đo đạc và Bản đồ Việt Nam)

② Các Tessellations được sử dụng trong thiết kế và trang trí:



Tessellation Penrose

Xoắn đơn của Heinz Voderberg

(Nguồn ảnh: <https://vi.tr2tr.wiki/Tessellation>)

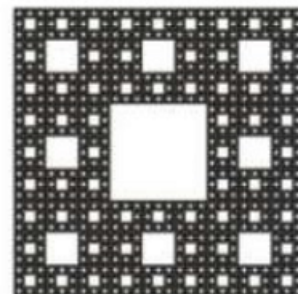
③ Một số cấu trúc fractal cơ bản trong toán học:



Bông tuyết Koch
(Minh họa: Astronira)



Fractal Mandelbrot
(Minh họa: Vít Smolek)



Thảm Sierpinski
(Minh họa: Zita)

D BÀI TẬP

Bài 49. Tìm hiểu thêm về những hình đồng dạng trong tự nhiên (với vật chất, cây cối, ... trong nghệ thuật, trang trí, trong thiết kế, ...

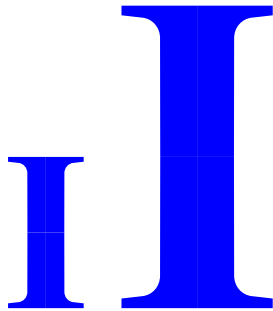
Lời giải.

Hình đồng dạng trong tự nhiên: các ô trong tổ ong, lá cỏ may mắn (hình), ...



□

Bài 50. Gấp và cắt giấy thành những chữ cái in hoa đồng dạng với nhau theo mẫu (Hình 99, Hình 100) sau đây:



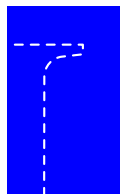
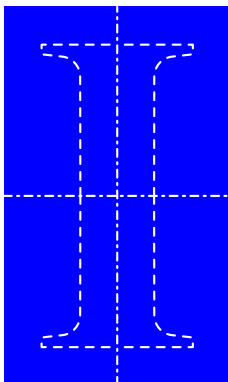
Hình 99



Hình 100

Lời giải.

Cắt chữ I: Gấp giấy màu làm 4 theo theo đường chấm gạch và cắt theo đường kẻ gạch.
Cắt chữ T: Gấp giấy màu làm 2 theo theo đường chấm gạch và cắt theo đường kẻ gạch.



□

E TÌM TÒI MỞ RỘNG

Hai tam giác đồng dạng có là hai hình đồng dạng không?

Ở §5, ta đã định nghĩa tam giác $A'B'C'$ là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$$\widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C}; \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k (*).$$

Xét $k \neq 1$. Trên các tia AB, AC , ta lần lượt lấy các điểm B'', C'' sao cho $AB'' = A'B'$; $AC'' = A'C'$ (Hình 101).

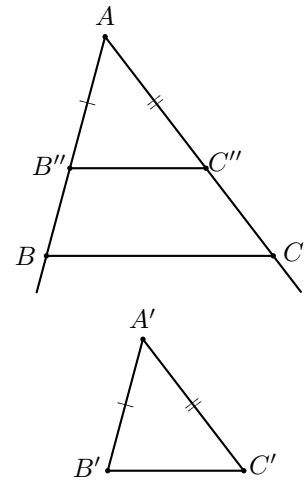
Ta có: $\frac{AB''}{AB} = \frac{A'B'}{AB} = k$; $\frac{AC''}{AC} = \frac{A'C'}{AC} = k$. Suy ra $\frac{A'B''}{AB} = \frac{AC''}{AC}$.

Theo định lí Thalès đảo, ta có $B''C'' \parallel BC$.

Suy ra $\frac{AB''}{AB} = \frac{B''C''}{BC} = k$ (hệ quả của định lí Thalès).

Vì thế, ta có: $\frac{B'C'}{BC} = \frac{B''C''}{BC}$. Do đó $B''C'' = B'C'$.

Suy ra $\triangle A'B'C' = \triangle AB''C''$ (c.c.c).



Hình 101

Mặt khác, vì $\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC}$ nên tam giác $AB''C''$ đồng dạng phối cảnh với tam giác ABC . Vậy hai tam giác $A'B'C'$ và ABC là hai hình đồng dạng.

❖ **Nhận xét 10.1.** Định nghĩa hai tam giác $A'B'C'$ và ABC đồng dạng bằng điều kiện (*) thực chất là dấu hiệu để nhận ra hai hình đó đồng dạng.

Chủ đề 11. BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

A PHẦN TRẮC NGHIỆM

- ❖ **Câu 1.** Cho $\triangle DEG \sim \triangle MNP$, $\widehat{E} = 60^\circ$, $\widehat{M} = 40^\circ$. Số đo góc D bằng bao nhiêu độ?
 (A) 40° . (B) 50° . (C) 60° . (D) 80° .

📁 **Lời giải.**

Ta có $\widehat{D} = \widehat{M} = 40^\circ$.

Chọn đáp án (A) ☐

- ❖ **Câu 2.** Cho $\triangle DEG \sim \triangle MNP$, $\widehat{E} = 60^\circ$, $\widehat{M} = 40^\circ$. Số đo góc N bằng bao nhiêu độ?
 (A) 40° . (B) 50° . (C) 60° . (D) 80° .

📁 **Lời giải.**

Ta có $\widehat{N} = \widehat{E} = 60^\circ$.

Chọn đáp án (C) ☐

- ❖ **Câu 3.** Cho $\triangle DEG \sim \triangle MNP$, $\widehat{E} = 60^\circ$, $\widehat{M} = 40^\circ$. Số đo góc P bằng bao nhiêu độ?
 (A) 40° . (B) 50° . (C) 60° . (D) 80° .

📁 **Lời giải.**

Ta có $\widehat{D} = \widehat{M} = 40^\circ$, $\widehat{N} = \widehat{E} = 60^\circ$.

Suy ra $\widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{N} = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$.

Chọn đáp án (D) ☐

- ❖ **Câu 4.** Cho $\triangle DEG \sim \triangle MNP$, $DE = 2$ cm, $DG = 4$ cm, $MN = 4$ cm, $NP = 6$ cm. Độ dài cạnh EG là
 (A) 2 cm. (B) 3 cm. (C) 4 cm. (D) 8 cm.

📁 **Lời giải.**

Ta có dãy tỉ lệ $\frac{DE}{MN} = \frac{EG}{NP} = \frac{DG}{MP}$.

Suy ra $EG = NP \cdot \frac{DE}{MN} = 6 \cdot \frac{2}{4} = 3$ (cm).

Chọn đáp án (B) ☐

- ❖ **Câu 5.** Cho $\triangle DEG \sim \triangle MNP$, $DE = 2$ cm, $DG = 4$ cm, $MN = 4$ cm, $NP = 6$ cm. Độ dài cạnh MP là
 (A) 2 cm. (B) 3 cm. (C) 4 cm. (D) 8 cm.

📁 **Lời giải.**

Ta có dãy tỉ lệ $\frac{DE}{MN} = \frac{EG}{NP} = \frac{DG}{MP}$.

Suy ra $MP = \frac{MN \cdot DG}{DE} = 4 \cdot 4 : 2 = 8$ (cm).

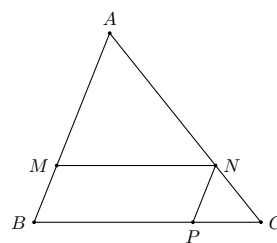
Chọn đáp án (C) ☐

B PHẦN TỰ LUẬN

📝 **Bài 51.**

Cho tam giác ABC , các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BC sao cho tứ giác $BMNP$ là hình bình hành (Hình 102).

Chứng minh $\frac{MN}{BC} + \frac{NP}{AB} = 1$.



Hình 102

Lời giải.

Ta có $MN \parallel BC$ (Cạnh đối của hình bình hành).

Suy ra theo hệ quả của định lý Thalès ta có $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$.

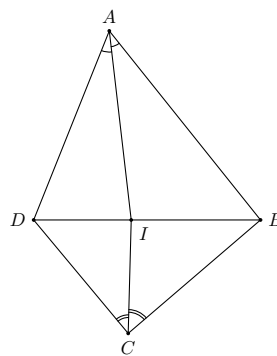
Ta có $NP \parallel AB$ (Cạnh đối của hình bình hành).

Suy ra theo hệ quả của định lý Thalès ta có $\frac{NP}{AB} = \frac{NC}{AC}$.

Do đó $\frac{MN}{BC} + \frac{NP}{AB} = \frac{AN}{AC} + \frac{NC}{AC} = \frac{AN + NC}{AC} = \frac{AC}{AC} = 1$. □

Bài 52.

Cho tứ giác $ABCD$. Tia phân giác của các góc BAD và BCD cắt nhau tại điểm I . Biết I thuộc đoạn thẳng BD (Hình 103). Chứng minh $AB \cdot CD = AD \cdot BC$.



Hình 103

Lời giải.

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác ABD ta có

$$\frac{ID}{IB} = \frac{AD}{AB}.$$

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác CBD ta có

$$\frac{ID}{IB} = \frac{CD}{CB}.$$

Suy ra $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow AB \cdot CD = AD \cdot BC$. □

Bài 53. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, BC, AN và Q là giao điểm của AN và DM . Chứng minh:

a) $MP \parallel AD, MP = \frac{1}{4}AD$;

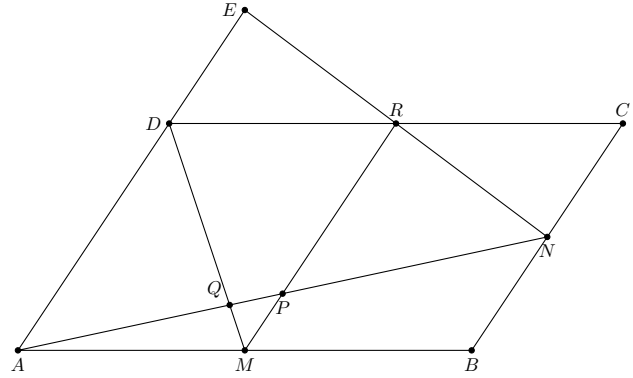
b) $AQ = \frac{2}{5}AN$.

c) Gọi R là trung điểm của CD . Chứng minh ba điểm M, P, R thẳng hàng và $PR = \frac{3}{4}AD$.

Lời giải.

- a) Xét tam giác ABN có $MA = MB$ và $PA = PN$ (giả thiết), nên MP là đường trung bình của tam giác ABN . Khi đó $MP \parallel BN$, mà $BN \parallel AD$ (cạnh đối của hình bình hành), suy ra $MP \parallel AD$ (theo tính chất bắc cầu).

Mặt khác $MP = \frac{1}{2}BN$, mà $BN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD$.
Suy ra $MP = \frac{1}{4}AD$.



- b) Do $MP \parallel AD$, theo định lý Thalès ta có $\frac{PQ}{AQ} = \frac{MP}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{PQ + AQ}{AQ} = \frac{5}{4} = \frac{AP}{AQ}$.

Do $AP = \frac{1}{2}AN$ nên $\frac{\frac{1}{2}AN}{AQ} = \frac{5}{4} \Rightarrow AQ = \frac{2}{5}AN$.

- c) Kéo dài RN cắt AD tại E suy ra $DE \parallel NC$, theo định lý Thalès ta có

$$\frac{NC}{DE} = \frac{RN}{RE} = \frac{RC}{RD} = 1 \Rightarrow RN = RE \text{ và } DE = NC. \quad (1)$$

Xét tam giác ANE có $PA = PN$ (giả thiết) và $RN = RE$ (chứng minh trên), suy ra PR là đường trung bình của tam giác ANE .

Khi đó $PR \parallel AD$, theo câu a) ta cũng có $MP \parallel AD$.

Theo tiên đề Euclide, ta có ba điểm M, P, R thẳng hàng.

$$\text{Từ (1), ta có } DE = NC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD. \quad (2)$$

Mặt khác theo tính chất đường trung bình ta có

$$\frac{1}{2} = \frac{PR}{AE} = \frac{PR}{AD + DE}, \text{ theo (2) ta có}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{PR}{AD + \frac{1}{2}AD} = \frac{2PR}{3AD} \Rightarrow PR = \frac{3}{4}AD.$$

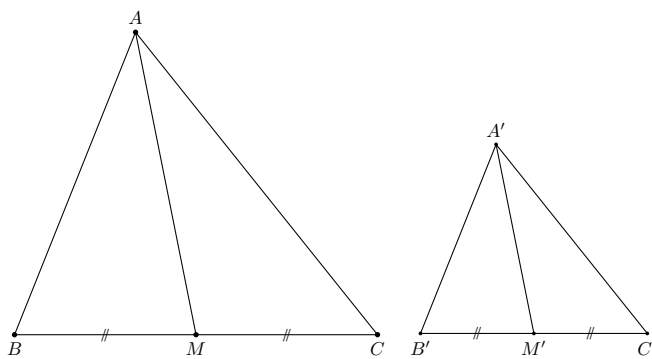
□

Bài 54. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k .

- a) Gọi $AM, A'M'$ lần lượt là các đường trung tuyến của tam giác $ABC, A'B'C'$. Chứng minh $\triangle ABM \sim \triangle A'B'M'$ và $\frac{AM}{A'M'} = k$.
- b) Gọi $AD, A'D'$ lần lượt là các đường phân giác của tam giác $ABC, A'B'C'$. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ và $\frac{AD}{A'D'} = k$.
- c) Gọi $AH, A'H'$ lần lượt là các đường cao của tam giác $ABC, A'B'C'$ và $\widehat{ABC} < 90^\circ$. Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$ và $\frac{AH}{A'H'} = k$.

Lời giải.

- a) Trường hợp $AM, A'M'$ là các đường trung tuyến



Theo giả thiết $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ta có $\widehat{ABM} = \widehat{A'B'M'}$, (1)

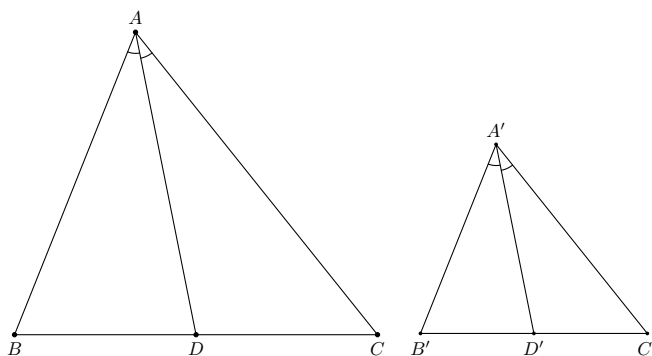
và $\frac{AB}{A'B'} = k$ và $\frac{BC}{B'C'} = k$.

Do M, M' là trung điểm của $BC, B'C'$ nên $BC = 2BM$ và $B'C' = 2B'M'$.

Suy ra $k = \frac{BC}{B'C'} = \frac{2BM}{2B'M'} = \frac{BM}{B'M'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'}$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $\triangle ABM \sim \triangle A'B'M'$ (g-c-g) $\Rightarrow \frac{AM}{A'M'} = k$.

b) Trường hợp $AM, A'M'$ là các đường phân giác

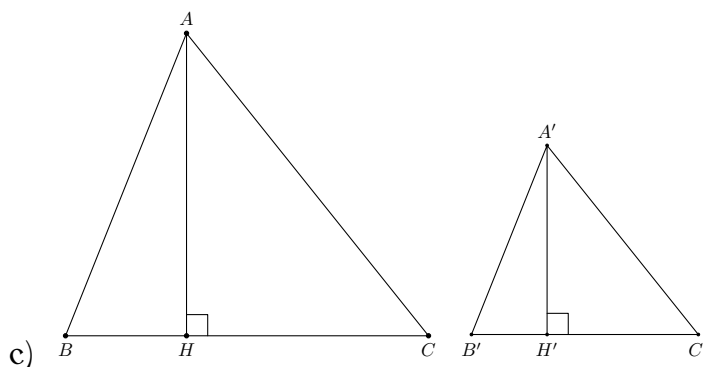


Theo giả thiết $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ta có $\widehat{ABD} = \widehat{A'B'D'}$, (3)

và $\frac{AB}{A'B'} = k$ và $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$.

Do $AD, A'D'$ là các đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ và $\widehat{B'A'C'}$ nên $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAD}$ và $\widehat{B'A'C'} = 2\widehat{B'A'D'} \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{B'A'D'}$. (4)

Từ (3) và (4), ta có $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AD}{A'D'} = \frac{AB}{A'B'} = k$.



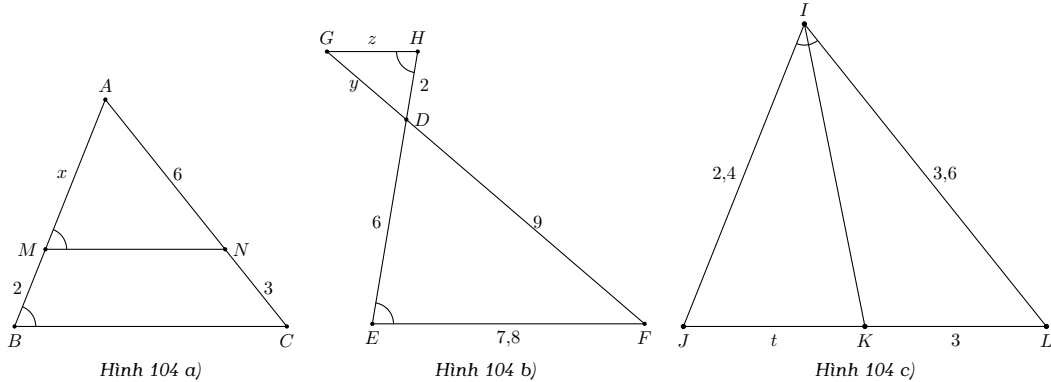
Theo giả thiết $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ta có $\widehat{ABH} = \widehat{A'B'H'}$ và $\frac{AB}{A'B'} = k$. (5)

Mặt khác $\widehat{AHB} = \widehat{A'H'B'} = 90^\circ$. (6)

Từ (5) và (6), ta có $\triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = k$.

□

Bài 55. Tính các độ dài x, y, z, t ở các Hình 104 a, 104 b, 104 c.



Lời giải.

Xét hình 104 a, theo định lý Thalès ta có

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 4.$$

Xét hình 104 b, theo định lý Thalès ta có

$$\frac{GD}{DF} = \frac{HD}{DE} = \frac{GH}{EF} \Rightarrow \frac{y}{9} = \frac{2}{6} = \frac{z}{7.8}$$

$$\Rightarrow y = 9 \cdot \frac{2}{6} = 3 \text{ và } z = 7.8 \cdot \frac{2}{6} = 2.6.$$

Xét hình 104 c, theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{KJ}{KL} = \frac{IJ}{IL} \Rightarrow \frac{t}{3} = \frac{2.4}{3.6} \Rightarrow t = 2.$$

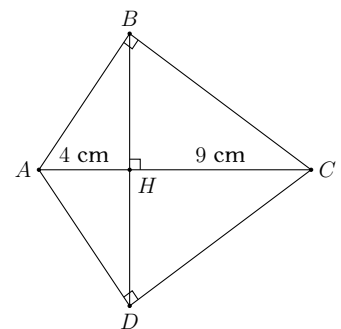
□

Bài 56.

Cho Hình 105. Chứng minh

a) $\triangle HAB \sim \triangle HBC$;

b) $HB = HD = 6 \text{ cm}$.



Hình 105

Lời giải.

a) Ta có $\triangle HAB$ và $\triangle HBC$ vuông tại H .

Trong tam giác $\triangle HAB$ có $\widehat{HAB} + \widehat{HBA} = 90^\circ$.

Mặt khác $\widehat{HBC} + \widehat{HBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{HBC}$.

Do đó $\triangle HAB \sim \triangle HBC$.

b) Do $\triangle HAB \sim \triangle HBC$

$$\Rightarrow \frac{HA}{HB} = \frac{HB}{HC} \Rightarrow HB^2 = HA \cdot HC = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow HB = 6 \text{ (cm)}.$$

Chứng minh tương tự câu a) ta có $\triangle HAD \sim \triangle HDC$ và tương tự trên ta có $HD^2 = HA \cdot HC = 36 \Rightarrow HD = 6$ (cm).
 Vậy $HB = HD = 6$ cm.

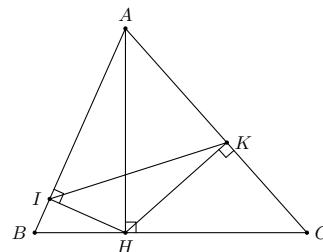
□

✎ Bài 57.

Cho Hình 106. Chứng minh

a) $AH^2 = AB \cdot AI = AC \cdot AK$;

b) $\widehat{AIK} = \widehat{ACH}$.



Hình 106

📖 Lời giải.

a) Ta có $\triangle HAB$ vuông tại H và $\triangle IAH$ vuông tại I có chung góc HAB .

Do đó $\triangle HAB \sim \triangle IAH$.

$$\Rightarrow \frac{HA}{AI} = \frac{AB}{HA} \Rightarrow HA^2 = AB \cdot AI.$$

Chứng minh tương tự cho $\triangle KAH$ và $\triangle HAC$, ta có $HA^2 = AC \cdot AK$.

Vậy $AH^2 = AB \cdot AI = AC \cdot AK$.

b) Theo câu a) $AB \cdot AI = AC \cdot AK \Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AI}$. (1)

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle AKI$ có (1) và chung góc $\widehat{BAC}$.

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AKI \text{ (c-g-c)}.$$

$$\Rightarrow \widehat{AIK} = \widehat{ACH} \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

□

✎ Bài 58. Cho tam giác ABC có M, N là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $MN \parallel BC$. Gọi I, P, Q lần lượt là giao điểm của BN và CM , AI và MN , AI và BC . Chứng minh

a) $\frac{MP}{BQ} = \frac{PN}{QC} = \frac{AP}{AQ}$.

b) $\frac{MP}{QC} = \frac{PN}{BQ} = \frac{IP}{IQ}$

📖 Lời giải.

a) Xét tam giác ABQ , có $MP \parallel BQ$,

theo hệ quả của định lý Thalès ta có $\frac{MP}{BQ} = \frac{AP}{AQ}$. (1)

Xét tam giác ACQ , có $NP \parallel QC$,

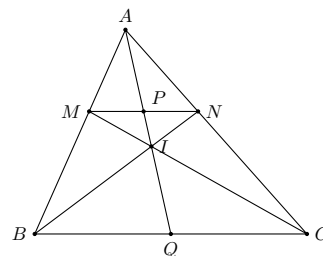
theo hệ quả định lý Thalès ta có $\frac{PN}{QC} = \frac{AP}{AQ}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{MP}{BQ} = \frac{PN}{QC} = \frac{AP}{AQ}$.

b) Ta có $MP \parallel QC$, theo định lý Thalès ta có $\frac{MP}{QC} = \frac{IP}{IQ}$. (3)

Ta có $PN \parallel BQ$, theo định lý Thalès ta có $\frac{PN}{BQ} = \frac{IP}{IQ}$. (4)

Từ (3) và (4) ta có $\frac{MP}{QC} = \frac{PN}{BQ} = \frac{IP}{IQ}$.



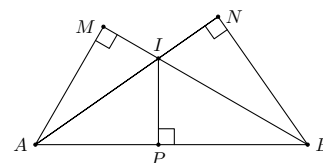


Bài 59.

Cho Hình 107. Chứng minh

a) $\triangle ABN \sim \triangle AIP$ và $AI \cdot AN = AP \cdot AB$;

b) $AI \cdot AN + BI \cdot BM = AB^2$.



Hình 107

Lời giải.

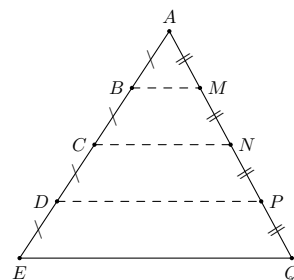
a) Ta có $\triangle ABN$ vuông tại N và $\triangle AIP$ vuông tại P và góc $\widehat{BAN}$ chung
 $\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle AIP$ (hai tam giác vuông có một góc nhọn bằng nhau).
 $\Rightarrow \frac{AB}{AI} = \frac{AN}{AP} \Rightarrow AI \cdot AN = AP \cdot AB$. (1)

b) Chứng minh tương tự câu a) ta có $\triangle ABM \sim \triangle IBP \Rightarrow BI \cdot BM = PB \cdot AB$. (2)
 Cộng (1) và (2) ta được
 $AI \cdot AN + BI \cdot BM = AP \cdot AB + PB \cdot AB = (AP + PB) \cdot AB = AB^2$.



Bài 60.

Sau một thời gian sử dụng, một tủ sách nghệ thuật đã có dấu hiệu bị xuống cấp và cần sửa lại (Hình 108). Các ngăn BM, CN và DP gỗ bị hỏng và cần thay mới. Bác Ngọc cần ba miếng ván sao cho khớp với các vị trí này. Em hãy giúp bác Ngọc tính toán chiều dài các miếng ván BM, CN, DP sao cho khớp với các vị trí cần thay thế. Biết chiều dài miếng ván EQ bằng 4 m.



Hình 108

Lời giải.

Theo hệ quả của định lý Thalès ta có

$$\frac{BM}{EQ} = \frac{AM}{AQ} = \frac{1}{4} \Rightarrow BM = EQ \cdot \frac{1}{4} = 1 \text{ (m)}.$$

$$\frac{CN}{EQ} = \frac{AN}{AQ} = \frac{2}{4} \Rightarrow CN = EQ \cdot \frac{2}{4} = 2 \text{ (m)}.$$

$$\frac{DP}{EQ} = \frac{AP}{AQ} = \frac{3}{4} \Rightarrow DP = EQ \cdot \frac{3}{4} = 3 \text{ (m)}.$$

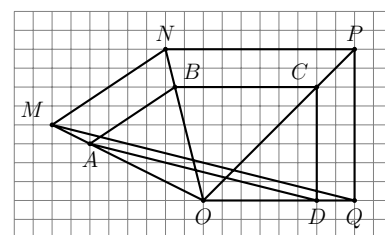
Vậy độ dài của các miếng ván BM, CN, DP lần lượt là 1 m, 2 m và 3 m.



Bài 61.

Cho Hình 109. Hình nào đồng dạng phối cảnh với

- a) Tam giác OAB ? b) Tam giác OBC ?
 c) Tam giác OCD ? d) Tứ giác $ABCD$?



Hình 109

Lời giải.

a) $\triangle OAB \sim \triangle OMN$.

b) $\triangle OBC \sim \triangle ONP$.

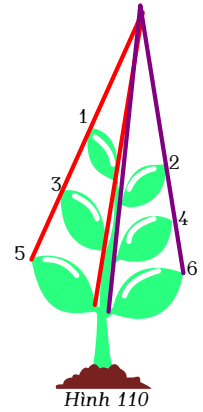
c) $\triangle OCD \sim \triangle OPQ$.

d) Tứ giác $MNPQ$ đồng dạng với tứ giác $ABCD$.

□

Bài 62.

Hình 110 có ghi thứ tự của 6 lá mầm, trong đó có nhiều cặp lá mầm gợi nên những cặp hình đồng dạng. Hãy viết 6 cặp lá mầm gợi nên những hình đồng dạng.



Hình 110

Lời giải.

6 cặp lá mầm gợi nên những hình đồng dạng là:

+) 1 và 3;

+) 1 và 5;

+) 5 và 3;

+) 2 và 4;

+) 2 và 6;

+) 6 và 4.

□