

(ĐỀ CHÍNH THỨC)

MÃ ĐỀ: 0121

MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút;

(Đề gồm có 22 câu; 04 trang)

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

- A. $x = 65$. B. $x = 66$. C. $x = 68$. D. $x = 63$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \cos x$ là

- A. $1 - \sin x + C$. B. $x - \sin x + C$. C. $x + \sin x + C$. D. $1 + \sin x + C$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y		2		3	5

Diagram description: A graph showing a function y = f(x) with a vertical asymptote at x = 1. The function is increasing on both sides of the asymptote. The y-axis has values 2 and 3 marked. The x-axis has values -∞ and +∞ marked. The function passes through (2, 2) and (3, 3).

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

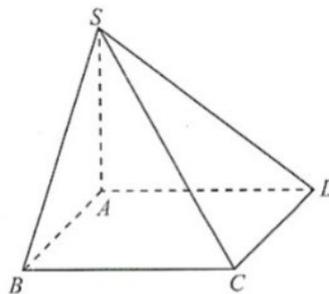
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN .

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$. B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
C. $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$. D. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với $(ABCD)$.



Khi đó, mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng

- A. $(ABCD)$. B. (SBC) . C. (SAD) . D. (SAC) .

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5, u_{10} = 15$. Số hạng thứ bảy của cấp số cộng đã cho là

- A. $u_7 = 9$. B. $u_7 = 7$. C. $u_7 = 8$. D. $u_7 = 12$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1	4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n}_1 = (-2; -1; 1)$.

Câu 9. Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm A và B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A	$[1, 6; 1, 8)$	$[1, 8; 2, 0)$	$[2, 0; 2, 2)$	$[2, 2; 2, 4)$	$[2, 4; 2, 6)$
Tần số	12	25	18	10	2
Nhóm B	$[2, 0; 2, 2)$	$[2, 2; 2, 4)$	$[2, 4; 2, 6)$	$[2, 6; 2, 8)$	$[2, 8; 3, 0)$
Tần số	24	50	36	20	4

Gọi S_A^2 và S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm A và B . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_B^2 = 4S_A^2$. B. $S_A^2 = S_B^2$. C. $S_A^2 = S_B^2 - 0,16$. D. $S_B^2 = 2S_A^2$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $(1; 3]$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; -2; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 20$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng

- A. $\frac{13\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{13}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x - \ln(2x+1)$ có tập xác định là D .

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.
b) $x = \frac{1}{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số.
c) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \frac{1}{2x+1}, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
d) $D = (0; +\infty)$.

Câu 2. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng (gồm 2 phân xưởng I và II). Kết quả khảo sát như sau:

Khảo sát công nhân	Kết quả khảo sát	
	Hài lòng	Không hài lòng
Số công nhân phân xưởng I	23	12

Số công nhân phân xưởng II	25	15
----------------------------	----	----

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Gọi A là biến cố "Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I" và B là biến cố "Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng".

a) Biết công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng. Xác suất gặp được công nhân thuộc phân xưởng II là $\frac{13}{25}$.

b) Biết công nhân đó thuộc phân xưởng I. Xác suất gặp được công nhân không hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng là $\frac{12}{35}$.

c) Xác suất của biến cố A là $\frac{7}{15}$.

d) Xác suất của biến cố B là $\frac{13}{20}$.

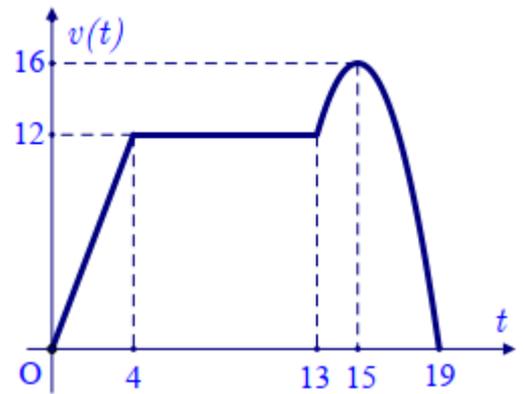
Câu 3. Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ bên.

a) Tại thời điểm $t = 15$ giây, vận tốc của chất điểm bằng $16m/s$.

b) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 228 mét.

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 48m.

d) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol. Khi đó $v(t) = -t^2 + 30t - 209(m/s)$.



Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 kilômét, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(3; -2; 5)$ trên một ngôi làng ven biển và được thiết kế với bán kính phủ sóng là 6 km.

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$.

b) Một người đi tàu đến vị trí có tọa độ $M(-2; 5; 3)$ thì tại vị trí này vẫn có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng.

c) Một hòn đảo nhỏ có dạng hình tam giác với các đỉnh có tọa độ là $A(5; 7; 2), B(-6; 2; 3), C(2; -5; -3)$. Hòn đảo đó nằm trên mặt phẳng cách trạm thu phát sóng một khoảng bằng 5,89km (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Từ vị trí $N\left(2; 1; \frac{55}{49}\right)$ trên hòn đảo, một người chèo thuyền di chuyển với vector vận tốc $\vec{v} = (2; 3; 0)$.

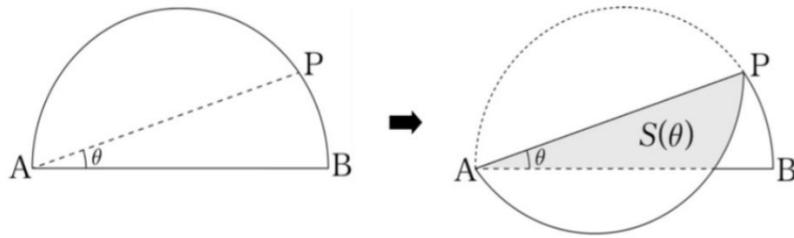
Sau nửa giờ, người đó chưa thể sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1. Bạn An làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất An làm đúng bài thứ nhất là 0,9. Nếu An làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 80%; nhưng nếu An làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 30%. Xác suất để An làm đúng bài thứ nhất biết rằng An đã làm đúng bài thứ hai bằng $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}$ và $(m, n) = 1$. Tính $m^2 + n^2$.

Câu 2. Cho mảnh giấy màu hình bán nguyệt có đường kính là đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2. Trên cung AB lấy một điểm P . Gấp mảnh giấy theo nếp gấp là đoạn thẳng AP sao cho hai phần giấy khít lên nhau. Khi $\widehat{PAB} = \theta$ (với $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$), gọi $S(\theta)$ là diện tích phần giấy bị chồng lên nhau.

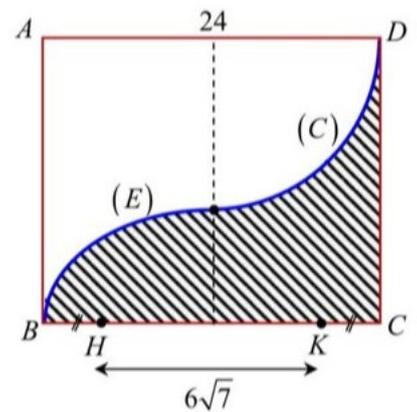


Giả sử $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất tại $\theta = \alpha$. Hỏi giá trị của $\cos \alpha$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Ông Bình cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 triệu VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông Bình có đủ tiền tiết kiệm để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 450 triệu VNĐ?

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 2, BC = \sqrt{13}, CC' = 4$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Cho miền hình phẳng (H) được giới hạn bởi các cạnh BC, CD của hình chữ nhật và các cung phần tư của đường elip (E) và đường tròn (C) (phần gạch chéo ở hình bên). Biết (C) có bán kính bằng 12 cm với tâm là trung điểm của cạnh AD và (E) là elip có hai tiêu điểm H và K cách nhau $6\sqrt{7} \text{ cm}$. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi miền (H) quay quanh trục BC . Tính thể tích của vật thể này theo đơn vị cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 mét, một công ty xây dựng đang triển khai hệ thống cấp nước thông minh trong một khu công nghiệp. Mô tả sơ đồ lắp đặt như sau:

* Bồn chứa nước A được đặt trên tầng cao của nhà máy, có tọa độ $A(5;0;6)$.

* Máy lọc nước B nằm ở một vị trí trong khu xử lý, có tọa độ $B(3;5;0)$.

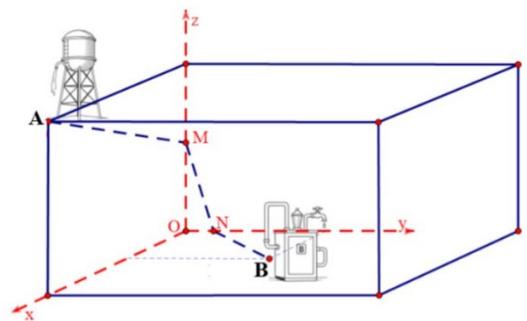
Do địa hình phức tạp, đường ống nước phải được lắp đặt gấp khúc gồm 3 đoạn:

* Đường ống từ bồn A đi qua trục Oz tại một điểm M .

* Từ M nối ống đến trục Oy tại một điểm N .

* Cuối cùng nối tiếp đến điểm B (đường ống đi theo gấp khúc $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$).

Khi đó, chiều dài tối thiểu của đường ống là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười).



----HẾT----

(ĐỀ CHÍNH THỨC)
MÃ ĐỀ: 0122

MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút;
(Đề gồm có 22 câu; 04 trang)

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2	$+\infty$	5

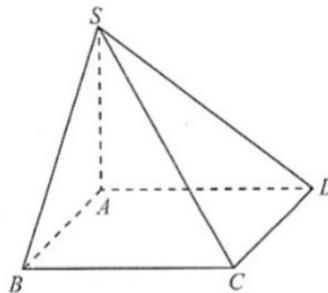
Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - \cos x$ là

- A. $1 - \sin x + C$. B. $x - \sin x + C$. C. $1 + \sin x + C$. D. $x + \sin x + C$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với $(ABCD)$.



Khi đó, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng

- A. (SAB) . B. (SAC) . C. (SBC) . D. $(ABCD)$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5, u_{10} = 15$. Số hạng thứ tám của cấp số cộng đã cho là

- A. $u_8 = 11$. B. $u_8 = 12$. C. $u_8 = 9$. D. $u_8 = 10$.

Câu 5. Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm A và B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A	[1, 6; 1, 8)	[1, 8; 2, 0)	[2, 0; 2, 2)	[2, 2; 2, 4)	[2, 4; 2, 6)
Tần số	12	25	18	10	2
Nhóm B	[2, 0; 2, 2)	[2, 2; 2, 4)	[2, 4; 2, 6)	[2, 6; 2, 8)	[2, 8; 3, 0)
Tần số	24	50	36	20	4

Gọi S_A^2 và S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm A và B . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_B^2 = 2S_A^2$. B. $S_A^2 = S_B^2 - 0,16$. C. $S_B^2 = 4S_A^2$. D. $S_A^2 = S_B^2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 2; 3)$ và $A(1; -2; 1)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 20$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 5$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{125}{6}$.

D. $\frac{125\pi}{6}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{4}$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3]$.

D. $(1; 3]$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_4(x+1) = 3$ là

A. $x = 68$.

B. $x = 65$.

C. $x = 63$.

D. $x = 66$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2 = (1; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$.

C. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$.

D. $\vec{n}_1 = (-1; -2; 1)$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$.

B. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$.

C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

D. $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-2; 3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 kilômét, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(3; -2; 5)$ trên một ngôi làng ven biển và được thiết kế với bán kính phủ sóng là 6 km.



a) Từ vị trí $N\left(2; 1; \frac{55}{49}\right)$ trên hòn đảo, một người chèo thuyền di chuyển với vector vận tốc $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Sau nửa giờ, người đó có thể sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng.

b) Một người đi tàu đến vị trí có tọa độ $M(-2; 5; 3)$ thì tại vị trí này không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng.

c) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 36$.

d) Một hòn đảo nhỏ có dạng hình tam giác với các đỉnh có tọa độ là $A(5; 7; 2), B(-6; 2; 3), C(2; -5; -3)$. Hòn đảo đó nằm trên mặt phẳng cách trạm thu phát sóng một khoảng bằng 5,98 km (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng (gồm 2 phân xưởng I và II). Kết quả khảo sát như sau:

Khảo sát công nhân	Kết quả khảo sát	
	Hài lòng	Không hài lòng
Số công nhân phân xưởng I	23	12
Số công nhân phân xưởng II	25	15

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Gọi A là biến cố "Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I" và B là biến cố "Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng".

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{22}{75}$.

b) Biết công nhân đó thuộc phân xưởng I. Xác suất gặp được công nhân không hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng là $\frac{12}{35}$.

c) Biết công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng. Xác suất gặp được công nhân thuộc phân xưởng II là $\frac{13}{24}$.

d) Xác suất của biến cố B là $\frac{16}{25}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x - \ln(2x+1)$ có tập xác định là D .

a) $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

c) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \frac{2}{2x+1}, \forall x \in D$.

d) $x = \frac{1}{2}$ là điểm cực đại của hàm số.

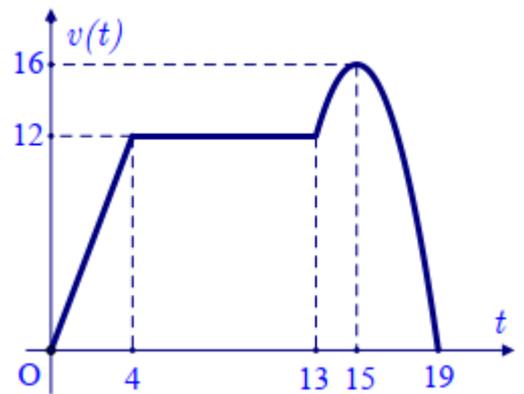
Câu 4. Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ bên.

a) Tại thời điểm $t = 13$ giây, vận tốc của chất điểm bằng $16m/s$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 4 giây đến 13 giây bằng 108m.

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 4 giây đến khi dừng lại bằng 180 mét.

d) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol. Khi đó $v(t) = -t^2 + 30t - 209(m/s)$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 4, BC = 2\sqrt{13}, CC' = 8$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 mét, một công ty xây dựng đang triển khai hệ thống cấp nước thông minh trong một khu công nghiệp. Mô tả sơ đồ lắp đặt như sau:

* Bồn chứa nước A được đặt trên tầng cao của nhà máy, có tọa độ $A(5; 0; 6)$.

* Máy lọc nước B nằm ở một vị trí trong khu xử lý, có tọa độ $B(3; 4; 0)$.

Do địa hình phức tạp, đường ống nước phải được lắp đặt gấp khúc gồm 3 đoạn:

* Đường ống từ bồn A đi qua trục Oz tại một điểm M .

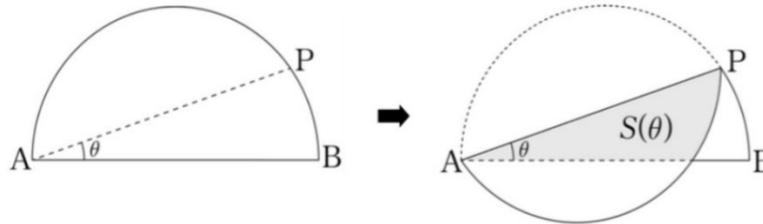
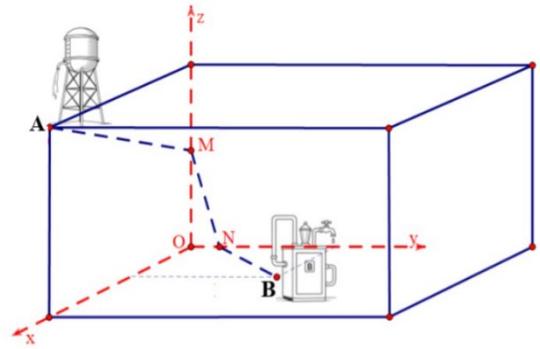
* Từ M nối ống đến trục Oy tại một điểm N .

* Cuối cùng nối tiếp đến điểm B (đường ống đi theo gấp khúc $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$).

Khi đó, chiều dài tối thiểu của đường ống là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười).

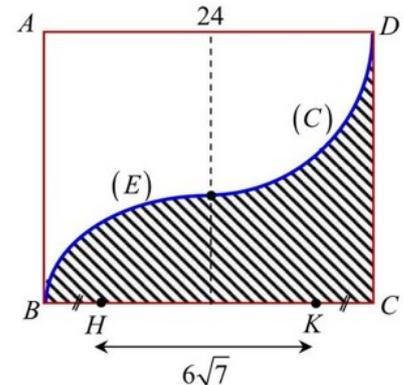
Câu 3. Cho mảnh giấy màu hình bán nguyệt có đường kính là đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2. Trên cung AB lấy một điểm P . Gấp mảnh giấy theo nếp gấp là đoạn thẳng AP sao cho hai phần giấy khít lên nhau.

Khi $\widehat{PAB} = \theta$ (với $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$), gọi $S(\theta)$ là diện tích phần giấy bị chồng lên nhau.



Giả sử $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất tại $\theta = \alpha$. Hỏi giá trị của $\sin \alpha$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 4. Cho miền hình phẳng (H) được giới hạn bởi các cạnh BC, CD của hình chữ nhật và các cung phần tư của đường elip (E) và đường tròn (C) (phần gạch chéo ở hình bên). Biết (C) có bán kính bằng 12 cm với tâm là trung điểm của cạnh AD và (E) là elip có hai tiêu điểm H và K cách nhau $6\sqrt{7}$ cm. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi miền (H) quay quanh trục BC . Tính thể tích của vật thể này theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 5. Bạn Bình làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất Bình làm đúng bài thứ nhất là 0,8. Nếu Bình làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 90%; nhưng nếu Bình làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 30%. Xác suất để Bình làm đúng bài thứ nhất biết rằng Bình đã làm đúng bài thứ hai bằng $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}$ và $(m, n) = 1$. Tính $m^3 + n^3$.

Câu 6. Ông Bình cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 triệu VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông Bình có đủ tiền tiết kiệm để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 480 triệu VNĐ?

---HẾT---

(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)

PHẦN I: ĐÁP ÁN CHUNG ĐỀ CHẤM

Mã 0121		Mã 0122		Mã 0123		Mã 0124	
Phần I: Gồm có 12 câu, số điểm: 0,25đ/câu = 3,0 điểm							
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	1	A	1	B	1	C
2	C	2	B	2	A	2	D
3	B	3	A	3	C	3	D
4	A	4	A	4	B	4	A
5	C	5	D	5	D	5	C
6	A	6	B	6	D	6	B
7	B	7	B	7	D	7	A
8	A	8	A	8	B	8	D
9	B	9	C	9	C	9	B
10	C	10	B	10	B	10	A
11	A	11	A	11	D	11	C
12	C	12	C	12	B	12	C
Phần II: Gồm có 4 câu, số điểm: 1,0 đ/câu = 4,0 điểm (chọn đúng 1 ý được 0,1đ; chọn đúng 2 ý được 0,25đ; chọn đúng 3 ý được 0,5đ; chọn đúng 4 ý được 1,0đ)							
1	ĐĐSS	1	ĐĐSS	1	ĐSĐS	1	SĐĐĐ
2	SĐĐS	2	SĐSD	2	SĐĐS	2	ĐĐSS
3	ĐSSĐ	3	ĐSĐS	3	ĐĐSS	3	SSĐĐ
4	ĐSĐS	4	SĐĐĐ	4	SĐSD	4	ĐSSĐ
Phần III: Gồm có 6 câu, số điểm: 0,5 đ/câu = 3,0 điểm.							
1	1201	1	1,71	1	50	1	3925
2	0,91	2	12,7	2	0,91	2	12,7
3	50	3	0,42	3	0,86	3	0,42
4	0,86	4	7,36	4	7357	4	53
5	7357	5	3925	5	1201	5	1,71
6	13,5	6	53	6	13,5	6	7,36

PHẦN II: ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ GÓC 0121

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \cos x$ là
A. $1 - \sin x + C$. **B.** $1 + \sin x + C$. **C.** $x - \sin x + C$. **D.** $x + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int (1 + \cos x) dx = x + \sin x + C$$

- Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$
A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{13\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

- Câu 3:** Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm A và B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A	[1, 6; 1, 8)	[1, 8; 2, 0)	[2, 0; 2, 2)	[2, 2; 2, 4)	[2, 4; 2, 6)
Tần số	12	25	18	10	2
Nhóm B	[2, 0; 2, 2)	[2, 2; 2, 4)	[2, 4; 2, 6)	[2, 6; 2, 8)	[2, 8; 3, 0)
Tần số	24	50	36	20	4

Gọi S_A^2 và S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm A và B . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $S_A^2 = S_B^2$. **B.** $S_B^2 = 4S_A^2$. **C.** $S_B^2 = 2S_A^2$. **D.** $S_A^2 = S_B^2 - 0,16$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, ta có $S_A^2 = S_B^2$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; -2; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là
A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 20$. **B.** $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 5$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 20$. **D.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $R = IA = \sqrt{(1 - 1)^2 + [2 - (-2)]^2 + (3 - 1)^2} = 2\sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 20$.

- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Chọn C

Ta có $\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5, u_{10} = 15$. Số hạng thứ bảy của cấp số cộng đã cho là

A. $u_7 = 12$.

B. $u_7 = 8$.

C. $u_7 = 7$.

D. $u_7 = 9$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $u_{10} = u_5 + 5d \Rightarrow d = 2$.

Vậy $u_7 = u_5 + 2d = 9$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Lời giải**Chọn B**

+ Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MG}$. Suy ra A đúng.

+ Giả sử đẳng thức $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$ đúng.

Suy ra $2\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GD} \Rightarrow 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2\overrightarrow{GD} \Rightarrow \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow G \equiv D \Rightarrow$ vô lí.

Vậy B sai.

+ Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \vec{0}$. Vậy C đúng.

+ Do G là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$. Vậy D đúng.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 3)$

B. $(3; +\infty)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(-2; +\infty)$

Lời giải**Chọn A**

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x - \ln(2x+1)$ có tập xác định là D .

a) $D = (0; +\infty)$.

b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \frac{1}{2x+1}, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

c) $x = \frac{1}{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có $f(x) = x - \ln(2x+1) \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{(2x+1)'}{(2x+1)} = 1 - \frac{2}{2x+1}$

a) Sai. Đúng là $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

b) Ta có $f'(x) = 1 - \frac{2}{2x+1}$. **Do đó ý b) sai**

c) Ta có $f'(x) = 1 - \frac{2}{2x+1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		- 0	+

Từ bảng biến thiên, ta thấy $x = \frac{1}{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số. **Do đó ý c) đúng**

d) Quan sát bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **Do đó ý d) đúng**

Câu 2: Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng (gồm 2 phân xưởng I và II). Kết quả khảo sát như sau:

Khảo sát công nhân	Kết quả khảo sát	
	Hài lòng	Không hài lòng
Số công nhân phân xưởng I	23	12
Số công nhân phân xưởng II	25	15

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Gọi A là biến cố "Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I" và B là biến cố "Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng".

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{7}{15}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{13}{20}$.

c) Biết công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng. Xác suất gặp được công nhân thuộc phân xưởng II là $\frac{13}{25}$.

d) Biết công nhân đó thuộc phân xưởng I. Xác suất gặp được công nhân không hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng là $\frac{12}{35}$.

Lời giải

Tổng số công nhân là 75 nên $n(\Omega) = 75$.

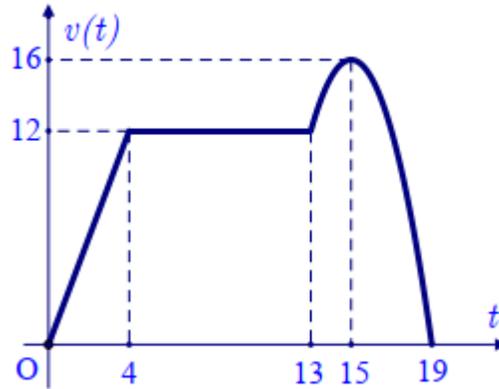
a) Ta có $n(A) = 23 + 12 = 35 \Rightarrow P(A) = \frac{35}{75} = \frac{7}{15}$. **Do đó a) Đúng.**

b) Ta có $n(B) = 23 + 25 = 48 \Rightarrow P(B) = \frac{48}{75} = \frac{16}{25}$. **Do đó b) Sai.**

c) Ta có $n(\bar{A}B) = 25 \Rightarrow P(\bar{A}B) = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$. Suy ra $P(\bar{A} | B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(B)} = \frac{25}{48}$. **Do đó c) Sai.**

d) Ta có $n(\bar{B}A) = 12 \Rightarrow P(\bar{B}A) = \frac{12}{75} = \frac{4}{25}$. Suy ra $P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{12}{35}$. **Do đó d) Đúng.**

Câu 3: Một chất điểm chuyển động thẳng trong 19 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.



- a) Tại thời điểm $t = 15$ giây, vận tốc của chất điểm bằng $16 m/s$.
 b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 48m.
 c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol. Khi đó $v(t) = -t^2 + 30t - 209 (m/s)$.
 d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 228 mét.

Lời giải:

a) Quan sát đồ thị của hàm số vận tốc theo t , tại thời điểm $t = 15$ giây, vận tốc của chất điểm bằng $16 m/s$. **Do đó ý a) Đúng**

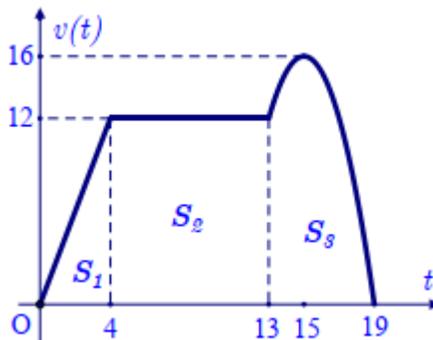
b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng diện tích tam giác vuông S_1 . Ta có $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 = 24$. **Do đó ý b) Sai**

c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol $y = ax^2 + bx + c$.

Parabol qua các điểm $(13;12), (15;16), (19;0)$ ta có hệ phương trình ẩn a, b, c :

$$\begin{cases} 169a + 13b + c = 12 \\ 225a + 15b + c = 16 \\ 361a + 19b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 30 \\ c = -209 \end{cases}$$

Vậy $v(t) = -t^2 + 30t - 209 (m/s)$.

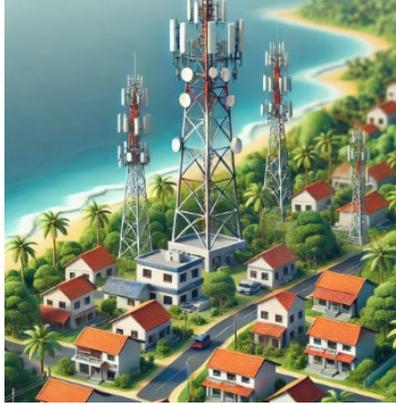


Do đó ý c) Đúng

d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng $S_1 + S_2 + S_3 = 24 + (13 - 4) \cdot 12 + \int_{13}^{19} (-t^2 + 30t - 209) dt = 204(m)$.

Do đó ý d) Sai

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 kilômét, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(3; -2; 5)$ trên một ngôi làng ven biển và được thiết kế với bán kính phủ sóng là 6 km.



- a)** Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.
- b)** Một người đi tàu đến vị trí có tọa độ $M(-2; 5; 3)$ thì tại vị trí này vẫn có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng.
- c)** Một hòn đảo nhỏ có dạng hình tam giác với các đỉnh có tọa độ là $A(5; 7; 2), B(-6; 2; 3), C(2; -5; -3)$. Hòn đảo đó nằm trên mặt phẳng cách trạm thu phát sóng một khoảng bằng 5,89 km (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d)** Từ vị trí $N\left(2; 1; \frac{55}{49}\right)$ trên hòn đảo, một người chèo thuyền di chuyển với vector vận tốc $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Sau nửa giờ, người đó chưa thể sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng.

Lời giải

a) Mặt cầu tâm $I(3; -2; 5)$, bán kính 6 có phương trình là

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36. \text{ Do đó ý a) đúng}$$

b) Ta có $IM = \sqrt{(-2-3)^2 + (5+2)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{78} > 6$ nên người đó không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng. **Do đó ý b) sai**

c) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm $A(5; 7; 2), B(-6; 2; 3), C(2; -5; -3)$.

Khi đó ta có: $\overline{AB} = (-11; -5; 1), \overline{AC} = (-3; -12; -5)$.

Do đó (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (37; -58; 117)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $37x - 58y + 117z - 13 = 0$.

Vậy khoảng cách từ trạm thu phát sóng đến mặt phẳng (P) là

$$d(I, (P)) = \frac{|37 \cdot 3 - 58 \cdot (-2) + 117 \cdot 5 - 13|}{\sqrt{37^2 + (-58)^2 + 117^2}} \approx 5,89(\text{km})$$

Do đó ý c) đúng

d) Từ vị trí $N\left(2; 1; \frac{55}{49}\right)$ trên hòn đảo, một người chèo thuyền di chuyển với vector

vận tốc $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $N\left(2; 1; \frac{55}{49}\right)$ và

$$\text{có vector chỉ phương } \vec{v} = (2; 3; 0) \text{ là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = \frac{55}{49} \end{cases}$$

Sau nửa giờ (tức là khi $t = \frac{1}{2}$), người đó đến vị trí $N'\left(3; \frac{5}{2}; \frac{55}{49}\right)$.

$$\text{Ta có: } IN' = \sqrt{(3-3)^2 + \left(\frac{5}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{55}{49} - 5\right)^2} \approx 5,94 < 6.$$

Vậy người đó có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.

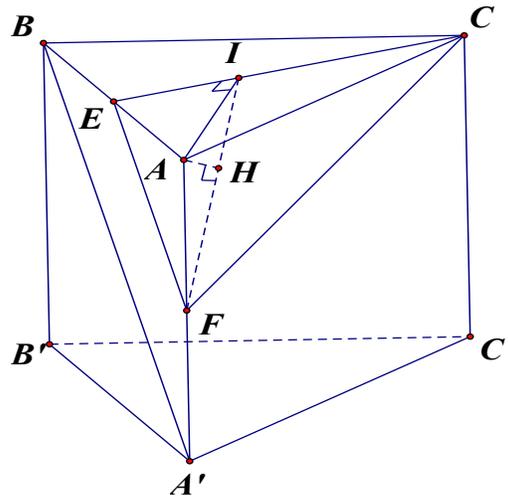
Do đó ý d) sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $CC' = 4$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,86



Gọi F là trung điểm AA' thì $EF \parallel BA'$

$$\Rightarrow BA' \parallel (EFC) \Rightarrow d(BA', CE) = d(BA', (EFC)) = d(B, (EFC)) = d(A, (EFC))$$

Dựng $AI \perp EC$, $AH \perp FI$ khi đó $AH \perp (EFC) \Rightarrow d(A, (EFC)) = AH$

$$\text{Do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{ nên } AC = 3a, \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{10}{9a^2} \Rightarrow AI = \frac{3a}{\sqrt{10}}$$

$$\triangle AIF \text{ vuông tại } A, \text{ có đường cao } AH \text{ nên } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{49}{36a^2} \Rightarrow AH = \frac{6a}{7}$$

$$d(BA', (EFC)) = \frac{6a}{7}. \text{ Thay } a = 1 \text{ suy ra } d(BA', CE) = \frac{6}{7} \approx 0,86$$

Câu 2: Ông Bình cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 triệu VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông Bình có đủ tiền tiết kiệm để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 450 triệu VNĐ?

Lời giải

Đáp số: 50

Đặt $T = 8$ triệu.

Số tiền Ông Bình thu được sau tháng thứ nhất, thứ 2, thứ 3,.., thứ n lần lượt là

$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$

Ta có:

$$T_1 = T(1+r)$$

$$T_2 = [T_1 + T](1+r) = T(1+r)^2 + T(1+r)$$

$$T_3 = [T_2 + T](1+r) = T(1+r)^3 + T(1+r)^2 + T(1+r)$$

....

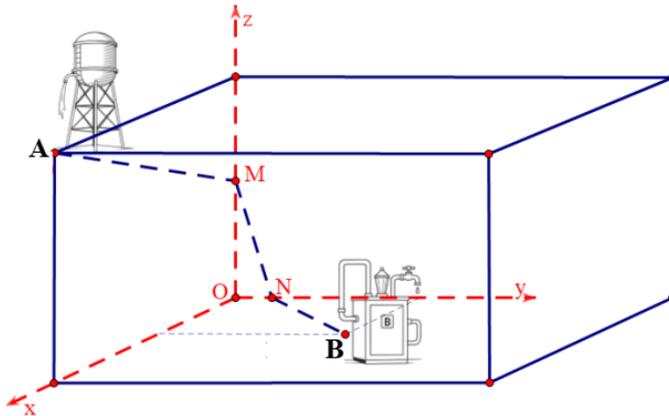
$$T_n = T(1+r)^n + T(1+r)^{n-1} + \dots + T(1+r) = T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } T_n = 450 \Leftrightarrow T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 450$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{343}{268} \Leftrightarrow n = \log_{1.005} \frac{343}{268} \approx 49,47 \Rightarrow n = 50.$$

Vậy sau 50 tháng thầy giáo sẽ mua được một chiếc xe ô tô trị giá 450 VNĐ.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 mét, một công ty xây dựng đang triển khai hệ thống cấp nước thông minh trong một khu công nghiệp. Mô tả sơ đồ lắp đặt như sau:



* Bồn chứa nước A được đặt trên tầng cao của nhà máy, có tọa độ $A(5;0;6)$.

* Máy lọc nước B nằm ở một vị trí trong khu xử lý, có tọa độ $B(3;5;0)$.

Do địa hình phức tạp, đường ống nước phải được lắp đặt gấp khúc gồm 3 đoạn:

* Đường ống từ bồn A đi qua trục Oz tại một điểm M .

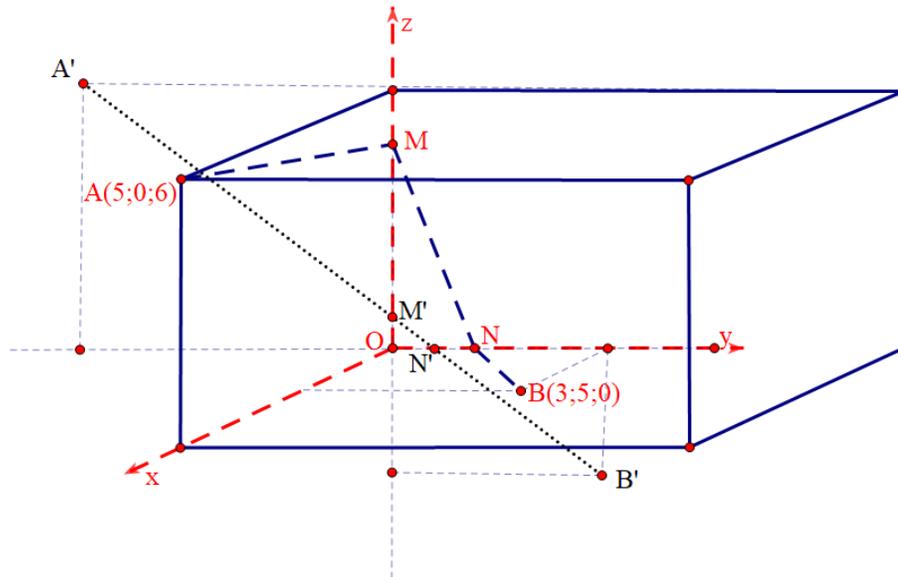
* Từ M nối ống đến trục Oy tại một điểm N .

* Cuối cùng nối tiếp đến điểm B (đường ống đi theo gấp khúc $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$).

Khi đó, chiều dài tối thiểu của đường ống là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 13,5



Để tìm độ dài ngắn nhất của đường gấp khúc $AMNB$ ta sẽ "trái" các điểm A, B về cùng 1 mặt phẳng (Oyz) với các điểm M, N và thỏa mãn đoạn thẳng mới bằng với đoạn thẳng ban đầu (tức $AM = A'M; BM = BM'$) và đoạn gấp khúc ngắn nhất khi 4 điểm trên thẳng hàng. Ta quay vuông góc mặt phẳng chứa điểm $A(5;0;6)$ (tức mặt phẳng màu xanh) xuống mặt phẳng (Oyz) ta được điểm $A'(0; -5; 6)$.

$$\text{Giả sử điểm } M(0;0;z) \in Oz. \Rightarrow \begin{cases} AM = \sqrt{5^2 + (z-6)^2} \\ A'M = \sqrt{(-5)^2 + (z-6)^2} \end{cases} \Rightarrow AM = A'M$$

Tương tự, ta quay vuông góc mặt phẳng chứa điểm $B(3;5;0)$ (tức mặt phẳng màu hồng) xuống mặt phẳng (Oyz) ta được điểm $B'(0;5;-3)$.

Giả sử điểm $N(0; y; 0) \in Oy$.

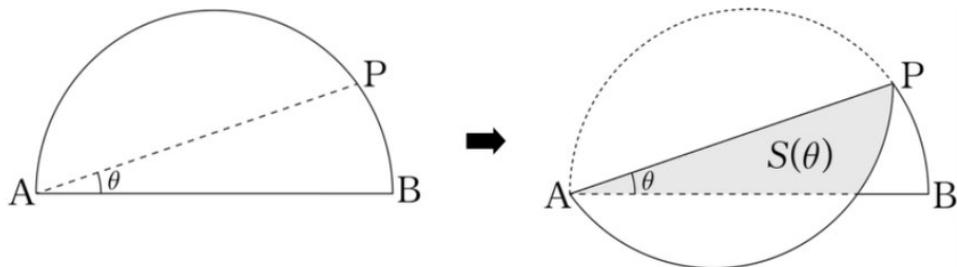
Suy ra được $BN = BN'$.

Ta có độ dài đường gấp khúc $AMNB = AM + MN + NB = A'M + MN + NB'$.

Suy ra $\text{Min}(AM' + MN + N'B')$ xảy ra khi A', M, N, B' thẳng hàng và bằng đường thẳng

$$A'B'. \text{ Và có độ dài là } A'B' = \sqrt{(5+5)^2 + (-3-6)^2} = \sqrt{181} \approx 13,5$$

Câu 4: Cho mảnh giấy màu hình bán nguyệt có đường kính là đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2. Trên cung AB lấy một điểm P . Gấp mảnh giấy theo nếp gấp là đoạn thẳng AP sao cho hai phần giấy khít lên nhau. Khi $\widehat{PAB} = \theta$ (với $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$), gọi $S(\theta)$ là diện tích phần giấy bị chồng lên nhau.

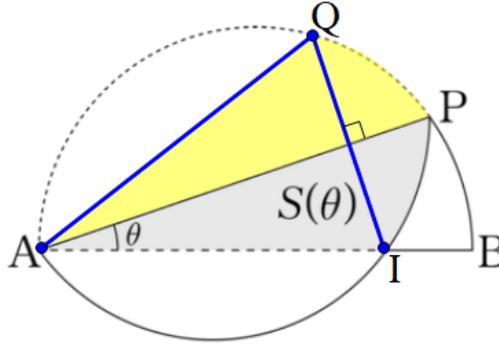


Giả sử $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất tại $\theta = \alpha$. Hỏi giá trị của $\cos \alpha$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0,91

Gọi điểm I là điểm đề lên nhau của cung \widehat{AP} với AB . Kẻ $IQ \perp AP (Q \in \widehat{AP})$ xem hình sau:

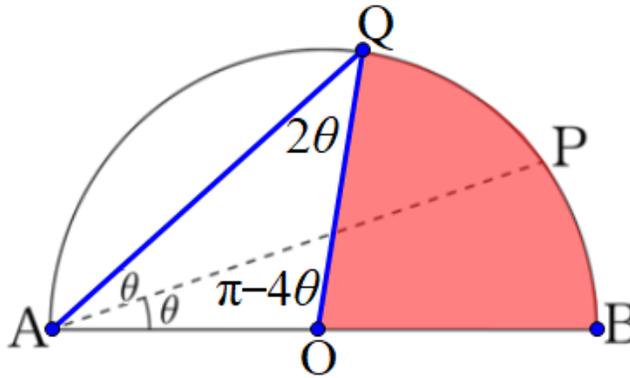


Từ đó ta dễ thấy được diện tích tô màu vàng bằng diện tích $S(\theta)$.

Gọi O là trung điểm AB , được $\widehat{QAO} = \widehat{AQO} = \widehat{QOB} = 2\theta; \widehat{AOQ} = \pi - 4\theta$

Ta có diện tích tam giác $AQO = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin(\pi - 4\theta) = \frac{1}{2} \sin 4\theta$

Ta có diện tích hình quạt tròn \widehat{QPB} có tâm O (tô màu đỏ) là: $\frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 4\theta = 2\theta$



Diện tích của tam giác $AOP = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \sin(\pi - 2\theta) = \frac{\sin 2\theta}{2}$

Diện tích hình quạt tròn \widehat{PB} tâm O là: $\frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 2\theta = \theta$

Vậy diện tích $S(\theta) = (2\theta + \frac{1}{2} \sin 4\theta) - (\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta) = \theta + \frac{1}{2} \sin 4\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta$

Có $S'(\theta) = 2 \cos 4\theta - \cos 2\theta + 1 = 4 \cos^2 2\theta - \cos 2\theta - 1$

Xét $S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \cos 2\theta = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{8}$ (với $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) thì $S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \cos 2\theta = \frac{1 + \sqrt{17}}{8}$

Lập bảng biến thiên cho hàm số $S(\theta)$.

Ta suy ra được $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos 2\theta = \frac{1 + \sqrt{17}}{8} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta}{2}} \approx 0,91$

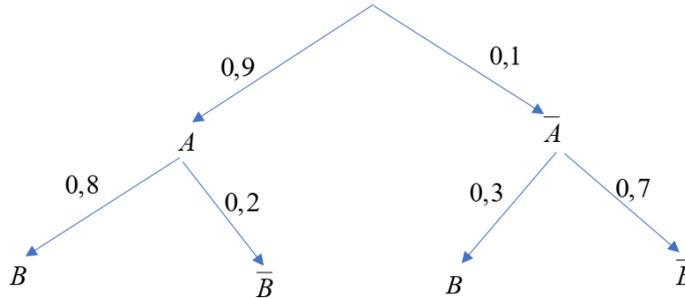
Câu 5: Bạn An làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất An làm đúng bài thứ nhất là 0,9. Nếu An làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 80%; nhưng nếu An làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 30%. Xác suất để An làm đúng bài thứ nhất biết rằng An đã làm đúng bài thứ hai bằng $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}$ và $(m, n) = 1$. Tính $m^2 + n^2$.

Lời giải

Trả lời: 1201

Gọi A là biến cố: "An làm đúng bài thứ nhất", theo đề bài ta có $P(A) = 0,9$.

Gọi B là biến cố: "An làm đúng bài thứ hai", theo đề bài ta có $P(B | A) = 0,8; P(B | \bar{A}) = 0,3$.



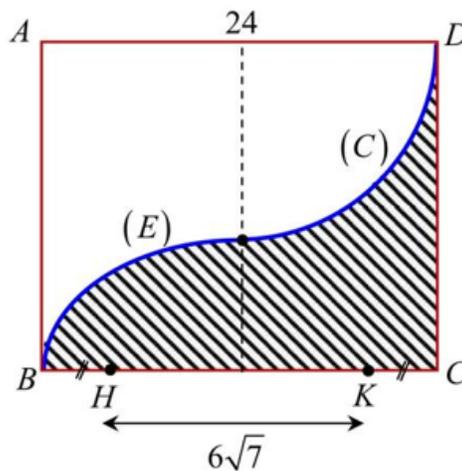
Theo công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,9 \times 0,8 + 0,1 \times 0,3 = 0,75$$

Theo công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,9 \cdot 0,8}{0,75} = \frac{24}{25} \Rightarrow m = 24, n = 25 \Rightarrow m^2 + n^2 = 1201.$$

Câu 6: Cho miền hình phẳng (H) được giới hạn bởi các cạnh BC, CD của hình chữ nhật và các cung phần tư của đường elip (E) và đường tròn (C) (phần gạch chéo ở hình bên dưới). Biết (C) có bán kính bằng 12 cm với tâm là trung điểm của cạnh AD và (E) là elip có hai tiêu điểm H và K cách nhau $6\sqrt{7}$ cm. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi miền (H) quay quanh trục BC. Tính thể tích của vật thể này theo đơn vị cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 7357

Tiến hành gắn hệ trục tọa độ Oxy vào hình vuông, với góc O trùng với trung điểm của cạnh BC , trục Ox hướng theo vector \overrightarrow{BC} , trục Oy hướng theo vector \overrightarrow{BA} , đơn vị dài trên mỗi trục bằng 1 cm.

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>