

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Ngày thi: 08 tháng 4 năm 2024

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài I (5 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{17x - 8}{(x + 2)(x - 5)} + \frac{4x}{x + 2} - \frac{2x + 1}{x - 5}$ với $x \neq -2, x \neq 5$

a) Chứng minh $A = \frac{2x + 2}{x + 2}$

b) Tính giá trị của A khi $|x| = 5$

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số không vượt quá 50. Tính xác suất của biến cố A: “Số tự nhiên được viết ra là số chính phương”.

Bài II (4 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 - 7xy + 12y^2 + x - 3y - 1 = 0$

2) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $x^2 - 3x + 1 = 5^y$.

Bài III (4 điểm)

1) Cho các số thực a, b thỏa mãn: $2a^2 + 5b^2 + 4ab - 4a + 2b + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = 2a^4 - 5b^3 - 1$.

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a(a^2 + 3b) + b(b^2 - a)$ biết $a + b = 2$.

Bài IV (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia đối của tia BA lấy D sao cho $AB = BD$. Kéo dài AH cắt CD tại I. Kẻ đường thẳng vuông góc với CD tại I, đường thẳng này cắt AD tại K.

a) Chứng minh $AB^2 = BH \cdot BC$ và $\frac{BD}{BH} = \frac{BC}{BD}$.

b) Chứng minh $\triangle HDB$ đồng dạng với $\triangle DBC$ và tam giác KHD vuông.

c) Gọi E là điểm đối xứng với A qua H. Kẻ đường thẳng từ K song song với AC, cắt DE tại N. Chứng minh: $KA \cdot KD = KH \cdot KC$ và CN vuông góc với CD

Bài V (1 điểm)

Chia 2024 số 1; 2; ...; 2024 thành 1012 nhóm $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_{1012}, b_{1012})$ sao cho với mọi $i = 1, 2, \dots, 1012$ thì $|a_i - b_i|$ nhận một trong hai giá trị là 1 hoặc 6. Chứng minh tổng $S = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_{1012} - b_{1012}|$ có chữ số tận cùng là 2.

-HẾT-

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. Học sinh không sử dụng máy tính.

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8

Bài I (5 điểm)																
<p>1a)</p> $A = \frac{17x - 8}{(x + 2)(x - 5)} + \frac{4x}{x + 2} - \frac{2x + 1}{x - 5}$ $= \frac{17x - 8}{(x + 2)(x - 5)} + \frac{4x(x - 5)}{(x + 2)(x - 5)} - \frac{(2x + 1)(x + 2)}{(x + 2)(x - 5)}$ $= \frac{17x - 8 + 4x^2 - 20x - 2x^2 - 5x - 2}{(x + 2)(x - 5)}$ $= \frac{2x^2 - 8x - 10}{(x + 2)(x - 5)} = \frac{2(x - 5)(x + 1)}{(x + 2)(x - 5)} = \frac{2(x + 1)}{(x + 2)}$ <p>Vậy $A = \frac{2x + 2}{x + 2}$</p>	1,5 điểm															
<p>b) Với $x = 5$, tìm được $x = -5$ (TMĐK), $x = 5$ (loại)</p> <p>Thay $x = -5$ vào A tìm được $A = 8/3$</p>	1 điểm															
<p>c) $A = \frac{2x + 2}{x + 2} = \frac{2(x + 2) - 2}{x + 2} = 2 - \frac{2}{x + 2}$</p> <p>Do x là số nguyên nên để A nguyên thì $x + 2$ thuộc $U(2) = \{\pm 1, \pm 2\}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$x+2$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">TMĐK</td> <td style="padding: 5px;">TMĐK</td> <td style="padding: 5px;">TMĐK</td> <td style="padding: 5px;">TMĐK</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy các giá trị của x thỏa mãn đề bài là $\{-4, -3, -1, 0\}$</p>	$x+2$	-2	2	-1	1	x	-4	0	-3	-1		TMĐK	TMĐK	TMĐK	TMĐK	1 điểm
$x+2$	-2	2	-1	1												
x	-4	0	-3	-1												
	TMĐK	TMĐK	TMĐK	TMĐK												
2) Các số tự nhiên có 2 chữ số không vượt quá 50 là: 10; 11; 12;...;50: có 41 số	0,5 điểm															
Các số chính phương nằm trong dãy số trên là: 16; 25; 36; 49: có 4 số	0,5 điểm															
Xác suất của biến cố A là: $\frac{4}{41}$	0,5 điểm															
Bài II (4 điểm)																
<p>1)</p> $x^2 - 7xy + 12y^2 + x - 3y - 1 = 0$ $(x - 3y)(x - 4y) + (x - 3y) = 1$ $(x - 4y + 1)(x - 3y) = 1$	1,25 điểm															
<p>Do x, y nguyên nên ta có bảng các trường hợp sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$x-3y$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x-4y+1$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy các cặp (x,y) thỏa mãn là: (4;1); (2;1)</p>	$x-3y$	1	-1	$x-4y+1$	1	-1	x	4	2	y	1	1	0,5 điểm			
$x-3y$	1	-1														
$x-4y+1$	1	-1														
x	4	2														
y	1	1														
	0,25 điểm															

1) $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (góc nhọn chung) suy ra $\frac{AB}{HB} = \frac{BC}{AB}$ nên $AB^2 = BH \cdot BC$	1 điểm
Do $AB = BD$ nên $BD^2 = BH \cdot BC$ suy ra $\frac{BD}{HB} = \frac{BC}{BD}$	1 điểm
2)a) Chứng minh $\triangle HDB \sim \triangle DCB$ (c-g-c)	1 điểm
Gọi giao điểm của DH và KI là P $\widehat{HIP} = 90^\circ - \widehat{HIC} = \widehat{HCI} = \widehat{KDP}$ nên $\triangle KPD \sim \triangle HPI$ (g-g)	0,5 điểm
Suy ra $\frac{KP}{HP} = \frac{PD}{PI}$ nên $\triangle KHP \sim \triangle DIP$ (c-g-c), do đó tam giác KHD vuông tại H	0,5 điểm
b) Ta có $\triangle DIK \sim \triangle DAC$ (g-g) nên $\frac{DI}{DA} = \frac{DK}{DC}$ Do đó $\triangle DIA \sim \triangle DKC$ (c-g-c) suy ra $DAI = DCK$	0,5 điểm
Lại có $\triangle AKI \sim \triangle AHD$ (g-g) nên $\triangle AKH \sim \triangle AID$ (c-g-c), dẫn đến $AHK = ADI$. Do đó $\triangle KAH \sim \triangle KCD$ (g-g) nên $KA \cdot KD = KH \cdot KC$	0,5 điểm
Ta có $ICK = IAK = HCA$ suy ra $ICH = KCA$. Do đó $ICH = KCA = CKM$ Lại có $BH \parallel DE$ (đường trung bình tam giác ADE) nên $NDC = DCH = CKM$ Gọi G là giao điểm của KN và CD Suy ra $\triangle KGC \sim \triangle DGN$ (g-g) từ đó $\triangle DGK \sim \triangle NGC$ mà tam giác DGK vuông K nên tam giác NGC vuông C suy ra đpcm	0,5 điểm
Bài V (1 điểm) Giả sử trong 1012 số hạng của S có x số hạng bằng 1 và $1012 - x$ số hạng bằng 6 thì $S = x + (1012 - x) \cdot 6 = 6072 - 5x$	0,5 điểm
Do $ a_i - b_i $ cùng tính chẵn lẻ với $a_i + b_i$ nên S cùng tính chẵn lẻ với tổng T: $T = a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + \dots + a_{1012} + b_{1012} = 1 + 2 + \dots + 2024 = \frac{(2024 + 1) \cdot 2024}{2}$ Mà tổng T chẵn nên S chẵn suy ra $5x$ chẵn, do đó x chẵn. Cho nên $5x$ có tận cùng là chữ số 0. Vậy S có tận cùng là chữ số 2	0,5 điểm

(Lưu ý: Thí sinh có thể làm bài theo cách khác, đúng vẫn cho điểm tối đa)