

Họ, tên thí sinh: .....

Mã đề thi: 1001

Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

A.  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$  .      B.  $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$  .      C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$  .      D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$  .

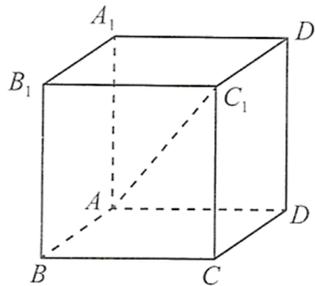
**Câu 2:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một nhóm học sinh thu được kết quả sau:

|                  |        |        |         |          |          |
|------------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Thời gian (phút) | [0; 4) | [4; 8) | [8; 12) | [12; 16) | [16; 20) |
| Số học sinh      | 2      | 4      | 7       | 4        | 3        |

Thời gian trung bình (đơn vị: phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

- A. 10,4.      B. 7.      C. 11,3.      D. 12,5

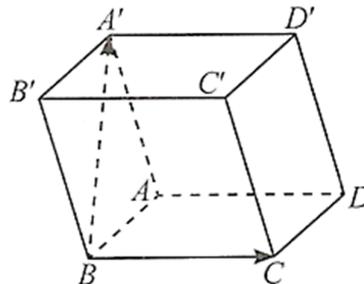
**Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A_1B_1C_1D_1$  (như hình vẽ).



Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AC_1$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$ . Giá trị  $\tan \varphi$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .      B. 2.      C.  $-\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (như hình vẽ).



Khi đó,  $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{BD}$ .      B.  $\overrightarrow{BD'}$ .      C.  $\overrightarrow{BC'}$ .      D.  $\overrightarrow{BB'}$ .

**Câu 5:** Nghiệm của phương trình  $3^{3x-2} = 9^x$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 4$ .      D.  $x = 3$ .

**Câu 6:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{e^x - x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  xung quanh trục  $Ox$  là

- A.  $e^2 - e - \frac{5}{2}$ .      B.  $e^2 - e - \frac{3}{2}$ .      C.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .      D.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. -1.      B. 7.      C. 1.      D. 12.

**Câu 8:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_2(x-1) \leq 1$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

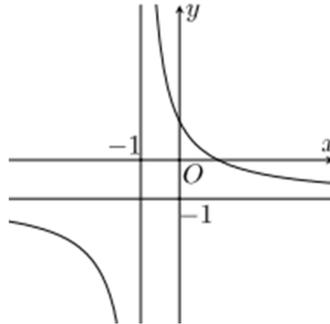
**Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;1;-1), B(2;-2;-1)$ . Tọa độ của điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$  là

- A.  $(-2;-1;2)$ .      B.  $(-1;-3;-1)$ .      C.  $(1;3;1)$ .      D.  $(2;-1;-1)$ .

**Câu 10:** Phương trình  $\sin x = 1$  có một nghiệm là

- A.  $x = \frac{\pi}{2}$ .      B.  $x = -\frac{\pi}{2}$ .      C.  $x = \pi$ .      D.  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



- A.  $y = -1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $y = 1$ .

**Câu 12:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  là

- A.  $x + \ln|x| + C$ .      B.  $x - \ln|x| + C$ .      C.  $x + \ln x + C$ .      D.  $x - \ln x + C$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 3x - \log_5(x-1)$

a) Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  là  $f'(x) = 3 - \frac{1}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$ .

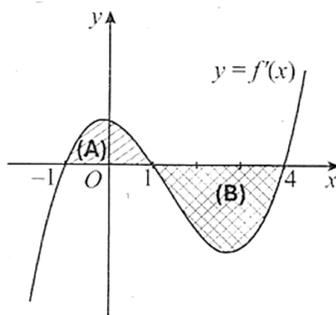
b) Hàm số  $f(x)$  có một điểm cực tiểu.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(1; +\infty)$  lớn hơn  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình dưới đây. Biết

$f(-1) = -\frac{35}{3}$ , diện tích hình phẳng  $(A), (B)$  lần lượt bằng  $\frac{64}{3}$  và 63.



a) Giá trị của  $\int_{-1}^4 f'(x)dx$  bằng  $\frac{253}{3}$ .

b) Giá trị  $f(1)$  bằng  $\frac{29}{3}$ .

c) Hàm số đã cho có công thức là  $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $g(x) = -2x^2 + 16x$  làm tròn đến hàng đơn vị là 216.

**Câu 3:** Trong một cuộc thi bắn cung, mỗi cung thủ cần thực hiện hai lần bắn liên tiếp. Một cung thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm trong lần bắn đầu tiên là 0,35. Nếu lần bắn đầu tiên trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,45. Nếu lần bắn đầu tiên không trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,25.

Gọi  $A$  là biến cố "Lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm".

Gọi  $B$  là biến cố "Lần bắn thứ hai của cung thủ trúng hồng tâm".

a)  $P(\bar{A}) = 0,65$ .

b)  $P(B|A) = 0,1575$ .

c)  $P(B) = 0,68$ .

d) Xác suất để lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng lần bắn thứ hai của cung thủ không trúng hồng tâm.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km.

Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí  $A(4; 2; 1)$  đến vị trí  $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$  với vận tốc 80 km/h theo một đường thẳng.

a) Hai điểm  $A, B$  nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng  $AB$  là 
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là  $M(0; 0; 3)$ .

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.

Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.

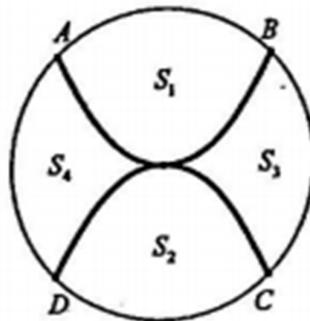
Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực “Tốt” và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 2:** Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Hải Dương là 1936780 người, tăng 1,04% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,04% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.

**Câu 3:** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

**Câu 4:** Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính  $R = 6$  (nghìn km). Với một hệ tọa độ  $Oxyz$  đã chọn,  $O$  là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ  $A(26;0;0), B(0;26;0)$ . Xét điểm  $M(x; y; z)$  thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của  $MA + MB$  theo đơn vị nghìn km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 5:** Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m<sup>2</sup>, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu triệu đồng để trồng bồn hoa đó? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh 1cm. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{SBD} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.



A.  $\sqrt{2}$ .

B.  $-\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D. 2.

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $3^{3x-2} = 9^x$  là

A.  $x = 3$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $x = 4$ .

D.  $x = 2$ .

**Câu 10:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  là

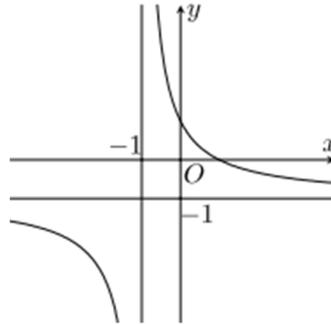
A.  $x + \ln|x| + C$ .

B.  $x + \ln x + C$ .

C.  $x - \ln|x| + C$ .

D.  $x - \ln x + C$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



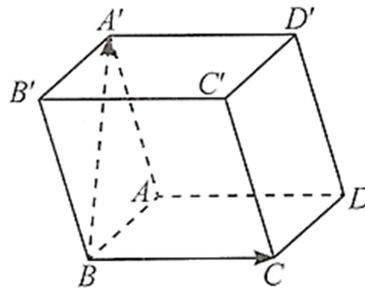
A.  $x = 1$ .

B.  $x = -1$ .

C.  $y = 1$ .

D.  $y = -1$ .

**Câu 12:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (như hình vẽ).



Khi đó,  $\overline{BA'} + \overline{BC}$  bằng

A.  $\overline{BD}$ .

B.  $\overline{BC'}$ .

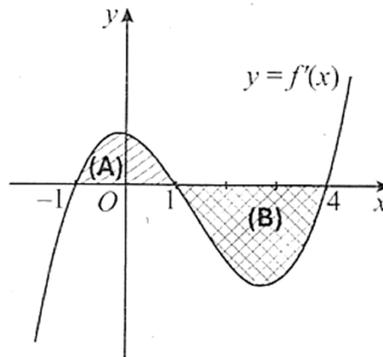
C.  $\overline{BD'}$ .

D.  $\overline{BB'}$ .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình dưới đây. Biết

$f(-1) = -\frac{35}{3}$ , diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng  $\frac{64}{3}$  và 63.



a) Giá trị của  $\int_{-1}^4 f'(x)dx$  bằng  $\frac{253}{3}$ .

b) Giá trị  $f(1)$  bằng  $\frac{29}{3}$ .

c) Hàm số đã cho có công thức là  $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $g(x) = -2x^2 + 16x$  làm tròn đến hàng đơn vị là 216.

**Câu 2:** Trong một cuộc thi bắn cung, mỗi cung thủ cần thực hiện hai lần bắn liên tiếp. Một cung thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm trong lần bắn đầu tiên là 0,35. Nếu lần bắn đầu tiên trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,45. Nếu lần bắn đầu tiên không trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,25.

Gọi  $A$  là biến cố "Lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm".

Gọi  $B$  là biến cố "Lần bắn thứ hai của cung thủ trúng hồng tâm".

a)  $P(\bar{A}) = 0,65$ .

b)  $P(B|A) = 0,1575$ .

c)  $P(B) = 0,68$ .

d) Xác suất để lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng lần bắn thứ hai của cung thủ không trúng hồng tâm.

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở góc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km.

Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí  $A(4;4;0)$  đến vị trí  $B\left(3;3;\frac{1}{2}\right)$  với vận tốc  $90 \text{ km/h}$  theo một đường thẳng.

a) Hai điểm  $A, B$  nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng  $AB$  là 
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là  $M(2;2;1)$ .

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 30 phút.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 5x - \log_3(x-2)$

a) Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  là  $f'(x) = 5 - \frac{1}{x-2}, \forall x \in (2; +\infty)$ .

b) Hàm số  $f(x)$  có một điểm cực tiểu.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(2; +\infty)$  lớn hơn  $\frac{25}{2}$ .

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

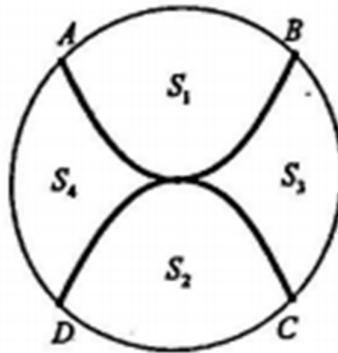
**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh 1cm. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{SBD} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2:** Hệ thống định vị toàn cầu GPS (*Global Positioning System*) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính  $R = 6$  (nghìn km). Với một hệ tọa độ  $Oxyz$  đã chọn,  $O$  là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ

$A(26;0;0), B(0;26;0)$ . Xét điểm  $M(x; y; z)$  thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của  $MA + MB$  theo đơn vị nghìn km (*Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

**Câu 3:** Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Hải Dương là 1936780 người, tăng 1,04% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,04% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.

**Câu 4:** Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (*như hình vẽ*). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m<sup>2</sup>, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu triệu đồng để trồng bồn hoa đó? (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)



**Câu 5:** Nhà máy  $A$  chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy  $B$ . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy  $A$  cung cấp cho nhà máy  $B$  số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của  $B$  (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để  $A$  sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy  $A$  cần bán cho nhà máy  $B$  bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

**Câu 6:** Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.

Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.

Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực “Tốt” và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

| Câu\Mã đề | 1001 | 1003 | 1005 | 1007 | 1009 | 1011 | 1013 | 1015 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1         | C    | C    | B    | B    | A    | B    | D    | D    |
| 2         | A    | C    | A    | C    | B    | C    | C    | C    |
| 3         | D    | A    | B    | C    | B    | C    | B    | A    |
| 4         | B    | B    | B    | D    | C    | D    | D    | B    |
| 5         | B    | B    | D    | B    | B    | B    | A    | B    |
| 6         | C    | C    | A    | C    | D    | C    | C    | D    |
| 7         | B    | D    | A    | D    | B    | D    | A    | A    |
| 8         | B    | A    | A    | C    | C    | C    | D    | A    |
| 9         | D    | D    | A    | B    | A    | A    | C    | A    |
| 10        | A    | A    | B    | A    | D    | D    | D    | C    |
| 11        | A    | A    | C    | D    | D    | D    | A    | D    |
| 12        | B    | A    | A    | C    | D    | A    | B    | A    |
| 13        | SDDD | SDDD | SDDD | SDSD | SDSD | SDSD | SDDD | SDDD |
| 14        | SDSD | SDSD | SDSD | SDDD | SDDD | DSSD | DSSD | DSSD |
| 15        | DSSD | DDSS | DSSD | DSSD | DSSD | DDSS | DDSS | DDSS |
| 16        | DDSS | DSSD | DDSS | DDSS | DDSS | SDDD | SDSD | SDSD |
| 17        | 0,48 | 0,48 | 0,48 | 0,48 | 2065 | 2065 | 2065 | 2065 |
| 18        | 2065 | 3,27 | 3,27 | 44   | 0,45 | 44   | 70,7 | 3,27 |
| 19        | 70,7 | 2065 | 70,7 | 70,7 | 70,7 | 70,7 | 44   | 44   |
| 20        | 44   | 70,7 | 44   | 3,27 | 3,27 | 0,48 | 0,48 | 0,48 |
| 21        | 3,27 | 44   | 2065 | 2065 | 44   | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| 22        | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,48 | 3,27 | 3,27 | 70,7 |

| Câu\Mã đề | 1002 | 1004 | 1006 | 1008 | 1010 | 1012 | 1014 | 1016 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1         | D    | B    | D    | D    | C    | B    | D    | D    |
| 2         | C    | D    | C    | D    | B    | B    | C    | D    |
| 3         | D    | B    | A    | A    | A    | D    | C    | A    |
| 4         | B    | D    | C    | B    | B    | D    | D    | C    |
| 5         | C    | B    | D    | A    | A    | D    | A    | D    |
| 6         | D    | A    | B    | D    | A    | C    | A    | D    |
| 7         | B    | A    | A    | B    | D    | D    | C    | A    |
| 8         | C    | D    | A    | A    | C    | B    | D    | C    |
| 9         | D    | A    | B    | C    | D    | C    | D    | A    |
| 10        | C    | A    | C    | D    | A    | B    | B    | B    |
| 11        | D    | B    | A    | C    | B    | A    | A    | B    |
| 12        | C    | A    | B    | C    | B    | D    | D    | D    |
| 13        | SDSD | SDDS | SDDS | DSSD | SDSD | SDSD | DSDS | DSSD |
| 14        | DSSD | DSSD | DSSD | SDDS | DSDS | DSDS | DSSD | DSDS |
| 15        | DSDS | DSDS | DSDS | DSDS | SDDS | SDDS | SDDS | SDDS |
| 16        | SDDS | SDSD | SDSD | SDSD | DSSD | DSSD | SDSD | SDSD |
| 17        | 0,45 | 0,48 | 0,45 | 0,48 | 0,48 | 2065 | 2065 | 0,48 |
| 18        | 44   | 70,7 | 70,7 | 2065 | 2065 | 0,48 | 44   | 3,27 |
| 19        | 2065 | 0,45 | 2065 | 70,7 | 3,27 | 44   | 0,45 | 0,45 |
| 20        | 3,27 | 44   | 44   | 3,27 | 70,7 | 70,7 | 70,7 | 44   |
| 21        | 70,7 | 3,27 | 3,27 | 44   | 44   | 3,27 | 3,27 | 2065 |
| 22        | 0,48 | 2065 | 0,48 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,48 | 70,7 |

| 1017 | 1019 | 1021 | 1023 |
|------|------|------|------|
| C    | B    | C    | C    |
| A    | B    | C    | C    |
| D    | D    | D    | B    |
| C    | B    | A    | C    |
| C    | B    | D    | B    |
| B    | A    | A    | D    |
| D    | D    | D    | B    |
| C    | C    | D    | C    |
| A    | C    | A    | A    |
| C    | D    | A    | C    |
| B    | A    | B    | C    |
| A    | B    | C    | D    |
| SDDD | SDDD | SDDD | SDDD |
| DSSD | DSSD | DDSS | SDSD |
| DDSS | DDSS | SDSD | DDSS |
| SDSD | SDSD | DSSD | DSSD |
| 2065 | 0,48 | 70,7 | 2065 |
| 3,27 | 44   | 2065 | 0,45 |
| 70,7 | 2065 | 3,27 | 0,48 |
| 44   | 3,27 | 44   | 44   |
| 0,45 | 70,7 | 0,48 | 3,27 |
| 0,48 | 0,45 | 0,45 | 70,7 |

| 1018 | 1020 | 1022 | 1024 |
|------|------|------|------|
| C    | C    | C    | D    |
| D    | C    | A    | A    |
| B    | D    | A    | A    |
| C    | D    | B    | D    |
| D    | D    | B    | C    |
| A    | B    | B    | A    |
| D    | A    | D    | D    |
| B    | B    | A    | B    |
| A    | C    | D    | C    |
| C    | B    | D    | D    |
| B    | C    | C    | D    |
| D    | C    | D    | A    |
| SDDS | SDSD | SDSD | SDSD |
| DSDS | DSDS | DSSD | SDDS |
| DSSD | DSSD | DSDS | DSDS |
| SDSD | SDDS | SDDS | DSSD |
| 44   | 3,27 | 0,48 | 0,48 |
| 0,45 | 0,45 | 3,27 | 0,45 |
| 0,48 | 0,48 | 0,45 | 70,7 |
| 3,27 | 2065 | 44   | 3,27 |
| 2065 | 44   | 2065 | 44   |
| 70,7 | 70,7 | 70,7 | 2065 |

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**  
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>



SGD & ĐT TỈNH HẢI DƯƠNG  
**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT**

Năm học: 2024-2025

Môn: Toán

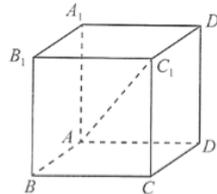
Mã đề: 1011

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

**ĐỀ BÀI**

**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.**

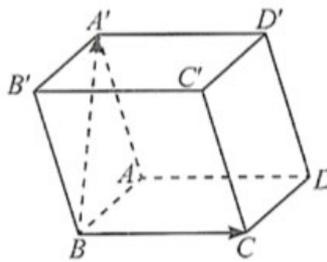
**Câu 1:** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  (như hình vẽ)



Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AC_1$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$ . Giá trị  $\tan \varphi$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $-\sqrt{2}$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (như hình vẽ)



Khi đó,  $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{BD}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC'}$ .                      C.  $\overrightarrow{BD'}$ .                      D.  $\overrightarrow{BB'}$ .

**Câu 3:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một nhóm học sinh thu được kết quả sau:

|                  |          |          |           |            |            |
|------------------|----------|----------|-----------|------------|------------|
| Thời gian (phút) | $[0; 4)$ | $[4; 8)$ | $[8; 12)$ | $[12; 16)$ | $[16; 20)$ |
| Số học sinh      | 2        | 4        | 7         | 4          | 3          |

Thời gian trung bình (đơn vị: phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

- A. 12,5.                      B. 11,3.                      C. 10,4.                      D. 7.

**Câu 4:** Phương trình  $\sin x = 1$  có một nghiệm là:

- A.  $x = \pi$ .                      B.  $x = \frac{\pi}{3}$ .                      C.  $x = -\frac{\pi}{2}$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2; 1; -1), B(2; -2; -1)$ . Tọa độ của điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$  là

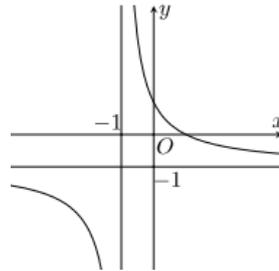
- A.  $(-2; -1; 2)$ .                      B.  $(2; -1; -1)$ .                      C.  $(1; 3; 1)$ .                      D.  $(-1; -3; -1)$ .

**Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

A.  $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$ .      B.  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .      D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



- A.  $x = 1$ .      B.  $y = 1$ .      C.  $x = -1$ .      D.  $y = -1$ .

**Câu 8:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{e^x - x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  xung quanh trục  $Ox$  là

A.  $e^2 - e - \frac{5}{2}$ .      B.  $e^2 - e - \frac{3}{2}$ .      C.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .      D.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 7.      B. -1.      C. 12.      D. 1.

**Câu 10:** Nghiệm của phương trình  $3^{3x-2} = 9^x$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 11:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_2(x-1) \leq 1$  là

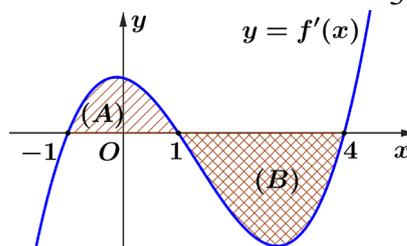
- A. 4.      B. 1.      C. 3.      D. 2.

**Câu 12:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  là

- A.  $x - \ln|x| + C$ .      B.  $x - \ln x + C$ .      C.  $x + \ln x + C$ .      D.  $x + \ln|x| + C$ .

**PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình dưới đây, Biết  $f(-1) = -\frac{35}{3}$ , diện tích hình phẳng  $(A), (B)$  lần lượt bằng  $\frac{64}{3}$  và 63.



a) Giá trị của  $\int_{-1}^4 f'(x) dx$  bằng  $\frac{253}{3}$ .

b) Giá trị  $f(1)$  bằng  $\frac{29}{3}$ .

c) Hàm số đã cho có công thức là  $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $g(x) = -2x^2 + 16x$  làm tròn đến hàng đơn vị là 216.

**Câu 2:** Trong một cuộc thi bắn cung, mỗi cung thủ cần thực hiện hai lần bắn liên tiếp. Một cung thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm trong lần bắn đầu tiên là 0,35. Nếu lần bắn đầu tiên trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,45. Nếu lần bắn đầu tiên không trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,25.

Gọi  $A$  là biến cố “Lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm”.

Gọi  $B$  là biến cố “Lần bắn thứ hai của cung thủ trúng hồng tâm”.

a)  $P(\bar{A}) = 0,65$ .

b)  $P(B|A) = 0,1575$ .

c)  $P(B) = 0,68$ .

d) Xác suất để lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng lần bắn thứ hai của cung thủ không trúng hồng tâm.

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ  $O$  và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí  $A(4;2;1)$  đến vị trí  $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$  với vận tốc 80 km/h theo một đường thẳng.

a) Hai điểm  $A, B$  nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng  $AB$  là 
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là  $M(0;0;3)$ .

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 3x - \log_5(x-1)$

a) Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  là  $f'(x) = 3 - \frac{1}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$ .

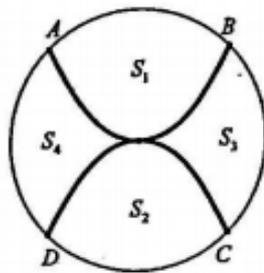
b) Hàm số  $f(x)$  có một điểm cực tiểu.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(1; +\infty)$  lớn hơn  $\frac{9}{2}$

**PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.**

- Câu 1:** Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Hải Dương là 1936780 người, tăng 1,04% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,04% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.
- Câu 2:** Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính  $R = 6$  (nghìn km). Với một hệ tọa độ  $Oxyz$  đã chọn,  $O$  là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ  $A(26; 0; 0)$ ,  $B(0; 26; 0)$ . Xét điểm  $M(x; y; z)$  thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của  $MA + MB$  theo đơn vị nghìn km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 3:** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 4:** Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.
- + Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.
  - + Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.
- Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:
- + Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.
  - + Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.
- Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực “Tốt” và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh 1cm. Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{SBD} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 6:** Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m<sup>2</sup>, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu triệu đồng để trồng bồn hoa đó? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



∞ HẾT ∞



SGD & ĐT TỈNH HẢI DƯƠNG  
**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT**

Năm học: 2024-2025

Môn: Toán

Mã đề: 1011

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

**BẢNG ĐÁP ÁN**

**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.**

|      |      |     |     |     |     |     |     |     |      |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1.B  | 2.C  | 3.C | 4.D | 5.B | 6.C | 7.D | 8.C | 9.A | 10.D |
| 11.C | 12.A |     |     |     |     |     |     |     |      |

**PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.**

| Câu | 1    | 2    | 3    | 4    |
|-----|------|------|------|------|
|     | SĐSD | ĐSSĐ | ĐĐSS | SĐĐĐ |

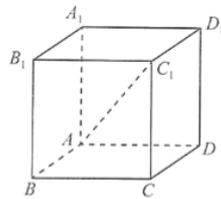
**PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.**

| Câu     | 1    | 2  | 3    | 4    | 5    | 6    |
|---------|------|----|------|------|------|------|
| Trả lời | 2065 | 44 | 70,7 | 0,25 | 0,45 | 3,27 |

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.**

**Câu 1:** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  (như hình vẽ)



Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AC_1$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$ . Giá trị  $\tan \varphi$  bằng

- A. 2.                      **B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .**                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $-\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

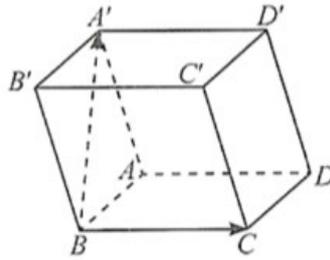
Ta có  $AC_1 \cap (A_1B_1C_1D_1) = \{C_1\}$ ;  $AA_1 \perp (A_1B_1C_1D_1)$ .

Do đó  $\varphi = (AC_1; (A_1B_1C_1D_1)) = \widehat{AC_1A_1}$ .

Gọi  $a$  là độ dài cạnh hình lập phương. Khi đó  $AA_1 = a$ ,  $A_1C_1 = \sqrt{2}a$ .

Xét tam giác  $AA_1C_1$  vuông tại  $A_1$  có  $\tan \widehat{AC_1A_1} = \frac{AA_1}{A_1C_1} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (như hình vẽ)



Khi đó,  $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{BD}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC'}$ .                      C.  $\overrightarrow{BD'}$ .                      D.  $\overrightarrow{BB'}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$ . Khi đó  $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BD'}$ .

**Câu 3:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một nhóm học sinh thu được kết quả sau:

|                  |       |       |        |         |         |
|------------------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Thời gian (phút) | [0;4) | [4;8) | [8;12) | [12;16) | [16;20) |
| Số học sinh      | 2     | 4     | 7      | 4       | 3       |

Thời gian trung bình (đơn vị: phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

- A. 12,5.                      B. 11,3.                      C. 10,4.                      D. 7.

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có giá trị đại diện của từng nhóm số liệu lần lượt là: 2; 6; 10; 14; 18.

Thời gian trung bình để hoàn thành bài tập là:

$$x = \frac{2.2 + 6.4 + 10.7 + 14.4 + 18.3}{20} = 10,4.$$

**Câu 4:** Phương trình  $\sin x = 1$  có một nghiệm là:

- A.  $x = \pi$ .                      B.  $x = \frac{\pi}{3}$ .                      C.  $x = -\frac{\pi}{2}$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Lời giải

**Chọn D.**

Ta có  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Với  $k = 0$  thì  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;1;-1), B(2;-2;-1)$ . Tọa độ của điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$  là

- A.  $(-2; -1; 2)$ .                      B.  $(2; -1; -1)$ .                      C.  $(1; 3; 1)$ .                      D.  $(-1; -3; -1)$ .

Lời giải

**Chọn B.**

$$\overrightarrow{MA} = (2 - x; 1 - y; -1 - z); \overrightarrow{MB} = (2 - x; -2 - y; -1 - z)$$

$$\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x+2(2-x)=0 \\ 1-y+2(-2-y)=0 \\ -1-z+2(-1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$$

Vậy  $M(2; -1; -1)$ .

**Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

A.  $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$ .      B.  $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$ .

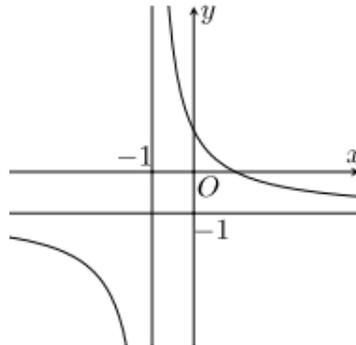
C.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .      D.  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Đường thẳng song song với  $BC$  nhận  $\overline{BC} = (-2; 1; 1)$  làm vector chỉ phương.

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



A.  $x = 1$ .      B.  $y = 1$ .      C.  $x = -1$ .      D.  $y = -1$ .

Lời giải

**Chọn D.**

**Câu 8:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{e^x - x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  xung quanh trục  $Ox$  là

A.  $e^2 - e - \frac{5}{2}$ .      B.  $e^2 - e - \frac{3}{2}$ .      C.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .      D.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ .

Lời giải

**Chọn C.**

$$V = \pi \int_1^2 \left( \sqrt{e^x - x} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 (e^x - x) dx = \pi \left( e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right).$$

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

A. 7.      B. -1.      C. 12.      D. 1.

Lời giải

**Chọn A.**

$$u_2 = u_1 + d = 3 + 4 = 7.$$

**Câu 10:** Nghiệm của phương trình  $3^{3x-2} = 9^x$  là

A.  $x = 1$ .

B.  $x = 4$ .

C.  $x = 3$ .

**D.  $x = 2$ .**

Lời giải

**Chọn D.**

$$3^{3x-2} = 9^x \Leftrightarrow 3^{3x-2} = 3^{2x} \Leftrightarrow 3x - 2 = 2x \Leftrightarrow x = 2.$$

**Câu 11:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_2(x-1) \leq 1$  là

A. 4.

B. 1.

**C. 3.**

D. 2.

Lời giải

**Chọn C.**

Điều kiện  $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ .

$$\log_2(x-1) \leq 1 \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Suy ra  $1 < x \leq 3$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{2; 3; 4\}$ .

**Câu 12:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  là

**A.  $x - \ln|x| + C$ .**

B.  $x - \ln x + C$ .

C.  $x + \ln x + C$ .

D.  $x + \ln|x| + C$ .

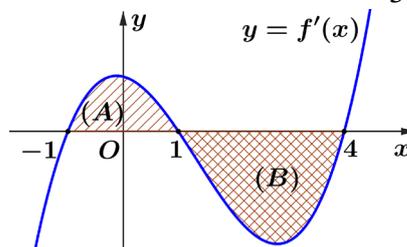
Lời giải

**Chọn A.**

$$\int \frac{x-1}{x} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = x - \ln|x| + C.$$

## PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình dưới đây, Biết  $f(-1) = -\frac{35}{3}$ , diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng  $\frac{64}{3}$  và 63.



a) Giá trị của  $\int_{-1}^4 f'(x) dx$  bằng  $\frac{253}{3}$ .

b) Giá trị  $f(1)$  bằng  $\frac{29}{3}$ .

c) Hàm số đã cho có công thức là  $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$ .

**d)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $g(x) = -2x^2 + 16x$  làm tròn đến hàng đơn vị là 216.

**Lời giải**

a) **Sai.** Ta có  $\int_{-1}^4 f'(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx + \int_1^4 f'(x) dx = \frac{64}{3} - 63 = -\frac{125}{3}$ .

b) **Đúng.** Ta có  $\int_{-1}^1 f'(x) dx = f(1) - f(-1) = \frac{64}{3} \Leftrightarrow f(1) - \left(-\frac{35}{3}\right) = \frac{64}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{29}{3}$ .

c) **Sai.** Ta thấy  $f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-4) = a(x^2-1)(x-4) = a(x^3-4x^2-x+4)$ .

Suy ra  $f(x) = a\left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 4x\right) + C$ . Lại có:

$$\begin{cases} f(-1) = -\frac{35}{3} \\ f(1) = \frac{29}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{35}{12}a + C = -\frac{35}{3} \\ \frac{29}{12}a + C = \frac{29}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ C = 0 \end{cases}$$

Vậy  $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x$ .

d) **Đúng.** Xét phương trình  $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x^4 - \frac{16}{3}x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{16}{3} \end{cases}$ .

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  là:

$$S = \int_{-\frac{16}{3}}^0 |f(x) - g(x)| dx \approx 216..$$

**Câu 2:** Trong một cuộc thi bắn cung, mỗi cung thủ cần thực hiện hai lần bắn liên tiếp. Một cung thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm trong lần bắn đầu tiên là 0,35. Nếu lần bắn đầu tiên trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắt thứ hai là 0,45. Nếu lần bắn đầu tiên không trúng hồng tâm thì xác suất để cung thủ đó bắn trúng hồng tâm trong lần bắn thứ hai là 0,25.

Gọi  $A$  là biến cố “Lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm”.

Gọi  $B$  là biến cố “Lần bắn thứ hai của cung thủ trúng hồng tâm”.

a)  $P(\bar{A}) = 0,65$ .

b)  $P(B|A) = 0,1575$ .

c)  $P(B) = 0,68$ .

**d)** Xác suất để lần bắn đầu tiên của cung thủ trúng hồng tâm là 0,28 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng lần bắn thứ hai của cung thủ không trúng hồng tâm.

Lời giải

Theo dữ kiện đề cho, ta có 
$$\begin{cases} P(A) = 0,35 \\ P(B|A) = 0,45. \\ P(B|\bar{A}) = 0,25 \end{cases}$$

a) **Đúng.** Vì  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,35$ .

b) **Sai.**

c) **Sai.** Vì  $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,35 \cdot 0,45 + 0,65 \cdot 0,25 = 0,32$ .

d) **Đúng.** Vì  $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A)P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,35 \cdot (1 - 0,45)}{1 - 0,32} = \frac{77}{272} \approx 0,28..$

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ  $O$  và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí  $A(4;2;1)$  đến vị trí  $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$  với vận tốc 80 km/h theo một đường thẳng.

a) Hai điểm  $A, B$  nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng  $AB$  là 
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là  $M(0;0;3)$ .

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

Lời giải

|                |                |               |               |
|----------------|----------------|---------------|---------------|
| a) <b>Đúng</b> | b) <b>Đúng</b> | c) <b>Sai</b> | d) <b>Sai</b> |
|----------------|----------------|---------------|---------------|

a)  $OA = \sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{21} > 3$ ,  $OB = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2} > 3$ . Vậy hai điểm  $A, B$  nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b)  $\overline{AB} = \left(-5; -\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}(2; 1; -1)$ . Do đó, phương trình tham số của đường thẳng  $AB$  là

$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

c) Gọi  $M(4 + 2t; 2 + t; 1 - t) \in AB$  là vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện.

Khi đó:

$$OM = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(4+2t)^2 + (2+t)^2 + (1-t)^2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(4+2t)^2 + (2+t)^2 + (1-t)^2} = 3$$

$$\Leftrightarrow 6t^2 + 18t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$$

Với  $t = -1 \Rightarrow M_1(2;1;2) \Rightarrow AM_1 = \sqrt{6}$

Với  $t = -2 \Rightarrow M_2(0;0;3) \Rightarrow AM_2 = 2\sqrt{6}$

Vì  $AM_1 < AM_2$  nên vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là  $M_1(2;1;2)$

d) Vì  $M_1(2;1;2)$  là vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện nên  $M_2(0;0;3)$  là vị trí cuối cùng vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện. Do đó quãng đường vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện là:  $M_1M_2 = \sqrt{6}$ .

Vậy thời gian vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện là:

$$t = \frac{M_1M_2}{8} = \frac{\sqrt{6}}{8} \text{ giờ} \approx 18,4 \text{ phút.}$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 3x - \log_5(x-1)$

a) Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  là  $f'(x) = 3 - \frac{1}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$ .

b) Hàm số  $f(x)$  có một điểm cực tiểu.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(1; +\infty)$  lớn hơn  $\frac{9}{2}$

**Lời giải**

|               |                |                |                |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|---------------|----------------|----------------|----------------|

a)  $f'(x) = 3 - \frac{1}{(x-1) \cdot \ln 5}, \forall x \in (1; +\infty)$ .

b)  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{1}{(x-1) \cdot \ln 5} = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{3 \ln 5} < 2$ .

Bảng xét dấu  $f'(x)$ :

|         |   |                         |   |           |
|---------|---|-------------------------|---|-----------|
| $x$     | 1 | $1 + \frac{1}{3 \ln 5}$ | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0                       | + |           |

Suy ra hàm số  $f(x)$  có một điểm cực tiểu.

c) Từ bảng xét dấu  $f'(x)$  suy ra hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

d) Từ bảng xét dấu  $f'(x)$  suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng  $(1; +\infty)$  là:

$$f\left(1 + \frac{1}{3 \ln 5}\right) \approx 4,6 > \frac{9}{2}$$

**PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Hải Dương là 1936780 người, tăng 1,04% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,04% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.

## Lời giải

**Đáp án: 2065**

Gọi  $P_0 = 1936780$  (người) là dân số của tỉnh Hải Dương năm 2021.

Gọi  $r = 1,04\% = 0,0104$  là tốc độ tăng dân số hằng năm.

Gọi  $P_n$  là dân số của tỉnh Hải Dương sau  $n$  năm kể từ cuối năm 2021.

Công thức tính dân số sau  $n$  năm là  $P_n = P_0(1+r)^n$ .

Ta cần tìm số năm  $n$  nguyên dương nhỏ nhất sao cho dân số  $P_n$  lần đầu vượt \$3041975\$ người.

Ta có bất phương trình:  $P_n > 3041975$

$$\Leftrightarrow P_0(1+r)^n > 3041975$$

$$\Leftrightarrow 1936780 \cdot (1+0,0104)^n > 3041975$$

$$\Leftrightarrow 1936780 \cdot (1,0104)^n > 3041975$$

$$\Leftrightarrow n > 43,6369.$$

Vì  $n$  là số năm và phải là số nguyên (để đánh dấu năm dân số vượt ngưỡng), nên  $n$  nhỏ nhất là 44 năm kể từ năm 2021, dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.

Năm đó là:  $2021 + 44 = 2065$ .

Do đó, đến năm 2065 thì dân số tỉnh Hải Dương lần đầu vượt 3041975 người.

**Câu 2:** Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính  $R = 6$  (nghìn km). Với một hệ tọa độ  $Oxyz$  đã chọn,  $O$  là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ  $A(26;0;0)$ ,  $B(0;26;0)$ . Xét điểm  $M(x;y;z)$  thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của  $MA + MB$  theo đơn vị nghìn km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

## Lời giải

**Đáp án: 44**

Đơn vị được sử dụng trong bài toán là nghìn km.

Trái Đất được coi là khối cầu tâm  $O(0;0;0)$  bán kính  $R = 6$ .

Vậy phương trình mặt cầu Trái Đất là  $x^2 + y^2 + z^2 = 6^2 = 36$ .

Tọa độ các vệ tinh là  $A(26;0;0)$  và  $B(0;26;0)$ .

Điểm  $M(x;y;z)$  thuộc bề mặt Trái Đất nên  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ .

Ta cần tính  $MA + MB$ .

$$MA^2 = (x-26)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = (x-26)^2 + y^2 + z^2$$

$$MA^2 = x^2 - 52x + 26^2 + y^2 + z^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - 52x + 26^2$$

Do  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$  và  $26^2 = 676$ , nên:

$$MA^2 = 36 - 52x + 676 = 712 - 52x. \text{ Vậy } MA = \sqrt{712 - 52x}.$$

$$\text{Tương tự, } MB^2 = (x-0)^2 + (y-26)^2 + (z-0)^2 = x^2 + (y-26)^2 + z^2$$

$$MB^2 = x^2 + y^2 - 52y + 26^2 + z^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - 52y + 26^2$$

$$MB^2 = 36 - 52y + 676 = 712 - 52y. \text{ Vậy } MB = \sqrt{712 - 52y}.$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = MA + MB = \sqrt{712 - 52x} + \sqrt{712 - 52y}$ .

Do vai trò của  $x$  và  $y$  trong biểu thức  $S$  và trong phương trình mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$  là đối xứng nhau qua các vệ tinh  $A(26;0;0)$  và  $B(0;26;0)$  (nếu đổi vai trò  $x \leftrightarrow y$ ,  $A \leftrightarrow B$  thì bài toán không đổi), ta có thể dự đoán rằng giá trị nhỏ nhất đạt được khi  $x = y$ .

Khi  $x = y$ , điểm  $M(x; x; z)$  thuộc mặt cầu nên  $x^2 + x^2 + z^2 = 36 \Leftrightarrow 2x^2 + z^2 = 36$ .

Khi đó  $S = 2\sqrt{712 - 52x}$ .

Để  $S$  nhỏ nhất, thì  $\sqrt{712 - 52x}$  phải nhỏ nhất. Vì hàm  $f(t) = \sqrt{t}$  đồng biến, ta cần  $712 - 52x$  nhỏ nhất. Điều này có nghĩa là  $52x$  phải lớn nhất, hay  $x$  phải lớn nhất.

Từ  $2x^2 + z^2 = 36$ , ta có  $2x^2 = 36 - z^2$ . Vì  $z^2 \geq 0$ , nên  $2x^2 \leq 36 \Rightarrow x^2 \leq 18$ .

Do đó  $-\sqrt{18} \leq x \leq \sqrt{18}$ .

Giá trị lớn nhất của  $x$  là  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ . Giá trị này đạt được khi  $z = 0$ .

Khi đó  $x = y = 3\sqrt{2}$  và  $z = 0$ . Điểm  $M$  là  $(3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}; 0)$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $S$  là:

$$S_{\min} = 2\sqrt{712 - 52(3\sqrt{2})} = 2\sqrt{712 - 156\sqrt{2}}.$$

Sử dụng máy tính:  $\sqrt{2} \approx 1,41421356$ .

$$156\sqrt{2} \approx 156 \times 1,41421356 \approx 220,61731536.$$

$$S_{\min} = 2\sqrt{712 - 220,61731536} = 2\sqrt{491,38268464}.$$

$$S_{\min} \approx 2 \times 22,16715326 \approx 44,33430652.$$

Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị là 44.

Đơn vị là nghìn km.

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $MA + MB$  là 44 nghìn km.

**Câu 3:** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là  $x$  tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất  $x$  tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

### Lời giải

**Đáp án: 70,7**

Gọi  $x$  là số lượng sản phẩm (tấn) mà nhà máy A cung cấp cho nhà máy B mỗi tháng.

Điều kiện:  $0 \leq x \leq 100$ .

Giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là  $P(x) = 45 - 0,001x^2$  (triệu đồng/tấn).

Doanh thu khi bán  $x$  tấn sản phẩm là:

$$R(x) = x \cdot P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chi phí để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm gồm:

Chi phí cố định: 100 triệu đồng.

Chi phí biến đổi:  $30x$  triệu đồng (vì 30 triệu đồng cho mỗi tấn).

Tổng chi phí sản xuất  $x$  tấn sản phẩm là:  $C(x) = 100 + 30x$  (triệu đồng).

Lợi nhuận thu được khi bán  $x$  tấn sản phẩm là:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

$$L(x) = -0,001x^3 + 15x - 100 \text{ (triệu đồng)}.$$

Để tìm số tấn sản phẩm  $x$  sao cho lợi nhuận lớn nhất, ta tìm giá trị lớn nhất của hàm  $L(x)$  trên đoạn  $[0; 100]$ .

Tính đạo hàm của  $L(x)$ :  $L'(x) = -0,003x^2 + 15$ .

Cho  $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$  (vì  $x \geq 0$ )

Giá trị này nằm trong đoạn  $[0;100]$  (vì  $0 \leq 70,710678 \leq 100$ ).

Do đó,  $L(x)$  đạt cực đại tại  $x = 50\sqrt{2}$ .

Ta so sánh giá trị của  $L(x)$  tại các điểm  $x = 0$ ,  $x = 100$  và  $x = 50\sqrt{2}$ :

$$L(0) = -100; L(100) = 400; L(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$$

So sánh các giá trị, lợi nhuận lớn nhất là  $500\sqrt{2} - 100 \approx 607,10678$  triệu đồng, đạt được khi  $x = 50\sqrt{2}$  tấn.

Yêu cầu bài toán là làm tròn kết quả số tấn sản phẩm đến hàng phần mười:

$$x = 50\sqrt{2} \approx 70,710678 \text{ tấn.}$$

Làm tròn đến hàng phần mười, ta được  $x \approx 70,7$  tấn.

Vậy, nhà máy A cần bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất.

**Câu 4:** Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.

Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực “Tốt” trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.

Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực “Tốt” và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

### Lời giải

**Đáp án: 0,25**

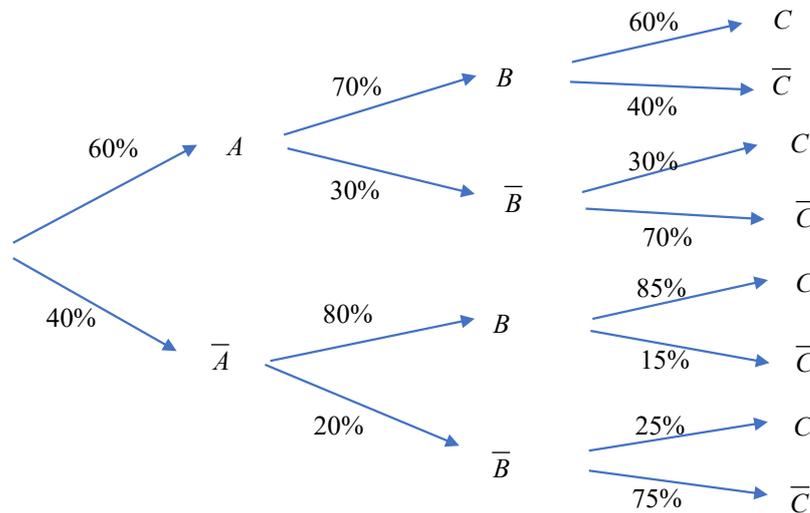
Gọi  $A$  là biến cố: “Cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa”.

$\bar{A}$  là biến cố: “Cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Cán bộ có trình độ đại học”.  $\bar{B}$  là biến cố: “Cán bộ có trình độ trung cấp”.

Gọi  $C$  là biến cố: “Cán bộ được đánh giá là có năng lực “Tốt” trở lên”.

Ta có thể mô tả bằng sơ đồ cây như sau:



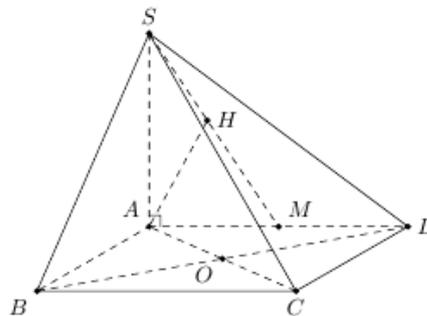
Từ đó, xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực “Tốt” và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa.

$$P(A.B.C) = 0,6.0,7.0,6 = 0,252 \approx 0,25.$$

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $1cm$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{SBD} = 60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng bao nhiêu  $cm$ ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Trả lời: 0,45**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ .

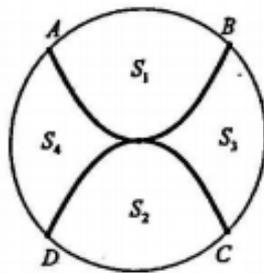
Kẻ  $AH (H \in SM)$  vuông góc với  $SM$  suy ra  $d(A, (SOM)) = AH$ .

Khi đó  $d(AB, SO) = d(AB, (SOM)) = d(A, (SOM)) = AH$ .

Tam giác  $SBD$  cân và có góc  $\widehat{SBD} = 60^\circ$  nên  $SBD$  đều suy ra  $SB = SD = \sqrt{2} \Rightarrow SA = 1$ .

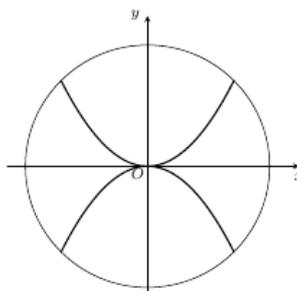
$$\text{Do đó } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,45.$$

**Câu 6:** Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng  $4m$  (như hình vẽ). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là  $150.000$  đồng/ $m^2$ , kinh phí để trồng cỏ là  $100.000$  đồng/ $m^2$ . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu triệu đồng để trồng bồn hoa đó? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 3,27



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Parabol đi qua  $A(-2;2), B(2;2)$  có phương trình  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

Phương trình đường tròn có đường kính là  $BD = 4\sqrt{2} \Rightarrow R = 2\sqrt{2}$  có phương trình  $x^2 + y^2 = 8 \Rightarrow y = \sqrt{8 - x^2}$ .

Kinh phí để trồng bồn hoa là

$$T = 0,15 \cdot 4 \cdot \int_0^2 \left( \sqrt{8 - x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx + 0,1 \cdot \left[ 8\pi - 4 \cdot \int_0^2 \left( \sqrt{8 - x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \right] \approx 3,27 \text{ triệu đồng.}$$

☞ HẾT ☞