



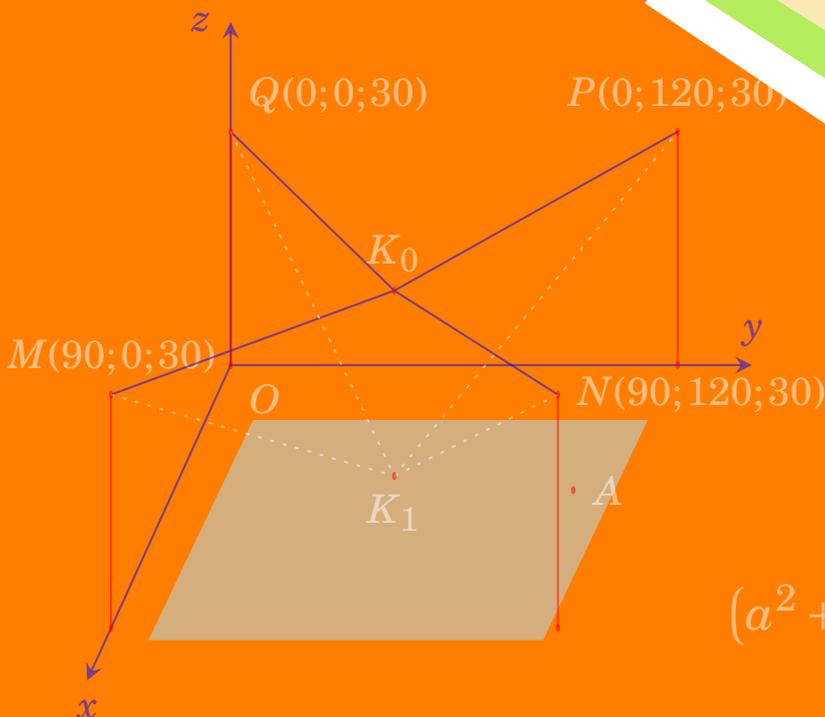
# BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 CHUẨN CẤU TRÚC MỚI TOÁN 12

NĂM HỌC 2024 – 2025

Họ và tên: .....

Lớp: 12A ..

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$



$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$



$$(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) \geq (a \cdot c + b \cdot d)^2$$



# Mục lục

---

Ⓐ	Đề ôn tập số 1.....	2
Ⓑ	Đề ôn tập số 2.....	5
Ⓒ	Đề ôn tập số 3.....	8
Ⓓ	Đề ôn tập số 4.....	12
Ⓔ	Đề ôn tập số 5.....	15
Ⓕ	Đề ôn tập số 6.....	18
Ⓖ	Đề ôn tập số 7.....	22
Ⓕ	Đề ôn tập số 8.....	25
Ⓖ	Đề ôn tập số 9.....	28
Ⓖ	Đề ôn tập số 10.....	31
Ⓖ	Đề ôn tập số 11.....	35
Ⓖ	Đề ôn tập số 12.....	38
Ⓖ	Đề ôn tập số 13.....	41
Ⓖ	Đề ôn tập số 14.....	44
Ⓖ	Đề ôn tập số 15.....	47
Ⓖ	Đề ôn tập số 16.....	51
Ⓖ	Đề ôn tập số 17.....	54
Ⓖ	Đề ôn tập số 18.....	57
Ⓖ	Đề ôn tập số 19.....	60
Ⓖ	Đề ôn tập số 20.....	63
Ⓖ	Bài tập tự luận.....	66
	📁 <i>Dạng 1. Ứng dụng của tích phân.....</i>	66
	📁 <i>Dạng 2. Phương trình mặt cầu.....</i>	71
	📁 <i>Dạng 3. Xác suất có điều kiện.....</i>	73

# BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 – TOÁN 12

## A. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = e^x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức

**A.**  $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$ .    **B.**  $S = \int_0^1 (x - e^x) dx$ .    **C.**  $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx$ .    **D.**  $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx$ .

**Câu 2.** Xác định  $m$  để mặt phẳng  $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$  đi qua điểm  $A(3; 1; -2)$ .

**A.**  $m = -1$ .    **B.**  $m = 1$ .    **C.**  $m = 9$ .    **D.**  $m = -9$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 0; 0)$  và  $B(0; 0; 1)$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ ?

**A.**  $\vec{d} = (-1; 1; 2)$ .    **B.**  $\vec{a} = (-3; 0; 1)$ .    **C.**  $\vec{b} = (3; 0; 1)$ .    **D.**  $\vec{c} = (1; 2; 2)$ .

**Câu 4.** Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

**A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+6}{8}$ .    **B.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}$ .  
**C.**  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}$ .    **D.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là

**A.**  $I(1; -2; -1), R = 3$ .    **B.**  $I(1; 2; 1), R = 9$ .  
**C.**  $I(1; 2; 1), R = 3$ .    **D.**  $I(1; -2; -1), R = 9$ .

**Câu 6.** Cho điểm  $M(1; -1; 3)$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ . Khẳng định đúng là

**A.**  $M$  nằm ngoài  $(S)$ .    **B.**  $M$  nằm trong  $(S)$ .  
**C.**  $M$  nằm trên  $(S)$ .    **D.**  $M$  trùng với tâm của  $(S)$ .

**Câu 7.** Câu lạc bộ cờ của nhà trường gồm 35 thành viên, mỗi thành viên biết chơi ít nhất một trong hai môn cờ vua hoặc cờ tướng. Biết rằng có 25 thành viên biết chơi cờ vua và 20 thành viên biết chơi cờ tướng. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ. Tính xác suất thành viên được chọn biết chơi cờ vua, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ tướng.

**A.** 0,3.    **B.** 0,4.    **C.** 0,5.    **D.** 0,6.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8; P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là

**A.** 0,4.    **B.** 0,5.    **C.** 0,25.    **D.** 0,625.

**Câu 9.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}; P(B|A) = \frac{1}{3}; P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

**A.**  $\frac{19}{60}$ .    **B.**  $\frac{17}{60}$ .    **C.**  $\frac{9}{20}$ .    **D.**  $\frac{7}{30}$ .

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.  $\frac{33}{35}$ .                      B.  $\frac{32}{35}$ .                      C.  $\frac{9}{35}$ .                      D.  $\frac{26}{35}$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): 2x-z-4=0$  và mặt phẳng  $(Q): x-2y-2=0$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc đường thẳng  $d$ , tiếp xúc với hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ . Bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .                      B. 5.                      C. 3.                      D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(\bar{B} | \bar{A})$  là

- A.  $\frac{1}{7}$ .                      B.  $\frac{4}{19}$ .                      C.  $\frac{4}{21}$ .                      D.  $\frac{3}{20}$ .

**2**      **Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ;  $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$  và điểm  $A(1; 2; 3)$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d_1$  và cắt  $d_2$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Hai đường thẳng $d_1, d_2$ lần lượt nhận $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ , $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ làm vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng $\Delta$ cắt đường thẳng $d_2$ tại điểm có tọa độ $(2; -1; 2)$ .		
c) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương có tọa độ $(1; -3; -5)$ .		
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4; 6; 8)$  và  $B(2; 4; 4)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $AB$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Trung điểm của $AB$ là điểm $I(3; 5; 6)$ .		
b) Tọa độ vectơ $\vec{AB} = (2; 2; 4)$ .		
c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R = 2\sqrt{6}$ .		
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-3)^2 + (y-5)^2 + (z-6)^2 = 6$ .		

**Câu 15.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị tai nạn xe máy về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy

- Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18%.

Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn” và B là biến cố: “Bệnh nhân

đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 0,144.		
b) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 0,65.		
c) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách biết bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 0,82.		
d) Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.		

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà  $N$  đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả là âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm là dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính.

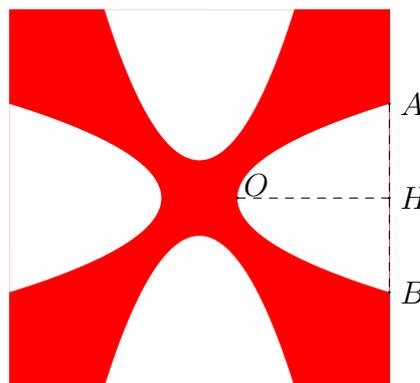
Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,005.		
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ không bị bệnh $Y$ là 0,97.		
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,94.		
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,997.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết  $AB = 5$  cm,  $OH = 4$  cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó. (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

KQ:



**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 1; 1)$ . Mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - d = 0$  đi qua  $M$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  khác gốc  $O$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất. Tính  $V_{\min}$ . KQ:

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 m/s. Sau thời gian 180 giây, Cabin dừng ở điểm  $B$ . Tìm tung độ điểm  $B$ . KQ:

**Câu 20.** Trên hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Người dùng điện thoại

đang ở vị trí  $A(-100; 50; 10)$  thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này. Tỷ lệ khoảng cách từ tâm máy phát sóng đến vị trí của người này là bao nhiêu phần trăm so với bán kính ngưỡng phát sóng?

KQ:

**Câu 21.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

**Câu 22.** Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 2% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Trong các vụ tai nạn ở địa phương đó, người ta nhận thấy có 10% là do tài xế có sử dụng điện thoại khi lái xe gây ra. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

KQ:

## B. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = x^2$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức nào?

A.  $S = \int_0^1 (x - x^2) dx.$

B.  $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

C.  $S = \int_0^1 |x + x^2| dx.$

D.  $S = \int_0^1 |x - 1| dx.$

**Câu 2.** Xác định  $m$  để mặt phẳng  $(P): 2x + 5y - 3z + m = 0$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$ .

A.  $m = -10.$

B.  $m = 1.$

C.  $m = 10.$

D.  $m = -1.$

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ . Một vectơ chỉ phương của  $d$  là

A.  $\vec{a} = (1; 2; 3).$

B.  $\vec{b} = (-1; 2; 4).$

C.  $\vec{c} = (-1; -2; 4).$

D.  $\vec{d} = (1; 2; -4).$

**Câu 4.** Đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 5)$  nhận  $\vec{v} = (3; 4; -7)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-5}{7}.$

B.  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+5}{7}.$

C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{7}.$

D.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-7}.$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 13 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là

A.  $I(2; 3; 4), R = 4.$

B.  $I(2; -3; -4), R = 9.$

C.  $I(-2; 3; 4), R = 4.$

D.  $I(2; 3; -4), R = 9.$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; -1), B(1; -2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  nhận đoạn  $AB$  làm đường kính.

A.  $x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9.$

B.  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3.$

C.  $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$

D.  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9.$

**Câu 7.** Trong một cuộc khảo sát, có 60% người tham gia là nam. Trong số những người nam đó, 70% thích chơi thể thao. Tính xác suất để một người được chọn ngẫu nhiên từ toàn bộ người tham gia khảo sát và người đó là nam thích chơi thể thao.

A. 0,42.

B. 0,60.

C. 0,70.

D. 0,30.

**Câu 8.** Trong một lớp học, 40% học sinh là nam và 30% học sinh nam thích học toán. Tính xác suất để một học sinh được chọn ngẫu nhiên là nam và thích học toán.

A. 0,12.

B. 0,30.

C. 0,40.

D. 0,70.

**Câu 9.** Cho  $P(C) = \frac{3}{7}$ ,  $P(D | C) = \frac{2}{5}$  và  $P(D | \bar{C}) = \frac{1}{6}$ . Tìm giá trị của  $P(D)$ .

A.  $\frac{4}{15}$ .

B.  $\frac{11}{42}$ .

C.  $\frac{8}{35}$ .

D.  $\frac{17}{60}$ .

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{3}{4}$ ,  $P(B | A) = \frac{1}{2}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{3}{5}$ . Tính xác suất  $P(A | B)$ .

A.  $\frac{15}{23}$ .

B.  $\frac{9}{17}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{12}{17}$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm  $I(0; 1; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ .

A.  $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}$ .

B.  $x^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = \frac{1}{6}$ .

C.  $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = \frac{2}{3}$ .

D.  $x^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = \frac{1}{6}$ .

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(\bar{B}A)$  là

A.  $\frac{1}{7}$ .

B.  $\frac{4}{19}$ .

C.  $\frac{4}{21}$ .

D.  $\frac{3}{20}$ .

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1; 3; 2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 4)$ .		
b) Khoảng cách từ $M$ đến $(P)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{21}}$ .		
c) Điểm đối xứng của $M$ qua mặt phẳng $Oxy$ là $M'(1; -3; 2)$ .		
d) $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-3; 0; 1)$ ,  $B(0; -2; -3)$ ,  $C(0; 0; 3)$ ,  $D(-3; 1; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ . :

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu vuông góc của tâm mặt cầu $(S)$ lên trục $Oy$ là điểm $H\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ .		
b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến tâm của mặt cầu $(S)$ bằng $\frac{1}{2}$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) Mặt cầu ( $S$ ) có bán kính bằng $\frac{\sqrt{451}}{6}$ .		
d) Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$ đi qua tâm của mặt cầu ( $S$ ).		

**Câu 15.** Kết quả khảo sát về mối liên hệ giữa việc mang khẩu trang đúng cách và khả năng nhiễm bệnh của những người đến bệnh viện cho thấy

- ✔ Tỷ lệ người bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện là 70%;
- ✔ Tỷ lệ người mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện là 85%;
- ✔ Tỷ lệ người mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh là 15%.

Gọi  $A$  là biến cố “Người đó bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện” và  $B$  là biến cố “Người đó mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó vừa mang khẩu trang đúng cách vừa bị nhiễm bệnh.		
b) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó không mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh.		
c) Xác suất để khi biết người đó bị nhiễm bệnh, người đó đã không mang khẩu trang đúng cách.		
d) Tỷ lệ giảm khả năng nhiễm bệnh nếu mang khẩu trang đúng cách.		

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỷ lệ dân số mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,8%. Ông  $M$  đi xét nghiệm bệnh nhiễm trùng  $X$  và nhận được kết quả là dương tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  thì với xác suất 0,92 xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh nhiễm trùng  $X$  thì với xác suất 0,96 xét nghiệm cho kết quả âm tính.

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi xét nghiệm, xác suất ông $M$ không mắc bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,992.		
b) Xác suất ông $M$ có xét nghiệm là dương tính nếu ông $M$ bị bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,92.		
c) Xác suất ông $M$ có xét nghiệm là âm tính nếu ông $M$ bị bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,04.		
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính, xác suất ông $M$ mắc bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,162.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; 2)$ ,  $B(3; 2; 6)$ . Xét hai điểm  $M, N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MN = 16$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một chiếc máy bay cất cánh từ điểm  $P(15; -4; 2)$  và bay đều theo hướng của vectơ  $\vec{d} = (3; 1; -2)$  với tốc độ 5 m/s. Sau thời gian 200 giây, máy bay đến

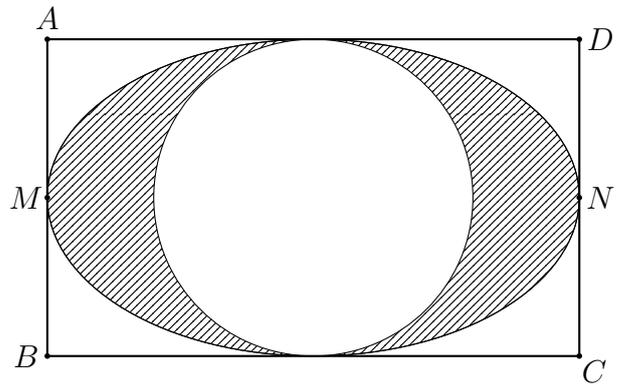
BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

điểm  $Q$ . Tìm tung độ điểm  $Q$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

**Câu 19.**

Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền  $(R)$  (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục  $MN$ . Biết rằng  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 6$  cm,  $AD = 10$  cm.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là  $ABCD$  và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh  $AD$  và  $BC$  (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ:



**Câu 20.** Trên hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một cây phát điện có bán kính vùng bao phủ điện từ ngưỡng 600 m được đặt tại vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Một người đang ở vị trí  $A(-100; 50; 10)$  có thể nhận được tín hiệu điện từ. Hỏi khoảng cách từ cây phát điện đến người đó là bao nhiêu phần trăm so với bán kính ngưỡng bao phủ? KQ:

**Câu 21.** Có hai hộp đựng bóng. Hộp I có 4 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ. Hộp II có 6 quả bóng màu xanh và 4 quả bóng màu đỏ. Trước tiên, từ hộp II lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng rồi cho vào hộp I. Sau đó, từ hộp I lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng màu đỏ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ:

**Câu 22.** Ở một thành phố, người ta điều tra thấy rằng có 1% số người đi bộ thường xuyên sử dụng tai nghe khi qua đường. Trong các vụ tai nạn ở thành phố, người ta nhận thấy 8% là do người đi bộ có sử dụng tai nghe khi qua đường gây ra. Hỏi việc sử dụng tai nghe khi qua đường làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần? KQ:

**C. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 3**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$       B.  $S = \int_a^b f(x) dx.$       C.  $S = \int_a^b f(|x|) dx.$       D.  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

**Câu 2.** Một vectơ chỉ phương  $\vec{u}$  của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$  là

- A.  $\vec{u} = (3; -1; 0).$       B.  $\vec{u} = (1; 1; 3).$       C.  $\vec{u} = (-3; -1; 0).$       D.  $\vec{u} = (-3; 1; 3).$

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(-1; 2; 1)$  và chứa đường thẳng  $(d) : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$ , khi đó mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

- A.  $2x + 2y - z - 3 = 0.$       B.  $2x + 2y - z + 3 = 0.$   
 C.  $2x + 2y + z - 3 = 0.$       D.  $2x + 2y + z + 3 = 0.$

**Câu 4.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(7; -3; 0)$ , bán kính  $R = 8$  là

- A.  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 64$ .  
 B.  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 16$ .  
 C.  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 8$ .  
 D.  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 64$ .

**Câu 5.** Cho mặt cầu có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z - \frac{1}{2} = 0$ . Bán kính mặt cầu này bằng

- A.  $R = 4$ .  
 B.  $R = \sqrt{2}$ .  
 C.  $R = 1$ .  
 D.  $R = 2$ .

**Câu 6.** Cho hai điểm  $A(1; 0; 0)$  và  $B(5; 0; 0)$ . Biết rằng điểm  $M(x; y; 2)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$  thì  $M$  thuộc một mặt cầu  $(S)$ . Bán kính của  $(S)$  bằng

- A.  $R = 4$ .  
 B.  $R = \sqrt{2}$ .  
 C.  $R = 1$ .  
 D.  $R = 2$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Mặt phẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $\Delta$  có phương trình là

- A.  $2x - 2y + 3z - 7 = 0$ .  
 B.  $x + 2y + 3z - 3 = 0$ .  
 C.  $2x - y + z + 3 = 0$ .  
 D.  $2x - y + z - 3 = 0$ .

**Câu 8.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm hai lần gieo lớn hơn 8, biết lần thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A.  $\frac{1}{2}$ .  
 B.  $\frac{1}{6}$ .  
 C.  $\frac{2}{3}$ .  
 D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Khi đó  $P(\overline{A \cap B})$  bằng

- A.  $\frac{4}{7}$ .  
 B.  $\frac{1}{2}$ .  
 C.  $\frac{2}{5}$ .  
 D.  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$ . Biết rằng  $P(B) = 0,4$ ;  $P(A | B) = 0,8$  và  $P(A | \overline{B}) = 0,5$ ; tính  $P(A)$ .

- A. 0,4.  
 B. 0,62.  
 C. 0,68.  
 D. 0,48.

**Câu 11.** Một mảnh đất chia thành hai khu vườn. Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 300 cây. Chọn ngẫu nhiên một cây trong mảnh đất. Xác suất để cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B là

- A.  $\frac{5}{14}$ .  
 B.  $\frac{5}{8}$ .  
 C.  $\frac{5}{9}$ .  
 D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 12.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà người đó bị bệnh phổi là

- A. 15%.  
 B. 29%.  
 C. 31%.  
 D. 26%.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm:  $A(2; 3; 0)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $C(3; 0; -2)$ ,  $D(-2; 3; 0)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P) : x + 3y + z - 3 = 0$ đi qua tâm của $(S)$ .		
b) Hình chiếu tâm mặt cầu $(S)$ lên $(Oxy)$ là $H(1; -2; 0)$ .		
c) Phương trình của $(S)$ là: $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$ .		

Phát biểu	Đ	S
d) $(S)$ đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ .		

**Câu 14.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Gọi  $A$  là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.  
Gọi  $B$  là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{A}) = 0,7$ .		
b) $P(\bar{A}B) = \frac{7}{15}$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B) = 0,8$ .		
d) $P(A\bar{B}) = \frac{10}{21}$ .		

**Câu 15.** Một công ty được phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 10000 người, trong số đó có 2000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 8000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 2000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 75% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 8000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm. Gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn nhiễm sốt xuất huyết”,  $B$  là biến cố “Người được chọn âm tính với dụng cụ thử”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = \frac{2000}{10000} = 0,4$ .		
b) $P(B   A) = 0,25$ .		
c) Xác suất để người được chọn âm tính với dụng cụ là 0,62.		
d) Biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính, xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng 0,062 (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).		

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $(d): \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$  và hai điểm  $A(-1; 2; 7)$ ,  $B(0; 4; 4)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Một mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $(d)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ .		
b) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u} = (-1; -2; 3)$ .		
c) Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$ .		
d) Đường thẳng $AB$ và $(d)$ là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau.		

3

Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.

KQ:

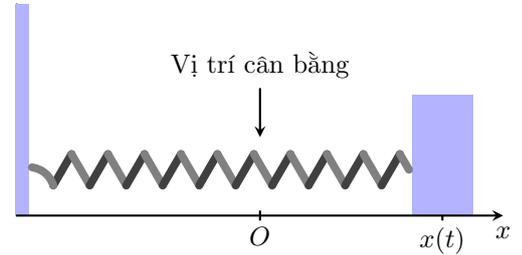
**Câu 18.** Có hai chuồng nuôi gà, chuồng I có 3 con gà trống và 7 con gà mái; chuồng II có 4 con gà trống và 5 con gà mái. Quan sát thấy có 1 con gà nhảy từ chuồng I sang chuồng II; sau đó có 1 con gà từ chuồng II nhảy ra ngoài. Tính xác suất để con gà từ chuồng II ra nhảy ra ngoài là con gà trống.

KQ:

**Câu 19.**

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như hình bên dưới, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $v(t)$  tính bằng cm/s. Tại thời điểm  $t = 0$ , con lắc ở vị trí cân bằng. Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 1 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimet (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:



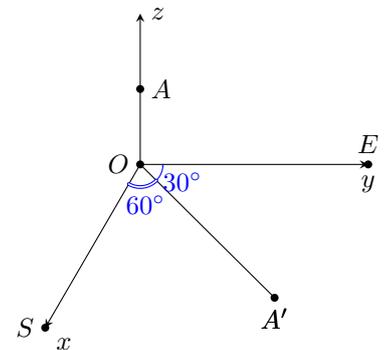
**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(1; 2; 1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $H$  và cắt các trục tọa độ lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là  $ax + by + z + c = 0$ . Tính giá trị của:  $a + b + c$ .

KQ:

**Câu 21.**

Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí  $O$  trên mặt đất, đỉnh cột là điểm  $A$ . Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng  $S60^\circ E$  (hướng tạo với hướng nam góc  $60^\circ$  và tạo với hướng đông góc  $30^\circ$ ). Chọn hệ trục  $Oxyz$  có gốc tọa độ là  $O$ , tia  $Ox$  chỉ hướng nam, tia  $Oy$  chỉ hướng đông, tia  $Oz$  chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Một vectơ chỉ phương của tia nắng chứa đường thẳng  $a$  là  $\vec{u} = (3; b; c)$ . Tính  $b + c$ ?

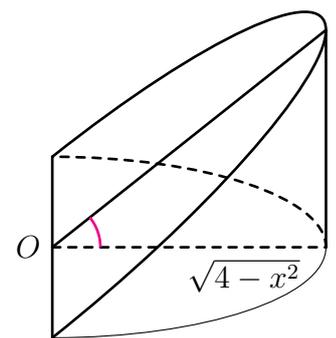
KQ:



**Câu 22.**

Khi cắt một vật thể hình chóp nôm bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  (với  $-2 \leq x \leq 2$ ), mặt cắt là tam giác vuông có một góc bằng  $45^\circ$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{4 - x^2}$  (dm). Được mô tả như hình vẽ bên. Biết thể tích của vật thể có dạng  $V = \frac{a}{b}$  (dm<sup>3</sup>) (với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản). Tính giá trị của biểu thức  $T = a^b$ .

KQ:



## D. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 4

## 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3$ ,  $y = x$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $\frac{9}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 2.** Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .

- A.  $x - 2y + 3z - 12 = 0$ .                      B.  $x - 2y - 3z + 6 = 0$ .  
C.  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ .                      D.  $x - 2y - 3z - 6 = 0$ .

**Câu 3.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của  $d$ .

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$ .

**Câu 4.** Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$

- A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$ .                      B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ .  
C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ .                      D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(7; 6; -5)$  và bán kính 9.

- A.  $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 81$ .                      B.  $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 9$ .  
C.  $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 81$ .                      D.  $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 9$ .

**Câu 6.** Cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Toạ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  là

- A.  $I(-1; 2; 1)$  và  $R = 3$ .                      B.  $I(1; -2; -1)$  và  $R = 3$ .  
C.  $I(-1; 2; 1)$  và  $R = 9$ .                      D.  $I(1; -2; -1)$  và  $R = 9$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 0; -3)$  và đi qua điểm  $M(4; 0; 0)$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .                      B.  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .  
C.  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .                      D.  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ;  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A. 0,7976.                      B. 0,7975.                      C. 0,2025.                      D. 0,2024.

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ;  $P(B) = 0,7$ ;  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(\bar{A} \cap B)$ .

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{6}{7}$ .                      D.  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 10.** Một phụ nữ sinh hai người con. Xác suất để cả hai là con trai bằng bao nhiêu biết rằng người phụ nữ đó có ít nhất một người con trai.

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) > 0$ . Công thức nào sau đây là đúng.

- A.  $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- B.  $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- C.  $P(A | B) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- D.  $P(A | B) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6; P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A. 0,58.
- B. 0,4.
- C. 0,7.
- D. 0,52.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho đường thẳng  $d_1$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (3; 4; -2)$ ,  $d_2$  đi qua điểm  $B(0; 1; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (-2; 1; 5)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $B(1; 2; 3)$ thuộc đường thẳng $d_1$ .		
b) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (22; -11; 11)$ .		
c) $d_1$ và $d_2$ chéo nhau.		
d) $d_1$ và $d_2$ không vuông góc.		

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu tâm  $I(-2; 1; 5)$  bán kính 3. Cho các điểm  $A(10; 1; 2), B(0; 1; 4), C(0; 3; 4)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 3$ .		
b) Điểm $A$ ngoài mặt cầu $(S)$ .		
c) Đường thẳng $AB$ cắt mặt cầu $(S)$ .		
d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.		

**Câu 15.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị tai nạn xe máy về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy

- Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18%

Gọi  $A$  là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn” và  $B$  là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn”.

BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 0,144.		
b) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 0,65.		
c) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách biết bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 0,82.		
d) Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.		

**Câu 16.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

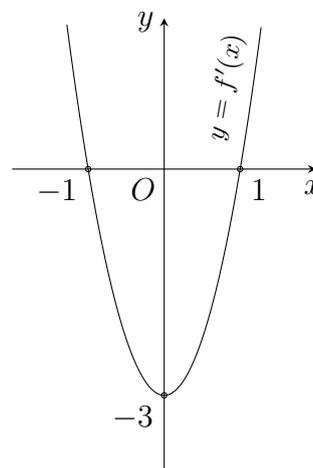
Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nữ là 0,18.		
b) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nam là 0,15.		
c) Xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là 0,1656.		
d) Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Xác suất học sinh đó là nam là $\frac{13}{23}$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$ . Biết rằng đồ thị  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $y = 4$  tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  cho bởi hình vẽ bên. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $H$  giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và trục hoành khi quay xung quanh trục  $Ox$ . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

KQ:



**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $T = a + b + c$ .

KQ:

**Câu 19.** Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian  $Oxyz$ , hai con đường đó thuộc hai đường thẳng lần lượt có phương trình là  $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  và  $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ .

Tìm  $a$  để nút giao thông trên là nút giao thông cùng mức.

KQ:

**Câu 20.** Một vỏ kem ốc quế là một loại bánh khô, hình nón ( $N$ ) trong không gian  $Oxyz$ , thường được làm bằng một chiếc bánh xốp dùng để đặt kem vào và cầm ăn mà không cần bát hoặc muỗng. Người ta thả vào vỏ kem ( $N$ ) một viên kem vani hình cầu có đỉnh hai viên socola nhỏ tại hai vị trí  $A(2; 1; 3)$  và  $B(6; 5; 5)$  sao cho đường kính  $AB$  có  $B$  là tâm đường tròn đáy khối nón. Khi thể tích của khối nón ( $N$ ) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh  $S$  của khối nón ( $N$ ) và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của ( $N$ ) có phương trình  $2x + by + cz + d = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = b + c + d$ .

KQ:

**Câu 21.** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu của cả hai dự án là 0,3. Tính xác suất để công ty thắng dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ:

**Câu 22.** Anh Nam hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay anh đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe máy là 0,3. Nếu hôm nay anh đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe buýt là 0,6. Xét một tuần mà thứ Hai anh Nam đi làm bằng xe buýt. Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, anh Nam đi làm bằng xe máy là bao nhiêu? KQ:

### E. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5

#### 1

#### Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.**

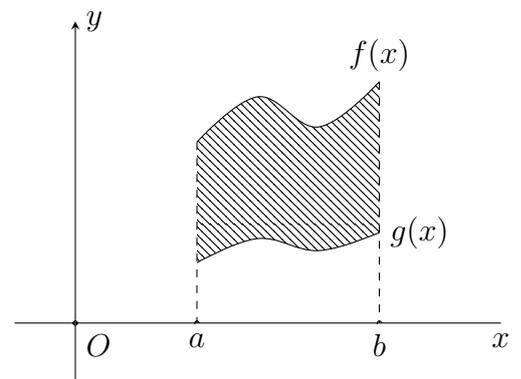
Công thức nào sau đây để tính diện tích hình phẳng  $S$  (phần tô đậm trong hình vẽ)

**A.**  $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

**B.**  $S = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

**C.**  $S = \left| \int_a^b g(x) dx \right| - \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

**D.**  $S = \int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx.$



**Câu 2.** Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng ( $Oyz$ )?

- A.**  $y = 0.$                       **B.**  $x = 0.$                       **C.**  $y - z = 0.$                       **D.**  $z = 0.$

**Câu 3.** Đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-1}{9}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.**  $\vec{u}_1 = (2; 3; 1).$                       **B.**  $\vec{u}_2 = (6; 3; 9).$                       **C.**  $\vec{u}_3 = (3; 9; 6).$                       **D.**  $\vec{u}_4 = (1; 2; 3).$

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; -3; 1)$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

- A.**  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$                       **B.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. 
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

D. 
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

**Câu 5.** Mặt cầu tâm  $I(-3; 0; 4)$  và đi qua điểm  $A(-3; 0; 0)$  có phương trình là

A.  $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 4.$

B.  $(x - 3)^2 - y^2 + (z + 4)^2 = 16.$

C.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 16.$

D.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 4.$

**Câu 6.** Mặt cầu  $(S): (x - 11)^2 + (y - 12)^2 + (z - 13)^2 = 100$  có bán kính là

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

**Câu 7.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A.  $\frac{2}{6}.$

B.  $\frac{1}{2}.$

C.  $\frac{1}{6}.$

D.  $\frac{5}{6}.$

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024, P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

A. 0,7976.

B. 0,7975.

C. 0,2025.

D. 0,2024.

**Câu 9.** Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

A.  $\frac{7}{13}.$

B.  $\frac{6}{13}.$

C.  $\frac{4}{13}.$

D.  $\frac{9}{13}.$

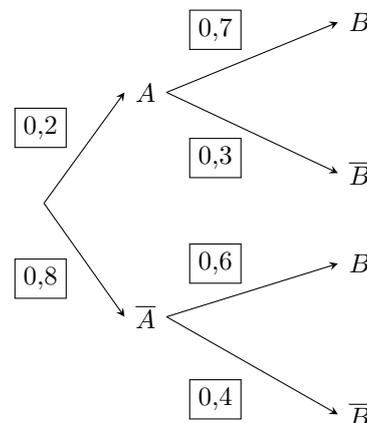
**Câu 10.** Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xác suất của biến cố  $B$  là

A. 0,42.

B. 0,62.

C. 0,28.

D. 0,48.



**Câu 11.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

A. 0,28.

B. 0,7.

C. 0,46.

D. 0,18.

**Câu 12.** Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$  đến mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$  bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{2}, \Delta_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}$ . Xét các vectơ  $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$  và  $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $\Delta_1$ đi qua điểm $M_1(0; 3; -3)$ và có $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng $\Delta_2$ đi qua điểm $M_2(-4; -2; 4)$ và có $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ là một vectơ chỉ phương.		
c) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; -5; -3)$ .		
d) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.		

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; -5)$  và đi qua điểm  $M(3; 1; 2)$ . Mỗi kết quả sau đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $(S): (x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = 74$ .		
b) $(S): (x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = \sqrt{74}$ .		
c) $R = 74$ .		
d) $R = \sqrt{74}$ .		

**Câu 15.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố không độc lập.		
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà  $N$  đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính. Khẳng định nào sau đây đúng?

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,995.		
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,03.		
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm âm tính là 0,9.		
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 99,97%.		

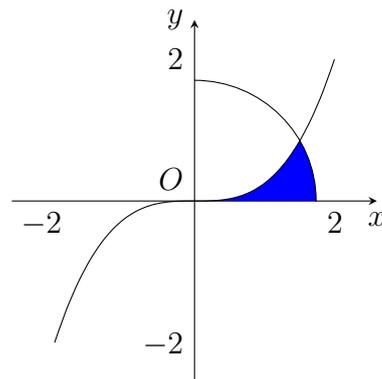
3

**Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.** Cho hai điểm  $A(0; 0; -3)$  và  $B(2; 0; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$ . Gọi  $C(a; b; c)$  là điểm có tọa độ nguyên thuộc  $(P)$  sao cho tam giác  $ABC$  đều. Tính  $a + b + c$ ? KQ:

**Câu 18.**

Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4-x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là  $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$ , trong đó  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  là các phân số tối giản. Tính  $P = a+b+c+d$ . KQ:



**Câu 19.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$  và hai điểm  $A(0; 1; 1), B(-5; 0; 5)$ . Điểm  $M$  thuộc  $d$  sao cho  $|\vec{MA} - 3\vec{MB}|$  có giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. (Làm tròn đến hàng phần chục)

KQ:

**Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; -1; 3), B(-2; -8; -4), C(2; -1; 1)$  và mặt cầu (S):  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$ . Gọi  $M(x_M; y_M; z_M)$  là điểm trên (S) sao cho biểu thức  $|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $P = x_M + y_M$ .

KQ:

**Câu 21.** Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính tổng xác suất của các biến cố A: “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”; B: “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

**Câu 22.** Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

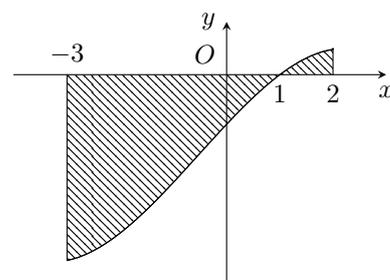
**F. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 6**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.**

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3, x = 2$ . Đặt  $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$ ,

$b = \int_1^2 f(x) dx$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.  $S = a + b$ .
- B.  $S = a - b$ .
- C.  $S = -a - b$ .
- D.  $S = b - a$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .

- A.  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ .
- B.  $x - 2y - 3z - 6 = 0$ .

C.  $x - 2y + 3z - 12 = 0$ .

D.  $x - 2y - 3z + 6 = 0$ .

**Câu 3.** Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}$ .

B.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}$ .

C.  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}$ .

D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm không thẳng hàng  $A(-1; 3; 1)$ ,  $B(0; 3; 2)$  và  $C(1; 2; 2)$ . Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  có vectơ chỉ phương là

A.  $\vec{u} = (1; 2; -3)$ .

B.  $\vec{u} = (1; 1; 1)$ .

C.  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ .

D.  $\vec{u} = (1; 1; -1)$ .

**Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$ .

B.  $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0$ .

C.  $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$ .

D.  $(x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$   $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 16$  có tâm là

A.  $I(1; 0; 3)$ .

B.  $I(-1; 0; -3)$ .

C.  $I(1; 0; -3)$ .

D.  $I(1; 2; -3)$ .

**Câu 7.** Cho hai biến cố  $A, B$  có xác suất  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,6$ ,  $P(AB) = 0,2$ . Tính xác suất  $P(A | B)$ .

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. 0,3.

D. 0,25.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A, B$  có xác suất  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,3$ ,  $P(A | B) = 0,25$ . Tính xác suất  $P(B | A)$ .

A. 0,1875.

B. 0,48.

C. 0,333.

D. 0,95.

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $A$  là

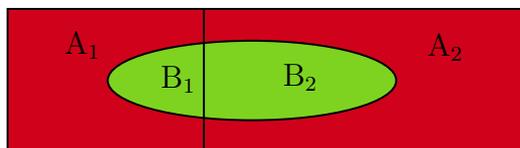
A.  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .

B.  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B})$ .

C.  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .

D.  $P(B) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(B | \bar{B})$ .

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A = A_1 + A_2$  và biến cố  $B = B_1 + B_2$  biểu diễn theo đồ Ven như sau



Tính xác suất của  $P(A)$ .

A.  $P(A) = P(B_1)P(A_1 | B_1) + P(B_2)P(A_1 | B_2)$ .

B.  $P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$ .

C.  $P(A) = P(B)P(A_1 | B_1) + P(B)P(A_2 | B_2)$ .

D.  $P(A) = P(A_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$ .

**Câu 11.** Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $O$ , tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha) : 16x - 15y - 12z + 75 = 0$  là

A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 9$ .

B.  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ .

C.  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ .

D.  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

**Câu 12.** Một nhóm 50 học sinh có 23 bạn biết chơi cầu lông mà không biết chơi bóng đá và 21 bạn biết chơi bóng đá mà không biết chơi cầu lông. Biết rằng mỗi học sinh trong nhóm này biết chơi bóng đá

hoặc cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Tính xác suất học sinh này biết chơi bóng đá, biết rằng bạn ấy biết chơi cầu lông.

A.  $\frac{23}{29}$ .

B.  $\frac{6}{29}$ .

C.  $\frac{21}{29}$ .

D.  $\frac{6}{23}$ .

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .		
b) $d \parallel (\alpha)$ .		
c) Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(\alpha)$ có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .		
d) Hình chiếu vuông góc của $d$ lên $(\alpha)$ có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+1}{5}$ .		

**Câu 14.** Cho  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1; 2; 3)$ .		
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 9$ .		
c) Cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 13 = 0$ . Khi đó $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ .		
d) Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$ . Khi đó $(\Delta)$ và $(S)$ cắt nhau tại hai điểm.		

**Câu 15.** Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố  $A$ : “Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam”;  $B$ : “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

Phát biểu	Đ	S
a) $P(B   A) = 0,575$ .		
b) $P(B   \bar{A}) = 0,6$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(\bar{B}   A) = 0,425$ .		
d) $P(\bar{B}   \bar{A}) = 0,4$ .		

**Câu 16.** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 20% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 70%, 15%. Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi  $A$  là biến cố “Người đó có hút thuốc lá” và  $B$  là biến cố “Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(AB) = 0,13$ .		
b) $P(\bar{A}B) = 0,14$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) Nếu ta gặp một cư dân của xã thì xác suất người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp là 0,26.		
d) Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá xấp xỉ 54%.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 2)$ ,  $D(1; -1; 1)$ ,  $C'(4; 5; -5)$ . Chiều cao của hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $\frac{a\sqrt{b}}{2}$ . Giá trị của  $a \cdot b$  bằng bao nhiêu?

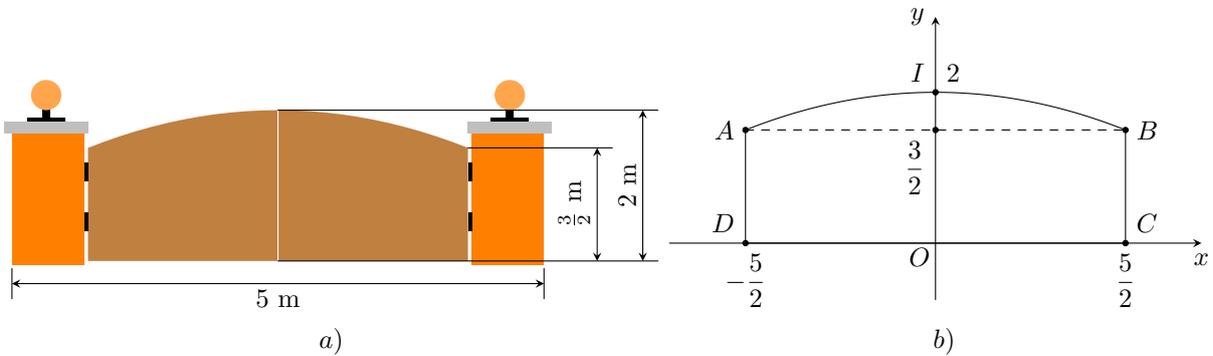
KQ:

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 2)$ , mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ . Đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(P)$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\frac{x+9}{a} = \frac{y-y_0}{3} = \frac{z-z_0}{b}$  với  $a \cdot b \neq 0$ . Tính  $a^2 + b^2 + y_0^2 + z_0^2$ .

KQ:

**Câu 19.** Một cái cổng có kích thước như Hình a. Vòm cổng có hình dạng một parabol có đỉnh  $I(0; 2)$ , và đi qua điểm  $B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$  như Hình b. Tính diện tích hai cánh cửa cổng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ:



**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $M(2; 1; 4)$ ,  $N(5; 0; 0)$ ,  $P(1; -3; 1)$ . Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oyz)$  đồng thời đi qua các điểm  $M, N, P$ . Biết rằng  $a + b + c < 5$ . Khi đó  $c$  bằng bao nhiêu?

KQ:

**Câu 21.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố  $B$ : “Hai viên bi lấy ra có cùng màu”.

KQ:

**Câu 22.** Trong 1 đám đông, số người nam bằng số người nữ. Xác suất mắc cận thị của nam là 0,4 và nữ là 0,6. Chọn ngẫu nhiên 1 người. Xác suất chọn được nam không cận thị. (Làm tròn đến kết quả hàng phần trăm)

KQ:

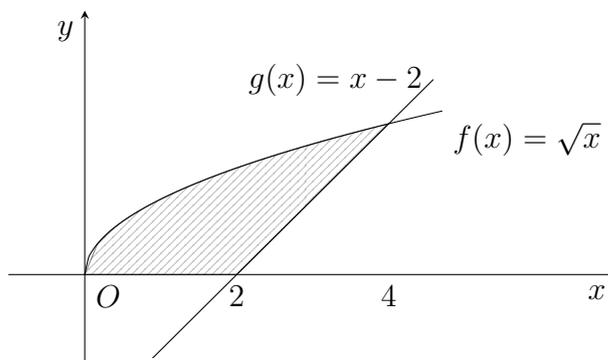
G. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 7

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Tính diện tích  $S$  của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình bên

- A.  $S = \frac{8}{3}$ .
- B.  $S = \frac{10}{3}$ .
- C.  $S = \frac{11}{3}$ .
- D.  $S = \frac{7}{3}$ .



Câu 2. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 2; 1)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là

- A.  $x + y - z - 2 = 0$ .
- B.  $y - z = 0$ .
- C.  $x - y = 0$ .
- D.  $z - x = 0$ .

Câu 3. Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua  $M(2; 0; 1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4; -6; 2)$  có phương trình là

- A.  $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .
- B.  $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .
- C.  $d : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ .
- D.  $d : \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .

Câu 4. Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(0; -1; -2)$  trên mặt phẳng  $(\alpha): x - y + z - 2 = 0$  là  $M'(x_0; y_0; z_0)$ . Tính  $x_0 + y_0 + z_0$ .

- A.  $x_0 + y_0 + z_0 = 0$ .
- B.  $x_0 + y_0 + z_0 = -2$ .
- C.  $x_0 + y_0 + z_0 = 4$ .
- D.  $x_0 + y_0 + z_0 = -4$ .

Câu 5. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 3)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $IM$ ?

- A.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$ .
- B.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .
- C.  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .
- D.  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$ .

Câu 6. Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $I(1; 2; -3)$  và  $R = 4$ .
- B.  $I(1; -2; -3)$  và  $R = 2\sqrt{3}$ .
- C.  $I(-1; -2; -3)$  và  $R = 2\sqrt{3}$ .
- D.  $I(-1; -2; 3)$  và  $R = 4$ .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(2; 0; -1)$ ,  $C(1; 3; 4)$ ,  $D(0; -2; 2)$ . Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2$  là một mặt cầu. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

- A.  $\sqrt{46}$ .
- B.  $\sqrt{33}$ .
- C.  $\sqrt{125}$ .
- D.  $\sqrt{206}$ .

Câu 8. Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(\bar{B}A)$  là

- A.  $\frac{1}{7}$ .
- B.  $\frac{4}{19}$ .
- C.  $\frac{4}{21}$ .
- D.  $\frac{3}{20}$ .

Câu 9. Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8$ ;  $P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2$ . Xác suất biến cố  $B$  không xảy ra với điều kiện biến cố  $A$  xảy ra là

- A. 0,6.
- B. 0,5.
- C. 0,75.
- D. 0,25.

**Câu 10.** Trong một khu phố có 100 nhà, tại đó có 60 nhà gắn biển số chẵn và 40 nhà gắn biển số lẻ. Bên cạnh đó, có 50 nhà gắn biển số chẵn và 20 nhà gắn biển số lẻ đều có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn có ô tô, biết rằng nhà đó có gắn biển số chẵn.

- A.  $\frac{7}{10}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{3}{5}$ .                      D.  $\frac{5}{6}$ .

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A. 0,7.                      B. 0,4.                      C. 0,58.                      D. 0,52.

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.  $\frac{33}{35}$ .                      B.  $\frac{32}{35}$ .                      C.  $\frac{9}{35}$ .                      D.  $\frac{26}{35}$ .

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho điểm  $A(1; 1; 2)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $A$ không thuộc $\Delta$ .		
b) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{v} = (2; 1; -1)$ .		
c) Hình chiếu của $A$ trên $\Delta$ là $H(0; -1; 2)$ .		
d) Điểm đối xứng với $A$ qua $\Delta$ là $A'(1; 3; -2)$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình của mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 3; -1)$  và có bán kính bằng khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(P) : 3x + 2y - z = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 2; 1)$ .		
b) $OI = 2\sqrt{2}$ .		
c) $d(I, (P)) = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .		
d) $(S) : x^2 + (y-3)^2 + (x+1)^2 = \frac{7}{2}$ .		

**Câu 15.**

Để thử nghiệm tác dụng điều trị bệnh mắt ngủ của hai loại thuốc  $X$  và  $Y$ , người ta tiến hành thử nghiệm trên 4000 người bệnh tình nguyện. Kết quả được cho trong bảng thống kê bên. Chọn ngẫu nhiên 1 người bệnh tham gia tình nguyện thử nghiệm thuốc.

Kết quả dùng thuốc	$X$	$Y$
Khỏi bệnh	1 600	1 200
Không khỏi bệnh	800	400

Gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn khỏi bệnh”;  $B$  là biến cố “Người được chọn uống thuốc  $X$ ”;  $C$  là biến cố “Người được chọn uống thuốc  $Y$ ”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất người được chọn khỏi bệnh là $\frac{3}{5}$ .		

Phát biểu	Đ	S
b) Xác suất để người được chọn khỏi bệnh biết người đó uống thuốc $X$ là $\frac{2}{3}$ .		
c) Số người uống thuốc $Y$ và khỏi bệnh là 1 200.		
d) Xác suất người được chọn uống thuốc $Y$ biết người đó khỏi bệnh là $\frac{3}{7}$ .		

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà  $N$  đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính. Khẳng định nào sau đây đúng?

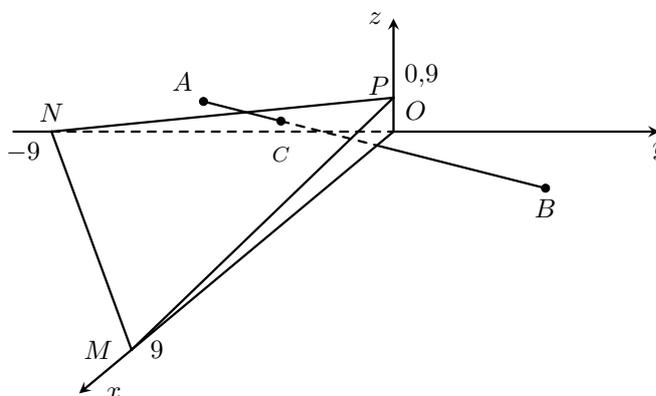
Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,995.		
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,03.		
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm âm tính là 0,9 .		
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 99,97%.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí  $A(3; -2,5; 0,5)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3; 7,5; 0)$  trên đường băng (hình bên). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(9; 0; 0)$ ,  $N(0; -9; 0)$ ,  $P(0; 0; 0,9)$ . Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

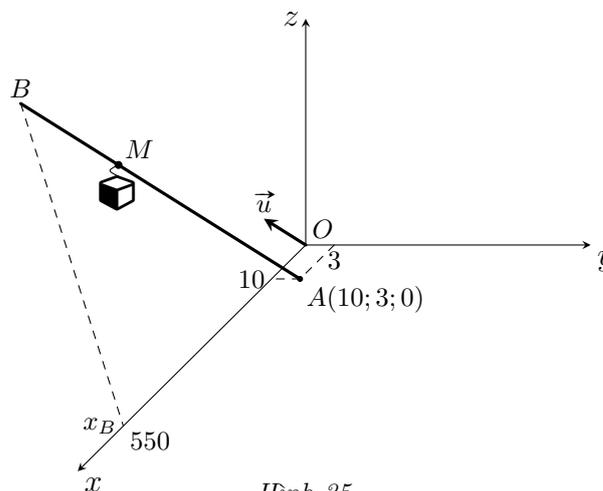
KQ:



**Câu 18.**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 180 giây, Cabin dừng ở điểm  $B$ . Tìm tung độ điểm  $B$ .

KQ:



Hình 35

**Câu 19.** Một tàu hỏa đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái tàu đạp phanh, từ đó tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 200 - 20t$  (m/s). Hỏi thời gian tàu đi được quãng đường 750 m (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn? KQ:

**Câu 20.** Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm. (Làm tròn đến 1 chữ số thập phân)

KQ:

**Câu 21.** Trong cuộc khảo sát 300 gia đình ở một khu vực, người ta nhận thấy rằng có 90% gia đình có tivi và 60% gia đình có máy tính bàn. Mỗi gia đình đều có ít nhất một trong hai thiết bị này. Chọn ngẫu nhiên một gia đình. Tính dưới dạng phần trăm xác suất gia đình có máy tính bàn trong nhóm các gia đình có tivi (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

**Câu 22.** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại nói thật với xác suất 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi  $A$  là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và  $B$  là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Tính xác suất của biến cố  $B$ . (Làm tròn đến hàng phần trăm.)

KQ:

## H. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 8

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = -x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$  là

A.  $S = \int_0^3 |-x^2| dx$ .      B.  $S = \int_0^3 -x^2 dx$ .      C.  $S = \pi \int_0^3 -x^2 dx$ .      D.  $S = \pi \int_0^3 x^4 dx$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x + y - z + 6 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $\vec{n}_1 = (1; -1; 6)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (2; 1; 6)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (2; -1; 6)$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 3; -2)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 1)$  là

A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .      B.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .      D.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 \\ z = -2t \end{cases}$ . Hãy chỉ ra một

vectơ chỉ phương của  $\Delta$ .

A.  $\vec{u}_1 = (2; 0; -2)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (2; 3; -2)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (3; 3; -2)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (3; 0; -2)$ .

**Câu 5.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 4$  và  $\int_0^2 g(x) dx = 2$ . Tính  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx$

**A.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = -2.$   
**C.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 8.$

**B.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 16.$   
**D.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 2.$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y + 7)^2 + (z + 9)^2 = 50$ . Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là

- A.**  $I(-2; 7; 9).$       **B.**  $I(2; 7; -9).$       **C.**  $I(-2; -7; -9).$       **D.**  $I(2; -7; -9).$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-7; -3; 0)$  và bán kính  $R = 3\sqrt{7}$  có phương trình là

- A.**  $(x + 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 252.$       **B.**  $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 63.$   
**C.**  $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 3\sqrt{7}.$       **D.**  $(x + 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 63.$

**Câu 8.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Biết  $P(A) = 0,2024$  và  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.**  $0,2024.$       **B.**  $0,2025.$       **C.**  $0,040986.$       **D.**  $0,4049.$

**Câu 9.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố. Biết  $P(A) = 0,7$  và  $P(B | A) = 0,9$ . Tính  $P(AB)$ .

- A.**  $0,9.$       **B.**  $0,63.$       **C.**  $0,2.$       **D.**  $0,16.$

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B}).$       **B.**  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B}).$   
**C.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B}).$       **D.**  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B}).$

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) > 0$  và  $0 < P(B) < 1$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}.$       **B.**  $P(B | A) = \frac{P(A)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}.$   
**C.**  $P(B | A) = \frac{P(\bar{B})P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}.$       **D.**  $P(B | A) = \frac{P(B)P(B | A)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}.$

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(B) = 0,6; P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó  $P(A)$  bằng

- A.**  $0,7.$       **B.**  $0,4.$       **C.**  $0,58.$       **D.**  $0,52.$

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $x - 3y + 2z + 7 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(\alpha)$ nhận $\vec{n} = (1; -3; 2)$ làm một vectơ pháp tuyến.		
b) $\vec{m} = (2; -6; 4)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ .		
c) Điểm $A(2; 3; 1) \in (\alpha)$ .		
d) Cho mặt phẳng $(\beta)$ có phương trình $x - 3y + 2z + 2 = 0$ . Khi đó hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau.		

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 4), \vec{u} = (1; -1; 2)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua $A(2; -3; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$		
b) Phương trình chính tắc của đường thẳng $d$ đi qua $A(2; -3; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{2}$ .		
c) Đường thẳng $d$ vuông góc với đường thẳng $a$ , biết $a$ có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$		
d) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$ , biết đường thẳng $d$ vuông góc với $(P)$ .		

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z = 0$  và mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z + 12 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm là điểm $M(-1; 2; 3)$ .		
b) Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng 14.		
c) Khoảng cách từ tâm $M$ của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 12 = 0$ bằng 3.		
d) Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .		

**Câu 16.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2, khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.		
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$  chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$  (m/s), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $a$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp  $A$ . Tính vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$ . KQ: 

--	--	--	--

**Câu 18.** Cho mặt phẳng  $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$  và hai điểm  $A(0; -1; 1), B(1; 1; -2)$ . Biết  $M(a; b; c) \in (\alpha)$  sao cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức  $A = a + b + c$ . KQ: 

--	--	--	--



- A.** Chéo nhau.      **B.** Song song với nhau.      **C.** Trùng nhau.      **D.** Cắt nhau.

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm là điểm  $I(1; 2; 4)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$ .

- A.**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$ .      **B.**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$ .  
**C.**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$ .      **D.**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 4$ .

**Câu 7.** Cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ . Đường kính của  $(S)$  bằng

- A.** 3.      **B.**  $\sqrt{6}$ .      **C.**  $2\sqrt{6}$ .      **D.** 12.

**Câu 8.** Hộp thứ nhất chứa 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thanh lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi lấy ra ở lần thứ hai là viên bi đỏ, biết viên bi lấy ra ở lần thứ nhất là viên bi xanh.

- A.**  $\frac{1}{2}$ .      **B.**  $\frac{1}{3}$ .      **C.**  $\frac{4}{9}$ .      **D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 9.** Cho  $A, B$  là các biến cố của một phép thử  $T$ . Biết rằng  $P(B) > 0$ , xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện biến cố  $B$  đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.**  $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$ .      **B.**  $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$ .  
**C.**  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .      **D.**  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A) \cdot P(B)}$ .

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

- A.**  $\frac{19}{60}$ .      **B.**  $\frac{17}{60}$ .      **C.**  $\frac{9}{20}$ .      **D.**  $\frac{7}{30}$ .

**Câu 11.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.**  $\frac{33}{35}$ .      **B.**  $\frac{32}{35}$ .      **C.**  $\frac{9}{35}$ .      **D.**  $\frac{26}{35}$ .

**Câu 12.** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II. Phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 2% và của phân xưởng II là 1%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là

- A.** 0,02.      **B.** 0,6.      **C.** 0,014.      **D.** 0,01.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho ba điểm  $A(4; 1; 0)$ ,  $B(-2; 1; 4)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $I(-3; 0; 2)$ là trung điểm của đoạn $AB$ .		
b) $(P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 4)$ .		
c) $(P)$ có phương trình là $3x - 2z + 1 = 0$ .		
d) Điểm $M(3; 5; 5)$ nằm trên $(P)$ .		

**Câu 14.** Cho điểm  $A(1; 1; 2)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x - 2}{2} = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z - 3}{1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $A$ không thuộc $\Delta$ .		
b) Một véc-tơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{v} = (2; 1; -1)$ .		
c) Hình chiếu của $A$ trên $\Delta$ là $H(0; -1; 2)$ .		
d) Điểm đối xứng với $A$ qua $\Delta$ là $A'(1; 3; -2)$ .		

**Câu 15.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$  cho  $I(1; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  cắt  $(P)$  theo một đường tròn có bán kính  $r = 4$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(P)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IH = \sqrt{3}$ .		
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 5$ .		
c) Tọa độ điểm $H(1; 2; 3)$ .		
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .		

**Câu 16.** Gieo hai con xúc sắc cân đối, đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7”;  $B$  là biến cố: “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm”. Khi đó

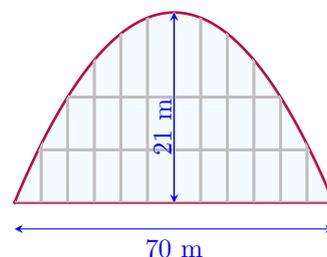
Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để biến cố $B$ xảy ra là $\frac{1}{3}$ .		
b) Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm là $\frac{1}{6}$ .		
c) Số kết quả thuận lợi của biến cố $A$ là 6.		
d) Xác suất để có ít nhất có một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm nếu biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7 là $\frac{1}{18}$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Người ta dự định lắp kính cho cửa của một vòm có dạng parabol. Hãy tính diện tích mặt kính (theo đơn vị  $m^2$ ) cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m.

KQ:



**Câu 18.** Mặt phẳng  $(\alpha): Ax + By + Cz + 1 = 0$  cắt  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại ba điểm  $A, B, C$  sao cho  $G(-1; 2; 2)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tính  $A + 2B + 3C$ .

KQ:

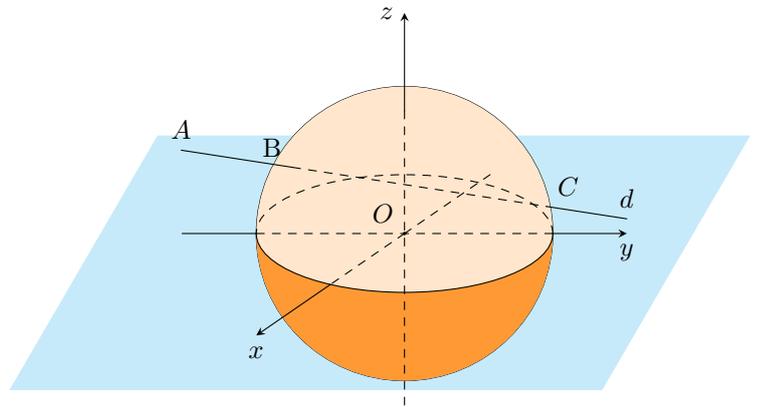
**Câu 19.** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là  $\frac{1}{3}$ . Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

KQ:

**Câu 20.** Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội *I* có 5 vận động viên, đội *II* có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội *I* và đội *II* tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội *I* (làm tròn hai chữ số thập phân). KQ:

**Câu 21.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ một chương trình của đài truyền hình. Flycam *I* ở vị trí *A* cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam *II* ở vị trí *B* cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz* với gốc *O* là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (*Oxy*) trùng với mặt đất, trục *Ox* có hướng trùng với hướng nam, trục *Oy* có hướng trùng với hướng đông, trục *Oz* vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ:

**Câu 22.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0; 0; 0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng *d* có véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tính khoảng cách (km) gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ:

**J. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 10**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

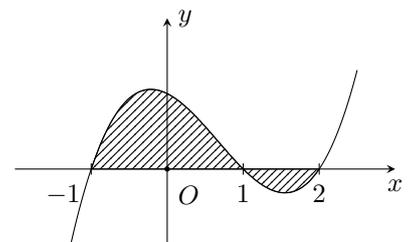
**Câu 1.** Cho  $\int_{-2}^1 f(x)dx = 3$ . Tính tích phân  $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1]dx$ .

- A.** -9.
- B.** -3.
- C.** 3.
- D.** 5.

**Câu 2.**

Gọi *S* là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính *S* là

- A.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$ .
- B.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$ .
- C.**  $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$ .
- D.**  $S = - \int_{-1}^2 f(x) dx$ .



**Câu 3.** Trong không gian *Oxyz*, mặt phẳng (*P*):  $x - 2y + 2z - 6 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A.**  $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$ .
- B.**  $\vec{n}_3 = (1; 2; -2)$ .
- C.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; 2)$ .
- D.**  $\vec{n}_2 = (1; -2; 2)$ .

**Câu 4.** Trong không gian *Oxyz*, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $P(1; 1; -1)$  và  $Q(2; 3; 2)$  là



Phát biểu	Đ	S
c) $D(-5; -2; 4)$ là điểm thỏa mãn điều kiện tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.		
d) Bốn điểm $A, B, C, E$ đồng phẳng, biết $E(2; -1; 0)$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 1; 0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $M$  cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $M$ thuộc đường thẳng $d$ .		
b) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ làm vectơ chỉ phương.		
c) $\Delta$ nhận vectơ $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm vectơ chỉ phương.		
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$ .		

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu tâm  $I(-2; 1; 5)$  bán kính 3. Cho các điểm  $A(10; 1; 2)$ ,  $B(0; 1; 4)$ ,  $C(0; 3; 4)$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3$ .		
b) Điểm $A$ ngoài mặt cầu $(S)$ .		
c) Đường thẳng $AB$ cắt mặt cầu $(S)$ .		
d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.		

**Câu 16.** Một nhóm có 25 học sinh, trong đó 14 học sinh học khá môn Toán, 16 học sinh học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí là $\frac{6}{25}$ .		
b) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí là $\frac{14}{25}$ .		
c) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí là $\frac{3}{8}$ .		
d) Xác suất để học sinh đó học khá môn Vật lí, biết rằng học sinh đó không học khá môn Toán là $\frac{2}{5}$ .		

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

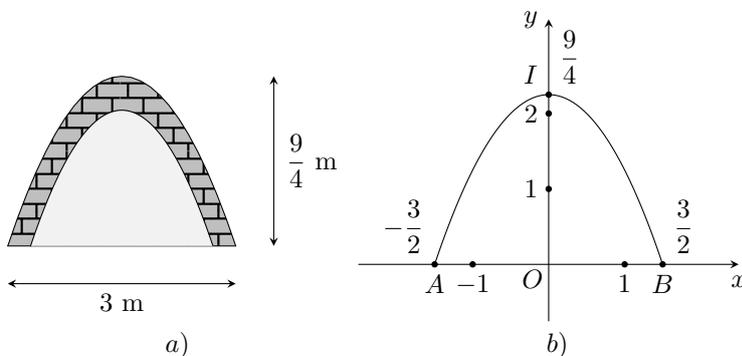
**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2y - z + 3 = 0$  và điểm  $A(2; 0; 0)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$ , vuông góc với  $(P)$ , cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\frac{4}{3}$  và cắt các tia  $Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $B, C$  khác  $O$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  bằng  $\frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối

giản. Tính  $a + 3b$ .

KQ:

**Câu 18.** Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như hình a). Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh  $I$  và đi qua hai điểm  $A, B$  như hình b). Người ta dự định lắp kính một lớp cho cửa này. Mỗi mét vuông kính có giá 1 triệu đồng và bỏ qua giá tiền khung cửa. Số tiền phải trả khi làm cửa kính là  $a$  triệu đồng. Tìm  $a$ .

KQ:



**Câu 19.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí  $A, B, C$  ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ  $(2; 0; 4)$ ,  $(4; 0; 3)$  và  $(4; 9; 3)$ . Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ:

**Câu 20.** Bạn Bình đố bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

KQ:

**Câu 21.** Bạn Nam chuẩn bị đi tham quan một hòn đảo trong hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật. Ở hòn đảo đó, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 10%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ Bảy là 0,7. Tính xác suất trời mưa cả hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật.

KQ:

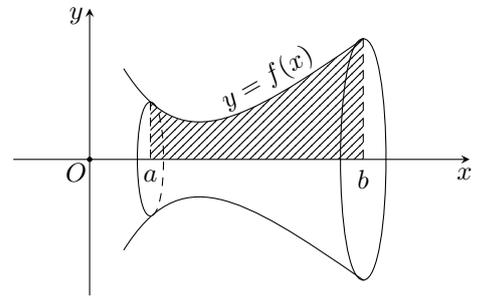
**Câu 22.** Một bệnh viện có hai phòng khám là phòng A và phòng B với khả năng lựa chọn của bệnh nhân là như nhau. Tỷ lệ bệnh nhân nam có ở phòng A và phòng B lần lượt là 60% và 40%. Một người bệnh được chọn ngẫu nhiên từ hai phòng khám và biết người này là nam, tính xác suất để người bệnh được chọn đến từ phòng A.

KQ:

K. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 11

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$  như hình vẽ. Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng



- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$
- B.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$
- C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$
- D.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx.$

- A.  $\frac{\pi^2 - 2}{8}.$
- B.  $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}.$
- C.  $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}.$
- D.  $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}.$

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

- A.  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 1 = 0.$
- B.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} + 2 = 0.$
- C.  $x - y + 1 = 0.$
- D.  $xy + 5 = 0.$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{3}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(3; -2; 3).$
- B.  $M(-2; -3; -4).$
- C.  $P(2; 3; 4).$
- D.  $N(-3; 2; -3).$

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và mặt phẳng  $(P): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$ . Tìm phương trình của đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .

- A.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$
- B.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-7}.$
- C.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-7}.$
- D.  $\frac{x+1}{8} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+3}{-14}.$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$ . Tâm của mặt cầu  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(6; -7; 8).$
- B.  $(-6; 7; 8).$
- C.  $(6; 7; -8).$
- D.  $(6; 7; 8).$

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ . Bán kính của  $(S)$  bằng

- A. 81.
- B. 6.
- C. 9.
- D. 3.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.  $\frac{1}{3}.$
- B.  $\frac{1}{2}.$
- C.  $\frac{1}{6}.$
- D.  $\frac{1}{4}.$

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Biết rằng xác suất của biến cố  $A$  bằng 0,6; xác suất của biến cố biến cố  $B$  trong điều kiện biến cố  $A$  đã xảy ra bằng 0,2. Tính xác suất của  $A$  và  $B$  đều xảy ra.

A.  $\frac{3}{25}$ .

B.  $\frac{3}{10}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 10.** Giả sử hai biến cố  $A$  và  $B$  ngẫu nhiên thỏa mãn  $P(A) > 0$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó công thức Bayes là

A.  $P(A | B) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$ .

B.  $P(B | A) = \frac{P(A) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$ .

C.  $P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$ .

D.  $P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(B | A)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$ .

**Câu 11.** Nếu hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(B) = 0,4; P(A | B) = 0,5; P(A | \bar{B}) = 0,3$  thì  $P(A)$  bằng

A. 0,38.

B. 0,8.

C. 0,2.

D. 0,18.

**Câu 12.** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại một địa phương, xác suất để một ngày có gió là 0,6. Nếu ngày đó có gió thì xác suất có mưa là 0,4. Tính xác suất để trời có gió nhưng không có mưa ở địa phương đó trong một ngày.

A. 0,6.

B. 0,36.

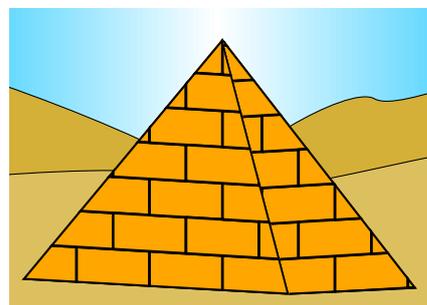
C. 0,24.

D. 0,16.

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.**

Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông với cạnh dài 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài 214 m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho tâm  $O$  của hình vuông  $ABCD$  là gốc tọa độ, các điểm  $A, B, S$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$ . Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $A(115\sqrt{2}; 0; 0), B(0; 115\sqrt{2}; 0), S(0; 0; 139)$ .		
b) Mặt phẳng $(SAB)$ có hai vectơ chỉ phương là $\vec{SA} = (115\sqrt{2}; 0; -139), \vec{BS} = (0; -115\sqrt{2}; 139)$ .		
c) Mặt phẳng $(SBC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(SBC)} = (-139 \cdot 115\sqrt{2}; 139 \cdot 115\sqrt{2}; 115\sqrt{2})$ .		
d) Góc giữa hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SBC)$ bằng $34^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị).		

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $d$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .		
b) Đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) Đường thẳng $d$ cắt mặt phẳng $(P)$ tại điểm $M(1; 1; 1)$ .		
d) Hình chiếu của $d$ trên $(P)$ có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$ .		

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$ :  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R = 22$ .		
b) Phương trình mặt phẳng $(P)$ : $x - 3y + z - 4 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .		
c) Tâm của mặt cầu $(S)$ là $I(-2; 1; -4)$ .		
d) Điểm $A(0; 0; 2)$ thuộc mặt cầu $(S)$ .		

**Câu 16.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

$A$  là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh” và  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		
b) $P(B) = 0,625$ .		

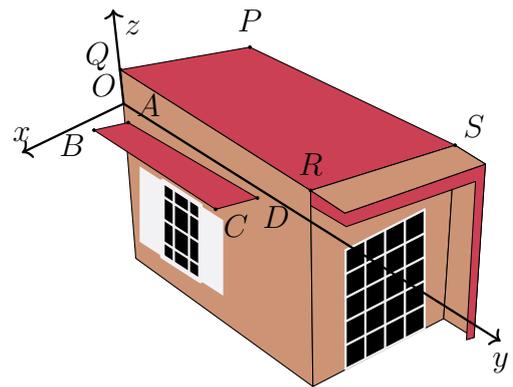
Phát biểu	Đ	S
c) $P(A   B) = 0,75$ .		
d) $P(B   A) = 0,48$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Hình bên vẽ minh họa mái hiên  $ABCD$  song song với mái nhà  $PQRS$  trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (mái hiên và mái nhà đều phẳng) có  $Q(-10; 0; 200)$ ,  $P(-490; 0; 200)$ ,  $R(0; 1600; 0)$ ,  $A(0; 0; -65)$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  có phương trình  $y + az + 65a = 0$ . Tìm giá trị của  $a$ .

KQ:



**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , giao điểm của mặt phẳng  $(P)$ :  $3x + 5y - z - 2 = 0$  và đường thẳng  $\Delta$ :  $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$  là điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$ . Tính giá trị của tổng  $x_0 + y_0 + z_0$ . KQ:

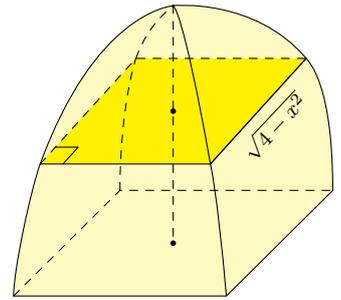
**Câu 19.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Một người đang dùng điện thoại đang ở vị trí  $M(a; a; 60)$ . Hỏi có bao nhiêu vị trí điểm  $M$  để người dùng điện thoại có thể nằm trong vùng phủ sóng của trạm dịch vụ này. Biết  $M$  có tọa độ là những số nguyên dương.

KQ:

**Câu 20.**

Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng  $x$  (m),  $0 \leq x \leq 2$ , là một hình vuông cạnh bằng  $\sqrt{4 - x^2}$  (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ:



**Câu 21.** Một sản phẩm xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả 2 lần đều đạt thì sản phẩm đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% số sản phẩm qua lần kiểm tra đầu tiên sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Xác suất để sản phẩm đó đủ tiêu chuẩn xuất khẩu là  $\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $b - a$  bằng bao nhiêu?

KQ:

**Câu 22.** Trong một khoa cấp cứu của bệnh viện, người ta thống kê rằng 60% bệnh nhân bị chấn thương đầu là do tai nạn giao thông và còn lại là do tai nạn khác. Loại chấn thương đầu do tai nạn giao thông gây tử vong bệnh nhân chiếm 50% và loại chấn thương do tai nạn khác gây tử vong bệnh nhân chiếm 30%. Xác suất một bệnh án của bệnh nhân tử vong ở khoa cấp cứu đó bằng bao nhiêu?

KQ:

## L. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 12

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x^2 + x + 1$  và  $y = x^2 + 3$  bằng

- A.  $\frac{9}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(2; 1; -3)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 2; -2)$  làm vectơ pháp tuyến là

- A.  $2x + y - 3z - 10 = 0$ .                      B.  $x + 2y - 2z + 2 = 0$ .  
C.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ .                      D.  $x + 2y - 2z - 10 = 0$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (1; 2; -3)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (2; 1; -3)$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; 1; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.  $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 16$  có bán kính bằng

- A. 16.                      B. 4.                      C. 32.                      D. 9.

**Câu 6.** Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$  có phương trình là

- A.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3.$       **B.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$   
**C.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3.$       **D.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$

**Câu 7.** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Tiên lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố  $A$  là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 1”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là

- A.** 1.      **B.** 4.      **C.** 3.      **D.** 2.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8$ ;  $P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là

- A.** 0,4.      **B.** 0,5.      **C.** 0,25.      **D.** 0,625.

**Câu 9.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

- A.**  $\frac{19}{60}$ .      **B.**  $\frac{17}{60}$ .      **C.**  $\frac{9}{20}$ .      **D.**  $\frac{7}{30}$ .

**Câu 10.** Cho  $A, B$  là các biến cố thỏa mãn  $P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 0,35$ ,  $P(A) = 0,25$ ,  $P(B | A) = 0,8$ . Giá trị của  $P(B)$  bằng

- A.**  $\frac{1}{5}$ .      **B.**  $\frac{3}{5}$ .      **C.**  $\frac{7}{15}$ .      **D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  biết  $f(0) = 1$ ,  $f'(x)$  liên tục trên  $[0; 3]$  và  $\int_0^3 f'(x) dx = 9$ . Tính  $f(3)$ .

- A.**  $f(3) = 9.$       **B.**  $f(3) = 10.$       **C.**  $f(3) = 8.$       **D.**  $f(3) = 7.$

**Câu 12.** Một nhà máy có hai phân xưởng  $I$  và  $II$ . Phân xưởng  $I$  sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng  $II$  sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng  $I$  là 2% và của phân xưởng  $II$  là 1%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là

- A.** 0,02.      **B.** 0,6.      **C.** 0,014.      **D.** 0,01.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho ba điểm  $A(4; 1; 0)$ ,  $B(-2; 1; 4)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $I(-3; 0; 2)$ là trung điểm của đoạn $AB$ .		
b) $(P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 4)$ .		
c) $(P)$ có phương trình là $3x - 2z + 1 = 0$ .		
d) Điểm $M(3; 5; 5)$ nằm trên $(P)$ .		

**Câu 14.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x - 2}{2} = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z - 3}{1}$ ;  $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$  và điểm  $A(1; 2; 3)$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d_1$  và cắt  $d_2$ . Chọn khẳng định đúng, khẳng định sai trong các khẳng định dưới đây.

Phát biểu	Đ	S
a) Hai đường thẳng $d_1, d_2$ lần lượt nhận $\vec{u}_1 = (2; -1; 1), \vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng $\Delta$ cắt đường thẳng $d_2$ tại điểm có tọa độ $(2; -1; 2)$ .		
c) Đường thẳng $\Delta$ có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ $(1; -3; -5)$ .		
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .		

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4; 6; 8)$  và  $B(2; 4; 4)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $AB$ . Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Trung điểm của $AB$ là điểm $I(3; 5; 6)$ .		
b) Tọa độ véc-tơ $\vec{AB} = (2; 2; 4)$ .		
c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R = 2\sqrt{6}$ .		
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 6)^2 = 6$ .		

**Câu 16.** Cho hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó. Mỗi phát biểu dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{4}{6}$ .		
b) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc bằng 6 là $\frac{1}{6}$ .		
c) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc bằng 6, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{1}{36}$ .		
d) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc là số chẵn, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{1}{12}$ .		

3

Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức  $C'(x) = 5 - 0,06x + 0,00072x^2$  với  $0 \leq x \leq 150$ . Biết rằng  $C(0) = 30$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí (đơn vị triệu đồng) khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng. KQ:

**Câu 18.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $C(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a + b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)? KQ:

**Câu 19.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí  $A(3; 2; -3)$  sẽ hạ cánh tới vị trí  $B(8; 8; 0)$ .

Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ:

**Câu 20.** Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm. KQ:

**Câu 21.** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi  $A$  là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”;  $B$  là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính  $P(A | \bar{B})$  ở dạng thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm. KQ:

**Câu 22.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh  $X$  ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh  $X$  là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh  $X$  là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh  $X$ . Khi đó xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh  $X$  có dạng  $\frac{a}{b}$ . Giá trị  $b - a$  là? KQ:

M. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 13

1

Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Cho  $\int_0^5 f(x) dx = 3$ . Giá trị  $\int_0^5 f(x) dx + 3$  là

- A. 8.
- B. 12.
- C. 6.
- D. 30.

**Câu 2.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$ .

- A.  $e^3$ .
- B.  $e^3 - 1$ .
- C.  $e^2 - 1$ .
- D.  $e(e^2 - 1)$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$  là

- A.  $\vec{n} = (3; 6; -2)$ .
- B.  $\vec{n} = (2; -1; 3)$ .
- C.  $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ .
- D.  $\vec{n} = (-2; -1; 3)$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$ .
- B.  $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$ .
- C.  $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$ .
- D.  $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$ .

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 0)$  và  $B(0; 1; 2)$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\vec{d} = (-1; 1; 2)$ .
- B.  $\vec{a} = (-1; 0; -2)$ .
- C.  $\vec{b} = (-1; 0; 2)$ .
- D.  $\vec{c} = (1; 2; 2)$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính  $R = 2$ ?

- A.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ .
- B.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$ .
- C.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$ .
- D.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

A.  $I(-1; 2; -3); R = 2.$

B.  $I(-1; 2; -3); R = 4.$

C.  $I(1; -2; 3); R = \sqrt{2}.$

D.  $I(1; -2; 3); R = 4.$

**Câu 8.** Cho hai biến cố A và B bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$

B.  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$

C.  $P(A | B) = \frac{P(B)}{P(AB)}.$

D.  $P(A | B) = \frac{P(A)}{P(AB)}.$

**Câu 9.** Cho hai biến cố A và B, với  $P(B) = 0,8, P(A | B) = 0,7, P(A | \bar{B}) = 0,45$ . Tính  $P(B | A)$ .

A.  $\frac{56}{65}.$

B.  $\frac{12}{19}.$

C.  $\frac{6}{13}.$

D.  $\frac{22}{157}.$

**Câu 10.** Cho 2 biến cố A và B. Công thức xác suất toàn phần nào sau đây đúng?

A.  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B}).$

B.  $P(A) = P(\bar{B})P(\bar{A} | B) + P(B)P(A | \bar{B}).$

C.  $P(A) = P(B)P(A | \bar{B}) + P(\bar{B})P(\bar{A} | B).$

D.  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(\bar{A} | B).$

**Câu 11.** Một hộp có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Rút ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp mà không trả lại. Tính xác suất để viên bi thứ hai là bi đỏ, với điều kiện rằng viên bi thứ nhất là bi xanh.

A.  $\frac{3}{7}.$

B.  $\frac{1}{3}.$

C.  $\frac{2}{7}.$

D.  $\frac{12}{25}.$

**Câu 12.** Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố A với điều kiện của biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B, ký hiệu là  $P(A | B)$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu  $P(A) > 0$  thì  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$

B. Nếu  $P(B) > 0$  thì  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$

C. Nếu  $P(AB) > 0$  thì  $P(AB) = \frac{P(A)}{P(AB)}.$

D. Nếu  $P(AB) > 0$  thì  $P(AB) = \frac{P(B)}{P(AB)}.$

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 2024 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .		
b) Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ .		
c) Mặt phẳng $(P)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; -6; -2)$ .		
d) Điểm $M(0; 0; 2024)$ không thuộc mặt phẳng $(P)$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 0), B(1; 1; 2)$  và  $C(2; 3; 1)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ .		
b) Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .		
c) Điểm $M(2; 3; 2)$ không thuộc đường thẳng BC.		
d) Điểm $N(3; 5; 0)$ không thuộc đường thẳng BC.		

**Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$ . Mặt cầu  $(S)$  có

tâm  $I$  thuộc  $Ox$  và đi qua hai điểm  $A, B$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ tâm ( $I$ ) của mặt cầu ( $S$ ) là $I(4; 0; 0)$ .		
b) Bán kính $R$ của mặt cầu ( $S$ ) là $R = 14$ .		
c) Mặt cầu ( $S$ ) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$ .		
d) Mặt cầu ( $S$ ) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$ .		

**Câu 16.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ, còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là $\frac{1}{10}$ .		
b) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$ .		
c) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$ .		
d) Nếu thầy giáo gọi một bạn nữ lên bảng, thì xác suất để bạn đó có tên là Hiền là $\frac{1}{17}$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{5-x}, x \leq 5$ , trục tung, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ . (Kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

KQ:

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(Q): ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $a + b + c$ .

KQ:

**Câu 19.** Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong vòng 40 phút với lưu lượng dòng nước tại thời điểm  $t$  giây là  $v(t) = 10t + 500 \text{ m}^3/\text{s}$ . Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi bao nhiêu triệu  $\text{m}^3$  nước?

KQ:

**Câu 20.** Trong không gian, có một chiếc máy bay không người lái tại điểm  $M(3; -1; 4)$ . Cho biết quỹ đạo bay của chiếc máy bay này là đường thẳng  $(\Delta)$  có véc-tơ chỉ phương  $(-1; b; c)$  và biết rằng quỹ đạo phải song song với mặt đất (mặt phẳng  $(Oxy)$ ) đồng thời vuông góc với hướng của một chiếc máy bay khác đang bay theo đường thẳng  $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$ . Tính  $b + c$ .

KQ:

**Câu 21.** Một công ty có 4 nhân viên ở phòng Kế toán và 6 nhân viên ở phòng Nhân sự. Công ty cần chọn ngẫu nhiên 2 nhân viên để tham gia một dự án. Tính xác suất để nhân viên thứ hai được chọn thuộc phòng Nhân sự, với điều kiện rằng nhân viên đầu tiên được chọn thuộc phòng Kế toán. (Kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

KQ:

**Câu 22.** Trong một bệnh viện, có ba bác sĩ trực trong ca đêm: bác sĩ A, bác sĩ B, và bác sĩ C. Xác suất để mỗi bác sĩ nhận một ca bệnh trong đêm là khác nhau:

- Xác suất bác sĩ A nhận ca bệnh là 0,5.
- Xác suất bác sĩ B nhận ca bệnh là 0,3.

BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

☑ Xác suất bác sĩ C nhận ca bệnh là 0,2.

Ngoài ra, xác suất một bệnh nhân được chữa khỏi khi được mỗi bác sĩ điều trị cũng khác nhau:

☑ Với bác sĩ A, xác suất chữa khỏi là 0,9.

☑ Với bác sĩ B, xác suất chữa khỏi là 0,8.

☑ Với bác sĩ C, xác suất chữa khỏi là 0,6.

Giả sử một bệnh nhân đã được chữa khỏi trong ca đêm đó. Tính xác suất để bệnh nhân này được bác sĩ A điều trị. (Kết quả làm tròn tới hàng phần trăm) KQ: 

--	--	--	--

## N. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 14

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = a^x$  là

- A.**  $\frac{a^{x+1}}{x+1} + C.$       **B.**  $a^x \ln a + C.$       **C.**  $\frac{a^x}{\ln a} + C.$       **D.**  $x \cdot a^{x-1} + C.$

**Câu 2.** Cho  $\int_a^b f(x) dx = -2$  và  $\int_a^b g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx$ .

- A.**  $I = -13.$       **B.**  $I = 13.$       **C.**  $I = -5.$       **D.**  $I = 5.$

**Câu 3.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 3]$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$  có diện tích là

- A.**  $S = \int_1^3 f(x) dx.$       **B.**  $S = \int_1^3 |f(x)| dx.$       **C.**  $S = \int_3^1 f(x) dx.$       **D.**  $S = \int_3^1 |f(x)| dx.$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 0; 1), B(-2; 1; 1)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$  là

- A.**  $-x + y + 2 = 0.$       **B.**  $x - y + 1 = 0.$       **C.**  $x - y - 2 = 0.$       **D.**  $x - y + 2 = 0.$

**Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{4}$ . Vectơ chỉ phương  $\vec{u}$  của  $d$  và điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  là

- A.**  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(3; -1; 4).$       **B.**  $\vec{u} = (2; 3; -5), M(3; -1; 4).$   
**C.**  $\vec{u} = (3; -1; 4), M(1; 3; -4).$       **D.**  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(2; 3; -5).$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (-1; 0; 2)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

- A.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}.$       **B.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}.$       **C.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}.$       **D.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}.$

**Câu 7.** Góc giữa 2 mặt phẳng  $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$  và  $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$  bằng

- A.**  $90^\circ.$       **B.**  $30^\circ.$       **C.**  $45^\circ.$       **D.**  $60^\circ.$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ . Mặt cầu có phương trình  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 4$  có tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  là

A.  $I(3; 1; -4), R = 2.$

B.  $I(-3; -1; 4), R = 2.$

C.  $I(3; 1; -4), R = 4.$

D.  $I(-3; -1; 4), R = 4.$

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $X$  và  $Y$ . Biết rằng xác suất xảy ra của biến cố  $X$  bằng 0,8, xác suất của biến cố  $Y$  trong điều kiện biến cố  $X$  đã xảy ra bằng 0,2. Tính xác suất của  $X$  và  $Y$  đều xảy ra.

A.  $\frac{4}{25}.$

B.  $\frac{3}{25}.$

C.  $\frac{1}{4}.$

D.  $\frac{2}{25}.$

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Xác suất của biến cố  $A$ , tính trong điều kiện biết rằng biến cố  $B$  đã xảy ra, được gọi là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$  kí hiệu là

A.  $P(A | B).$

B.  $P(B | A).$

C.  $P(AB).$

D.  $P(B).$

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A | B) = \frac{1}{3}P(B | A)$  và  $P(AB) \neq 0$ . Tính tỉ số

$\frac{P(A)}{P(B)}.$

A.  $\frac{3}{2}.$

B.  $\frac{2}{3}.$

C.  $\frac{1}{3}.$

D.  $\frac{1}{2}.$

**Câu 12.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A) = \frac{4}{5}, P(B | A) = \frac{1}{4}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{8}$ .

Tính  $P(B)$ .

A.  $\frac{1}{4}.$

B.  $\frac{9}{40}.$

C.  $\frac{1}{40}.$

D.  $\frac{1}{5}.$

2

**Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 5), B(1; 0; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 4 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .		
b) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 1.		
c) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ qua $A$ và vuông góc với $(P)$ là $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$		
d) Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ qua $B$ , vuông góc với đường thẳng $AB$ và song song với mặt phẳng $(P)$ là $\Delta: \frac{x-1}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 0; 2)$  và  $B(3; 4; -2)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu tâm $A$ và bán kính 2 có phương trình $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ .		
b) Mặt cầu đường kính $AB$ có tâm $I(2; 2; 0)$ .		
c) Bán kính của mặt cầu đường kính $AB$ là $2\sqrt{5}$ .		
d) Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Oxz)$ và tiếp xúc với mặt cầu đường kính $AB$ có phương trình là $y = 2$ .		

**Câu 15.** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Gọi  $A$  là biến cố “Thắng thầu dự án 1”;  $B$  là biến cố “Thắng thầu dự án 2”.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.		
b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,5 .		
c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,4.		
d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,4.		

**Câu 16.** Khảo sát thị lực 100 học sinh gồm 60 học sinh nam và 40 học sinh nữ. Trong đó học sinh nam có tật khúc xạ là 18 học sinh, học sinh nữ có tật khúc xạ là 12 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn trong 100 học sinh trên. Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh được chọn bị tật khúc xạ”;  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn là nam”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh được chọn là nữ bằng 0,4.		
b) Xác suất học sinh được chọn bị tật khúc xạ bằng 0,3.		
c) Biết rằng bạn đó là nữ, xác suất để học sinh đó bị tật khúc xạ bằng 0,4.		
d) Biết rằng bạn đó bị tật khúc xạ, xác suất để học sinh đó là nam bằng 0,6.		

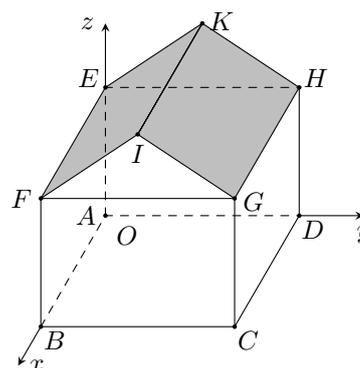
### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $P(3; 1; 0)$ ,  $Q(2; 3; 0)$  và điểm  $N$  di động trên trục  $Oz$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $P$  lên  $OQ$  và  $NQ$ . Đường thẳng  $EF$  cắt trục  $Oz$  tại điểm  $T$ . Khi thể tích khối tứ diện  $PQNT$  nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng  $(PEF)$  có dạng  $ax + by + cz - 9 = 0$ . Tính  $a + b + c$ .  
 KQ:

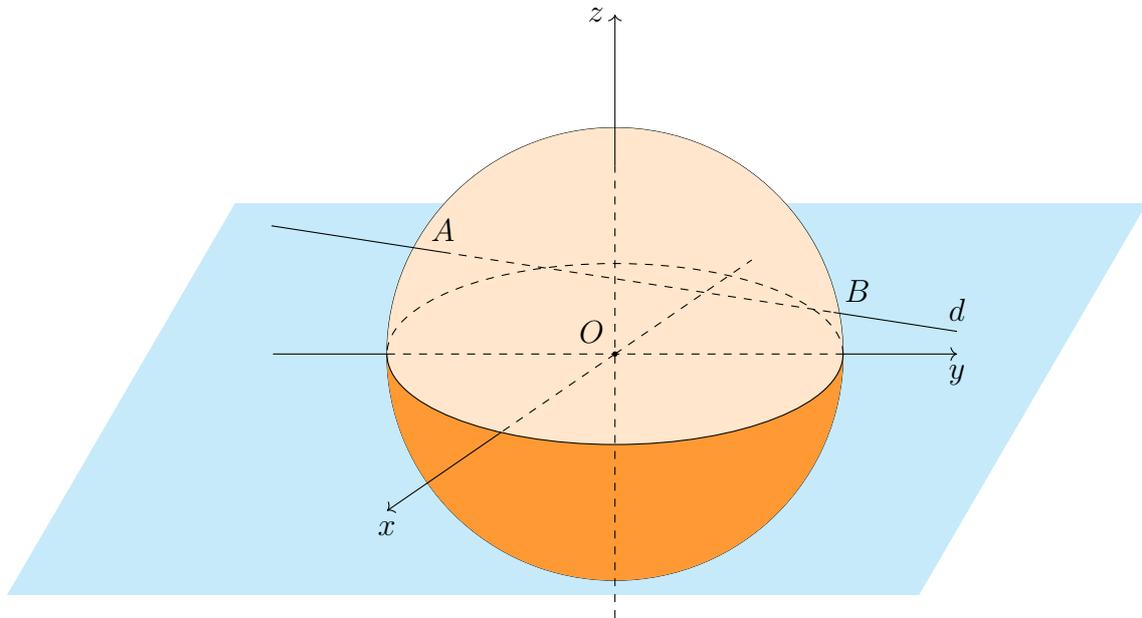
**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ ,  $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$ , cắt  $d_2$  và vuông góc với  $d_1$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng  $d$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (a; b; 1)$ . Tính  $T = a + b + 1$ .  
 KQ:

**Câu 19.** Một nhà kho được minh họa như hình bên, trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là mét), biết kho có chiều cao bằng 8 m, hai mái  $EFIK, HGIK$  là hai hình chữ nhật bằng nhau, các bức tường tạo thành hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$ ,  $AB = 10$  m,  $AD = 24$  m,  $AE = 7$  m. Khi đó góc giữa hai mái nhà bằng bao nhiêu độ?

KQ:



**Câu 20.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng radar ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500 km. Một máy bay của đang chuyển động theo đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}$  và hướng về phía trạm phát sóng radar. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với trạm kiểm soát radar (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). KQ:



**Câu 21.** Lớp 12B có 35 học sinh, trong đó có 20 bạn nữ và 15 bạn nam. Có 4 bạn tên Minh gồm ba bạn nữ và một bạn nam. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một bạn lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để chọn đúng bạn tên Minh là bạn nữ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

**Câu 22.** Khảo sát sự yêu thích môn Vật lý của hai lớp 12 của một trường. Lớp 12B1 có 45 học sinh và có 85% học sinh thích môn Vật lý, lớp 12B2 có 35 học sinh và có 70% học sinh thích môn Vật lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Biết rằng bạn đó yêu thích môn Vật lý, tính xác suất bạn đó học lớp 12B1 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

O. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 15

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

A.  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

B.  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

C.  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

D.  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

**Câu 2.** Tính tích phân  $\int_0^\pi \sin 3x dx.$

A.  $-\frac{1}{3}.$

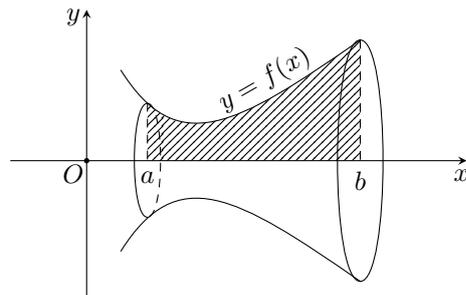
B.  $\frac{1}{3}.$

C.  $-\frac{2}{3}.$

D.  $\frac{2}{3}.$

**Câu 3.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$  như hình vẽ. Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng



- A.  $V = \pi \int_b^a f^2(x)dx.$       B.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$   
 C.  $V = \int_a^b f^2(x)dx.$       D.  $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(-12; 13; -14)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(17; -18; -19)$  có phương trình chính tắc là

- A.  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{18} = \frac{z+14}{-19}.$       B.  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{-18} = \frac{z+14}{19}.$   
 C.  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{18} = \frac{x+14}{19}.$       D.  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{-18} = \frac{z+14}{-19}.$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cô-sin của góc giữa đường thẳng chứa trục  $Oy$  và mặt phẳng  $(P): 4x - 3y + \sqrt{2}z - 7 = 0$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$       B.  $\frac{2}{\sqrt{3}}.$       C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$       D.  $\frac{4}{\sqrt{3}}.$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(-6; -9; 15)$  và đường kính bằng 10 có phương trình là

- A.  $(x+6)^2 + (y+9)^2 + (z-15)^2 = 100.$       B.  $(x+6)^2 + (y+9)^2 + (z-15)^2 = 25.$   
 C.  $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z+15)^2 = 100.$       D.  $(x-6)^2 + (y-9)^2 + (z+15)^2 = 25.$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $K(1; 1; 1)$  nhận  $\vec{u} = (1; 0; 1), \vec{v} = (1; 1; 0)$  là cặp vectơ chỉ phương có phương trình tổng quát là

- A.  $x + y + z - 3 = 0.$       B.  $x - y + z - 1 = 0.$       C.  $x + y - z - 1 = 0.$       D.  $-x + y + z - 1 = 0.$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\sin \alpha = \frac{4}{9}.$       B.  $\cos \alpha = -\frac{4}{9}.$       C.  $\sin \alpha = -\frac{4}{9}.$       D.  $\cos \alpha = \frac{4}{9}.$

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.  $\frac{1}{3}.$       B.  $\frac{1}{2}.$       C.  $\frac{1}{6}.$       D.  $\frac{1}{4}.$

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$  và  $P(A|\bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A. 0,7.      B. 0,4.      C. 0,58.      D. 0,52.

**Câu 11.** Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

- A.  $\frac{5}{14}.$       B.  $\frac{5}{9}.$       C.  $\frac{5}{8}.$       D.  $\frac{1}{2}.$

**Câu 12.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh A là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh A là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Xác suất người đó mắc bệnh A là

A. 0,0325.

B. 0,018.

C. 0,092.

D. 0,0525.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x - 2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z + 2025}{-2}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ . Xét các vectơ  $\vec{u} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{n} = (2; 2; -1)$

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ .		
b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ .		
c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$ .		
d) Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $63^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).		

**Câu 14.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		
b) $P(B) = 0,625$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A   B) = 0,75$ .		
d) $P(B A) = 0,48$ .		

**Câu 15.** Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con. Gọi  $X$  là biến cố một con bò bị bệnh bò điên,  $Y$  là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .		
b) $P(Y   X) = 0,07$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(Y   \bar{X}) = 0,1$ .		
d) $P(Y \cap X) = 91 \cdot 10^{-8}$ .		

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí  $I(1; 3; 7)$ . Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu $(S)$ để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 7)^2 = 9$ .		
b) Điểm $A(2; 2; 7)$ nằm ngoài mặt cầu $(S)$ .		
c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(2; 2; 7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		

Phát biểu	Đ	S
d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ (5; 6; 7) thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là  $(S): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = 25$ . Phương trình mặt phẳng chứa nắp là  $(P): z = 10$ . Tính khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng chứa nắp.

KQ:

**Câu 18.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gán hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà tọa độ lần lượt là  $(1; 1; 10)$ ,  $(4; 3; 1)$ ,  $(3; 2; 5)$  và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình  $x + my + nz + p = 0$ . Giá trị của  $m + n + p$  là bao nhiêu?

KQ:

**Câu 19.** Câu lạc bộ văn nghệ của trường Giải Phóng có 40 bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar, là bao nhiêu?

KQ:

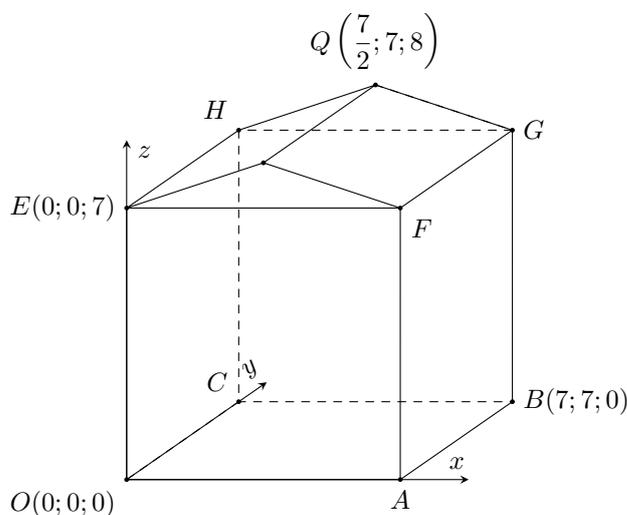
**Câu 20.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ:

**Câu 21.**

Một ngôi nhà có nền nhà là hình vuông, cạnh là 7 mét. Các vách tường hình vuông và vị trí cao nhất trên mái nhà cách sàn nhà 8 mét. Biết rằng hai mái nhà là hai hình chữ nhật bằng nhau. Khi gán hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ:



**Câu 22.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 4; 1)$ ;  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $a + b + c = ?$

KQ:

P. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 16

1

Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{5x}$  là

- A.  $e^{5x} \ln 5$ .                      B.  $\frac{1}{5}e^{5x} + C$ .                      C.  $5e^{5x} + C$ .                      D.  $e^{5x}$ .

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$ .

- A.  $I = \frac{4581}{5000}$ .                      B.  $I = \log \frac{5}{2}$ .                      C.  $I = \ln \frac{5}{2}$ .                      D.  $I = -\frac{21}{100}$ .

**Câu 3.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[1; 3]$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$  quay quanh trục  $Ox$ , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \int_1^3 f(x) dx$ .                      B.  $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_1^3 f(x) dx$ .                      D.  $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$ .

**Câu 4.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(2; 3; -5)$  và chứa trục  $Ox$  có phương trình là

- A.  $y = 0$ .                      B.  $3y - 5z = 0$ .                      C.  $5y + 3z = 0$ .                      D.  $y - z = 0$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .                      B.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ .                      C.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .                      D.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ . Tính cosin của góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và trục  $Ox$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $-\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D. 0.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$  và đường thẳng  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$  và  $(\beta): x - 2z - 3 = 0$ . Tính góc  $\varphi$  giữa  $d$  và  $(P)$

- A.  $\varphi = 30^\circ$ .                      B.  $\varphi = 45^\circ$ .                      C.  $\varphi = 60^\circ$ .                      D.  $\varphi = 90^\circ$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu có tâm  $I(-3; 1; 2)$ , bán kính  $R = 3$  là

- A.  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$ .                      B.  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .  
 C.  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ .                      D.  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .

**Câu 9.** Cho hai biến độc lập  $A, B$  với  $P(A) = 0,8, P(B) = 0,25$ . Khi đó,  $P(A | B)$  bằng

- A. 0,2.                      B. 0,8.                      C. 0,25.                      D. 0,75.

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{6}$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

A. 0,7.

B. 0,4.

C. 0,58.

D. 0,52.

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

A.  $\frac{33}{35}$ .

B.  $\frac{32}{35}$ .

C.  $\frac{9}{35}$ .

D.  $\frac{26}{35}$ .

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$  và điểm  $A(3; 2; 0)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $M(-1; -3; -2) \in d$ .		
b) $\vec{u} = (1; 2; 2)$ là vectơ chỉ phương của $d$ .		
c) Toạ độ hình chiếu của $A$ lên đường thẳng $d$ là $H(2; 2; 1)$ .		
d) Điểm đối xứng của điểm $A$ qua đường thẳng $d$ có toạ độ là $A'(1; 0; 4)$ .		

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$   $B(0; 2; 0)$   $C(0; 0; 3)$  và phương trình mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Thể tích của $(S)$ là $V = 36\pi$ .		
b) Phương trình mặt cầu nhận $AB$ làm đường kính có tâm là $I\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$ .		
c) Gọi $K$ là tâm của $(S)$ , khi đó $d(K; (ABC)) = \frac{9}{7}$ .		
d) Tập hợp các điểm $M$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính bằng 2.		

**Câu 15.** Một xạ thủ bắn vào bia số 1 và bia số 2. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 1, bia số 2 lần lượt là 0,8; 0,9. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng cả hai bia là 0,8. Xét hai biến cố

A: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 1”;

B: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 2”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

Phát biểu	Đ	S
a) Hai biến cố $A$ và $B$ có độc lập.		
b) Biết xạ thủ đó bắn trúng bia số 1 thì xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là 0,72.		
c) Biết xạ thủ đó không bắn trúng bia số 1, thì xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 bằng 0,9.		

Phát biểu	Đ	S
d) Biết xạ thủ đó không bắn trúng bia số 1 thì xác suất xạ thủ đó bắn không trúng bia số 2 bằng 0,9.		

**Câu 16.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh  $A$  ở một địa phương là 75%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh  $A$  là 10%; trong số những người chưa tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh  $A$  là 32%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Gọi  $A$  là biến cố: “Người được chọn đã tiêm vắc xin phòng bệnh” và  $B$  là biến cố: “Người được chọn mắc bệnh  $A$ ”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,25$ .		
b) $P(B   A) = 0,1$ .		

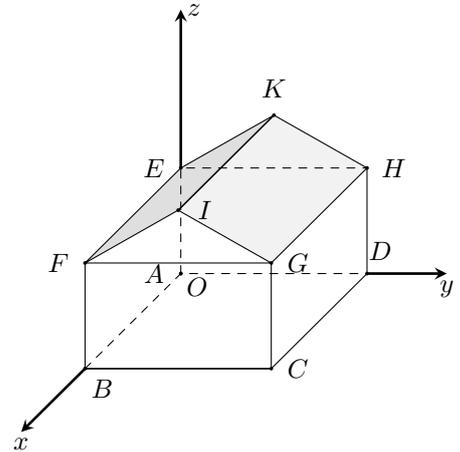
Phát biểu	Đ	S
c) $P(B   \bar{A}) = 0,32$ .		
d) $P(\bar{A} B) = \frac{16}{31}$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Hình bên minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái  $EFIK$ ,  $HGIK$  có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$  với  $AB = 10$  m,  $AC = 24$  m,  $AE = 7$  m. Mặt phẳng  $(EFIK)$  có phương trình  $ax + y + bz + c = 0$ . Tìm giá trị của  $a - bc$ .

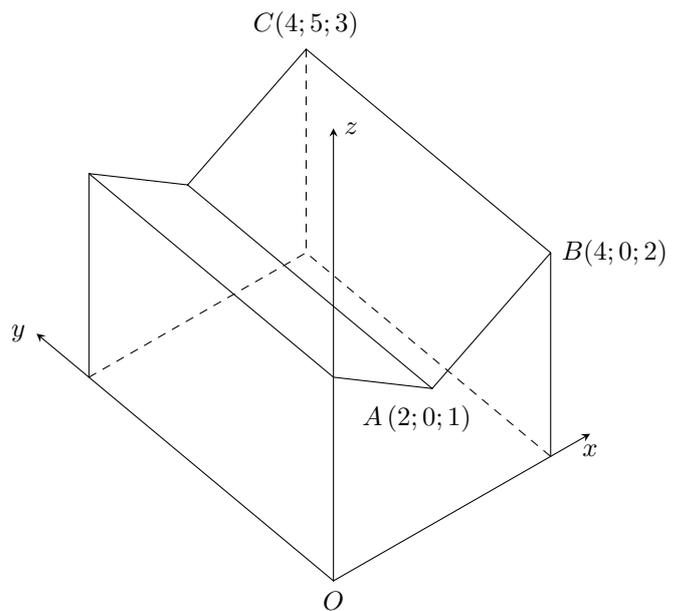
KQ:



**Câu 18.**

Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí  $A, B, C$  ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ  $(2; 0; 1)$ ,  $(4; 0; 2)$  và  $(4; 5; 3)$ . Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ:



**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

và điểm  $A(2; -1; 1)$ . Biết rằng điểm  $B(a; b; c)$  thuộc  $(P)$  sao cho đường thẳng  $AB$  song song với đường thẳng  $d$ . Tính giá trị của  $2a + b^2 + c^2$ . KQ:

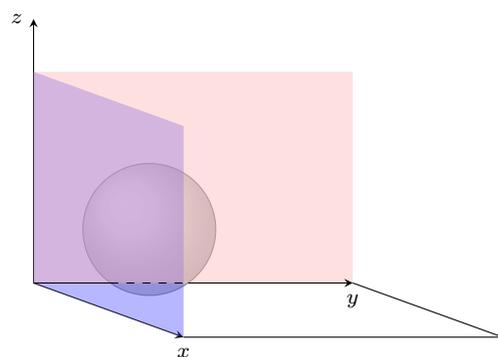
**Câu 20.** Tại một khu phố có 100 căn nhà, trong đó có 40 căn nhà gắn biển số lẻ. Biết rằng có 25 căn nhà gắn biển số lẻ và 15 nhà gắn biển số chẵn có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn gắn biển số lẻ, biết rằng nhà đó không có ô tô. KQ:

**Câu 21.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng (làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

**Câu 22.**

Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2; 3; 1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.

KQ:



Q. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 17

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 - \sin x$  là

- A.  $x - \cos x + C$ .
- B.  $x + \cos x + C$ .
- C.  $1 - \cos x + C$ .
- D.  $1 + \cos x + C$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(2) = 3, f(5) = 2$ . Tính  $\int_2^5 f'(x) dx$ ?

- A. -1.
- B. 1.
- C. 5.
- D. 6.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 4]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 4$  là

- A.  $S = \int_0^4 |f(x)| dx$ .
- B.  $S = \int_0^4 f(x) dx$ .
- C.  $S = - \int_0^4 f(x) dx$ .
- D.  $S = \int_4^0 |f(x)| dx$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1), C(-10; 5; 3)$ . Một cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.  $\vec{AB} = (2; 1; -2), \vec{AC} = (-12; 6; 0)$ .
- B.  $\vec{AB} = (2; 1; 2), \vec{AC} = (12; 6; 0)$ .
- C.  $\vec{AB} = (-2; 1; 2), \vec{AC} = (-12; 6; 0)$ .
- D.  $\vec{AB} = (2; 1; -2), \vec{AC} = (-12; 6; 3)$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ

chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (1; 2; 1)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (2; 0; 2)$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z - 6 = 0$ . Giá trị của  $\sin(d, (P))$  bằng

- A.  $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}}{42}$ .      C.  $\frac{4\sqrt{6}}{21}$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y + z = 0$  và  $(\beta): x + z + \sqrt{3} = 0$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là

- A.  $30^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 1 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-1; 0; 1)$ .      B.  $(1; 0; -1)$ .      C.  $(-1; 1; 0)$ .      D.  $(1; -1; 0)$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,5; P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$ . Xác suất của  $\bar{B}$  với điều kiện  $A$  là

- A. 0,6.      B. 0,3.      C. 0,4.      D.  $\frac{3}{7}$ .

**Câu 10.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A | B) = 0,5$ . Xác suất của biến cố  $A \cup B$  là

- A. 0,9.      B. 0,18.      C. 0,3.      D. 0,6.

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A | B) = P(A)$ . Tỷ số  $\frac{P(B)}{P(B | A)}$  là

- A. 1.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 0.      D. 2.

**Câu 12.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A | B) = 0,5$ . Xác suất của  $B$  với điều kiện  $A$  là

- A. 0,3.      B.  $\frac{3}{5}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 1.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xét các biến cố  $A$ : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng”;  $B$ : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{A}) = 0,65$ .		
b) $P(B   A) = 0,02$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B   \bar{A}) = 0,3$ .		
d) $P(B) = 0,9765$ .		

**Câu 14.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(B) = 0,5; P(A | B) = P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất của biến cố $AB$ là 0,02.		
b) Xác suất của biến cố $A\bar{B}$ là 0,2.		

Phát biểu	Đ	S
c) Xác suất của biến cố $A$ là 0,8.		
d) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.		

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(0; 1; -1)$ ,  $C(3; -2; 5)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua điểm $B$ và trung điểm $I$ của đoạn thẳng $AC$ có vectơ chỉ phương là $\vec{BI} = (2; -2; 3)$ .		
b) Đường thẳng $BC$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; -1; 2)$ .		
c) Góc giữa hai đường thẳng $AB$ và $AC$ là góc $A$ của tam giác $ABC$ .		
d) Tọa độ của điểm $H$ là chân đường cao kẻ từ $A$ của tam giác $ABC$ là $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ .		

**Câu 16.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho đỉnh  $A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ , đỉnh  $B$  thuộc tia  $Ox$ , đỉnh  $D$  thuộc tia  $Oz$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CA'$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ của đỉnh $B(-3; 0; 0)$ .		
b) Các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm $I$ .		
c) Tọa độ của điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$ .		
d) Phương trình của mặt cầu tâm $I, R = IB$ là $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{25}{2}$ .		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

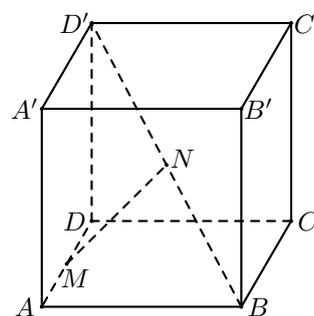
**Câu 17.** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác đều cạnh 4 và cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và điểm  $N$  nằm trên cạnh  $SC$  sao cho  $\vec{NS} + 2\vec{NC} = \vec{0}$ . Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AMN)$  là  $\varphi$  và có  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Hãy xác định thể tích khối chóp  $SABC$ . Kết quả được làm tròn và lấy một chữ số sau dấu phẩy.

KQ:

**Câu 18.**

Có một chiếc lồng bằng sắt dạng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$  m,  $AD = 3$  m,  $AA' = 1$  m. Người thợ hàn muốn hàn một thanh sắt  $MN$  nối hai đoạn  $AD$  và  $BD'$  (Hình 11). Tính chiều dài ngắn nhất của đoạn thanh sắt  $MN$ . Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét.

KQ:



Hình 11

**Câu 19.** Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

KQ:

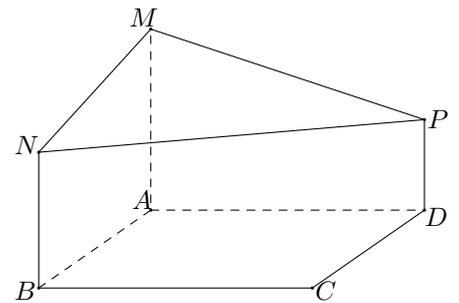
**Câu 20.** Hai bạn Tài và Đức mỗi người thực hiện một thí nghiệm một cách độc lập với nhau. Xác suất thực hiện thành công thí nghiệm của Tài và Đức lần lượt là 0,6 và 0,7. Biết rằng có ít nhất một người

thực hiện thành công thí nghiệm, tính xác suất của biến cố có đúng một trong hai người thực hiện thành công thí nghiệm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

**Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$  và có  $AA' = AB, AC = a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CC'$ . Biết giá trị cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(A'MN)$  và  $(ABC)$  bằng  $\frac{2}{5}$ . Biết thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng  $xa^3$ . Hãy xác định giá trị của  $x$  (Kết quả được làm tròn và lấy một chữ số sau dấu phẩy) KQ:

**Câu 22.**

Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó  $ABCD$  là hình vuông cạnh 6 m,  $AM, BN, DP$  cùng vuông góc với  $(ABCD)$ ,  $AM = 4$  m,  $BN = 3$  m và  $DP = 2$  m. Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(MNP)$  là  $n^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ,  $n$  là số nguyên dương). Giá trị của  $n$  là bao nhiêu? KQ:



R. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 18

1

Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{5x}$  là

- A.  $e^{5x} \ln 5$ .
- B.  $\frac{1}{5}e^{5x} + C$ .
- C.  $5e^{5x} + C$ .
- D.  $e^{5x}$ .

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$ .

- A.  $I = \frac{4581}{5000}$ .
- B.  $I = \log \frac{5}{2}$ .
- C.  $I = \ln \frac{5}{2}$ .
- D.  $I = -\frac{21}{100}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bởi công thức

- A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .
- B.  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .
- C.  $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .
- D.  $S = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và song song với  $(P)$  là

- A.  $2x + y - 2z = 0$ .
- B.  $2x - y - 2z = 0$ .
- C.  $2x - y - 2z + 1 = 0$ .
- D.  $2x + 2y - z = 0$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$  là

- A.  $\vec{u}_1 = (-2; 1; -3)$ .
- B.  $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1)$ .
- C.  $\vec{u}_3 = (3; -2; 1)$ .
- D.  $\vec{u}_4 = (2; 1; 3)$ .

**Câu 6.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $Oz$  và mặt phẳng  $(Oxy)$  là

- A.  $0^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $3^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 7.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ ,  $\Delta_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ . Góc giữa  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng

- A.  $0^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $3^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16$  có tâm là

- A.  $I(1; 0; 3)$ .                      B.  $I(-1; 0; -3)$ .                      C.  $I(1; 0; -3)$ .                      D.  $I(1; 2; -3)$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  xung khắc với nhau thỏa  $P(A) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,4$ . Khi đó  $P(A | B)$  bằng

- A. 0,5.                      B. 0,2.                      C. 0,4.                      D. 0.

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $A$  là

- A.  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .                      B.  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B})$ .  
 C.  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .                      D.  $P(B) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(B | \bar{B})$ .

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

- A.  $\frac{19}{60}$ .                      B.  $\frac{17}{60}$ .                      C.  $\frac{9}{20}$ .                      D.  $\frac{7}{30}$ .

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - y + 2z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $(-1; 1; -2)$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$ .		
b) Góc giữa $(P)$ và $(d)$ là một góc nhọn.		
c) $(d, (P)) = 30^\circ$ .		
d) Góc giữa trục $Ox$ và $d$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng $50^\circ$ .		

**Câu 14.** Cho  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1; 2; 3)$ .		
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 9$ .		
c) Cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 13 = 0$ . Khi đó $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ .		

Phát biểu	Đ	S
d) Cho đường thẳng $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$ . Khi đó $(\Delta)$ và $(S)$ cắt nhau tại hai điểm.		

**Câu 15.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố  $A$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;  $B$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		
b) $P(B) = 0,625$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A B) = 0,75$ .		
d) $P(B A) = 0,48$ .		

**Câu 16.** Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường  $X$ . Nhóm này có 60% học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có 20% học sinh nam và 15% học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Gọi  $A$  là biến cố “Chọn được một học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ” và  $B, \bar{B}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nam” và “Chọn được một học sinh nữ”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $P(B) = 60\% = 0,6$ .		
b) $P(A   B) = 0,8$ .		
c) $P(A   \bar{B}) = 0,15$ .		
d) Xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 18%.		

3

Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là de-xi-mét) vào một ngôi nhà 1 tầng, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục  $Oz$ . Biết rằng các vị trí  $A(3; 4; 33), D(9; 8; 35)$  lần lượt thuộc mặt dưới, mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Hãy cho biết độ dày của mái nhà đó là bao nhiêu de-xi-mét?  
KQ:

**Câu 18.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là điểm nằm trên cạnh  $A'C$  sao cho  $NA' = 3NC$ . Hãy xác định cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(MA'C)$  và  $(NC'D)$  (Kết quả được làm tròn và lấy hai chữ số sau dấu phẩy).  
KQ:

**Câu 19.** Thư viện trường THPT Chuyên Quốc Học có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.  
KQ:

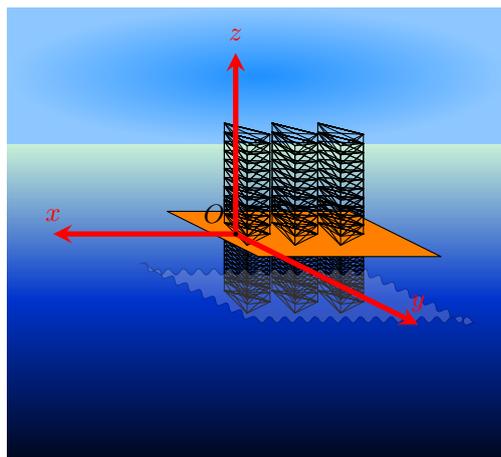
**Câu 20.** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?  
KQ:

**Câu 21.**

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào không gian biển, với gốc  $O$  là trung tâm của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt biển, trục  $Ox$  hướng dọc về tây, trục  $Oy$  hướng dọc về nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trên, đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ là 10 km. Ở một thời điểm radar đặt tại  $O$  phát hiện được một tàu ngầm ở cách  $O$  là 80,1 km và đang có hoành độ và tung độ lần lượt là 6,24 và 5,022. Hãy xác định độ sâu so với mặt biển của tàu ngầm đó theo đơn vị mét (Làm

tròn kết quả đến hàng đơn vị)

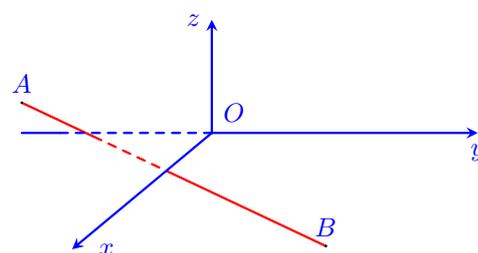
KQ:



**Câu 22.**

Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí  $A(3; -2; 3)$  sẽ hạ cánh tới vị trí  $B(8; 8; 0)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ:



**S. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 19**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}$  là

- A.  $e^{3x} \ln 3$ .
- B.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ .
- C.  $3e^{3x} + C$ .
- D.  $e^{3x}$ .

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_1^4 \frac{dx}{x+3}$ .

- A.  $I = \frac{1234}{5678}$ .
- B.  $I = \log \frac{7}{4}$ .
- C.  $I = \ln \frac{7}{4}$ .
- D.  $I = -\frac{34}{78}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[c; d]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = c$ ,  $x = d$  được tính bởi công thức

- A.  $S = \int_c^d |f(x) - g(x)| dx$ .
- B.  $S = \left| \int_c^d [f(x) - g(x)] dx \right|$ .
- C.  $S = \int_c^d |f(x) + g(x)| dx$ .
- D.  $S = \int_c^d |f(x)| dx + \int_c^d |g(x)| dx$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y - 3z - 2 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và song song với  $(P)$  là

- A.  $3x + y - 3z = 0$ .
- B.  $3x - y - 3z = 0$ .
- C.  $3x - y - 3z + 2 = 0$ .
- D.  $3x + 3y - z = 0$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+4}{-2}$  là

- A.  $\vec{u}_1 = (-3; 2; -4)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-2; 3; 2)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (2; -3; 2)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (3; 2; 4)$ .

**Câu 6.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $Oy$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  là

- A.  $0^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $5^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 7.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{4}$ ,  $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$ . Góc giữa  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng

- A.  $0^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $R = 3\sqrt{3}$ .      B.  $R = 9$ .      C.  $R = \sqrt{6}$ .      D.  $R = 3$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $C$  và  $D$  thỏa  $P(C) = 0,5$ ;  $P(D) = 0,7$ ;  $P(C \cap D) = 0,35$ . Tính  $P(C | D)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{5}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $E, F$  xung khắc với nhau thỏa  $P(E) = 0,3$ ;  $P(F) = 0,5$ . Khi đó  $P(E|F)$  bằng

- A. 0,4.      B. 0,3.      C. 0,5.      D. 0.

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $C$  và  $D$  với  $0 < P(D) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $C$  là

- A.  $P(C) = P(D)P(C | D) + P(\bar{D})P(C | \bar{D})$ .      B.  $P(C) = P(C)P(C | D) + P(\bar{C})P(C | \bar{D})$ .  
 C.  $P(C) = P(\bar{D})P(C | D) + P(D)P(C | \bar{D})$ .      D.  $P(D) = P(\bar{D})P(C | D) + P(D)P(D | \bar{D})$ .

**Câu 12.** Cho  $P(E) = \frac{3}{5}$ ;  $P(F | E) = \frac{2}{5}$ ;  $P(F | \bar{E}) = \frac{1}{3}$ . Giá trị của  $P(F)$  là

- A.  $\frac{37}{75}$ .      B.  $\frac{28}{75}$ .      C.  $\frac{13}{75}$ .      D.  $\frac{8}{25}$ .

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 3z - 5 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $(2; -1; 3)$ là vectơ pháp tuyến của $(Q)$ .		
b) Góc giữa $(Q)$ và $d$ là một góc vuông.		
c) $(d, (Q)) = 45^\circ$ .		
d) Góc giữa trục $Oy$ và $d$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng $60^\circ$ .		

**Câu 14.** Cho  $(T): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 20 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(T)$ có tâm $J(-2; 3; -4)$ .		

Phát biểu	Đ	S
b) Bán kính mặt cầu $(T)$ là $R = 7$ .		
c) Cho mặt phẳng $(Q): 3x - y + 4z - 20 = 0$ . Khi đó $(Q)$ tiếp xúc với $(T)$ .		
d) Cho đường thẳng $l: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 \\ z = -2 + 5t \end{cases}$ . Khi đó $l$ và $(T)$ cắt nhau tại hai điểm.		

**Câu 15.** Lớp 12B có 45 học sinh, trong đó có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ Thể thao, 18 học sinh tham gia câu lạc bộ Văn học, 10 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Thể thao vừa tham gia câu lạc bộ Văn học. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau  $A$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Thể thao”;  $B$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Văn học”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,5$ .		
b) $P(B) = 0,55$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A B) = 0,56$ .		
d) $P(B A) = 0,36$ .		

**Câu 16.** Một khảo sát về khả năng vẽ tranh của học sinh tại một trường  $Y$  cho thấy 70% học sinh là nữ. Trong đó 30% học sinh nữ và 20% học sinh nam biết vẽ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Gọi  $C$  là biến cố “Chọn được một học sinh biết vẽ” và  $D, \bar{D}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nữ”, “Chọn được một học sinh nam”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(D) = 70\% = 0,7$ .		
b) $P(C   D) = 0,6$ .		
c) $P(C   \bar{D}) = 0,2$ .		
d) Xác suất để chọn được học sinh biết vẽ là 27%.		

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét) vào một toà nhà 2 tầng, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục  $Oz$ . Biết rằng các vị trí  $A(5; 7; 40)$ ,  $D(12; 11; 42)$  lần lượt thuộc mặt dưới, mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Hãy cho biết độ dày của mái nhà đó là bao nhiêu đề-ci-mét?  
KQ:

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng là  $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$  và  $(Q): 2x + y - 2z + 9 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , đồng thời đi qua hai điểm  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(3; -1; 2)$ . Biết tâm của mặt cầu  $(S)$  là  $I(a; b; c)$  có các thành phần  $a, b, c$  là những số nguyên. Hãy tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$ ?  
KQ:

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$  và  $SA = AB = 2AD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và  $N$  nằm trên cạnh  $SD$  sao cho  $2NS = ND$ . Hãy xác định sin của góc tạo bởi  $SC$  và mặt phẳng  $(CMN)$  (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)  
KQ:

**Câu 20.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 56% số người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ và có 45% số người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ trên 50 tuổi. Tính tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những

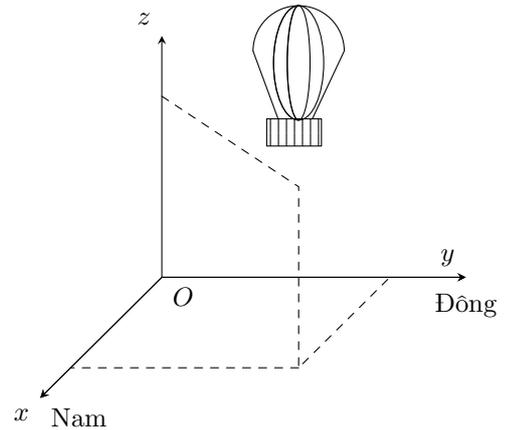
người phụ nữ mua bảo hiểm sức khỏe. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười) KQ:

**Câu 21.** Trong một đợt khảo sát về nguy cơ mắc bệnh tim mạch, người ta thấy rằng tại thành phố X, tỷ lệ người dân có lối sống ít vận động là 25%; tỷ lệ người bị bệnh tim trong số người ít vận động là 60%, trong số người có lối sống tích cực là 10%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh tim tại thành phố này thì xác suất người đó có lối sống ít vận động là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ:

**Câu 22.**

Cho hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm ta gọi là  $O$ . Vào một thời điểm ta thu được vị trí chiếc thứ nhất: cách điểm  $O$  3 km về phía nam, 2 km về phía đông, cách mặt đất 0,7 km; chiếc thứ hai: cách điểm  $O$  4 km về phía nam, 1 km về phía tây, cách mặt đất 0,5 km. Hãy xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu ở thời điểm đó theo đơn vị kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) KQ:



T. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 20

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Tìm  $\int (2x + 1) dx$ .

- A.  $2x + 1 + C$ .
- B.  $x^2 + x$ .
- C.  $x^2 + x + C$ .
- D.  $2 + C$ .

**Câu 2.** Nếu  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ , thì tích phân của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  được tính như thế nào?

- A.  $F(b) - F(a)$ .
- B.  $F(a) - F(b)$ .
- C.  $\frac{F(b)}{F(a)}$ .
- D.  $\frac{F(a)}{F(b)}$ .

**Câu 3.** Giả sử  $s(t)$  là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian  $t$  (giây) và  $v(t)$  là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây). Với 2 số dương  $a, b$  ta có

- A.  $\int_a^b v(t) dt = v(a) - v(b)$ .
- B.  $\int_a^b v(t) dt = s(a) - s(b)$ .
- C.  $\int_a^b v(t) dt = v(b) - v(a)$ .
- D.  $\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$ .

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$ .
- B.  $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$ .
- C.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$ .
- D.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P) : ax+by+cz+d = 0$  bằng:

A.  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

B.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

C.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

D.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(x_0; y_0; z_0)$  bán kính  $R$  có phương trình là

A.  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

B.  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$ .

C.  $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

D.  $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

**Câu 7.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,8$ ,  $P(B) = 0,65$ ,  $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$ . Tính  $P(A \cap B)$ .

A. 0,25.

B. 0,1.

C. 0,15.

D. 0,35.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(\overline{A \cap B})$ .

A.  $\frac{4}{7}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{2}{5}$ .

D.  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ;  $P(A | B) = 0,7$ ;  $P(A | \bar{B}) = 0,45$ .

A. 0,25.

B. 0,65.

C. 0,55.

D. 0,5.

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ;  $P(A | B) = 0,7$ ;  $P(A | \bar{B}) = 0,45$ .

A. 0,25.

B. 0,65.

C.  $\frac{56}{65}$ .

D. 0,5.

**Câu 11.** Cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$  và điểm  $A(1; -2; 3)$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  bằng

A.  $\frac{5}{\sqrt{29}}$ .

B.  $\frac{5}{29}$ .

C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

D.  $\frac{5}{9}$ .

**Câu 12.** Cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - z - 3 = 0$  và  $(Q): x - z - 2 = 0$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ ,  $\Delta_2 : \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Xét các vectơ  $\vec{u}_1 = (3; -1; 2)$  và  $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $\Delta_1$ đi qua điểm $M_1(1; -2; 3)$ và có $\vec{u}_1 = (3; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng $\Delta_2$ đi qua điểm $M_2(-2; 1; -1)$ và có $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$ là một vectơ chỉ phương.		
c) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 7; -5)$ .		
d) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.		

**Câu 14.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.		
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 16$ . Mỗi kết quả sau đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $(S)$ có tâm $I(-2; -3; 4)$ .		
b) $(S)$ có tâm $I(2; 3; -4)$ .		

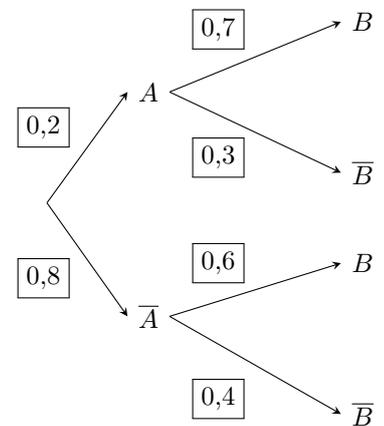
Phát biểu	Đ	S
c) $(S)$ có $R = 4$ .		
d) $(S)$ có $R = 16$ .		

**Câu 16.**

Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Gọi  $P(B)$  là xác suất của biến cố  $B$ ,  $P(\bar{B})$  là xác suất của biến cố đối của biến cố  $B$ , khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{B}) = 0,42$ .		
b) $P(B) = 0,62$ .		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B) = 0,28$ .		
d) $P(\bar{B}) = 0,38$ .		



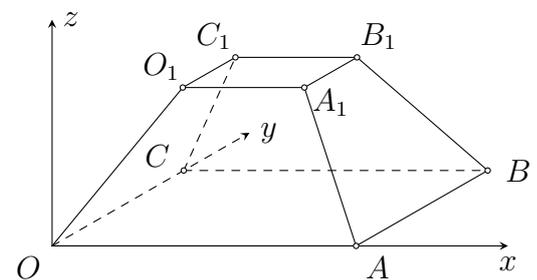
3

Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt  $OABC.O_1A_1B_1C_1$  có hai đáy song song với nhau. Mặt sân  $OABC$  là hình chữ nhật và được gắn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân  $OABC$  có chiều dài  $OA = 100m$ , chiều rộng  $OC = 60m$  và tọa độ điểm  $O_1(10; 10; 8)$ . Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(OAA_1O_1)$  có dạng  $ax + y + cz + d = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $a + c + d$ .

KQ:



**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(1; 2; 3)$  và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (2; 1; 5)$ . Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $B(-5; a; b)$  thì giá trị của biểu thức  $b^a$  bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

KQ:

**Câu 19.** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(2; -1; 3)$  đến vị trí  $B(8; 7; 1)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ:

**Câu 20.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí  $M$  của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước. Các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi, khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí  $M$  sẽ được xác định. Như vậy, vị trí  $M$  là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$  và 4 vệ tinh có tọa độ:  $A(-1; 6; 3), B(4; 8; 1), C(9; 6; 7), D(-15; 18; 7)$ . Tính giá trị  $P = a^2 + b^2 + c^2$ , biết khoảng cách từ  $M$  đến các vệ tinh lần lượt là  $MA = 6, MB = 7, MC = 12, MD = 24$ . KQ:

**Câu 21.** Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân). KQ:

**Câu 22.** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10, trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên. KQ:

## U. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### DẠNG 1 Ứng dụng của tích phân

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

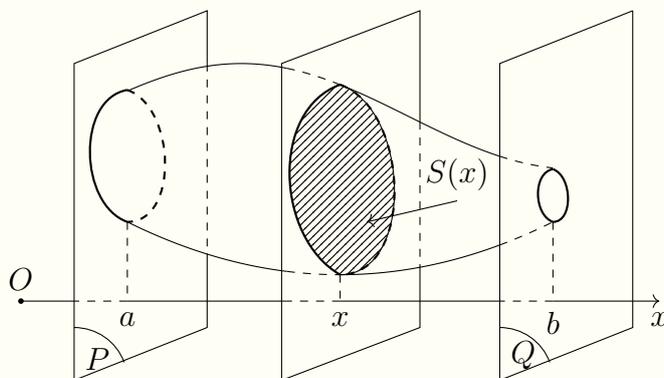
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

b) Thể tích hình khối

Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ . Mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích  $S(x)$ . Khi đó, nếu  $S(x)$  là hàm số liên tục trên  $[a; b]$  thì thể tích của vật thể được tính bằng công thức:

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$



c) **Thể tích khối tròn xoay** sinh bởi hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  khi quay xung quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị **hai** hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  khi quay xung quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

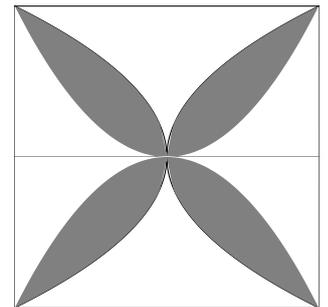
**Bài 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 - 3x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$ .

**Bài 2.** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$ .

**Bài 3.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành khi quay quanh trục hoành.

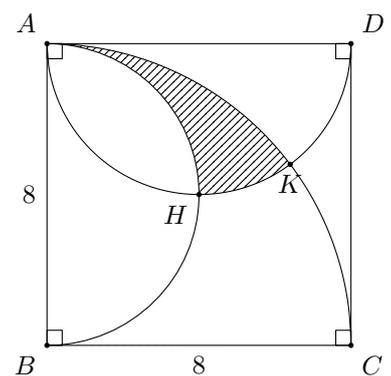
**Bài 4.**

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Tính diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch?



**Bài 5.**

Một bức tường lớn kích thước  $8\text{m} \times 8\text{m}$  trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn các loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính  $AD, AB$  cắt nhau tại  $H$ ; đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $AD$ , cắt nửa đường tròn đường kính  $AB$  tại  $K$ . Biết tam giác cong  $AHK$  được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Tính số tiền phải trả?



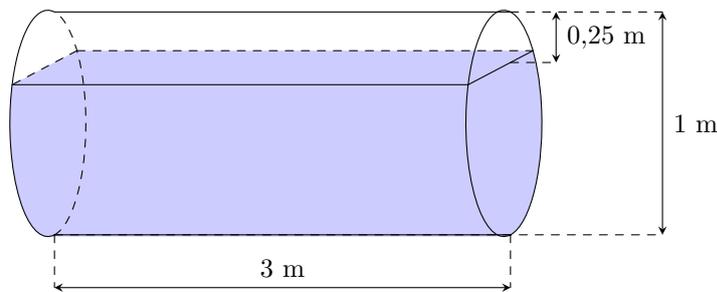
**Bài 6.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = -x^3$  và  $y = x^2 - 2x$ ?

**Bài 7.** Tính diện tích của hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}, y = x - 2$  và trục hoành.

**Bài 8.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2, y = 0$  và  $x = 9$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

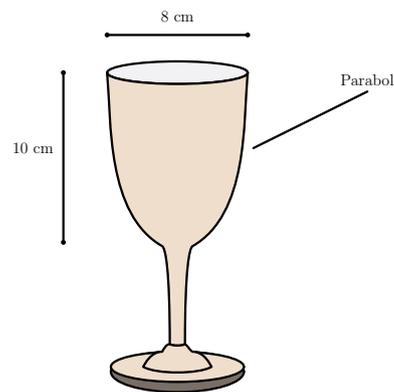
**Bài 9.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0$  và  $x = 1$ . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ ?

**Bài 10.** Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc?



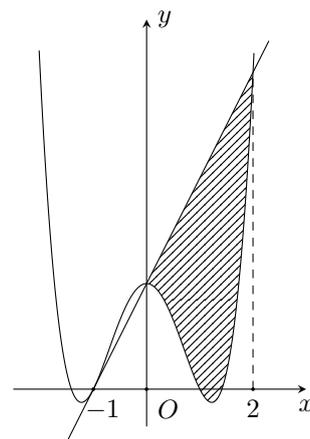
**Bài 11.**

Một cái cốc có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của mặt bên trong cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được.



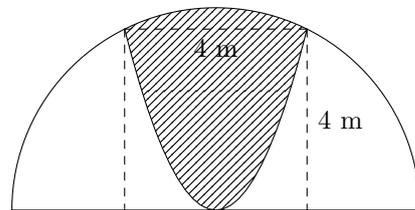
**Bài 12.**

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , biết rằng  $(C)$  đi qua điểm  $A(-1; 0)$ , tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của  $(C)$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0; x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch sọc trong hình vẽ). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1; x = 0$ .



**Bài 13.**

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng  $4\sqrt{5}$  (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần gạch sọc), cách nhau một khoảng bằng 4 m, phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch sọc) dành để trang trí cỏ nhân tạo. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí cỏ nhân tạo là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trang trí cỏ trên phần đất đó?



**Bài 14.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $y = -x^3 + 12x$  và  $y = -x^2$ .

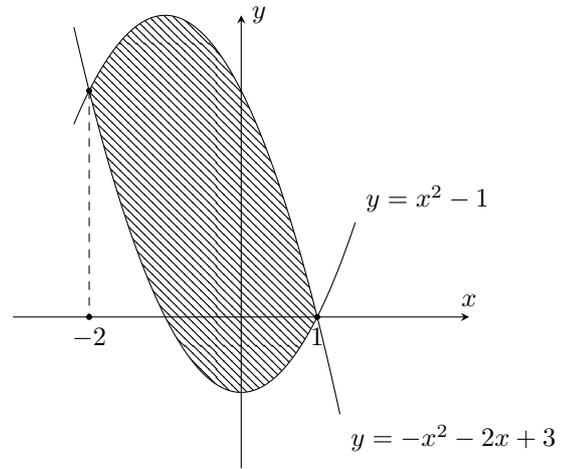
**Bài 15.** Tính thể tích  $V$  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = \pi$ , biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $x \in [0; \pi]$ ) là tam giác đều có cạnh bằng  $2\sqrt{\sin x}$ .

**Bài 16.** Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{\tan x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$  quanh trục hoành?

**Bài 17.** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Nếu chi phí làm mỗi mét vuông cửa là 1,5 triệu đồng thì số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

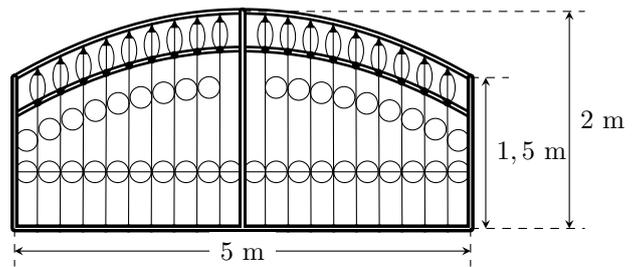
**Bài 18.**

Tính diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên?



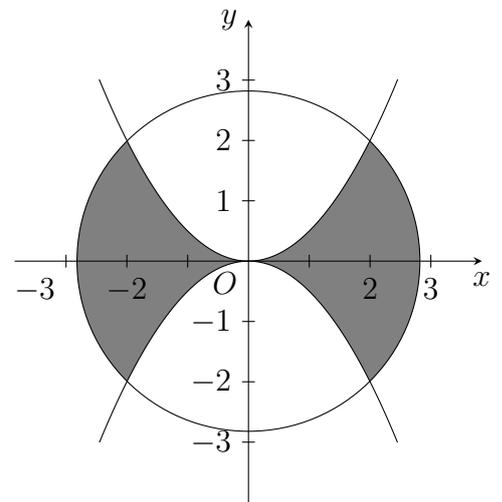
**Bài 19.**

Ông Bình muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống hình vẽ, biết đường cong phía trên là một parabol. Nếu giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 đồng thì ông Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy?



**Bài 20.**

Cho parabol  $(P_1): y = \frac{x^2}{2}$ ,  $(P_2): y = -\frac{x^2}{2}$  và đường tròn  $(C)$  có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $\sqrt{8}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  và  $(C)$ .

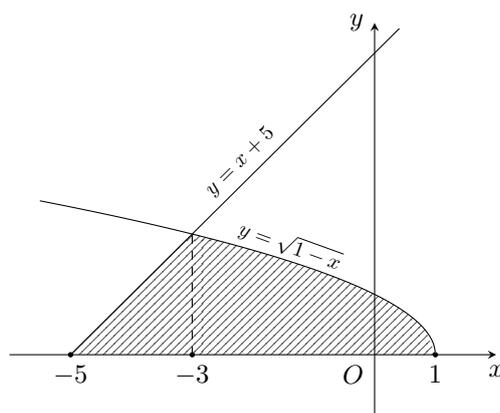


**Bài 21.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay quanh trục  $Ox$ ?

**Bài 22.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -\sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$ ?

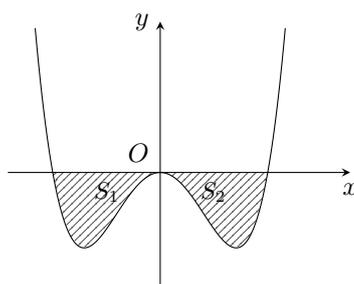
**Bài 23.**

Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên?



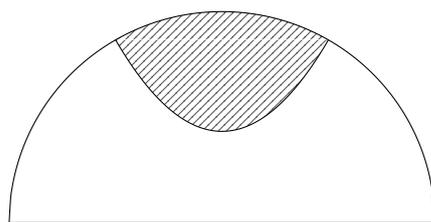
**Bài 24.**

Cho hàm số  $y = x^4 - mx^2$  có đồ thị  $(C_m)$  với  $m > 0$ . Hình phẳng tạo bởi  $(C_m)$  và trục  $Ox$  gồm hai phần có diện tích  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ. Tìm  $m$  để  $S_1 + S_2 = \frac{16\sqrt{2}}{15}$ .



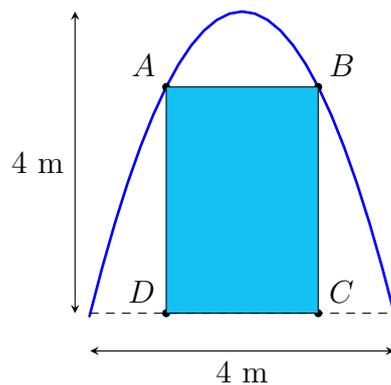
**Bài 25.**

Một khu vườn hình bán nguyệt có bán kính  $R = 4$  m, ở giữa khu vườn người ta muốn tạo một cái bể cá có đường biên là một parabol có phương trình  $y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}$  (như hình vẽ), phần còn lại sẽ trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 400 000 đồng/m<sup>2</sup>, chi phí xây khu trồng hoa là 200 000 đồng/m<sup>2</sup>. Khi đó chi phí xây dựng toàn bộ khu vườn hết bao nhiêu tiền?



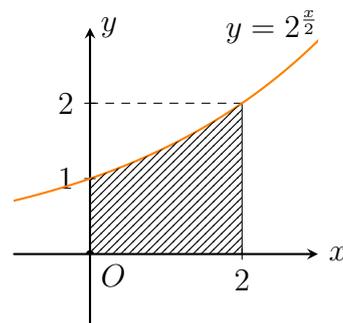
**Bài 26.**

Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật  $ABCD$ , phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Hỏi diện tích phần trang trí hoa văn bé nhất là bao nhiêu?



**Bài 27.**

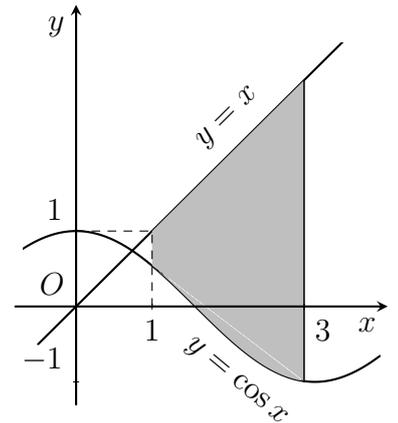
Cho đồ thị hàm số  $y = 2^{\frac{x}{2}}$  và hình phẳng được tô màu như hình bên. Tính diện tích hình phẳng đó?



THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

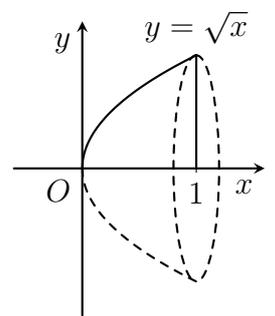
**Bài 28.**

Tính diện tích hình phẳng được tô màu như hình bên.



**Bài 29.**

Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở hình bên khi quay quanh trục  $Ox$ .



**DẠNG 2** Phương trình mặt cầu

☑ Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R$  có phương trình là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

☑ Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  là phương trình của mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

**Bài 30.** Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  biết

- a)  $(S)$  có tâm  $I(3; 2; 0)$  và đi qua điểm  $M(2; 4; -1)$ .
- b)  $(S)$  có đường kính là đoạn thẳng  $AB$  với  $A(1; 2; 0)$  và  $B(-1; 0; 4)$ .

**Bài 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(3; 4; 2)$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc với trục  $Oz$ .

**Bài 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$ . Mặt phẳng  $(P): -x + 4z + 5 = 0$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo một đường tròn  $(C)$ . Tìm tọa độ tâm  $H$  của  $(C)$ ?

**Bài 33.** Trong không gian  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x - 2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z + 1}{2}$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = 5$ , tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$  và tiếp xúc với trục  $Oy$ .

**Bài 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $OABC$  có tọa độ đỉnh  $A(m; m; 0)$ ,  $B(0; m; m)$ ,  $C(m; 0; m)$ . Biết tứ diện  $OABC$  có bán kính mặt cầu  $(S)$  nội tiếp bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$ ?

**Bài 35.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình hộp chữ nhật  $OABC.O'A'B'C'$  với  $O$  là gốc tọa độ,  $A(2; 0; 0)$ ,  $C(0; 3; 0)$ ,  $O'(0; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp?

**Bài 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 3x + y - z - 5 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính  $r = 5$ .

**Bài 37.** Trong không gian  $Oxy$ , tính tổng tất cả các số tự nhiên của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$  là phương trình của một mặt cầu.

**Bài 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Tính đường kính  $\ell$  của mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

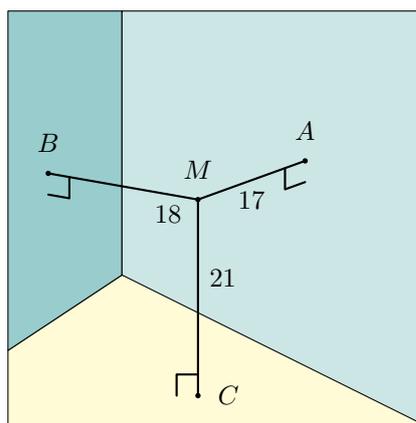
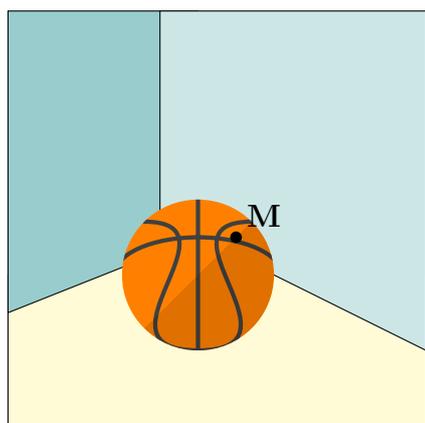
**Bài 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; -2; 3)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ . Khi đó, phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng là  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ , tính giá trị của  $P = \frac{abc}{R}$ .

**Bài 40.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-2; 4; 1)$ ,  $B(2; 0; 3)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + t. \end{cases}$  Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua  $A, B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $d$ . Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = a\sqrt{b}$ , tính giá trị của  $P = a + b$ .

**Bài 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I(a; b; c) \in \Delta$  và tiếp xúc với  $(P)$  tại  $H(1; -1; 0)$ . Tính  $a^2 + b^2 + c^2$ ?

**Bài 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$  và hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ ,  $(Q): x + 2y - 2z + 4 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $S$  có tâm  $I$  thuộc  $\Delta$  và tiếp xúc với  $(P), (Q)$ .

**Bài 43.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm?



**Bài 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm bán kính mặt cầu qua 2 điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; -2)$  và có tâm  $I$  thuộc  $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ .

**Bài 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm  $A(-2; 3; 3)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(4; 2; 2)$  và có tâm thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$ .

**Bài 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tâm mặt cầu đi qua điểm  $B(1; 3; 0)$  và tiếp xúc với  $(Oyz)$  tại  $M(0; 3; -2)$ .

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

**Bài 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; -4)$ ,  $B(2; 3; 4)$ ,  $C(3; 5; 7)$ . Tìm phương trình mặt cầu có tâm là  $A$  và tiếp xúc với  $BC$ .

**Bài 48.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

**Bài 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(2; 4; 1)$  và  $(P): x + y + z - 4 = 0$ . Tìm phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  sao cho  $(S)$  cắt  $(P)$  theo đường tròn có đường kính bằng 2.

**Bài 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ . Đường thẳng  $d$  cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  với  $AB = 10$ . Viết phương trình của mặt cầu  $(S)$ .

**Bài 51.** Cho 4 điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ ,  $D(1; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  qua 2 điểm  $A$  và  $B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $CD$ ?

**Bài 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm  $A, B, C$  và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

**Bài 53.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $C(0; 0; 3)$ ,  $B(0; 2; 0)$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 = MB^2 + MC^2$  là một mặt cầu, tính bán kính mặt cầu đó.

**Bài 54.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu đi qua điểm  $A(1; -1; 4)$  và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính  $P = a - b + c$ .

**Bài 55.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$  và đi qua 2 điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(0; 1; 1)$ .

**Bài 56.** Cho các điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$  ( $O$  là gốc tọa độ).

**Bài 57.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm nằm trên trục  $Oy$ , đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2)$  và  $B(3; 1; -1)$ .

**DẠNG 3**

**Xác suất có điều kiện**

a) **Xác suất có điều kiện:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khi đó

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

b) **Công thức nhân xác suất:** Với hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, ta có

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A | B)$$

**⚠** Vì  $AB = BA$  nên với hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, ta cũng có

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B | A)$$

**⚠** Nếu  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

c) **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố tùy ý. Khi đó

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})$$

d) Công thức Bayes: Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(A) > 0$ . Khi đó

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}.$$

hoặc

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}.$$

**Bài 58.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

**Bài 59.** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

**Bài 60.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

**Bài 61.** Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

**Bài 62.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội?

**Bài 63.** Lớp 12A có 37 học sinh, trong đó có 15 học sinh thích môn Tin học, 20 học sinh thích môn Tiếng Anh, 10 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

**Bài 64.** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu, biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau?

**Bài 65.** Một sản phẩm xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả 2 lần đều đạt thì sản phẩm đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% số sản phẩm qua lần kiểm tra đầu tiên sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để sản phẩm đó đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

**Bài 66.** Một doanh nghiệp xuất khẩu quả sầu riêng sau khi thu mua tại các nhà vườn đạt các tiêu chuẩn về vệ sinh an toàn thực phẩm sẽ tiếp tục thực hiện hai lần kiểm tra chất lượng sản phẩm, nếu cả hai lần kiểm tra đều đạt thì trái sầu riêng đó mới đạt tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 97% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất và 94% sản phẩm đã qua được lần kiểm tra thứ nhất qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một quả sầu riêng đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

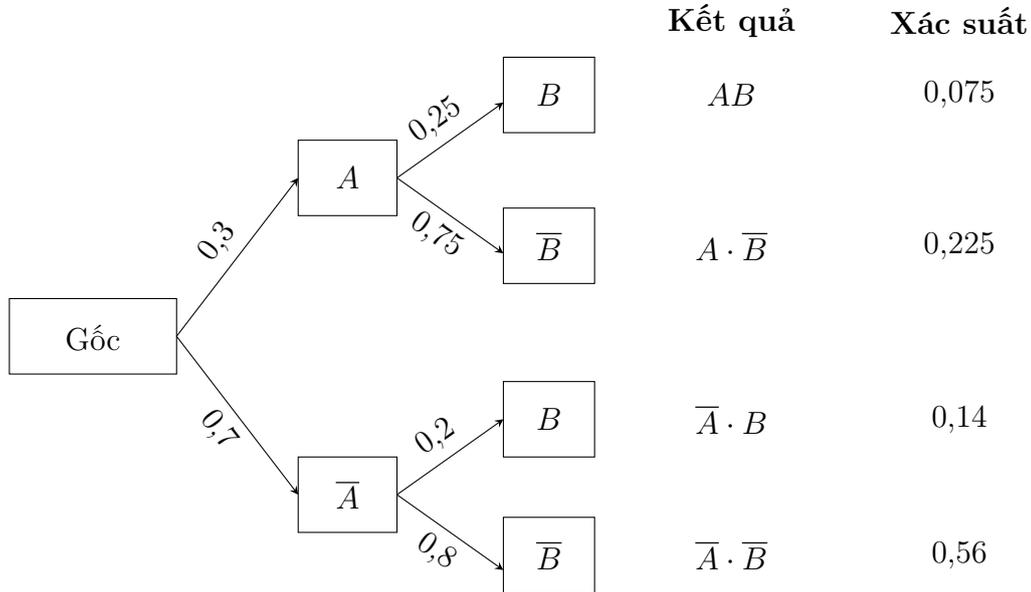
**Bài 67.** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu của cả hai dự án là 0,3. Tính xác suất để công ty thắng dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1.

**Bài 68.** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai.

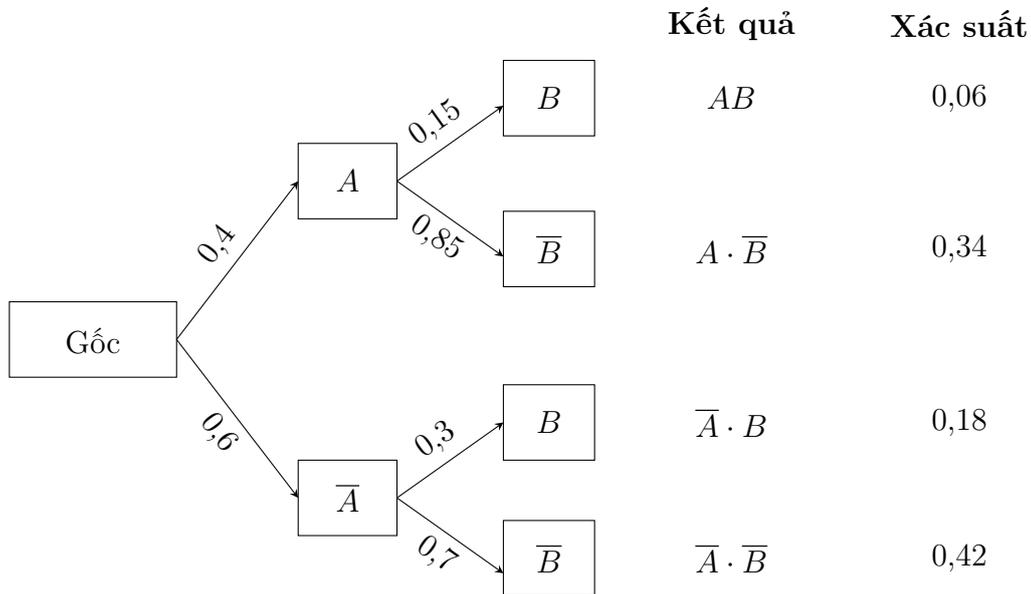
**Bài 69.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có 95% sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật. Trong quá trình kiểm nghiệm, xác suất để chấp nhận một sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật là 98% và khả năng chấp nhận một sản phẩm không đạt tiêu chuẩn kỹ thuật là 4%. Tính xác suất để một sản phẩm qua kiểm nghiệm được chấp nhận là sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật.

**Bài 70.** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 81,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 98,4% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong cộng đồng là 2%. Một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm và nhận được kết quả dương tính. Tính xác suất người đó thực sự nhiễm virus.

**Bài 71.** Cho sơ đồ hình cây như sau. Tính  $P(B)$ .



**Bài 72.** Cho sơ đồ hình cây sau. Tính  $P(A | B)$ .



**Bài 73.** Giả sử có hai hộp, hộp thứ nhất chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh; hộp thứ hai chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một quả bóng, biết rằng lấy được quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó ở hộp thứ nhất.

**Bài 74.** Khi nghiên cứu các hồ sơ bệnh án trong một Bệnh Viện Bỏng nhận thấy có 70% số ca bệnh là do bỏng nhiệt và 30% số ca là bỏng hóa chất; tỉ lệ bệnh nhân bị biến chứng khi bị bỏng nhiệt là 30% và tỉ lệ bệnh nhân bị biến chứng khi bị bỏng hóa chất là 50%. Rút ngẫu nhiên một bệnh án, tính xác suất bệnh nhân bị bỏng nhiệt.

**Bài 75.** Một nhà máy có 2 phân xưởng sản xuất. Tỉ lệ sản phẩm của phân xưởng I và II lần lượt là 40% và 60%. Tỉ lệ chính phẩm của phân xưởng I là 97% và tỉ lệ chính phẩm của phân xưởng II là 98%.

Mua ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy, biết sản phẩm mua được là chính phẩm, tính xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng I sản xuất.

**Bài 76.** Từ một hộp có 50 quả cầu trắng và 100 quả cầu đen. Người ta rút ngẫu nhiên không hoàn lại từng quả một và rút hai lần. Tính xác suất để lần đầu rút được quả trắng biết lần thứ hai cũng rút được quả trắng.

**Bài 77.** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố T, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,75 và 0,23. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố T bị tắc đường.

**Bài 78.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A | B) = 2P(B | A)$  và  $P(AB) \neq 0$ . Tính tỉ số  $\frac{P(A)}{P(B)}$ .

**Bài 79.** Trường Hạnh Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc?

**Bài 80.** Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng 1 câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Tính xác suất chọn được học sinh nữ?

**Bài 81.** Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần ông An đi làm bằng xe máy.

**Bài 82.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh  $X$  mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm  $Y$  mà ai mắc bệnh  $X$  khi xét nghiệm  $Y$  cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh  $X$  lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Tính xác suất người đó bị mắc bệnh  $X$ ?

**Bài 83.** Có hai hộp thuốc. Hộp I có 2 vỉ thuốc ngoại và 5 vỉ thuốc nội. Hộp II có 3 vỉ thuốc ngoại và 6 vỉ thuốc nội. Từ hộp I và hộp II lần lượt lấy ra 2 vỉ thuốc và 1 vỉ thuốc. Từ 3 vỉ thuốc đó lại lấy ra 1 vỉ. Tính xác suất để lấy ra sau cùng vỉ thuốc ngoại.

**Bài 84.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội.

**Bài 85.** Một thùng có 60 quả sầu riêng, 40 quả mít; các quả có khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy có 50% số quả sầu riêng có dán tem xuất khẩu và 75% số quả mít có dán tem xuất khẩu; những quả còn lại không dán tem xuất khẩu. Lấy ngẫu nhiên trong thùng một quả, tính xác suất để quả lấy ra có dán tem xuất khẩu?

**Bài 86.** Có hai chuồng gà giống. Chuồng I có 15 con, trong đó có 3 con gà trống. Chuồng II có 20 con, trong đó có 4 con gà trống. Một con từ chuồng II nhảy sang chuồng I. Từ chuồng I bắt ngẫu nhiên 1 con. Tính xác suất để con gà bắt được là gà trống?

**Bài 87.** Một nhà máy có 2 xưởng sản xuất. Xưởng I chiếm 65% tổng sản phẩm. Xưởng II chiếm 35% tổng sản phẩm. Biết rằng tỷ lệ đạt sản phẩm chất lượng tốt của hai xưởng lần lượt là 90% và 85%. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất để sản phẩm đó đạt chất lượng tốt.

**Bài 88.** Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, trường THPT X có 60% học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học. Biết rằng, nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ

đại học là 0,7 còn nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,8. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X đã tốt nghiệp trong kì thi trên. Tính xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học.

**Bài 89.** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II. Phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 3% và của phân xưởng II là 2%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và tính xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là  $\frac{t}{100}$ . Khi đó  $t$  bằng bao nhiêu?

**Bài 90.** Trường Phan Đình Phùng có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao?

**Bài 91.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội?

**Bài 92.** Một hộp kín đựng 9 viên phấn màu trắng và 3 viên phấn màu đỏ (các viên phấn có cùng khối lượng). Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên phấn trong hộp và không trả lại. Sau đó bạn Tâm lấy ngẫu nhiên một viên phấn trong số phấn còn lại. Tính xác suất để Nam lấy được phấn đỏ và Tâm lấy được phấn trắng.

**Bài 93.** Một công ty điện tử có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại linh kiện, trong đó có 56% linh kiện ở phân xưởng I và 44% linh kiện ở phân xưởng II. Tại phân xưởng I có 75% linh kiện loại 1 và tại phân xưởng II có 68% linh kiện loại 1. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện. Tính xác suất chọn được linh kiện loại 1?

**Bài 94.** Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỷ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

**Bài 95.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

**Bài 96.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

**Bài 97.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), tính xác suất để người đó thực sự bị bệnh?

**Bài 98.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

**Bài 99.** Một lớp học có 40 học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có 30 học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

**Bài 100.** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

**Bài 101.** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng.

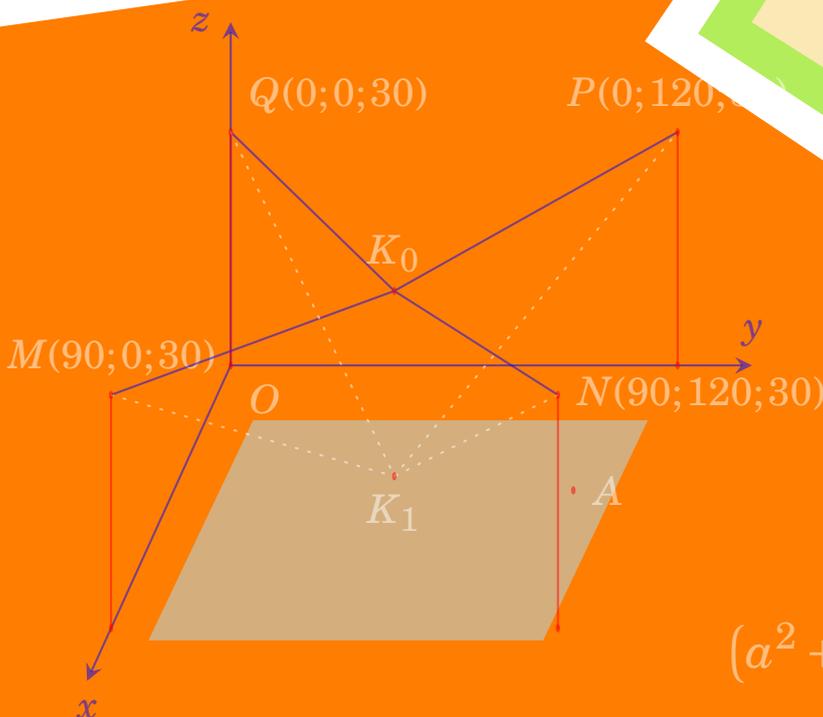


# GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12

NĂM HỌC 2024 – 2025

Họ và tên: .....

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$



$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$



$$(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) \geq (a \cdot c + b \cdot d)^2$$



# Mục lục

---

Ⓐ	Đề ôn tập số 1.....	2
Ⓑ	Đề ôn tập số 2.....	10
Ⓒ	Đề ôn tập số 3.....	21
Ⓓ	Đề ôn tập số 4.....	28
Ⓔ	Đề ôn tập số 5.....	38
Ⓕ	Đề ôn tập số 6.....	47
Ⓖ	Đề ôn tập số 7.....	55
Ⓕ	Đề ôn tập số 8.....	63
Ⓖ	Đề ôn tập số 9.....	70
Ⓖ	Đề ôn tập số 10.....	80
Ⓖ	Đề ôn tập số 11.....	89
Ⓖ	Đề ôn tập số 12.....	97
Ⓖ	Đề ôn tập số 13.....	105
Ⓖ	Đề ôn tập số 14.....	112
Ⓖ	Đề ôn tập số 15.....	120
Ⓖ	Đề ôn tập số 16.....	128
Ⓖ	Đề ôn tập số 17.....	137
Ⓖ	Đề ôn tập số 18.....	146
Ⓖ	Đề ôn tập số 19.....	154
Ⓖ	Đề ôn tập số 20.....	161
Ⓖ	Bài tập tự luận.....	169
	📁 Dạng 1. Ứng dụng của tích phân.....	169
	📁 Dạng 2. Phương trình mặt cầu.....	184
	📁 Dạng 3. Xác suất có điều kiện.....	193
Ⓖ	Bảng đáp án.....	210

# GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 – TOÁN 12

## A. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = e^x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức

**A.**  $S = \int_0^1 (e^x - x) dx.$     **B.**  $S = \int_0^1 (x - e^x) dx.$     **C.**  $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx.$     **D.**  $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx.$

**Lời giải.**

Vì trong khoảng  $(0; 1)$  phương trình  $e^x = x$  không có nghiệm và  $e^x > x, \forall x \in (0; 1)$  nên

$$S = \int_0^1 |e^x - x| dx = \int_0^1 (e^x - x) dx.$$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 2.** Xác định  $m$  để mặt phẳng  $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$  đi qua điểm  $A(3; 1; -2)$ .

**A.**  $m = -1.$     **B.**  $m = 1.$     **C.**  $m = 9.$     **D.**  $m = -9.$

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$  đi qua điểm  $A(3; 1; -2)$  khi và chỉ khi

$$3 \cdot 3 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy  $m = -1$ .

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 0; 0)$  và  $B(0; 0; 1)$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ ?

**A.**  $\vec{d} = (-1; 1; 2).$     **B.**  $\vec{a} = (-3; 0; 1).$     **C.**  $\vec{b} = (3; 0; 1).$     **D.**  $\vec{c} = (1; 2; 2).$

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (-3; 0; 1)$ . Khi đó  $\vec{a} = (-3; 0; 1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 4.** Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

**A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+6}{8}.$     **B.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}.$   
**C.**  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}.$     **D.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}.$

**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}.$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là

- A.**  $I(1; -2; -1), R = 3$ .
- B.**  $I(1; 2; 1), R = 9$ .
- C.**  $I(1; 2; 1), R = 3$ .
- D.**  $I(1; -2; -1), R = 9$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) + (z^2 + 2z + 1) - 9 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) + (z^2 + 2z + 1) = 9 \\ \Leftrightarrow & (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3^2. \end{aligned}$$

Từ phương trình ta có  $I(1; -2; -1), R = 3$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 6.** Cho điểm  $M(1; -1; 3)$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9$ . Khẳng định đúng là

- A.**  $M$  nằm ngoài  $(S)$ .
- B.**  $M$  nằm trong  $(S)$ .
- C.**  $M$  nằm trên  $(S)$ .
- D.**  $M$  trùng với tâm của  $(S)$ .

**Lời giải.**

Thay tọa độ  $M$  vào vế trái của phương trình mặt cầu, ta được

$$(1 - 1)^2 + (-1 + 2)^2 + (3)^2 = 10 > 9.$$

Suy ra  $M$  nằm ngoài  $(S)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 7.** Câu lạc bộ cờ của nhà trường gồm 35 thành viên, mỗi thành viên biết chơi ít nhất một trong hai môn cờ vua hoặc cờ tướng. Biết rằng có 25 thành viên biết chơi cờ vua và 20 thành viên biết chơi cờ tướng. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ. Tính xác suất thành viên được chọn biết chơi cờ vua, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ tướng.

- A.** 0,3.
- B.** 0,4.
- C.** 0,5.
- D.** 0,6.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Thành viên được chọn biết chơi cờ tướng” và  $B$  là biến cố “Thành viên được chọn biết chơi cờ vua”.

Số thành viên của câu lạc bộ biết chơi cả hai môn cờ là  $20 + 25 - 35 = 10$ .

Do đó, trong số 20 thành viên biết chơi cờ tướng, có đúng 10 thành viên biết chơi cờ vua.

Vậy nên xác suất thành viên được chọn biết chơi cờ vua, biết rằng thành viên đó biết chơi cờ tướng là

$$P(B | A) = \frac{10}{20} = 0,5.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8; P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là

- A.** 0,4.
- B.** 0,5.
- C.** 0,25.
- D.** 0,625.

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 9.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

- A.  $\frac{19}{60}$ .      B.  $\frac{17}{60}$ .      C.  $\frac{9}{20}$ .      D.  $\frac{7}{30}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{60}.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.  $\frac{33}{35}$ .      B.  $\frac{32}{35}$ .      C.  $\frac{9}{35}$ .      D.  $\frac{26}{35}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{32}{35}.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): 2x-z-4=0$  và mặt phẳng  $(Q): x-2y-2=0$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc đường thẳng  $d$ , tiếp xúc với hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ . Bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .      B. 5.      C. 3.      D.  $\sqrt{5}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $I$  là tâm mặt cầu, do  $I \in d$  nên  $I$  có tọa độ là  $(t; 1+t; 2+t)$ .

Do mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với  $(P)$  và  $(Q)$  nên

$$d(I, (P)) = d(I, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|2t-2-t-4|}{\sqrt{5}} = \frac{|t-2(1+t)-2|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |t-6| = |-t-4| \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy ta có  $I(1; 2; 3)$ , suy ra bán kính của mặt cầu là  $R = d(I, (P)) = \sqrt{5}$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B\bar{A})$  là

- A.  $\frac{1}{7}$ .      B.  $\frac{4}{19}$ .      C.  $\frac{4}{21}$ .      D.  $\frac{3}{20}$ .

**Lời giải.**

$$P(B\bar{A}) = P(B | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}.$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ;  $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$  và điểm  $A(1; 2; 3)$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d_1$  và cắt  $d_2$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Hai đường thẳng $d_1, d_2$ lần lượt nhận $\vec{u}_1 = (2; -1; 1), \vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ làm vectơ chỉ phương.	X	
b) Đường thẳng $\Delta$ cắt đường thẳng $d_2$ tại điểm có tọa độ $(2; -1; 2)$ .		X
c) Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương có tọa độ $(1; -3; -5)$ .	X	
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt nhận  $\vec{u}_1 = (2; -1; 1), \vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$  làm vectơ chỉ phương

b) **Sai.**

Gọi  $M = \Delta \cap d_2 \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t)$ .

Ta có  $\vec{AM} = (-t; 2t-1; t-4)$ .

Vì  $\vec{AM} \perp \vec{u}_1 \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (-t) - 1 \cdot (2t-1) + 1 \cdot (t-4) = 0 \Leftrightarrow t = -1$ .  
 $\Rightarrow M(2; -1; -2)$ .

c) **Đúng.**

Đường thẳng  $\Delta$  nhận vectơ  $\vec{AM} = (1; -3; -5)$  làm vectơ chỉ phương.

d) **Đúng.**

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$$

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4; 6; 8)$  và  $B(2; 4; 4)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $AB$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Trung điểm của $AB$ là điểm $I(3; 5; 6)$ .	X	
b) Tọa độ vectơ $\vec{AB} = (2; 2; 4)$ .		X
c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R = 2\sqrt{6}$ .		X
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-3)^2 + (y-5)^2 + (z-6)^2 = 6$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Trung điểm của  $AB$  là điểm  $I(3; 5; 6)$ .

b) Sai.

Tọa độ vectơ  $\vec{AB} = (-2; -2; -4)$

c) Sai.

Ta có  $AB = \sqrt{4 + 4 + 16} = 2\sqrt{6}$ .

Suy ra, mặt cầu (S) có bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ .

d) Đúng.

Với  $I(3; 5; 6)$  là trung điểm của  $AB$  và là tâm của mặt cầu (S).

Phương trình mặt cầu (S) là  $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 6)^2 = 6$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d đúng ..... □

**Câu 15.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị tai nạn xe máy về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy

- ☑ Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80%;
- ☑ Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%;
- ☑ Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18%.

Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn” và B là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 0,144.	X	
b) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 0,65.		X
c) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách biết bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 0,82.	X	
d) Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.	X	

**Lời giải.**

a) Đúng.

Theo đề bài ta có  $P(A) = 0,8; P(B) = 0,9; P(B | A) = 0,18$ .

Suy ra  $P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,8 \cdot 0,18 = 0,144$ .

b) Sai.

Vì  $\bar{A}$  và  $AB$  là hai biến cố xung khắc nên  $\bar{A} \cup AB = A$ .

Suy ra  $P(\bar{A}) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,144 = 0,656$ .

c) Đúng.

Ta có  $P(\bar{A} | A) = \frac{P(\bar{A})}{P(A)} = \frac{0,656}{0,8} = 0,82$ .

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

d) **Đúng.**

Vì  $\frac{P(\bar{B} | A)}{P(B | A)} = \frac{0,82}{0,18} \approx 4,6$  nên việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng .....

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà  $N$  đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả là âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm là dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính.

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,005.		X
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ không bị bệnh $Y$ là 0,97.	X	
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,94.		X
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,997.	X	

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Bà  $N$  bị bệnh hiểm nghèo  $Y$ ”;  $B$  là biến cố: “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”.

a) **Sai.**

Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  của bà  $N$  là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,005 = 0,995.$$

b) **Đúng.**

$P(\bar{B} | \bar{A})$  là xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm là âm tính nếu bà  $N$  không bị bệnh  $Y$ .

Theo đề bài ta có:

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,97.$$

c) **Sai.**

$P(\bar{B} | A)$  là xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm là âm tính nếu bà  $N$  bị bệnh  $Y$ .

Theo đề bài ta có:

$$P(\bar{B} | A) = 1 - 0,94 = 0,06.$$

d) **Đúng.**

Ta cần tính  $P(\bar{A} | \bar{B})$ .

Theo công thức Bayes ta có

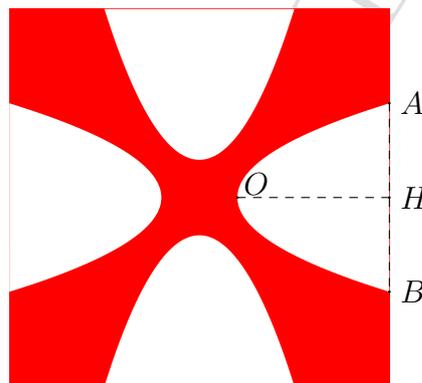
$$P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B} | \bar{A})}{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B} | \bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{B} | A)} = \frac{0,995 \cdot 0,97}{0,995 \cdot 0,97 + 0,005 \cdot 0,06} \approx 0,997.$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng .....

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết  $AB = 5$  cm,  $OH = 4$  cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó. (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).



**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ sao cho  $O$  là gốc tọa độ  $OH$  thuộc  $Oy$ ,  $Ox$  vuông góc với  $OH$  tại  $O$  chiều dương hướng từ  $A$  đến  $B$ . Khi đó ta có  $B\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ .

Giả sử parabol  $(P)$  đi qua  $O, A, B$  nhận  $O$  làm đỉnh có dạng

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Để dàng ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} O \in (P) \\ \frac{-b}{2a} = 0 \\ B \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \\ a = \frac{16}{25}. \end{cases}$$

Do đó  $y = \frac{16}{25}x^2$ .

Gọi diện tích hình phẳng giới hạn các đường  $y = \frac{16}{25}x^2, y = 4, x = -\frac{5}{2}, x = \frac{5}{2}$  là  $S_1$ . Khi đó ta có

$$S_1 = \int_{-2,5}^{2,5} \left(4 - \frac{16}{25}x^2\right) dx = \left(4x - \frac{16}{75}x^3\right) \Big|_{-2,5}^{2,5} = \frac{40}{3}.$$

Do đó diện tích hình hoa văn là  $S = 10^2 - \frac{40}{3} \cdot 4 = \frac{140}{3} \text{ cm}^2 \approx 46,7 \text{ cm}^2$ .

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 1; 1)$ . Mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - d = 0$  đi qua  $M$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  khác gốc  $O$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất. Tính  $V_{\min}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ , do  $A, B, C$  thuộc ba tia  $Ox, Oy, Oz$  nên  $a, b, c > 0$ .

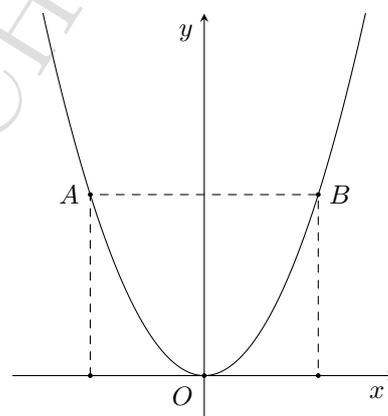
Mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Do  $M(2; 1; 1) \in (P) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương  $\frac{2}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$  ta có

$$1 = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow V_{OABC} = \frac{abc}{6} \geq 9.$$

Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = c = 3. \end{cases}$



Vậy  $(P): \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0.$

Vậy  $V_{\min} = 9.$

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 m/s. Sau thời gian 180 giây, Cabin dừng ở điểm  $B$ . Tìm tung độ điểm  $B$ .

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường cáp là  $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}$  với  $t \geq 0.$

Sau 180 giây, ta có  $AB = 4,5 \cdot 180 = 810$  mét.

Gọi  $B(10 + 2t; 3 - 2t; t).$

Ta có  $AB = 810 \Leftrightarrow \sqrt{(2t)^2 + (-2t)^2 + t^2} = 810 \Leftrightarrow 3t = 810 \Leftrightarrow t = 270.$

Vậy  $B(550; -537; 270).$

**Câu 20.** Trên hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Người dùng điện thoại đang ở vị trí  $A(-100; 50; 10)$  thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này. Tỷ lệ khoảng cách từ tâm máy phát sóng đến vị trí của người này là bao nhiêu phần trăm so với bán kính ngưỡng phát sóng?

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  cần lập có tâm  $I(200; 450; 60)$  và bán kính  $r = 600$  m là

$$(x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 600^2 \quad \text{hay} \quad (x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 360\,000.$$

$$IA = \sqrt{(200 + 100)^2 + (450 - 50)^2 + (60 - 10)^2} = 50\sqrt{101} \approx 502,494 \text{ m}$$

Do đó, tỷ lệ cần tìm là

$$\frac{502,494}{600} \approx 83,7\%.$$

**Câu 21.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Xét biến cố  $A$  “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”. Xét biến cố  $B$ , “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$

☑ Tính  $P(A)$ . Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Có  $n(\Omega) = C_{10}^1, n(A) = C_3^1$ . Vậy  $P(A) = \frac{3}{10}.$

☑ Tính  $P(\bar{A}), P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}.$

☑ Tính  $P(B|A)$ . Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có  $P(B|A) = \frac{11}{16}.$

☑ Tính  $P(B|\bar{A})$ . Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có  $P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}.$

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

Vậy  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64$ .

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64.

**Câu 22.** Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 2% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Trong các vụ tai nạn ở địa phương đó, người ta nhận thấy có 10% là do tài xế có sử dụng điện thoại khi lái xe gây ra. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe” và  $B$  là biến cố “Địa phương có tai nạn”. Do có 2% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe nên  $P(A) = 0,02$ .

Do trong các vụ tai nạn ở địa phương, có 10% là do tài xế có sử dụng điện thoại khi lái xe nên  $P(A | B) = 0,1$ . Xác suất gây tai nạn do tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe là

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)}$$

Do đó  $\frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,02} = 5$ . Suy ra  $P(B|A) = 5P(B)$ .

Vậy việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 5 lần.

## B. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = x^2$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức nào?

**A.**  $S = \int_0^1 (x - x^2) dx$ .

**B.**  $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx$ .

**C.**  $S = \int_0^1 |x + x^2| dx$ .

**D.**  $S = \int_0^1 |x - 1| dx$ .

**Lời giải.**

Trong khoảng  $(0; 1)$ , ta có  $x > x^2$ , vì vậy

$$S = \int_0^1 |x - x^2| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 2.** Xác định  $m$  để mặt phẳng  $(P): 2x + 5y - 3z + m = 0$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$ .

**A.**  $m = -10$ .

**B.**  $m = 1$ .

**C.**  $m = 10$ .

**D.**  $m = -1$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P): 2x + 5y - 3z + m = 0$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$  khi và chỉ khi

$$2 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -10.$$

Vậy  $m = -10$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ . Một vectơ chỉ phương của  $d$  là

- A.**  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ .      **B.**  $\vec{b} = (-1; 2; 4)$ .      **C.**  $\vec{c} = (-1; -2; 4)$ .      **D.**  $\vec{d} = (1; 2; -4)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{b} = (-1; 2; 4)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 4.** Đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 5)$  nhận  $\vec{v} = (3; 4; -7)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A.**  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-5}{7}$ .      **B.**  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+5}{7}$ .  
**C.**  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{7}$ .      **D.**  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-7}$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 5)$  nhận  $\vec{v} = (3; 4; -7)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-7}$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 13 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là

- A.**  $I(2; 3; 4), R = 4$ .      **B.**  $I(2; -3; -4), R = 9$ .  
**C.**  $I(-2; 3; 4), R = 4$ .      **D.**  $I(2; 3; -4), R = 9$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 13 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) + (z^2 - 8z + 16) - 16 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16 \\ \Leftrightarrow & (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 4^2 \end{aligned}$$

Từ phương trình ta có  $I(2; 3; 4), R = 4$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; -1), B(1; -2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  nhận đoạn  $AB$  làm đường kính.

- A.**  $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$ .      **B.**  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$ .  
**C.**  $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .      **D.**  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  nhận đoạn  $AB$  làm đường kính nên tâm  $I$  của mặt cầu là trung điểm của  $AB$  và bán kính  $R = \frac{AB}{2}$ .

Ta có  $I(0; 0; 1), R = 3$ .

Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 7.** Trong một cuộc khảo sát, có 60% người tham gia là nam. Trong số những người nam đó, 70% thích chơi thể thao. Tính xác suất để một người được chọn ngẫu nhiên từ toàn bộ người tham gia khảo sát và người đó là nam thích chơi thể thao.

- A.** 0,42.                      **B.** 0,60.                      **C.** 0,70.                      **D.** 0,30.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố người tham gia là nam.

$B$  là biến cố nam thích chơi thể thao.

Ta có  $P(A) = 0,6$ ;  $P(B | A) = 0,7$ .

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 8.** Trong một lớp học, 40% học sinh là nam và 30% học sinh nam thích học toán. Tính xác suất để một học sinh được chọn ngẫu nhiên là nam và thích học toán.

- A.** 0,12.                      **B.** 0,30.                      **C.** 0,40.                      **D.** 0,70.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố học sinh là nam.

$B$  là biến cố nam thích học toán.

Ta có  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B | A) = 0,3$ . Ta có

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 9.** Cho  $P(C) = \frac{3}{7}$ ,  $P(D | C) = \frac{2}{5}$  và  $P(D | \bar{C}) = \frac{1}{6}$ . Tìm giá trị của  $P(D)$ .

- A.**  $\frac{4}{15}$ .                      **B.**  $\frac{11}{42}$ .                      **C.**  $\frac{8}{35}$ .                      **D.**  $\frac{17}{60}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần để tính  $P(D)$  ta có

$$P(D) = P(C) \cdot P(D | C) + P(\bar{C}) \cdot P(D | \bar{C}).$$

Mà

☉  $P(C) \cdot P(D | C) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$ .

☉ Ta có  $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ .

☉  $P(\bar{C}) \cdot P(D | \bar{C}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{42} = \frac{2}{21}$ .

Suy ra  $P(D) = \frac{6}{35} + \frac{2}{21} = \frac{4}{15}$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{3}{4}$ ,  $P(B | A) = \frac{1}{2}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{3}{5}$ . Tính xác suất  $P(A | B)$ .

A.  $\frac{15}{23}$ .

**B.**  $\frac{5}{7}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{12}{17}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$\begin{aligned} P(A | B) &= \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} \\ &= \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}} \\ &= \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{8} + \frac{3}{20}} \\ &= \frac{9}{17}. \end{aligned}$$

Vậy  $P(A | B) = \frac{9}{17}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm  $I(0; 1; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ .

**A.**  $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}$ .

**B.**  $x^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = \frac{1}{6}$ .

**C.**  $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = \frac{2}{3}$ .

**D.**  $x^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = \frac{1}{6}$ .

**Lời giải.**

Bán kính của mặt cầu chính là khoảng cách từ tâm  $I$  đến mặt phẳng  $(P)$

$$R = d(I, (P)) = \frac{|0 + 2 \cdot 1 - 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Phương trình mặt cầu có tâm  $I(0; 1; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{\frac{2}{3}}$  là

$$x^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B\bar{A})$  là

**A.**  $\frac{1}{7}$ .

**B.**  $\frac{4}{19}$ .

**C.**  $\frac{4}{21}$ .

**D.**  $\frac{3}{20}$ .

**Lời giải.**

$$P(B\bar{A}) = P(B | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}.$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1; 3; 2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 4)$ .	X	
b) Khoảng cách từ $M$ đến $(P)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{21}}$ .	X	
c) Điểm đối xứng của $M$ qua mặt phẳng $Oxy$ là $M'(1; -3; 2)$ .		X
d) $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

$(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; -2; 4)$ .

b) **Đúng.**

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 1|}{\sqrt{1 + 4 + 16}} = \frac{2}{\sqrt{21}}.$$

c) **Sai.**

Điểm đối xứng của  $M$  qua mặt phẳng  $Oxy$  là  $M'(-1; 3; -2)$ .

d) **Đúng.**

Đường thẳng cần tìm vuông góc với  $(P)$  nên có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = \vec{n} = (1; -2; 4)$ .

Đường thẳng cần tìm qua  $M(-1; 3; 2)$ , có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 4)$  có phương trình

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}.$$

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d đúng .....

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-3; 0; 1), B(0; -2; -3), C(0; 0; 3), D(-3; 1; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu vuông góc của tâm mặt cầu $(S)$ lên trục $Oy$ là điểm $H\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ .	X	
b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến tâm của mặt cầu $(S)$ bằng $\frac{1}{2}$ .		X
c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $\frac{\sqrt{451}}{6}$ .	X	
d) Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$ đi qua tâm của mặt cầu $(S)$ .		X

**Lời giải.**

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

(S) qua  $A(-3; 0; 1), B(0; -2; -3), C(0; 0; 3), D(-3; 1; 1)$  nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a - 2c + d = -10 \\ 4b + 6c + d = -13 \\ -6c + d = -9 \\ 6a - 2b - 2c + d = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = -\frac{1}{2} \\ d = -12. \end{cases}$$

Suy ra tâm mặt cầu (S) là  $I\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .

a) **Đúng.**

Vì  $I\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  nên hình chiếu vuông góc của  $I$  lên trục  $Oy$  là điểm  $H\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ .

b) **Sai.**

Ta có  $OI = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{19}}{6}$ .

c) **Đúng.**

Bán kính là  $R = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-12)} = \frac{\sqrt{451}}{6}$ .

d) **Sai.**

Vì  $\frac{\frac{1}{6} - 1}{2} \neq \frac{\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{-\frac{1}{2} - 2}{3}$  nên  $d$  không qua  $I$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai .....

**Câu 15.** Kết quả khảo sát về mối liên hệ giữa việc mang khẩu trang đúng cách và khả năng nhiễm bệnh của những người đến bệnh viện cho thấy

- Tỷ lệ người bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện là 70%;
- Tỷ lệ người mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện là 85%;
- Tỷ lệ người mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh là 15%.

Gọi  $A$  là biến cố “Người đó bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện” và  $B$  là biến cố “Người đó mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó vừa mang khẩu trang đúng cách vừa bị nhiễm bệnh.		X
b) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó không mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh.		X
c) Xác suất để khi biết người đó bị nhiễm bệnh, người đó đã không mang khẩu trang đúng cách.		X
d) Tỷ lệ giảm khả năng nhiễm bệnh nếu mang khẩu trang đúng cách.		X

**Lời giải.**

Ta có  $P(A) = 0,7$  (Tỉ lệ người bị nhiễm bệnh);  $P(B) = 0,85$  (Tỉ lệ người mang khẩu trang đúng cách);  $P(B | A) = 0,15$  (Tỉ lệ người mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh).

a) **Đúng.**

Ta có

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) \cdot P(B | A) \\ &= 0,7 \cdot 0,15 = 0,105. \end{aligned}$$

Vậy xác suất để khi đến bệnh viện, người đó vừa mang khẩu trang đúng cách vừa bị nhiễm bệnh là 0,105.

b) **Đúng.**

Vì  $A\bar{B}$  và  $AB$  là hai biến cố xung khắc, nên ta có

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}).$$

Suy ra

$$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,7 - 0,105 = 0,595.$$

Vậy xác suất để khi đến bệnh viện, người đó không mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh là 0,595.

c) **Đúng.**

Ta có

$$\begin{aligned} P(\bar{B} | A) &= \frac{P(A\bar{B})}{P(A)} \\ &= \frac{0,595}{0,7} \approx 0,85. \end{aligned}$$

Vậy xác suất để khi biết người đó bị nhiễm bệnh, người đó đã không mang khẩu trang đúng cách là 0,85.

d) **Đúng.**

Ta có  $\frac{P(\bar{B} | A)}{P(B | A)} = \frac{0,85}{0,15} \approx 5,67.$

Vậy việc mang khẩu trang đúng cách sẽ làm giảm khả năng nhiễm bệnh khoảng 5,67 lần.

Chọn đáp án  a sai  b sai  c sai  d sai .....

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,8%. Ông  $M$  đi xét nghiệm bệnh nhiễm trùng  $X$  và nhận được kết quả là dương tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  thì với xác suất 0,92 xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh nhiễm trùng  $X$  thì với xác suất 0,96 xét nghiệm cho kết quả âm tính.

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi xét nghiệm, xác suất ông $M$ không mắc bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,992.		X
b) Xác suất ông $M$ có xét nghiệm là dương tính nếu ông $M$ bị bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,92.		X
c) Xác suất ông $M$ có xét nghiệm là âm tính nếu ông $M$ bị bệnh nhiễm trùng $X$ là 0,04.		X

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Ông  $M$  bị bệnh nhiễm trùng  $X$ ”;  
 $B$  là biến cố “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”. Ta có

- ☑  $P(A) = 0,008$  (tỉ lệ dân số mắc bệnh nhiễm trùng  $X$ ).
- ☑  $P(B | A) = 0,92$  (xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh).
- ☑  $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,96$  (xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh).

**a) Đúng.**

Trước khi xét nghiệm, xác suất ông  $M$  không mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,992.  
 Ta có

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,008 = 0,992.$$

**b) Đúng.**

Xác suất ông  $M$  có xét nghiệm là dương tính nếu ông  $M$  bị bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,92.  
 Theo đề bài, xác suất này là  $P(B | A) = 0,92$ .

**c) Sai.**

Xác suất ông  $M$  có xét nghiệm là âm tính nếu ông  $M$  bị bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,04.  
 Ta có

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,92 = 0,08.$$

**d) Sai.**

Sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính, xác suất ông  $M$  mắc bệnh nhiễm trùng  $X$  là 0,162.  
 Ta cần tính  $P(A | B)$  theo công thức Bayes:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}.$$

Biết rằng  $P(B | \bar{A}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,96 = 0,04$ . Thay số vào, ta có

$$P(A | B) = \frac{0,008 \cdot 0,92}{0,008 \cdot 0,92 + 0,992 \cdot 0,04} = \frac{0,00736}{0,00736 + 0,03968} \approx 0,156.$$

Chọn đáp án 

a sai	b sai	c sai	d sai
-------	-------	-------	-------

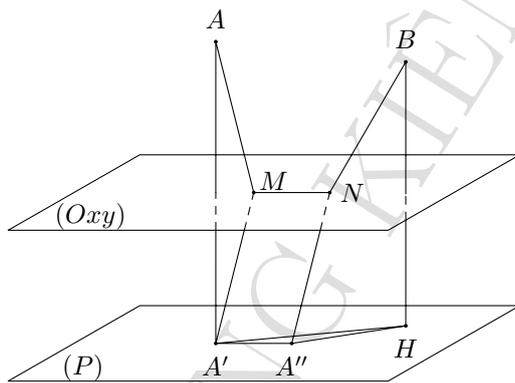
 ..... □

**3** **Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; 2)$ ,  $B(3; 2; 6)$ . Xét hai điểm  $M, N$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MN = 16$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải.**

Nhận thấy  $A$  và  $B$  nằm cùng phía với mặt phẳng  $(Oxy)$ .  
 Lấy  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ , suy ra  $A' = (-1; 2; -2)$ .  
 Dụng hình bình hành  $A'MNA''$ , suy ra  $A', A''$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $z = -2$ .  
 Ta có



$$\begin{aligned} AM + BN &= A'M + BN = A''N + BN \\ &\geq A''B = \sqrt{BH^2 + A''H^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Với  $H$  là hình chiếu của  $B$  xuống  $(P): z = -2$ , suy ra  $H(3; 2; -2)$ ,  $A'H = 4$  và  $BH = 8$ .

Ta có  $A''H \geq |HA' - A'A''| = |4 - 16| = 12$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  là

$$\sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}.$$

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một chiếc máy bay cất cánh từ điểm  $P(15; -4; 2)$  và bay đều theo hướng của vectơ  $\vec{d} = (3; 1; -2)$  với tốc độ 5 m/s. Sau thời gian 200 giây, máy bay đến điểm  $Q$ . Tìm tung độ điểm  $Q$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải.**

Máy bay di chuyển từ điểm  $P(15; -4; 2)$  theo hướng của vectơ chỉ phương  $\vec{d} = (3; 1; -2)$ . Do đó, phương trình tham số của đường bay là

$$\begin{cases} x = 15 + 3t \\ y = -4 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \text{ với } t \geq 0.$$

Tốc độ của máy bay là 5 m/s. Sau 200 giây, quãng đường di chuyển của máy bay là

$$PQ = 5 \cdot 200 = 1000 \text{ mét.}$$

Giả sử điểm  $Q$  có tọa độ  $(15 + 3t, -4 + t, 2 - 2t)$ . Do  $PQ = 1000$  nên ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{(3t)^2 + (t)^2 + (-2t)^2} &= 1000 \\ \Leftrightarrow \sqrt{9t^2 + t^2 + 4t^2} &= 1000 \\ \Leftrightarrow \sqrt{14t^2} &= 1000 \\ \Leftrightarrow \sqrt{14} \cdot |t| &= 1000 \\ \Leftrightarrow |t| &= \frac{1000}{\sqrt{14}} \approx 267,26. \end{aligned}$$

Vì  $t \geq 0$ , nên  $t \approx 267,26$ .

Thay  $t \approx 267,26$  vào phương trình của  $y$

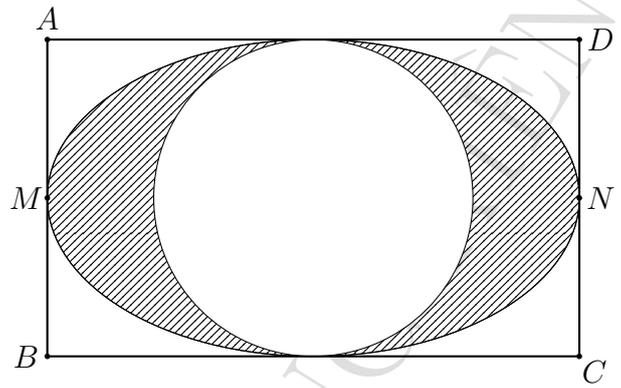
$$y = -4 + t \approx -4 + 267,26 = 263,26.$$

Tung độ của điểm  $Q$  khoảng 263.

**Câu 19.**

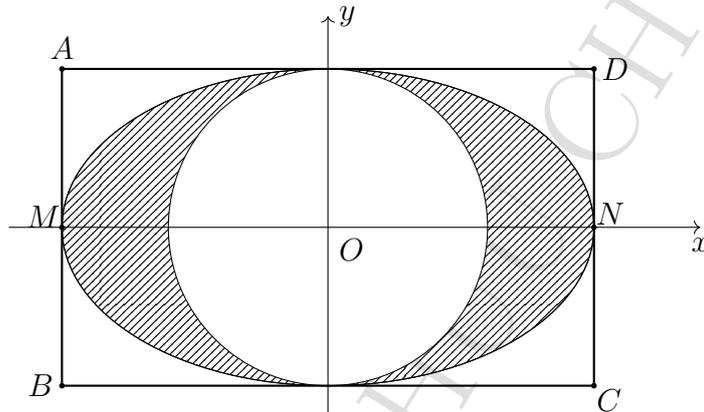
THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền  $(R)$  (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục  $MN$ . Biết rằng  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AD = 10\text{ cm}$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là  $ABCD$  và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh  $AD$  và  $BC$  (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  với  $O$  là trung điểm của  $MN$ , trục  $Ox$  trùng với  $MN$  như hình vẽ sau



Khi đó đường elip có hình chữ nhật cơ sở là  $ABCD$  có phương trình là  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  và đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 = 9$ .

Một nửa elip phía trên trục  $Ox$  có phương trình  $y = f(x) = \frac{3}{5}\sqrt{25 - x^2}$ . Do đó thể tích khối tròn xoay sinh bởi elíp đó khi quay quanh trục  $Ox$  bằng

$$V_1 = \pi \int_{-5}^5 f^2(x) dx = \pi \left( 9x - \frac{3x^3}{25} \right) \Big|_{-5}^5 = 60\pi.$$

Phần hình tròn bên trong khi quay quanh trục  $Ox$  tạo thành khối cầu có bán kính bằng  $R = 3$  nên có thể tích là

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi.$$

Do vậy thể tích của vật trang trí đó khi quay quanh trục  $Ox$  bằng  $V_1 - V_2 = 24\pi \approx 75,4\text{ cm}^3$ .

**Câu 20.** Trên hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một cây phát điện có bán kính vùng bao phủ điện từ ngưỡng 600 m được đặt tại vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Một người đang ở vị trí  $A(-100; 50; 10)$  có thể nhận được tín hiệu điện từ. Hỏi khoảng cách từ cây phát điện đến người đó là bao nhiêu phần trăm so với bán kính ngưỡng bao phủ?

**Lời giải.**

Vùng bao phủ của cây phát điện là một mặt cầu có tâm  $I(200; 450; 60)$  và bán kính  $R = 600\text{ m}$ . Do đó, phương trình mặt cầu này là

$$(x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 600^2.$$

Hay viết lại dưới dạng đơn giản là

$$(x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 360,000.$$

Khoảng cách  $IA$  giữa hai điểm  $I(200; 450; 60)$  và  $A(-100; 50; 10)$  là

$$\begin{aligned} IA &= \sqrt{(200 + 100)^2 + (450 - 50)^2 + (60 - 10)^2} \\ &= \sqrt{90\,000 + 160\,000 + 2\,500} = \sqrt{252\,500} \approx 502,494 \text{ m.} \end{aligned}$$

Tính tỷ lệ phần trăm so với bán kính vùng bao phủ

$$\frac{IA}{600} \cdot 100 \approx \frac{502,494}{600} \cdot 100 \approx 83,7\%.$$

Tỷ lệ khoảng cách từ cây phát điện đến vị trí của người đó là khoảng 83,7% so với bán kính vùng bao phủ.

**Câu 21.** Có hai hộp đựng bóng. Hộp I có 4 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ. Hộp II có 6 quả bóng màu xanh và 4 quả bóng màu đỏ. Trước tiên, từ hộp II lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng rồi cho vào hộp I. Sau đó, từ hộp I lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng màu đỏ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải.**

Gọi

- ☉ Biến cố  $A$ : “Quả bóng được lấy ra từ hộp II để cho vào hộp I là quả bóng màu đỏ”.
- ☉ Biến cố  $B$ : “Quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng màu đỏ”.

Ta cần tính xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B)$ .

Sử dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}).$$

Tính các xác suất thành phần

- ☉ Xác suất  $P(A)$ : Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng đỏ từ hộp II rồi cho vào hộp I. Hộp II có tổng cộng 10 quả bóng, trong đó có 4 quả bóng đỏ. Do đó

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0,4.$$

- ☉ Xác suất  $P(\bar{A})$ : Đây là xác suất lấy ra 1 quả bóng xanh từ hộp II rồi cho vào hộp I. Khi đó

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6.$$

- ☉ Xác suất  $P(B | A)$ : Đây là xác suất để lấy ra 1 quả bóng đỏ từ hộp I, với điều kiện đã chọn 1 quả bóng đỏ từ hộp II và cho vào hộp I. Khi đó, hộp I có 4 quả bóng xanh và 9 quả bóng đỏ. Xác suất để lấy ra một quả bóng đỏ là

$$P(B | A) = \frac{9}{13}.$$

- ☉ Xác suất  $P(B | \bar{A})$ : Đây là xác suất để lấy ra 1 quả bóng đỏ từ hộp I, với điều kiện đã chọn 1 quả bóng xanh từ hộp II và cho vào hộp I. Khi đó, hộp I có 5 quả bóng xanh và 8 quả bóng đỏ. Xác suất để lấy ra một quả bóng đỏ là

$$P(B | \bar{A}) = \frac{8}{13}.$$

Vậy

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$$

$$= 0,4 \cdot \frac{9}{13} + 0,6 \cdot \frac{8}{13} = \frac{36 + 48}{130} = \frac{84}{130} \approx 0,65.$$

Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp I là quả bóng màu đỏ là 0,65 (hay 65%).

**Câu 22.** Ở một thành phố, người ta điều tra thấy rằng có 1% số người đi bộ thường xuyên sử dụng tai nghe khi qua đường. Trong các vụ tai nạn ở thành phố, người ta nhận thấy 8% là do người đi bộ có sử dụng tai nghe khi qua đường gây ra. Hỏi việc sử dụng tai nghe khi qua đường làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

**Lời giải.**

Gọi

- ☑ A: “Người đi bộ sử dụng tai nghe khi qua đường”.
- ☑ B: “Có tai nạn xảy ra ở thành phố”.

Theo đề bài

- ☑ Có 1% người đi bộ sử dụng tai nghe khi qua đường, nên  $P(A) = 0,01$ .
- ☑ Trong các vụ tai nạn, có 8% là do người đi bộ sử dụng tai nghe khi qua đường gây ra, nên  $P(A | B) = 0,08$ .

Ta cần tính  $\frac{P(B | A)}{P(B)}$  để xem việc sử dụng tai nghe khi qua đường làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần.

Sử dụng định lý Bayes

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$

Vì vậy

$$\frac{P(B | A)}{P(B)} = \frac{P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,08}{0,01} = 8.$$

Việc sử dụng tai nghe khi qua đường làm tăng xác suất gây tai nạn lên 8 lần.

### C. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 3

#### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

- A.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$     **B.**  $S = \int_a^b f(x) dx.$     **C.**  $S = \int_a^b f(|x|) dx.$     **D.**  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 2.** Một vectơ chỉ phương  $\vec{u}$  của đường thẳng  $d$ : 
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$$
 là

- A**  $\vec{u} = (3; -1; 0)$ .      **B**  $\vec{u} = (1; 1; 3)$ .      **C**  $\vec{u} = (-3; -1; 0)$ .      **D**  $\vec{u} = (-3; 1; 3)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-3; 1; 0)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(-1; 2; 1)$  và chứa đường thẳng  $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$ , khi đó mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

- A**  $2x + 2y - z - 3 = 0$ .      **B**  $2x + 2y - z + 3 = 0$ .  
**C**  $2x + 2y + z - 3 = 0$ .      **D**  $2x + 2y + z + 3 = 0$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $(d)$  qua  $M(2; -1; 1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = [\vec{AM}; \vec{u}] = (2; 2; 1)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(P) : 2(x + 1) + 2(y - 2) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 3 = 0$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 4.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(7; -3; 0)$ , bán kính  $R = 8$  là

- A**  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 64$ .      **B**  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 16$ .  
**C**  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 8$ .      **D**  $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 64$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu tâm  $I(7; -3; 0)$ , bán kính  $R = 8$  có phương trình là  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 64$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 5.** Cho mặt cầu có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z - \frac{1}{2} = 0$ . Bán kính mặt cầu này bằng

- A**  $R = 4$ .      **B**  $R = \sqrt{2}$ .      **C**  $R = 1$ .      **D**  $R = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $R = \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{2}} = 2$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**Câu 6.** Cho hai điểm  $A(1; 0; 0)$  và  $B(5; 0; 0)$ . Biết rằng điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$  thì  $M$  thuộc một mặt cầu  $(S)$ . Bán kính của  $(S)$  bằng

- A**  $R = 4$ .      **B**  $R = \sqrt{2}$ .      **C**  $R = 1$ .      **D**  $R = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{MA} = (x - 1; y; z)$ ,  $\vec{MB} = (x - 5; y; z)$ .

Suy ra

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 5) + y^2 + z^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 5 = 0.$$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu vì  $a^2 + b^2 + c^2 - d = 9 - 5 = 4 > 0$  và có tâm  $I(3; 0; 0)$ , bán kính  $R = 2$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Mặt phẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $\Delta$  có phương trình là

- A.  $2x - 2y + 3z - 7 = 0$ .
- B.  $x + 2y + 3z - 3 = 0$ .
- C.  $2x - y + z + 3 = 0$ .
- D.  $2x - y + z - 3 = 0$ .

**Lời giải.**

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $M(1; 2; 3)$  và vuông góc với  $\Delta$ .  
 Khi đó vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .  
 Vậy phương trình của mặt phẳng  $(P)$  là

$$2(x - 1) - (y - 2) + (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 8.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm hai lần gieo lớn hơn 8, biết lần thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A.  $\frac{1}{2}$ .
- B.  $\frac{1}{6}$ .
- C.  $\frac{2}{3}$ .
- D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải.**

Do lần thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm nên để tổng số chấm hai lần là 8 thì lần thứ hai phải xuất hiện mặt 5 chấm hoặc 6 chấm.

Lần thứ nhất cố định xuất hiện mặt 4 chấm rồi nên xác suất để xuất hiện mặt sao cho hai lần có tổng số chấm lớn hơn 8 là  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Khi đó  $P(\bar{A} \cap B)$  bằng

- A.  $\frac{4}{7}$ .
- B.  $\frac{1}{2}$ .
- C.  $\frac{2}{5}$ .
- D.  $\frac{1}{7}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B)$ .

$$\text{Mà } P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}.$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot 0,7 = 0,4 = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$ . Biết rằng  $P(B) = 0,4$ ;  $P(A|B) = 0,8$  và  $P(A|\bar{B}) = 0,5$ ; tính  $P(A)$ .

- A. 0,4.
- B. 0,62.
- C. 0,68.
- D. 0,48.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,62.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 11.** Một mảnh đất chia thành hai khu vườn. Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên một cây trong mảnh đất. Xác suất để cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B là

A.  $\frac{5}{14}$ .

**B.**  $\frac{5}{8}$ .

C.  $\frac{5}{9}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là biến cố "Cây được chọn là cây cam";  $N$  là biến cố "Cây được chọn ở khu B"

Ta có  $P(M | N) = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 12.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà người đó bị bệnh phổi là

A. 15%.

B. 29%.

C. 31%.

**D.** 26%.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố "người nghiện thuốc lá".

Suy ra  $\bar{A}$  là biến cố "người không nghiện thuốc lá".

Gọi  $B$  là biến cố "người bị bệnh phổi".

Người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$ ;

$P(A) = 0,2$ ;  $P(B|A) = 0,7$ ;  $P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B|\bar{A}) = 0,15$ .

Vậy  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$ .

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

Chọn đáp án **(D)** □

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm:  $A(2; 3; 0)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $C(3; 0; -2)$ ,  $D(-2; 3; 0)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P) : x + 3y + z - 3 = 0$ đi qua tâm của $(S)$ .	X	
b) Hình chiếu tâm mặt cầu $(S)$ lên $(Oxy)$ là $H(1; -2; 0)$ .		X
c) Phương trình của $(S)$ là: $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$ .	X	
d) $(S)$ đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng.

Phương trình mặt cầu  $(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ .

Lần lượt thay tọa độ của  $A, B, C, D$  vào  $(S)$  ta giải hệ phương trình và tìm được:

$a = 0; b = 2; c = -3; R^2 = 14$ .

Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$  là:  $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 2; -3)$  thay vào  $(P)$  ta thấy thỏa mãn.

b) Sai.

Hình chiếu tâm  $I$  lên  $(Oxy)$  là  $H(0; 2; 0)$ .

c) Đúng.

Phương trình của  $(S)$  là:  $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$ .

- d) Sai.  
Thay tọa độ điểm  $M$  vào  $(S)$  ta thấy không thỏa mãn.

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai .....

**Câu 14.** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Gọi  $A$  là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.  
Gọi  $B$  là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{A}) = 0,7$ .	X	
b) $P(\bar{A}B) = \frac{7}{15}$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B) = 0,8$ .		X
d) $P(A\bar{B}) = \frac{10}{21}$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Dễ thấy rằng  $P(A) = 0,7$ .
- b) Ta có  $P(B | A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{7}{9}$ .  
Do  $P(A) = 0,7$  nên  $P(\bar{A}) = 0,3$ .  
Suy ra,  $P(B\bar{A}) = P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{7}{30}$ .
- c)  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,7 \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{9} \cdot 0,3 = 0,7$ .
- d)  $P(\bar{B}A) = \frac{P(\bar{B} | A)}{P(A)} = \frac{1 - P(B | A)}{P(A)} = \frac{10}{21}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d đúng .....

**Câu 15.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 10 000 người, trong số đó có 2 000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 8 000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 2 000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 75% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 8 000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm. Gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn nhiễm sốt xuất huyết”,  $B$  là biến cố “Người được chọn âm tính với dụng cụ thử”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = \frac{2000}{10000} = 0,4$ .		X
b) $P(B   A) = 0,25$ .	X	
c) Xác suất để người được chọn âm tính với dụng cụ là 0,62.		X
d) Biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính, xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng 0,062 (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).	X	

**Lời giải.**

a) Sai.  $P(A) = \frac{2000}{10000} = 0,2$  và  $P(\bar{A}) = \frac{8000}{10000} = 0,8$ .

b) Đúng.  $P(B | A) = 0,25$  và  $P(B | \bar{A}) = 0,95$ .

c) Sai. Xác suất để người được chọn âm tính với dụng cụ là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,81$$

d) Đúng. Biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính, xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng 0,062 (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $(d): \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$  và hai điểm  $A(-1; 2; 7)$ ,  $B(0; 4; 4)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Một mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $(d)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ .	X	
b) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $AB$ là $\vec{u} = (-1; -2; 3)$ .	X	
c) Phương trình tham số của đường thẳng $AB$ là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$ .	X	
d) Đường thẳng $AB$ và $(d)$ là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau.		X

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$

b) **Đúng.**

Đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{BA} = (-1; -2; 3)$

c) **Đúng.**

Đường thẳng  $AB$  qua  $A(-1; 2; 7)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = \vec{AB} = (1; 2; -3)$  nên có phương

trình tham số là  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$

d) **Sai.**

Ta có  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-11; -5; -7)$ ,  $\vec{M_1A} = (-2; 2; 8)$  Suy ra  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{M_1A} = (-11) \cdot (-2) + (-5) \cdot 2 + (-7) \cdot (8) = -44 \neq 0$  Do đó  $(d)$  và  $AB$  chéo nhau (1) Ta có  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = (-2) \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) = 1 \neq 0$  suy ra  $d$  và  $AB$  không vuông góc (2) Vậy  $(d)$  và  $AB$  chéo nhau nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c đúng  d sai

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác

suất người đó trên 45 tuổi.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ”,  $B$  là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 45 tuổi”. Ta cần tính  $P(B | A)$ .

Do có 48% người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ nên  $P(A) = 0,48$ .

Do có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 45 tuổi nên  $P(AB) = 0,36$ .

$$\text{Vậy } P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,36}{0,48} = 0,75.$$

**Câu 18.** Có hai chuồng nuôi gà, chuồng I có 3 con gà trống và 7 con gà mái; chuồng II có 4 con gà trống và 5 con gà mái. Quan sát thấy có 1 con gà nhảy từ chuồng I sang chuồng II; sau đó có 1 con gà từ chuồng II nhảy ra ngoài. Tính xác suất để con gà từ chuồng II ra nhảy ra ngoài là con gà trống.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố "Con gà từ chuồng I sang chuồng II là gà trống"

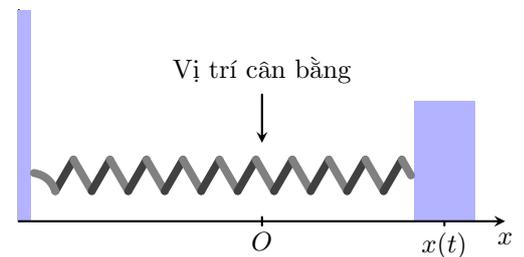
$B$  là biến cố "Con gà từ chuồng II ra ngoài là gà trống".

Theo giả thiết ta có  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(\bar{A}) = \frac{7}{10}$ ,  $P(B | A) = \frac{5}{10}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{4}{10}$ .

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{43}{100} = 0,43.$$

**Câu 19.**

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như hình bên dưới, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $v(t)$  tính bằng cm/s. Tại thời điểm  $t = 0$ , con lắc ở vị trí cân bằng. Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 1 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimet (làm tròn đến hàng phần trăm).



**Lời giải.**

$$\text{Quãng đường con lắc đơn di chuyển được là } S = \int_0^1 |v(t)| dt = \int_0^1 |2 \cos t| dt \approx 1,68 \text{ cm.}$$

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(1; 2; 1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $H$  và cắt các trục tọa độ lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là  $ax + by + z + c = 0$ . Tính giá trị của:  $a + b + c$ .

**Lời giải.**

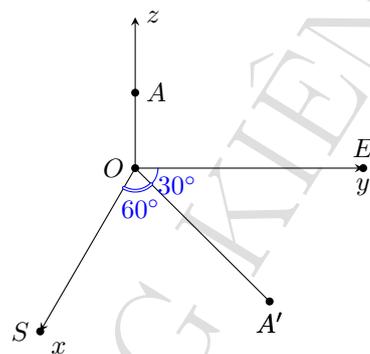
Mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  và  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $OM \perp (ABC)$ .

Vậy mặt phẳng  $(ABC)$  là mặt phẳng đi qua  $M$  và nhận  $\vec{OM}$  làm vectơ pháp tuyến. Do đó phương trình đường thẳng là  $y = 1 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (y - 2) + 1 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 6 = 0$ .

$$\text{Vậy } a + b + c = -3.$$

**Câu 21.**

Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí  $O$  trên mặt đất, đỉnh cột là điểm  $A$ . Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng  $S60^\circ E$  (hướng tạo với hướng nam góc  $60^\circ$  và tạo với hướng đông góc  $30^\circ$ ). Chọn hệ trục  $Oxyz$  có gốc tọa độ là  $O$ , tia  $Ox$  chỉ hướng nam, tia  $Oy$  chỉ hướng đông, tia  $Oz$  chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Một vectơ chỉ phương của tia nắng chứa đường thẳng  $a$  là  $\vec{u} = (3; b; c)$ . Tính  $b + c$ ?



**Lời giải.**

Gọi  $A(0; 0; 6)$  là đỉnh cột và  $A'(x'; y'; 0)$  là bóng của đỉnh cột trên mặt đất. Theo đề bài, ta có  $OA' = 3$  (m).

Tọa độ của điểm  $A'$  được tính:

$$x' = 3 \cos 60^\circ = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,5,$$

$$y' = 3 \sin 60^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 2,6.$$

Vậy tọa độ của  $A'$  là:

$$A'(1,5; 2,6; 0).$$

Đường thẳng chứa tia nắng đi qua điểm  $A(0; 0; 6)$  và điểm  $A'(1,5; 2,6; 0)$ . Vectơ chỉ phương của tia nắng là:

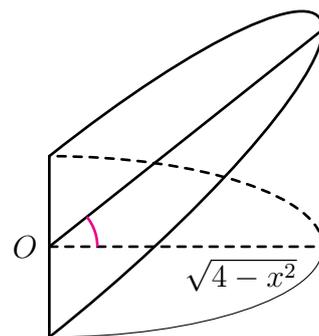
$$\vec{AA'} = (1,5; 2,6; -6).$$

Suy ra một vectơ chỉ phương của đường thẳng chứa tia nắng là  $\vec{u} = (3; 5,2; -12)$  Do đó  $\begin{cases} b = 5,2 \\ c = -12. \end{cases}$

Vậy  $b + c = -6,8$ .

**Câu 22.**

Khi cắt một vật thể hình chóp nôm bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  (với  $-2 \leq x \leq 2$ ), mặt cắt là tam giác vuông có một góc bằng  $45^\circ$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{4 - x^2}$  (dm). Được mô tả như hình vẽ bên. Biết thể tích của vật thể có dạng  $V = \frac{a}{b}$  (dm<sup>3</sup>) (với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản). Tính giá trị của biểu thức  $T = a^b$ .



**Lời giải.**

Thiết diện là một tam giác vuông cân có diện tích là:  $S(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{4 - x^2})^2 = \frac{1}{2}(4 - x^2)$ .

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \int_{-2}^2 S(x) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{2}(4 - x^2) dx = \frac{16}{3} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Theo đề ta có  $V = \frac{a}{b}$  (dm<sup>3</sup>)  $\Rightarrow a = 16; b = 3$ .

Suy ra  $T = a^b = 16^3 = 4096$ .

**D. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 4**



C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ .

D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ .

**Lời giải.**

Ta thấy  $d$  đi qua  $M(1; 0; -2)$  và có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 3; 1)$  nên có phương trình tham số là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(7; 6; -5)$  và bán kính 9.

A.  $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 81$ .

B.  $(x+7)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 9$ .

C.  $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 81$ .

D.  $(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 9$ .

**Lời giải.**

Phương trình của mặt cầu có tâm  $I(7; 6; -5)$  và bán kính  $R = 9$  là

$$(x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+5)^2 = 81$$

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 6.** Cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Toạ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  là

A.  $I(-1; 2; 1)$  và  $R = 3$ .

B.  $I(1; -2; -1)$  và  $R = 3$ .

C.  $I(-1; 2; 1)$  và  $R = 9$ .

D.  $I(1; -2; -1)$  và  $R = 9$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$  có tâm  $I(-1; 2; 1)$  và bán kính  $R = 3$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 0; -3)$  và đi qua điểm  $M(4; 0; 0)$ . Phương trình của  $(S)$  là

A.  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

B.  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .

C.  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .

D.  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Lời giải.**

Bán kính  $R = IM = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} = 5$ .

Phương trình mặt cầu  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

Suy ra  $(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z+3)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ;  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

A. 0,7976.

B. 0,7975.

C. 0,2025.

D. 0,2024.

**Lời giải.**

Ta có  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập nên  $P(A | B) = P(A) = 0,2024$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ;  $P(B) = 0,7$ ;  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(\bar{A} \cap B)$ .

A.  $\frac{2}{5}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{6}{7}$ .

D.  $\frac{1}{7}$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B)$$

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 10.** Một phụ nữ sinh hai người con. Xác suất để cả hai là con trai bằng bao nhiêu biết rằng người phụ nữ đó có ít nhất một người con trai.

- A.**  $\frac{2}{3}$ .                      **B.**  $\frac{1}{3}$ .                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\Omega = \{TT, TG, GT, GG\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$ .

Gọi  $A$  là biến cố “cả hai là con trai”;  $B$  là biến cố xuất “ít nhất một đứa con trai”.

Số trường hợp để  $B$  xảy ra là  $n(B) = 3$ .

Số trường hợp để  $AB$  xảy ra là 1.

Vậy  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) > 0$ . Công thức nào sau đây là đúng.

- A.**  $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- B.**  $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- C.**  $P(A | B) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ .
- D.**  $P(A | B) = \frac{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B) \cdot P(A | B)}$ .

**Lời giải.**

Theo công thức xác suất Bayes

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$$

$$\Leftrightarrow P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}.$$

Chọn đáp án **(D)** .....

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A.** 0,58.                      **B.** 0,4.                      **C.** 0,7.                      **D.** 0,52.

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
 P(\bar{B}) &= 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4 \\
 P(A) &= P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) \\
 &= 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 \\
 &= 0,58.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Cho đường thẳng  $d_1$  đi qua điểm  $A(2; -1; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (3; 4; -2)$ ,  $d_2$  đi qua điểm  $B(0; 1; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (-2; 1; 5)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $B(1; 2; 3)$ thuộc đường thẳng $d_1$ .		X
b) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (22; -11; 11)$ .	X	
c) $d_1$ và $d_2$ chéo nhau.	X	
d) $d_1$ và $d_2$ không vuông góc.	X	

**Lời giải.**

- a) **Sai.** Ta có  $\vec{AB} = (-2; 2; -4)$  không cùng phương với vectơ  $\vec{u}_1$  nên  $B \notin d_1$ . Do đó phát biểu “Điểm  $B(1; 2; 3)$  thuộc đường thẳng  $d_1$ ”.
- b) **Đúng.**  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (22; -11; 11)$ .
- c) **Đúng.** Ta có  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (22; -11; 11) \neq \vec{0}$  nên  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau hoặc chéo nhau. Lại có  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = -110 \neq 0$  nên  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau.
- d) **Đúng.** Ta có  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 + (-2) \cdot 5 = -12 \neq 0$  nên  $d_1$  không vuông góc  $d_2$ .

Chọn đáp án **a sai | b đúng | c đúng | d đúng** ..... □

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu tâm  $I(-2; 1; 5)$  bán kính 3. Cho các điểm  $A(10; 1; 2)$ ,  $B(0; 1; 4)$ ,  $C(0; 3; 4)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 3$ .		X
b) Điểm $A$ ngoài mặt cầu $(S)$ .	X	
c) Đường thẳng $AB$ cắt mặt cầu $(S)$ .	X	
d) Mặt phẳng $(ABC)$ cắt $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.		X

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{IA} = (12; 0; -3)$ ,  $\vec{IB} = (2; 0; -1)$  và  $\vec{IC} = (2; 2; -1)$  suy ra  $IA = \sqrt{153}$ ,  $IB = \sqrt{5}$ ,  $IC = 3$ .

- a) **Sai.** Phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 9$ .

- b) **Đúng.** Do  $IA > 3$  nên điểm  $A(10; 1; 2)$  nằm ở ngoài mặt cầu.  
 c) **Đúng.**  $IB < 3$  nên điểm  $B(0; 1; 4)$  nằm ở trong mặt cầu.  
 Mà điểm  $A$  nằm ngoài mặt cầu nên đường thẳng  $AB$  cắt mặt cầu.  
 d) **Sai.** Ta có  $\vec{AB} = (-10; 0; 2)$  và  $\vec{AC} = (-10; 2; 2)$ .  
 Mặt phẳng  $(ABC)$  có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-4; 0; -20) = -4(1; 0; 5).$$

Khi đó, phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $x + 5z - 20 = 0$ .

$$\text{Ta có } d(I, (ABC)) = \frac{|-2 + 25 - 20|}{\sqrt{1 + 25}} = \frac{3\sqrt{26}}{26}.$$

Khi đó,  $(S)$  cắt mặt phẳng  $(ABC)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (ABC))} = \sqrt{9 - \frac{9}{26}} = \frac{15\sqrt{26}}{26}.$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d sai

**Câu 15.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị tai nạn xe máy về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy

- Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%;
- Tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18%

Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn” và B là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 0,144.	X	
b) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 0,65.		X
c) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách biết bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 0,82.	X	
d) Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.	X	

**Lời giải.**

- a) **Đúng.** Theo đề bài ta có  $P(A) = 0,8; P(B) = 0,9; P(B | A) = 0,18$ .  
 Suy ra  $P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,8 \cdot 0,18 = 0,144$ .  
 b) **Sai.** Vì  $\bar{A}B$  và  $AB$  là hai biến cố xung khắc nên  $\bar{A}B \cup AB = A$ .  
 Suy ra  $P(\bar{A}B) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,144 = 0,656$ .

c) **Đúng.** Ta có  $P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{0,656}{0,8} = 0,82$ .

d) **Đúng.** Vì  $\frac{P(\bar{B} | A)}{P(B | A)} = \frac{0,82}{0,18} \approx 4,6$  nên việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**Câu 16.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nữ là 0,18.	X	
b) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nam là 0,15.	X	
c) Xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là 0,1656.	X	
d) Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Xác suất học sinh đó là nam là $\frac{13}{23}$ .		X

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh đó là nữ” và  $B$  là biến cố “Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật”.

Do tỉ lệ học sinh nữ là 52% nên  $P(A) = 0,52$  và  $P(\bar{A}) = 1 - 0,52 = 0,48$ .

Do tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15% nên

$$P(B|A) = 0,18 \text{ và } P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

a) **Đúng.** Do tỉ lệ học sinh nữ tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là 18% nên xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nữ là  $P(B | A) = 0,18$ .

b) **Đúng.** Do tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là 15% nên xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nam là  $P(B | \bar{A}) = 0,15$ .

c) **Đúng.** Xác suất để học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,52 \cdot 0,18 + 0,48 \cdot 0,15 = 0,1656.$$

d) **Sai.** Do học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nên xác suất học sinh đó là nam là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,48 \cdot 0,15}{0,1656} = \frac{10}{23}.$$

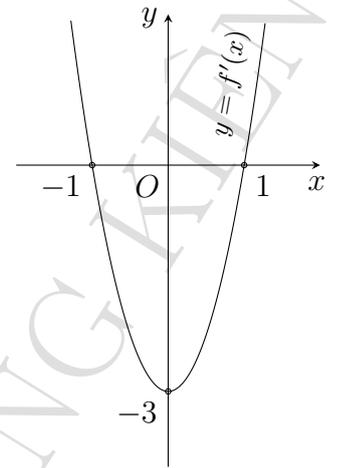
Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c đúng  d sai ..... □

**3**

**Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.**

Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$ . Biết rằng đồ thị  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $y = 4$  tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  cho bởi hình vẽ bên. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $H$  giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và trục hoành khi quay xung quanh trục  $Ox$ . (Kết quả làm tròn đến hàng phân mười)



**Lời giải.**

Phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt là  $-1; 1 \Rightarrow f'(x) = k(x+1)(x-1)$ .  
 Mà  $f'(0) = -3 \Leftrightarrow k \cdot 1 \cdot (-1) = -3 \Leftrightarrow k = 3$ .  
 Do đó

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(x+1)(x-1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \\ \Rightarrow f(x) &= \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx = x^3 - 3x + C. \end{aligned}$$

Đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = f(x)$  tiếp xúc với đường thẳng  $y = 4$  tại điểm có hoành độ âm, nghĩa là đường thẳng  $(d): y = 4$  là tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x_0$  âm.

$$\Rightarrow f'(x_0) = k_d \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -1. \end{cases}$$

Vì  $x_0$  âm nên  $x_0 = -1$ .

Ta có  $f(x_0) = 4 \Leftrightarrow (-1)^3 - 3(-1) + C = 4 \Leftrightarrow C = 2$ .

Do đó  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ . Xét  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$

Hình phẳng  $(H)$  được giới hạn bởi  $\begin{cases} y = f(x); y = 0 \\ x = 1; x = -2. \end{cases}$

Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $H$  quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_{-2}^1 f^2(x) dx = \frac{729}{35} \pi \approx 65,4.$$

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $T = a + b + c$ .

**Lời giải.**

Từ giả thiết ta có

☑  $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ .

☑ Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; -3; 2)$ .

Do  $A, B \in (Q)$  và  $(P) \perp (Q)$  nên  $(Q)$  có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{m} = \frac{1}{4} [\vec{AB}, \vec{n}] = (0; 2; 3).$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) là

$$2(y - 4) + 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Vậy  $a = 0, b = 2, c = 3$  và  $T = a + b + c = 5$ .

**Câu 19.** Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian  $Oxyz$ , hai con đường

đó thuộc hai đường thẳng lần lượt có phương trình là  $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  và  $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ .

Tìm  $a$  để nút giao thông trên là nút giao thông cùng mức.

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d_1$  nhận  $\vec{u}_1 = (a; 1; 1)$  làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng  $d_2$  nhận  $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$  làm vectơ chỉ phương.

Vì  $\frac{-2}{1} \neq \frac{1}{1}$  nên hai vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  là hai vectơ không cùng phương.

Nút giao thông là nút giao thông cùng mức khi và chỉ khi hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau khi và chỉ khi phương trình

$$\begin{cases} 1 + at = 1 - t' & (1) \\ t = 2 + 2t' & (2) \text{ có nghiệm duy nhất.} \\ -1 + 2t = 3 - t' & (3) \end{cases}$$

Từ (2) và (3), ta có  $\begin{cases} t = 2 \\ t' = 0. \end{cases}$

Thay vào (1), ta được  $a = 0$ .

**Câu 20.** Một vỏ kem ốc quế là một loại bánh khô, hình nón ( $N$ ) trong không gian  $Oxyz$ , thường được làm bằng một chiếc bánh xốp dùng để đặt kem vào và cầm ăn mà không cần bát hoặc muỗng. Người ta thả vào vỏ kem ( $N$ ) một viên kem vani hình cầu có đỉnh hai viên socola nhỏ tại hai vị trí  $A(2; 1; 3)$  và  $B(6; 5; 5)$  sao cho đường kính  $AB$  có  $B$  là tâm đường tròn đáy khối nón. Khi thể tích của khối nón ( $N$ ) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh  $S$  của khối nón ( $N$ ) và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của ( $N$ ) có phương trình  $2x + by + cz + d = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = b + c + d$ .

**Lời giải.**

Gọi chiều cao khối nón  $SB = h$  ( $h > 0$ ) và bán kính đường tròn đáy  $BC = R$ .

Ta có  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ .

Ta có  $\vec{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow AB = 6$ .

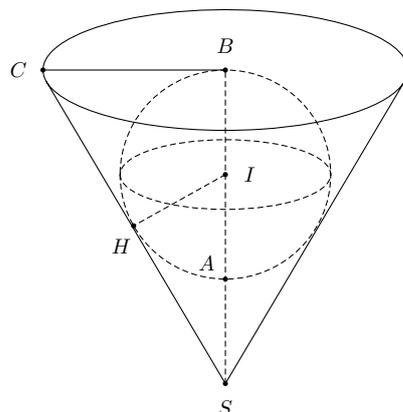
Xét mặt cầu có đường kính  $AB$ . Bán kính là

$$r = \frac{AB}{2} = 3$$

và tâm  $I(4; 3; 4)$ .

Vì  $\triangle SHI$  đồng dạng với  $\triangle SBC$  nên

$$\begin{aligned} \frac{SI}{SC} = \frac{IH}{BC} &\Leftrightarrow \frac{h-3}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{3}{R} \\ &\Leftrightarrow \frac{(h-3)^2}{h^2+R^2} = \frac{9}{R^2} \\ &\Leftrightarrow R^2 [(h-3)^2 - 9] = 9h^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{9h^2}{h^2-6h} \quad (2). \end{aligned}$$



Thay (2) vào (1) ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{9h^2}{h^2 - 6h} \cdot h = 3\pi \cdot \frac{h^2}{h - 6} \text{ với } h > 6.$$

$$\text{Xét } V' = 3\pi \cdot \frac{2h(h - 6) - h^2}{(h - 6)^2} = 3\pi \cdot \frac{h^2 - 12h}{(h - 6)^2}.$$

Ta được BBT như sau

$h$	$-\infty$	$0$	$6$	$12$	$+\infty$	
$V'$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$V$	$V(0)$			$V(12)$		
	$-\infty$		$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	

Do  $h > 6$  nên  $V_{\min}$  khi  $SB = h = 12 \Rightarrow A$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow S(-2; -3; 1)$ .

Khi đó  $(P)$  đi qua  $S$ , vuông góc với  $AB$  nên có một VTPT  $\vec{n} = \vec{AB} = (4; 4; 2)$  hay  $\vec{n} = (2; 2; 1)$ .

Suy ra

$$(P): 2(x + 2) + 2(y + 3) + z - 1 = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + 2y + z + 9 = 0.$$

Vậy  $T = b + c + d = 2 + 1 + 9 = 12$ .

**Câu 21.** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu của cả hai dự án là 0,3. Tính xác suất để công ty thắng dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Công ty thắng thầu dự án 1”, theo đề bài ta có

$$P(A) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,6.$$

Gọi  $B$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 2”, theo đề bài ta có  $P(B) = 0,5$ , và  $P(AB) = 0,3$ .

Gọi  $C$  là biến cố “Công ty thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”, ta có

$$C = B|\bar{A} \Rightarrow P(C) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}.$$

Do  $B = AB \cap \bar{A}B$  nên

$$\begin{aligned} P(B) &= P(AB \cap \bar{A}B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \\ \Rightarrow P(\bar{A}B) &= P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2. \end{aligned}$$

Suy ra

$$P(C) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

**Câu 22.** Anh Nam hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay anh đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe máy là 0,3. Nếu hôm nay anh đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe buýt là 0,6. Xét một tuần mà thứ Hai anh Nam đi làm bằng xe buýt. Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, anh Nam đi làm bằng xe máy là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Thứ Ba, anh Nam đi làm bằng xe máy”;

$B$  là biến cố: “Thứ Tư, anh Nam đi làm bằng xe máy”. Ta cần tính  $P(B)$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$$

- ☑ Tính  $P(A)$ : Vì thứ Hai, anh Nam đi làm bằng xe buýt nên xác suất để thứ Ba (hôm sau), anh đi làm bằng xe máy là 0,3.  
 Vậy  $P(A) = 0,3$ . Khi đó,  $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$ .
- ☑ Tính  $P(B|A)$ : Đây là xác suất để thứ Tư, anh Nam đi làm bằng xe máy. Nếu thứ Ba, anh Nam đi làm bằng xe máy. Theo giả thiết, nếu hôm nay anh đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe buýt là 0,6 và đi làm bằng xe máy là  $1 - 0,6 = 0,4$ .  
 Do đó, nếu thứ Ba, anh Nam đi làm bằng xe máy thì xác suất để thứ Tư, anh đi làm bằng xe máy là 0,4. Vậy  $P(B|A) = 0,4$ .
- ☑ Tính  $P(B|\bar{A})$ : Đây là xác suất để thứ Tư, anh Nam đi làm bằng xe máy. Nếu thứ Ba anh An đi làm bằng xe buýt. Theo giả thiết, nếu hôm nay anh đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau anh đi làm bằng xe máy là 0,3. Do đó nếu thứ Ba, anh Nam đi làm bằng xe buýt thì xác suất để thứ Tư, anh đi làm bằng xe máy là 0,3.  
 Suy ra  $P(B|\bar{A}) = 0,3$ .

Vậy

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,3 = 0,33.$$

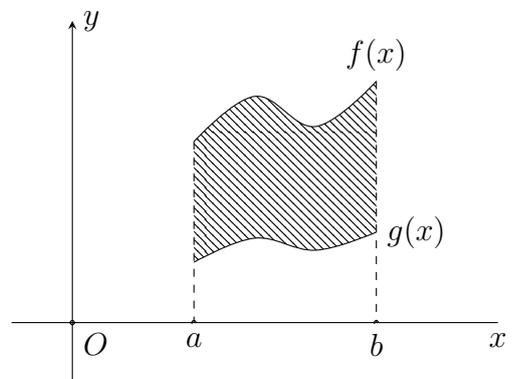
## E. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.**

Công thức nào sau đây để tính diện tích hình phẳng  $S$  (phần tô đậm trong hình vẽ)

- A.**  $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$
- B.**  $S = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$
- C.**  $S = \left| \int_a^b g(x) dx \right| - \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$
- D.**  $S = \int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx.$



**Lời giải.**

Ta có  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Trong đoạn  $[a; b]$  thì  $f(x) > g(x)$  nên  $f(x) - g(x) > 0 \forall x \in [a; b]$ , do đó

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

**Câu 2.** Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng  $(Oyz)$ ?

- A.  $y = 0$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $y - z = 0$ .                      D.  $z = 0$ .

**Lời giải.**

Phương trình của mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $x = 0$ .

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 3.** Đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-1}{9}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 3; 1)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (6; 3; 9)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (3; 9; 6)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-1}{9}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$ .

Chọn đáp án **D**..... □

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; -3; 1)$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

- A.  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .                      B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .
- C.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .                      D.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 5.** Mặt cầu tâm  $I(-3; 0; 4)$  và đi qua điểm  $A(-3; 0; 0)$  có phương trình là

- A.  $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$ .                      B.  $(x-3)^2 - y^2 + (z+4)^2 = 16$ .
- C.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$ .                      D.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu tâm  $I(-3; 0; 4)$  và đi qua điểm  $A(-3; 0; 0)$  nên bán kính

$$R = IA = \sqrt{0 + 0 + 16} = 4.$$

Phương trình mặt cầu là  $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 6.** Mặt cầu  $(S): (x-11)^2 + (y-12)^2 + (z-13)^2 = 100$  có bán kính là

- A. 10.                      B. 11.                      C. 12.                      D. 13.

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có bán kính là  $R = 10$ .

Chọn đáp án **A**..... □

**Câu 7.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A.  $\frac{2}{6}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{6}$ .

D.  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố "con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm".

Gọi  $B$  là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6".

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm thì tổng hai lần xuất hiện là 6 chấm thì  $P(B|A) = \frac{1}{6}$ .

Chọn đáp án **C**.

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ,  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

A. 0,7976.

B. 0,7975.

C. 0,2025.

D. 0,2024.

**Lời giải.**

$A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập nên  $P(A | B) = P(A) = 0,2024$ .

Chọn đáp án **D**.

**Câu 9.** Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

A.  $\frac{7}{13}$ .

B.  $\frac{6}{13}$ .

C.  $\frac{4}{13}$ .

D.  $\frac{9}{13}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{0,7 \cdot 0,2}{0,26} = \frac{0,14}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa, có  $\frac{7}{13}$  số người nghiện thuốc lá.

Chọn đáp án **A**.

**Câu 10.**

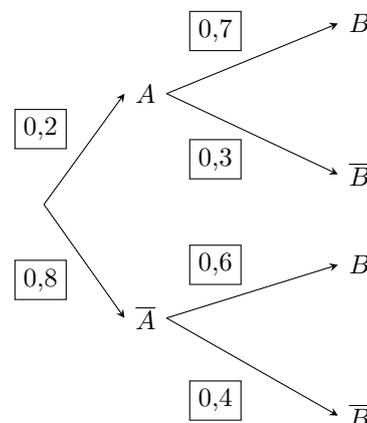
Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xác suất của biến cố  $B$  là

A. 0,42.

B. 0,62.

C. 0,28.

D. 0,48.



**Lời giải.**

Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62$ .

Chọn đáp án **B**.

**Câu 11.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

A. 0,28.

B. 0,7.

**C** 0,46.

D. 0,18.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “thắng thầu dự án 1”.

Gọi  $B$  là biến cố “thắng thầu dự án 2”.

Theo đề bài  $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$  với 2 biến cố  $A, B$  độc lập.

Gọi  $C$  là biến cố “thắng thầu đúng 1 dự án”.

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B} + \bar{A} \cap B) \\ &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) \\ &= 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,7 = 0,46. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 12.** Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$  đến mặt phẳng  $(\alpha) : 3x - 2y + 6z + 14 = 0$  bằng

A. 1.

B. 2.

**C** 3.

D. 4.

**Lời giải.**

Tâm của mặt cầu  $(S)$  là  $I(1; 1; 1)$ .

$$\text{Khoảng cách } d(I, (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 14|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = 3.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{2}$ ,  $\Delta_2 : \frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}$ . Xét các vectơ  $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$  và  $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $\Delta_1$ đi qua điểm $M_1(0; 3; -3)$ và có $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
b) Đường thẳng $\Delta_2$ đi qua điểm $M_2(-4; -2; 4)$ và có $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
c) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; -5; -3)$ .		X
d) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.	X	

**Lời giải.**

a) Đúng. Đường thẳng  $\Delta_1$  đi qua điểm  $M_1(0; 3; -3)$  và có  $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương.

b) Đúng. Đường thẳng  $\Delta_2$  đi qua điểm  $M_2(-4; -2; 4)$  và có  $\vec{u}_2 = (2; 1; -1)$  là một vectơ chỉ phương.

c) Sai. Tích có hướng  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 5; 3)$ .

d) Sai. Hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  không chéo nhau vì

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 5; 3), \quad \overrightarrow{M_1M_2} = (-4; -5; 7)$$

và

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0.$$

Suy ra hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  không chéo nhau.

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d đúng ..... □

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; -5)$  và đi qua điểm  $M(3; 1; 2)$ . Mỗi kết quả sau đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $(S): (x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = 74.$	X	
b) $(S): (x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = \sqrt{74}.$		X
c) $R = 74.$		X
d) $R = \sqrt{74}.$	X	

**Lời giải.**

Ta có  $IM = \sqrt{(3 + 1)^2 + (1 - 4)^2 + (2 + 5)^2} = \sqrt{74}.$

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 4; -5)$ , bán kính  $R = IM = \sqrt{74}$  là

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 5)^2 = 74.$$

- a) Đúng.
- b) Sai.
- c) Sai.
- d) Đúng.

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d đúng ..... □

**Câu 15.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố không độc lập.	X	
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.	X	
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		X
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		X

**Lời giải.**

- a) Đúng. Theo đề bài, ta có  $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4.$   
 $P(A \cap B) = 0,4.$

Ta có  $A, B$  độc lập  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$   
 Mà  $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$  nên  $A$  và  $B$  không độc lập.

b) Đúng. Gọi  $C$  là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) - P(A \cap B).$$

$$= 0,5 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3.$$

c) Sai. Gọi  $D$  là biến cố thắng dự án 2 biết thắng dự án 1

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8.$$

d) Sai. Gọi  $E$  là biến cố thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4.$$

Chọn đáp án 

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 .....

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà  $N$  đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính. Khẳng định nào sau đây đúng?

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,995.	X	
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,03.		X
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm âm tính là 0,9.		X
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 99,97%.	X	

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố bà  $N$  bị bệnh hiểm nghèo  $y$  và  $B$  là biến cố xét nghiệm cho kết quả dương tính.

a) Đúng. Theo đề bài ta có  $P(A) = 0,005$ . Vì vậy trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  của bà  $N$  là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,005 = 0,9995.$$

b) Sai. Theo đề bài ta có  $P(B|A) = 0,94$ . Vì vậy xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm là âm tính nếu bà  $N$  bị bệnh  $Y$  là

$$P(\bar{B}|A) = 1 - 0,94 = 0,06.$$

c) Sai. Theo đề bài ta có  $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,97$ . Xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm âm tính là

$$P(\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = 0,9995 \cdot 0,97 + 0,005 \cdot 0,06 = 0,96545.$$

d) Đúng. Theo công thức Bayes, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  của bà  $N$  nếu kết quả xét nghiệm âm tính là

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{0,9995 \cdot 0,97}{0,96545} = 0,9997.$$

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 .....

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Cho hai điểm  $A(0; 0; -3)$  và  $B(2; 0; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$ . Gọi  $C(a; b; c)$  là điểm có tọa độ nguyên thuộc  $(P)$  sao cho tam giác  $ABC$  đều. Tính  $a + b + c$ ?

**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng trung trực của  $AB$  là  $(\alpha): x + z + 1 = 0$ .

Vì  $\triangle ABC$  đều nên  $C \in (\alpha)$ . Do đó  $C \in (P) \cap (\alpha)$ .

Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(\alpha)$ .

$$\Delta: \begin{cases} 3x - 8y + 7z - 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - 2t. \end{cases}$$

Điểm  $C \in \Delta \Rightarrow C(2t; -1 - t; -1 - 2t)$ .

Ta có

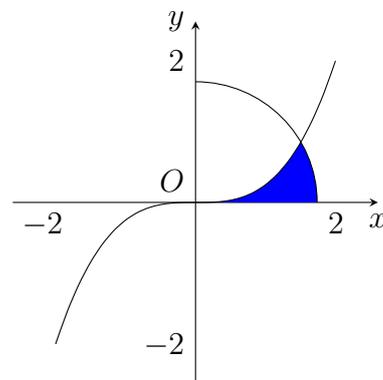
$$CA = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (2t)^2 + (-1 - t)^2 + (2 - 2t)^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 6t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow C(2; -2; -3) & (\text{nhận}) \\ t = -\frac{1}{3} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = -3$ .

**Câu 18.**

Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4 - x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành là  $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$ , trong đó  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  là các phân số tối giản. Tính  $P = a + b + c + d$ .



**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{\sqrt{3}}{9}x^3 = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}.$$

Khi đó thể tích của khối tròn xoay được tạo thành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \left[ \int_0^{\sqrt{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{9} x^3 \right)^2 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx \right] \\ &= \pi \left[ \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{27} x^6 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (4-x^2) dx \right] \\ &= \pi \left[ \frac{1}{27} \cdot \frac{x^7}{7} \Big|_0^{\sqrt{3}} + \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{\sqrt{3}}^2 \right] \\ &= \left( -\frac{20\sqrt{3}}{7} + \frac{16}{3} \right) \pi \\ &\Rightarrow a = 20, b = 7, c = 16, d = 3 \\ &\Rightarrow P = a + b + c + d = 46. \end{aligned}$$

**Câu 19.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$  và hai điểm  $A(0; 1; 1), B(-5; 0; 5)$ . Điểm  $M$  thuộc  $d$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}|$  có giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. (Làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải.**

$$M \in d \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (t-1; 3-t; 1-2t), \overrightarrow{MB} = (t-6; 2-t; 5-2t).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = (17-2t; 2t-3; 4t-14).$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}| = \sqrt{24(t-4)^2 + 110} \geq \sqrt{110}.$$

$$\text{Vậy min } |\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}| = \sqrt{110} \approx 10,5.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow t = 4. \text{ Khi đó } M(-3; 2; 8).$$

**Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; -1; 3), B(-2; -8; -4), C(2; -1; 1)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$ . Gọi  $M(x_M; y_M; z_M)$  là điểm trên  $(S)$  sao cho biểu thức  $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $P = x_M + y_M$ .

**Lời giải.**

$$\text{Gọi } E(x; y; z) \text{ là điểm thỏa mãn } \overrightarrow{EA} - 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}.$$

Ta có

$$(6-2x; 12-2y; 18-2z) = (0; 0; 0) \Rightarrow E(3; 6; 9).$$

Khi đó

$$|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{ME}|.$$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ .

$$\text{Đường thẳng } EI \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}$$

$$\text{Điểm } M \in (IE) \Rightarrow M(1+t; 2+2t; 3+3t).$$

$$\text{Điểm } M \in (S) \Rightarrow 14t^2 = 14 \Rightarrow t = \pm 1.$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow M_1(2; 4; 6), EM_1 = \sqrt{14}.$$

$$\text{Với } t = -1 \Rightarrow M_2(0; 0; 0), EM_2 = 3\sqrt{14} > EM_1.$$

$$\text{Vậy } x_M + y_M = 2 + 4 = 6.$$

**Câu 21.** Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính tổng xác suất của các biến cố A: “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”; B: “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

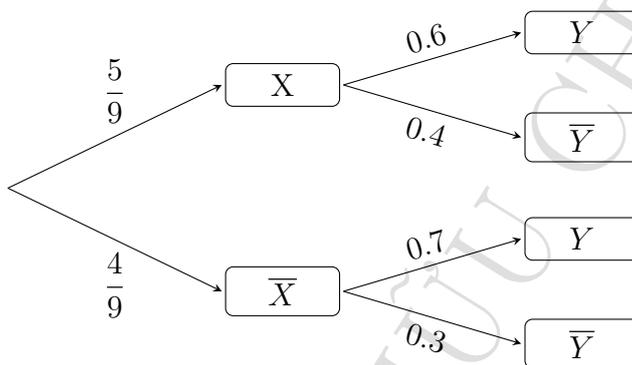
Gọi A là biến cố “Bạn được chọn là nữ” và B là biến cố: “Bạn được chọn học tiếng Anh”.

Ta có  $P(Y|X) = 0,6; P(Y | \bar{X}) = 0,7; P(X) = \frac{5}{9}$ .

Do đó  $P(\bar{X}) = 1 - P(X) = \frac{4}{9}; P(\bar{Y}|X) = 1 - P(Y|X) = 0,4;$

$P(\bar{Y} | \bar{X}) = 1 - P(Y | \bar{X}) = 0,3$ .

Ta có sơ đồ hình cây như sau



Do  $A = \bar{X} \cdot \bar{Y}$  nên  $P(\bar{X} \cdot \bar{Y}) = \frac{4}{9} \cdot 0,3 = \frac{2}{15}$ .

Do  $B = XY$  nên  $P(XY) = \frac{5}{9} \cdot 0,6 = \frac{1}{3}$ .

Vậy  $P(A) + P(B) = \frac{2}{15} + \frac{1}{3} = \frac{7}{15} \approx 0,47$ .

**Câu 22.** Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

◇ Xét biến cố A: “Vận động viên này thuộc đội I”. Xét biến cố B: “Vận động viên này đạt huy chương vàng”. Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$ .

☑ Tính  $P(A)$ : Đây là xác suất để vận động viên đó thuộc đội I. Vậy  $P(A) = \frac{5}{12}$ .

☑ Tính  $P(\bar{A})$ :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{12}$ .

☑ Tính  $P(B | A)$ : Đây là xác suất để vận động viên thuộc đội I đạt huy chương vàng. Vậy  $P(B | A) = 0,65$ .

☑ Tính  $P(B | \bar{A})$ : Đây là xác suất để vận động viên thuộc đội I đạt huy chương vàng. Vậy  $P(B | \bar{A}) = 0,55$ .

Do đó  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55 = \frac{71}{120} \approx 0,59$ .

◊ Ta cần tính  $P(A | B)$ . Theo công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{\frac{71}{120}} = \frac{65}{142} \approx 0,46.$$

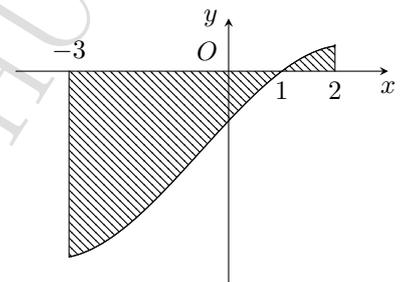
## F. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 6

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

#### Câu 1.

Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3, x = 2$ . Đặt  $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$ ,

$b = \int_1^2 f(x) dx$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.**  $S = a + b.$                       **B.**  $S = a - b.$                       **C.**  $S = -a - b.$                       **D.**  $S = b - a.$

#### Lời giải.

Ta có  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-3; 2]$ .

Dựa vào đồ thị ta có  $|f(x)| = \begin{cases} -f(x), & -3 \leq x \leq 1 \\ f(x), & 1 < x \leq 2. \end{cases}$

Suy ra  $S = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = - \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

Hay  $S = -a + b = b - a.$

Chọn đáp án **(D)**.....

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .

- A.**  $x - 2y + 3z + 12 = 0.$                       **B.**  $x - 2y - 3z - 6 = 0.$   
**C.**  $x - 2y + 3z - 12 = 0.$                       **D.**  $x - 2y - 3z + 6 = 0.$

#### Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  là

$$1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**.....

**Câu 3.** Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A.**  $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{-3} = \frac{z + 6}{8}.$                       **B.**  $\frac{x + 1}{2} = \frac{y - 3}{-3} = \frac{z - 6}{8}.$   
**C.**  $\frac{x + 1}{-2} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - 6}{8}.$                       **D.**  $\frac{x + 1}{2} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - 6}{8}.$

**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm không thẳng hàng  $A(-1; 3; 1)$ ,  $B(0; 3; 2)$  và  $C(1; 2; 2)$ . Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  có vectơ chỉ phương là

- A.**  $\vec{u} = (1; 2; -3)$ .      **B.**  $\vec{u} = (1; 1; 1)$ .      **C.**  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ .      **D.**  $\vec{u} = (1; 1; -1)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (1; 0; 1)$  và  $\vec{AC} = (2; -1; 1)$ .

Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với  $(ABC) \Rightarrow (d)$  đồng thời vuông góc với giá của hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

Do đó, vectơ chỉ phương của  $(d)$  là  $\vec{u} = [\vec{AB}; \vec{AC}] = (1; 1; -1)$ .

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

- A.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$ .      **B.**  $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0$ .  
**C.**  $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$ .      **D.**  $(x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có hai dạng là:

(1)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

(2)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

\*  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$  là phương trình mặt cầu.

\*  $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0$  không là phương trình mặt cầu.

\*  $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2x + 1 = 0$  không là phương trình mặt cầu.

\*  $(x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$  không là phương trình mặt cầu vì  $a^2 + b^2 + c^2 - d = -1 < 0$ .

Chọn đáp án **(A)**..... □

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$   $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 16$  có tâm là

- A.**  $I(1; 0; 3)$ .      **B.**  $I(-1; 0; -3)$ .      **C.**  $I(1; 0; -3)$ .      **D.**  $I(1; 2; -3)$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng là:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b; c)$  bán kính là  $R$

Khi đó mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -3)$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 7.** Cho hai biến cố  $A, B$  có xác suất  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,6$ ,  $P(AB) = 0,2$ . Tính xác suất  $P(A | B)$ .

- A.**  $\frac{1}{3}$ .      **B.**  $\frac{1}{2}$ .      **C.**  $0,3$ .      **D.**  $0,25$ .

**Lời giải.**

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A, B$  có xác suất  $P(A) = 0,4, P(B) = 0,3, P(A | B) = 0,25$ . Tính xác suất  $P(B | A)$ .

- A.** 0,1875.                      **B.** 0,48.                      **C.** 0,333.                      **D.** 0,95.

**Lời giải.**

Ta có

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(AB) = P(B) \cdot P(A | B) = 0,3 \cdot 0,25 = 0,075.$$

Từ đó suy ra

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,075}{0,4} = 0,1875.$$

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $A$  là

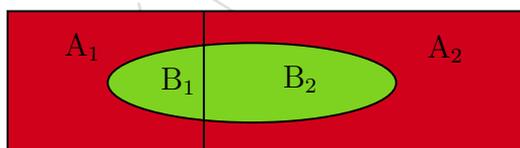
- A.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .                      **B.**  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B})$ .  
**C.**  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .                      **D.**  $P(B) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(B|\bar{B})$ .

**Lời giải.**

Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$  gọi là **công thức xác suất toàn phần**.

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A = A_1 + A_2$  và biến cố  $B = B_1 + B_2$  biểu diễn theo đồ Ven như sau



Tính xác suất của  $P(A)$ .

- A.**  $P(A) = P(B_1)P(A_1 | B_1) + P(B_2)P(A_1 | B_2)$ .                      **B.**  $P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$ .  
**C.**  $P(A) = P(B)P(A_1 | B_1) + P(B)P(A_2|B_2)$ .                      **D.**  $P(A) = P(A_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$ .

**Lời giải.**

Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$  gọi là **công thức xác suất toàn phần**.

$$\Rightarrow P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

Chọn đáp án (B) ..... □

**Câu 11.** Phương trình mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $O$ , tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha) : 16x - 15y - 12z + 75 = 0$  là

- A.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 9$ .                      **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ .                      **D.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

**Lời giải.**

Do ( $S$ ) tiếp xúc với  $(\alpha)$  nên  $d(O; (\alpha)) = R \Leftrightarrow R = \frac{75}{25} = 3$ .

Mặt cầu tâm  $O(0; 0; 0)$  và bán kính  $R = 3$  có phương trình ( $S$ ) :  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

Chọn đáp án (D) ..... □

**Câu 12.** Một nhóm 50 học sinh có 23 bạn biết chơi cầu lông mà không biết chơi bóng đá và 21 bạn biết chơi bóng đá mà không biết chơi cầu lông. Biết rằng mỗi học sinh trong nhóm này biết chơi bóng đá hoặc cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Tính xác suất học sinh này biết chơi bóng đá, biết rằng bạn ấy biết chơi cầu lông.

- A.  $\frac{23}{29}$ .                      B.  $\frac{6}{29}$ .                      C.  $\frac{21}{29}$ .                      D.  $\frac{6}{23}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi bóng đá”;  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi cầu lông”.

Ta có  $n(A \cap B) = 50 - (23 + 21) = 6$  và  $n(B) = 23 + 6 = 29$ . Do đó

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{6}{29}.$$

Chọn đáp án **B**..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .	X	
b) $d \parallel (\alpha)$ .	X	
c) Đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với $(\alpha)$ có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .		X
d) Hình chiếu vuông góc của $d$ lên $(\alpha)$ có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+1}{5}$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .

b) Đúng.

Mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .

Đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; 3; 5)$ .

Vì  $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 - 1 \cdot 5 = 0$  nên  $d \parallel (\alpha)$ .

c) Sai.

Ta có  $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$  nên  $\vec{n}_\alpha = (1; 1; -1)$ .

Lấy  $A(1; -4; 0) \in d$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $A(1; -4; 0)$  và vuông góc với  $(\alpha)$  nên  $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$ .

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

d) Sai.

Đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$  có  $\vec{u}_d = (2; 3; 5)$ .

Gọi  $d'$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(\alpha) \Rightarrow d' \parallel d$ .

Vì  $d' \parallel d$  nên  $d'$  nhận  $\vec{u}_{d'} = \vec{u}_d = (2; 3; 5)$  làm vectơ chỉ phương.

Gọi  $A'$  là hình chiếu của  $A$  lên  $(\alpha)$  thì  $A' = \Delta \cap (\alpha) \Rightarrow A'(0; -5; 1)$ .

Đường thẳng  $d'$  đi qua  $A'(0; -5; 1)$ , nhận  $\vec{u}_{d'} = (2; 3; 5)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình là  $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{5}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d sai

**Câu 14.** Cho  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1; 2; 3)$ .		X
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 9$ .	X	
c) Cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y + z - 13 = 0$ . Khi đó $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ .		X
d) Cho đường thẳng $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$ . Khi đó $(\Delta)$ và $(S)$ cắt nhau tại hai điểm.	X	

**Lời giải.**

a) **Sai.** Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -3)$ .

b) **Đúng.** Ta có  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 67} = \sqrt{81} = 9$

c) **Sai.** Vì  $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + (-3) - 13|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 6 < R = 9$ . Suy ra  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn.

d) **Đúng.** Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

Với  $t = 0$ , thay  $t = 0$  vào  $(\Delta)$  ta được tọa độ  $A(1; 2; -4)$

Với  $t = 1$ , thay  $t = 1$  vào  $(\Delta)$  ta được tọa độ  $B(2; 2; 3)$ .

Vậy,  $(\Delta)$  và  $(S)$  cắt nhau tại hai điểm  $A$  và  $B$ .

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

**Câu 15.** Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố  $A$ : “Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam”;  $B$ : “Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

Phát biểu	Đ	S
a) $P(B   A) = 0,575$ .		X
b) $P(B   \bar{A}) = 0,6$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(\bar{B}   A) = 0,425$ .	X	
d) $P(\bar{B}   \bar{A}) = 0,4$ .		X

**Lời giải.**

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nam thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam còn lại là 16, số học sinh nữ giữ nguyên; nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nữ thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam giữ nguyên, số học sinh nữ còn lại là 23.

- a) Sai. Vì  $P(B | A) = \frac{24}{40} = 0,6$ .
- b) Sai. Vì  $P(B | \bar{A}) = \frac{23}{40} = 0,575$ .
- c) Sai. Vì  $P(\bar{B} | A) = \frac{16}{40} = 0,4$ .
- d) Sai. Vì  $P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{17}{40} = 0,425$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d sai ..... □

**Câu 16.** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 20% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 70%, 15%. Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi  $A$  là biến cố “Người đó có hút thuốc lá” và  $B$  là biến cố “Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp”.

Phát biểu	D	S
a) $P(AB) = 0,13$ .		X
b) $P(\bar{A}B) = 0,14$ .		X
c) Nếu ta gặp một cư dân của xã thì xác suất người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp là 0,26.	X	
d) Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá xấp xỉ 54%.	X	

**Lời giải.**

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi  $A$  là biến cố “Người đó có hút thuốc lá” và  $B$  là biến cố “Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp”.

Khi đó, ta có  $P(A) = 0,2$ ;  $P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B|A) = 0,7$ ,  $P(B|\bar{A}) = 0,15$ .

- a)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$ .
- b)  $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,15 \cdot 0,8 = 0,12$ .
- c) Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,14 + 0,12 = 0,26$ .

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thì xác suất người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp là 26%.

- d) Theo công thức Bayes, ta có  $P(A | B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} \approx 0,54$ .

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là khoảng 54%.

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**3** Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 2)$ ,  $D(1; -1; 1)$ ,  $C'(4; 5; -5)$ . Chiều cao của hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $\frac{a\sqrt{b}}{2}$ . Giá trị của  $a \cdot b$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (1; 1; 1)$ ,  $\vec{AD} = (0; -1; 0)$  nên  $\vec{n}_{(ABCD)} = [\vec{AB}, \vec{AD}] = (1; 0; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(ABCD)$ .

Mà mặt phẳng  $(ABCD)$  qua  $A(1; 0; 1)$  nên có phương trình là

$$(x - 1) + 0(y - 0) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - z = 0.$$

Mặt phẳng  $(A'B'C'D') \parallel (ABCD)$  nên phương trình có dạng  $x - z + m = 0$  ( $m \neq 0$ ).

Mà  $C'(4; 5; -5) \in (A'B'C'D') \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + (-1) \cdot (-5) + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$  (nhận).

Vậy phương trình mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là  $x - z - 9 = 0$ .

Gọi  $h$  là chiều cao của hình hộp, suy ra

$$h = d(A, (A'B'C'D')) = \frac{|1 \cdot 1 + 0 - 1 \cdot 1 - 9|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy  $a = 9$ ,  $b = 2$ . Do đó  $a \cdot b = 18$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 2)$ , mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ . Đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d$  và  $(P)$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\frac{x+9}{a} = \frac{y-y_0}{3} = \frac{z-z_0}{b}$  với  $a \cdot b \neq 0$ . Tính  $a^2 + b^2 + y_0^2 + z_0^2$ .

**Lời giải.**

Điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  nên tọa độ điểm  $M$  là  $M(-1 + 2t; t; 2 + t)$ .

Điểm  $A$  là trung điểm của  $MN$  suy ra  $N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$ .

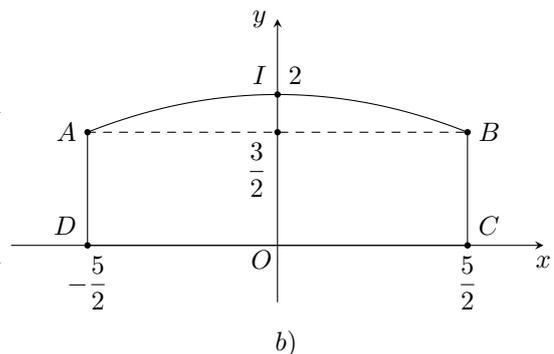
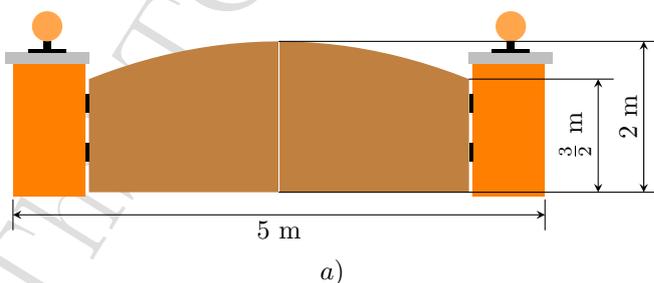
Mặt khác điểm  $N$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  nên  $3 - 2t - 2 - t - 2(2 - t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -4$ .

Từ đó ta có  $M(-9; -4; -2)$ ,  $\vec{AM} = (-10; -3; -4)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .

Do đó, phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\frac{x+9}{10} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+2}{4}$ .

Vậy  $a^2 + b^2 + y_0^2 + z_0^2 = 10^2 + 4^2 + (-4)^2 + (-2)^2 = 136$ .

**Câu 19.** Một cái cổng có kích thước như Hình a. Vòm cổng có hình dạng một parabol có đỉnh  $I(0; 2)$  và đi qua điểm  $B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$  như Hình b. Tính diện tích hai cánh cửa cổng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



**Lời giải.**

Vòm cổng có hình dạng một parabol  $(P)$  có đỉnh  $I(0; 2)$  nên có phương trình dạng  $y = ax^2 + 2$ . Mặt khác  $(P)$  đi qua điểm  $B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$  nên ta có

$$\frac{3}{2} = a \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2 \Leftrightarrow \frac{25}{4}a = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{2}{25}.$$

Do đó  $(P): y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$ .

Gọi  $S$  (m<sup>2</sup>) là tổng diện tích hai cánh cửa cổng. Khi đó  $S$  bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -\frac{5}{2}, x = \frac{5}{2}$ . Vậy

$$S = \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2\right) dx = \left(-\frac{2}{75}x^3 + 2x\right) \Big|_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} = \frac{55}{6} \approx 9,17 \text{ (m}^2\text{)}.$$

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $M(2; 1; 4), N(5; 0; 0), P(1; -3; 1)$ . Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oyz)$  đồng thời đi qua các điểm  $M, N, P$ . Biết rằng  $a + b + c < 5$ . Khi đó  $c$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(a; b; c)$  có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ , với điều kiện  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Do  $(S)$  đi qua các điểm  $M, N, P$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oyz)$  nên ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - 8c + d = -21 \\ -10a + d = -25 \\ -2a + 6b - 2c + d = -11 \\ R = |a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - 8c + 10a - 25 = -21 \\ d = 10a - 25 \\ -2a + 6b - 2c + 10a - 25 = -11 \\ a^2 + b^2 + c^2 - d = a^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 8a + 6b - 2c = 14 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 32a + 24b - 8c = 52 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 26a + 26b = 52 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = a - 1 \\ d = 10a - 25 \\ b = -a + 2 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (-a + 2)^2 + (a - 1)^2 - 10a + 25 = 0 \Leftrightarrow 2a^2 - 16a + 30 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 5. \end{cases}$$

Do  $a + b + c < 5$  nên  $a = 3, b = -1, c = 2$ .

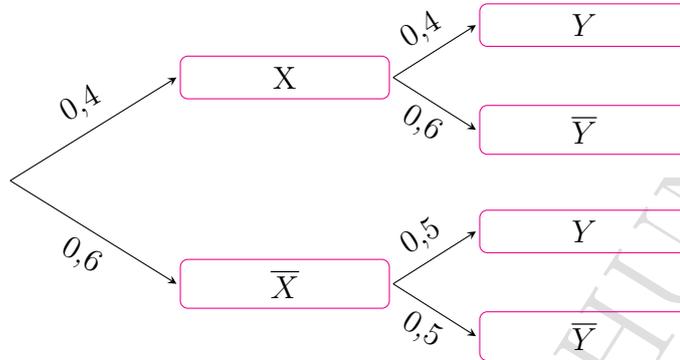
**Câu 21.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố  $B$ : “Hai viên bi lấy ra có cùng màu”.

**Lời giải.**

Gọi  $X$  là biến cố: “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”.

$Y$  là biến cố: “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”.

Ta có  $P(Y|X) = 0,4$ ;  $P(Y | \bar{X}) = 0,5$ ;  $P(X) = 0,4$ .  
 Do đó  $P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 0,6$ ;  $P(\bar{Y}|X) = 1 - P(Y|X) = 0,6$ ;  
 $P(\bar{Y} | \bar{X}) = 1 - P(Y | \bar{X}) = 0,5$ .  
 Ta có sơ đồ hình cây như sau



Khi đó  $P(B) = P(X\bar{Y}) + P(\bar{X}Y) = 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,54$ .

**Câu 22.** Trong 1 đám đông, số người nam bằng số người nữ. Xác suất mắc cận thị của nam là 0,4 và nữ là 0,6. Chọn ngẫu nhiên 1 người. Xác suất chọn được nam không cận thị. (Làm tròn đến kết quả hàng phần trăm)

**Lời giải.**

Goi tiếp  $H_1$  là biến cố chọn nam;  $H_2$  là biến cố chọn được nữ.  
 $C$  là biến cố người được chọn là không cận thị.

Ta có  $P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}$

$P(C) = P(H_1)P(C|H_1) + P(H_2)P(C|H_2) = \frac{1}{2} \cdot 0,6 + \frac{1}{2} \cdot 0,4 = 0,5$ .

Xác suất để chọn ngẫu nhiên ra 1 người mà người đó là nam không cận thị là (Áp dụng định lý Bayes)

$$P(H_1|C) = \frac{P(H_1)P(C|H_1)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,6}{0,5} = 0,6$$
.

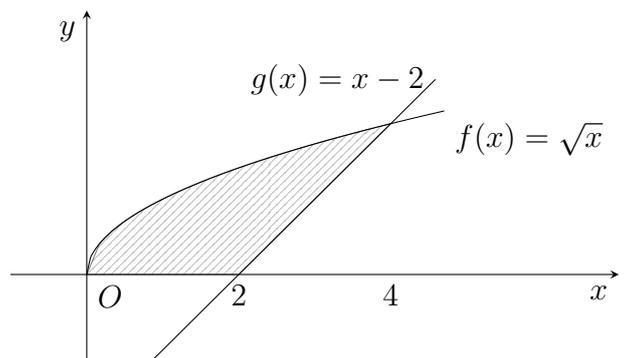
**G. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 7**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.**

Tính diện tích  $S$  của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình bên

- A.**  $S = \frac{8}{3}$ .
- B.**  $S = \frac{10}{3}$ .
- C.**  $S = \frac{11}{3}$ .
- D.**  $S = \frac{7}{3}$ .



**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ, ta có hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = x - 2 \\ y = 0. \end{cases}$

Suy ra  $S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 2; 1)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là

- A.**  $x + y - z - 2 = 0$ .      **B.**  $y - z = 0$ .      **C.**  $x - y = 0$ .      **D.**  $z - x = 0$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên  $M(2; 2; 2)$ .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  đi qua  $M$  và nhận  $\vec{AB} = (2; 0; -2)$  là một vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là

$2(x - 2) + 0(y - 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x - z = 0$ .

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 3.** Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua  $M(2; 0; 1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4; -6; 2)$  có phương trình là

- A.**  $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      **B.**  $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .      **C.**  $d: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ .      **D.**  $d: \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .

**Lời giải.**

Vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (4; -6; 2)$ , suy ra  $\frac{1}{2}\vec{u} = (2; -3; 1)$  cũng là vectơ chỉ phương của  $d$ , vậy

phương trình tham số của  $d$  là  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)**..... □

**Câu 4.** Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(0; -1; -2)$  trên mặt phẳng  $(\alpha): x - y + z - 2 = 0$  là  $M'(x_0; y_0; z_0)$ . Tính  $x_0 + y_0 + z_0$ .

- A.**  $x_0 + y_0 + z_0 = 0$ .      **B.**  $x_0 + y_0 + z_0 = -2$ .      **C.**  $x_0 + y_0 + z_0 = 4$ .      **D.**  $x_0 + y_0 + z_0 = -4$ .

**Lời giải.**

Ta có  $MM' \perp (\alpha) \Rightarrow MM': \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = -2 + t. \end{cases}$

$M' \in MM' \Rightarrow M'(t; -1 - t; -2 + t)$ .

$M' \in (\alpha) \Leftrightarrow t + 1 + t - 2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M'(1; -2; -1)$ .

Do đó  $x_0 = 1, y_0 = -2, z_0 = -1 \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 3)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $IM$ ?

A.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$ .

B.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .

C.  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .

D.  $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$ .

**Lời giải.**

Do  $I$  là hình chiếu của  $M(1; -2; 3)$  trên  $Ox$  nên  $I(1; 0; 0)$ .

Vậy mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $IM = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$  có phương trình là  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là

A.  $I(1; 2; -3)$  và  $R = 4$ .

B.  $I(1; -2; -3)$  và  $R = 2\sqrt{3}$ .

C.  $I(-1; -2; -3)$  và  $R = 2\sqrt{3}$ .

D.  $I(-1; -2; 3)$  và  $R = 4$ .

**Lời giải.**

Tâm  $I(1; 2; -3)$  và bán kính  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 2} = 4$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(2; 0; -1)$ ,  $C(1; 3; 4)$ ,  $D(0; -2; 2)$ . Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2$  là một mặt cầu. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A.  $\sqrt{46}$ .

B.  $\sqrt{33}$ .

C.  $\sqrt{125}$ .

D.  $\sqrt{206}$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $M(x; y; z)$ . Ta có

$$MA^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2, \quad MB^2 = (x - 2)^2 + (y - 0)^2 + (z + 1)^2, \\ MC^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2, \quad MD^2 = (x - 0)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2.$$

Do đó

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 26y - 8z - 5 = 0.$$

Suy ra mặt cầu có bán kính  $R = \sqrt{4^2 + 13^2 + 4^2 + 5} = \sqrt{206}$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 8.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B\bar{A})$  là

A.  $\frac{1}{7}$ .

B.  $\frac{4}{19}$ .

C.  $\frac{4}{21}$ .

D.  $\frac{3}{20}$ .

**Lời giải.**

$$P(B\bar{A}) = P(B | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}.$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8$ ;  $P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2$ . Xác suất biến cố  $B$  không xảy ra với điều kiện biến cố  $A$  xảy ra là

A. 0,6.

B. 0,5.

C. 0,75.

D. 0,25.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25.$$

$$\text{Mặt khác } P(A) > 0 \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,25 = 0,75.$$

Chọn đáp án (C) □

**Câu 10.** Trong một khu phố có 100 nhà, tại đó có 60 nhà gắn biển số chẵn và 40 nhà gắn biển số lẻ. Bên cạnh đó, có 50 nhà gắn biển số chẵn và 20 nhà gắn biển số lẻ đều có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn có ô tô, biết rằng nhà đó có gắn biển số chẵn.

- A.  $\frac{7}{10}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{3}{5}$ .      D.  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Nhà được chọn có ô tô”;  $B$  là biến cố “Nhà được chọn có gắn biển số chẵn”.

Ta có  $n(A \cap B) = 50$  và  $n(B) = 60$ .

Vậy  $P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ .

Chọn đáp án (D) □

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A. 0,7.      B. 0,4.      C. 0,58.      D. 0,52.

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(A | B) \cdot P(B) + P(A | \bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Chọn đáp án (C) □

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B | A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.  $\frac{33}{35}$ .      B.  $\frac{32}{35}$ .      C.  $\frac{9}{35}$ .      D.  $\frac{26}{35}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{32}{35}.$$

Chọn đáp án (B) □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho điểm  $A(1; 1; 2)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $A$ không thuộc $\Delta$ .	X	
b) Một vectơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{v} = (2; 1; -1)$ .		X
c) Hình chiếu của $A$ trên $\Delta$ là $H(0; -1; 2)$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Đúng. Ta có  $\frac{1-2}{2} \neq \frac{1+2}{-1} \neq \frac{2-3}{1}$ . Do đó điểm  $A$  không thuộc  $d$
- b) Sai. Vì  $\vec{v} = (2; 1; -1)$  không cùng phương với vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 1)$  của  $\Delta$ .
- c) Đúng. Gọi  $H(2+2t; -2-t; 3+t)$  là hình chiếu của  $A$  trên  $d$ .  
Ta có  $\overrightarrow{AH} = (1+2t; -3-t; 1+t)$ .  
Ta lại có  $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) - (-3-t) + (1+t) = 0 \Leftrightarrow 6t+6=0 \Leftrightarrow t=-1$ .  
Vậy  $H(0; -1; 2)$ .
- d) Sai. Ta có  $H$  là trung điểm của  $AA'$ . Suy ra  $\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; -3; 2)$ .

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 .....

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình của mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 3; -1)$  và có bán kính bằng khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(P) : 3x + 2y - z = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 2; 1)$ .		X
b) $OI = 2\sqrt{2}$ .		X
c) $d(I, (P)) = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .	X	
d) $(S) : x^2 + (y-3)^2 + (x+1)^2 = \frac{7}{2}$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; 2; -1)$
- b) Ta có  $OI = \sqrt{0+9+1} = \sqrt{10}$ .
- c) Ta có  $R = d_{(I,(P))} = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 3 - 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .
- d) Do đó phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 3; -1)$  và có bán kính bằng khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(P) : 3x + 2y - z = 0$  là 
$$x^2 + (y-3)^2 + (x+1)^2 = \frac{7}{2}$$
.

Chọn đáp án 

a sai	b sai	c đúng	d đúng
-------	-------	--------	--------

 .....

**Câu 15.**

Để thử nghiệm tác dụng điều trị bệnh mất ngủ của hai loại thuốc  $X$  và  $Y$ , người ta tiến hành thử nghiệm trên 4000 người bệnh tình nguyện. Kết quả được cho trong bảng thống kê bên. Chọn ngẫu nhiên 1 người bệnh tham gia tình nguyện thử nghiệm thuốc.

Kết quả dùng thuốc	X	Y
Khỏi bệnh	1 600	1 200
Không khỏi bệnh	800	400

Gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn khỏi bệnh”;  $B$  là biến cố “Người được chọn uống thuốc  $X$ ”;  $C$  là biến cố “Người được chọn uống thuốc  $Y$ ”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất người được chọn khỏi bệnh là $\frac{3}{5}$ .	X	
b) Xác suất để người được chọn khỏi bệnh biết người đó uống thuốc $X$ là $\frac{2}{3}$ .	X	
c) Số người uống thuốc $Y$ và khỏi bệnh là 1 200.	X	
d) Xác suất người được chọn uống thuốc $Y$ biết người đó khỏi bệnh là $\frac{3}{7}$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Không gian mẫu là tập hợp gồm 4 000 người điều trị bệnh nên  $n(\Omega) = 4\,000$ .  
Ta có số người uống thuốc  $X$  là  $1\,600 + 800 = 2\,400$  nên  $n(B) = 2\,400$   
 $\Rightarrow P(B) = \frac{2\,400}{4\,000} = \frac{3}{5}$ .
- b) Trong những người khỏi bệnh và uống thuốc  $X$  có 1 600 người nên  $n(AB) = 1\,600$   
 $\Rightarrow P(AB) = \frac{1\,600}{4\,000} = \frac{2}{5}$ .  
Ta có  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2}{3}$ .  
Do đó xác suất để người đó khỏi bệnh nếu biết người đó uống thuốc  $X$  là  $\frac{2}{3}$ .
- c) Có 1 200 người uống thuốc  $Y$  và khỏi bệnh nên  $n(CA) = 1\,200$ .
- d) Ta có số người khỏi bệnh là  $1\,600 + 1\,200 = 2\,800$  nên  $n(A) = 2\,800$   
 $\Rightarrow P(A) = \frac{2\,800}{4\,000} = \frac{7}{10}$ .  
Ta lại có  $P(CA) = \frac{1\,200}{4\,000} = \frac{3}{10}$ .  
Từ đó  $P(C | A) = \frac{P(CA)}{P(A)} = \frac{3}{10} : \frac{7}{10} = \frac{3}{7}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c đúng  d đúng .....

**Câu 16.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  là 0,5%. Bà N đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo  $Y$  và nhận được kết quả âm tính. Biết rằng, nếu mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,94 xét nghiệm dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo  $Y$  thì với xác suất 0,97 xét nghiệm là âm tính. Khẳng định nào sau đây đúng?

Phát biểu	Đ	S
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 0,995.	X	
b) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm là âm tính nếu bà $N$ bị bệnh $Y$ là 0,03.		X
c) Xác suất để bà $N$ có xét nghiệm âm tính là 0,9.		X
d) Sau khi xét nghiệm cho kết quả âm tính, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của bà $N$ là 99,97%.	X	

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố bà  $N$  bị bệnh hiểm nghèo  $y$  và  $B$  là biến cố xét nghiệm cho kết quả dương tính.

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

a) Theo đề bài ta có  $P(A) = 0,005$ . Vì vậy trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  của bà  $N$  là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,005 = 0,9995.$$

b) Theo đề bài ta có  $P(B|A) = 0,94$ . Vì vậy xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm là âm tính nếu bà  $N$  bị bệnh  $Y$  là

$$P(\bar{B}|A) = 1 - 0,94 = 0,06.$$

c) Theo đề bài ta có  $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,97$ . Xác suất để bà  $N$  có xét nghiệm âm tính là

$$P(\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = 0,995 \cdot 0,97 + 0,005 \cdot 0,06 = 0,96545.$$

d) Theo công thức Bayes, xác suất không mắc bệnh hiểm nghèo  $Y$  của bà  $N$  nếu kết quả xét nghiệm âm tính là

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{0,995 \cdot 0,97}{0,96545} = 0,9997.$$

Chọn đáp án 

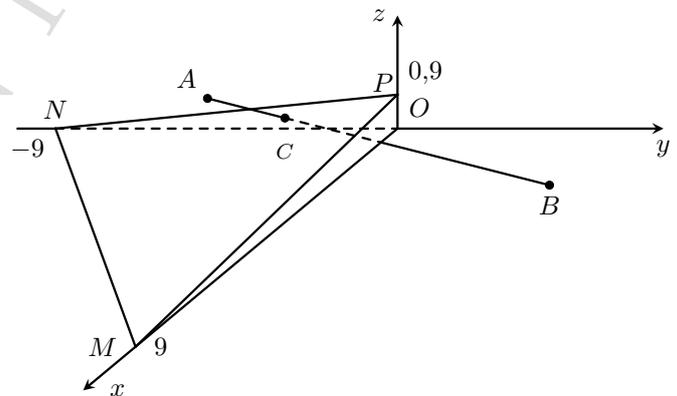
a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 ..... □

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

#### Câu 17.

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí  $A(3; -2,5; 0,5)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3; 7,5; 0)$  trên đường băng (hình bên). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(9; 0; 0)$ ,  $N(0; -9; 0)$ ,  $P(0; 0; 0,9)$ . Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.



#### Lời giải.

Giả sử điểm  $C(x_C; y_C; z_C)$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh, suy ra  $C \in (\alpha)$ . Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta thấy mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là

$$\frac{x}{9} - \frac{y}{9} + \frac{z}{0,9} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z = 9 \Rightarrow x_C - y_C + 10z_C = 9.$$

Mặt khác, vì  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AB}$  là hai vectơ cùng hướng nên tồn tại số thực  $t > 0$  sao cho  $\vec{AC} = t \cdot \vec{AB}$ .

Do  $\vec{AC} = (x_C - 3; y_C + 2,5; z_C - 0,5)$ ;  $\vec{AB} = (3 - 3; 7,5 + 2,5; 0 - 0,5) = (0; 10; -0,5)$

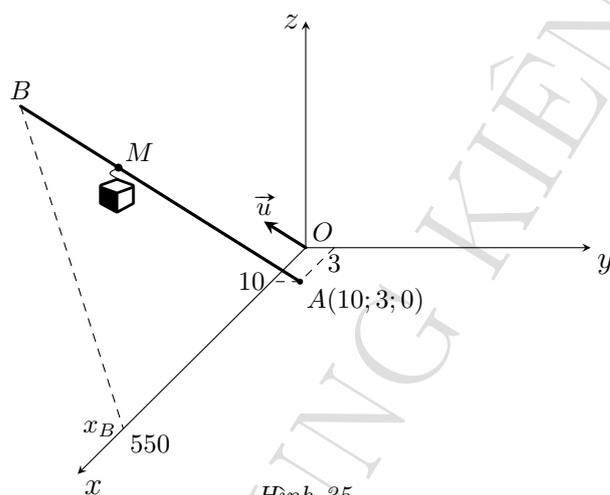
$$\text{nên } \begin{cases} x_C - 3 = 0t \\ y_C + 2,5 = 10t \\ z_C - 0,5 = -0,5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 \\ y_C = 10t - 2,5 \\ z_C = -0,5t + 0,5. \end{cases}$$

Vì  $C \in (\alpha)$  nên  $3 - (10t - 2,5) + 10(-0,5t + 0,5) = 9 \Leftrightarrow t = 0,1$ . Suy ra  $C(3; -1,5; 0,45)$ .

Vậy tại vị trí  $C$ , độ cao của máy bay là 0,45 km.

#### Câu 18.

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 180 giây, Cabin dừng ở điểm  $B$ . Tìm tung độ điểm  $B$ .



Hình 35

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường cáp là 
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \text{ với } t \geq 0.$$
 Sau 180 giây, ta có  $AB = 4,5 \cdot 180 = 810$

mét. Gọi  $B(10 + 2t; 3 - 2t; t)$ . Ta có  $AB = 810 \Leftrightarrow \sqrt{(2t)^2 + (-2t)^2 + t^2} = 810 \Leftrightarrow 3t = 810 \Leftrightarrow t = 270$ .  
 Vậy  $B(550; -537; 270)$ .

**Câu 19.** Một tàu hỏa đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái tàu đạp phanh, từ đó tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 200 - 20t$  (m/s). Hỏi thời gian tàu đi được quãng đường 750 m (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn?

**Lời giải.**

Kể từ lúc bắt đầu đạp phanh, thời gian để tàu dừng hẳn thỏa mãn

$$200 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 10 \text{ (s)}.$$

Gọi  $x$  ( $0 < x \leq 10$ ) là thời gian để tàu đi được quãng đường 750 m kể từ lúc bắt đầu đạp phanh,  $x$  tính bằng giây. Ta có

$$\int_0^x (200 - 20t) dt = 750 \Leftrightarrow (200t - 10t^2) \Big|_0^x = 750 \Leftrightarrow -10x^2 + 200x - 750 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy thời gian tàu đi được quãng đường 750 m (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn 5 giây so với lúc tàu dừng hẳn.

**Câu 20.** Bạn Bình đố bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm. (Làm tròn đến 1 chữ số thập phân)

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

**Lời giải.**

Xét quả bóng tiếp xúc với các bức tường và chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ bên.

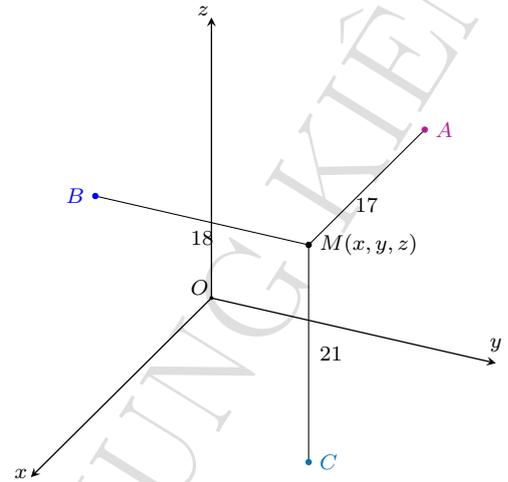
Gọi  $I(a; a; a)$  là tâm của mặt cầu và  $r = a > 0$ .

Phương trình mặt cầu của quả bóng là

$$(S): (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2.$$

Giả sử  $M(x; y; z)$  nằm trên mặt cầu (bề mặt của quả bóng) sao cho  $d(M, (Oxy)) = 21$ ,  $d(M, (Oxz)) = 18$ ,  $d(M, (Oyz)) = 17$ . Khi đó  $z = 21, y = 18, x = 17$ . Khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} &(17 - a)^2 + (18 - a)^2 + (21 - a)^2 = a^2 \\ \Leftrightarrow &2a^2 - 112a + 1054 = 0 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a \approx 11,97(\text{nhận}) \\ a \approx 44,03(\text{loại}) \end{cases} \end{aligned}$$



Vậy đường kính của quả bóng rỗng là  $2a \approx 23,9$  cm.

**Câu 21.** Trong cuộc khảo sát 300 gia đình ở một khu vực, người ta nhận thấy rằng có 90% gia đình có tivi và 60% gia đình có máy tính bàn. Mỗi gia đình đều có ít nhất một trong hai thiết bị này. Chọn ngẫu nhiên một gia đình. Tính dưới dạng phần trăm xác suất gia đình có máy tính bàn trong nhóm các gia đình có tivi (làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố "Gia đình được chọn có máy tính bàn";  $B$  là biến cố "Gia đình được chọn có tivi". Khi đó  $AB$  là biến cố "Gia đình được chọn có cả máy tính bàn và tivi".

Ta có  $n(B) = 0,9 \cdot 300 = 270$  và  $n(AB) = 0,9 \cdot 300 + 0,6 \cdot 300 - 300 = 150$ .

$$\text{Do đó } P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{150}{270} = \frac{5}{9} \approx 55,6\%.$$

**Câu 22.** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú lùn nói thật, 3 chú còn lại nói thật với xác suất 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi  $A$  là biến cố "Chú lùn đó luôn nói thật" và  $B$  là biến cố "Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật". Tính xác suất của biến cố  $B$ . (Làm tròn đến hàng phần trăm.)

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{4}{7}$$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(C) \cdot P(B|C)$$

$$\Leftrightarrow P(B) = \frac{4}{7} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot 0,5 = \frac{11}{14} \approx 0,79$$

**H. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 8**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = -x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$  là

- A.**  $S = \int_0^3 |-x^2| dx.$       **B.**  $S = \int_0^3 -x^2 dx.$       **C.**  $S = \pi \int_0^3 -x^2 dx.$       **D.**  $S = \pi \int_0^3 x^4 dx.$

**Lời giải.**

Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $f(x)$  liên tục, trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), được tính bằng công thức  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

Chọn đáp án **(A)**..... □

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x + y - z + 6 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n}_1 = (1; -1; 6)$ .      **B.**  $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ .      **C.**  $\vec{n}_3 = (2; 1; 6)$ .      **D.**  $\vec{n}_4 = (2; -1; 6)$ .

**Lời giải.**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 3; -2)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 1)$  là

- A.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .      **B.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{1}$ .  
**C.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .      **D.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (a; b; c)$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 \\ z = -2t \end{cases}$ . Hãy chỉ ra một vectơ chỉ phương của  $\Delta$ .

- A.**  $\vec{u}_1 = (2; 0; -2)$ .      **B.**  $\vec{u}_2 = (2; 3; -2)$ .      **C.**  $\vec{u}_3 = (3; 3; -2)$ .      **D.**  $\vec{u}_4 = (3; 0; -2)$ .

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ .

Đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (a; b; c)$ .

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 5.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 4$  và  $\int_0^2 g(x) dx = 2$ . Tính  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx$

- A.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = -2$ .      **B.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 16$ .  
**C.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 8$ .      **D.**  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx = 2$ .

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \int_0^2 [3f(x) - 2g(x)] dx &= 3 \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 g(x) dx \\ &= 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \\ &= 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y + 7)^2 + (z + 9)^2 = 50$ . Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là

- A.**  $I(-2; 7; 9)$ .      **B.**  $I(2; 7; -9)$ .      **C.**  $I(-2; -7; -9)$ .      **D.**  $I(2; -7; -9)$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tọa độ tâm là  $I(2; -7; -9)$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-7; -3; 0)$  và bán kính  $R = 3\sqrt{7}$  có phương trình là

- A.**  $(x + 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 252$ .      **B.**  $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 63$ .  
**C.**  $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 3\sqrt{7}$ .      **D.**  $(x + 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 63$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  $(x + 7)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 63$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 8.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Biết  $P(A) = 0,2024$  và  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.** 0,2024.      **B.** 0,2025.      **C.** 0,040986.      **D.** 0,4049.

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = P(A) = 0,2024$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 9.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố. Biết  $P(A) = 0,7$  và  $P(B | A) = 0,9$ . Tính  $P(AB)$ .

- A.** 0,9.      **B.** 0,63.      **C.** 0,2.      **D.** 0,16.

**Lời giải.**

Ta có  $P(B | A) = \frac{P(BA)}{P(A)}$ .

Suy ra  $P(BA) = P(B | A) \cdot P(A) = 0,7 \cdot 0,9 = 0,63$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .      **B.**  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .  
**C.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B})$ .      **D.**  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) > 0$  và  $0 < P(B) < 1$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}$ .      **B.**  $P(B | A) = \frac{P(A)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}$ .
- C.**  $P(B | A) = \frac{P(\bar{B})P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}$ .      **D.**  $P(B | A) = \frac{P(B)P(B | A)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})}$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó  $P(A)$  bằng

- A.** 0,7.      **B.** 0,4.      **C.** 0,58.      **D.** 0,52.

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ .  
Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $x - 3y + 2z + 7 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(\alpha)$ nhận $\vec{n} = (1; -3; 2)$ làm một vectơ pháp tuyến.	X	
b) $\vec{m} = (2; -6; 4)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$ .	X	
c) Điểm $A(2; 3; 1) \in (\alpha)$ .		X
d) Cho mặt phẳng $(\beta)$ có phương trình $x - 3y + 2z + 2 = 0$ . Khi đó hai mặt phẳng $(\alpha)$ và $(\beta)$ song song với nhau.	X	

**Lời giải.**

- a) Đúng.**  
Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  có dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$ .  
Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .
- b) Đúng.**  
Ta có:  $\vec{m} = 2 \cdot \vec{n}$  nên  $\vec{m} = (2; -6; 4)$  cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- c) Sai.**  
Ta có  $2 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 7 \neq 0$ .
- d) Đúng.**  
Do  $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)}$  và  $7 \neq 2$  nên hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.

Chọn đáp án **a đúng | b đúng | c sai | d đúng** ..... □

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 4)$ ,  $\vec{u} = (1; -1; 2)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ đi qua $A(2; -3; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$	X	
b) Phương trình chính tắc của đường thẳng $d$ đi qua $A(2; -3; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{2}$ .		X
c) Đường thẳng $d$ vuông góc với đường thẳng $a$ , biết $a$ có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .		X
d) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$ , biết đường thẳng $d$ vuông góc với $(P)$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  có dạng 
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 với một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (a; b; c)$  và điểm  $A(x_0; y_0; z_0) \in d$ .

b) **Sai.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  có dạng  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$  với  $M(x_0; y_0; z_0) \in d$  và  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (a; b; c)$ .

c) **Sai.**

Vì  $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_a \neq 0$  nên hai đường thẳng  $d$  và  $a$  không vuông góc với nhau.

d) **Đúng.**

Do  $d$  vuông góc với  $(P)$  nên  $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d đúng

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z = 0$  và mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z + 12 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm là điểm $M(-1; 2; 3)$ .	X	
b) Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng 14.		X
c) Khoảng cách từ tâm $M$ của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 12 = 0$ bằng 3.		X
d) Mặt phẳng $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .		X

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $M(-1; 2; 3)$ .

b) Sai.

Mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = \sqrt{14}$ .

c) Sai.

Ta có  $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 3 + 12|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3$ .

d) Sai.

Ta có  $R > d(M, (P))$  nên mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d sai ..... □

**Câu 16.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2, khi đó

Phát biểu	D	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.		X
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.	X	
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		X
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		X

**Lời giải.**

Ta có  $P(A) = 0,5; P(B) = 0,6; P(AB) = 0,4$ .

a) Sai.

$P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \neq P(AB)$  nên  $A$  và  $B$  không là hai biến cố độc lập.

b) Đúng.

Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là  $P(A) + P(B) - 2 \cdot P(AB) = 0,3$ .

c) Sai.

Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,8.$$

d) Sai.

Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là

$$P(B | \bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = 0,4.$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d sai ..... □

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$  chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$  (m/s), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $a$  bắt đầu chuyển

động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp  $A$ . Tính vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$ .

**Lời giải.**

Quãng đường chất điểm  $A$  đi từ đầu đến khi  $B$  đuổi kịp  $A$  là

$$S_1 = \int_0^{15} \left( \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96 \text{ (m)}.$$

Vận tốc của chất điểm  $B$  là  $v_B(t) = \int a dt = at + C$ .

Tại thời điểm  $t = 3$  vật  $B$  bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên  $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$ .

Lại có quãng đường chất điểm  $B$  đi được đến khi gặp  $A$  là  $S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = 72a$  (m).

Vậy  $72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$  (m/s<sup>2</sup>).

Tại thời điểm đuổi kịp  $A$  thì vận tốc của  $B$  là  $v_B(15) = 16$  (m/s).

**Câu 18.** Cho mặt phẳng  $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$  và hai điểm  $A(0; -1; 1)$ ,  $B(1; 1; -2)$ . Biết  $M(a; b; c) \in (\alpha)$  sao cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức  $A = a + b + c$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(x_A - y_A + 2z_A - 1) \cdot (x_B - y_B + 2z_B - 1) < 0$  nên  $A$  và  $B$  nằm khác phía so với  $(\alpha)$ .

Nên  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $M = AB \cap (\alpha)$ .

Phương trình đường thẳng  $AB: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ , do đó tọa độ điểm  $M$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 3t \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{7} \\ x = \frac{2}{7} \\ y = -\frac{3}{7} \\ z = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Vậy  $T = 0$ .

**Câu 19.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$  và ba điểm  $A(1; 3; -2)$ ,  $B(0; 4; -5)$ ,  $C(1; 2; -4)$ . Biết điểm  $M(a; b; c)$  thuộc đường thẳng  $d$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó Tính giá trị biểu thức  $T = 2a + 3b + c$ .

**Lời giải.**

Ta có  $M \in d$  nên  $M(t; 1+t; -2-2t)$ .

Ta có  $MA^2 = 6t^2 - 6t + 5$ ;  $MB^2 = 6t^2 - 18t + 18$ ;  $2MC^2 = 12t^2 - 24t + 12$ .

Suy ra

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + 2MC^2 &= 24t^2 - 48t + 35 \\ &= 24(t^2 - 2t + 1) + 11 \\ &= 24(t-1)^2 + 11 \geq 11. \end{aligned}$$

Biểu thức  $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $t = 1$ .

Nên  $M(1; 2; -4)$ .

Vậy  $T = 4$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị các trục tọa độ là mét), một quả bóng hình cầu có phương trình bề mặt  $(S): (x - 3)^2 + (x - 4)^2 + (x - 2)^2 = \frac{1}{625}$  bị rơi xuống bể bơi. Do chất liệu đặc biệt nên phân nửa quả bóng nằm bên dưới mặt nước, phân nửa còn lại ở trên. Tính độ cao mực nước biết đáy bể thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ .

**Lời giải.**

Độ cao mực nước bằng khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu đến mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta có  $d(I, (Oxy)) = 2$ .

Vậy độ cao mực nước là 2 mét.

**Câu 21.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con xúc sắc đã ra mặt 5 chấm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Gọi  $A$ : “có ít nhất một con xúc xắc đã ra mặt 5 chấm”.

$B$ : “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc lớn hơn hoặc bằng 10”.

$A = \{(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (1; 5), (2; 5), (3; 5), (4; 5), (6; 5)\}$

$AB = \{(5; 5), (5; 6), (6; 5)\}$

$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{3}{11} \approx 0,27$ .

**Câu 22.** Một đội văn nghệ gồm  $n$  bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 2 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi  $A$  là biến cố: “Có ít nhất một bạn nữ trong 2 bạn được chọn”,  $B$  là biến cố: “Hai bạn được chọn có cùng giới tính”. Biết xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  bằng  $\frac{21}{31}$ , tìm số bạn nam  $n$  của đội văn nghệ.

**Lời giải.**

Ta có  $P(B) = \frac{C_n^2 + C_7^2}{C_{n+7}^2} = \frac{C_n^2 + 21}{C_{n+7}^2}$ .

Vì  $AB$  là biến cố: “Hai bạn được chọn đều là nữ” nên  $P(AB) = \frac{C_7^2}{C_{n+7}^2} = \frac{21}{C_{n+7}^2}$ .

Do đó  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{21}{C_{n+7}^2}}{\frac{C_n^2 + 21}{C_{n+7}^2}} = \frac{21}{C_n^2 + 21}$ .

Theo giả thiết ta có  $P(A | B) = \frac{21}{31}$  hay  $\frac{21}{C_n^2 + 21} = \frac{21}{31}$ .

Do đó  $C_n^2 = 10$  hay  $n(n - 1) = 20$ .

Vì  $n$  là số nguyên dương nên ta tìm được giá trị của  $n$  bằng 5.

## I. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 9

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Biết  $I = \int_0^1 \frac{2x+3}{x+2} dx = a \ln \frac{3}{2} + b$ , ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Khi đó  $a + 2b$  bằng

A. 0.

B. 2.

**C** 3.

D. 7.

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{2x+3}{x+2} dx \\ &= \int_0^1 \frac{2x+4-1}{x+2} dx \\ &= \int_0^1 \left( 2 - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ &= 2x \Big|_0^1 - \ln|x+2| \Big|_0^1 = 2 - \ln \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra  $a = -1, b = 2 \Rightarrow a + 2b = 3$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 2.** Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$  đồ thị hàm số  $y = \cos x$  và trục  $Ox$  là

**A.**  $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx.$

**B.**  $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx.$

**C**  $S = \int_0^\pi |\cos x| dx.$

**D.**  $S = \int_0^\pi \cos x dx.$

**Lời giải.**

Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a; x = b$  có diện tích là  $S = \int_a^b |f(x)| dx$  nên từ đây ta chọn được đáp án đúng là  $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là

**A.**  $\vec{n}_1 = (3; 2; 1).$

**B.**  $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3).$

**C.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; -3).$

**D**  $\vec{n}_2 = (1; 2; 3).$

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**Câu 4.** Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

**A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+6}{8}.$

**B**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}.$

**C.**  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}.$

**D.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{8}.$

**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; 3; 6)$  nhận  $\vec{u} = (2; -3; 8)$  làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{8}$ .

Chọn đáp án (B)..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases}$ . Xét vị trí tương đối giữa  $d_1$  và  $d_2$ .

- A. Chéo nhau.      B. Song song với nhau.      C. Trùng nhau.      D. Cắt nhau.

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d_1$  có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$ , đường thẳng  $d_2$  có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (4; 6; 8)$ . Ta có  $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$  nên hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  song song hoặc trùng nhau.

Lấy  $A(1; 2; 3) \in d_1$ . Thay tọa độ của  $A$  vào  $d_2$  ta có  $\begin{cases} 1 = 3 + 4t \\ 2 = 5 + 6t \\ 3 = 7 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$ .

Suy ra  $A \in d_2$ . Vậy  $d_1$  trùng với  $d_2$ .

Chọn đáp án (C)..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm là điểm  $I(1; 2; 4)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$ .

- A.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$ .      B.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$ .  
 C.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$ .      D.  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 4$ .

**Lời giải.**

Bán kính  $R$  chính bằng khoảng cách từ  $I$  đến  $(P)$ . Do đó,  $R = \frac{|9|}{3} = 3$ .

Phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$ .

Chọn đáp án (C)..... □

**Câu 7.** Cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ . Đường kính của  $(S)$  bằng

- A. 3.      B.  $\sqrt{6}$ .      C.  $2\sqrt{6}$ .      D. 12.

**Lời giải.**

Bán kính mặt cầu là  $R = \sqrt{6}$ . Đường kính mặt cầu là  $2R = 2\sqrt{6}$ .

Chọn đáp án (C)..... □

**Câu 8.** Hộp thứ nhất chứa 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thanh lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi lấy ra ở lần thứ hai là viên bi đỏ, biết viên bi lấy ra ở lần thứ nhất là viên bi xanh.

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{4}{9}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “viên bi lấy ra ở lần thứ hai là viên bi đỏ”;  $B$  là biến cố: “viên bi lấy ra ở lần thứ nhất là viên bi xanh”.

Biến cố  $B$  xảy ra, nghĩa là lần thứ nhất lấy 1 viên bi xanh và bỏ vào hộp thứ hai. Khi đó trong hộp thứ hai sẽ có 3 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ.

Vậy  $P(A | B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án (A)..... □

**Câu 9.** Cho  $A, B$  là các biến cố của một phép thử  $T$ . Biết rằng  $P(B) > 0$ , xác suất của biến cố  $A$  với

điều kiện biến cố  $B$  đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

**A.**  $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$ .

**B.**  $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$ .

**C.**  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

**D.**  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A) \cdot P(B)}$ .

**Lời giải.**

Dựa theo công thức tính xác suất biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  thì  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$  là đáp án đúng.

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 10.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}$ ;  $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

**A.**  $\frac{19}{60}$ .

**B.**  $\frac{17}{60}$ .

**C.**  $\frac{9}{20}$ .

**D.**  $\frac{7}{30}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{60}.$$

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 11.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}$ ;  $P(B|A) = \frac{2}{3}$ ;  $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A|B)$  là

**A.**  $\frac{33}{35}$ .

**B.**  $\frac{32}{35}$ .

**C.**  $\frac{9}{35}$ .

**D.**  $\frac{26}{35}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{32}{35}.$$

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 12.** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II. Phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 2% và của phân xưởng II là 1%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là

**A.** 0,02.

**B.** 0,6.

**C.** 0,014.

**D.** 0,01.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Sản phẩm bị lỗi” và  $B$  là biến cố “Sản phẩm lấy ra do phân xưởng I sản xuất”. Do phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm nên

$$P(B) = 0,4 \text{ và } P(\bar{B}) = 1 - 0,4 = 0,6.$$

Do tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 2% và của phân xưởng II là 1% nên

$$P(A|B) = 0,02 \text{ và } P(A|\bar{B}) = 0,01.$$

Xác suất để sản phẩm lấy ra bị lỗi là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,02 + 0,6 \cdot 0,01 = 0,014.$$

Chọn đáp án **C**..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho ba điểm  $A(4; 1; 0)$ ,  $B(-2; 1; 4)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $I(-3; 0; 2)$ là trung điểm của đoạn $AB$ .		X
b) $(P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 4)$ .		X
c) $(P)$ có phương trình là $3x - 2z + 1 = 0$ .	X	
d) Điểm $M(3; 5; 5)$ nằm trên $(P)$ .	X	

**Lời giải.**

a) Ta có 
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

Do đó,  $I(1; 1; 2)$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

b)  $P$  vuông góc với  $AB$  nên  $\vec{AB} = (-6; 0; 4)$  là một véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$ .  
Do đó,  $\vec{n} = (2; 2; 4)$  không là một véc-tơ pháp tuyến của  $(ABC)$ .

c) Chọn véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{a} = (3; 0; -2)$ .  
Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $3x - 2z + 1 = 0$ .

d) Ta có  $M \in (P)$  vì  $3 \cdot 3 - 2(-2) + 1 = 0$ .  
Vậy  $M$  nằm trên  $(P)$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng

**Câu 14.** Cho điểm  $A(1; 1; 2)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $A$ không thuộc $\Delta$ .	X	
b) Một véc-tơ chỉ phương của $\Delta$ là $\vec{v} = (2; 1; -1)$ .		X
c) Hình chiếu của $A$ trên $\Delta$ là $H(0; -1; 2)$ .	X	
d) Điểm đối xứng với $A$ qua $\Delta$ là $A'(1; 3; -2)$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Ta có  $\frac{1-2}{2} \neq \frac{1+2}{-1} \neq \frac{2-3}{1}$ . Do đó điểm  $A$  không thuộc  $d$

b) Sai. Vì  $\vec{v} = (2; 1; -1)$  không cùng phương với véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 1)$  của  $\Delta$ .

c) Đúng. Gọi  $H(2+2t; -2-t; 3+t)$  là hình chiếu của  $A$  trên  $d$ .

Ta có  $\vec{AH} = (1+2t; -3-t; 1+t)$ .

Ta lại có  $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) - (-3-t) + (1+t) = 0 \Leftrightarrow 6t+6 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ .

Vậy  $H(0; -1; 2)$ .

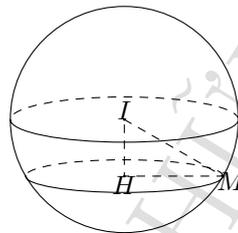
d) Sai. Ta có  $H$  là trung điểm của  $AA'$ . Suy ra  $\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; -3; 2).$

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai

**Câu 15.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$  cho  $I(1; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  cắt  $(P)$  theo một đường tròn có bán kính  $r = 4$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(P)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $IH = \sqrt{3}$ .		X
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 5$ .	X	
c) Tọa độ điểm $H(1; 2; 3)$ .		X
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .	X	

**Lời giải.**



a) Ta có

$$IH = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3.$$

b) Mặt cầu có bán kính  $R = IM = \sqrt{IH^2 + HM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .

c) Đường thẳng  $d$  đi qua  $I$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình tham số  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$  ứng với  $t$  là nghiệm của phương trình

$$2(1 + 2t) + 1 + t + 2(1 + 2t) + 4 = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra tọa độ điểm  $H(-1; 0; -1)$ .

d) Mặt cầu tâm  $I(1; 1; 1)$  bán kính  $R = 5$  có phương trình

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25.$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

**Câu 16.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7”;  $B$  là biến cố: “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để biến cố $B$ xảy ra là $\frac{1}{3}$ .		X
b) Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm là $\frac{1}{6}$ .	X	
c) Số kết quả thuận lợi của biến cố $A$ là 6.	X	
d) Xác suất để có ít nhất có một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm nếu biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7 là $\frac{1}{18}$ .		X

**Lời giải.**

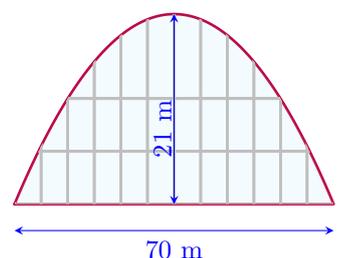
- a) Không gian mẫu  $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ .  
 Ta có  $n(B) = 5 + 5 + 1 = 11$  ứng với các trường hợp  $(5; x); (x; 5); (5; 5)$  ( $x \in \{1; 2; 3; 4; 6\}$ ).  
 Vậy  $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}$ .
- b) Ta có tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc sắc bằng 7 trong đó có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt 5 chấm ứng với các trường hợp  $(5; 2)$  và  $(2; 5)$ .  
 Suy ra  $n(AB) = 2$ .  
 Vậy  $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ .  
 Do đó  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{11}$ .
- c) Biến cố tổng hai mặt là 7. Khi đó  
 $A = \{(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)\}$  nên  $n(A) = 6$ .
- d) Ta có  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36}$ .  
 Suy ra  $P(BA) = P(AB) = \frac{1}{18}$ .  
 Do đó  $P(B | A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d sai

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

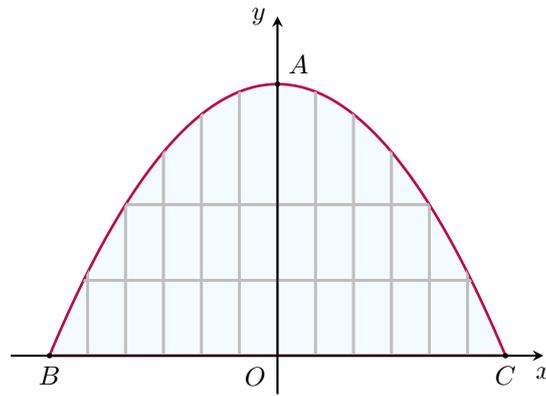
**Câu 17.**

Người ta dự định lắp kính cho cửa của một vòm có dạng parabol. Hãy tính diện tích mặt kính (theo đơn vị  $m^2$ ) cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m.



**Lời giải.**

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN



Đặt vào hệ trục tọa độ, đỉnh cửa trùng với điểm  $A \in Oy$ , hai điểm  $B, C$  thuộc trục  $Ox$ .  
 Do cửa có chiều cao là 35 m và đáy có chiều dài là 70 m nên  $A(0; 21)$ ,  $B(-35; 0)$  và  $C(35; 0)$ .  
 Do đồ thị Parabol cắt trục hoành tại  $B(-35; 0)$  và  $C(35; 0)$  nên parabol có phương trình là  $y = a(x - 35)(x + 35)$ .

Mà parabol qua điểm  $A(0; 21)$  nên  $y = \frac{-3}{175}(x - 35)(x + 35) = \frac{-3}{175}(x^2 - 1225)$ .

Khi đó, diện tích kính của cánh cửa là  $S = \int_{-35}^{35} \frac{-3}{175}(x^2 - 1225) dx = 980 \text{ m}^2$ .

**Câu 18.** Mặt phẳng  $(\alpha): Ax + By + Cz + 1 = 0$  cắt  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại ba điểm  $A, B, C$  sao cho  $G(-1; 2; 2)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tính  $A + 2B + 3C$ .

**Lời giải.**

$(\alpha)$  cắt  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$ .

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $a = -3, b = 6, c = 6$ .

Ta có  $\vec{AB} = (3; 6; 0)$ ,  $\vec{AC} = (3; 0; 6)$  là cặp véc-tơ chỉ phương của  $(ABC)$ ,

Một véc-tơ pháp tuyến của  $(ABC)$  là  $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (36; -18; -18)$ .

Chọn  $\vec{n} = (2; -1; -1)$  là một véc-tơ pháp tuyến của  $(ABC)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $2x - y - z + 6 = 0$  hay  $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}y - \frac{1}{6}z + 1 = 0$ .

Từ đó,  $A = \frac{1}{3}, B = -\frac{1}{6}, C = -\frac{1}{6}$ .

Vậy  $A + 2B + 3C = -0,5$ .

**Câu 19.** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là  $\frac{1}{3}$ . Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

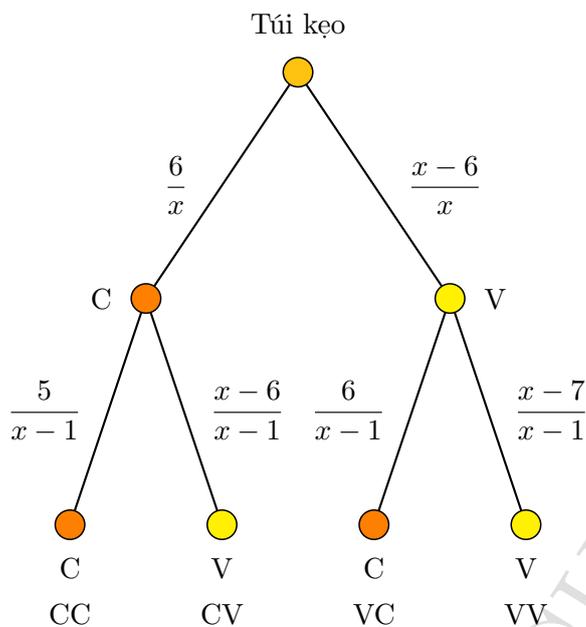
**Lời giải.**

Gọi số kẹo là  $x$  ( $x > 6$ ).

Số kẹo màu vàng là  $x - 6$ .

Khi Hà lấy được chiếc kẹo màu cam thì số kẹo trong túi là  $x - 1$  và số kẹo cam còn lại trong túi là 5 cái.

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là

$$\frac{6}{x} \cdot \frac{5}{x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - x - 90 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ (loại)} \\ x = 10 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy ban đầu trong túi có 10 cái kẹo.

**Câu 20.** Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I (làm tròn hai chữ số thập phân).

**Lời giải.**

Xét biến cố A: “Vận động viên này thuộc đội I”. Xét biến cố B: “Vận động viên này đạt huy chương vàng”.

Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$ .

- ☉ Tính  $P(A)$ : Đây là xác suất để vận động viên đó thuộc đội I. Vậy  $P(A) = \frac{5}{12}$ .
- ☉ Tính  $P(\bar{A})$ :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{12}$ .
- ☉ Tính  $P(B | A)$ : Đây là xác suất để vận động viên thuộc đội I đạt huy chương vàng. Do đó  $P(B | A) = 0,65$ .
- ☉ Tính  $P(B | \bar{A})$ : Đây là xác suất để vận động viên thuộc đội II đạt huy chương vàng. Do đó  $P(B | \bar{A}) = 0,55$ .

Vậy  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55 = \frac{71}{120} \approx 0,59$ .

Khi đó xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là khoảng 0,59.

Ta cần tính  $P(A | B)$ . Theo công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{\frac{71}{120}} = \frac{65}{142} \approx 0,46$$

**Câu 21.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng với hướng nam, trục  $Oy$  có hướng trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Flycam I ở tọa độ  $A(150; 200; 50)$ .

Flycam II ở tọa độ  $B(-180; -240; 60)$ .

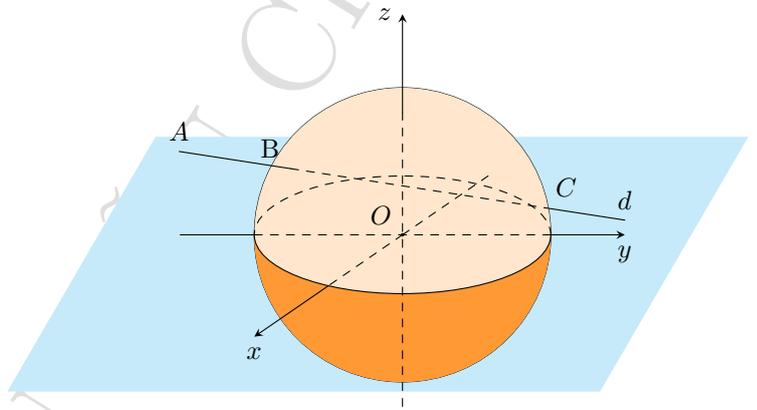
Khoảng cách giữa hai flycam bằng đoạn  $AB$ .

Công thức tính khoảng cách đoạn thẳng.  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Khoảng cách bằng  $AB = \sqrt{(-180 - 150)^2 + (-240 - 200)^2 + (60 - 50)^2} = \sqrt{302600} \approx 550$  m.

**Câu 22.**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0; 0; 0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tính khoảng cách (km) gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-688; -185; 8)$ , có véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  nên có phương trình

$$\text{tham số là } \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 8 \end{cases}$$

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

Ta có  $(P) \perp d$  nên nhận véc-tơ chỉ phương của  $d$  là một véc-tơ pháp tuyến.

Vậy  $(P)$  đi qua  $O(0; 0; 0)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (91; 75; 0)$  nên có phương trình  $91 \cdot (x - 0) + 75 \cdot (y - 0) + 0 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 91x + 75y = 0$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên đường thẳng  $d$ , ta có  $K$  là giao của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó tọa độ của  $K$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \\ 91x + 75y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \\ 91 \cdot (-688 + 91t) + 75 \cdot (-185 + 75t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{11}{2} \\ x = -\frac{375}{2} \\ y = \frac{455}{2} \\ z = 8. \end{cases}$$

Vậy  $K\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ . Tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất chính là  $K\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ .



A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .

D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $PQ$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{PQ} = (1; 2; 3)$ .  
Do đó, phương trình đường thẳng  $PQ$  là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+3}{-3}$  và

$$d_2: \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

A.  $d_1$  và  $d_2$  trùng nhau.

B.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau.

C.  $d_1$  và  $d_2$  song song.

D.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau.

**Lời giải.**

$d_1$  đi qua  $A(1; -3; -3)$ , có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_1 = (1; -2; -3)$ .

$d_2$  đi qua  $B(0; -1; 0)$ , có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_2 = (3; 2; 0)$ .

Ta có  $\vec{a}_1$  không cùng phương  $\vec{a}_2$ .

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \neq 0.$$

$[\vec{a}_1, \vec{a}_2] \cdot \vec{AB} = 0$  nên  $d_1$  cắt và không vuông góc với  $d_2$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm có tâm  $I(1; -3; 2)$  và đi qua điểm  $A(5; -1; 4)$  là

A.  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$ .

B.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$ .

C.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$ .

D.  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu có bán kính  $R = IA = \sqrt{(5-1)^2 + (-1+3)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{6}$ .

Phương trình mặt cầu là  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$ .

Chọn đáp án **(D)** .....

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$  có tâm và bán kính lần lượt là

A.  $I(2; 0; -1), R = 3$ .

B.  $I(4; 0; -2), R = 3$ .

C.  $I(-2; 0; 1), R = 1$ .

D.  $I(2; 0; -1), R = 1$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu đã cho có tâm  $I(2; 0; -1)$ , bán kính  $R = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} - 4 = 1$ .

Chọn đáp án **(D)** .....

**Câu 8.** Một hộp có 5 viên bi cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi và không hoàn lại. Xác suất để lấy được viên bi thứ hai có màu xanh, biết rằng viên bi thứ nhất có màu đỏ là

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{4}{9}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải.**

A là biến cố “Lấy được viên bi thứ hai có màu xanh”;

☑  $B$  là biến cố “Lấy được viên bi thứ nhất có màu đỏ”.

Khi đó xác suất để lấy được viên bi thứ hai có màu xanh, biết rằng viên bi thứ nhất có màu đỏ chính là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$ .

Vì một viên bi đỏ đã được lấy ra ở lần thứ nhất nên trong hộp còn lại 4 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh.

Từ đó ta có  $P(A | B) = \frac{2}{4} = 0,5$ .

Vậy xác suất để lấy được viên bi thứ hai có màu xanh, biết rằng viên bi thứ nhất có màu đỏ là 0,5.

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 9.** Cho hai biến độc lập  $A, B$  với  $P(A) = 0,8$ . Khi đó  $P(A | B)$  bằng

A. 0,2.

B. 0,8.

C. 0,25.

D. 0,75.

💬 Lời giải.

Vì  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, do đó

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8.$$

Chọn đáp án (B) ..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A|B) = 0,7$  và  $P(A|\bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

A. 0,7.

B. 0,4.

C. 0,58.

D. 0,52.

💬 Lời giải.

Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Chọn đáp án (C) ..... □

**Câu 11.** Cho  $A, B$  là các biến cố thỏa mãn  $P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 0,35$ ,  $P(A) = 0,25$ ,  $P(B | A) = 0,8$ . Giá trị của  $P(B)$  bằng

A.  $\frac{1}{5}$ .

B.  $\frac{3}{5}$ .

C.  $\frac{7}{15}$ .

D.  $\frac{2}{3}$ .

💬 Lời giải.

Ta có  $P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) P(\bar{B}|\bar{A}) \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cdot \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,35}{0,75} = \frac{7}{15}$ .

Suy ra  $P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(B|A) P(A) + P(B|\bar{A}) P(\bar{A}) = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án (B) ..... □

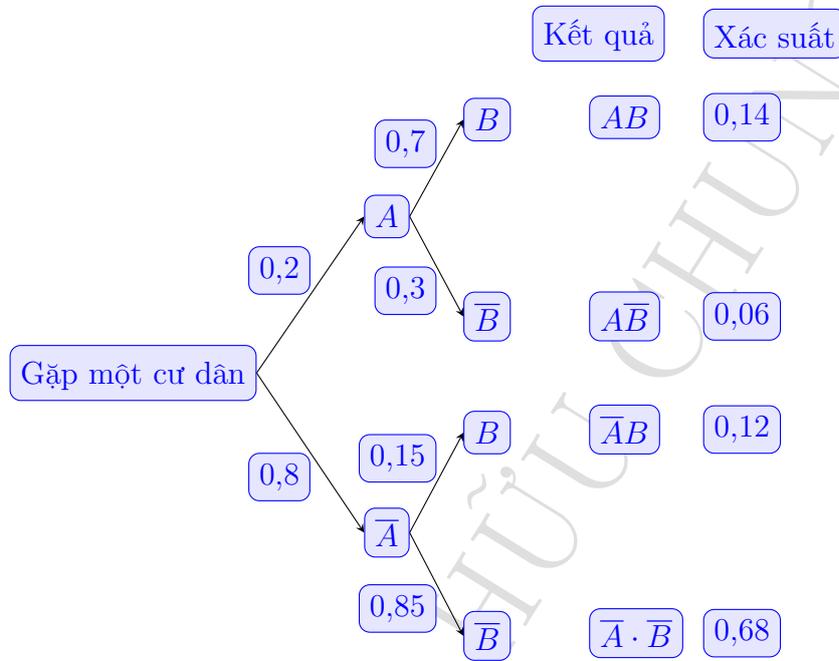
**Câu 12.** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 20% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần

lượt là 70%, 15%. Tỷ lệ gặp một cư dân của xã thì xác suất người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp là bao nhiêu phần trăm?

- A.** 26%.                      **B.** 12%.                      **C.** 68%.                      **D.** 24%.

**Lời giải.**

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi  $A$  là biến cố “Người đó có hút thuốc lá” và  $B$  là biến cố “Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp”. Ta có sơ đồ hình cây sau.



Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,14 + 0,12 = 0,26$ .

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thì xác suất người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp là 26%.

Chọn đáp án **A** ..... □

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Cho ba điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(-2; 1; 4)$ ,  $C(0; -3; 0)$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $A, B, C$ là ba đỉnh của một tam giác.	X	
b) $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$ .		X
c) $D(-5; -2; 4)$ là điểm thỏa mãn điều kiện tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.	X	
d) Bốn điểm $A, B, C, E$ đồng phẳng, biết $E(2; -1; 0)$ .	X	

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (-5; 1; 4)$ ,  $\vec{AC} = (-3; -3; 0)$ .

a) Vì  $\vec{AB}, \vec{AC}$  không cùng phương nên  $A, B, C$  không thẳng hàng hay  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.

b)  $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (12; -12; 12)$ .

Do đó,  $\vec{n} = (1; 1; 1)$  không là một vectơ pháp tuyến của  $(ABC)$ .

c)  $ABDC$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y + 3 = 1 \\ z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \\ z = 4. \end{cases}$

Vậy  $D(-5; -2; 4)$  là điểm thỏa mãn điều kiện tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành.

d) Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $x - y + z - 3 = 0$ .

Ta có  $E \in (ABC)$  vì  $2 - (-1) + 0 - 3 = 0$ .

Vậy bốn điểm  $A, B, C, E$  đồng phẳng.

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 1; 0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $M$  cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $M$ thuộc đường thẳng $d$ .		X
b) Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ làm vectơ chỉ phương.	X	
c) $\Delta$ nhận vectơ $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm vectơ chỉ phương.	X	
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$ .		X

**Lời giải.**

a) Vì tọa độ của điểm  $M(2; 1; 0)$  không thỏa mãn phương trình của  $d$  nên  $M$  không thuộc  $d$ .

b) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A(1; -1; 0)$  và nhận  $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$  làm vectơ chỉ phương.

c) Gọi  $N(1 + 2t; -1 + t; -t)$  là giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  và đường thẳng  $d$ .

Lúc đó đường thẳng  $\Delta$  nhận  $\vec{MN} = (2t - 1; t - 2; -t)$  làm vectơ chỉ phương.

Mặt khác  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên ta có

$$2(2t - 1) + t - 2 + t = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

Với  $t = \frac{2}{3}$  đường thẳng  $\Delta$  nhận  $\vec{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$  hoặc  $\vec{u} = (1; -4; -2)$  làm vectơ chỉ phương.

d) Phương trình đường thẳng  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$ .

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d sai ..... □

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu tâm  $I(-2; 1; 5)$  bán kính 3. Cho các điểm  $A(10; 1; 2), B(0; 1; 4), C(0; 3; 4)$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 3$ .		X

Phát biểu	Đ	S
b) Điểm A ngoài mặt cầu (S).	X	
c) Đường thẳng AB cắt mặt cầu (S).	X	
d) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.		X

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{IA} = (12; 0; -3)$ ,  $\vec{IB} = (2; 0; -1)$  và  $\vec{IC} = (2; 2; -1)$  suy ra  $IA = \sqrt{153}$ ,  $IB = \sqrt{5}$ ,  $IC = 3$ .

a) Phương trình mặt cầu (S) là  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 9$ .

b) Do  $IA > 3$  nên điểm A(10; 1; 2) nằm ở ngoài mặt cầu.

c)  $IB < 3$  nên điểm B(0; 1; 4) nằm ở trong mặt cầu.

Mà điểm A nằm ngoài mặt cầu nên đường thẳng AB cắt mặt cầu.

d) Ta có  $\vec{AB} = (-10; 0; 2)$  và  $\vec{AC} = (-10; 2; 2)$ .

Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-4; 0; -20) = -4(1; 0; 5)$ .

Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là  $x + 5z - 20 = 0$ .

Ta có  $d(I, (ABC)) = \frac{|-2 + 25 - 20|}{\sqrt{1 + 25}} = \frac{3\sqrt{26}}{26}$ .

Khi đó, (S) cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (ABC))} = \sqrt{9 - \frac{9}{26}} = \frac{15\sqrt{26}}{26}$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d sai

**Câu 16.** Một nhóm có 25 học sinh, trong đó 14 học sinh học khá môn Toán, 16 học sinh học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí là $\frac{6}{25}$ .	X	
b) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí là $\frac{14}{25}$ .		X
c) Xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí là $\frac{3}{8}$ .	X	
d) Xác suất để học sinh đó học khá môn Vật lí, biết rằng học sinh đó không học khá môn Toán là $\frac{2}{5}$ .		X

**Lời giải.**

Chọn bất kì một học sinh trong 25 học sinh nên số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = 25$ .

a) Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí”.

Ta có số học sinh học khá cả Toán và Vật lí là  $14 + 16 - 24 = 6$  nên  $n(A) = 6$ .

Xác suất để chọn được học sinh học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{25}$$

- b) Gọi  $B$  là biến cố: “Học sinh được chọn học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí”.  
 Vì số học sinh chỉ học khá môn Toán là  $14 - 6 = 8$  nên  $n(B) = 8$ .  
 Xác suất để chọn được học sinh học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí là

$$P(D) = \frac{8}{25}.$$

- c) Gọi  $C$  là biến cố: “Học sinh được chọn học khá môn Toán” và  $D$  là biến cố: “Học sinh được chọn học khá môn Vật lí”  
 Khi đó xác suất để chọn được học sinh học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí là

$$P(C | D) = \frac{n(C \cap D)}{n(D)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}.$$

- d) Ta có

$$P(D | \bar{C}) = \frac{n(D \cap \bar{C})}{n(\bar{C})} = \frac{16 - 6}{11} = \frac{10}{11}.$$

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 ..... □

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2y - z + 3 = 0$  và điểm  $A(2; 0; 0)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$ , vuông góc với  $(P)$ , cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\frac{4}{3}$  và cắt các tia  $Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $B, C$  khác  $O$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  bằng  $\frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + 3b$ .

**Lời giải.**

Gọi  $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  là giao điểm của  $(\alpha)$  với các tia  $Oy, Oz$ , trong đó  $b, c > 0$ .

Khi đó ta có  $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$ .

Mà  $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$ .

Mặt khác

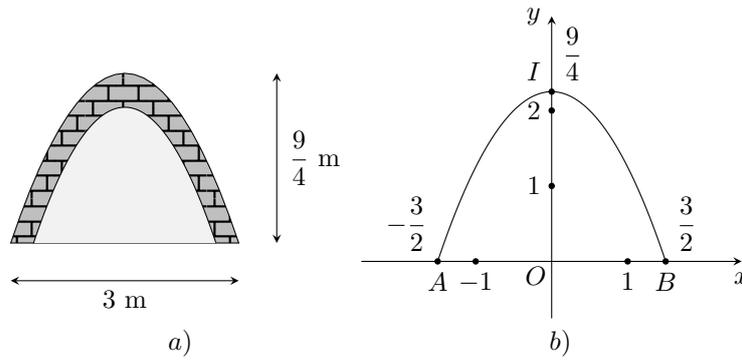
$$d(O; (\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 16 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9$$

$$\Rightarrow 16 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9 \Leftrightarrow c = 2 \Rightarrow b = 4.$$

Khi đó  $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8}{3}$ .

Vậy  $a = 8, b = 3$ , suy ra  $a + 3b = 17$ .

**Câu 18.** Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như hình a). Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh  $I$  và đi qua hai điểm  $A, B$  như hình b). Người ta dự định lắp kính một lớp cho cửa này. Mỗi mét vuông kính có giá 1 triệu đồng và bỏ qua giá tiền khung cửa. Số tiền phải trả khi làm cửa kính là  $a$  triệu đồng. Tìm  $a$ .



**Lời giải.**

Cửa có hình dạng một parabol ( $P$ ) với phương trình  $y = ax^2 + bx + c$ . Parabol ( $P$ ) có đỉnh  $I\left(0; \frac{9}{4}\right)$  nên  $c = \frac{9}{4}$ , suy ra ( $P$ ):  $y = ax^2 + bx + \frac{9}{4}$ .

Vì parabol ( $P$ ) đi qua các điểm  $A\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ ,  $B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$  nên

$$\begin{cases} \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b = -\frac{9}{4} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b = -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0. \end{cases}$$

Do đó ( $P$ ):  $y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

Gọi  $S$  ( $m^2$ ) là diện tích kính cần lắp. Ta có  $S$  bằng diện tích hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi parabol, trục hoành và các đường thẳng  $x = -\frac{3}{2}$ ,  $x = \frac{3}{2}$ .

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x\right) \Big|_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích kính cần lắp là  $\frac{9}{2} m^2$ . Giá tiền phải trả cho phần kính là  $\frac{9}{2} = 4,5$  triệu đồng.

**Câu 19.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng ( $Oxy$ ), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí  $A, B, C$  ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ  $(2; 0; 4)$ ,  $(4; 0; 3)$  và  $(4; 9; 3)$ . Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Ta gọi  $\alpha$  là góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà. Khi đó  $\alpha = ((ABC); Oxy)$

Với  $(ABC)$  nhận véc-tơ  $\vec{n} = [\vec{AB}; \vec{AC}]$  với  $\vec{AB} = (2; 0; -1)$  và  $\vec{AC} = (2; 9; -1)$ . Khi đó  $\vec{n} = (9; 0; 18)$

Với  $(Oxy)$  do  $Oz \perp (Oxy)$  nên mặt phẳng ( $Oxy$ ) nhận  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy  $\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ . Vậy  $\alpha \approx 27^\circ$

**Câu 20.** Bạn Bình đố bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

**Lời giải.**

Xét quả bóng tiếp xúc với các bức tường và chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ bên.

Gọi  $I(a; a; a)$  là tâm của mặt cầu và  $r = a > 0$ .

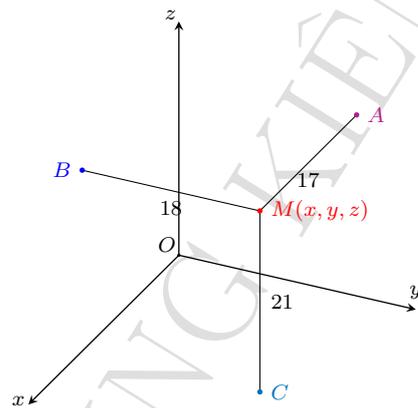
Phương trình mặt cầu của quả bóng là

$$(S): (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2.$$

Giả sử  $M(x; y; z)$  nằm trên mặt cầu (bề mặt của quả bóng) sao cho  $d(M, (Oxy)) = 21$ ,  $d(M, (Oxz)) = 18$ ,  $d(M, (Oyz)) = 17$ . Khi đó  $z = 21, y = 18, x = 17$ . Khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} & (17 - a)^2 + (18 - a)^2 + (21 - a)^2 = a^2 \\ \Leftrightarrow & 2a^2 - 112a + 1054 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a \approx 11,97 \text{ (nhận)} \\ a \approx 44,03 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đường kính của quả bóng rỗ là  $2a \approx 23,9$  cm.



**Câu 21.** Bạn Nam chuẩn bị đi tham quan một hòn đảo trong hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật. Ở hòn đảo đó, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 10%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ Bảy là 0,7. Tính xác suất trời mưa cả hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Ngày thứ Bảy trời mưa” và  $B$  là biến cố “Ngày Chủ nhật trời mưa”.

Ta có  $P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$ ;  $P(B | A) = 0,4$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,3$ .

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất trời mưa vào thứ Bảy và trời mưa vào Chủ nhật là

$$P(AB) = P(A)P(B | A) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12.$$

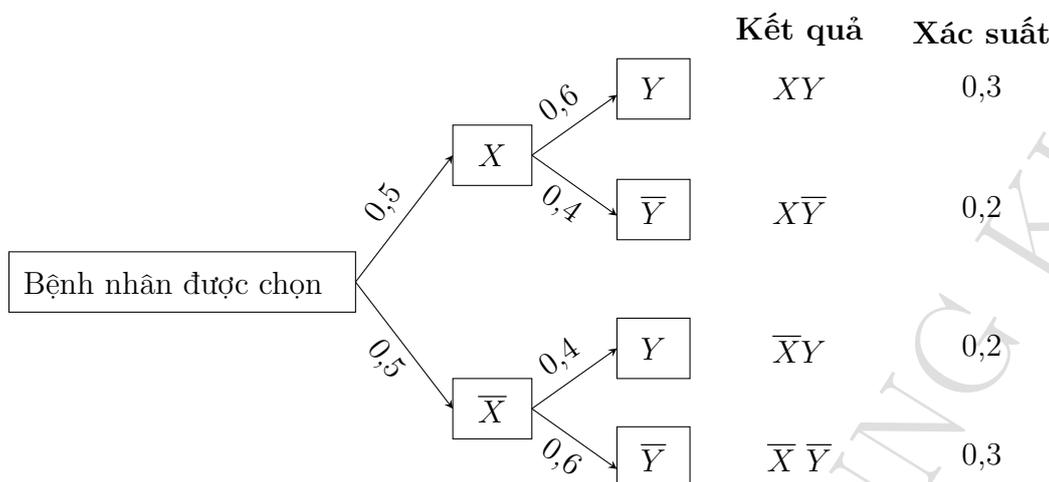
**Câu 22.** Một bệnh viện có hai phòng khám là phòng A và phòng B với khả năng lựa chọn của bệnh nhân là như nhau. Tỷ lệ bệnh nhân nam có ở phòng A và phòng B lần lượt là 60% và 40%. Một người bệnh được chọn ngẫu nhiên từ hai phòng khám và biết người này là nam, tính xác suất để người bệnh được chọn đến từ phòng A.

**Lời giải.**

Một người bệnh được chọn ngẫu nhiên từ hai phòng khám.

Gọi  $X$  là biến cố “Người đó đến từ phòng khám A” và  $Y, \bar{Y}$  lần lượt là biến cố “Người đó là nam” và “Người đó không là nam”.

Ta có sơ đồ hình cây sau



Theo công thức Bayes, ta có

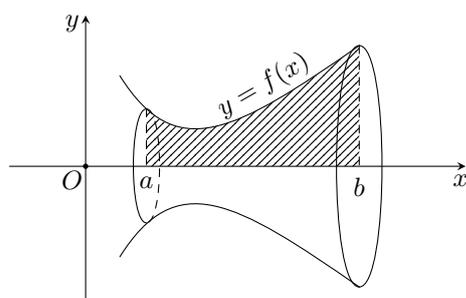
$$P(X|Y) = \frac{P(X)P(Y|X)}{P(X)P(Y|X) + P(\bar{X})P(Y|\bar{X})} = \frac{0,3}{0,3 + 0,2} = 0,6.$$

Vậy với một người bệnh được chọn ngẫu nhiên từ hai phòng khám và biết người này là nam, xác suất để người đó đến từ phòng A là 0,6.

### K. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 11

#### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$  như hình vẽ. Hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng



- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$
- B.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$
- C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$
- D.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Lời giải.**

Khối tròn xoay có thể tích là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}.$  Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx.$

- A.  $\frac{\pi^2 - 2}{8}.$
- B.  $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}.$
- C.  $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}.$
- D.  $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}.$

**Lời giải.**

Ta có

$$f(x) = \int (2 \sin^2 x + 3) dx = \int [4 - (1 - 2 \sin^2 x)] dx = \int (4 - \cos 2x) dx = 4x - \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Do  $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow f(x) = 4x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4.$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(4x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4\right) dx = \left(2x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{8} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

- A.**  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 1 = 0.$
- B.**  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} + 2 = 0.$
- C.**  $x - y + 1 = 0.$
- D.**  $xy + 5 = 0.$

**Lời giải.**

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$  với  $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$  nên  $x - y + 1 = 0$  là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{3}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.**  $Q(3; -2; 3).$
- B.**  $M(-2; -3; -4).$
- C.**  $P(2; 3; 4).$
- D.**  $N(-3; 2; -3).$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  đã cho đi qua điểm  $P(2; 3; 4).$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$  và mặt phẳng  $(P): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$ . Tìm phương trình của đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .

- A.**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$
- B.**  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-7}.$
- C.**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-7}.$
- D.**  $\frac{x+1}{8} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+3}{-14}.$

**Lời giải.**

Vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n} = (4; 3; -7).$

Đường thẳng cần tìm đi qua  $A$  và có vectơ chỉ phương là  $\vec{a} = \vec{n} = (4; 3; -7).$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng là  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}.$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 6)^2 + (y + 7)^2 + (z - 8)^2 = 9^2$ . Tâm của mặt cầu  $(S)$  có tọa độ là

- A.**  $(6; -7; 8).$
- B.**  $(-6; 7; 8).$
- C.**  $(6; 7; -8).$
- D.**  $(6; 7; 8).$

**Lời giải.**

Tâm của mặt cầu  $(S)$  có tọa độ là  $(6; -7; 8).$



**Lời giải.**

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) \\ &= 0,4 \cdot 0,5 + (1 - 0,4) \cdot 0,3 \\ &= 0,38. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 12.** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại một địa phương, xác suất để một ngày có gió là 0,6. Nếu ngày đó có gió thì xác suất có mưa là 0,4. Tính xác suất để trời có gió nhưng không có mưa ở địa phương đó trong một ngày.

- A.** 0,6.                      **B** 0,36.                      **C.** 0,24.                      **D.** 0,16.

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

$A$ : “Ngày có gió” và  $B$ : “Ngày có mưa”.

Xác suất để trời có gió nhưng không có mưa ở địa phương đó trong một ngày là  $P(A\bar{B})$ .

Theo đề bài, nếu ngày có gió thì xác suất có mưa là 0,4 nên  $P(B | A) = 0,4$ .

Suy ra  $P(\bar{B} | A) = 1 - 0,4 = 0,6$ .

Ta có

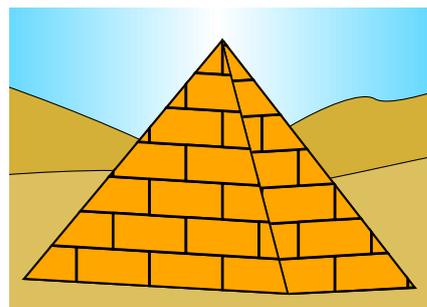
$$P(\bar{B} | A) = \frac{P(A\bar{B})}{P(A)} \Rightarrow P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B} | A) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$$

Chọn đáp án **B** ..... □

**2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

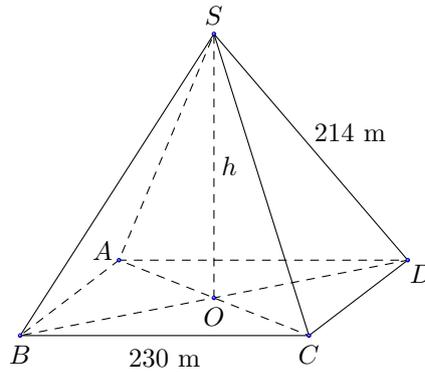
**Câu 13.**

Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông với cạnh dài 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài 214 m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho tâm  $O$  của hình vuông  $ABCD$  là gốc tọa độ, các điểm  $A, B, S$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$ . Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $A(115\sqrt{2}; 0; 0), B(0; 115\sqrt{2}; 0), S(0; 0; 139)$ .	X	
b) Mặt phẳng $(SAB)$ có hai vectơ chỉ phương là $\vec{SA} = (115\sqrt{2}; 0; -139), \vec{BS} = (0; -115\sqrt{2}; 139)$	X	
c) Mặt phẳng $(SBC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(SBC)} = (-139 \cdot 115\sqrt{2}; 139 \cdot 115\sqrt{2}; 115\sqrt{2})$		X
d) Góc giữa hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SBC)$ bằng $34^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị).		X

**Lời giải.**



a) Đúng.

Chiều cao của hình chóp là  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{214^2 - \left(\frac{230}{2}\sqrt{2}\right)^2} \approx 139$  m.

$$OA = \frac{230\sqrt{2}}{2} = 115\sqrt{2}.$$

$$OB = \frac{230\sqrt{2}}{2} = 115\sqrt{2}.$$

Vậy  $A(115\sqrt{2}; 0; 0)$ ,  $B(0; 115\sqrt{2}; 0)$ ,  $S(0; 0; 139)$ .

b) Đúng.

$$\vec{SA} = (115\sqrt{2}; 0; -139);$$

$$\vec{BS} = (0; -115\sqrt{2}; 139).$$

c) Sai.

$A(115\sqrt{2}; 0; 0)$ ,  $B(0; 115\sqrt{2}; 0)$ ,  $S(0; 0; 139)$ ,  $C(-115\sqrt{2}; 0; 0)$ .

$$\vec{BS} = (0; -115\sqrt{2}; 139);$$

$$\vec{CB} = (115\sqrt{2}; 115\sqrt{2}; 0).$$

$$\vec{n}_{(SBC)} = [\vec{BS}, \vec{CB}] = (-139 \cdot 115\sqrt{2}; 139 \cdot 115\sqrt{2}; 115^2 \cdot 2).$$

d) Sai.

Ta có

$$\cos((SAB), (SBC)) = \frac{|-115^4 \cdot 4|}{115^2 \cdot 139^2 \cdot 2 + 115^2 \cdot 139^2 \cdot 2 + 115^4 \cdot 4} = \frac{13225}{32546}.$$

Suy ra  $((SAB), (SBC)) \approx 66^\circ$ .

Góc giữa  $(SAB)$  và  $(SBC)$  xấp xỉ  $66^\circ$ .

Chọn đáp án 

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 .....

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và đường thẳng

$$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $d$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .		X
b) Đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ .		X
c) Đường thẳng $d$ cắt mặt phẳng $(P)$ tại điểm $M(1; 1; 1)$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai.

Đường thẳng  $d$  có véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; 2; -1)$ .

b) Sai.

Mặt phẳng  $(P)$  có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; 1; 1)$ .

Do đó  $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$  nên đường thẳng  $d$  không vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

c) Đúng.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t - 1 \\ z = -t + 2 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng  $d$  cắt mặt phẳng  $(P)$  tại điểm  $M(1; 1; 1)$ .

d) Đúng.

Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

Khi đó  $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (3; -2; -1)$ . Chọn  $M(0; -1; 2) \in d \subset (\alpha)$ .

Phương trình của mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $3x - 2(y + 1) - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z = 0$ .

Hình chiếu vuông góc của  $d$  lên  $(P)$  là  $\Delta = (\alpha) \cap (P)$  nên xét  $\begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ x + y + z - 3 = 0. \end{cases}$

Chọn  $x = 1 + t$  ta có  $\begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t. \end{cases}$

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t. \end{cases}$

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng .....

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Bán kính của mặt cầu $(S)$ là $R = 22$ .		X
b) Phương trình mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 4 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ .		X
c) Tâm của mặt cầu $(S)$ là $I(-2; 1; -4)$ .	X	
d) Điểm $A(0; 0; 2)$ thuộc mặt cầu $(S)$ .		X

**Lời giải.**

Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là  $(-2; 1; -4)$  và bán kính  $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-4)^2 + 1} = \sqrt{22}$ .

a) Sai.

Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = \sqrt{22}$ .

b) Sai.

Ta có  $d(I, (P)) = \frac{|-2 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 - 4|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-4)^2}} = \frac{13\sqrt{21}}{\sqrt{21}} < R$ .

Do đó mặt phẳng ( $P$ ) cắt mặt cầu ( $S$ ).

c) **Đúng.**

Tâm của mặt cầu ( $S$ ) là  $I(-2; 1; -4)$ .

d) **Sai.**

Thay điểm  $A(0; 0; 2)$  vào mặt cầu ( $S$ ) ta thấy  $A \in (S)$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d sai .....

**Câu 16.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

$A$  là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh” và  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		X
b) $P(B) = 0,625$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A   B) = 0,75$ .	X	
d) $P(B   A) = 0,48$ .	X	

**Lời giải.**

Ta có  $A \cap B$  là biến cố “Học sinh được chọn vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán”.

a) **Sai.**

Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$ .

b) **Sai.**

Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$ .

c) **Đúng.**

Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{12}{16} = 0,75.$$

d) **Đúng.**

Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên

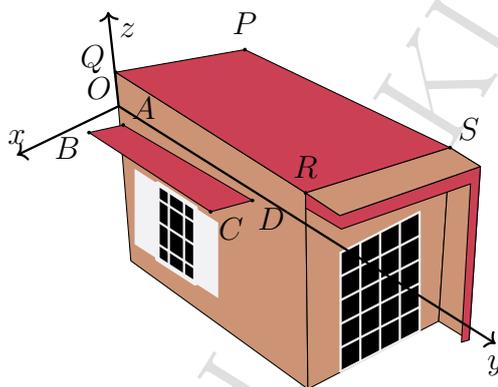
$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng .....

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Hình bên vẽ minh họa mái hiên  $ABCD$  song song với mái nhà  $PQRS$  trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (mái hiên và mái nhà đều phẳng) có  $Q(-10; 0; 200)$ ,  $P(-490; 0; 200)$ ,  $R(0; 1600; 0)$ ,  $A(0; 0; -65)$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  có phương trình  $y + az + 65a = 0$ . Tìm giá trị của  $a$ .



**Lời giải.**

Ta có  $\vec{PQ} = (-480; 0; 0)$ ,  $\vec{PR} = (490; 1600; -200)$ .

$$\Rightarrow [\vec{PQ}, \vec{PR}] = (0; 200; 1600).$$

Mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với  $(PQRS)$  nên  $(ABCD)$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (0; 1; 8)$ .

$$\Rightarrow (ABCD): y + 8z + 520 = 0.$$

Suy ra  $a = 8$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , giao điểm của mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$  và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \text{ là điểm } M(x_0; y_0; z_0). \text{ Tính giá trị của tổng } x_0 + y_0 + z_0.$$

**Lời giải.**

Ta có

⊙  $M \in \Delta \Rightarrow M(12 + 4t; 9 + 3t; 1 + t).$

⊙  $M \in (P) \Rightarrow 3 \cdot (12 + 4t) + 5 \cdot (9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$

⊙  $M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2.$

**Câu 19.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí  $I(200; 450; 60)$ . Một người đang dùng điện thoại đang ở vị trí  $M(a; a; 60)$ . Hỏi có bao nhiêu vị trí điểm  $M$  để người dùng điện thoại có thể nằm trong vùng phủ sóng của trạm dịch vụ này. Biết  $M$  có tọa độ là những số nguyên dương.

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  mô tả ranh giới bên ngoài và bên trong của vùng phủ sóng có tâm  $I(200; 450; 60)$  bán kính  $r = 600$ , có phương trình là  $(S): (x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 600^2$ .

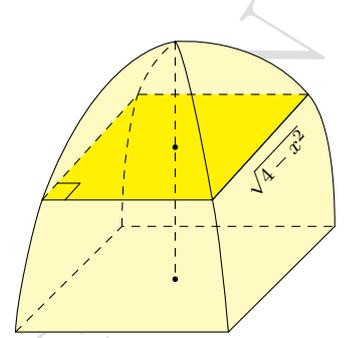
Để điểm  $M$  nằm trong vùng phủ sóng của trạm dịch vụ thì

$$\begin{aligned} IM \leq 600 &\Leftrightarrow (a - 200)^2 + (a - 450)^2 \leq 600^2 \\ &\Leftrightarrow 2a^2 - 600a - 117500 \leq 0 \\ &\Rightarrow -105 \leq a \leq 555 \Rightarrow a \in \{-105; -104; \dots; 555\}. \end{aligned}$$

Vậy có 661 vị trí điểm  $M$  thỏa yêu cầu.

**Câu 20.**

Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng  $x$  (m),  $0 \leq x \leq 2$ , là một hình vuông cạnh bằng  $\sqrt{4 - x^2}$  (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



**Lời giải.**

Diện tích mặt cắt  $S(x) = (\sqrt{4 - x^2})^2 = 4 - x^2$ .

Thể tích cái màn  $V = \int_0^2 S(x)dx = \int_0^2 (4 - x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 = \frac{16}{3} \approx 5,3 \text{ (m}^3\text{)}$ .

**Câu 21.** Một sản phẩm xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả 2 lần đều đạt thì sản phẩm đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% số sản phẩm qua lần kiểm tra đầu tiên sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Xác suất để sản phẩm đó đủ tiêu chuẩn xuất khẩu là  $\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $b - a$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên”, suy ra  $P(A) = 0,98$ .

Gọi  $B$  là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ hai”, suy ra  $P(B | A) = 0,95$ .

Sản phẩm đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải qua được cả 2 lần kiểm tra nên ta cần tính  $P(AB)$ .

Ta có  $P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,98 \cdot 0,95 = 0,931 = \frac{931}{1000}$ .

Khi đó  $a = 931, b = 1000 \Rightarrow b - a = 69$ .

**Câu 22.** Trong một khoa cấp cứu của bệnh viện, người ta thống kê rằng 60% bệnh nhân bị chấn thương đầu là do tai nạn giao thông và còn lại là do tai nạn khác. Loại chấn thương đầu do tai nạn giao thông gây tử vong bệnh nhân chiếm 50% và loại chấn thương do tai nạn khác gây tử vong bệnh nhân chiếm 30%. Xác suất một bệnh án của bệnh nhân tử vong ở khoa cấp cứu đó bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $B$  là biến cố “Bệnh án của bệnh nhân bị chấn thương do tai nạn giao thông”.

Ta có  $P(B) = 0,6$  và  $P(\bar{B}) = 0,4$ .

$T$  là biến cố “Bệnh án của bệnh nhân tử vong”.

Ta có  $P(T | B) = 0,5$  và  $P(T | \bar{B}) = 0,3$ .

Theo công thức xác suất toàn phần ta được

$$P(T) = P(B) \cdot P(T | B) + P(\bar{B}) \cdot P(T | \bar{B}) = 0,6 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,42.$$

## L. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 12

1

### Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x^2 + x + 1$  và  $y = x^2 + 3$  bằng

**A.**  $\frac{9}{2}$ .

**B.**  $\frac{5}{2}$ .

**C.** 4.

**D.** 2.

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị

$$2x^2 + x + 1 = x^2 + 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số là

$$\int_{-2}^1 |2x^2 + x + 1 - x^2 - 3| dx = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = - \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx$$

$$= - \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(2; 1; -3)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 2; -2)$  làm vectơ pháp tuyến là

- A.**  $2x + y - 3z - 10 = 0.$
- B.**  $x + 2y - 2z + 2 = 0.$
- C.**  $2x + y - 3z - 14 = 0.$
- D.**  $x + 2y - 2z - 10 = 0.$

**Lời giải.**

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(2; 1; -3)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 2; -2)$  làm vectơ pháp tuyến là  $x + 2y - 2z - 10 = 0.$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.**  $\vec{u}_1 = (2; 1; 1).$
- B.**  $\vec{u}_2 = (1; 2; -3).$
- C.**  $\vec{u}_3 = (1; -2; -1).$
- D.**  $\vec{u}_4 = (2; 1; -3).$

**Lời giải.**

Vectơ  $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$  là một vectơ chỉ phương của  $d.$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; 1; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.**  $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$
- B.**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$
- C.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$
- D.**  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$

**Lời giải.**

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; 1; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha) :$

$$x + 2y - 2z + 3 = 0 \text{ là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 16$  có bán kính bằng

- A.** 16.
- B.** 4.
- C.** 32.
- D.** 9.

**Lời giải.**

Dựa vào phương trình mặt cầu  $(S)$ , suy ra bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng 4.

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 6.** Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P) : x - 2y - 2z - 2 = 0$  có phương trình là

**A.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3.$

**B.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$

**C.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3.$

**D.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9.$

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P) : x - 2y - 2z - 2 = 0$

$$\Rightarrow r = d(I, (P)) \Rightarrow r = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 7.** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Tiên lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố  $A$  là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 1”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là

**A.** 1.

**B.** 4.

**C.** 3.

**D.** 2.

**Lời giải.**

Tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là  $\{(1; 2); (1; 3); (1; 4)\}.$

Vậy  $n(A) = 3.$

Chọn đáp án **(C)** .....

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,8; P(B) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,2.$  Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là

**A.** 0,4.

**B.** 0,5.

**C.** 0,25.

**D.** 0,625.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4.$$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 9.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}; P(B | A) = \frac{1}{3}; P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}.$  Giá trị của  $P(B)$  là

**A.**  $\frac{19}{60}.$

**B.**  $\frac{17}{60}.$

**C.**  $\frac{9}{20}.$

**D.**  $\frac{7}{30}.$

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{60}.$$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 10.** Cho  $A, B$  là các biến cố thỏa mãn  $P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 0,35, P(A) = 0,25, P(B | A) = 0,8.$  Giá trị của  $P(B)$  bằng

**A.**  $\frac{1}{5}.$

**B.**  $\frac{3}{5}.$

**C.**  $\frac{7}{15}.$

**D.**  $\frac{2}{3}.$

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) P(\bar{B} | \bar{A}) \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cdot \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,35}{0,75} = \frac{7}{15}.$$

Suy ra  $P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  biết  $f(0) = 1$ ,  $f'(x)$  liên tục trên  $[0; 3]$  và  $\int_0^3 f'(x) dx = 9$ . Tính  $f(3)$ .

- A.**  $f(3) = 9$ .                      **B.**  $f(3) = 10$ .                      **C.**  $f(3) = 8$ .                      **D.**  $f(3) = 7$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int_0^3 f'(x) dx = 9 \Leftrightarrow f(x)|_0^3 = 9 \Leftrightarrow f(3) - f(0) = 9 \Leftrightarrow f(3) = 9 + f(0) = 9 + 1 = 10$ .

Vậy  $f(3) = 10$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 12.** Một nhà máy có hai phân xưởng  $I$  và  $II$ . Phân xưởng  $I$  sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng  $II$  sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng  $I$  là 2% và của phân xưởng  $II$  là 1%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là

- A.** 0,02.                      **B.** 0,6.                      **C.** 0,014.                      **D.** 0,01.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Sản phẩm bị lỗi” và  $B$  là biến cố “Sản phẩm lấy ra do phân xưởng  $I$  sản xuất”. Do phân xưởng  $I$  sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng  $II$  sản xuất 60% số sản phẩm nên  $P(B) = 0,4$  và  $P(\bar{B}) = 1 - 0,4 = 0,6$ . Do tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng  $I$  là 2% và của phân xưởng  $II$  là 1% nên  $P(A|B) = 0,02$  và  $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,01$ . Xác suất để sản phẩm lấy ra bị lỗi là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,02 + 0,6 \cdot 0,01 = 0,014.$$

Chọn đáp án **(C)**..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Cho ba điểm  $A(4; 1; 0)$ ,  $B(-2; 1; 4)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $I(-3; 0; 2)$ là trung điểm của đoạn $AB$ .		X
b) $(P)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 4)$ .		X
c) $(P)$ có phương trình là $3x - 2z + 1 = 0$ .	X	
d) Điểm $M(3; 5; 5)$ nằm trên $(P)$ .	X	

**Lời giải.**

a) Ta có 
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

Do đó,  $I(1; 1; 2)$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

b)  $P$  vuông góc với  $AB$  nên  $\vec{AB} = (-6; 0; 4)$  là một véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$ .  
Do đó,  $\vec{n} = (2; 2; 4)$  không là một véc-tơ pháp tuyến của  $(ABC)$ .

c) Chọn véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{a} = (3; 0; -2)$ .  
Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $3x - 2z + 1 = 0$ .

d) Ta có  $M \in (P)$  vì  $3 \cdot 3 - 2(-2) + 1 = 0$ .  
Vậy  $M$  nằm trên  $(P)$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**Câu 14.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ;  $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$  và điểm  $A(1; 2; 3)$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d_1$  và cắt  $d_2$ . Chọn khẳng định đúng, khẳng định sai trong các khẳng định dưới đây.

Phát biểu	Đ	S
a) Hai đường thẳng $d_1, d_2$ lần lượt nhận $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ , $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.	X	
b) Đường thẳng $\Delta$ cắt đường thẳng $d_2$ tại điểm có tọa độ $(2; -1; 2)$ .		X
c) Đường thẳng $\Delta$ có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ $(1; -3; -5)$ .	X	
d) Đường thẳng $\Delta$ có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .	X	

**Lời giải.**

a) Hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt nhận  $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$  làm véc-tơ chỉ phương.

b) Gọi  $M = \Delta \cap d_2 \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t)$ . Ta có  $\vec{AM} = (-t; 2t-1; t-4)$ .  
Vì  $\vec{AM} \perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M(2; -1; -2)$ .

c) Đường thẳng  $\Delta$  nhận véc-tơ  $\vec{AM} = (1; -3; -5)$  làm véc-tơ chỉ phương.

d) Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$$

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4; 6; 8)$  và  $B(2; 4; 4)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đường kính  $AB$ . Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Trung điểm của $AB$ là điểm $I(3; 5; 6)$ .	X	
b) Tọa độ véc-tơ $\vec{AB} = (2; 2; 4)$ .		X
c) Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R = 2\sqrt{6}$ .		X
d) Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 6)^2 = 6$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Trung điểm của  $AB$  là điểm  $I(3; 5; 6)$ .
- b) Tọa độ véc-tơ  $\vec{AB} = (-2; -2; -4)$
- c) Ta có  $AB = \sqrt{4 + 4 + 16} = 2\sqrt{6}$ .  
Suy ra, mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ .
- d) Với  $I(3; 5; 6)$  là trung điểm của  $AB$  và là tâm của mặt cầu  $(S)$ .  
Phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 6)^2 = 6$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d đúng .....

**Câu 16.** Cho hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó. Mỗi phát biểu dưới đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{4}{6}$ .		X
b) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc bằng 6 là $\frac{1}{6}$ .		X
c) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc bằng 6, biết rằng xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{1}{36}$ .	X	
d) Xác suất tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc là số chẵn, biết rằng xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm là $\frac{1}{12}$ .	X	

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”,  
 $B$  là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc bằng 6”  
 $C$  là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc sắc là số chẵn”

- a) Xác suất của  $A$  là  $P(A)$  là xác suất để xúc sắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm. Vì xúc xắc cân đối và đồng chất, nên  $P(A) = \frac{1}{6}$ .
- b) Xác suất của  $B$  là  $P(B) = \frac{5}{36}$ .
- c) Xác suất của  $B$  khi biết  $A$  đã xảy ra là  $P(B | A)$ . Trong trường hợp này, để tổng số chấm là 6, xúc sắc thứ hai phải xuất hiện mặt 2 chấm. Do đó,  $P(B | A) = \frac{1}{6}$ .

Vậy, theo công thức nhân xác suất, ta có:  $P(AB) = P(B | A) \cdot P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ .

d)  $P(CA) = P(C | A)P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Chọn đáp án 

a sai	b sai	c đúng	d đúng
-------	-------	--------	--------

 ..... □

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức  $C'(x) = 5 - 0,06x + 0,00072x^2$  với  $0 \leq x \leq 150$ . Biết rằng  $C(0) = 30$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí (đơn vị triệu đồng) khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng.

**Lời giải.**

Ta có:

$$\begin{aligned} C(100) - C(0) &= \int_0^{100} C'(x) dx = \int_0^{100} (5 - 0,06x + 0,00072x^2) dx \\ &= 5 \int_0^{100} dx - 0,06 \int_0^{100} x dx + 0,00072 \int_0^{100} x^2 dx \\ &= 5x \Big|_0^{100} - 0,03x^2 \Big|_0^{100} + 0,00024x^3 \Big|_0^{100} = 440. \end{aligned}$$

Suy ra  $C(100) = C(0) + 440 = 30 + 440 = 470$  (triệu đồng).

Vậy khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng thì tổng chi phí là 470 triệu đồng.

**Câu 18.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(5; 0; 5)$  đến vị trí  $B(10; 10; 3)$  và hạ cánh tại vị trí  $C(a; b; 0)$ . Giá trị của  $a + b$  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

**Lời giải.**

Do  $A, B, C$  nằm trên cùng một đường thẳng nên  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng phương hay  $\vec{AB} = k \cdot \vec{AC}$  ( $k \neq 0$ ) với  $\vec{AB} = (5; 10; -2)$  và  $\vec{AC} = (a - 5; b; -5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 = k \cdot (a - 5) \\ 10 = k \cdot b \\ -2 = k \cdot (-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{35}{2} \\ b = 25 \\ k = \frac{2}{5} \end{cases} \text{ . Vậy } a + b = \frac{35}{2} + 25 = 42,5$$

**Câu 19.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí  $A(3; 2; -3)$  sẽ hạ cánh tới vị trí  $B(8; 8; 0)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường bay và sân bay. Khi đó  $\alpha = (AB, (Oxy))$ .

Với đường thẳng  $AB$ , nhận véc-tơ  $\vec{AB} = (5; 6; 3)$  làm véc-tơ chỉ phương.

Với  $(Oxy)$  do  $Oz \perp (Oxy)$  nên mặt phẳng  $(Oxy)$  nhận  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  làm véc-tơ pháp tuyến.

Khi đó ta có  $\sin \alpha = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{k}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{3\sqrt{70}}{70}$ . Vậy  $\alpha \approx 21^\circ$

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

**Câu 20.** Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm. Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm.

**Lời giải.**

Xét quả bóng tiếp xúc với các bức tường và chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ bên.

Gọi  $I(a; a; a)$  là tâm của mặt cầu và  $r = a > 0$ .

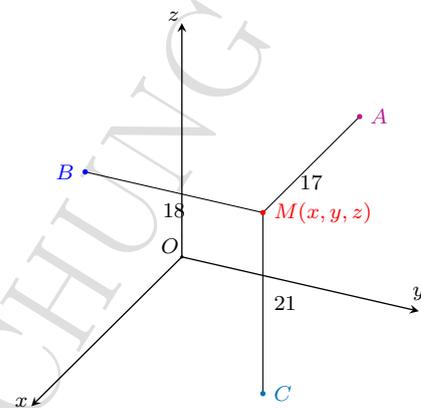
Phương trình mặt cầu của quả bóng là

$$(S): (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2.$$

Giả sử  $M(x; y; z)$  nằm trên mặt cầu (bề mặt của quả bóng) sao cho  $d(M, (Oxy)) = 21$ ,  $d(M, (Oxz)) = 18$ ,  $d(M, (Oyz)) = 17$ . Khi đó  $z = 21, y = 18, x = 17$ . Khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} &(17 - a)^2 + (18 - a)^2 + (21 - a)^2 = a^2 \\ \Leftrightarrow &2a^2 - 112a + 1054 = 0 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a \approx 11,97 \text{ (nhận)} \\ a \approx 44,03 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đường kính của quả bóng rổ là  $2a \approx 23,94$  cm.



**Câu 21.** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi  $A$  là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”;  $B$  là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính  $P(A | \bar{B})$  ở dạng thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm.

**Lời giải.**

Bình có 30 cách chọn, An có 29 cách chọn một viên bi trong hộp.

Do đó  $n(\Omega) = 30 \cdot 29$ .

Bình có 10 cách chọn một viên bi đen, An có 29 cách chọn từ 29 viên bi còn lại.

Do đó  $n(\bar{B}) = 10 \cdot 29$  và  $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)}$ .

Bình có 10 cách chọn một viên bi đen, An có 20 cách chọn một viên bi trắng trong 20 viên bi trắng còn lại.

Do đó  $n(A\bar{B}) = 10 \cdot 20$  và  $P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{n(\Omega)}$ .

$$\text{Vậy } P(A | \bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(A\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{10 \cdot 20}{10 \cdot 29} = \frac{20}{29} \approx 0,69.$$

**Câu 22.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh  $X$  ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh  $X$  là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh  $X$  là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh  $X$ . Khi đó xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh  $X$  có dạng  $\frac{a}{b}$ . Giá trị  $b - a$  là?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “người đó mắc bệnh  $X$ ” và  $B$  là biến cố “Gặp được người đã tiêm vắc xin phòng bệnh  $X$ ”.

Theo công thức xác suất từng phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) \\ &= 0,65 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,17 = 0,092. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} P(\bar{B}|A) &= \frac{P(A\bar{B})}{P(A)} = \frac{P(\bar{B})P(A|\bar{B})}{P(A)} \\ &= \frac{0,35 \cdot 0,17}{0,092} = \frac{119}{184}. \end{aligned}$$

Khi đó  $a = 119$  và  $b = 184$ , suy ra  $b - a = 65$ .

### M. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 13

#### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Cho  $\int_0^5 f(x) dx = 3$ . Giá trị  $\int_0^5 f(x) dx + 3$  là

- A.** 8.                      **B.** 12.                      **C.** 6.                      **D.** 30.

**Lời giải.**

Ta có  $\int_0^5 f(x) dx + 3 = 3 + 3 = 6$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 2.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$ .

- A.**  $e^3$ .                      **B.**  $e^3 - 1$ .                      **C.**  $e^2 - 1$ .                      **D.**  $e(e^2 - 1)$ .

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$  là  $S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$  là

- A.**  $\vec{n} = (3; 6; -2)$ .                      **B.**  $\vec{n} = (2; -1; 3)$ .                      **C.**  $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ .                      **D.**  $\vec{n} = (-2; -1; 3)$ .

**Lời giải.**

Phương trình  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{3}z - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$ .

Do đó mặt phẳng đã cho có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; 6; -2)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$ .      B.  $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$ .

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 0)$  và  $B(0; 1; 2)$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\vec{d} = (-1; 1; 2)$ .      B.  $\vec{a} = (-1; 0; -2)$ .      C.  $\vec{b} = (-1; 0; 2)$ .      D.  $\vec{c} = (1; 2; 2)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (-1; 0; 2)$  suy ra đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{b} = (-1; 0; 2)$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính  $R = 2$ ?

- A.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ .      B.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$ .  
 C.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$ .      D.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$ .

**Lời giải.**

Ta có mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  có bán kính là  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

$$\text{Với } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0, \text{ ta có } \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = 2. \end{cases}$$

Suy ra  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{4} = 2$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

- A.  $I(-1; 2; -3); R = 2$ .      B.  $I(-1; 2; -3); R = 4$ .  
 C.  $I(1; -2; 3); R = \sqrt{2}$ .      D.  $I(1; -2; 3); R = 4$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu đã cho có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 8.** Cho hai biến cố A và B bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .      B.  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ .  
 C.  $P(A | B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$ .      D.  $P(A | B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$ .

**Lời giải.**

Cho hai biến cố A và B bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khi đó  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

Chọn đáp án **(A)**..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố A và B, với  $P(B) = 0,8, P(A | B) = 0,7, P(A | \bar{B}) = 0,45$ . Tính  $P(B | A)$ .

**A.**  $\frac{56}{65}$ .

**B.**  $\frac{12}{19}$ .

**C.**  $\frac{6}{13}$ .

**D.**  $\frac{22}{157}$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $P(B | A) = \frac{P(A | B)P(B)}{P(A | B)P(B) + P(A | \bar{B})P(\bar{B})}$ .

Thay số:  $P(B | A) = \frac{(0,7)(0,8)}{(0,7)(0,8) + (0,45)(0,2)} = \frac{0,56}{0,56 + 0,09} = \frac{56}{65}$ .

Chọn đáp án **A**.....

**Câu 10.** Cho 2 biến cố  $A$  và  $B$ . Công thức xác suất toàn phần nào sau đây đúng?

**A.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .

**B.**  $P(A) = P(\bar{B})P(\bar{A} | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .

**C.**  $P(A) = P(B)P(A | \bar{B}) + P(\bar{B})P(\bar{A} | B)$ .

**D.**  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(\bar{A} | B)$ .

**Lời giải.**

Công thức đúng là  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .

Chọn đáp án **A**.....

**Câu 11.** Một hộp có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Rút ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp mà không trả lại. Tính xác suất để viên bi thứ hai là bi đỏ, với điều kiện rằng viên bi thứ nhất là bi xanh.

**A.**  $\frac{3}{7}$ .

**B.**  $\frac{1}{3}$ .

**C.**  $\frac{2}{7}$ .

**D.**  $\frac{12}{25}$ .

**Lời giải.**

Gọi:

**A:** sự kiện "viên bi đầu tiên là bi xanh".

**B:** sự kiện "viên bi thứ hai là bi đỏ".

Ta cần tính xác suất có điều kiện  $P(B|A)$ .

Xác suất chọn viên bi đầu tiên là bi xanh là  $P(A) = \frac{5}{8}$ .

Sau khi rút viên bi xanh, còn lại 4 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ, tổng cộng có 7 viên bi. Xác suất chọn viên bi thứ hai là bi đỏ là  $P(B|A) = \frac{3}{7}$ .

Chọn đáp án **A**.....

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện của biến cố  $B$  đã xảy ra được gọi là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$ , ký hiệu là  $P(A | B)$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Nếu  $P(A) > 0$  thì  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ .

**B.** Nếu  $P(B) > 0$  thì  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

**C.** Nếu  $P(AB) > 0$  thì  $P(AB) = \frac{P(A)}{P(AB)}$ .

**D.** Nếu  $P(AB) > 0$  thì  $P(AB) = \frac{P(B)}{P(AB)}$ .

**Lời giải.**

Câu hỏi lý thuyết. Phát biểu đúng là Nếu  $P(B) > 0$  thì  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

Chọn đáp án **B**.....

**2**

**Bài tập trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 2024 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .	X	
b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ .		X
c) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; -6; -2)$ .	X	
d) Điểm $M(0; 0; 2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).		X

**Lời giải.**

- a) Vectơ pháp tuyến của (P) là  $\vec{n} = (2; 3; 1)$ .
- b) Thế điểm  $O(0; 0; 0)$  vào mặt phẳng (P) ta thấy điểm  $O \notin (P)$ .
- c)  $\vec{n} = (-4; -6; -2) = -2(2; 3; 1)$ .
- d) Thay điểm  $M(0; 0; 2024)$  vào mặt phẳng (P):  $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2024 - 2024 = 0 \Rightarrow M \in (P)$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 0), B(1; 1; 2)$  và  $C(2; 3; 1)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ .	X	
b) Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .	X	
c) Điểm $M(2; 3; 2)$ không thuộc đường thẳng BC.	X	
d) Điểm $N(3; 5; 0)$ không thuộc đường thẳng BC.		X

**Lời giải.**

- a) Đúng. Gọi d là phương trình đường thẳng qua  $A(1; 2; 0)$  và song song với BC. Ta có  $\vec{BC} = (1; 2; -1) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ .
- b) Đúng. Đường thẳng đi B có vectơ chỉ phương  $\vec{BC} = (1; 2; -1)$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .
- c) Đúng. Vì  $\frac{2-1}{1} = \frac{3-1}{2} \neq \frac{2-2}{-1}$  nên tọa độ M không thỏa phương trình BC.
- d) Sai. Vì  $\frac{3-1}{1} = \frac{5-1}{2} = \frac{0-2}{-1}$  nên tọa độ N thỏa phương trình BC.

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c đúng  d sai

**Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$ . Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ tâm (I) của mặt cầu (S) là $I(4; 0; 0)$ .	X	

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

Phát biểu	Đ	S
b) Bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$ là $R = 14$ .		X
c) Mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$ .	X	
d) Mặt cầu $(S)$ có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$ .		X

**Lời giải.**

Giả sử  $I(a; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \vec{IA} = (1 - a; 1; 2); \vec{IB} = (3 - a; 2; -3)$ .  
Do  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  nên

$$\begin{aligned} IA &= IB \\ \Leftrightarrow \sqrt{(1 - a)^2 + 5} &= \sqrt{(3 - a)^2 + 13} \\ \Leftrightarrow 4a &= 16 \\ \Leftrightarrow a &= 4. \end{aligned}$$

Suy ra mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4; 0; 0)$ , bán kính  $R = IA = \sqrt{14}$ .  
Vậy  $(S)$  là  $(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$ .

- a) Đúng.
- b) Sai.
- c) Đúng.
- d) Sai.

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 .....

**Câu 16.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ, còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là $\frac{1}{10}$ .	X	
b) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$ .		X
c) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$ .	X	
d) Nếu thầy giáo gọi một bạn nữ lên bảng, thì xác suất để bạn đó có tên là Hiền là $\frac{1}{17}$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Đúng. Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là  $P(\text{Hiền}) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ .
- b) Sai. Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó là nữ  $P(\text{Hiền} | \text{Nữ}) = \frac{1}{17}$ .
- c) Đúng. Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó là nam  $P(\text{Hiền} | \text{Nam}) = \frac{2}{13}$ .
- d) Đúng. Nếu thầy giáo gọi một bạn nữ lên bảng, thì xác suất để bạn đó có tên là Hiền:  $P(\text{Hiền} | \text{Nữ}) = \frac{1}{17}$ .

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 .....

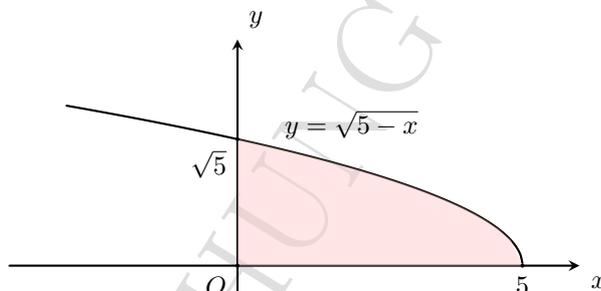
### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{5-x}, x \leq 5$ , trục tung, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ . (Kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

**Lời giải.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm hai hàm số  $y = \sqrt{5-x}, y = 0$ .

$$\begin{aligned} \sqrt{5-x} &= 0 \\ \Leftrightarrow 5-x &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 5. \end{aligned}$$



Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

$$\begin{cases} y = f(x) = \sqrt{5-x} \\ y = 0 \\ x = 0; x = 5. \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay  $D$  quanh  $Ox$  là

$$V = \pi \int_0^5 (\sqrt{5-x})^2 dx = \pi \int_0^5 (5-x) dx = \pi \left( 5x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^5 = \frac{25\pi}{2}.$$

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x-3y+2z-5=0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(Q): ax+by+cz-11=0$ . Tính  $a+b+c$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ , véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$ .

Từ giả thiết suy ra  $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$  là véc-tơ pháp tuyến của  $(Q)$ .

$(Q)$  đi qua điểm  $A(2; 4; 1)$  suy ra phương trình tổng quát của  $(Q)$  là

$$0(x-2) + 8(y-4) + 12(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Suy ra  $a+b+c = 5$ .

**Câu 19.** Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong vòng 40 phút với lưu lượng dòng nước tại thời điểm  $t$  giây là  $v(t) = 10t + 500 \text{ m}^3/\text{s}$ . Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi bao nhiêu triệu  $\text{m}^3$  nước?

**Lời giải.**

Lượng nước xả được trong thời gian 2 400 giây (40 phút) là  $\int_0^{2400} (10t + 500) dt = 3 \cdot 10^7$ .

**Câu 20.** Trong không gian, có một chiếc máy bay không người lái tại điểm  $M(3; -1; 4)$ . Cho biết quỹ đạo bay của chiếc máy bay này là đường thẳng  $(\Delta)$  có véc-tơ chỉ phương  $(-1; b; c)$  và biết rằng quỹ đạo phải song song với mặt đất (mặt phẳng  $(Oxy)$ ) đồng thời vuông góc với hướng của một chiếc máy bay khác đang bay theo đường thẳng  $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$ . Tính  $b+c$ .

**Lời giải.**

Gọi  $\vec{a}, \vec{u}, \vec{n}$  lần lượt là véc-tơ chỉ phương của  $(d)$ , véc-tơ chỉ phương của  $(\Delta)$  và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$ , ta có  $\vec{a} = (2; -1; 3), \vec{n} = (0; 0; 1)$ .

$$\forall \begin{cases} (\Delta) \perp (d) \\ (\Delta) \parallel (Oxy) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{d} \\ \vec{u} \perp \vec{n} \end{cases}. \text{ Do đó } \vec{u} = [\vec{d}; \vec{n}] = (-1; -2; 0).$$

$$\text{Vậy đường thẳng } (\Delta) \text{ cần tìm có phương trình là } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - 2t. \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } b + c = -2.$$

**Câu 21.** Một công ty có 4 nhân viên ở phòng Kế toán và 6 nhân viên ở phòng Nhân sự. Công ty cần chọn ngẫu nhiên 2 nhân viên để tham gia một dự án. Tính xác suất để nhân viên thứ hai được chọn thuộc phòng Nhân sự, với điều kiện rằng nhân viên đầu tiên được chọn thuộc phòng Kế toán. (Kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

**Lời giải.**

Gọi  $A$  biến cố "nhân viên đầu tiên được chọn thuộc phòng Kế toán" và  $B$  là biến cố "nhân viên thứ hai được chọn thuộc phòng Nhân sự".

Xác suất để chọn nhân viên đầu tiên từ phòng Kế toán là  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ .

Sau khi chọn nhân viên đầu tiên từ phòng Kế toán, còn lại 9 nhân viên, trong đó có 6 nhân viên từ phòng Nhân sự. Xác suất để chọn nhân viên thứ hai từ phòng Nhân sự là  $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ .

Vậy, xác suất để nhân viên thứ hai được chọn thuộc phòng Nhân sự, với điều kiện nhân viên đầu tiên được chọn thuộc phòng Kế toán, là  $\frac{2}{3} \approx 0,67$ .

**Câu 22.** Trong một bệnh viện, có ba bác sĩ trực trong ca đêm: bác sĩ A, bác sĩ B, và bác sĩ C. Xác suất để mỗi bác sĩ nhận một ca bệnh trong đêm là khác nhau:

- ☑ Xác suất bác sĩ A nhận ca bệnh là 0,5.
- ☑ Xác suất bác sĩ B nhận ca bệnh là 0,3.
- ☑ Xác suất bác sĩ C nhận ca bệnh là 0,2.

Ngoài ra, xác suất một bệnh nhân được chữa khỏi khi được mỗi bác sĩ điều trị cũng khác nhau:

- ☑ Với bác sĩ A, xác suất chữa khỏi là 0,9.
- ☑ Với bác sĩ B, xác suất chữa khỏi là 0,8.
- ☑ Với bác sĩ C, xác suất chữa khỏi là 0,6.

Giả sử một bệnh nhân đã được chữa khỏi trong ca đêm đó. Tính xác suất để bệnh nhân này được bác sĩ A điều trị. (Kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

**Lời giải.**

Gọi:

- ☑  $A$ : sự kiện "bệnh nhân được bác sĩ A điều trị",
- ☑  $B$ : sự kiện "bệnh nhân được bác sĩ B điều trị",
- ☑  $C$ : sự kiện "bệnh nhân được bác sĩ C điều trị",
- ☑  $K$ : sự kiện "bệnh nhân được chữa khỏi".

Ta cần tính xác suất có điều kiện  $P(A|K)$ , tức là xác suất để bệnh nhân được bác sĩ A điều trị, với điều kiện rằng bệnh nhân đã được chữa khỏi. Sử dụng công thức Bayes, ta có  $P(A|K) = \frac{P(K|A) \cdot P(A)}{P(K)}$ .

Trong đó

$$\begin{aligned} P(K) &= P(K|A) \cdot P(A) + P(K|B) \cdot P(B) + P(K|C) \cdot P(C) \\ &= (0,9 \cdot 0,5) + (0,8 \cdot 0,3) + (0,6 \cdot 0,2) \\ &= 0,45 + 0,24 + 0,12 = 0,81. \end{aligned}$$

Do đó  $P(A|K) = \frac{P(K|A) \cdot P(A)}{P(K)} = \frac{0,9 \cdot 0,5}{0,81} = \frac{0,45}{0,81} \approx 0,56$ .

## N. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 14

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = a^x$  là

- A.**  $\frac{a^{x+1}}{x+1} + C$ .      **B.**  $a^x \ln a + C$ .      **C.**  $\frac{a^x}{\ln a} + C$ .      **D.**  $x \cdot a^{x-1} + C$ .

**Lời giải.**

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 2.** Cho  $\int_a^b f(x) dx = -2$  và  $\int_a^b g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx$ .

- A.**  $I = -13$ .      **B.**  $I = 13$ .      **C.**  $I = -5$ .      **D.**  $I = 5$ .

**Lời giải.**

$$I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_a^b f(x) dx - 3 \int_a^b g(x) dx = 2 \cdot (-2) - 3 \cdot 3 = -13.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 3.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 3]$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$  có diện tích là

- A.**  $S = \int_1^3 f(x) dx$ .      **B.**  $S = \int_1^3 |f(x)| dx$ .      **C.**  $S = \int_3^1 f(x) dx$ .      **D.**  $S = \int_3^1 |f(x)| dx$ .

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng  $S = \int_1^3 |f(x)| dx$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 0; 1), B(-2; 1; 1)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$  là

- A.**  $-x + y + 2 = 0$ .      **B.**  $x - y + 1 = 0$ .      **C.**  $x - y - 2 = 0$ .      **D.**  $x - y + 2 = 0$ .

**Lời giải.**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ . Ta có mặt phẳng trung trực của  $AB$  đi qua điểm  $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{AB} = (-1; 1; 0)$  nên có phương trình  $x - y + 2 = 0$ .

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{4}$ . Véc-tơ chỉ phương  $\vec{u}$  của  $d$  và điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  là

- A.**  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(3; -1; 4)$ .      **B.**  $\vec{u} = (2; 3; -5), M(3; -1; 4)$ .  
**C.**  $\vec{u} = (3; -1; 4), M(1; 3; -4)$ .      **D.**  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(2; 3; -5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} = (6; -2; 8) = 2(3; -1; 4), M(2; 3; -5)$ .

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (-1; 0; 2)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

- A.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ .      **B.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ .      **C.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ .      **D.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ .

**Lời giải.**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 2^2}} = -\frac{2}{5}$$

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 7.** Góc giữa 2 mặt phẳng  $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$  và  $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$  bằng

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

•  $\cos((P), (Q)) = \frac{|8 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} - 8 \cdot 0|}{\sqrt{8^2 + (-4)^2 + (-8)^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

• Suy ra góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng  $45^\circ$ .

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ . Mặt cầu có phương trình  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 4$  có tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  là

- A.**  $I(3; 1; -4), R = 2$ .      **B.**  $I(-3; -1; 4), R = 2$ .  
**C.**  $I(3; 1; -4), R = 4$ .      **D.**  $I(-3; -1; 4), R = 4$ .

**Lời giải.**

Mặt cầu có tâm  $I(3; 1; -4)$  và bán kính  $R = 2$ .

Chọn đáp án **(A)**..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $X$  và  $Y$ . Biết rằng xác suất xảy ra của biến cố  $X$  bằng 0,8, xác suất của biến cố  $Y$  trong điều kiện biến cố  $X$  đã xảy ra bằng 0,2. Tính xác suất của  $X$  và  $Y$  đều xảy ra.

- A.**  $\frac{4}{25}$ .      **B.**  $\frac{3}{25}$ .      **C.**  $\frac{1}{4}$ .      **D.**  $\frac{2}{25}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(X) = 0,8; P(Y | X) = 0,2$ .

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

Suy ra  $P(XY) = P(X) \cdot P(Y | X) = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16 = \frac{4}{25}$ .

Vậy xác suất của  $A$  và  $B$  đều xảy ra là  $P(XY) = \frac{4}{25}$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ . Xác suất của biến cố  $A$ , tính trong điều kiện biết rằng biến cố  $B$  đã xảy ra, được gọi là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$  kí hiệu là

- A.**  $P(A | B)$ .      **B.**  $P(B | A)$ .      **C.**  $P(AB)$ .      **D.**  $P(B)$ .

**Lời giải.**

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện. Xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$  kí hiệu là  $P(A | B)$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A | B) = \frac{1}{3}P(B | A)$  và  $P(AB) \neq 0$ . Tính tỉ số  $\frac{P(A)}{P(B)}$ .

- A.**  $\frac{3}{2}$ .      **B.**  $\frac{2}{3}$ .      **C.**  $\frac{1}{3}$ .      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Theo công thức Bayes ta có

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)} \Leftrightarrow \frac{P(A | B)}{P(B | A)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án (C) ..... □

**Câu 12.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A) = \frac{4}{5}$ ,  $P(B | A) = \frac{1}{4}$  và  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{8}$ .

Tính  $P(B)$ .

- A.**  $\frac{1}{4}$ .      **B.**  $\frac{9}{40}$ .      **C.**  $\frac{1}{40}$ .      **D.**  $\frac{1}{5}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(A) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{1}{5}$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{9}{40}$$

Chọn đáp án (B) ..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 5)$ ,  $B(1; 0; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 4 = 0$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .	X	
b) Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 1.		X

Phát biểu	Đ	S
c) Phương trình tham số của đường thẳng $d$ qua $A$ và vuông góc với $(P)$ là $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$	X	
d) Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta$ qua $B$ , vuông góc với đường thẳng $AB$ và song song với mặt phẳng $(P)$ là $\Delta: \frac{x-1}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$ .		X

**Lời giải.**

a) **Đúng.** Ta có  $(P): 2x - y + z - 4 = 0$ . Suy ra mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; -1; 1)$

b) **Sai.** Ta có  $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - (-1) + 5 - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \sqrt{6}$ .

c) **Đúng.** Đường thẳng  $d$  qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có vec tơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$  nên có phương trình tham số là  $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$

d) **Sai.** Ta có  $\vec{AB} = (-1; 1; -7)$ ,  $\vec{n} = (2; -1; 1) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{n}] = (8; 15; -1)$ .

Ta có  $\begin{cases} \Delta \perp AB \\ \Delta \parallel (P) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (8; 15; -1)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  qua  $B(1; 0; -2)$  nên có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-1}{8} = \frac{y}{15} = \frac{z+1}{-1}$$

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 0; 2)$  và  $B(3; 4; -2)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu tâm $A$ và bán kính 2 có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ .	X	
b) Mặt cầu đường kính $AB$ có tâm $I(2; 2; 0)$ .	X	
c) Bán kính của mặt cầu đường kính $AB$ là $2\sqrt{5}$ .		X
d) Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Oxz)$ và tiếp xúc với mặt cầu đường kính $AB$ có phương trình là $y = 2$ .		X

**Lời giải.**

a) **Đúng.** Mặt cầu tâm  $A$  và bán kính 2 có phương trình  $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ .

b) **Đúng.** Mặt cầu đường kính  $AB$  có tâm  $I(2; 2; 0)$  là trung điểm của  $AB$ .

c) **Sai.** Bán kính của mặt cầu đường kính  $AB$  là

$$R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2 + (-4)^2} = 3.$$

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

d) Sai.

Vì  $(P) \parallel (Oxz)$  nên có dạng  $y + d = 0$ .

Vì  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu nên  $d(I, (P)) = R = 3$ .

$$\text{Suy ra } |2 + d| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = -5. \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng  $(P_1): y + 1 = 0$  và  $(P_2): y - 5 = 0$  song song với mặt phẳng  $(Oxz)$  và tiếp xúc với mặt cầu đường kính  $AB$ .

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d sai ..... □

**Câu 15.** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Gọi  $A$  là biến cố “Thắng thầu dự án 1”;  $B$  là biến cố “Thắng thầu dự án 2”.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.	X	
b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,5 .	X	
c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,4.		X
d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,4.	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.** Theo đề bài ta có  $P(A) = 0,5, P(B) = 0,6, P(AB) = 0,3$ .

Ta có  $P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 = P(AB)$ .

Do đó  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

b) **Sai.** Gọi  $C$  là biến cố: “Thắng thầu đúng 1 dự án”. Suy ra  $C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$ .

Mà  $\overline{AB}$  và  $A\overline{B}$  là hai biến cố xung khắc. Suy ra  $P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B})$ .

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,3 = 0,3$$

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2.$$

$$\text{Do đó } P(C) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B}) = 0,3 + 0,2 = 0,5.$$

c) **Sai.** Gọi  $D$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1”.

$$\text{Khi đó } P(D) = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6.$$

d) **Đúng.** Gọi  $E$  là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”.

$$\text{Khi đó } P(E) = P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{0,3}{1 - 0,5} = 0,6.$$

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d đúng ..... □

**Câu 16.** Khảo sát thị lực 100 học sinh gồm 60 học sinh nam và 40 học sinh nữ. Trong đó học sinh nam có tật khúc xạ là 18 học sinh, học sinh nữ có tật khúc xạ là 12 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn trong 100 học sinh trên. Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh được chọn bị tật khúc xạ”;  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn là nam”.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh được chọn là nữ bằng 0,4.	X	

Phát biểu	Đ	S
b) Xác suất học sinh được chọn bị tật khúc xạ bằng 0,3.	X	
c) Biết rằng bạn đó là nữ, xác suất để học sinh đó bị tật khúc xạ bằng 0,4.		X
d) Biết rằng bạn đó bị tật khúc xạ, xác suất để học sinh đó là nam bằng 0,6.	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Xác suất học sinh được chọn là nữ là  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{60}{100} = 0,4$ .

b) **Đúng.**  $P(A) = \frac{18 + 12}{100} = 0,3$ .

c) **Sai.** Biết rằng bạn đó là nữ, xác suất để học sinh đó bị tật khúc xạ là  $P(A | \bar{B}) = \frac{12}{40} = 0,3$ .

d) **Đúng.**

Xác suất chọn được học sinh nam là  $P(A) = \frac{60}{100} = 0,4$ .

Xác suất chọn học sinh bị tật khúc xạ, biết học sinh đó là nam là  $P(A | B) = \frac{18}{60} = 0,3$ .

Biết rằng bạn đó bị tật khúc xạ, xác suất để học sinh đó là nam là

$$P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,3}{0,3} = 0,6.$$

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d đúng

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $P(3; 1; 0)$ ,  $Q(2; 3; 0)$  và điểm  $N$  di động trên trục  $Oz$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $P$  lên  $OQ$  và  $NQ$ . Đường thẳng  $EF$  cắt trục  $Oz$  tại điểm  $T$ . Khi thể tích khối tứ diện  $PQNT$  nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng  $(PEF)$  có dạng  $ax + by + cz - 9 = 0$ . Tính  $a + b + c$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(3; 1; 0)$ ,  $Q(2; 3; 0) \Rightarrow P, Q \in (Oxy)$ .

$$\text{Có } \begin{cases} PF \perp NQ \\ PE \perp OQ \end{cases} \Rightarrow PE \perp (OQN) \Rightarrow PE \perp NQ$$

mà  $PF \perp NQ$  nên  $NQ \perp (PEF)$ .

Gọi  $N(0; 0; n)$ , ( $n > 0$ ) thuộc trục  $Oz$ .

Khi đó  $\vec{NQ} = (2; 3; -n)$

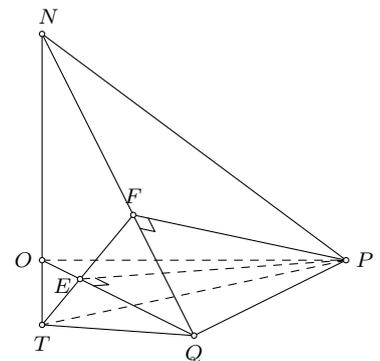
$$\Rightarrow (PEF): 2(x - 3) + 3(y - 1) - nz = 0.$$

$$\Leftrightarrow (PEF): 2x + 3y - nz - 9 = 0$$

$$\Rightarrow T = EF \cap Oz = (PEF) \cap Oz \Rightarrow T \left( 0; 0; -\frac{9}{n} \right).$$

$$\text{Ta có } V_{PQNT} = V_{N.OQP} + V_{T.OQP} = \frac{1}{3}S_{OQP} \cdot ON + \frac{1}{3}S_{OQP} \cdot OT$$

$$= \frac{1}{3}S_{OQP}(ON + OT) = \frac{1}{3}S_{OQP} \cdot NT$$



Vì  $S_{OQP}$  không đổi nên  $V_{PQNT}$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $NT$  nhỏ nhất.

Ta có  $NT = n + \frac{9}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{9}{n}} = 6$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $n = \frac{9}{n} \Rightarrow n = 3$ .

Vậy  $(PEF): 2x + 3y - 3z - 9 = 0 \Rightarrow a + b + c = 2 + 3 - 3 = 2$ .

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ ,  $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$ , cắt  $d_2$  và vuông góc với  $d_1$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng  $d$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (a; b; 1)$ . Tính  $T = a + b + 1$ .

**Lời giải.**

Giả sử đường thẳng  $d$  cắt  $d_2$  tại điểm  $B(x_B; y_B; z_B)$ .

Vì  $B \in d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow B(3+t; -2+2t; 1+t)$ .

Suy ra  $\vec{AB} = (3+t-2; -2+2t+3; 1+t-3) = (1+t; 1+2t; t-2)$ .

Do  $d \perp d_1$  nên ta có

$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 &= 0 \Leftrightarrow (1+t) \cdot 2 + (1+2t) \cdot 3 + (t-2) \cdot (-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 + 2t + 3 + 6t - t + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 7t + 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \\ &\Rightarrow B(2; -4; 0). \end{aligned}$$

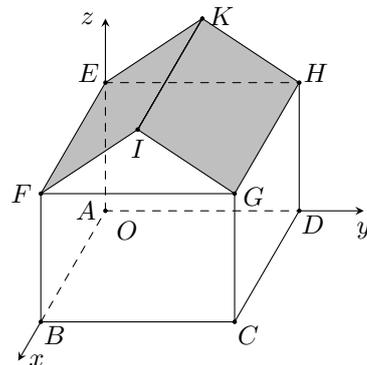
Vì mặt phẳng  $(P)$  đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng  $d$  nên mặt phẳng  $(P)$  đi qua ba điểm  $O(0; 0; 0)$ ,  $A(2; -3; 3)$  và  $B(2; -4; 0)$ .

Ta có  $\begin{cases} \vec{OA} = (2; -3; 3) \\ \vec{OB} = (2; -4; 0) \end{cases} \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] = (12; 6; -2) = -2(-6; -3; 1)$ .

Do đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là của hai vectơ  $\vec{OA}$  và  $\vec{OB}$  dạng  $\vec{n} = (a; b; 1)$  là  $\vec{n} = (-6; -3; 1)$ .

Vậy  $a = -6, b = -3$ . Suy ra  $T = a + b + 1 = -8$ .

**Câu 19.** Một nhà kho được minh họa như hình bên, trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là mét), biết kho có chiều cao bằng 8 m, hai mái  $EFIK, HGIK$  là hai hình chữ nhật bằng nhau, các bức tường tạo thành hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$ ,  $AB = 10$  m,  $AD = 24$  m,  $AE = 7$  m. Khi đó góc giữa hai mái nhà bằng bao nhiêu độ?



**Lời giải.**

Vì  $ABCD.EFGH$  là hình hộp chữ nhật nên ta có:

$AB = CD = EF = GH = 10,$   
 $AE = BF = CG = DH = 7,$   
 $AD = BC = EH = FG = 24.$

Vì  $EFIK, HGIK$  là hai hình chữ nhật bằng nhau nên ta có tam giác  $IGF$  cân tại  $I$  và có chiều cao kẻ từ  $I$  bằng 1. Suy ra

$E(0; 0; 7), F(10; 0; 7), G(10; 24; 7), H(0; 24; 7), I(10; 12; 8).$

$$\vec{EF} = (10; 0; 0), \vec{FI} = (0; 12; 1), \vec{HG} = (10; 0; 0), \vec{GI} = (0; -12; 1).$$

$$[\vec{EF}, \vec{FI}] = (0; -10; 120) = -10(0; 1; -12), [\vec{HG}, \vec{GI}] = (0; -10; -120) = -10(0; 1; 12).$$

Mặt phẳng  $(EFIK)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (0; 1; -12)$ .

Mặt phẳng  $(HGIK)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (0; 1; 12)$ .

Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mái nhà.

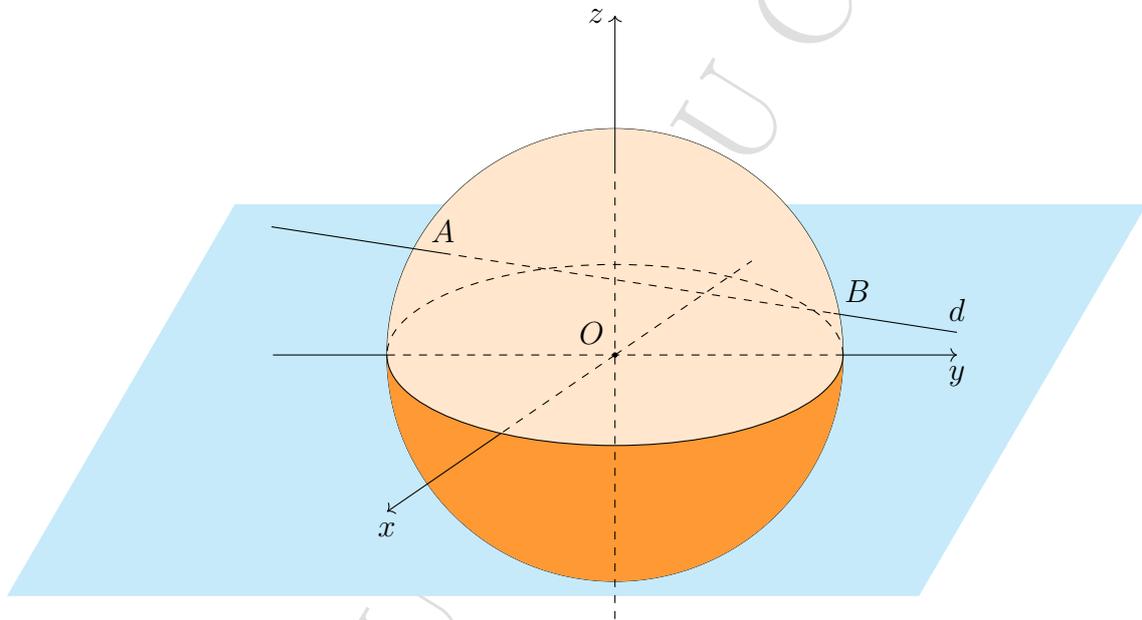
$$\text{Ta có } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + (-12) \cdot 12|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + (-12)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 12^2}} = \frac{143}{145}.$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 9,5^\circ.$$

**Câu 20.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng radar ở vị trí  $O(0; 0; 0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500 km. Một máy

bay của đang chuyển động theo đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}$  và hướng về phía trạm phát sóng

radar. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với trạm kiểm soát radar (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của radar trong không gian là  $(S): x^2 + y^2 = 600^2$ .

Thay  $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}$  vào  $(S): x^2 + y^2 = 600^2$ .

Ta có

$$(100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 = 600^2$$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 10 \\ t \approx 4,15. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của  $d$  và mặt cầu  $(S)$  là  $A(0; 600; 10)$  và  $B(-585; 132; 10)$ .

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB \Rightarrow I(-292,5; 5; 10)$ .

Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với trạm kiểm soát radar là

$$OI = \sqrt{(-292,5)^2 + 366^2 + 10^2} \approx 469\text{km}.$$

**Câu 21.** Lớp 12B có 35 học sinh, trong đó có 20 bạn nữ và 15 bạn nam. Có 4 bạn tên Minh gồm ba bạn nữ và một bạn nam. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một bạn lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để chọn đúng bạn tên Minh là bạn nữ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Chọn bạn tên Minh”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Chọn bạn nữ”.

Ta có  $P(A) = \frac{4}{35}$ ,  $P(B) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$ ,  $P(AB) = \frac{3}{20} = \frac{3}{20}$ .

Xác suất chọn đúng bạn tên Minh với điều kiện là bạn nữ là  $P(A | B)$ .

Ta có

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{4}{7}} = \frac{3}{20} \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{80} \approx 0,26.$$

**Câu 22.** Khảo sát sự yêu thích môn Vật lý của hai lớp 12 của một trường. Lớp 12B1 có 45 học sinh và có 85% học sinh thích môn Vật lý, lớp 12B2 có 35 học sinh và có 70% học sinh thích môn Vật lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Biết rằng bạn đó yêu thích môn Vật lý, tính xác suất bạn đó học lớp 12B1 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Học sinh yêu thích môn Vật lý”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Học sinh lớp 12B1”.

Gọi  $C$  là biến cố: “Học sinh lớp 12B2”.

Theo đề bài ta có

$$P(B) = \frac{45}{80} = \frac{9}{16};$$

$$P(C) = \frac{35}{80} = \frac{7}{16};$$

$$P(A | B) = 85\% = \frac{17}{20};$$

$$P(A | C) = 70\% = \frac{7}{10}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \cdot P(A | B) + P(C) \cdot P(A | C) \\ &= \frac{9}{16} \cdot \frac{17}{20} + \frac{7}{16} \cdot \frac{7}{10} = \frac{153}{320} + \frac{49}{160} = \frac{251}{320}. \end{aligned}$$

Xác suất cần tìm là

$$P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{17}{20} \cdot \frac{9}{16}}{\frac{251}{320}} = \frac{153}{251} \approx 0,61.$$

## O. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 15

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

**A**  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

**B.**  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

**C.**  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

**D.**  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

**Lời giải.**

Áp dụng công thức  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  ( $0 < a \neq 1$ ) ta được  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 2.** Tính tích phân  $\int_0^\pi \sin 3x dx.$

**A.**  $-\frac{1}{3}.$

**B.**  $\frac{1}{3}.$

**C.**  $-\frac{2}{3}.$

**D.**  $\frac{2}{3}.$

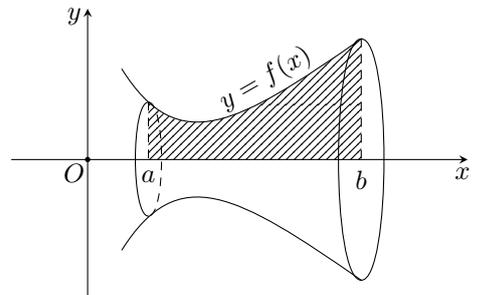
**Lời giải.**

Ta có  $\int_0^\pi \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^\pi = -\frac{1}{3}(-1 - 1) = \frac{2}{3}.$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 3.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$  như hình vẽ. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng



**A.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**B.**  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

**C.**  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

**D.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Lời giải.**

Khối tròn xoay có thể tích là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(-12; 13; -14)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(17; -18; -19)$  có phương trình chính tắc là

**A.**  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{18} = \frac{z+14}{-19}.$

**B.**  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{-18} = \frac{z+14}{19}.$

**C.**  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{18} = \frac{x+14}{19}.$

**D.**  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{-18} = \frac{z+14}{-19}.$

**Lời giải.**

Đường thẳng đi qua điểm  $A(-12; 13; -14)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(17; -18; -19)$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x+12}{17} = \frac{y-13}{-18} = \frac{z+14}{-19}.$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cô-sin của góc giữa đường thẳng chứa trục  $Oy$  và mặt phẳng (P):  $4x - 3y + \sqrt{2}z - 7 = 0$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$

**B.**  $\frac{2}{\sqrt{3}}.$

**C.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

**D.**  $\frac{4}{\sqrt{3}}.$

**Lời giải.**

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng chứa trục  $Oy$  là  $\vec{j} = (0; 1; 0)$  và vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n} = (4; -3; \sqrt{2})$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trên thì

$$\sin \alpha = \left| \cos(\vec{j}, \vec{n}) \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(-6; -9; 15)$  và đường kính bằng 10 có phương trình là

- A.**  $(x + 6)^2 + (y + 9)^2 + (z - 15)^2 = 100.$       **B.**  $(x + 6)^2 + (y + 9)^2 + (z - 15)^2 = 25.$   
**C.**  $(x - 6)^2 + (y - 9)^2 + (z + 15)^2 = 100.$       **D.**  $(x - 6)^2 + (y - 9)^2 + (z + 15)^2 = 25.$

**Lời giải.**

Vì đường kính bằng 10 nên bán kính của mặt cầu bằng  $\frac{10}{2} = 5$ .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x + 6)^2 + (y + 9)^2 + (z - 15)^2 = 25$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $K(1; 1; 1)$  nhận  $\vec{u} = (1; 0; 1)$ ,  $\vec{v} = (1; 1; 0)$  là cặp vectơ chỉ phương có phương trình tổng quát là

- A.**  $x + y + z - 3 = 0.$       **B.**  $x - y + z - 1 = 0.$       **C.**  $x + y - z - 1 = 0.$       **D.**  $-x + y + z - 1 = 0.$

**Lời giải.**

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $K(1; 1; 1)$  nhận  $\vec{u} = (1; 0; 1)$ ,  $\vec{v} = (1; 1; 0)$  là cặp vectơ chỉ phương có dạng phương trình tổng quát:  $ax + by + cz + d = 0$ .

Vì  $(P)$  nhận cặp vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là cặp vectơ chỉ phương nên ta có thể chọn được cho  $(P)$  một vectơ pháp tuyến là  $[\vec{u}, \vec{v}] = (-1; 1; 1)$ .

Do đó  $a = -1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ . Mặt khác  $(P)$  đi qua điểm  $K(1; 1; 1)$  suy ra  $-1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + d = 0$  suy ra  $d = -1$ .

Vậy  $(P)$  có phương trình là  $-x + y + z - 1 = 0$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $\sin \alpha = \frac{4}{9}.$       **B.**  $\cos \alpha = -\frac{4}{9}.$       **C.**  $\sin \alpha = -\frac{4}{9}.$       **D.**  $\cos \alpha = \frac{4}{9}.$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta$  có vtcp  $\vec{u} = (1; 2; -2)$ , mặt phẳng  $(P)$  có vtpt  $\vec{n} = (2; -1; 2)$ .

Khi đó

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 - 2 - 4|}{\sqrt{1 + 4 + 4} \cdot \sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.**  $\frac{1}{3}.$       **B.**  $\frac{1}{2}.$       **C.**  $\frac{1}{6}.$       **D.**  $\frac{1}{4}.$

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **A** .....

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A|B) = 0,7$  và  $P(A|\bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A.** 0,7.                      **B.** 0,4.                      **C** 0,58.                      **D.** 0,52.

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ . Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Chọn đáp án **C** .....

**Câu 11.** Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

- A.**  $\frac{5}{14}$ .                      **B.**  $\frac{5}{9}$ .                      **C**  $\frac{5}{8}$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Xét các biến cố

**A**  $M$ : “Cây được chọn là cây cam”;

**B**  $N$ : “Cây được chọn ở khu B”.

Ta có:  $P(M|N) = \frac{n(M \cap N)}{n(N)} = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$ .

Vậy xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B là  $\frac{5}{8}$ .

Chọn đáp án **C** .....

**Câu 12.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh A là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh A là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Xác suất người đó mắc bệnh A là

- A.** 0,0325.                      **B.** 0,018.                      **C** 0,092.                      **D.** 0,0525.

**Lời giải.**

Gọi  $H_1$  là biến cố “Gặp được người đã tiêm vắc xin phòng bệnh A”,  $H_2$  là biến cố “Gặp được người chưa tiêm vắc xin phòng bệnh A”,  $K$  là biến cố “Người đó mắc bệnh A”.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(K) &= P(H_1) \cdot P(K | H_1) + P(H_2) \cdot P(K | H_2) \\ &= 0,65 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,17 = 0,092. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** .....

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x - 2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z + 2025}{-2}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ . Xét các vectơ  $\vec{u} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{n} = (2; 2; -1)$

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta$ .	X	
b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ .	X	
c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$ .		X
d) Góc giữa đường thẳng $\Delta$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $63^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).	X	

**Lời giải.**

a) Đúng.

Đường thẳng  $\Delta: \frac{x - 2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z + 2025}{-2}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 1; -2)$ .

b) Đúng.

Mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 2; -1)$ .

c) Sai.

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{9}$$

$$\cos(\Delta, (P)) = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{9}$$

d) Đúng.

Ta có  $\sin(\Delta, (P)) = \frac{8}{9} \Rightarrow (\Delta, (P)) = 62^\circ 44' 2''$ .

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d đúng □

**Câu 14.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		X
b) $P(B) = 0,625$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A   B) = 0,75$ .	X	
d) $P(B A) = 0,48$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai. Chọn ngẫu nhiên 1 trong 40 học sinh có  $C_{40}^1$  cách. Do đó  $n(\Omega) = C_{40}^1 = 40$ . Vì có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh nên  $n(A) = 25$ .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{40} = 0,625.$$

b) Sai. Vì có 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán nên  $n(B) = 16$ .

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{16}{40} = 0,4.$$

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

c) Đúng. Vì có 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán nên  $n(A \cap B) = 12$ .

Do đó  $P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{12}{16} = 0,75$ .

d) Đúng vì  $P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{12}{25} = 0,48$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng .....

**Câu 15.** Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con. Gọi  $X$  là biến cố một con bò bị bệnh bò điên,  $Y$  là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .	X	
b) $P(Y   X) = 0,07$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(Y   \bar{X}) = 0,1$ .	X	
d) $P(Y \cap X) = 91 \cdot 10^{-8}$ .		X

**Lời giải.**

a) **Đúng.**

Tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con nghĩa là xác suất của biến cố  $X$  là  $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$ .

b) **Sai.**

Khi con bò bị bệnh bò điên, thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%, nghĩa là  $P(Y | X) = 0,7$ .

c) **Đúng.**

Khi con bò không bị bệnh, thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%, nghĩa là  $P(Y | \bar{X}) = 0,1$ .

d) **Sai.**

Ta có  $P(Y \cap X) = P(Y | X) \cdot P(X) = 0,7 \cdot 13 \cdot 10^{-6} = 91 \cdot 10^{-7}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d sai .....

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí  $I(1; 3; 7)$ . Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu ( $S$ ) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 7)^2 = 9$ .		X
b) Điểm $A(2; 2; 7)$ nằm ngoài mặt cầu ( $S$ ).		X
c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(2; 2; 7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.	X	

Phát biểu	Đ	S
d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(5; 6; 7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		X

**Lời giải.**

- a) Phương trình mặt cầu  $(S)$  để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 7)^2 = 9$ .
- b) Ta có  $IA = \sqrt{2} < 3$ .  
Suy ra điểm  $A(2; 2; 7)$  nằm trong mặt cầu  $(S)$ .
- c) Ta có  $IA = \sqrt{2} < 3$ .  
Suy ra điểm  $A(2; 2; 7)$  nằm trong mặt cầu  $(S)$ .  
Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ  $(2; 2; 7)$  thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.
- d) Gọi  $M(5; 6; 7)$  là vị trí của người dùng điện thoại. Ta có  $IM = 5 > 3$ .  
Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ  $(5; 6; 7)$  không có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d sai ..... □

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.** Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là  $(S): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = 25$ . Phương trình mặt phẳng chứa nắp là  $(P): z = 10$ . Tính khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng chứa nắp.

**Lời giải.**

Ta có tâm  $I(6; 6; 6)$ , bán kính  $R = 5$ .  
Khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng chứa nắp là

$$d(I, (P)) = \frac{|6 - 10|}{1} = 4.$$

**Câu 18.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gán hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà tọa độ lần lượt là  $(1; 1; 10)$ ,  $(4; 3; 1)$ ,  $(3; 2; 5)$  và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình  $x + my + nz + p = 0$ . Giá trị của  $m + n + p$  là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Xét các điểm  $A(1; 1; 10)$ ,  $B(4; 3; 1)$ ,  $C(3; 2; 5)$ .

Khi đó, ta có  $\begin{cases} \vec{AB} = (3; 2; -9) \\ \vec{AC} = (2; 1; -5) \end{cases} \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; -3; -1).$

Gọi  $\vec{n}$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm  $A, B, C$ .

Ta có

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{AB} \\ \vec{n} \perp \vec{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} \text{ cùng phương với } [\vec{AB}, \vec{AC}].$$

Chọn  $\vec{n} = (1; 3; 1)$ .

Suy ra phương trình của mặt phẳng đi qua ba nút lưới là

$$1 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (y - 1) + 1 \cdot (z - 10) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + z - 14 = 0.$$

Vậy  $m = 3, n = 1, p = -14$  nên  $m + n + p = -10$ .

**Câu 19.** Câu lạc bộ văn nghệ của trường Giải Phóng có 40 bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar, là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Xét các biến cố  $A$ : "Chọn được bạn biết chơi đàn organ";  $B$ : "Chọn được bạn biết chơi đàn guitar".

Khi đó,  $P(A) = \frac{27}{40} = 0,675$ ;  $P(B) = \frac{25}{40} = 0,625$ ;  $P(A \cup B) = 1$ .

Suy ra  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,675 + 0,625 - 1 = 0,3$ .

Vậy xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar là  $P(A | B) = \frac{0,3}{0,625} = 0,48$ .

**Câu 20.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8000, trong số đó có 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Lời giải.**

- ☑ Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có  $70\% \cdot 1200 = 840$  (người).  
Khi đó, số người bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là  $1200 - 840 = 360$  (người).
- ☑ Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là  $5\% \cdot 6800 = 340$  (người).  
Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là  $6800 - 340 = 6460$  (người).  
Từ đó, ta có bảng sau (đơn vị: người):

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1200	6800	8000
Dương tính	840	340	1180
Âm tính	360	6460	6820

- ☑ Xét các biến cố sau:
  - $A$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";
  - $B$ : "Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết";

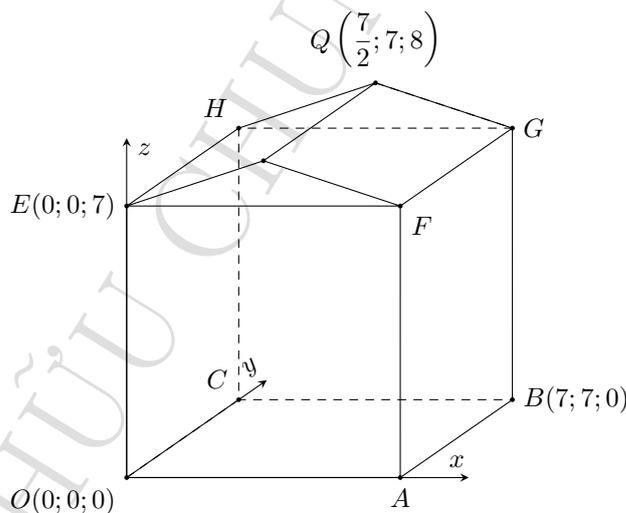
- $C$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)”;
- $D$ : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra lại)”.

Suy ra  $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$  và  $P(AC) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$ .

Vậy  $P(A | C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$ .

**Câu 21.**

Một ngôi nhà có nền nhà là hình vuông, cạnh là 7 mét. Các vách tường hình vuông và vị trí cao nhất trên mái nhà cách sàn nhà 8 mét. Biết rằng hai mái nhà là hai hình chữ nhật bằng nhau. Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



**Lời giải.**

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Theo giả thiết, ta có  $F(7; 0; 7)$ ,  $G(7; 7; 7)$  và  $Q(\frac{7}{2}; 7; 8)$ . Ta gọi  $\alpha$  là góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà.

Khi đó  $\alpha = ((QGF), (Oxy))$ .

Với  $(QGF)$  nhận vectơ  $\vec{n} = [\vec{FG}, \vec{GQ}]$  với  $\vec{FG} = (0; 7; 0)$  và  $\vec{GQ} = (\frac{7}{2}; 0; 1)$ . Khi đó  $\vec{n} = (7; 0; -\frac{49}{2}) = 7(2; 0; -7)$ .

Với  $(Oxy)$  nhận  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  làm vectơ pháp tuyến.

Vậy  $\cos \alpha = \frac{7}{\sqrt{53}}$ .

Vậy  $\alpha \approx 16^\circ$ .

**Câu 22.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 4; 1)$ ;  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Tính  $a + b + c = ?$

**Lời giải.**

Vì  $(Q)$  vuông góc với  $(P)$  nên  $(Q)$  nhận vtpt  $\vec{n} = (1; -3; 2)$  của  $(P)$  làm vtcp.

Mặt khác  $(Q)$  đi qua  $A$  và  $B$  nên  $(Q)$  nhận  $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$  làm vtcp.

$(Q)$  nhận  $\vec{n}_Q = [\vec{n}, \vec{AB}] = (0; 8; 12)$  làm vtpt.

Vậy phương trình mặt phẳng  $(Q): 0(x + 1) + 8(y - 1) + 12(z - 3) = 0$ , hay  $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$ .

Vậy  $a + b + c = 5$ .

**1** Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{5x}$  là

- A.  $e^{5x} \ln 5$ .      B.  $\frac{1}{5}e^{5x} + C$ .      C.  $5e^{5x} + C$ .      D.  $e^{5x}$ .

**Lời giải.**

$$\int f(x) dx = \int e^{5x} dx = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

Chọn đáp án **(B)**..... □

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$ .

- A.  $I = \frac{4581}{5000}$ .      B.  $I = \log \frac{5}{2}$ .      C.  $I = \ln \frac{5}{2}$ .      D.  $I = -\frac{21}{100}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_0^3 = \ln \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 3.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[1; 3]$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$  quay quanh trục  $Ox$ , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \int_1^3 f(x) dx$ .      B.  $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_1^3 f(x) dx$ .      D.  $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$$

Chọn đáp án **(D)**..... □

**Câu 4.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(2; 3; -5)$  và chứa trục  $Ox$  có phương trình là

- A.  $y = 0$ .      B.  $3y - 5z = 0$ .      C.  $5y + 3z = 0$ .      D.  $y - z = 0$ .

**Lời giải.**

Trục  $Ox$  đi qua  $O(0; 0; 0)$  và có  $\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{OA} = (2; 3; -5)$ .

Ta có  $\vec{n} = [\vec{OA}; \vec{i}] = (0; -5; -3)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(2; 3; -5)$  và nhận  $\vec{n} = (0; -5; -3)$  làm một vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$0(x - 2) - 5(y - 3) - 3(z + 5) = 0 \Leftrightarrow -5y - 3z = 0 \Leftrightarrow 5y + 3z = 0.$$

Chọn đáp án **(C)**..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$ :  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .      B.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ .      **C**  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .      D.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ .

**Lời giải.**

$d$ :  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$ :  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ . Tính cosin của góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và trục  $Ox$ .

- A**  $\frac{2}{3}$ .      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D. 0.

**Lời giải.**

Ta có vectơ chỉ phương của trục  $Ox$  là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ , vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  là  $\vec{u} = (2; -1; 2)$ .

Cosin góc tạo bởi đường thẳng  $\Delta$  và trục  $Ox$  là

$$\cos(\Delta, Ox) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{i}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P)$ :  $3x + 4y + 5z + 8 = 0$  và đường thẳng  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $x - 2y + 1 = 0$  và  $(\beta)$ :  $x - 2z - 3 = 0$ . Tính góc  $\varphi$  giữa  $d$  và  $(P)$

- A.**  $\varphi = 30^\circ$ .      **B.**  $\varphi = 45^\circ$ .      **C**  $\varphi = 60^\circ$ .      **D.**  $\varphi = 90^\circ$ .

**Lời giải.**

Các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng  $(P)$ ,  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$  lần lượt là  $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$ ,  $\vec{n}_2 = (1; -2; 0)$ ,  $\vec{n}_3 = (1; 0; -2)$ .

Ta có  $\vec{u} = [\vec{n}_2, \vec{n}_3] = (4; 2; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ . Do đó

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}_1|} = \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{4^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu có tâm  $I(-3; 1; 2)$ , bán kính  $R = 3$  là

- A.**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$ .      **B.**  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .  
**C.**  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ .      **D**  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu có tâm  $I(-3; 1; 2)$ , có bán kính  $R = 3$  là

$$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$$

Chọn đáp án **(D)** .....

**Câu 9.** Cho hai biến độc lập  $A, B$  với  $P(A) = 0,8, P(B) = 0,25$ . Khi đó,  $P(A | B)$  bằng

- A.** 0,2.                      **B.** 0,8.                      **C.** 0,25.                      **D.** 0,75.

**Lời giải.**

Vì  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, do đó

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8.$$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.**  $\frac{1}{3}$ .                      **B.**  $\frac{1}{2}$ .                      **C.**  $\frac{1}{6}$ .                      **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6; P(A | B) = 0,7$  và  $P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

- A.** 0,7.                      **B.** 0,4.                      **C.** 0,58.                      **D.** 0,52.

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(A | B) \cdot P(B) + P(A | \bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Chọn đáp án **(C)** .....

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{4}{5}; P(B | A) = \frac{2}{3}; P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(A | B)$  là

- A.**  $\frac{33}{35}$ .                      **B.**  $\frac{32}{35}$ .                      **C.**  $\frac{9}{35}$ .                      **D.**  $\frac{26}{35}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{32}{35}.$$

Chọn đáp án **(B)** .....

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$  và điểm  $A(3; 2; 0)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $M(-1; -3; -2) \in d$ .	X	
b) $\vec{u} = (1; 2; 2)$ là vectơ chỉ phương của $d$ .	X	
c) Tọa độ hình chiếu của $A$ lên đường thẳng $d$ là $H(2; 2; 1)$ .		X
d) Điểm đối xứng của điểm $A$ qua đường thẳng $d$ có tọa độ là $A'(1; 0; 4)$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$  nên  $M(-1; -3; -2) \in d$ .

b) Đúng. Đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$  nên  $\vec{u} = (1; 2; 2)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ .

c) Sai.

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

Phương trình của mặt phẳng  $(P)$  là

$$1 \cdot (x - 3) + 2 \cdot (y - 2) + 2 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0.$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên đường thẳng  $d$ , khi đó  $H = d \cap (P)$ .

Suy ra  $H \in d \Rightarrow H(-1 + t; -3 + 2t; -2 + 2t)$ .

Mặt khác  $H \in (P) \Rightarrow -1 + t - 6 + 4t - 4 + 4t - 7 = 0 \Rightarrow t = 2$ . Vậy  $H(1; 1; 2)$ .

d) Sai.

Gọi  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua đường thẳng  $d$ , khi đó  $H$  là trung điểm của  $AA'$  nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x_A + x_{A'} = 2x_H \\ y_A + y_{A'} = 2y_H \\ z_A + z_{A'} = 2z_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2 \cdot 1 - 3 = -1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2 \cdot 2 - 0 = 4. \end{cases}$$

Do đó,  $A'(-1; 0; 4)$ .

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d sai ..... □

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$   $B(0; 2; 0)$   $C(0; 0; 3)$  và phương trình mặt cầu  $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Thể tích của $(S)$ là $V = 36\pi$ .	X	
b) Phương trình mặt cầu nhận $AB$ làm đường kính có tâm là $I\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$ .		X
c) Gọi $K$ là tâm của $(S)$ , khi đó $d(K; (ABC)) = \frac{9}{7}$ .		X
d) Tập hợp các điểm $M$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính bằng 2.		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Với  $R = 3$ . Thể tích của khối cầu  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

b) Sai. Phương trình mặt cầu nhận trung điểm I của AB làm tâm. Khi đó  $I\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$

c) Sai. Ta có  $K(3; -2; 1)$

và phương trình mặt phẳng  $(ABC) : \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

$$\text{Khi đó, } d(K; (ABC)) = \frac{\left|\frac{3}{1} + \frac{-2}{2} + \frac{1}{3} - 1\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{8}{7}.$$

d) Sai. Giả sử  $M(x; y; z)$

Ta có  $MA^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2$ ;  $MB^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2$ ;  $MC^2 = x^2 + y^2 + (z - 3)^2$ .

Khi đó,  $MA^2 = MB^2 + MC^2$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = (y - 2)^2 + x^2 + (y - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính là  $R = \sqrt{2}$ .

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d sai .....

**Câu 15.** Một xạ thủ bắn vào bia số 1 và bia số 2. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 1, bia số 2 lần lượt là 0,8; 0,9. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng cả hai bia là 0,8. Xét hai biến cố

A: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 1”;

B: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 2”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

Phát biểu	Đ	S
a) Hai biến cố A và B có độc lập.		X
b) Biết xạ thủ đó bắn trúng bia số 1 thì xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là 0,72.		X
c) Biết xạ thủ đó không bắn trúng bia số 1, thì xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 bằng 0,9.	X	
d) Biết xạ thủ đó không bắn trúng bia số 1 thì xác suất xạ thủ đó bắn không trúng bia số 2 bằng 0,9.		X

**Lời giải.**

a) Đúng. A và B là hai biến cố độc lập.

b) Sai. Xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 và bia số 1 là

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B) \cdot P(A)}{P(A)} = P(B) = 0,9.$$

c) Đúng. Xác suất xạ thủ đó bắn không bắn trúng bia số 1 mà trúng bia số 2 là

$$P(B | \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = P(B) = 0,9.$$

d) Sai. Xác suất xạ thủ đó bắn không bắn trúng bia số 1 và không trúng bia số 2 là

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d sai ..... □

**Câu 16.** Tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 75%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh A là 10%; trong số những người chưa tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh A là 32%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Gọi A là biến cố: “Người được chọn đã tiêm vắc xin phòng bệnh” và B là biến cố: “Người được chọn mắc bệnh A”.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,25$ .		X
b) $P(B   A) = 0,1$ .	X	

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B   \bar{A}) = 0,32$ .	X	
d) $P(\bar{A} B) = \frac{16}{31}$ .	X	

**Lời giải.**

Vì tỷ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở địa phương là 75% nên  $P(A) = 0,75$  và  $P(\bar{A}) = 0,25$ . Vì tỷ lệ mắc bệnh A trong số những người đã tiêm phòng là 10% và trong số những người chưa tiêm phòng là 32% nên  $P(B | A) = 0,1$  và  $P(B | \bar{A}) = 0,32$ .

Theo công thức Bayes

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,25 \cdot 0,32}{0,75 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,32} = \frac{16}{31}.$$

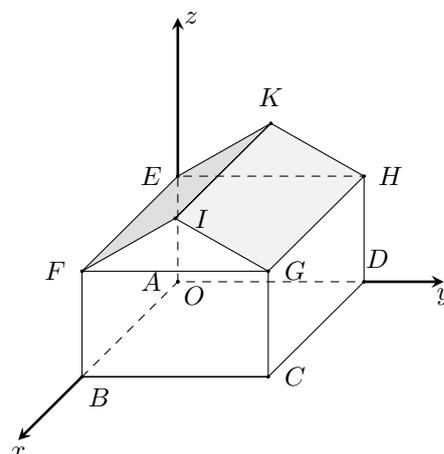
- a) Sai.
- b) Đúng.
- c) Đúng.
- d) Đúng.

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d đúng ..... □

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.**

Hình bên minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái  $EFIK$ ,  $HGIK$  có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFGH$  với  $AB = 10$  m,  $AC = 24$  m,  $AE = 7$  m. Mặt phẳng  $(EFIK)$  có phương trình  $ax + y + bz + c = 0$ . Tìm giá trị của  $a - bc$ .



**Lời giải.**

Vì  $AB = 10$ ,  $AC = 24$ ,  $AE = 7$  ta xác định được  $E(0; 0; 7)$ ,  $F(10; 0; 7)$ ,  $I(10; 12; 9)$ .

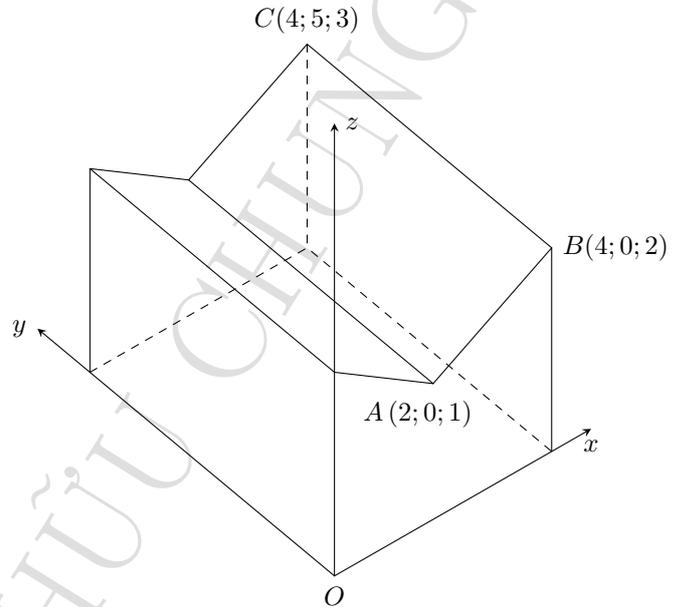
Ta có mặt phẳng  $(EFIK)$  nhận hai vectơ không cùng phương  $\vec{EF} = (10; 0; 0)$  và  $\vec{EI} = (10; 12; 2)$  làm vectơ chỉ phương.

Do đó mặt phẳng  $(EFIK)$  nhận vectơ  $\vec{n} = [\vec{EF}, \vec{EI}] = (0; 1; -6)$ .

Khi đó  $(EFIK): y - 6z + 42 = 0$ . Suy ra  $a - 6c = 252$ .

**Câu 18.**

Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ  $(2; 0; 1)$ ,  $(4; 0; 2)$  và  $(4; 5; 3)$ . Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(ABC)$  có cặp vectơ chỉ phương là  $\vec{AB} = (2; 0; 1)$ ,  $\vec{AC} = (2; 5; 2)$ .

Ta có  $[\vec{AC}, \vec{AB}] = (5; 2; -10)$ .

Suy ra mặt phẳng  $(ABC)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (5; 2; -10)$ .

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Từ đó, góc có  $\alpha$  giữa mái nhà bên phải và nền nhà có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|5 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 10 \cdot 1|}{\sqrt{5^2 + 2^2 + (-10)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{129}}$$

Suy ra  $\alpha \approx 28^\circ$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  và điểm  $A(2; -1; 1)$ . Biết rằng điểm  $B(a; b; c)$  thuộc  $(P)$  sao cho đường thẳng  $AB$  song song với đường thẳng  $d$ . Tính giá trị của  $2a + b^2 + c^2$ .

**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng  $AB: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = -1 + 3t' \\ z = 1 + t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}).$

Vì  $B(a; b; c) \in (P) \Rightarrow t' = 1 \Rightarrow B(1; 2; 2)$ .

Vậy  $2a + b^2 + c^2 = 10$ .

**Câu 20.** Tại một khu phố có 100 căn nhà, trong đó có 40 căn nhà gắn biển số lẻ. Biết rằng có 25 căn nhà gắn biển số lẻ và 15 nhà gắn biển số chẵn có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn gắn biển số lẻ, biết rằng nhà đó không có ô tô.

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

A: “Nhà được chọn gắn số lẻ.”

B: “Nhà được chọn có ô tô.”

Khi đó xác suất nhà được chọn gắn biển số lẻ, biết rằng nhà đó không có ô tô, là  $P(A|\bar{B})$ .

Số căn nhà gắn số lẻ và không có ô tô là  $n(A \cap \bar{B}) = 40 - 25 = 15$ .

Số căn nhà không có ô tô là  $n(\bar{B}) = 100 - (25 + 15) = 60$ .

Ta có

$$P(A|\bar{B}) = \frac{n(A \cap \bar{B})}{n(\bar{B})} = 0,25.$$

**Câu 21.** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Xét biến cố A “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Xét biến cố B “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$ .

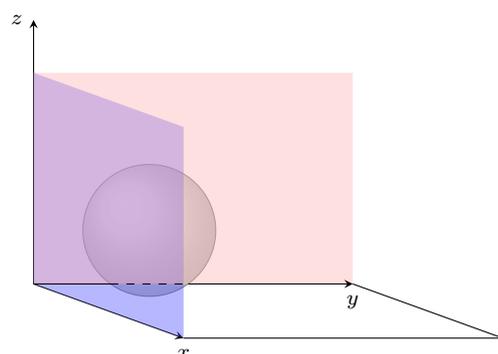
- ⊙ Tính  $P(A)$ : Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Có  $n(\Omega) = C_{10}^1$ ,  $n(A) = C_3^1$ . Vậy  $P(A) = \frac{3}{10}$ .
- ⊙ Tính  $P(\bar{A})$ :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}$ .
- ⊙ Tính  $P(B | A)$ : Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có  $P(B | A) = \frac{11}{16}$ .
- ⊙ Tính  $P(B | \bar{A})$ : Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có  $P(B | \bar{A}) = \frac{10}{16}$ .

Vậy  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} = 0,64375$ .

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng xấp xỉ là 0,64.

**Câu 22.**

Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2; 3; 1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu là  $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = a^2$ .

Gọi  $M(x; y; z) \in (S)$  sao cho  $d(M, (Oxy)) = 1, d(M, (Oyz)) = 2, d(M, (Oxz)) = 3$

$$\Rightarrow M(2; 3; 1) \in (S) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + \sqrt{2} = r_1 \\ a = 3 - \sqrt{2} = r_2. \end{cases}$$

Suy ra  $2r_1 + 2r_2 = 12$ .

**Q. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 17**

**1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 - \sin x$  là

- A.**  $x - \cos x + C.$       **B.**  $x + \cos x + C.$       **C.**  $1 - \cos x + C.$       **D.**  $1 + \cos x + C.$

**Lời giải.**

Ta có  $\int (1 - \sin x) dx = x + \cos x + C.$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(2) = 3, f(5) = 2$ . Tính  $\int_2^5 f'(x) dx$ ?

- A.**  $-1.$       **B.**  $1.$       **C.**  $5.$       **D.**  $6.$

**Lời giải.**

$$\int_2^5 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^5 = f(5) - f(2) = 2 - 3 = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 4]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 4$  là

- A.**  $S = \int_0^4 |f(x)| dx.$       **B.**  $S = \int_0^4 f(x) dx.$       **C.**  $S = - \int_0^4 f(x) dx.$       **D.**  $S = \int_4^0 |f(x)| dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 4$

là  $S = \int_0^4 |f(x)| dx.$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1), C(-10; 5; 3)$ . Một cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.**  $\vec{AB} = (2; 1; -2), \vec{AC} = (-12; 6; 0).$       **B.**  $\vec{AB} = (2; 1; 2), \vec{AC} = (12; 6; 0).$   
**C.**  $\vec{AB} = (-2; 1; 2), \vec{AC} = (-12; 6; 0).$       **D.**  $\vec{AB} = (2; 1; -2), \vec{AC} = (-12; 6; 3).$

**Lời giải.**

Ta có 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2) \\ \overrightarrow{AC} = (-12; 6; 0). \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$ : 
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$
. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.**  $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$ .      **B.**  $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$ .      **C.**  $\vec{u}_3 = (1; 2; 1)$ .      **D.**  $\vec{u}_4 = (2; 0; 2)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$ .

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$ :  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$  và mặt phẳng  $(P)$ :  $3x - 2y + z - 6 = 0$ . Giá trị của  $\sin(d, (P))$  bằng

- A.**  $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{6}}{42}$ .      **C.**  $\frac{4\sqrt{6}}{21}$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (2; 1; 4)$ , mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (3; -2; 1)$ .

Suy ra 
$$\sin(d, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) + 4 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 4^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4\sqrt{6}}{21}$$
.

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $2x + 2y + z = 0$  và  $(\beta)$ :  $x + z + \sqrt{3} = 0$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là

- A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

Hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có vectơ pháp tuyến lần lượt là  $\vec{n} = (2; 2; 1)$  và  $\vec{n}' = (1; 0; 1)$ .

Suy ra 
$$\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
.

Vậy  $((\alpha), (\beta)) = 45^\circ$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 1 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.**  $(-1; 0; 1)$ .      **B.**  $(1; 0; -1)$ .      **C.**  $(-1; 1; 0)$ .      **D.**  $(1; -1; 0)$ .

**Lời giải.**

Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 1 = 0$  có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = -1$ ,  $d = -1$  nên tâm của mặt cầu là  $I(1; 0; -1)$ .

Chọn đáp án **B**..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,7$ ;  $P(AB) = 0,3$ . Xác suất của  $\bar{B}$  với điều kiện  $A$  là

A. 0,6.

B. 0,3.

C. 0,4.

D.  $\frac{3}{7}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(\bar{B} | A) + P(B | A) = 1$  nên  $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A)$ . Do đó

$$P(\bar{B} | A) = 1 - \frac{P(BA)}{P(A)} = 0,4.$$

Chọn đáp án **C**.....

**Câu 10.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,5$ . Xác suất của biến cố  $A \cup B$  là

A. 0,9.

B. 0,18.

C. 0,3.

D. 0,6.

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$  nên  $P(AB) = P(B)P(A | B) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$ .

Và  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,6 - 0,3 = 0,6$ .

Chọn đáp án **D**.....

**Câu 11.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A | B) = P(A)$ . Tỷ số  $\frac{P(B)}{P(B | A)}$  là

A. 1.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. 0.

D. 2.

**Lời giải.**

Ta có  $\frac{P(B)}{P(B | A)} = \frac{P(A)}{P(A | B)} = 1$ .

Chọn đáp án **A**.....

**Câu 12.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$  có  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A | B) = 0,5$ . Xác suất của  $B$  với điều kiện  $A$  là

A. 0,3.

B.  $\frac{3}{5}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 1.

**Lời giải.**

Ta có  $P(B | A) = \frac{P(A | B)P(B)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,3} = 1$ .

Chọn đáp án **D**.....

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xét các biến cố  $A$ : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng”;  $B$ : “Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{A}) = 0,65$ .		X
b) $P(B   A) = 0,02$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B   \bar{A}) = 0,3$ .		X
d) $P(B) = 0,9765$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Ta có  $P(\bar{A}) = 0,35$ .
- b) Sai.  
Ta có  $P(B | A) = 1 - 0,02 = 0,98$ .
- c) Sai.  
Ta có  $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$ .
- d) Đúng.  
Ta có  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,65 \cdot 0,98 + 0,35 \cdot 0,97 = 0,9765$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c sai  d đúng

**Câu 14.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  có  $P(B) = 0,5; P(A | B) = P(A | \bar{B}) = 0,4$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất của biến cố $AB$ là 0,02.		X
b) Xác suất của biến cố $A\bar{B}$ là 0,2.	X	

Phát biểu	Đ	S
c) Xác suất của biến cố $A$ là 0,8.		X
d) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Ta có  $P(AB) = P(B) \cdot P(A | B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$ .
- b) Đúng.  
Ta có  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5; P(A\bar{B}) = P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$ .
- c) Sai.  
Ta có  $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$ .
- d) Đúng.  
Vì  $P(AB) = 0,2 = 0,4 \cdot 0,5 = P(A) \cdot P(B)$  nên  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 3), B(0; 1; -1), C(3; -2; 5)$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua điểm $B$ và trung điểm $I$ của đoạn thẳng $AC$ có vectơ chỉ phương là $\vec{BI} = (2; -2; 3)$ .		X
b) Đường thẳng $BC$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; -1; 2)$ .	X	
c) Góc giữa hai đường thẳng $AB$ và $AC$ là góc $A$ của tam giác $ABC$ .		X
d) Tọa độ của điểm $H$ là chân đường cao kẻ từ $A$ của tam giác $ABC$ là $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Ta có  $I$  là trung điểm của  $AC$  nên  $I(2; -1; 4)$ . Đường thẳng đi qua  $B$  và  $I$  có một vectơ chỉ phương

là  $\vec{BI} = (2; -2; 5)$ .

b) **Đúng.**

Ta có  $\vec{BC} = (3; -3; 6)$  nên đường thẳng  $BC$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ .

c) **Sai.**

Ta có  $\vec{AB} = (-1; 1; -4)$ ,  $\vec{AC} = (2; -2; 2)$ .

$$\text{Nên } \cos A = \frac{-2 - 2 - 8}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{12}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Suy ra góc  $A$  của tam giác  $ABC$  tù, mà góc giữa hai đường thẳng  $AB, AC$  nhọn.

d) **Đúng.**

Ta có  $H \in BC \Rightarrow H(t; 1-t; -1+2t) \Rightarrow \vec{AH} = (t-1; 1-t; 2t-4)$ .

$$\vec{AH} \perp \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (t-1) - 3 \cdot (1-t) + 6 \cdot (2t-4) \Leftrightarrow t = \frac{5}{3}.$$

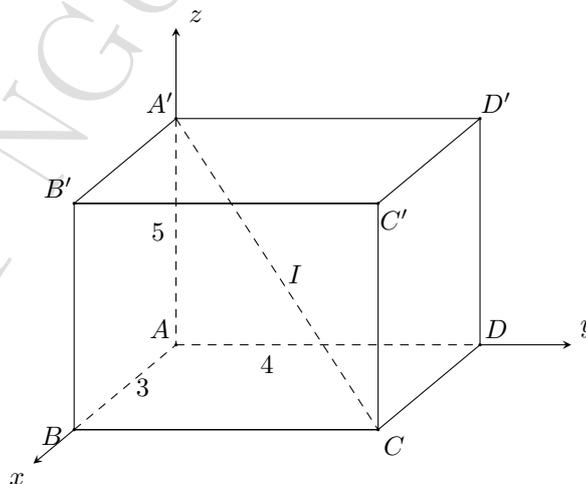
$$\text{Vậy } H \left( \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3} \right).$$

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

**Câu 16.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho đỉnh  $A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ , đỉnh  $B$  thuộc tia  $Ox$ , đỉnh  $D$  thuộc tia  $Oz$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CA'$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ của đỉnh $B(-3; 0; 0)$ .		X
b) Các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm $I$ .	X	
c) Tọa độ của điểm $I \left( \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2 \right)$ .	X	
d) Phương trình của mặt cầu tâm $I, R = IB$ là $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{25}{2}$ .	X	

**Lời giải.**



Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $A$ , đỉnh  $B$  thuộc tia  $Ox$ , đỉnh  $D$  thuộc tia  $Oz$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CA'$ .

a) Sai.  
Theo hình vẽ ta thấy, tọa độ của đỉnh  $B(3; 0; 0) \in Ox$ .

b) Đúng.  
Do  $I$  là trung điểm của  $A'C$  nên điểm  $I$  cách đều các đỉnh của hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Nên các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $R = \frac{A'C}{2}$ .

c) Đúng.  
Do  $I$  là trung điểm của  $A'C$  nên tọa độ điểm  $I$  là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$ .

d) Đúng.  
Do  $I$  là tâm cầu ngoại tiếp hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  nên  $IB = IA = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AC^2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

Phương trình của mặt cầu tâm  $I$ , bán kính  $IB$  là

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{25}{2}.$$

Chọn đáp án 

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

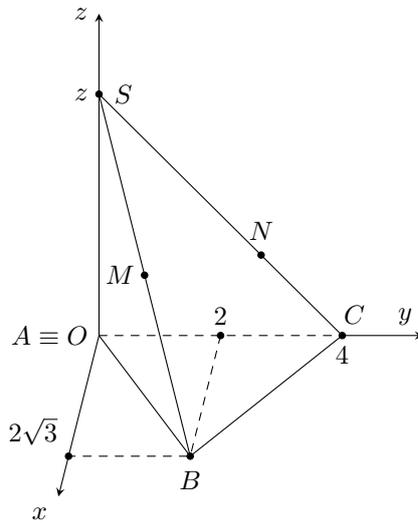
 .....

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác đều cạnh 4 và cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và điểm  $N$  nằm trên cạnh  $SC$  sao cho  $\vec{NS} + 2\vec{NC} = \vec{0}$ . Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AMN)$  là  $\varphi$  và có  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Hãy xác định thể tích khối chóp  $SABC$ . Kết quả được làm tròn và lấy một chữ số sau dấu phẩy.

**Lời giải.**

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN



- Suy ra tọa độ các điểm  $A(0;0;0), C(0;4;0), S(0;0;z), B(2\sqrt{3};2;0)$ .

- Suy ra tọa độ:  $M\left(\sqrt{3};1;\frac{z}{2}\right), N\left(0;\frac{8}{3};\frac{z}{3}\right)$ .

- VTPT của mặt phẳng  $(ABC) \equiv (Oxy)$  là  $\vec{k} = (0;0;1)$ .

- Cặp VTCP của mặt phẳng  $(AMN)$  là:  $\vec{AM} = \left(\sqrt{3};1;\frac{z}{2}\right)$  và  $\vec{AN} = \left(0;\frac{8}{3};\frac{z}{3}\right)$ .

- VTPT của mặt phẳng  $(AMN)$  là:  $\vec{n} = [\vec{AM}, \vec{AN}] = \left(-z; -\frac{z\sqrt{3}}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$ .

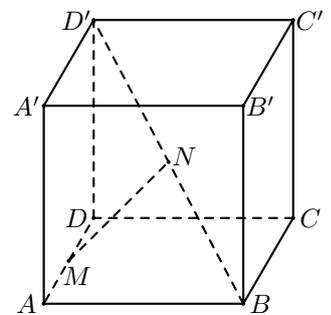
- Gọi  $\varphi = \widehat{(AMN), (ABC)} \Rightarrow \cos \varphi = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{\left| \left(-z; -\frac{z\sqrt{3}}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{3}\right) \cdot (0;0;1) \right|}{\sqrt{\frac{4z^2 + 64}{3}} \cdot 1} =$

$$\frac{4}{\sqrt{z^2 + 16}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

- Suy ra  $z = 8 \Rightarrow SA = 8 \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 8 = \frac{32\sqrt{3}}{3} = 18,47 \approx 18,5$ .

**Câu 18.**

Có một chiếc lồng bằng sắt dạng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$  m,  $AD = 3$  m,  $AA' = 1$  m. Người thợ hàn muốn hàn một thanh sắt  $MN$  nối hai đoạn  $AD$  và  $BD'$  (Hình 11). Tính chiều dài ngắn nhất của đoạn thanh sắt  $MN$ . Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét.



Hình 11

**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc tọa độ  $O$  trùng với  $D$  và  $A(3;0;0), C(0;2;0), D'(0;0;1), B(3;2;0)$ .

Phương trình đường thẳng  $AD$ : 
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Phương trình đường thẳng  $BD'$ : 
$$\begin{cases} x = 3t' \\ y = 2t' \\ z = 1 - t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}).$$

Ta có  $M \in AD \Rightarrow M(t; 0; 0)$  và  $N \in BD' \Rightarrow N(3t'; 2t'; 1 - t')$  nên  $\overrightarrow{MN} = (3t' - t; 2t'; 1 - t')$ .

$MN$  ngắn nhất khi và chỉ khi 
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - t = 0 \\ 14t' - 3t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{5} \\ t' = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Vậy  $MN = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89$  (m).

**Câu 19.** Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là biến cố “Gia đình có trên 4 thành viên”,  $N$  là biến cố “Gia đình có 3 thế hệ chung sống”.

Ta có  $P(M) = 0,4$ ;  $P(\overline{M}) = 0,6$ ;  $P(N | M) = 0,7$ ;  $P(N | \overline{M}) = 0,2$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(N) = P(M) \cdot P(N | M) + P(\overline{M}) \cdot P(N | \overline{M}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,4.$$

Vậy  $P(M | N) = \frac{P(M) \cdot P(N | M)}{P(N)} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{0,4} = 0,7$ .

**Câu 20.** Hai bạn Tài và Đức mỗi người thực hiện một thí nghiệm một cách độc lập với nhau. Xác suất thực hiện thành công thí nghiệm của Tài và Đức lần lượt là 0,6 và 0,7. Biết rằng có ít nhất một người thực hiện thành công thí nghiệm, tính xác suất của biến cố có đúng một trong hai người thực hiện thành công thí nghiệm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**

Gọi

- ☉  $T$  là biến cố “bạn Tài thực hiện thành công thí nghiệm”;
- ☉  $D$  là biến cố “bạn Đức thực hiện thành công thí nghiệm”;
- ☉  $T \cup D$  là biến cố “có ít nhất một người thực hiện thành công thí nghiệm”;
- ☉  $\overline{T}D \cup T\overline{D}$  là biến cố “có đúng một người thực hiện thành công thí nghiệm”.

Ta có  $P(T) = 0,6$ ;  $P(D) = 0,7$ .

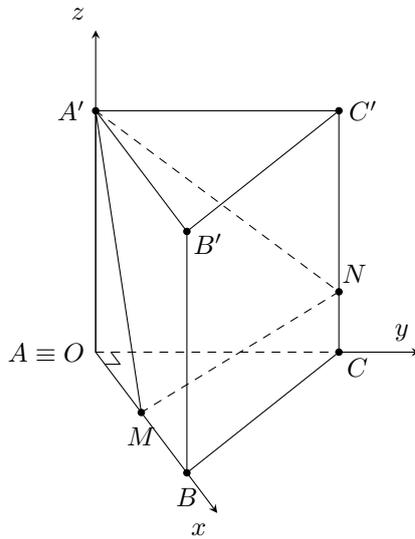
$$\Rightarrow \begin{cases} P(T \cup D) = 0,6 + 0,7 - 0,6 \cdot 0,7 = 0,88 \\ P(\overline{T}D \cup T\overline{D}) = P(\overline{T}D) + P(T\overline{D}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,3 = 0,46. \end{cases}$$

Xác suất cần tính là

$$P(\overline{T}D \cup T\overline{D} | T \cup D) = \frac{P(\overline{T}D \cup T\overline{D})}{P(T \cup D)} = \frac{0,46}{0,88} \approx 0,52.$$

**Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$  và có  $AA' = AB$ ,  $AC = a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CC'$ . Biết giá trị cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(A'MN)$  và  $(ABC)$  bằng  $\frac{2}{5}$ . Biết thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng  $xa^3$ . Hãy xác định giá trị của  $x$  (Kết quả được làm tròn và lấy một chữ số sau dấu phẩy)

**Lời giải.**



- Tọa độ hóa như hình vẽ và gọi các cạnh  $AC = a \equiv 1$  và  $AB = AA' = z$  ( $AB = AA' = z$ ).
- Suy ra tọa độ các điểm  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(z; 0; 0)$ ,  $C(0; 1; 0)$ ;  $A'(0; 0; z)$ ;  $C'(0; 1; z)$ .
- Suy ra tọa độ:  $M\left(\frac{z}{2}; 0; 0\right)$ ,  $N\left(0; 1; \frac{z}{2}\right)$ . VTPT của mặt phẳng  $(ABC) \equiv (Oxy)$  là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .
- Cặp VTCP của mặt phẳng  $(A'MN)$  là:  $\vec{A'M} = \left(\frac{z}{2}; 0; -z\right)$  và  $\vec{A'N} = \left(0; 1; -\frac{z}{2}\right)$ .

- VTPT của mặt phẳng  $(A'MN)$  là

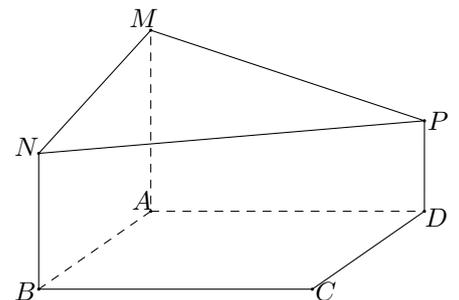
$$\vec{n} = [\vec{A'M}, \vec{A'N}] = \left(z; \frac{z^2}{4}; \frac{z}{2}\right) = \frac{z}{4}(4; z; 2); \text{ ta chọn } \vec{n}_1 = (4; z; 2).$$

- Gọi  $\varphi = \widehat{(A'MN), (ABC)} \Rightarrow \cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{k}) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|(4; z; 2) \cdot (0; 0; 1)|}{\sqrt{z^2 + 20} \cdot 1} = \frac{2}{\sqrt{z^2 + 20}} = \frac{2}{5}.$

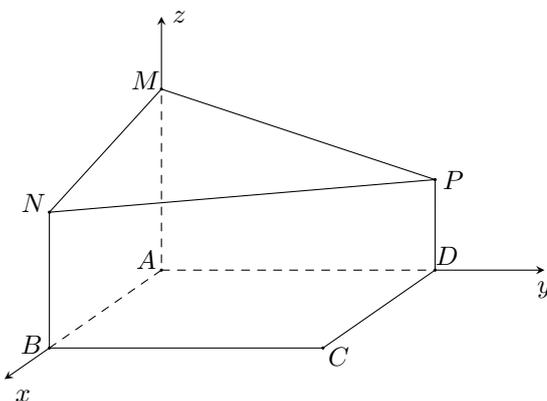
- Suy ra:  $z = \sqrt{5} \Rightarrow AB = AA' = a\sqrt{5} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{5} \cdot a \cdot a\sqrt{5} = \frac{5a^3}{2}.$

**Câu 22.**

Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó  $ABCD$  là hình vuông cạnh 6 m,  $AM, BN, DP$  cùng vuông góc với  $(ABCD)$ ,  $AM = 4$  m,  $BN = 3$  m và  $DP = 2$  m. Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(MNP)$  là  $n^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ,  $n$  là số nguyên dương). Giá trị của  $n$  là bao nhiêu?



**Lời giải.**



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ với đơn vị trên mỗi trục là mét. Ta có  $A(0;0;0)$ ,  $B(6;0;0)$ ,  $D(0;6;0)$ ,  $M(0;0;4)$ ,  $N(6;0;3)$ ,  $P(0;6;2)$ .

Lúc đó  $\vec{MN} = (6;0;-1)$ ,  $\vec{MP} = (0;6;-2)$ ,  $[\vec{MN}, \vec{MP}] = 6(1;2;6)$ .

Suy ra mặt phẳng  $(MNP)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1;2;6)$ .

Mặt phẳng  $(ABCD)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0;0;1)$ .

Từ đó có

$$\cos((MNP), (ABCD)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 6 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{6\sqrt{41}}{41}.$$

Suy ra  $((MNP), (ABCD)) \approx 20^\circ$ . Vậy  $n = 20$ .

## R. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 18

### 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{5x}$  là

- A.  $e^{5x} \ln 5$ .      B.  $\frac{1}{5}e^{5x} + C$ .      C.  $5e^{5x} + C$ .      D.  $e^{5x}$ .

**Lời giải.**

$$\int f(x) dx = \int e^{5x} dx = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$ .

- A.  $I = \frac{4581}{5000}$ .      B.  $I = \log \frac{5}{2}$ .      C.  $I = \ln \frac{5}{2}$ .      D.  $I = -\frac{21}{100}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_0^3 = \ln \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức

**A.**  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

**B.**  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

**C.**  $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx.$

**D.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx.$

**Lời giải.**

Theo định nghĩa sách giáo khoa ta có  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và song song với  $(P)$  là

**A.**  $2x + y - 2z = 0.$

**B.**  $2x - y - 2z = 0.$

**C.**  $2x - y - 2z + 1 = 0.$

**D.**  $2x + 2y - z = 0.$

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(Q)$  song song với  $(P)$  nên mặt phẳng  $(Q)$  có dạng  $2x - y - 2z + d = 0$  ( $d \neq -1$ ).

Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc  $O$  nên  $d = 0$  (thỏa mãn).

Vậy  $(P): 2x - y - 2z = 0$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$  là

**A.**  $\vec{u}_1 = (-2; 1; -3).$

**B.**  $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1).$

**C.**  $\vec{u}_3 = (3; -2; 1).$

**D.**  $\vec{u}_4 = (2; 1; 3).$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (3; -2; -1)$ , suy ra  $\vec{u}_2 = (-3; 2; 1)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 6.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $Oz$  và mặt phẳng  $(Oxy)$  là

**A.**  $0^\circ.$

**B.**  $90^\circ.$

**C.**  $3^\circ.$

**D.**  $45^\circ.$

**Lời giải.**

Vì  $Oz$  vuông góc với  $(Oxy)$  nên  $(Oz, (Oxy)) = 90^\circ$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 7.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ ,  $\Delta_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ . Góc giữa  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng

**A.**  $0^\circ.$

**B.**  $90^\circ.$

**C.**  $3^\circ.$

**D.**  $45^\circ.$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có vectơ chỉ phương lần lượt là  $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (-1; 2; -1)$ . Ta có  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 0$ . Suy ra  $\Delta_1 \perp \Delta_2$ .

Vậy  $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16$  có tâm là

- A.  $I(1; 0; 3)$ .      B.  $I(-1; 0; -3)$ .      C.  $I(1; 0; -3)$ .      D.  $I(1; 2; -3)$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng là  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b; c)$  bán kính là  $R$ .

Khi đó mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -3)$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  thỏa  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ . Tính  $P(A | B)$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{1}{6}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$ .

Chọn đáp án **A**..... □

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  xung khắc với nhau thỏa  $P(A) = 0,2; P(B) = 0,4$ . Khi đó  $P(A | B)$  bằng

- A. 0,5.      B. 0,2.      C. 0,4.      D. 0.

**Lời giải.**

Do  $A, B$  xung khắc nên  $P(A \cap B) = 0$ .

Vậy  $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0$ .

Chọn đáp án **D**..... □

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $A$  là

- A.  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$ .      B.  $P(A) = P(A)P(A | B) + P(\bar{A})P(A | \bar{B})$ .  
 C.  $P(A) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(A | \bar{B})$ .      D.  $P(B) = P(\bar{B})P(A | B) + P(B)P(B | \bar{B})$ .

**Lời giải.**

Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $0 < P(B) < 1$ .

Khi đó  $P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B})$  gọi là **công thức xác suất toàn phần**.

Chọn đáp án **A**..... □

**Câu 12.** Cho  $P(A) = \frac{2}{5}; P(B | A) = \frac{1}{3}; P(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $P(B)$  là

- A.  $\frac{19}{60}$ .      B.  $\frac{17}{60}$ .      C.  $\frac{9}{20}$ .      D.  $\frac{7}{30}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{60}$$

Chọn đáp án **B**..... □

**2** Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - y + 2z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $(-1; 1; -2)$ là vectơ pháp tuyến của $(P)$ .	X	
b) Góc giữa $(P)$ và $(d)$ là một góc nhọn.	X	
c) $(d, (P)) = 30^\circ$ .	X	
d) Góc giữa trục $Ox$ và $d$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng $50^\circ$ .		X

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$  và  $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$  là một vectơ chỉ phương của  $d$ .

a) **Đúng.**

Ta có  $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$  nên suy ra  $(-1; 1; -2)$  cũng là một vectơ pháp tuyến.

b) **Đúng.**

$$\sin(d, (P)) = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra  $0 < \sin(d, (P)) \neq 1$  do đó góc giữa  $(P)$  và  $(d)$  là một góc nhọn.

c) **Đúng.**

$$\text{Vậy } \sin(d, (P)) = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{u}_d|} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (d, (P)) = 30^\circ.$$

d) **Sai.**

Ta có  $\vec{u}_{Ox} = \vec{i} = (1; 0; 0)$ .

$$\cos(d, Ox) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{i}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|1 - 0 - 0|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1}} = \frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow (d, Ox) \approx 67^\circ.$$

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c đúng  d sai

**Câu 14.** Cho  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1; 2; 3)$ .		X
b) Bán kính mặt cầu $(S)$ là $R = 9$ .	X	
c) Cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 13 = 0$ . Khi đó $(P)$ tiếp xúc với $(S)$ .		X
d) Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$ . Khi đó $(\Delta)$ và $(S)$ cắt nhau tại hai điểm.	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -3)$ .
- b) Đúng.  
Ta có  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2 + 67} = \sqrt{81} = 9$ .
- c) Sai.  
Vì  $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + (-3) - 13|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 6 < R = 9$ . Suy ra  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn.
- d) Đúng.  
Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình
- $$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1. \end{cases}$$
- Với  $t = 0$ , thay  $t = 0$  vào  $(\Delta)$  ta được tọa độ  $A(1; 2; -4)$ .  
Với  $t = 1$ , thay  $t = 1$  vào  $(\Delta)$  ta được tọa độ  $B(2; 2; 3)$ .  
Vậy,  $(\Delta)$  và  $(S)$  cắt nhau tại hai điểm  $A$  và  $B$ .

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng ..... □

**Câu 15.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố  $A$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;  $B$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S	Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,4$ .		X	c) $P(A B) = 0,75$ .	X	
b) $P(B) = 0,625$ .		X	d) $P(B A) = 0,48$ .	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Vì xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$ .
- b) Sai.  
Vì xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$ .
- c) Đúng.  
Vì số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên  $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$ .
- d) Đúng.  
Vì số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên  $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng ..... □

**Câu 16.** Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường X. Nhóm này có 60% học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có 20% học sinh nam và 15% học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Gọi A là biến cố “Chọn được một học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ” và B,  $\bar{B}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nam” và “Chọn được một học sinh nữ”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $P(B) = 60\% = 0,6$ .	X	
b) $P(A   B) = 0,8$ .		X
c) $P(A   \bar{B}) = 0,15$ .	X	
d) Xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 18%.	X	

**Lời giải.**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Gọi A là biến cố “Chọn được một học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ” và B,  $\bar{B}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nam” và “Chọn được một học sinh nữ”. Theo đề bài

a) **Đúng.**

Ta có  $P(B) = 60\% = 0,6$  nên  $P(\bar{B}) = 1 - B = 1 - 0,6 = 0,4$ .

b) **Sai.**

Ta có  $P(A | B) = 20\% = 0,2$ .

c) **Đúng.**

Ta có  $P(A | \bar{B}) = 15\% = 0,15$ .

d) **Đúng.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,15 = 0,18.$$

Vậy xác suất để chọn được một học sinh biết chơi nhạc cụ là 0,18 hay 18%.

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c đúng  d đúng

**3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 17.** Khi gắn hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là de-xi-mét) vào một ngôi nhà 1 tầng, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục Oz. Biết rằng các vị trí A(3; 4; 33), D(9; 8; 35) lần lượt thuộc mặt dưới, mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Hãy cho biết độ dày của mái nhà đó là bao nhiêu de-xi-mét?

**Lời giải.**

Do mặt dưới của mái nhà thuộc mặt phẳng vuông góc với trục Oz và đi qua điểm A(3; 4; 33) nên phương trình mặt phẳng chứa mặt dưới của mái nhà là  $z - 33 = 0$ .

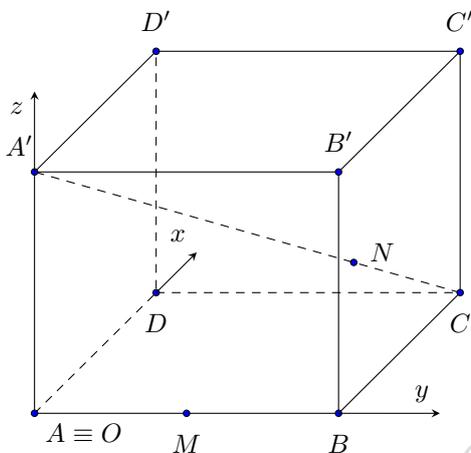
Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng chứa mặt dưới của mái nhà bằng

$$\frac{|35 - 33|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = 2.$$

Vậy độ dày của mái nhà là 2 dm.

**Câu 18.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là điểm nằm trên cạnh  $A'C$  sao cho  $NA' = 3NC$ . Hãy xác định cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(MA'C')$  và  $(NC'D)$  (Kết quả được làm tròn và lấy hai chữ số sau dấu phẩy).

**Lời giải.**



- Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào hình lập phương  $O \equiv A$ ,  $Ox$  dọc theo vectơ  $\vec{AD}$ ,  $Oy$  dọc theo  $\vec{AB}$ ,  $Oz$  dọc theo  $\vec{AA'}$  và chuẩn hóa:  $a \equiv 1$ . Khi đó ta có tọa độ các điểm là:

-  $A(0; 0; 0)$ ,  $D(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(1; 1; 0)$ ,  $A'(0; 0; 1)$ ,  $C'(1; 1; 1) \Rightarrow M\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ ,  $N\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$ .

- Gọi  $\varphi = \widehat{(MA'C'), (NC'D)} \Rightarrow \cos \varphi = |\cos(\vec{n}_{(MA'C')}, \vec{n}_{(NC'D)})|$ .

- Có  $\vec{A'C'} = (1; 1; 0)$ ;  $\vec{A'M} = \left(0; \frac{1}{2}; -1\right) \Rightarrow \vec{n}_{(MA'C')} = [\vec{A'C'}, \vec{A'M}] = \left(-1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

-  $\vec{DC'} = (0; 1; 1)$ ;  $\vec{DN} = \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \vec{n}_{(NC'D)} = [\vec{DC'}, \vec{DN}] = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ .

- Suy ra  $\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_{(MA'C')}, \vec{n}_{(NC'D)})| = \frac{|\vec{n}_{(MA'C')} \cdot \vec{n}_{(NC'D)}|}{|\vec{n}_{(MA'C')}| \cdot |\vec{n}_{(NC'D)}|} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0,408 \approx 0,41$ .

**Câu 19.** Thư viện trường THPT Chuyên Quốc Học có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,  $B$  là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

$AB$  là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”.

Theo đề ta có  $P(A) = 0,18$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(AB) = P(A) = 0,18$ .

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Vậy xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là sách về Văn học là 0,3.

**Câu 20.** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “người không nghiện thuốc lá”.

Gọi  $B$  là biến cố “người bị bệnh ung thư”.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8 \\ P(B | A) &= 0,7 \\ P(B | \bar{A}) &= 0,15. \end{aligned}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26.$$

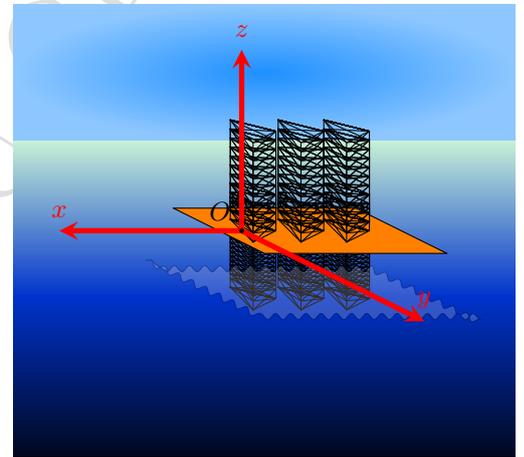
Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là  $P(A | B)$  Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

**Câu 21.**

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào không gian biển, với gốc  $O$  là trung tâm của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt biển, trục  $Ox$  hướng dọc về tây, trục  $Oy$  hướng dọc về nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trên, đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ là 10 km. Ở một thời điểm radar đặt tại  $O$  phát hiện được một tàu ngầm ở cách  $O$  là 80,1 km và đang có hoành độ và tung độ lần lượt là 6,24 và 5,022. Hãy xác định độ sâu so với mặt biển của tàu ngầm đó theo đơn vị mét (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



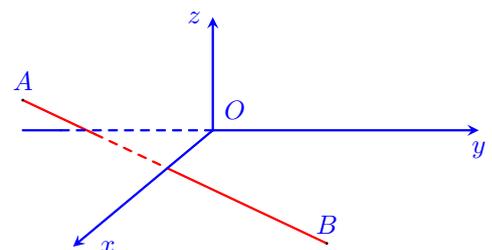
**Lời giải.**

- ☑ Khoảng cách từ  $O$  đến tàu ngầm là  $OM = \frac{80,1}{10} = 8,01$ .
- ☑ Tọa độ của tàu ngầm là  $M(6,24; 5,022; z_M)$ .
- ☑ Ta suy ra  $z_M = \pm\sqrt{OM^2 - x_M^2 - y_M^2} = \pm\sqrt{8,01^2 - 6,24^2 - 5,022^2} = \pm 0,044899 = \pm 0,44899$  (km).
- ☑  $\xrightarrow{z_M < 0} z_M = -0,44899$  (km)  $= -448,99$  m  $\approx -449$  (m).

Vậy tàu ngầm ở độ sâu là 449 m.

**Câu 22.**

Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí  $A(3; -2; 3)$  sẽ hạ cánh tới vị trí  $B(8; 8; 0)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



**Lời giải.**

Đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (5; 10; -3)$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ). Khi đó  $\sin \alpha = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{u}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{3}{\sqrt{134}}$ .  
Suy ra  $\alpha \approx 15^\circ$ .

S. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 19

1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}$  là

- A.  $e^{3x} \ln 3$ .      B.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ .      C.  $3e^{3x} + C$ .      D.  $e^{3x}$ .

**Lời giải.**

$$\int f(x) dx = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$$

Chọn đáp án (B)..... □

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_1^4 \frac{dx}{x+3}$ .

- A.  $I = \frac{1234}{5678}$ .      B.  $I = \log \frac{7}{4}$ .      C.  $I = \ln \frac{7}{4}$ .      D.  $I = -\frac{34}{78}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_1^4 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_1^4 = \ln \frac{7}{4}$ .

Chọn đáp án (C)..... □

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[c; d]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = c$ ,  $x = d$  được tính bởi công thức

- A.  $S = \int_c^d |f(x) - g(x)| dx$ .      B.  $S = \left| \int_c^d [f(x) - g(x)] dx \right|$ .  
C.  $S = \int_c^d |f(x) + g(x)| dx$ .      D.  $S = \int_c^d |f(x)| dx + \int_c^d |g(x)| dx$ .

**Lời giải.**

Ta có  $S = \int_c^d |f(x) - g(x)| dx$ .

Chọn đáp án (A)..... □

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y - 3z - 2 = 0$ . Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và song song với  $(P)$  là

- A.  $3x + y - 3z = 0$ .      B.  $3x - y - 3z = 0$ .  
C.  $3x - y - 3z + 2 = 0$ .      D.  $3x + 3y - z = 0$ .

**Lời giải.**

Mặt phẳng  $(Q)$  song song với  $(P)$  nên mặt phẳng  $(Q)$  có dạng  $3x - y - 3z + d = 0$  ( $d \neq -2$ ). Mặt phẳng  $(Q)$  đi qua gốc  $O$  nên  $d = 0$  (thỏa mãn).

Vậy (P):  $3x - y - 3z = 0$ .

Chọn đáp án (B) .....

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+4}{-2}$  là

- A.  $\vec{u}_1 = (-3; 2; -4)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-2; 3; 2)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (2; -3; 2)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (3; 2; 4)$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -3; -2)$ , suy ra  $\vec{u}_2 = (-2; 3; 2)$  là vectơ chỉ phương của  $d$ .

Chọn đáp án (B) .....

**Câu 6.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $Oy$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  là

- A.  $0^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $5^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Lời giải.**

Vì  $Oy$  vuông góc với  $(Oxz)$  nên  $(Oy, (Oxz)) = 90^\circ$ .

Chọn đáp án (B) .....

**Câu 7.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{4}$ ,  $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$ . Góc giữa  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng

- A.  $0^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có vectơ chỉ phương lần lượt là  $\vec{u}_1 = (2; 1; 4)$ ,  $\vec{u}_2 = (1; -3; 2)$ . Ta có  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 = 0$ . Suy ra  $\Delta_1 \perp \Delta_2$ .

Vậy  $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$ .

Chọn đáp án (B) .....

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $R = 3\sqrt{3}$ .      B.  $R = 9$ .      C.  $R = \sqrt{6}$ .      D.  $R = 3$ .

**Lời giải.**

Từ phương trình mặt cầu, ta có  $a = -1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 1$ ,  $d = -3$ .

Bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2 + 3} = \sqrt{6}$ .

Chọn đáp án (C) .....

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $C$  và  $D$  thỏa  $P(C) = 0,5$ ;  $P(D) = 0,7$ ;  $P(C \cap D) = 0,35$ . Tính  $P(C | D)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{5}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(C | D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0,35}{0,7} = \frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án (A) .....

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $E, F$  xung khắc với nhau thỏa  $P(E) = 0,3$ ;  $P(F) = 0,5$ . Khi đó  $P(E|F)$  bằng

- A. 0,4.                      B. 0,3.                      C. 0,5.                      D. 0.

**Lời giải.**

Do  $E, F$  xung khắc nên  $P(E \cap F) = 0$ .

Vậy  $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = 0$ .

Chọn đáp án **D**.

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $C$  và  $D$  với  $0 < P(D) < 1$ . Khi đó công thức xác suất toàn phần cho biến cố  $C$  là

**A**  $P(C) = P(D)P(C | D) + P(\bar{D})P(C | \bar{D})$ .                      **B**  $P(C) = P(C)P(C | D) + P(\bar{C})P(C | \bar{D})$ .

**C**  $P(C) = P(\bar{D})P(C | D) + P(D)P(C | \bar{D})$ .                      **D**  $P(D) = P(\bar{D})P(C | D) + P(D)P(D | \bar{D})$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P(C) = P(D)P(C | D) + P(\bar{D})P(C | \bar{D})$ .

Chọn đáp án **A**.

**Câu 12.** Cho  $P(E) = \frac{3}{5}$ ;  $P(F | E) = \frac{2}{5}$ ;  $P(F | \bar{E}) = \frac{1}{3}$ . Giá trị của  $P(F)$  là

- A.**  $\frac{37}{75}$ .                      **B.**  $\frac{28}{75}$ .                      **C.**  $\frac{13}{75}$ .                      **D.**  $\frac{8}{25}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(F) = P(E) \cdot P(F | E) + P(\bar{E}) \cdot P(F | \bar{E}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{28}{75}$$

Chọn đáp án **B**.

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 3z - 5 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $(2; -1; 3)$ là vectơ pháp tuyến của $(Q)$ .	X	
b) Góc giữa $(Q)$ và $d$ là một góc vuông.		X
c) $(d, (Q)) = 45^\circ$ .		X
d) Góc giữa trục $Oy$ và $d$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng $60^\circ$ .		X

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 3)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(Q)$  và  $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$  là một vectơ chỉ phương của  $d$ .

a) **Đúng.**

Vì  $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 3)$  nên  $(2; -1; 3)$  là một vectơ pháp tuyến.

b) **Sai.**

Ta có  $\frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{3}{1}$  nên  $\vec{n}_{(Q)}$  và  $\vec{u}_d$  không cùng phương nên góc giữa  $(Q)$  và  $d$  không phải một góc vuông.

c) Sai.

$$\text{Vậy } \sin(d, (Q)) = \frac{|\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{u}_k|}{|\vec{n}_{(Q)}| \cdot |\vec{u}_k|} = \frac{|4 + 1 + 3|}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{84}} \Rightarrow (d, (Q)) \approx 26^\circ.$$

d) Sai.

Ta có  $\vec{u}_{Oy} = \vec{j} = (0; 1; 0)$ .

$$\cos(d, Oy) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{j}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{j}|} = \frac{|1|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow (d, Oy) \approx 66^\circ.$$

Chọn đáp án  a đúng  b sai  c sai  d sai ..... □

**Câu 14.** Cho  $(T) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 20 = 0$ . Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu $(T)$ có tâm $J(-2; 3; -4)$ .		X
b) Bán kính mặt cầu $(T)$ là $R = 7$ .	X	
c) Cho mặt phẳng $(Q) : 3x - y + 4z - 20 = 0$ . Khi đó $(Q)$ tiếp xúc với $(T)$ .		X
d) Cho đường thẳng $l : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 \\ z = -2 + 5t \end{cases}$ . Khi đó $l$ và $(T)$ cắt nhau tại hai điểm.		X

**Lời giải.**

a) Sai.

Mặt cầu  $(T)$  có tâm  $J(-2; 3; 4)$ .

b) Đúng.

$$\text{Ta có } R = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 4^2 + 20} = \sqrt{49} = 7.$$

c) Sai.

$$\text{Vì } d(J, (Q)) = \frac{|3(-2) - 1 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 20|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{26}}{2} < R = 7.$$

Suy ra  $(Q)$  cắt  $(T)$  theo một giao tuyến là đường tròn.

d) Sai.

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 \\ z = -2 + 5t \\ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 20 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1 + 2t)^2 + 9 + (5t - 2)^2 + 4(1 + 2t) + 18 - 8(5t - 2) - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 29t^2 - 48t + 20 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy,  $l$  và  $(T)$  không có điểm chung.

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d sai

**Câu 15.** Lớp 12B có 45 học sinh, trong đó có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ Thể thao, 18 học sinh tham gia câu lạc bộ Văn học, 10 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Thể thao vừa tham gia câu lạc bộ Văn học. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau  $A$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Thể thao”;  $B$ : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Văn học”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0,5$ .		X
b) $P(B) = 0,55$ .		X

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A B) = 0,56$ .	X	
d) $P(B A) = 0,36$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai.

Vì xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{28}{45} \approx 0,62$ .

b) Sai.

Vì xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{18}{45} = 0,4$ .

c) Đúng.

Vì số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Thể thao vừa tham gia câu lạc bộ Văn học là 10, số học sinh tham gia câu lạc bộ Văn học là 18 nên  $P(A|B) = \frac{10}{18} \approx 0,56$ .

d) Đúng.

Vì số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Thể thao vừa tham gia câu lạc bộ Văn học là 10, số học sinh tham gia câu lạc bộ Thể thao là 28 nên  $P(B|A) = \frac{10}{28} \approx 0,36$ .

Chọn đáp án  a sai  b sai  c đúng  d đúng

**Câu 16.** Một khảo sát về khả năng vẽ tranh của học sinh tại một trường  $Y$  cho thấy 70% học sinh là nữ. Trong đó 30% học sinh nữ và 20% học sinh nam biết vẽ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Gọi  $C$  là biến cố “Chọn được một học sinh biết vẽ” và  $D, \bar{D}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nữ”, “Chọn được một học sinh nam”. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(D) = 70\% = 0,7$ .	X	
b) $P(C   D) = 0,6$ .		X
c) $P(C   \bar{D}) = 0,2$ .	X	
d) Xác suất để chọn được học sinh biết vẽ là 27%.	X	

**Lời giải.**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm.

Gọi  $C$  là biến cố “Chọn được một học sinh biết vẽ” và  $D, \bar{D}$  lần lượt là các biến cố “Chọn được một học sinh nữ”, “Chọn được một học sinh nam”.

Theo đề bài

a) Đúng.

Ta có  $P(D) = 70\% = 0,7$  nên  $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,7 = 0,3$ .

b) Sai.

Ta có  $P(C | D) = 30\% = 0,3$ .

c) Đúng.

Ta có  $P(C | \bar{D}) = 20\% = 0,2$ .

d) Đúng.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(C) = P(D) \cdot P(C | D) + P(\bar{D}) \cdot P(C | \bar{D}) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,27.$$

Vậy xác suất để chọn được một học sinh biết vẽ là 0,27 hay 27%.

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 ..... □

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.** Khi gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét) vào một toà nhà 2 tầng, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục  $Oz$ . Biết rằng các vị trí  $A(5; 7; 40)$ ,  $D(12; 11; 42)$  lần lượt thuộc mặt dưới, mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Hãy cho biết độ dày của mái nhà đó là bao nhiêu đề-ci-mét?

**Lời giải.**

Do mặt dưới của mái nhà thuộc mặt phẳng vuông góc với trục  $Oz$  và đi qua điểm  $A(5; 7; 40)$  nên phương trình mặt phẳng chứa mặt dưới của mái nhà là  $z - 40 = 0$ .  
Khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng chứa mặt dưới của mái nhà bằng

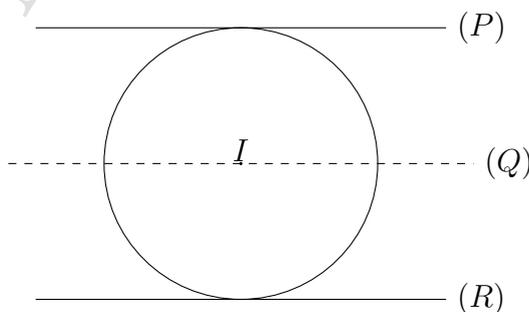
$$\frac{|42 - 40|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = 2.$$

Vậy độ dày của mái nhà là 2 dm.

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng là  $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$  và  $(Q): 2x + y - 2z + 9 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , đồng thời đi qua hai điểm  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(3; -1; 2)$ . Biết tâm của mặt cầu  $(S)$  là  $I(a; b; c)$  có các thành phần  $a, b, c$  là những số nguyên. Hãy tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$ ?

**Lời giải.**

Hình vẽ minh họa



Dễ dàng tính được khoảng cách giữa hai mặt phẳng là  $d((P); (Q)) = 4$ .

$\Rightarrow$  bán kính mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với cả hai mặt phẳng là  $R = 2$ .

Tâm  $I(a; b; c)$  của mặt cầu  $(S)$  nằm trên mặt phẳng  $(R)$  (nằm chính giữa hai mp  $(P)$  và  $(Q)$ ).

Có  $(R) = \frac{(P) + (Q)}{2} = 2x + y - 2z + 3 = 0 \Rightarrow 2a + b - 2c + 3 = 0.$

Suy ra  $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = R^2 = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-3)^2 + (b+1)^2 + (c-2)^2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = 4 \end{cases}$

Từ (1) và (2), suy ra  $\begin{cases} b = a - 2 \\ c = \frac{3a + 1}{2}. \end{cases}$

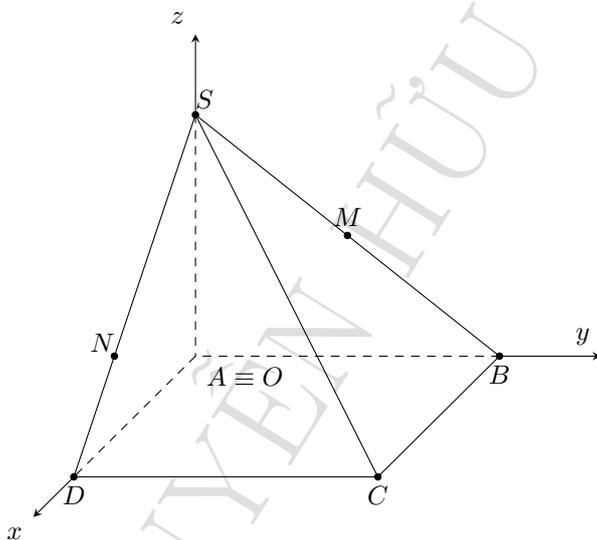
Thế vào (3), ta được

$$(a-1)^2 + (a-2-1)^2 + \left(\frac{3a+1}{2} - 2\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = -1; c = 2 \\ a = \frac{33}{17} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy  $T = a + b + c = 2.$

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$  và  $SA = AB = 2AD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và  $N$  nằm trên cạnh  $SD$  sao cho  $2NS = ND$ . Hãy xác định sin của góc tạo bởi  $SC$  và mặt phẳng  $(CMN)$  (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Lời giải.**



Đây là dạng toán tọa độ hoá không gian, nếu chúng ta thuần tuý bằng hình học không gian thì sẽ rất khó triển khai.

- Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào hình chóp như hình vẽ và đặt  $SA = AB = 2 \cdot AD = 2$ . Khi đó ta có tọa độ các điểm là:  $A(0; 0; 0), D(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(1; 2; 0), S(0; 0; 2) \Rightarrow M(0; 1; 1), N\left(\frac{1}{3}; 0; \frac{4}{3}\right).$

- Có  $\vec{SC} = (1; 2; -2); \vec{CM} = (-1; -1; 1); \vec{CN} = \left(-\frac{2}{3}; -2; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow \vec{n}_{(CMN)} = [\vec{CM}, \vec{CN}] = \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$

- Gọi góc tạo bởi  $SC$  và  $(CMN)$  là  $\varphi = \widehat{(SC, (CMN))} \Rightarrow \sin \varphi = \left| \cos(\vec{SC}, \vec{n}_{(CMN)}) \right|.$

- Suy ra  $\sin \varphi = \left| \cos(\vec{SC}, \vec{n}_{(CMN)}) \right| = \frac{|\vec{SC} \cdot \vec{n}_{(CMN)}|}{|\vec{SC}| \cdot |\vec{n}_{(CMN)}|} = \frac{\sqrt{6}}{18} = 0,136 \approx 0,14.$

**Câu 20.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 56% số người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ và có 45% số người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ trên 50 tuổi. Tính tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người phụ nữ mua bảo hiểm sức khỏe. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

A: “Người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ”.

B: “Người mua bảo hiểm sức khỏe là phụ nữ trên 50 tuổi”.

Khi đó  $P(A) = 0,56$  và  $P(A \cap B) = 0,45$ .

Xác suất người mua bảo hiểm tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người phụ nữ mua bảo hiểm sức khỏe là

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,45}{0,56} \approx 0,8.$$

**Câu 21.** Trong một đợt khảo sát về nguy cơ mắc bệnh tim mạch, người ta thấy rằng tại thành phố X, tỷ lệ người dân có lối sống ít vận động là 25%; tỷ lệ người bị bệnh tim trong số người ít vận động là 60%, trong số người có lối sống tích cực là 10%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh tim tại thành phố này thì xác suất người đó có lối sống ít vận động là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “người có lối sống ít vận động”, suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “người có lối sống tích cực”.

Gọi  $B$  là biến cố “người bị bệnh tim”.

Theo giả thiết ta có

$$P(A) = 0,25 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,75$$

$$P(B | A) = 0,6$$

$$P(B | \bar{A}) = 0,1.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,25 \cdot 0,6 + 0,75 \cdot 0,1 = 0,225.$$

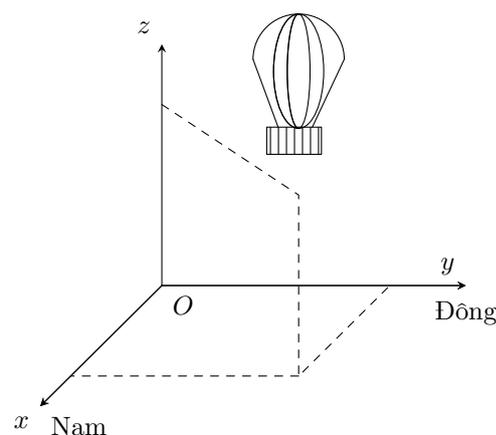
Xác suất mà người đó có lối sống ít vận động khi biết bị bệnh tim là  $P(A | B)$ . Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{0,225} = \frac{3}{5} \approx 0,63.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh tim tại thành phố này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó có lối sống ít vận động là 0,63.

**Câu 22.**

Cho hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm ta gọi là  $O$ . Vào một thời điểm ta thu được vị trí chiếc thứ nhất: cách điểm  $O$  3 km về phía nam, 2 km về phía đông, cách mặt đất 0,7 km; chiếc thứ hai: cách điểm  $O$  4 km về phía nam, 1 km về phía tây, cách mặt đất 0,5 km. Hãy xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu ở thời điểm đó theo đơn vị kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Lời giải.**

- Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là:  $A(3; 2; 0,7)$ , của khinh khí cầu thứ hai là:  $B(4; -1; 0,5)$ .

- Suy ra khoảng cách hai khinh khí cầu

$$- AB = \sqrt{(4 - 3)^2 + (-1 - 2)^2 + (0,5 - 0,7)^2} = 3,16859 \approx 3,17.$$

T. ĐỀ ÔN TẬP SỐ 20

# 1 Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

**Câu 1.** Tìm  $\int (2x + 1) dx$ .

- A.  $2x + 1 + C$ .      B.  $x^2 + x$ .      **C.  $x^2 + x + C$ .**      D.  $2 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$ .

Chọn đáp án **C**.

**Câu 2.** Nếu  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ , thì tích phân của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  được tính như thế nào?

- A.  $F(b) - F(a)$ .**      B.  $F(a) - F(b)$ .      C.  $\frac{F(b)}{F(a)}$ .      D.  $\frac{F(a)}{F(b)}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

Chọn đáp án **A**.

**Câu 3.** Giả sử  $s(t)$  là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian  $t$  (giây) và  $v(t)$  là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây). Với 2 số dương  $a, b$  ta có

- A.  $\int_a^b v(t) dt = v(a) - v(b)$ .      B.  $\int_a^b v(t) dt = s(a) - s(b)$ .  
 C.  $\int_a^b v(t) dt = v(b) - v(a)$ .      **D.  $\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$ .**

**Lời giải.**

Vì  $s(t), v(t)$  lần lượt là phương trình quãng đường và phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây) nên ta có  $s'(t) = v(t)$  và  $\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$ .

Chọn đáp án **D**.

**Câu 4.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$

- A.  $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$ .**      B.  $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$ .      **C.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$ .**      D.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$ .

**Lời giải.**

$d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$ .

Chọn đáp án **C**.

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P) : ax+by+cz+d = 0$  bằng:

- A.  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .      B.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .  
 C.  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}$ .      **D.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{a^2 + b^2 + c^2}$ .**

**Lời giải.**

Khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P) : ax + by + cz + d = 0$  được tính bằng công thức  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(x_0; y_0; z_0)$  bán kính  $R$  có phương trình là

- A**  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .
- B**  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$ .
- C**  $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .
- D**  $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

**Lời giải.**

Phương trình mặt cầu có dạng  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 7.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,8$ ,  $P(B) = 0,65$ ,  $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$ . Tính  $P(A \cap B)$ .

- A** 0,25.
- B** 0,1.
- C** 0,15.
- D** 0,35.

**Lời giải.**

Ta có:  $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Chọn đáp án **(A)** .....

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(\overline{A \cap B})$ .

- A**  $\frac{4}{7}$ .
- B**  $\frac{1}{2}$ .
- C**  $\frac{2}{5}$ .
- D**  $\frac{1}{7}$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,3 = 0,7 = \frac{7}{10}$

Chọn đáp án **(C)** .....

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ;  $P(A | B) = 0,7$ ;  $P(A | \bar{B}) = 0,45$ .

- A** 0,25.
- B** 0,65.
- C** 0,55.
- D** 0,5.

**Lời giải.**

Ta có:

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B}) = 0,8 \times 0,7 + 0,2 \times 0,45 = 0,65.$$

Chọn đáp án **(B)** .....

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ;  $P(A | B) = 0,7$ ;  $P(A | \bar{B}) = 0,45$ .

- A** 0,25.
- B** 0,65.
- C**  $\frac{56}{65}$ .
- D** 0,5.

**Lời giải.**

Áp dụng công thức Bayes:

$$P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,8 \times 0,7}{0,65} = \frac{56}{65}.$$

Chọn đáp án **(C)** .....

**Câu 11.** Cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$  và điểm  $A(1; -2; 3)$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  bằng

- A.**  $\frac{5}{\sqrt{29}}$ .      **B.**  $\frac{5}{29}$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .      **D.**  $\frac{5}{9}$ .

**Lời giải.**

Khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  là

$$d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**Câu 12.** Cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - z - 3 = 0$  và  $(Q): x - z - 2 = 0$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $45^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải.**

$(P)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$ .

$(Q)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (1; 0; -1)$ .

Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  ta có

$$\cos \varphi = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

Chọn đáp án **C** ..... □

## 2 Bài tập trắc nghiệm đúng sai

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ ,  $\Delta_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Xét các vectơ  $\vec{u}_1 = (3; -1; 2)$  và  $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$ .

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $\Delta_1$ đi qua điểm $M_1(1; -2; 3)$ và có $\vec{u}_1 = (3; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
b) Đường thẳng $\Delta_2$ đi qua điểm $M_2(-2; 1; -1)$ và có $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
c) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 7; -5)$ .		X
d) Hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ chéo nhau.		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Đường thẳng  $\Delta_1$  đi qua điểm  $M_1(1; -2; 3)$  và có  $\vec{u}_1 = (3; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương.

b) Đúng. Đường thẳng  $\Delta_2$  đi qua điểm  $M_2(-2; 1; -1)$  và có  $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$  là một vectơ chỉ phương.

c) Sai. Tích có hướng  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 1; 7)$ .

d) Sai. Hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  không chéo nhau vì:

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 1; 7), \quad \overrightarrow{M_1M_2} = (-3; 3; -4)$$

và

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0$$

Suy ra hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  không chéo nhau.

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d sai .....

**Câu 14.** Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi  $A, B$  lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.	X	
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.	X	
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		X
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		X

**Lời giải.**

Ta có  $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$ ;  $P(A \cap B) = 0,4$ .

a)  $A, B$  độc lập  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$   
 Mà  $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$ , nên  $A$  và  $B$  không độc lập.

b) Ta có  $A = AB \cup A\bar{B}$ , nên

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) \Leftrightarrow P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - 0,4 = 0,1.$$

Ta có  $B = AB \cup \bar{A}B$ , nên

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Leftrightarrow P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,4 = 0,2.$$

Gọi  $C$  là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án, ta có

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = 0,1 + 0,2 = 0,3.$$

c) Gọi  $D$  là biến cố thắng dự án 2 biết thắng dự án 1 là

$$P(D) = P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8.$$

d) Gọi  $E$  là biến cố thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1 là

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4.$$

Chọn đáp án  a đúng  b đúng  c sai  d sai .....

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 16$ . Mỗi kết quả sau đây đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) $(S)$ có tâm $I(-2; -3; 4)$ .		X
b) $(S)$ có tâm $I(2; 3; -4)$ .	X	

Phát biểu	Đ	S
c) $(S)$ có $R = 4$ .	X	
d) $(S)$ có $R = 16$ .		X

**Lời giải.**

Tâm của mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 16$  có tọa độ là  $(2; 3; -4)$  và bán kính  $R = 4$ .

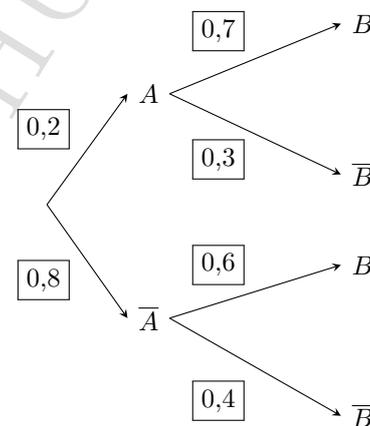
Chọn đáp án  a sai  b đúng  c đúng  d sai

**Câu 16.**

Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Gọi  $P(B)$  là xác suất của biến cố  $B$ ,  $P(\bar{B})$  là xác suất của biến cố đối của biến cố  $B$ , khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\bar{B}) = 0,42$ .		X
b) $P(B) = 0,62$ .	X	

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B) = 0,28$ .		X
d) $P(\bar{B}) = 0,38$ .	X	



**Lời giải.**

Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62$ .

Xác suất của biến cố  $\bar{B}$  là  $P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,4 = 0,38$ .

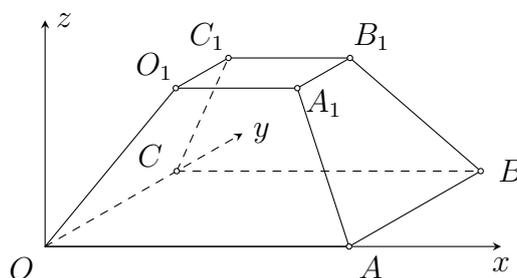
- a) Sai.
- b) Đúng.
- c) Sai.
- d) Đúng.

Chọn đáp án  a sai  b đúng  c sai  d đúng

### 3 Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 17.**

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt  $OABC.O_1A_1B_1C_1$  có hai đáy song song với nhau. Mặt sân  $OABC$  là hình chữ nhật và được gắn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân  $OABC$  có chiều dài  $OA = 100\text{ m}$ , chiều rộng  $OC = 60\text{ m}$  và tọa độ điểm  $O_1(10; 10; 8)$ . Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(OAA_1O_1)$  có dạng  $ax + y + cz + d = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $a + c + d$ .



**Lời giải.**

Gắn hình chóp cụt vào hệ trục  $Oxyz$ , ta có các tọa độ sau:  $O(0; 0; 0)$ ,  $A(100; 0; 0)$ ,  $B(100; 60; 0)$ ,  $C(0; 60; 0)$ ,  $O_1(10; 10; 8)$ .

Do  $\vec{OA} = (100; 0; 0)$ ,  $\vec{OO_1} = (10; 10; 8)$ , nên  $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OO_1}] = (0; -800; 1000)$ .

Suy ra mặt phẳng  $(OACB)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (0; 4; -5)$ .

Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(OAA_1O_1)$  là  $4y - 5z = 0 \Rightarrow y - \frac{5}{4}z = 0$ .

Do đó, ta có  $a = 0, c = -\frac{5}{4}, d = 0$ .

Vậy  $a + c + d = -1, 25$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(1; 2; 3)$  và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (2; 1; 5)$ . Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $B(-5; a; b)$  thì giá trị của biểu thức  $b^a$  bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải.**

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$$

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $B(-5; a; b)$  thì tọa độ của điểm  $B$  thỏa hệ phương trình (1), tức

$$\begin{cases} -5 = 1 + 2t \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = -1 \\ b = -12. \end{cases}$$

Do đó,  $a = -1$  và  $b = -12$ . Biểu thức cần tính là  $b^a = (-12)^{-1} = -\frac{1}{12} \approx -0.1$ . Kết luận: Giá trị  $b^a \approx -0, 1$ .

**Câu 19.** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(2; -1; 3)$  đến vị trí  $B(8; 7; 1)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải.**

Đường thẳng  $AB$  có vectơ chỉ phương:  $\vec{u} = \vec{AB} = (6; 8; -2)$ .

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có vectơ pháp tuyến:  $\vec{n} = (0; 0; 1)$ .

Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và mặt phẳng  $(Oxy)$  là góc  $\alpha$ , được xác định bởi:

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}.$$

Tính các đại lượng:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 6 \cdot 0 + 8 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 = -2;$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{6^2 + 8^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 64 + 4} = \sqrt{104};$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1.$$

$$\text{Do đó: } \sin \alpha = \frac{|-2|}{\sqrt{104} \cdot 1} = \frac{2}{\sqrt{104}} = \frac{1}{\sqrt{26}}.$$

Suy ra:  $\alpha \approx 11^\circ$ . Vậy góc giữa đường bay và sân bay là  $11^\circ$ .

**Câu 20.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí  $M$  của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước. Các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi, khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí  $M$  sẽ được xác định. Như vậy, vị trí  $M$  là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$  và 4 vệ tinh có tọa độ:  $A(-1; 6; 3)$ ,  $B(4; 8; 1)$ ,  $C(9; 6; 7)$ ,  $D(-15; 18; 7)$ . Tính giá trị  $P = a^2 + b^2 + c^2$ , biết khoảng cách từ  $M$  đến các vệ tinh lần lượt là  $MA = 6, MB = 7, MC = 12, MD = 24$ .

## Lời giải.

Gọi  $M(a; b; c)$ . Khi đó, ta có:

$$MA^2 = 6^2 = 36 \Rightarrow (a + 1)^2 + (b - 6)^2 + (c - 3)^2 = 36$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2a - 12b - 6c + 10 = 0. \quad (1)$$

$$MB^2 = 7^2 = 49 \Rightarrow (a - 4)^2 + (b - 8)^2 + (c - 1)^2 = 49$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 16b - 2c + 32 = 0. \quad (2)$$

$$MC^2 = 12^2 = 144 \Rightarrow (a - 9)^2 + (b - 6)^2 + (c - 7)^2 = 144$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 18a - 12b - 14c + 22 = 0. \quad (3)$$

$$MD^2 = 24^2 = 576 \Rightarrow (a + 15)^2 + (b - 18)^2 + (c - 7)^2 = 576$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 30a - 36b - 14c + 22 = 0. \quad (4)$$

Giải hệ phương trình gồm (1), (2), (3), và (4), ta được:  $a = 1, b = 2, c = -1$ .

Vậy  $M(1; 2; -1)$ , và giá trị  $P$  là  $P = a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + (-1)^2 = 1 + 4 + 1 = 6$ .

Kết luận: Giá trị của  $P$  là 6.

**Câu 21.** Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

## Lời giải.

Gọi  $A$  là biến cố “Hai bạn được chọn có cùng giới tính”.

Gọi  $B$  là biến cố “Có ít nhất một bạn nam được chọn”.

Ta cần tính xác suất  $P(A | B)$ , tức là xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, với điều kiện có ít nhất một bạn nam được chọn.

$AB$ : “Hai bạn được chọn là nam”.

$$\text{Xác suất để chọn được hai bạn nam là } P(AB) = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

$$\text{Xác suất để chọn được ít nhất một bạn nam là } P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1}{C_9^2} + \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{20}{36} + \frac{10}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Xác suất cần tính là } P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{3}.$$

Vậy xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính và có ít nhất một bạn nam được chọn là 0,33.

**Câu 22.** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10, trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

## Lời giải.

Số học sinh nữ là đoàn viên là  $60\% \cdot 150 = 90$  (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là  $50\% \cdot 100 = 50$  học sinh.

Xét các biến cố:

$A$ : “Chọn được học sinh là đoàn viên”.

$B$ : “Chọn được học sinh nam”.

$$\text{Xác suất chọn được học sinh nam: } P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Xác suất chọn được học sinh nữ: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Xác suất để học sinh là đoàn viên nếu biết đó là học sinh nam: } P(A | B) = \frac{50}{100} = 0,5.$$

$$\text{Xác suất để học sinh là đoàn viên nếu biết đó là học sinh nữ: } P(A | \bar{B}) = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot 0,5 + \frac{3}{5} \cdot 0,6 = 0,56.$$

Vậy xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên là 0,56.

U. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1 Ứng dụng của tích phân

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

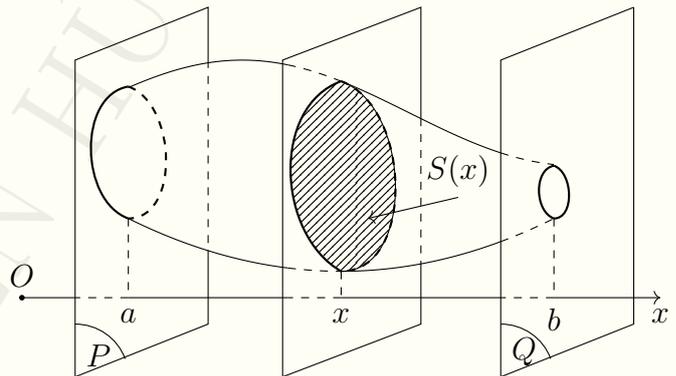
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

b) Thể tích hình khối

Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ . Mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích  $S(x)$ . Khi đó, nếu  $S(x)$  là hàm số liên tục trên  $[a; b]$  thì thể tích của vật thể được tính bằng công thức:

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$



c) Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  khi quay xung quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  khi quay xung quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

**Bài 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 - 3x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$ .

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3 - 3x$ ,  $y = x$  và  $x = -1$ ,  $x = 3$  là

$$S = \int_{-1}^3 |x^3 - 3x - x| dx = \int_{-1}^3 |x^3 - 4x| dx.$$

**Bài 2.** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$ .

**Lời giải.**

- ☉ Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là

$$x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

- ☉ Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |x^2 - x^4| dx \\ &= \int_{-1}^0 |x^2 - x^4| dx + \int_0^1 |x^2 - x^4| dx \\ &= \left| \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right| \\ &= \left| \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| \\ &= \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}. \end{aligned}$$

**Bài 3.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành khi quay quanh trục hoành.

**Lời giải.**

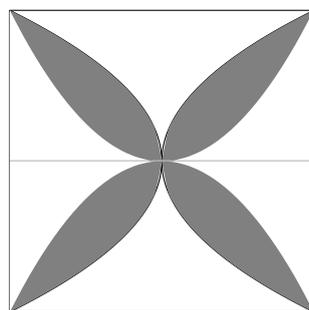
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành là

$$3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

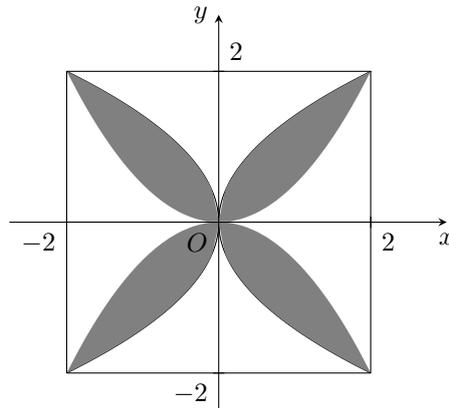
Thể tích của khối tròn xoay là  $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$ .

**Bài 4.**

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Tính diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch?



Lời giải.



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng 10 cm=1 dm), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình  $y = \frac{x^2}{2}, y = -\frac{x^2}{2}, x = -\frac{y^2}{2}, x = \frac{y^2}{2}$ .

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{2}, y = \sqrt{2x}$  và hai đường thẳng  $x = 0; x = 2$ .

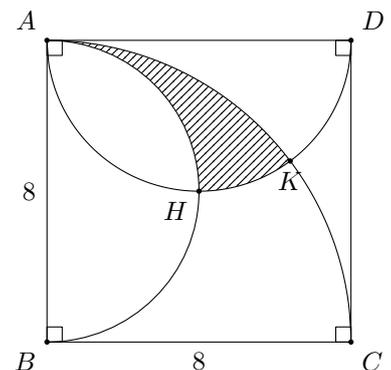
Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left( \sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

Suy ra  $a = 400$ .

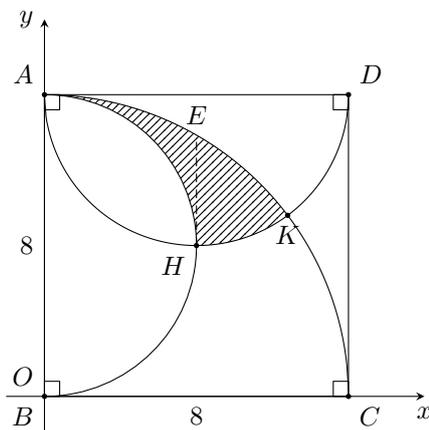
**Bài 5.**

Một bức tường lớn kích thước 8m × 8m trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn các loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD, cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết tam giác cong AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Tính số tiền phải trả?



Lời giải.

Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ sau



Để thấy cung  $AB$  có phương trình  $y = f(x) = 8 - \sqrt{16 - (x - 4)^2}$ ; cung  $AH$  có phương trình  $y = g(x) = 4 + \sqrt{16 - x^2}$ ; cung  $AC$  có phương trình  $y = h(x) = \sqrt{64 - x^2}$  và tọa độ các điểm  $H(4; 4)$  và  $K\left(6, 4; \frac{24}{5}\right)$ .

Diện tích tam giác  $AHK$  là

$$\begin{aligned} S &= S_{AHE} + S_{HEX} \\ &= \int_0^4 (\sqrt{64 - x^2} - 4 - \sqrt{16 - x^2}) dx + \int_4^{6.4} (\sqrt{64 - x^2} - 8 + \sqrt{16 - (x - 4)^2}) dx \\ &\approx 6,255085231. \end{aligned}$$

Số tiền cần trả là  $S \cdot 1,5 + (8^2 - S) \cdot 1 = 67,12754262$ .

Vậy số tiền cần trả là 67 (triệu đồng).

**Bài 6.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = -x^3$  và  $y = x^2 - 2x$ ?

**Lời giải.**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$-x^3 = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 |(x^3 + x^2 - 2x)| dx + \int_0^1 |(x^3 + x^2 - 2x)| dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

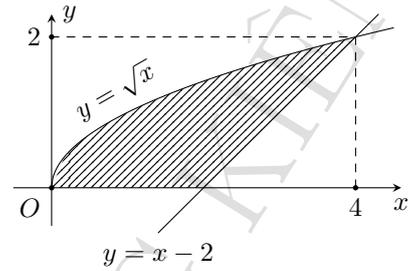
**Bài 7.** Tính diện tích của hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$  và trục hoành.

**Lời giải.**

Diện tích của  $(H)$  bằng

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$$

Vậy  $a = 10; b = 3 \Rightarrow a + b = 13$ .



**Bài 8.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2$ ,  $y = 0$  và  $x = 9$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x} - 2$  và trục hoành

$$\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là

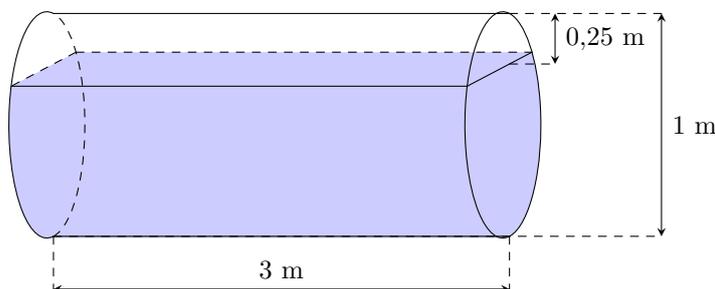
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx \\ &= \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx \\ &= \pi \left( \frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9 \\ &= \pi \left( \frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left( \frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) \\ &= \frac{11\pi}{6} \approx 5,76. \end{aligned}$$

**Bài 9.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ ?

**Lời giải.**

Theo định nghĩa  $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$ .

**Bài 10.** Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc?



**Lời giải.**

Thể tích phần dầu còn lại sẽ bằng diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình nhân với chiều dài của bồn (chiều cao của trụ).

Đường tròn có tâm  $O(0; 0)$ ,  $R = 0,5$  có phương trình là

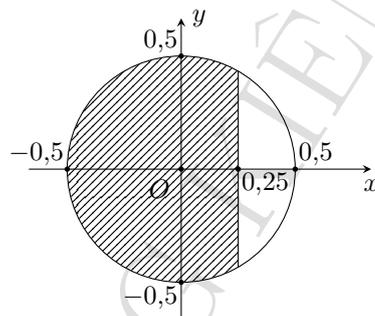
$$x^2 + y^2 = 0,25 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{0,25 - x^2}.$$

Diện tích hình gạch sọc chính là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sqrt{0,25 - x^2}; y = -\sqrt{0,25 - x^2}; x = -0,5; x = 0,25.$$

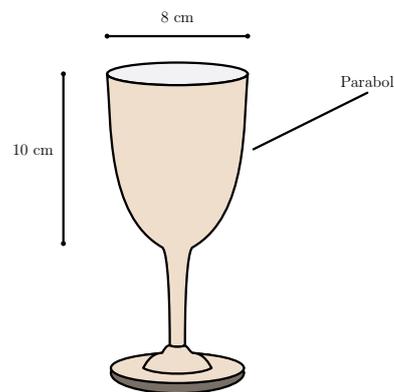
Do đó

$$V = Sh = 3 \int_{-0,5}^{0,25} \left| \sqrt{0,25 - x^2} - \left(-\sqrt{0,25 - x^2}\right) \right| dx \approx 1,896 \text{ m}^3 \approx 1,9 \text{ m}^3.$$



**Bài 11.**

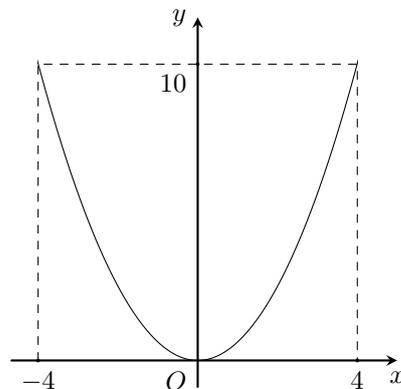
Một cái cốc có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của mặt bên trong cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được.



**Lời giải.**

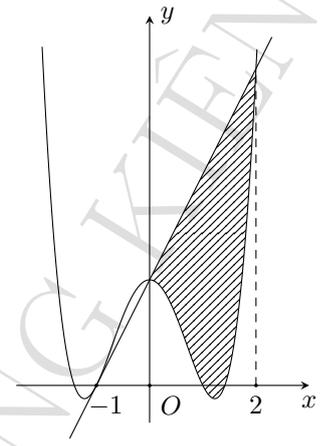
Parabol có phương trình  $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$ .

Thể tích tối đa cốc  $V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y\right) \cdot dy \approx 251$ .



**Bài 12.**

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , biết rằng  $(C)$  đi qua điểm  $A(-1; 0)$ , tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của  $(C)$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0; x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch sọc trong hình vẽ). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1; x = 0$ .



**Lời giải.**

Ta có  $y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow d: y = (-4a - 2b)(x + 1)$ . Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(C)$  là  $(-4a - 2b)(x + 1) = ax^4 + bx^2 + c$ .  
 Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là  $x = 0, x = 2$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - c = 0 & (2) \\ 28a + 10b + c = 0 & (3) \end{cases}$$

Mặt khác, diện tích phần gạch sọc là

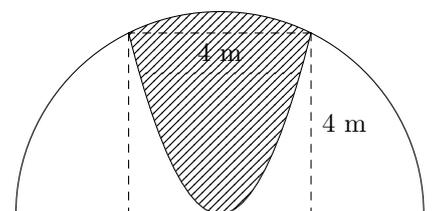
$$\begin{aligned} \frac{28}{5} &= \int_0^2 [(-4a - 2b)(x + 1) - ax^4 - bx^2 - c] dx \\ \Leftrightarrow \frac{28}{5} &= 4(-4a - 2b) - \frac{32}{5}a - \frac{8}{3}b - 2c \\ \Leftrightarrow \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c &= -\frac{28}{5} & (4) \end{aligned}$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được  $a = 1, b = -3, c = 2$ .  
 Khi đó,  $(C): y = x^4 - 3x^2 + 2, d: y = 2(x + 1)$ .  
 Diện tích cần tìm là

$$S = \int_{-1}^0 [x^4 - 3x^2 + 2 - 2(x + 1)] dx = \int_{-1}^0 (x^4 - 3x^2 - 2x) dx = \frac{1}{5} = 0,2.$$

**Bài 13.**

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng  $4\sqrt{5}$  (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần gạch sọc), cách nhau một khoảng bằng 4 m, phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch sọc) dành để trang trí cỏ nhân tạo. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí cỏ nhân tạo là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trang trí cỏ trên phần đất đó?

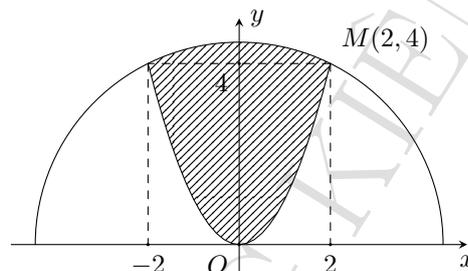


**Lời giải.**

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình nửa đường tròn là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - x^2} = \sqrt{20 - x^2}.$$

Phương trình parabol (P) có đỉnh là gốc O sẽ có dạng  $y = ax^2$ . Mặt khác (P) qua điểm  $M(2; 4)$ .



Do đó  $4 = a \cdot (-2)^2 \Rightarrow a = 1$ .

Phần diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và nửa đường tròn (phần gạch sọc).

Ta có công thức  $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,94 \text{ m}^2$ .

Vậy phần diện tích trống cỏ là  $S_{cỏ} = \frac{1}{2} S_{\text{htròn}} - S_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \pi - 11,94 \approx 19,476 \text{ m}^2$ .

Số tiền cần có là  $S_{cỏ} \times 100000 \approx 1947592$  (đồng)  $\approx 1948$  (nghìn đồng).

**Bài 14.** Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong  $y = -x^3 + 12x$  và  $y = -x^2$ .

**Lời giải.**

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow -x^3 + 12x + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx \\ &= \int_{-3}^0 (x^3 - 12x - x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}. \end{aligned}$$

**Bài 15.** Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = \pi$ , biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ( $x \in [0; \pi]$ ) là tam giác đều có cạnh bằng  $2\sqrt{\sin x}$ .

**Lời giải.**

Ta có diện tích thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là  $S(x) = \frac{(2\sqrt{\sin x})^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \sin x$ .

Thể tích của vật thể cần tìm là

$$V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}.$$

**Bài 16.** Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{\tan x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  quanh trục hoành?

**Lời giải.**

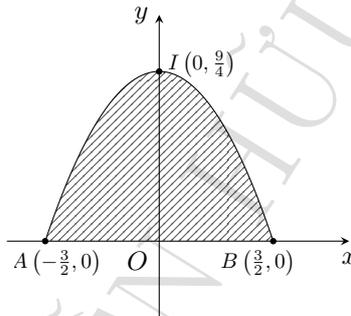
Thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} \, dx = -\pi \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi \ln 2}{2}.$$

**Bài 17.** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Nếu chi phí làm mỗi mét vuông cửa là 1,5 triệu đồng thì số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$ . Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$  (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c & (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 & (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 & (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0. \end{cases}$$

Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

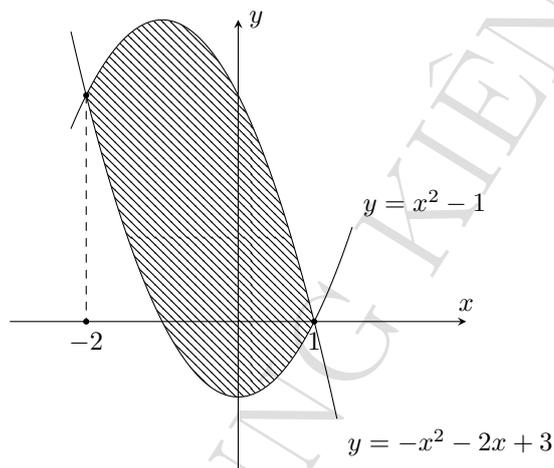
Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) \, dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) \, dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x\right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là  $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$  (triệu đồng).

**Bài 18.**

Tính diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên?



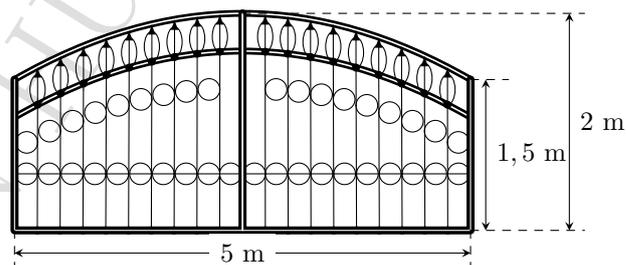
**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là

$$\int_{-2}^1 [(-x^2 - 2x + 3) - (x^2 - 1)] dx = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx.$$

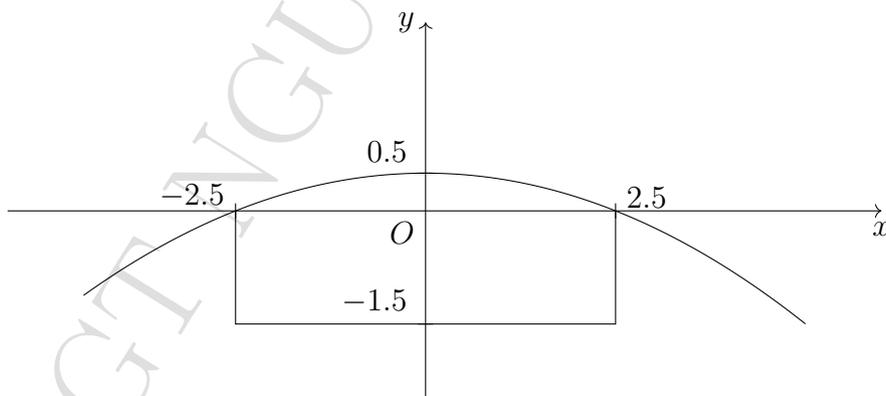
**Bài 19.**

Ông Bình muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống hình vẽ, biết đường cong phía trên là một parabol. Nếu giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 đồng thì ông Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy?



**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.



Diện tích cổng gồm diện tích hình chữ nhật và diện tích phần giới hạn bởi parabol ( $P$ ) và trục hoành. Từ tọa độ 3 điểm thuộc parabol ( $P$ ) là  $(0; 0,5)$ ,  $(-2,5; 0)$  và  $(2,5; 0)$ , ta tìm được phương trình của parabol ( $P$ ) là  $y = f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ .

$$\text{Diện tích của cổng } S = S_{(P)} + S_{\text{hcn}} = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}\right) dx + 5 \cdot 1,5 = \frac{5}{3} + \frac{15}{2} = \frac{55}{6} \text{ m}^2.$$

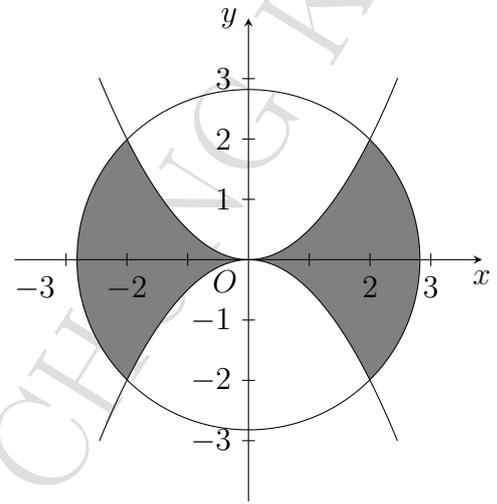
THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

Giá một mét vuông công sắt là 1 200 000 đồng.

Vậy số tiền ông Bình phải trả để làm công sắt là  $\frac{55}{6} \cdot 1\,200\,000 = 11\,000\,000$  đồng.

**Bài 20.**

Cho parabol  $(P_1): y = \frac{x^2}{2}$ ,  $(P_2): y = -\frac{x^2}{2}$  và đường tròn  $(C)$  có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $\sqrt{8}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  và  $(C)$ .



**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P_1)$  và  $(C)$  là  $\sqrt{8-x^2} = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P_2)$  và  $(C)$  là  $-\sqrt{8-x^2} = -\frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  và  $(C)$  là

$$S = 4 \left( \int_1^2 \frac{x^2}{2} dx + \int_2^3 \sqrt{8-x^2} dx \right) \approx 9,9.$$

**Bài 21.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay quanh trục  $Ox$ ?

**Lời giải.**

Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay quanh trục  $Ox$  là  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .

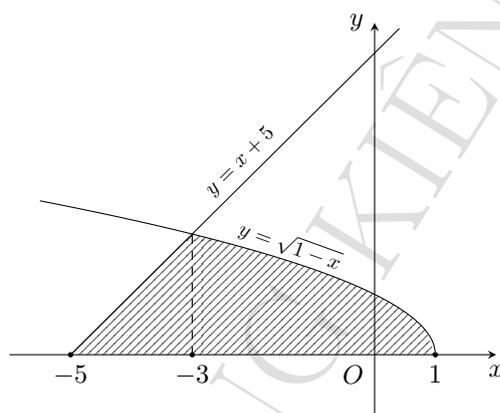
**Bài 22.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -\sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$ ?

**Lời giải.**

Áp dụng công thức, ta được  $V = \pi \int_0^\pi (-\sin x)^2 dx = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$ .

**Bài 23.**

Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên?



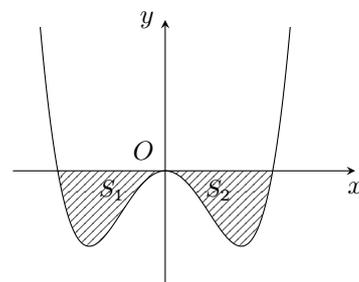
**Lời giải.**

Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần. Nên diện tích hình phẳng là

$$S = \int_{-5}^{-3} (x + 5) dx + \int_{-3}^1 \sqrt{1-x} dx.$$

**Bài 24.**

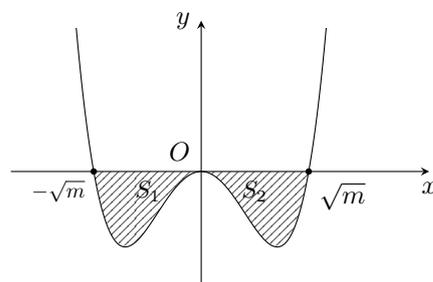
Cho hàm số  $y = x^4 - mx^2$  có đồ thị  $(C_m)$  với  $m > 0$ . Hình phẳng tạo bởi  $(C_m)$  và trục  $Ox$  gồm hai phần có diện tích  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ. Tìm  $m$  để  $S_1 + S_2 = \frac{16\sqrt{2}}{15}$ .



**Lời giải.**

Ta có  $x^4 - mx^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases}$  vì  $m > 0$ .

Do hàm số  $y = x^4 - mx^2$  là hàm chẵn nên đồ thị hàm số đối xứng qua trục  $Oy \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow S_1 + S_2 = 2S_2$ .



Mà  $S_2 = \int_0^{\sqrt{m}} (mx^2 - x^4) dx = \left( \frac{mx^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^{\sqrt{m}} = \frac{2m^2\sqrt{m}}{15}$ .

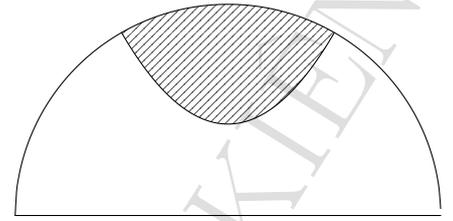
Vì  $S_1 + S_2 = \frac{16\sqrt{2}}{15} \Leftrightarrow 2S_2 = \frac{16\sqrt{2}}{15} \Leftrightarrow \frac{4m^2\sqrt{m}}{15} = \frac{16\sqrt{2}}{15} \Leftrightarrow m^2\sqrt{m} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 2$ .

Vậy  $m = 2$ .

**Bài 25.**

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYÊN HỮU CHUNG KIẾN

Một khu vườn hình bán nguyệt có bán kính  $R = 4$  m, ở giữa khu vườn người ta muốn tạo một cái bể cá có đường biên là một parabol có phương trình  $y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}$  (như hình vẽ), phần còn lại sẽ trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 400 000 đồng/m<sup>2</sup>, chi phí xây khu trồng hoa là 200 000 đồng/m<sup>2</sup>. Khi đó chi phí xây dựng toàn bộ khu vườn hết bao nhiêu tiền?



**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} \sqrt{16 - x^2} &= \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow 16 - x^2 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}\right)^2 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{16}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 13 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

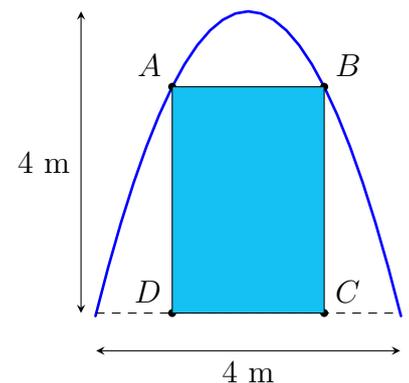
Diện tích bể cá  $S = \int_{-2}^2 \left( \sqrt{16 - x^2} - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3} \right) dx = \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích trồng hoa  $8\pi - \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3} = \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$

Chi phí xây dựng  $\frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3} \cdot 400\,000 + \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3} \cdot 200\,000 \approx 6\,240\,184$  đồng.

**Bài 26.**

Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Hỏi diện tích phần trang trí hoa văn bé nhất là bao nhiêu?



**Lời giải.**

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó phương trình đường parabol có dạng  $y = ax^2 + b$ .

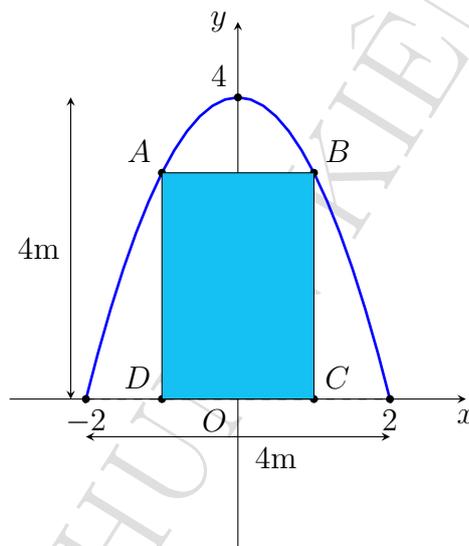
Parabol cắt trục tung tại điểm  $(0; 4)$  và cắt trục hoành tại  $(2; 0)$  nên

$$\begin{cases} b = 4 \\ a \cdot 2^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4. \end{cases}$$

Do đó, phương trình parabol là  $y = -x^2 + 4$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và trục hoành là

$$S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$



Gọi  $C(t; 0) \Rightarrow B(t; 4 - t^2)$  với  $0 < t < 2$ .

Ta có  $CD = 2t$  và  $BC = 4 - t^2$ .

Diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  là  $S_2 = CD \cdot BC = 2t \cdot (4 - t^2) = -2t^3 + 8t$ .

Diện tích phần trang trí hoa văn là

$$S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - (-2t^3 + 8t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}.$$

Xét hàm số  $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$  với  $0 < t < 2$ .

$$\text{Ta có } f'(t) = 6t^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0; 2) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} \notin (0; 2). \end{cases}$$

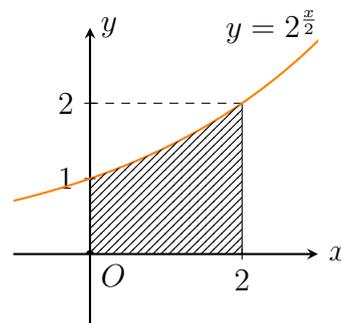
Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$f(0)$	$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$	$f(2)$

Như vậy, diện tích phần trang trí nhỏ nhất là bằng  $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \text{ m}^2 \approx 4,51 \text{ m}^2$ .

**Bài 27.**

Cho đồ thị hàm số  $y = 2^{\frac{x}{2}}$  và hình phẳng được tô màu như hình bên. Tính diện tích hình phẳng đó?



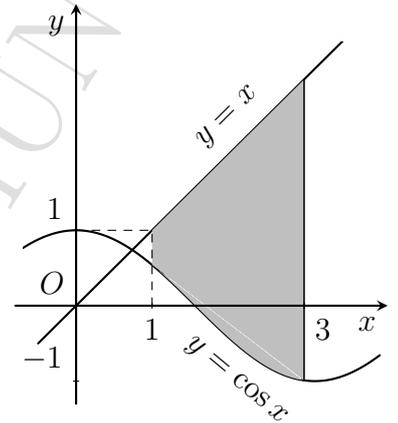
**Lời giải.**

Hình phẳng đã cho ở "Hình 1" được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2^{\frac{x}{2}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ . Khi đó, diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^2 2^{\frac{x}{2}} dx = \int_0^2 \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x dx = \frac{\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x}{\ln 2^{\frac{1}{2}}}\bigg|_0^2 = \frac{2}{\ln 2} \approx 2,89.$$

**Bài 28.**

Tính diện tích hình phẳng được tô màu như hình bên.



**Lời giải.**

Hình phẳng đã cho giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = \cos x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$ .

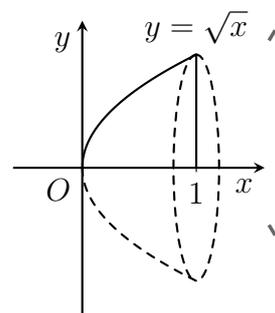
Khi đó, diện tích hình phẳng là  $S = \int_1^3 |\cos x - x| dx$ .

Vì  $x \geq \cos x, \forall x \in [1; 3]$  nên ta có

$$S = \int_1^3 (x - \cos x) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \sin x\right)\bigg|_1^3 = 4 - \sin 3 + \sin 1 \approx 4,7.$$

**Bài 29.**

Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở hình bên khi quay quanh trục  $Ox$ .



**Lời giải.**

Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ , khi quay hình phẳng đó quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay như Hình 7.

Thể tích khối tròn xoay đó là

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^1 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 = \frac{\pi}{2} \approx 1,6.$$

**DẠNG 2** Phương trình mặt cầu

☑ Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R$  có phương trình là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

☑ Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$  là phương trình của mặt cầu tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

**Bài 30.** Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  biết

- a)  $(S)$  có tâm  $I(3; 2; 0)$  và đi qua điểm  $M(2; 4; -1)$ .
- b)  $(S)$  có đường kính là đoạn thẳng  $AB$  với  $A(1; 2; 0)$  và  $B(-1; 0; 4)$ .

**Lời giải.**

- a) Ta có  $R = IM = \sqrt{(2 - 3)^2 + (4 - 2)^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{6}$ .  
Phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$ .
- b) Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , ta có  $I(0; 1; 2)$ , điểm  $I$  chính là tâm của mặt cầu đường kính  $AB$ .  
Ta có  $AB = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (0 - 2)^2 + (4 - 0)^2} = 4\sqrt{2}$ . Suy ra  $R = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{2}$ .  
Phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 8$ .

**Bài 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(3; 4; 2)$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc với trục  $Oz$ .

**Lời giải.**

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên trục  $Oz$ , suy ra  $H(0; 0; 2)$ .  
Ta có:  $\overrightarrow{HI} = (3; 4; 0)$ .  
Mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc trục  $Oz$  có bán kính:  $R = d(I, Oz) = HI = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = 5$ .  
Suy ra phương trình mặt cầu:  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 25$ .

**Bài 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$ . Mặt phẳng  $(P): -x + 4z + 5 = 0$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo một đường tròn  $(C)$ . Tìm tọa độ tâm  $H$  của  $(C)$ ?

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 1; -5)$  và mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-1; 0; 4)$ .  
Vì mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo một đường tròn  $(C)$  nên tâm  $H$  của  $(C)$  là hình chiếu của  $I$  lên mặt phẳng  $(P)$ .

Đường thẳng  $IH$  qua  $I(2; 1; -5)$  và nhận  $\vec{n} = (-1; 0; 4)$  là vectơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -5 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Khi đó  $IH \cap (P) = H(2 - t; 1; -5 + 4t)$ .  
Ta có  $-(2 - t) + 4(-5 + 4t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ . Suy ra  $H(1; 1; -1)$ .

**Bài 33.** Trong không gian  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x - 2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z + 1}{2}$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = 5$ , tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$  và tiếp xúc với trục  $Oy$ .

**Lời giải.**

Điểm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$  nên  $I$  có tọa độ  $I(2 + t; -t; -1 + 2t)$ .  
Vì mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với trục  $Oy$ .

Nên

$$d(I, Oy) = R \Leftrightarrow \sqrt{(2+t)^2 + (-1+2t)^2} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{5t^2 + 5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2. \end{cases}$$

Với  $t = 2$  ta có  $I(4; -2; 3)$  (loại vì  $I$  có tung độ dương).

Với  $t = -2$  ta có  $I(0; 2; -5)$ .

Nên mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25$ .

Thay tọa độ các điểm trong các phương án vào phương trình mặt cầu, nhận thấy điểm  $N(3; 2; -1)$  thỏa mãn.

**Bài 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $OABC$  có tọa độ đỉnh  $A(m; m; 0)$ ,  $B(0; m; m)$ ,  $C(m; 0; m)$ . Biết tứ diện  $OABC$  có bán kính mặt cầu  $(S)$  nội tiếp bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$ ?

**Lời giải.**

Vì  $OABC$  là tứ diện đều, nên tâm  $I$  của mặt cầu nội tiếp tứ diện trùng với trọng tâm của tứ diện ta có  $I\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{m}{2}\right)$ .

$G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,  $G\left(\frac{2m}{3}, \frac{2m}{3}, \frac{2m}{3}\right) \Rightarrow IG = \frac{m\sqrt{3}}{6}$ .

Theo bài  $IG = \frac{m\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow m = 2$ .

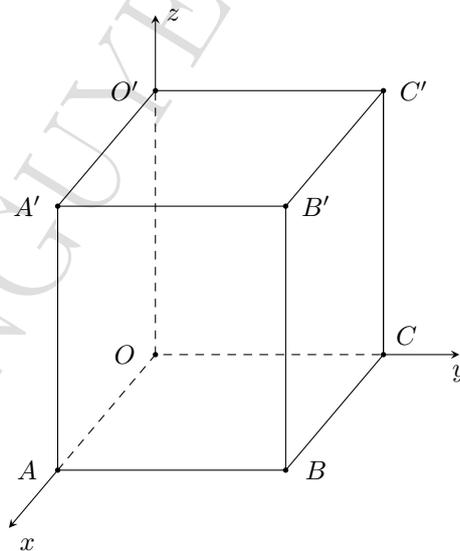
Khi đó tâm  $I(1, 1, 1)$ .

Phương trình mặt cầu  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = \frac{1}{3}$ .

**Bài 35.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình hộp chữ nhật  $OABC.O'A'B'C'$  với  $O$  là gốc tọa độ,  $A(2; 0; 0)$ ,  $C(0; 3; 0)$ ,  $O'(0; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp?

**Lời giải.**

Gắn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ, ta có tọa độ các đỉnh của hình hộp.



$O(0; 0; 0)$ ,  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(2; 3; 0)$ ,  $C(0; 3; 0)$ ,  $O'(0; 0; 4)$ ,  $A'(2; 0; 4)$ ,  $B'(2; 3; 4)$ ,  $C'(0; 3; 4)$ .

Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp có tâm  $I$  là trung điểm của  $OB' \Rightarrow I\left(1; \frac{3}{2}; 2\right)$  và có bán kính

$$R = \frac{OB'}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

Phương trình mặt cầu là  $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{29}{4}$ .

**Bài 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 3x + y - z - 5 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính  $r = 5$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I \in d \Rightarrow I(t; 1 + 2t; 2 - t)$ .

Theo giả thiết  $I = d \cap (P)$  nên tọa độ điểm  $I$  thỏa mãn phương trình mặt phẳng  $(P)$ .

Thay tọa độ điểm  $I$  vào  $(P)$  ta có

$$3t + (1 + 2t) - (2 - t) - 5 = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; 3; 1).$$

Vì  $(S) \cap (P)$  theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính  $r = 5$  nên ta có bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = r = 5$ .

Vậy mặt cầu có phương trình là  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .

**Bài 37.** Trong không gian  $Oxy$ , tính tổng tất cả các số tự nhiên của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m - 2)y - 2(m + 3)z + 3m^2 + 7 = 0$  là phương trình của một mặt cầu.

**Lời giải.**

Ta có 
$$\begin{cases} a = 0 \\ b = m - 2 \\ c = -(m + 3) \\ d = 3m^2 + 7. \end{cases}$$

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \\ \Leftrightarrow & (m - 2)^2 + (m + 3)^2 - (3m^2 + 7) > 0 \\ \Leftrightarrow & -m^2 + 2m + 6 > 0 \\ \Leftrightarrow & 1 - \sqrt{7} < m < 1 + \sqrt{7}. \end{aligned}$$

Mà  $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3\}$ . Nên  $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ .

**Bài 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Tính đường kính  $\ell$  của mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

**Lời giải.**

Tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  có tọa độ là  $I(a; b; 0)$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by + d = 0$ .

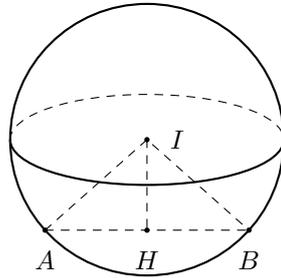
$$\begin{aligned} \begin{cases} A(1; 2; -4) \in (S) \\ B(1; -3; 1) \in (S) \\ C(2; 2; 3) \in (S) \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + 2^2 + (-4)^2 - 2a - 4b + d = 0 \\ 1^2 + (-3)^2 + 1^2 - 2a + 6b + d = 0 \\ 2^2 + 2^2 + 3^2 - 4a - 4b + d = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b - d = 21 \\ 2a - 6b - d = 11 \\ 4a + 4b - d = 17 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ d = -21. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy mặt cầu  $(S)$  có tâm là  $I(-2; 1; 0)$  và bán kính  $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 - (-21)} = \sqrt{26}$ .

Vậy đường kính  $\ell = 2R = 2\sqrt{26} \approx 10,2$ .

**Bài 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; -2; 3)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ . Khi đó, phương trình mặt cầu  $(S)$  có dạng là  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ , tính giá trị của  $P = \frac{abc}{R}$ .

**Lời giải.**



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên trục  $Ox \Rightarrow H(1; 0; 0) \Rightarrow IH = \sqrt{13}$ .

Mà  $HA = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$ .

Nên bán kính mặt cầu cần tìm là  $R = IA = \sqrt{IH^2 + HA^2} = 4$ .

Khi đó, phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$ .

Vậy giá trị của  $P = \frac{abc}{R} = \frac{1 \cdot (-2) \cdot 3}{4} = -\frac{3}{2} = -1,5$ .

**Bài 40.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-2; 4; 1)$ ,  $B(2; 0; 3)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + t. \end{cases}$

Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua  $A, B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $d$ . Bán kính của mặt cầu  $(S)$  là  $R = a\sqrt{b}$ , tính giá trị của  $P = a + b$ .

**Lời giải.**

Tâm  $I \in d \Rightarrow I(1 + t; 1 + 2t; -2 + t)$ .

Ta có  $\vec{AI} = (3 + t; -3 + 2t; -3 + t)$ ;  $\vec{BI} = (-1 + t; 1 + 2t; -5 + t)$ .

Vì  $(S)$  đi qua  $A, B$  nên ta có  $IA = IB$ . Do đó

$$\begin{aligned} IA = IB &\Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \\ &\Leftrightarrow (3 + t)^2 + (-3 + 2t)^2 + (-3 + t)^2 = (-1 + t)^2 + (1 + 2t)^2 + (-5 + t)^2 \\ &\Leftrightarrow 4t = 0 \Leftrightarrow t = 0. \end{aligned}$$

Do đó  $\vec{IA} = (3; -3; -3)$ .

Suy ra, bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = IA = \sqrt{3^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{3}$ .

Vậy giá trị của  $P = a + b = 3 + 3 = 6$ .

**Bài 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I(a; b; c) \in \Delta$  và tiếp xúc với  $(P)$  tại  $H(1; -1; 0)$ . Tính  $a^2 + b^2 + c^2$ ?

**Lời giải.**

Ta có phương trình tham số của  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

Vì  $I \in \Delta \Rightarrow I(1 - 2t; 2t; 2 + t)$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1 - 2t; 2t; 2 + t) \in \Delta$  và tiếp xúc với  $(P)$  tại  $H(1; -1; 0)$  nên ta có

$$d(I, (P)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2(1 - 2t) - 2t + (2 + t) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \sqrt{(2t)^2 + (-1 - 2t)^2 + (-2 - t)^2}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (-5t + 1)^2 &= 6(9t^2 + 8t + 5) \\ \Leftrightarrow -29t^2 - 58t - 29 &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -1. \end{aligned}$$

Với  $t = -1 \Rightarrow I(3; -2; 1) \Rightarrow a = 3, b = -2, c = 1$ .  
 Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ .

**Bài 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$  và hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0, (Q): x + 2y - 2z + 4 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $S$  có tâm  $I$  thuộc  $\Delta$  và tiếp xúc với  $(P), (Q)$ .

**Lời giải.**

Ta có phương trình tham số của  $\Delta$  là 
$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Vì  $I \in \Delta \Rightarrow I(2 - 3t; 1 + 2t; 1 + 2t)$ .

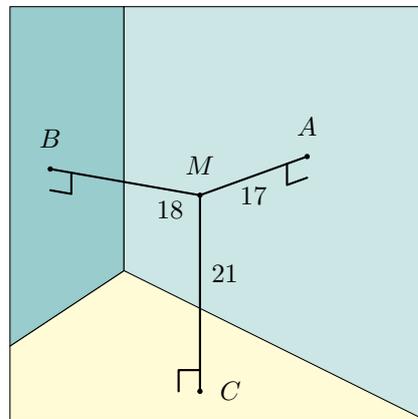
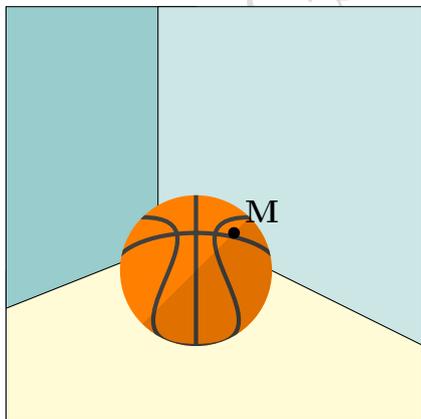
Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2 - 3t; 1 + 2t; 1 + 2t)$  thuộc  $\Delta$  và tiếp xúc với  $(P), (Q)$  nên ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= d(I, (Q)) \\ \Leftrightarrow \frac{|(2 - 3t) + 2(1 + 2t) - 2(1 + 2t) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} &= \frac{|(2 - 3t) + 2(1 + 2t) - 2(1 + 2t) + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} \\ \Leftrightarrow |-3t| &= |-3t + 6| \Leftrightarrow t = 1. \end{aligned}$$

Suy ra mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 3; 3)$  và bán kính  $R = 1$ .

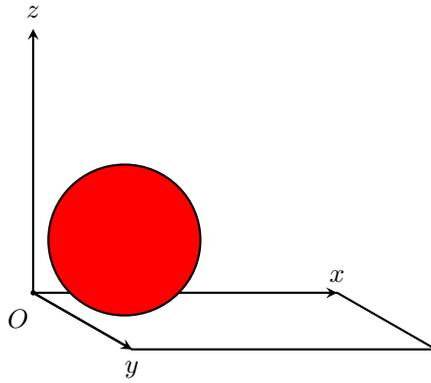
Vậy đường kính của mặt cầu  $(S)$  bằng 2.

**Bài 43.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm?



**Lời giải.**

Ta đặt hệ trục tọa độ  $Oxyz$  vào căn phòng sao cho có hai bức tường là mặt  $(Oxz), (Oyz)$  và nền nhà là  $(Oxy)$ .



Bài toán dẫn đến việc tìm đường kính của mặt cầu tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ và chứa điểm  $M(17; 18; 21)$ .

Vì mặt cầu tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ nên mặt cầu có tâm là  $I(a; a; a)$  và bán kính là  $R = a$  ( $a > 0$ ).

Do đó phương trình mặt cầu ( $S$ ) có dạng  $(x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2$ .

Vì  $M(17; 18; 21) \in (S)$  nên ta có

$$\begin{aligned} (17 - a)^2 + (18 - a)^2 + (21 - a)^2 &= a^2 \\ \Leftrightarrow 2a^2 - 112a + 1054 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 - \sqrt{257} \\ a = 28 + \sqrt{257}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm nên  $a = 28 - \sqrt{257}$ .

Vậy đường kính quả bóng bằng  $2a = 56 - 2\sqrt{257} \approx 23,9$  cm.

**Bài 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm bán kính mặt cầu qua 2 điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; -2)$  và có tâm  $I$  thuộc  $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ .

**Lời giải.**

Vì mặt cầu có tâm  $I$  thuộc  $\Delta$  nên  $I(2t; 1+t; -t) \Rightarrow \begin{cases} \vec{IA} = (2t; 1+t; -t) \\ \vec{IB} = (1-2t; t; -2+t). \end{cases}$

Vì mặt cầu đi qua hai điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; -2)$  nên

$$\begin{aligned} IA &= IB \\ \Leftrightarrow (2t)^2 + (1+t)^2 + (-t)^2 &= (1-2t)^2 + (t)^2 + (-2+t)^2 \\ \Leftrightarrow 4t + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -3 \\ \Rightarrow IA &= \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 + (3)^2} = 7. \end{aligned}$$

**Bài 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm  $A(-2; 3; 3)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(4; 2; 2)$  và có tâm thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$ .

**Lời giải.**

Vì mặt cầu có tâm  $I$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tâm có dạng  $I(0; b; c)$ .

Vì mặt cầu đi qua ba điểm  $A(-2; 3; 3)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(4; 2; 2)$  nên ta có

$$\begin{aligned} & IA = IB = IC = R \\ \Leftrightarrow & IA^2 = IB^2 = IC^2 = R^2 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 4 + (3 - b)^2 + (3 - c)^2 = 1 + (1 - b)^2 + (2 - c)^2 \\ 1 + (1 - b)^2 + (2 - c)^2 = 16 + (2 - b)^2 + (2 - c)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 40 + 9 - 6c + c^2 = 65 + 4 - 4c + c^2 \\ b = 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} c = -10 \\ b = 9 \end{cases} \\ \Rightarrow & I(0; 9; -10) \\ \Rightarrow & R = IA = \sqrt{4 + 36 + 169} = \sqrt{209}. \end{aligned}$$

Phương trình mặt cầu là  $x^2 + (y - 9)^2 + (z + 10)^2 = 209$ .

**Bài 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tâm mặt cầu đi qua điểm  $B(1; 3; 0)$  và tiếp xúc với  $(Oyz)$  tại  $M(0; 3; -2)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu  $(S)$ .

Vì  $(S)$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oyz)$  tại  $M(0; 3; -2)$  nên hình chiếu của  $I$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $H(0; b; c)$  trùng với  $M$ .

Do đó  $b = 3, c = -2$  và  $I(a; 3; -2)$ . Ta có

$$\begin{aligned} & IB = IM \\ \Leftrightarrow & IB^2 = IM^2 \\ \Leftrightarrow & (a - 1)^2 + 4 = a^2 \\ \Leftrightarrow & -2a + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & a = \frac{5}{2} \\ \Rightarrow & I\left(\frac{5}{2}; 3; -2\right). \end{aligned}$$

**Bài 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; -4)$ ,  $B(2; 3; 4)$ ,  $C(3; 5; 7)$ . Tìm phương trình mặt cầu có tâm là  $A$  và tiếp xúc với  $BC$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (1; 5; 8)$  và  $\vec{BC} = (1; 2; 3)$  nên  $[\vec{AB}; \vec{BC}] = (-1; 5; -3)$ .

Mặt cầu có tâm là  $A$  và tiếp xúc với  $BC$  do đó  $R = d[A; (BC)] = \frac{|[\vec{AB}; \vec{BC}]|}{|\vec{BC}|} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = \frac{5}{2}$ .

**Bài 48.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

**Lời giải.**

Gọi tâm mặt cầu là  $I(x; y; 0)$ . Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + 1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + 3^2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (y-2)^2 + 4^2 = (y+3)^2 + 1^2 \\ x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow l = 2R = 2\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{26} \approx 10,2.$$

**Bài 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(2; 4; 1)$  và  $(P): x + y + z - 4 = 0$ . Tìm phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  sao cho  $(S)$  cắt  $(P)$  theo đường tròn có đường kính bằng 2.

**Lời giải.**

Ta có  $d[I, (P)] = \frac{|2 + 4 + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$ .

Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu, ta có:  $R^2 = d^2(I, (P)) + r^2 = 3 + 1 = 4$ .

Vậy  $(S): (x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 4$ .

**Bài 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ . Đường thẳng  $d$  cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  với  $AB = 10$ . Viết phương trình của mặt cầu  $(S)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$  ta có  $IH = d(I, d)$  và  $IH \perp d$ .

Do  $H \in d$  nên  $H(1+t; -t; t) \Rightarrow \vec{IH} = (t; -t+1; t-2)$ .

Vì  $IH \perp d \Rightarrow \vec{IH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2; -1; 1) \Rightarrow d(I, d) = IH = \sqrt{2}$ .

Xét  $\triangle IAH$ , ta có  $IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{27}$ .

Vậy phương trình mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 27$ .

**Bài 51.** Cho 4 điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ ,  $D(1; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  qua 2 điểm  $A$  và  $B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $CD$ ?

**Lời giải.**

Phương trình tham số đường thẳng  $CD$  là  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Do tâm  $I$  mặt cầu  $(S)$  thuộc  $CD$  nên có  $I(2 - t; 2 - 2t; 3 + t)$ .

Vì  $IA = IB$  nên

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-1+t)^2 + (2t)^2 + (-7-t)^2} = \sqrt{(-1+t)^2 + (-5+2t)^2 + (-2-t)^2} \\ \Rightarrow & 4t^2 + 49 + 14t + t^2 = 25 - 20t + 4t^2 + 4 + 4t + t^2 \\ \Rightarrow & 30t = -20 \\ \Rightarrow & t = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Vậy  $I\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}; \frac{7}{3}\right)$  và  $R = IA = \frac{2\sqrt{93}}{3}$ .

Nên phương trình mặt cầu là  $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{124}{3}$ .

**Bài 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm  $A, B, C$  và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

**Lời giải.**

Gọi phương trình mặt cầu  $(S_4)$  có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ , với tâm  $I(a; b; c)$ .

Ta có  $I(a; b; c) \in (Oxy) \Rightarrow c = 0$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 4b + d = -21 \\ -2a + 6b + d = -11 \\ -4a - 4b + d = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ d = -21 \end{cases}$$

Suy ra  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{4 + 1 + 0 + 21} = \sqrt{26}$ .

**Bài 53.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $C(0; 0; 3)$ ,  $B(0; 2; 0)$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 = MB^2 + MC^2$  là một mặt cầu, tính bán kính mặt cầu đó.

**Lời giải.**

Giả sử  $M(x; y; z)$ .

Ta có:  $MA^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2$ ;  $MB^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2$ ;  $MC^2 = x^2 + y^2 + (z - 3)^2$ .

Khi đó:  $MA^2 = MB^2 + MC^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y - 2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z - 3)^2$

$\Leftrightarrow -2x + 1 = (y - 2)^2 + x^2 + (z - 3)^2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$ .

Vậy tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 = MB^2 + MC^2$  là mặt cầu có bán kính là  $R = \sqrt{2}$ .

**Bài 54.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu đi qua điểm  $A(1; -1; 4)$  và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính  $P = a - b + c$ .

**Lời giải.**

Vì mặt cầu tâm  $I$  tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên

$$d(I, (Oyz)) = d(I, (Ozx)) = d(I, (Oxy)) \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = c \\ a = -b = -c. \end{cases}$$

Nhận thấy chỉ có trường hợp  $a = -b = c$  thì phương trình  $AI = d(I, (Oxy))$  có nghiệm, các trường hợp còn lại vô nghiệm.

Thật vậy: Với  $a = -b = c$  thì  $I(a; -a; a)$  thì

$$AI = d(I, (Oyx)) \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (a - 1)^2 + (a - 4)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3.$$

Khi đó  $P = a - b + c = 9$ .

**Bài 55.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm thuộc đường thẳng  $d: \frac{x - 2}{1} =$

$\frac{y - 1}{3} = \frac{z + 1}{-1}$  và đi qua 2 điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(0; 1; 1)$ .

**Lời giải.**

$(S)$  có tâm  $I \in d: \frac{x - 2}{1} = \frac{y - 1}{3} = \frac{z + 1}{-1} \Rightarrow I(t + 2; 3t + 1; -t - 1)$ .

$(S)$  đi qua 2 điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(0; 1; 1)$  nên ta có

$$\begin{aligned} IA = IB = R &\Rightarrow t^2 + (3t)^2 + (-t)^2 = (t + 2)^2 + (3t)^2 + (-t - 2)^2 \Leftrightarrow t = -1 \\ &\Rightarrow I(1; -2; 0) \Rightarrow d = 2R = 2IA = 2\sqrt{11} \approx 6,63. \end{aligned}$$

**Bài 56.** Cho các điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 0; 4)$ . Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$  ( $O$  là gốc tọa độ).

**Lời giải.**

Giả sử mặt cầu  $(S)$  ngoại tiếp tứ diện  $OABC$  có phương trình là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (1).$$

Thay tọa độ bốn đỉnh của tứ diện vào (1), ta được

$$\begin{cases} 2^2 - 4a + d = 0 \\ 4^2 - 8b + d = 0 \\ 4^2 - 8c + d = 0 \\ 0 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \\ d = 0. \end{cases}$$

Vậy phương trình của  $(S)$  là  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$ .

**Bài 57.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm nằm trên trục  $Oy$ , đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2)$  và  $B(3; 1; -1)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $I(0; a; 0)$  là tâm mặt cầu cần tìm (vì tâm mặt cầu nằm trên trục  $Oy$ ).

Vì mặt cầu tâm  $I(0; a; 0)$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2)$  và  $B(3; 1; -1)$  nên ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2 - a)^2 + (-2)^2} = \sqrt{3^2 + (1 - a)^2 + (-1)^2} \Leftrightarrow a = -1.$$

Suy ra  $I(0; -1; 0)$  và bán kính của mặt cầu là  $R = IA = \sqrt{14}$ .

Do đó phương trình mặt cầu đã cho là  $x^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 14$ .

**DẠNG 3** Xác suất có điều kiện

a) **Xác suất có điều kiện:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khi đó

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

b) **Công thức nhân xác suất:** Với hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, ta có

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A | B).$$

**⚠** Vì  $AB = BA$  nên với hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, ta cũng có

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B | A).$$

**⚠** Nếu  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

c) **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố tùy ý. Khi đó

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}).$$

d) **Công thức Bayes:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(A) > 0$ . Khi đó

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}.$$

hoặc

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B})}$$

**Bài 58.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “thắng thầu dự án 1”.

Gọi  $B$  là biến cố “thắng thầu dự án 2”.

Theo đề bài  $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$  với 2 biến cố  $A, B$  độc lập.

Gọi  $C$  là biến cố “thắng thầu đúng 1 dự án”. Ta có

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) \\ &= 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,46. \end{aligned}$$

**Bài 59.** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ”.

Gọi  $B$  là biến cố “lần thứ hai lấy được bi màu xanh”.

Ta cần tìm  $P(B | A)$ . Không gian mẫu  $n(\Omega) = 16 \cdot 15$  cách chọn.

- ☑ Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 15 bi còn lại có 15 cách chọn, do đó  $P(A) = \frac{7 \cdot 15}{16 \cdot 15} = \frac{7}{16}$ .
- ☑ Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó  $P(A \cap B) = \frac{7 \cdot 9}{16 \cdot 15} = \frac{21}{80}$ .

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ

$$\text{là } P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}.$$

**Bài 60.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên”, ta có  $P(A) = 0,98$ .

Gọi  $B$  là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2”, ta có  $P(B | A) = 0,95$ .

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính  $P(A \cap B)$ .

Ta có

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ \Rightarrow P(A \cap B) &= P(B | A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}. \end{aligned}$$

**Bài 61.** Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “lần 1 bốc được bi trắng”.

Gọi  $B$  là biến cố “lần 2 bốc được bi đỏ”.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là  $P(B | A)$ .

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{8 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{4}{5}; P(A \cap B) = \frac{8 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{8}{45}.$$

$$\text{Do đó } P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}.$$

**Bài 62.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội?

**Lời giải.**

Xét các biến cố:  $A$  là biến cố “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên” và  $B$  là biến cố “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”.

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

- ☑ Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | A) = \frac{16}{35}$ .
- ☑ Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | \bar{A}) = \frac{15}{35}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Suy ra  $a = 4, b = 9$  và  $a + b = 13$ .

**Bài 63.** Lớp 12A có 37 học sinh, trong đó có 15 học sinh thích môn Tin học, 20 học sinh thích môn Tiếng Anh, 10 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Xét các biến cố:  $A$  là biến cố “Chọn được học sinh thích môn Tin học” và  $B$  là biến cố “Chọn được học sinh thích môn Tiếng Anh”.

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{15}{37}; P(B) = \frac{20}{37}; P(A \cup B) = 1 - \frac{10}{37} = \frac{27}{37}.$$

$$\text{Suy ra } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{15}{37} + \frac{20}{37} - \frac{27}{37} = \frac{8}{37}.$$

Vậy xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{37}}{\frac{20}{37}} = 0,4.$$

**Bài 64.** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu, biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau?

**Lời giải.**

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng: (trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi  $A$  là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”.

Gọi  $B$  là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”.

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}.$$

Do nếu xảy ra  $A$  thì đương nhiên sẽ xảy ra  $B$  nên ta có  $P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$ .

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}.$$

**Bài 65.** Một sản phẩm xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả 2 lần đều đạt thì sản phẩm đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% số sản phẩm qua lần kiểm tra đầu tiên sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để sản phẩm đó đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên”, suy ra  $P(A) = 0,98$ .

Gọi  $B$  là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ hai”, suy ra  $P(B | A) = 0,95$ .

Sản phẩm đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải qua được cả 2 lần kiểm tra nên ta cần tính  $P(AB)$ .

$$\text{Ta có } P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,98 \cdot 0,95 = 0,931 = \frac{931}{1000}.$$

**Bài 66.** Một doanh nghiệp xuất khẩu quả sầu riêng sau khi thu mua tại các nhà vườn đạt các tiêu chuẩn về vệ sinh an toàn thực phẩm sẽ tiếp tục thực hiện hai lần kiểm tra chất lượng sản phẩm, nếu cả hai lần kiểm tra đều đạt thì trái sầu riêng đó mới đạt tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 97% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất và 94% sản phẩm đã qua được lần kiểm tra thứ nhất qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một quả sầu riêng đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Sản phẩm qua được kiểm tra lần thứ nhất”, theo đề bài ta có  $P(A) = 0,97$ .

Gọi  $B$  là biến cố: “Sản phẩm qua được kiểm tra lần thứ hai”, theo đề bài ta có  $P(B | A) = 0,94$ .

Ta có  $AB$  là biến cố: “Quả sầu riêng đạt tiêu chuẩn xuất khẩu”.

$$\text{Ta có } P(AB) = P(A | B) \cdot P(B) = 0,97 \cdot 0,94 \approx 0,91.$$

**Bài 67.** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu của cả hai dự án là 0,3. Tính xác suất để công ty thắng dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 1”, theo đề bài ta có  $P(A) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,6$

Gọi  $B$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 2”, theo đề bài ta có  $P(B) = 0,5$ , ta có  $P(AB) = 0,3$ .

Gọi  $C$  là biến cố “Công ty thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”, ta có

$$C = B | \bar{A} \Rightarrow P(C) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}.$$

Do  $B = AB \cup \bar{A}B$  nên

$$P(B) = P(AB \cup \bar{A}B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Rightarrow P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2.$$

Suy ra

$$P(C) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

**Bài 68.** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có  $P(A) = 0,7$ .

Gọi  $B$  là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ hai”.

Theo đề bài ta có  $P(B | A) = 0,8; P(B | \bar{A}) = 0,2$ .

Gọi  $C$  là biến cố “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”.

Ta có

$$P(C) = P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Theo đề bài ta có  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B | A) \cdot P(A)$ . Mặt khác  $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 1 - 0,8 \cdot 0,3 = 0,76$ .

Suy ra

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B | A) \cdot P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,62$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \approx 0,9$$

**Bài 69.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có 95% sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật. Trong quá trình kiểm nghiệm, xác suất để chấp nhận một sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật là 98% và khả năng chấp nhận một sản phẩm không đạt tiêu chuẩn kỹ thuật là 4%. Tính xác suất để một sản phẩm qua kiểm nghiệm được chấp nhận là sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật.

**Lời giải.**

Gọi  $A$ : “Sản phẩm qua kiểm nghiệm được chấp nhận”.

Và  $B$ : “Sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật”.

$$\text{Ta có } P(B) = 95\% = 0,95;$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,95 = 0,05;$$

$$P(A | B) = 98\% = 0,98;$$

$$P(A | \bar{B}) = 4\% = 0,04.$$

$$\Rightarrow P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,95 \cdot 0,98 + 0,05 \cdot 0,04 = 0,933.$$

Theo công thức Bayes

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,95 \cdot 0,98}{0,933} = 0,9979.$$

**Bài 70.** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 81,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 98,4% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong cộng đồng là 2%. Một người trong cộng đồng đó làm xét nghiệm và nhận được kết quả dương tính. Tính xác suất người đó thực sự nhiễm virus.

**Lời giải.**

Gọi  $A$ : “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính”.

$B$ : “Người làm xét nghiệm thực sự nhiễm virus”.

Khi đó  $P(A | B) = 81,2\% = 0,812$ .

$P(\bar{A} | \bar{B}) = 98,4\% = 0,984$ .

$\Rightarrow P(A | \bar{B}) = 1 - 0,984 = 0,016$ .

Do tỷ lệ người nhiễm trong cộng đồng là 2% nên  $P(B) = 2\% = 0,02$ .

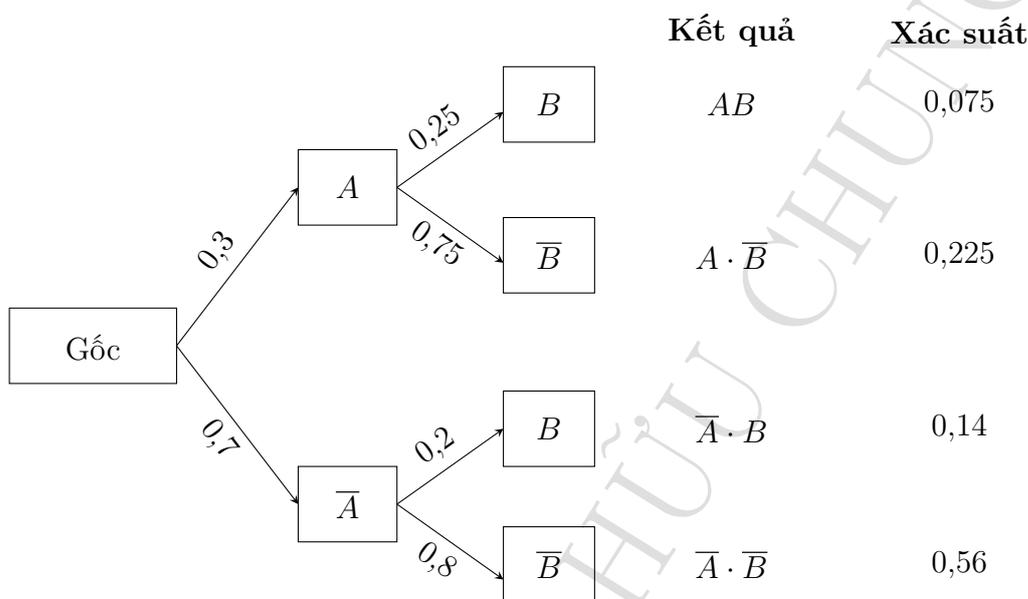
$$\Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,02 = 0,98.$$

$$\text{Do đó } P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,02 \cdot 0,812 + 0,98 \cdot 0,016 = 0,03192.$$

Theo công thức Bayes

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,02 \cdot 0,812}{0,03192} = 0,509.$$

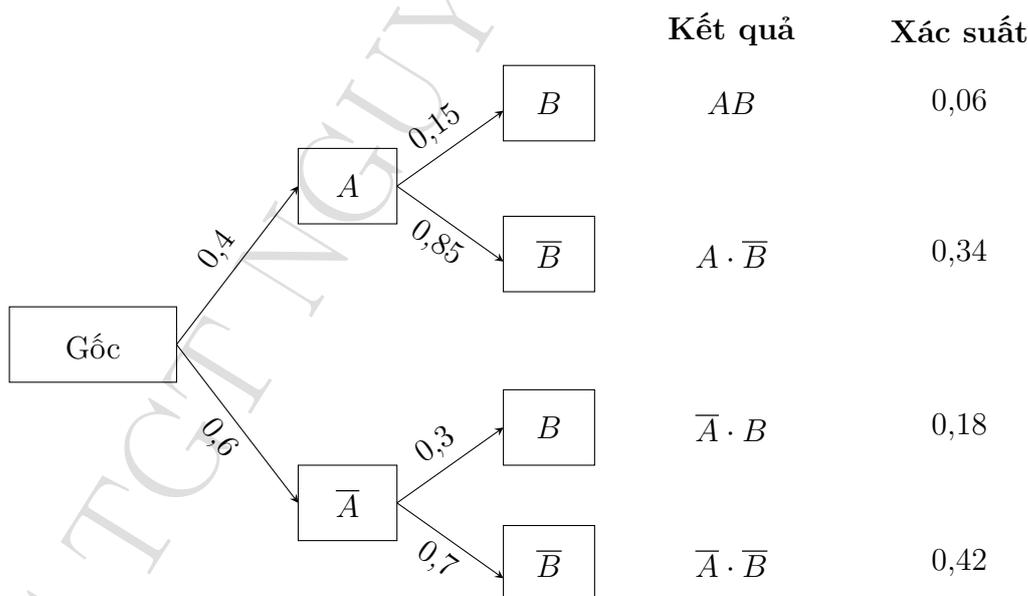
**Bài 71.** Cho sơ đồ hình cây như sau. Tính  $P(B)$ .



**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,075 + 0,14 = 0,215.$$

**Bài 72.** Cho sơ đồ hình cây như sau. Tính  $P(A | B)$ .



**Lời giải.**

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,15 + 0,6 \cdot 0,3 = 0,24.$$

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,4 \cdot 0,15}{0,24} = 0,25.$$

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

**Bài 73.** Giả sử có hai hộp, hộp thứ nhất chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh; hộp thứ hai chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một quả bóng, biết rằng lấy được quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó ở hộp thứ nhất.

**Lời giải.**

Gọi  $A$ : “Lấy quả bóng từ hộp thứ nhất”.

$B$ : “Quả bóng là màu đỏ”.

Ta có  $P(A) = \frac{1}{2}$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2}$ ;  $P(B | A) = \frac{3}{4}$ ;  $P(B | \bar{A}) = \frac{1}{3}$ .

Áp dụng công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{9}{13}.$$

**Bài 74.** Khi nghiên cứu các hồ sơ bệnh án trong một Bệnh Viện Bỏng nhận thấy có 70% số ca bệnh là do bỏng nhiệt và 30% số ca là bỏng hóa chất; tỉ lệ bệnh nhân bị biến chứng khi bị bỏng nhiệt là 30% và tỉ lệ bệnh nhân bị biến chứng khi bị bỏng hóa chất là 50%. Rút ngẫu nhiên một bệnh án, tính xác suất bệnh nhân bị bỏng nhiệt.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Bệnh nhân bị bỏng nhiệt”.

$B$  là biến cố “Bệnh nhân bị biến chứng”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 70\% = 0,7 \\ P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3 \\ P(B | A) = 30\% = 0,3 \\ P(B | \bar{A}) = 50\% = 0,5. \end{cases}$$

Áp dụng công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,5} = \frac{7}{12}.$$

**Bài 75.** Một nhà máy có 2 phân xưởng sản xuất. Tỉ lệ sản phẩm của phân xưởng I và II lần lượt là 40% và 60%. Tỉ lệ chính phẩm của phân xưởng I là 97% và tỉ lệ chính phẩm của phân xưởng II là 98%. Mua ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy, biết sản phẩm mua được là chính phẩm, tính xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng I sản xuất.

**Lời giải.**

Gọi  $A$ : “Sản phẩm do phân xưởng I sản xuất”.

$B$ : “Sản phẩm là chính phẩm”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 40\% = 0,4 \\ P(\bar{A}) = 60\% = 0,6 \\ P(B | A) = 97\% = 0,97 \\ P(B | \bar{A}) = 98\% = 0,98. \end{cases}$$

Áp dụng công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,4 \cdot 0,97}{0,4 \cdot 0,97 + 0,6 \cdot 0,98} = 0,3975.$$

**Bài 76.** Từ một hộp có 50 quả cầu trắng và 100 quả cầu đen. Người ta rút ngẫu nhiên không hoàn lại từng quả một và rút hai lần. Tính xác suất để lần đầu rút được quả trắng biết lần thứ hai cũng rút được quả trắng.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Lần đầu rút được quả màu trắng”.

$B$  là biến cố “Lần thứ hai rút được quả màu trắng”.

Khi đó 
$$\begin{cases} P(A) = \frac{C_{50}^1}{C_{150}^1} = \frac{1}{3} \\ P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ P(B | A) = \frac{C_{49}^1}{C_{149}^1} = \frac{49}{149} \\ P(B | \bar{A}) = \frac{C_{50}^1}{C_{149}^1} = \frac{50}{149}. \end{cases}$$

Áp dụng công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{49}{149}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{49}{149} + \frac{2}{3} \cdot \frac{50}{149}} = \frac{49}{149}.$$

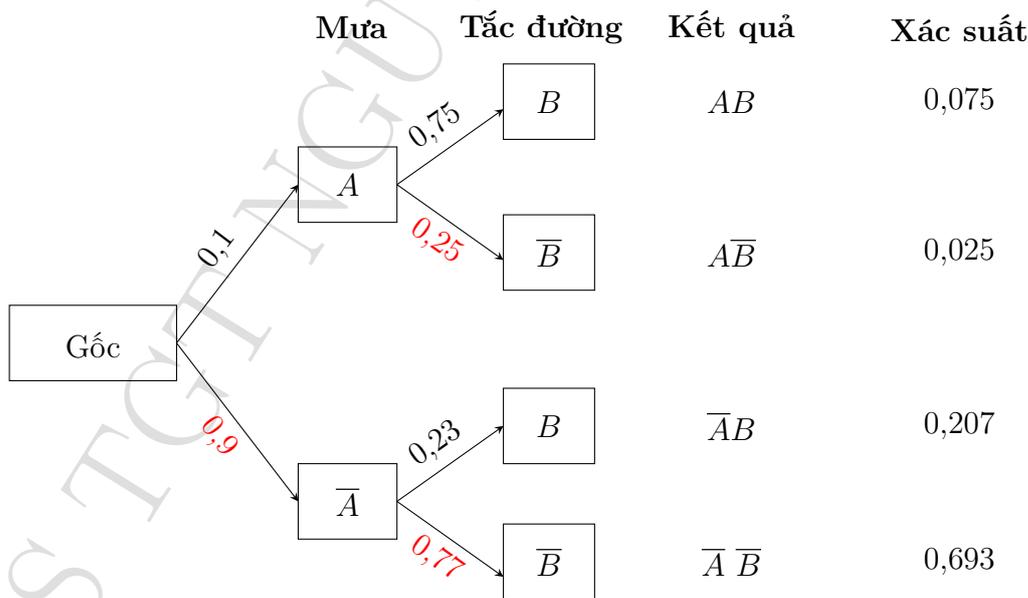
**Bài 77.** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố T, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,75 và 0,23. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố T bị tắc đường.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Trời mưa”.

$B$  là biến cố “Tuyến phố T bị tắc đường”.

Khi đó 
$$\begin{cases} P(A) = 0,1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,1 = 0,9 \\ P(B | A) = 0,75 \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 1 - 0,75 = 0,25 \\ P(B | \bar{A}) = 0,23 \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,23 = 0,77. \end{cases}$$



Áp dụng công thức xác suất toàn phần để tính xác suất khi phố T bị tắc đường

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,1 \cdot 0,75 + 0,9 \cdot 0,23 = 0,282 \approx 0,28.$$

**Bài 78.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên  $A$  và  $B$ . Biết rằng  $P(A | B) = 2P(B | A)$  và  $P(AB) \neq 0$ . Tính tỉ số  $\frac{P(A)}{P(B)}$ .

**Lời giải.**

Theo công thức Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{P(A | B)}{P(B | A)} = 2.$$

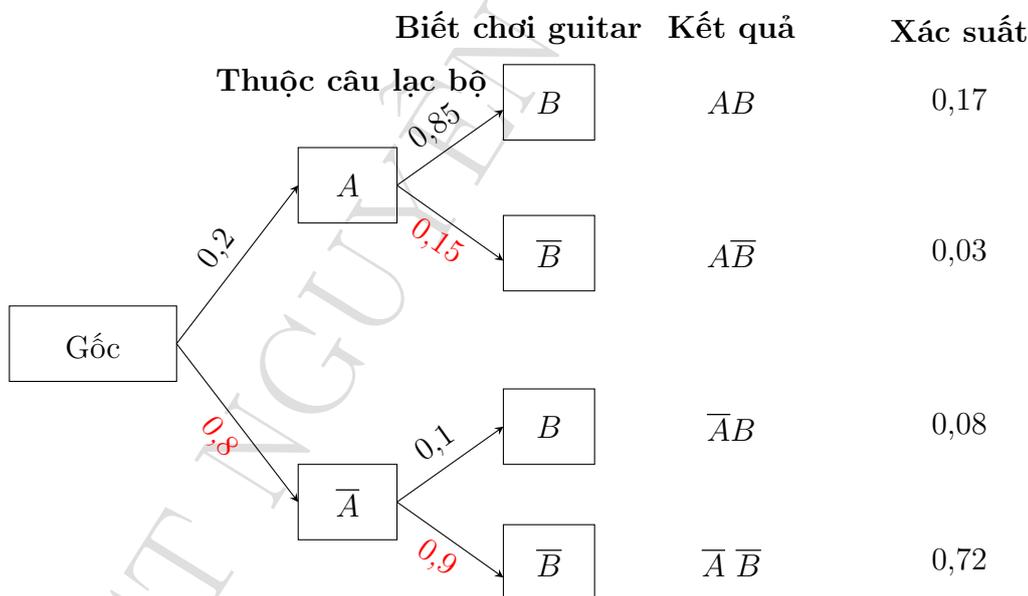
**Bài 79.** Trường Hạnh Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Số học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc”.

$B$  là biến cố “Số học sinh không thuộc câu lạc bộ”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 20\% = 0,2 & \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8 \\ P(B | A) = 85\% = 0,85 & \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 1 - 0,85 = 0,15 \\ P(B | \bar{A}) = 10\% = 0,1 & \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,1 = 0,9. \end{cases}$$



Áp dụng công thức xác suất Bayes để tính xác chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1} = 0,68.$$

**Bài 80.** Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng 1 câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu

GIẢI CHI TIẾT BỘ ĐỀ ÔN THI HK2 TOÁN 12 – NĂM HỌC 2024 – 2025

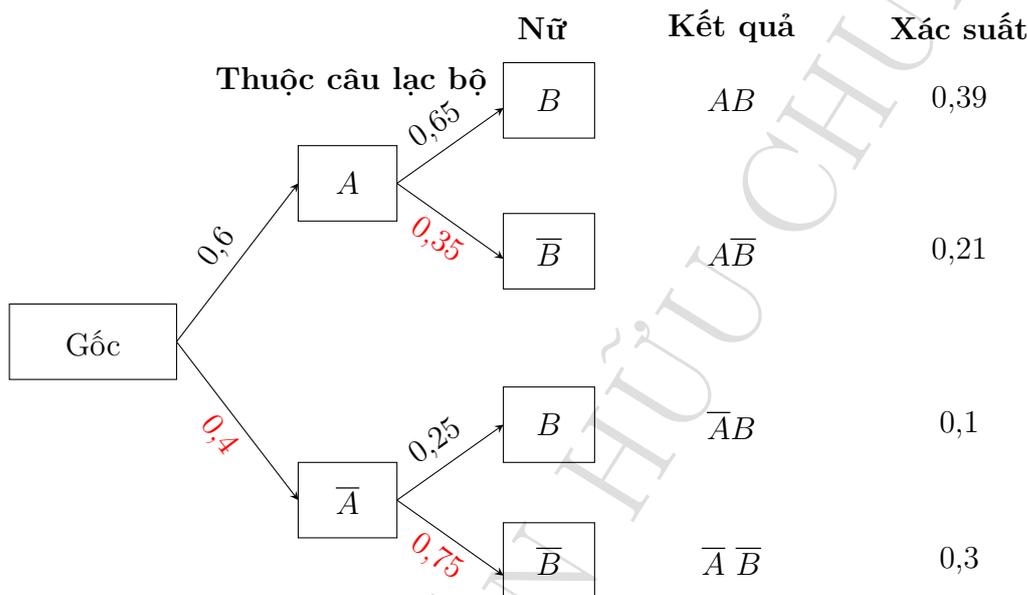
lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Tính xác suất chọn được học sinh nữ?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Số học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”.

$B$  là biến cố “Số học sinh nữ”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 60\% = 0,6 & \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4 \\ P(B | A) = 65\% = 0,65 & \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 1 - 0,65 = 0,35 \\ P(B | \bar{A}) = 25\% = 0,25 & \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,25 = 0,75. \end{cases}$$



Áp dụng công thức xác suất toàn phần để tính xác chọn được học sinh là nữ

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49.$$

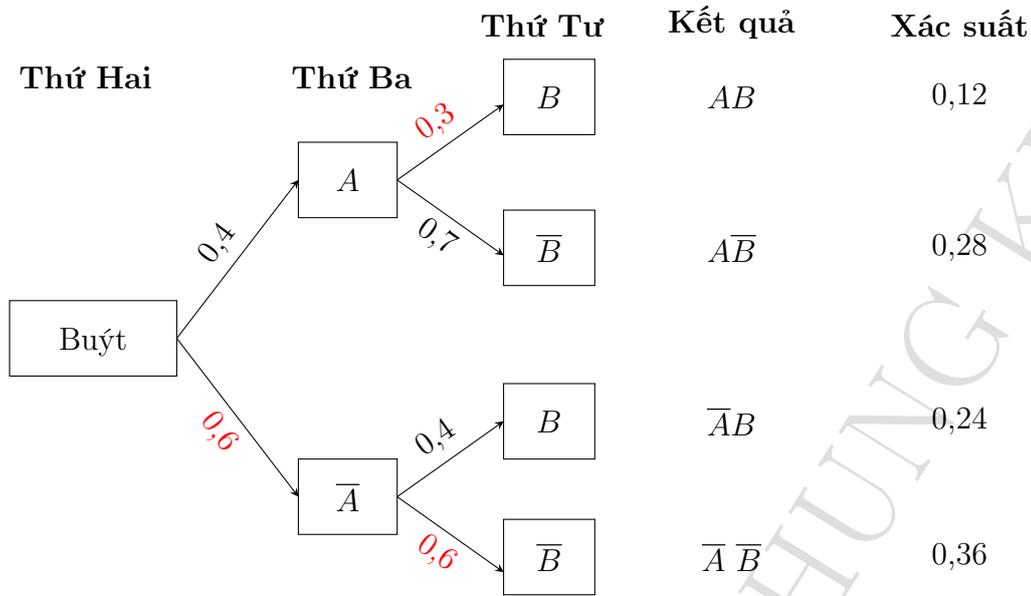
**Bài 81.** Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần ông An đi làm bằng xe máy.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”.

$B$  là biến cố “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 0,4 & \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6 \\ P(\bar{B} | A) = 0,7 & \Rightarrow P(B | A) = 1 - 0,7 = 0,3 \\ P(B | \bar{A}) = 0,4 & \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6. \end{cases}$$



Áp dụng công thức xác suất toàn phần để tính xác suất thứ Tư ông An đi làm bằng xe máy là

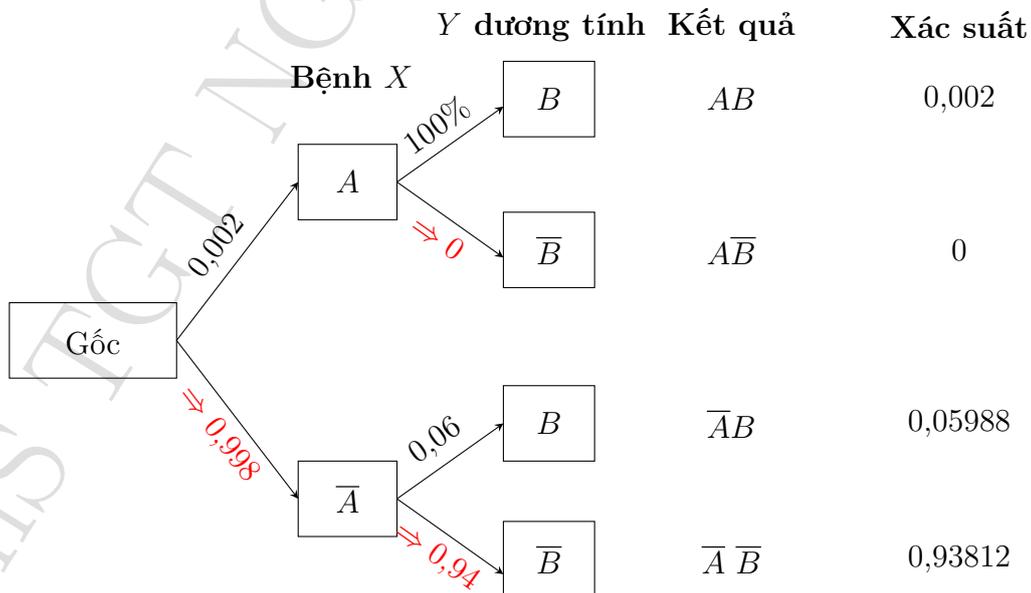
$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36.$$

**Bài 82.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh  $X$  mà tỉ lệ người mắc bệnh là  $0,2\%$  và một loại xét nghiệm  $Y$  mà ai mắc bệnh  $X$  khi xét nghiệm  $Y$  cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có  $6\%$  những người không bị bệnh  $X$  lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm  $Y$ . Tính xác suất người đó bị mắc bệnh  $X$ ?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Bệnh nhân mắc bệnh  $X$ ”.  
 $B$  là biến cố “Xét nghiệm  $Y$  dương tính”.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} P(A) = 0,2\% = 0,002 & \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998 \\ P(B | A) = 1 & \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 0 \\ P(B | \bar{A}) = 6\% = 0,06 & \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94. \end{cases}$$



Áp dụng công thức Bayes để tính xác suất người đó mắc bệnh  $X$ , khi biết đã dương tính với xét nghiệm  $Y$  là

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,006} \approx 0,03.$$

**Bài 83.** Có hai hộp thuốc. Hộp I có 2 vỉ thuốc ngoại và 5 vỉ thuốc nội. Hộp II có 3 vỉ thuốc ngoại và 6 vỉ thuốc nội. Từ hộp I và hộp II lần lượt lấy ra 2 vỉ thuốc và 1 vỉ thuốc. Từ 3 vỉ thuốc đó lại lấy ra 1 vỉ. Tính xác suất để lấy ra sau cùng vỉ thuốc ngoại.

**Lời giải.**

Gọi  $A_1$  : “Vỉ thuốc lấy ra sau cùng là hộp I”.

$A_2$  : “Vỉ thuốc lấy ra sau cùng là hộp II”.

Ta có  $A_1, A_2$  lập hệ đầy đủ các biến cố và  $P(A_1) = \frac{2}{3}, P(A_2) = \frac{1}{3}$ .

Gọi  $B$  : “Vỉ thuốc lấy ra sau cùng là thuốc ngoại”. Khi đó

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B | A_1) + P(A_2) \cdot P(B | A_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{9} = \frac{19}{63}.$$

**Bài 84.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội.

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

$A$  : “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên”;

$B$  : “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”;

Khi đó,  $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ .

Nếu An chọn được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | A) = \frac{16}{35}$ .

Nếu An chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | \bar{A}) = \frac{15}{35}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Vậy suy ra  $a = 4, b = 9$  và  $a + b = 13$ .

**Bài 85.** Một thùng có 60 quả sầu riêng, 40 quả mít; các quả có khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy có 50% số quả sầu riêng có dán tem xuất khẩu và 75% số quả mít có dán tem xuất khẩu; những quả còn lại không dán tem xuất khẩu. Lấy ngẫu nhiên trong thùng một quả, tính xác suất để quả lấy ra có dán tem xuất khẩu?

**Lời giải.**

Số quả mít có dán tem xuất khẩu là  $75\% \cdot 40 = 30$  (quả).

Số quả sầu riêng có dán tem xuất khẩu là  $50\% \cdot 60 = 30$  (quả).

Gọi  $A$  : “Quả được chọn ra có dán tem xuất khẩu”.

$B$  : “Quả được chọn ra là quả mít”.

Khi đó,  $P(B) = \frac{40}{100} = 0,4; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$

$P(A | B) = \frac{30}{40} = 0,75; P(A | \bar{B}) = \frac{30}{60} = 0,5.$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta được:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,4 \cdot 0,75 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,6.$$

**Bài 86.** Có hai chuồng gà giống. Chuồng I có 15 con, trong đó có 3 con gà trống. Chuồng II có 20 con, trong đó có 4 con gà trống. Một con từ chuồng II nhảy sang chuồng I. Từ chuồng I bắt ngẫu nhiên 1 con. Tính xác suất để con gà bắt được là gà trống?

**Lời giải.**

Gọi A: “Con gà bắt được là gà trống”.

B: “Con gà nhảy từ chuồng II sang là gà trống”.

Khi đó,  $P(B) = \frac{4}{20} = 0,2$ ;  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$

và  $P(A | B) = \frac{4}{16} = 0,25$ ;  $P(A | \bar{B}) = \frac{3}{16} = 0,1875$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,2 \cdot 0,25 + 0,8 \cdot 0,1875 = 0,2.$$

**Bài 87.** Một nhà máy có 2 xưởng sản xuất. Xưởng I chiếm 65% tổng sản phẩm. Xưởng II chiếm 35% tổng sản phẩm. Biết rằng tỷ lệ đạt sản phẩm chất lượng tốt của hai xưởng lần lượt là 90% và 85%. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất để sản phẩm đó đạt chất lượng tốt.

**Lời giải.**

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm lấy ra đạt chất lượng tốt”.

Gọi B là biến cố “Sản phẩm do xưởng I sản xuất”.

Ta có:  $P(B) = 0,65$ ;  $P(\bar{B}) = 0,35$ ;  $P(A | B) = 90\% = 0,9$ ;  $P(A | \bar{B}) = 85\% = 0,85$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,65 \cdot 0,9 + 0,35 \cdot 0,85 = 0,8825.$$

**Bài 88.** Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, trường THPT X có 60% học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học. Biết rằng, nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7 còn nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,8. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X đã tốt nghiệp trong kì thi trên. Tính xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học.

**Lời giải.**

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn khối D”.

B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta có:  $P(A) = 0,6$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$ ;  $P(B | A) = 0,7$  và  $P(B | \bar{A}) = 0,8$ .

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,7}{0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,8} = \frac{21}{37}.$$

**Bài 89.** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II. Phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 3% và của phân xưởng II là 2%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy và tính xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là  $\frac{t}{100}$ . Khi đó t bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Sản phẩm bị lỗi” và  $B$  là biến cố “Sản phẩm lấy ra do phân xưởng I sản xuất”.  
Do phân xưởng I sản xuất 40% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 60% số sản phẩm nên  $P(B) = 0,4$ ,  
 $P(\bar{B}) = 1 - 0,4 = 0,6$ .

Do tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 2% và của phân xưởng II là 1% nên

$$P(A | B) = 0,03; P(A | \bar{B}) = 0,02.$$

Xác suất để sản phẩm lấy ra bị lỗi là

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B)P(A | B) + P(\bar{B})P(A | \bar{B}) \\ &= 0,4 \cdot 0,03 + 0,6 \cdot 0,02 = 0,024 = \frac{2,4}{100} \end{aligned}$$

Vậy  $t = 2,4$

**Bài 90.** Trường Phan Đình Phùng có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao?

**Lời giải.**

Xét các biến cố  $A$ : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”;

$B$ : “Chọn được học sinh biết chơi bóng đá”.

Khi đó  $P(A) = 0,2$ ;  $P(\bar{A}) = 0,8$ ;  $P(B | A) = 0,85$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,1$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là:

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,02 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68.$$

**Bài 91.** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Tính xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội?

**Lời giải.**

Xét các biến cố:

$A$ : “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên”;

$B$ : “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”.

Khi đó,  $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ .

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | A) = \frac{16}{35}$ .

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra  $P(B | \bar{A}) = \frac{15}{35}$ .

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

**Bài 92.** Một hộp kín đựng 9 viên phần màu trắng và 3 viên phần màu đỏ (các viên phần có cùng khối lượng). Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên phần trong hộp và không trả lại. Sau đó bạn Tâm lấy ngẫu nhiên một viên phần trong số phần còn lại. Tính xác suất để Nam lấy được phần đỏ và Tâm lấy được phần trắng.

**Lời giải.**

Gọi các biến cố sau

- ☑  $A$ : “Nam lấy được viên phần màu đỏ”.
- ☑  $B$ : “Tâm lấy được viên phần màu trắng”.

Ta cần tính  $P(A \cap B)$ .

Do có 3 viên phần đỏ trong số 12 viên phần nên  $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ .

Lại có, nếu  $A$  xảy ra tức là Nam lấy được viên phần màu đỏ, thì trong hộp có 11 viên phần với 9 viên phần màu trắng. Vậy  $P(B | A) = \frac{9}{11}$ .

Khi đó

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{9}{44}.$$

**Bài 93.** Một công ty điện tử có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại linh kiện, trong đó có 56% linh kiện ở phân xưởng I và 44% linh kiện ở phân xưởng II. Tại phân xưởng I có 75% linh kiện loại 1 và tại phân xưởng II có 68% linh kiện loại 1. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện. Tính xác suất chọn được linh kiện loại 1?

**Lời giải.**

Xét các biến cố sau

- ☑  $A$ : “Chọn được linh kiện loại 1”.
- ☑  $B$ : “Chọn linh kiện ở phân xưởng I”.
- ☑  $\bar{B}$ : “Chọn linh kiện ở phân xưởng II”.

Từ giả thiết ta có

$$P(B) = 0,56; P(A | B) = 0,75; P(\bar{B}) = 0,44; P(A | \bar{B}) = 0,68.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta được

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) \\ &= 0,56 \cdot 0,75 + 0,44 \cdot 0,68 \\ &= 0,7192. \end{aligned}$$

**Bài 94.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “người không nghiện thuốc lá”.  
Gọi  $B$  là biến cố “người bị bệnh phổi”.

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta cần tính  $P(B)$  Với  $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$ .

Ta có

$$P(A) = 0,2.$$

$$P(B | A) = 0,7.$$

$$P(\bar{A}) = 0,8.$$

$$P(B | \bar{A}) = 0,15.$$

Ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26.$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

**Bài 95.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”.

Gọi  $B$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Để tổng hai lần là 6 thì khi con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm, lần thứ hai phải xuất hiện mặt 2 chấm. Khi đó  $P(B | A) = \frac{1}{6} \approx 0,17$ .

**Bài 96.** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “thắng thầu dự án 1”.

Gọi  $B$  là biến cố “thắng thầu dự án 2”.

theo đề bài  $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$  với 2 biến cố  $A, B$  độc lập.

Gọi  $C$  là biến cố “thắng thầu đúng 1 dự án”. Ta có

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) \\ &= 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,46. \end{aligned}$$

**Bài 97.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), tính xác suất để người đó thực sự bị bệnh?

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “người đó mắc bệnh”.

Gọi  $B$  là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”.

Ta cần tính  $P(A | B)$ .

$$\text{Với } P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}.$$

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra  $P(A) = 1\% = 0,01$ .

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra  $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$ .

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là  $P(B | A) = 99\% = 0,99$ .

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là  $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$ .

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} = \frac{0,01 \cdot 0,99}{0,01 \cdot 0,99 + 0,99 \cdot 0,01} = 0,5.$$

Xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

**Bài 98.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”.

Gọi  $B$  là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”.

Ta có

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}.$$

Biến cố  $B$  có các trường hợp  $\{(4; 6), (6; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 5), (6; 6)\}$ .

Biến cố  $A \cap B$  có 3 trường hợp xảy ra:  $\{(5; 5), (5; 6), (6; 5)\}$  có xác suất là  $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$ .

$$\text{Vậy } P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11} \approx 0,27.$$

**Bài 99.** Một lớp học có 40 học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có 30 học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”,  $B$  là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”.

Số học sinh giỏi cả hai môn là  $30 + 15 - 40 = 5$ .

Trong 30 học sinh đó có đúng 5 học sinh giỏi môn Văn.

Vậy xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán với điều kiện học sinh đó giỏi môn Văn là

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{15}{40}} = \frac{1}{3}.$$

**Bài 100.** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Lấy được sản phẩm tốt”

$B_i$  là biến cố “ Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ  $i$  sản xuất”, với  $i = 1; 2$ .

Ta có  $P(B_1) = \frac{3}{4}$ ;  $P(B_2) = \frac{1}{4}$ . Suy ra

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2) = \frac{3}{4} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 = 0,775.$$

**Bài 101.** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng.

**Lời giải.**

Gọi  $A$  là biến cố “Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 bi trắng”

$B_i$  là biến cố “Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có  $i$  bi trắng”, với  $i = 0; 1; 2$ . Ta

có

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(B_0) \cdot P(A | B_0) + P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2) \\
 &= \frac{C_2^2 \cdot C_9^2 \cdot C_3^1}{C_{10}^2 \cdot C_{12}^3} + \frac{C_8^1 \cdot C_2^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_2^1}{C_{10}^2 \cdot C_{12}^3} + \frac{C_8^2 \cdot C_{11}^2 \cdot C_1^1}{C_{10}^2 \cdot C_{12}^3} \\
 &= \frac{772}{2475} \approx 0,31.
 \end{aligned}$$

### V. BẢNG ĐÁP ÁN

#### Đáp án đề số 1

1.	A	2.	A	3.	B
4.	B	5.	A	6.	A
7.	C	8.	A	9.	B
10.	B	11.	D	12.	D
13.	a Đ b S c Đ d Đ	14.	a Đ b S c S d Đ	15.	a Đ b S c Đ d Đ
16.	a S b Đ c S d Đ	17.	46,7	18.	9
19.	-537	20.	83,7	21.	0,64
22.	5				

#### Đáp án đề số 2

1.	A	2.	C	3.	B
4.	D	5.	A	6.	D
7.	A	8.	A	9.	A
10.	B	11.	A	12.	D
13.	a Đ b Đ c S d Đ	14.	a Đ b S c Đ d S	15.	a S b S c S d S
16.	a S b S c S d S	17.	14,4	18.	263
19.	75,4	20.	83,7	21.	0,65
22.	8				

#### Đáp án đề số 3

1.	A	2.	A	3.	C
4.	A	5.	D	6.	D
7.	D	8.	D	9.	C
10.	B	11.	B	12.	D
13.	a Đ b S c Đ d S	14.	a Đ b S c S d Đ	15.	a S b Đ c S d Đ
16.	a Đ b Đ c Đ d S	17.	0,75	18.	0,43
19.	1,68	20.	-3	21.	-6,8
22.	4096				

#### Đáp án đề số 4

1.	B	2.	C	3.	C
4.	B	5.	C	6.	A
7.	A	8.	D	9.	A

10.	B	11.	D	12.	A
13.	a S b Đ c Đ d Đ	14.	a S b Đ c Đ d S	15.	a Đ b S c Đ d Đ
16.	a Đ b Đ c Đ d S	17.	65,4	18.	5
19.	0	20.	12	21.	0,33
22.	0,33				

**Đáp án đề số 5**

1.	A	2.	B	3.	D
4.	B	5.	C	6.	A
7.	C	8.	D	9.	A
10.	B	11.	C	12.	C
13.	a Đ b Đ c S d Đ	14.	a Đ b S c S d Đ	15.	a Đ b Đ c S d S
16.	a Đ b S c S d Đ	17.	-3	18.	46
19.	10,5	20.	6	21.	0,47
22.	0,46				

**Đáp án đề số 6**

1.	D	2.	A	3.	B
4.	D	5.	A	6.	C
7.	A	8.	A	9.	A
10.	B	11.	D	12.	B
13.	a Đ b Đ c S d S	14.	a S b Đ c S d Đ	15.	a S b S c Đ d S
16.	a S b S c Đ d Đ	17.	18	18.	136
19.	9,17	20.	2	21.	0,54
22.	0,6				

**Đáp án đề số 7**

1.	B	2.	D	3.	A
4.	B	5.	B	6.	A
7.	D	8.	D	9.	C
10.	D	11.	C	12.	B
13.	a Đ b S c Đ d S	14.	a S b S c Đ d Đ	15.	a Đ b Đ c Đ d Đ
16.	a Đ b S c S d Đ	17.	0,45	18.	-537
19.	5	20.	23,9	21.	55,6
22.	0,79				

**Đáp án đề số 8**

1.	A	2.	B	3.	C
4.	D	5.	C	6.	D
7.	D	8.	A	9.	B
10.	A	11.	A	12.	C
13.	a Đ b Đ c S d Đ	14.	a Đ b S c S d Đ	15.	a Đ b S c S d S

16. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S	17.      16	18.      0
19.      4	20.      2	21.      0,27
22.      5		

**Đáp án đề số 9**

1.      C	2.      C	3.      D
4.      B	5.      C	6.      C
7.      C	8.      A	9.      C
10.     B	11.     B	12.     C

**Đáp án đề số 10**

1.      C	2.      B	3.      D
4.      B	5.      B	6.      D
7.      D	8.      A	9.      B
10.     C	11.     B	12.     A
13. <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	14. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S	15. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S
16. <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S	17.      17	18.      4,5
19.      27	20.      23,9	21.      0,12
22.      0,6		

**Đáp án đề số 11**

1.      D	2.      C	3.      C
4.      C	5.      A	6.      A
7.      D	8.      A	9.      A
10.     C	11.     A	12.     B
13. <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S	14. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	15. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S
16. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	17.      8	18.      -2
19.      661	20.      5,3	21.      69
22.      0,42		

**Đáp án đề số 12**

1.      A	2.      D	3.      C
4.      C	5.      B	6.      B
7.      C	8.      A	9.      B
10.     B	11.     B	12.     C
13. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	14. <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	15. <input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
16. <input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ	17.      470	18.      42,5
19.      21	20.      23,9	21.      0,69
22.      65		

**Đáp án đề số 13**

1.      C	2.      B	3.      A
4.      B	5.      C	6.      C

THS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIẾN

7.	C	8.	A	9.	A
10.	A	11.	A	12.	B
13.	a Đ b S c Đ d S	14.	a Đ b Đ c Đ d S	15.	a Đ b S c Đ d S
16.	a Đ b S c Đ d Đ	17.	39,3	18.	5
19.	30	20.	-2	21.	0,67
22.	0,56				

**Đáp án đề số 14**

1.	C	2.	A	3.	B
4.	D	5.	D	6.	C
7.	C	8.	A	9.	A
10.	A	11.	C	12.	B
13.	a Đ b S c Đ d S	14.	a Đ b Đ c S d S	15.	a Đ b Đ c S d Đ
16.	a Đ b Đ c S d Đ	17.	2	18.	-8
19.	9,5	20.	469	21.	0,26
22.	0,61				

**Đáp án đề số 15**

1.	A	2.	D	3.	D
4.	D	5.	A	6.	B
7.	D	8.	A	9.	A
10.	C	11.	C	12.	C
13.	a Đ b Đ c S d Đ	14.	a S b S c Đ d Đ	15.	a Đ b S c Đ d S
16.	a S b S c Đ d S	17.	4	18.	-10
19.	0,48	20.	0,71	21.	16
22.	5				

**Đáp án đề số 16**

1.	B	2.	C	3.	D
4.	C	5.	C	6.	A
7.	C	8.	D	9.	B
10.	A	11.	C	12.	B
13.	a Đ b Đ c S d S	14.	a Đ b S c S d S	15.	a S b S c Đ d S
16.	a S b Đ c Đ d Đ	17.	252	18.	28
19.	10	20.	0,25	21.	0,64
22.	12				

**Đáp án đề số 17**

1.	B	2.	A	3.	A
4.	C	5.	B	6.	C
7.	C	8.	B	9.	C
10.	D	11.	A	12.	D

13.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
16.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ
19.	0,4
22.	20

14.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
17.	18,5
20.	0,52

15.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
18.	0,89
21.	2,5

**Đáp án đề số 18**

1.	B
4.	B
7.	B
10.	D
13.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S
16.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ
19.	0,3
22.	15

2.	C
5.	B
8.	C
11.	A
14.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
17.	2
20.	0,54

3.	A
6.	B
9.	A
12.	B
15.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ
18.	0,41
21.	449

**Đáp án đề số 19**

1.	B
4.	B
7.	B
10.	D
13.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S
16.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ
19.	0,14
22.	3,17

2.	C
5.	B
8.	C
11.	A
14.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S
17.	2
20.	0,8

3.	A
6.	B
9.	A
12.	B
15.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b S <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d Đ
18.	2
21.	0,63

**Đáp án đề số 20**

1.	C
4.	C
7.	A
10.	C
13.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S
16.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d Đ
19.	11
22.	0,56

2.	A
5.	B
8.	C
11.	A
14.	<input type="radio"/> a Đ <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c S <input type="radio"/> d S
17.	-1,25
20.	6

3.	D
6.	A
9.	B
12.	C
15.	<input type="radio"/> a S <input type="radio"/> b Đ <input type="radio"/> c Đ <input type="radio"/> d S
18.	-0,1
21.	0,33