

Câu 1.(3,0 điểm) Cho các đa thức

$$P(x) = x^3 - (3x - 1)(x - 2) - 13x \text{ và } Q(x) = \frac{1}{2}x^3 - x(x + 2) + 5.$$

- Thu gọn, sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tìm các đa thức $M(x) = P(x) - 2Q(x)$ và $N(x) = (2 - x) \cdot P(x)$.
- Chứng minh đa thức $M(x)$ vô nghiệm và tìm thương của phép chia $N(x)$ cho đa thức $P(x) = x^2 - x - 2$.

Câu 2.(2 điểm)

- Tìm tham số a sao cho $(x^3 - 9x^2 + 3ax - 1)$ chia cho $x - 1$ được dư 2.
- Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên không vượt quá 2025. Tính xác suất của biến cố: “Số được viết ra là số chia hết cho cả 12; 15 và 36”.

Câu 3.(1,5 điểm) Người ta xây ba bể nước có dạng hình lập phương, có các cạnh tỉ lệ nghịch với 5, 6, 15. Biết tổng thể tích ba bể nước là 75384 m^3 . Tìm độ dài cạnh của mỗi bể nước.

Câu 4.(3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$ và $\widehat{BAC} = 100^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , qua A kẻ đường vuông góc với BD cắt BC ở I .

- Chứng minh rằng BD là trung trực của AI .
- Trên tia đối của tia DB lấy K sao cho $DK = DA$. Chứng minh rằng tam giác AIK là một tam giác đều.
- Chứng minh rằng $BK = BC$.
- Lấy điểm E thuộc BD . Chứng minh rằng $BC + EA > AB + EC$.

Câu 5.(0,5 điểm) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x + y + z}$.

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{x^n + y^n + z^n} - \left(\frac{1}{x^n} + \frac{1}{y^n} + \frac{1}{z^n} \right) + 2025$, với n là một số tự nhiên lẻ.

----- Hết -----

Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay trong quá trình làm bài.