UBND TỈNH HÀ NAM	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**NĂM HỌC 2025 – 2026**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn: **TOÁN** (Đề chung)
Đề thi gồm 02 trang	*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. ***(2,5 điểm)***

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

2. Tìm tất cả các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$ có tung độ bằng 4.

3. Cho phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$.
   (a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.
   (b) Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$T = \sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \sqrt{2x_2^2 - x_2 + 11}$$

Câu 2. ***(1,0 điểm)*** Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{x-1} \right) \cdot \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $|P| + P = 0$.

Câu 3. ***(1,0 điểm)*** Một công ty vận tải Y dự định sử dụng một đoàn xe để chở 80 tấn hàng hóa. Trước khi khởi hành, do phát sinh công ty Y phải chở thêm 4 tấn hàng hóa nữa, vì thế công ty đã điều thêm 2 xe cung tham gia vận chuyển nên tất cả các xe đều chở giảm đi 1 tấn hàng hóa so với ban đầu. Hỏi công ty Y dự định sử dụng bao nhiêu xe, biết rằng tất cả các xe công ty sử dụng cùng chủng loại và chở cùng khối lượng?

Câu 4. ***(1,5 điểm)***

1. Điều tra thời gian tự học của 20 học sinh trong một ngày, thu được bảng tần số sau:

Thời gian tự học (giờ)	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số (n)	5	4	6	3	2	$N = 20$

   (a) Lập bảng tần số tương đối của bảng tần số trên.
   (b) Tính tỉ lệ phần trăm số học sinh có thời gian tự học ít nhất 3 giờ trong mỗi ngày.

2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi chiếc thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3,. . . , 20, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp trên và quan sát số ghi trên thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A : "Số ghi trên chiếc thẻ rút được chia hết cho cả 2 và 3".

Câu 5. ***(3,0 điểm)*** Cho đường tròn (O, R) và điểm M nằm ngoài (O). Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A và B là các tiếp điểm). Xét điểm D thuộc cung lớn AB (D không nằm chính giữa cung AB), đường thẳng MD cắt (O) tại điểm C. Gọi E là trung điểm của dây CD, tia BE cắt đường tròn (O) tại điểm F.

1. Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

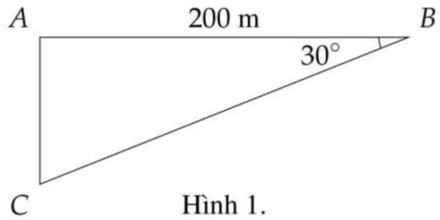
2. Chứng minh hai tam giác EBC và EDF đồng dạng.

3. Chứng minh EM là tia phân giác của $\widehat{AEB}$.

4. Khi D thay đổi trên cung lớn AB, tìm vị trí của D để diện tích tam giác MDF là lớn nhất.

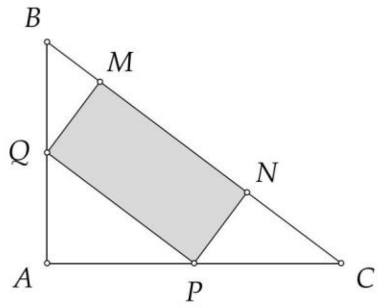
Câu 6. ***(1,0 điểm)***

1. Hình 1 mô tả ba địa điểm nằm ở ba vị trí là ba đỉnh của tam giác ABC vuông tại A. Do điều kiện thực tế không đo được trực tiếp khoảng cách từ B đến C, nhưng đo được $AB = 200$ m và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính khoảng cách BC (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Hình 1.

2. Trường THCS X đang khảo sát để làm một vườn thực nghiệm hình chữ nhật $MNPQ$ trên khu đất dạng tam giác ABC vuông tại A nằm ở góc khuôn viên nhà trường (như hình 2), với $AB = 6$ m, $AC = 8$ m. Biết chi phí làm mỗi mét vuông vườn thực nghiệm là $1,2$ triệu đồng, hỏi nhà trường cần chi phí bao nhiêu triệu đồng để diện tích khu vườn làm được là lớn nhất?



Hình 2

--------------- HẾT ---------------

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TOÁN VÀO 10 HÀ NAM 2025

Câu 1. ***(2,5 điểm)***

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

2. Tìm tất cả các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$ có tung độ bằng 4.

3. Cho phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$.
   (a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.
   (b) Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$T = \sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \sqrt{2x_2^2 - x_2 + 11}$$

Hướng dẫn:

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = -7 & (1) \\ x + 2y = 4 & (2) \end{cases}$ Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 rồi cộng với phương trình (2) được: $5x = -10$ suy ra $x = -2$. Thế $x = -2$ vào phương trình (1) được $y = 2x + 7 = -4 + 7 = 3$. Vậy phương trình có nghiệm $(-2; 3)$.

2. Tìm các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$ có tung độ bằng 4

   Tại các điểm có tung độ bằng 4 tức là $y = 4 = \dfrac{1}{4}x^2$ suy ra $x^2 = 16$. Do đó $x = -4$ hoặc $x = 4$. Vậy các điểm cần tìm có tọa độ: $(4; 4)$ và $(-4; 4)$.

3. Cho phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$.
   (a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.
   Dễ dàng tính được $\Delta = 49 - 8 = 40 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.
   (b) Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$T = \sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \sqrt{2x_2^2 - x_2 + 11}$$

   Xét $x_1^2 + 2x_1 + 1 = (x_1 + 1)^2$ nên $\sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} = \sqrt{(x_1 + 1)^2} = |x_1 + 1|$.
   Xét $2x_2^2 - x_2 + 11 = (x_2^2 - 7x_2 + 2) + (x_2^2 + 6x_2 + 9) = (x_2 + 3)^2$
   nên $\sqrt{2x_2^2 - 7x_2 + 11} = \sqrt{(x_2 + 3)^2} = |x_2 + 3|$.
   Vậy $T = \sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \sqrt{2x_2^2 - x_2 + 11} = |x_1 + 1| + |x_2 + 3|$
   Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$ nên $x_1 + x_2 = 7$; $x_1 x_2 = 2$. Lại có tổng và tích của x_1, x_2 đều dương nên $x_1 > 0$; $x_2 > 0$ suy ra $|x_1 + 1| = x_1 + 1$ và $|x_2 + 3| = x_2 + 3$.
   Suy ra $T = x_1 + 1 + x_2 + 3 = 7 + 4 = 11$.

Câu 2. ***(1,0 điểm)*** Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - \dfrac{8}{x - 1}\right) \cdot \dfrac{x - 1}{\sqrt{x}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $|P| + P = 0$.

Hướng dẫn: Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{x-1}\right) \cdot \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{8}{x-1}\right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} \\
&= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{8}{x-1}\right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{(x+2\sqrt{x}+1)-(x-2\sqrt{x}+1)-8}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{4\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}} \\
&= 4 - \frac{8}{\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

2. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $|P| + P = 0$.

   Để $|P| + P = 0$ thì $P < 0$ hay $4 - \dfrac{8}{\sqrt{x}} \leq 0$ suy ra $4 \leq \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ nên $\sqrt{x} \leq 2$. Khi đó các giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x \in \{2; 3; 4\}$ (vì $x \neq 1$).

Câu 3. ***(1,0 điểm)*** Một công ty vận tải Y dự định sử dụng một đoàn xe để chở 80 tấn hàng hóa. Trước khi khởi hành, do phát sinh công ty Y phải chở thêm 4 tấn hàng hóa nữa, vì thế công ty đã điều thêm 2 xe cung tham gia vận chuyển nên tất cả các xe đều chở giảm đi 1 tấn hàng hóa so với ban đầu. Hỏi công ty Y dự định sử dụng bao nhiêu xe, biết rằng tất cả các xe công ty sử dụng cùng chủng loại và chở cùng khối lượng?

Hướng dẫn: Gọi số xe ban đầu công ty dự định dùng là x ($x \in \mathbb{N}^*$).

Suy ra mỗi xe dự định chở $\dfrac{80}{x}$ (tấn hàng).

Sau khi tăng thêm 2 xe thì số xe công ty sử dụng là $x + 2$.

Suy ra mỗi xe chở thực tế là $\dfrac{84}{x+2}$.

Từ đề bài ta có phương trình $\dfrac{80}{x} - 1 = \dfrac{84}{x+2} \qquad (*)$

$(*) \Leftrightarrow 80(x+2) - x(x+2) = 84x$ hay $x^2 + 6x - 160 = 0$. Giải phương trình được $x = 10$ hoặc $x = -13$. Vì x là số nguyên dương nên $x = 10$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. ***(1,5 điểm)***

1. Điều tra thời gian tự học của 20 học sinh trong một ngày, thu được bảng tần số sau:

Thời gian tự học (giờ)	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số (n)	5	4	6	3	2	$N = 20$

   (a) Lập bảng tần số tương đối của bảng tần số trên.

   (b) Tính tỉ lệ phần trăm số học sinh có thời gian tự học ít nhất 3 giờ trong mỗi ngày.

2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi chiếc thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, . . . , 20, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp trên và quan sát số ghi trên thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A : "Số ghi trên chiếc thẻ rút được chia hết cho cả 2 và 3".

Hướng dẫn:

1. (a) Bảng phân bố tần số tương đối:

Thời gian tự học (giờ)	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số (n)	5	4	6	3	2	$N = 20$
Tần số tương đối $f = \dfrac{n}{N} \times 100\%$	25	20	30	15	10	

   (b) Từ bảng đã cho suy ra số học sinh có thời gian tự học ít nhất 3 giờ trong một ngày là $6 + 3 + 2 = 11$ học sinh nên tỉ lệ phần trăm là $\dfrac{11}{20} \times 100 = 55\%$.

2. Tổng số thẻ là 20 thẻ nên không gian mẫu Ω có $n(\Omega) = 20$.

   Các số ghi trên thẻ chia hết cho cả 2 và 3 gồm: 6, 12, 18 nên số phần tử của biến cố A là $n(A) = 3$.

   Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{20} = 0,15$.

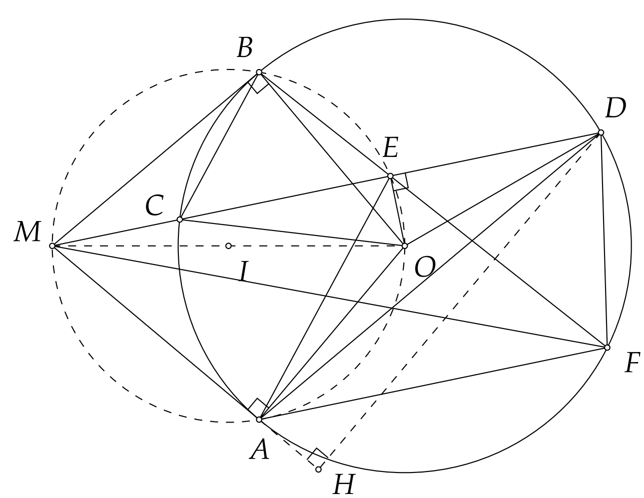
Câu 5. ***(3,0 điểm)*** Cho đường tròn (O, R) và điểm M nằm ngoài (O). Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A và B là các tiếp điểm). Xét điểm D thuộc cung lớn AB (D không nằm chính giữa cung AB), đường thẳng MD cắt (O) tại điểm C. Gọi E là trung điểm của dây CD, tia BE cắt đường tròn (O) tại điểm F.

1. Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh hai tam giác EBC và EDF đồng dạng.

3. Chứng minh EM là tia phân giác của $\widehat{AEB}$.

4. Khi D thay đổi trên cung lớn AB, tìm vị trí của D để diện tích tam giác MDF là lớn nhất.



Hướng dẫn:

1. Do MA và MB là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$. Do đó tứ giác $OAMB$ là tứ giác nội tiếp hay M, A, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO (đường tròn (I)).

2. Xét hai tam giác EBC và EDF có:

   $\widehat{EBC} = \widehat{EDF}$ (góc nội tiếp đường tròn (O) cùng chắn cung CF).

   $\widehat{BCE} = \widehat{DFE}$ (góc nội tiếp đường tròn (O) cùng chắn cung BD).

   $\widehat{BEC} = \widehat{DEF}$ (hai góc đối đỉnh).

   Vậy hai tam giác EBC và EDF đồng dạng (g.g.g).

3. OE vuông góc với MD (E là trung điểm CD) nên $\widehat{OEM} = 90^\circ$ nên E nằm trên đường tròn (I) (đường tròn đường kính OM).

   Do MA và MB là hai tiếp tuyến kẻ từ M đến đường tròn (O) nên $MA = MB$.

   Do đó $\widehat{BEM} = \widehat{AEM}$ (góc nội tiếp đường tròn (I) chắn hai cung bằng nhau).

   Vậy EM là phân giác của $\widehat{AEB}$.

4. Gọi H là chân đường kẻ vuông góc từ D đến AM.

   Lại có: $\widehat{BEM} = \widehat{BOM}$ (hai góc nội tiếp đường tròn (I) cùng chắn cung BM).

   Hơn nữa $\widehat{BOM} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOA} = \widehat{AFB}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB).

   Suy ra $\widehat{BEM} = \widehat{BEM} = \widehat{FED}$. Do đó $AF \parallel CD$.

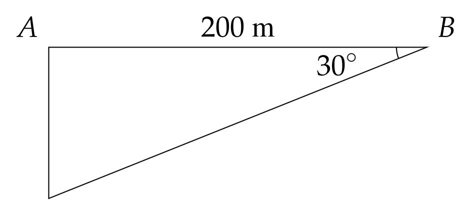
   Khi đó $S_{MDF} = S_{MDA}$ (cùng cạnh đáy MD và chiều cao bằng nhau).

   mà $S_{MDA} = \dfrac{AM \cdot DH}{2} \leq \dfrac{AM \cdot AD}{2}$.

   Do điểm M và đường tròn (O) cố định nên AM là cố định. Khi đó S_{MDF} lớn nhất khi AD lớn nhất và $AD = 2R$ hay nói cách khác khi đó AD là đường kính của đường tròn (O).

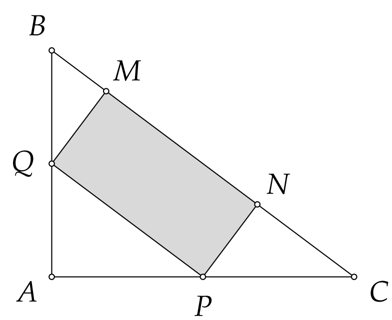
Câu 6. ***(1,0 điểm)***

1. Hình 1 mô tả ba địa điểm nằm ở ba vị trí là ba đỉnh của tam giác ABC vuông tại A. Do điều kiện thực tế không đo được trực tiếp khoảng cách từ B đến C, nhưng đo được $AB = 200$ m và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính khoảng cách BC (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Hình 1.

2. Trường THCS X đang khảo sát để làm một vườn thực nghiệm hình chữ nhật $MNPQ$ trên khu đất dạng tam giác ABC vuông tại A nằm ở góc khuôn viên nhà trường (như hình 2), với $AB = 6$ m, $AC = 8$ m. Biết chi phí làm mỗi mét vuông vườn thực nghiệm là $1,2$ triệu đồng, hỏi nhà trường cần chi phí bao nhiêu triệu đồng để diện tích khu vườn làm được là lớn nhất?



Hình 2

Hướng dẫn:

1. Tam giác ABC vuông tại A nên $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$ suy ra

   $$BC = \frac{AB}{\cos\widehat{ABC}} = \frac{200}{\cos 30^\circ} = \frac{200}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \simeq 231 \text{ m.}$$

2. Tam giác ABC vuông tại A và $AC = 8$, $AB = 6$ nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$ m.

   Từ các tam giác đồng dạng ta có:

   $\dfrac{NP}{AB} = \dfrac{PC}{BC}$ suy ra $NP = \dfrac{PC \cdot AB}{BC} = \dfrac{3PC}{5}$.

$\dfrac{PQ}{BC} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{AC - PC}{AC}$ suy ra $PQ = \dfrac{BC(AC - PC)}{AC} = \dfrac{5(8 - PC)}{4}$.

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$S = NP \cdot PQ = \dfrac{3PC}{5} \cdot \dfrac{5(8 - PC)}{4} = \dfrac{3PC(8 - PC)}{4} = \dfrac{3}{4}(8PC - PC^2) = \dfrac{3}{4}\left[16 - (16 - 8PC + PC^2)\right]$.

$S = \dfrac{3}{4}\left[16 - (4 - PC)^2\right] \leq \dfrac{3}{4} \cdot 16 = 12$.

Vậy diện tích vườn thực nghiệm lớn nhất là 12 m^2 (khi P là trung điểm của AC). Khi đó số tiền là $12 \times 1,2 = 14,4$ (triệu đồng).