

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN HỌC

Thời gian làm bài: 120 phút (đề gồm 2 trang, có 5 bài).

Bài 1. (1,25 điểm)

1) Giải phương trình $x^2 + 8x - 9 = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + 5y = 25 \end{cases}$.

3) Giải bất phương trình $6x - 36 \geq 0$.

Bài 2. (2,5 điểm)

1) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

2) Thời gian đọc sách ở thư viện (đơn vị phút) trong một ngày thứ sáu của các học sinh tổ I được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)
Số học sinh	2	5	3

Tính tần số tương đối ghép nhóm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

3) Một nhóm có 5 học sinh gồm 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ chuẩn bị thuyết trình về chủ đề bài học. Cô giáo chọn ngẫu nhiên hai bạn của nhóm đó lên thuyết trình trước lớp. Tính xác suất của biến cố A : “Hai học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ”.

Bài 3. (2,5 điểm)

1) Chứng tỏ phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

2) Hướng ứng phong trào “Đồng hành cùng học sinh vùng khó khăn” của nhà trường, lớp 9A theo kế hoạch cần phải gói 600 phần quà tặng giống nhau trong một số giờ quy định. Khi thực hiện, do tăng năng suất nên mỗi giờ lớp 9A gói được nhiều hơn 30 phần quà tặng, vì thế lớp 9A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ lớp 9A phải gói bao nhiêu phần quà tặng (biết năng suất gói quà tặng của lớp 9A trong mỗi giờ là bằng nhau)?

3) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{6}{\sqrt{x+1}} + \frac{6}{\sqrt{x-1}} - \frac{2x}{x-1} \right) : \frac{2}{x-1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

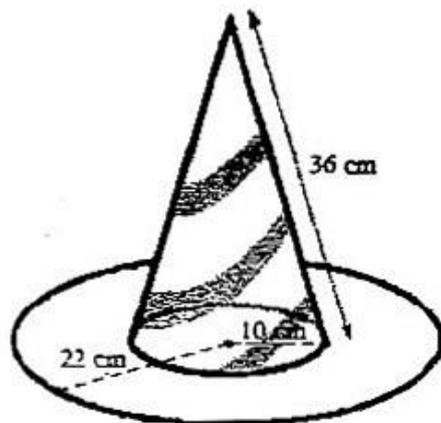
và chứng tỏ $P \leq 9$, với mọi $x \geq 0, x \neq 1$.

Bài 4. (1,0 điểm)

1) Tại một thời điểm, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc $\widehat{BCA} = 57^\circ$ và cột đèn AB thẳng đứng có bóng trên mặt đất là đoạn thẳng $AC = 4,5$ m (xem hình bên). Tính chiều cao AB của cột đèn đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của mét).



2) Một chiếc mũ chú hề được làm bằng giấy gồm phần vành mũ có dạng hình vành khuyên giới hạn bởi đường tròn lớn và đường tròn nhỏ có bán kính lần lượt bằng 22 cm và 10 cm; phần thân mũ có dạng hình nón, không đáy, gắn vào vành mũ (đường tròn đáy của thân mũ trùng với đường tròn nhỏ của vành mũ) và có độ dài đường sinh bằng 36 cm (xem hình bên).



Tính tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề đó (theo centimét vuông, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, lấy $\pi \approx 3,141$ và bỏ qua phần giấy gắn kết, hao hụt).

Bài 5. (2,75 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC (với $AB < AC$) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại điểm H .

1) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

2) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AH và EF . Chứng minh rằng $IA \cdot IH = IE \cdot IF$.

3) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng đi qua điểm H vuông góc với AM , cắt cung nhỏ \widehat{CE} của đường tròn đường kính BC tại điểm K . Chứng minh AK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC .

-HẾT-

Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay không có chức năng soạn thảo văn bản; không được sử dụng tài liệu.

Họ và tên của thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:



ĐÁP ÁN CHẤM THI THAM KHẢO

Bài 1 (1,25 điểm)

a, Giải phương trình : $x^2 + 8x - 9 = 0$

Lời giải

Có : $\Delta = 64 + 4 \cdot 9 = 100 > 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt : $x = 1; x = -9$

Kết luận: Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1; x = -9$

b, Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + 5y = 25 \end{cases}$

Lời giải

$\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + 5y = 25 \end{cases}$ suy ra: $\begin{cases} 3x = 30 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$ suy ra : $\begin{cases} x = 10 \\ y = 1 \end{cases}$

Kết luận: Vậy hệ phương trình có nghiệm (10;1)

c, Giải bất phương trình : $6x - 36 \geq 0$

Lời giải

$6x - 36 \geq 0$

suy ra: $6x \geq 36$

$x \geq 6$.

Kết luận: Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq 6$

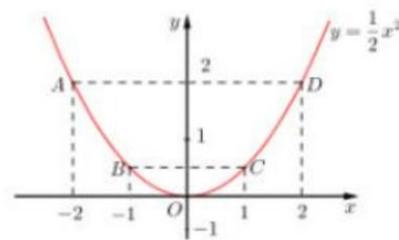
Bài 2 (2,5 điểm)

1, Vẽ đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{2}x^2$

Lời giải

Có bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2
Điểm	(-2;2)	$(-1; \frac{1}{2})$	(0;0)	$(1; \frac{1}{2})$	(2;2)



2, Thời gian đọc sách ở thư viện (đơn vị phút) trong một ngày thứ sáu của các học sinh tổ 1 được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)
Số học sinh	2	5	3

Tính tần số tương đối ghép nhóm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Ta có $N = 2 + 5 + 3 = 10$

Tần số của từng nhóm:



- Nhóm $[15; 25)$ $f_1 = \frac{2}{10} = 0,2$
- Nhóm $[25; 35)$ $f_2 = \frac{5}{10} = 0,5$
- Nhóm $[35; 45)$ $f_3 = \frac{3}{10} = 0,3$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

Thời gian (phút)	$[15; 25)$	$[25; 35)$	$[35; 45)$
Tần số tương đối (%)	20%	50%	30%

3, Một nhóm có 5 học sinh gồm 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ chuẩn bị thuyết trình về chủ đề bài học. Cô giáo chọn ngẫu nhiên hai bạn của nhóm đó lên thuyết trình trước lớp. **Tính xác suất của biến cố A** : "Hai học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ".

Lời giải

Giả sử 3 học sinh nam là A, B, C và 2 học sinh nữ là M, N .

Các trường hợp chọn ra 2 bạn trong 5 bạn A, B, C, M, N gồm:
 $(A, B); (A, C); (A, M); (A, N); (B, C); (B, M); (B, N); (C, M); (C, N); (M, N)$

Vậy có tất cả 10 cách chọn ra 2 bạn bất kì hay số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10$

Các trường hợp chọn ra 2 bạn trong đó có 1 bạn nam và 1 bạn nữ là:

$(A, M); (A, N); (B, M); (B, N); (C, M); (C, N)$

Suy ra có 6 cách chọn ra 2 bạn trong đó có 1 bạn nam và 1 bạn nữ hay số phần tử thuận lợi của biến cố là $n(A) = 6$

Vậy xác suất để chọn ra 2 bạn sao cho có 1 nam và 1 nữ là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Bài 3 (2,5 điểm)

1, Chứng tỏ phương trình : $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt : $x_1; x_2$.

Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Lời giải

1) Có $\Delta = 7^2 - 4.1.(-5) = 69 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo định lý Viète : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 \cdot x_2 = -5 \end{cases}$

Có : $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{7}{5}$

2) Hướng ứng phong trào “Đồng hành cùng học sinh vùng khó khăn” của nhà trường, lớp 9A theo kế hoạch cần phải gói 600 phần quà tặng giống nhau trong một số giờ quy định. Khi thực hiện, do tăng năng suất nên mỗi giờ lớp 9A gói được nhiều hơn 30 phần quà tặng, vì thế lớp 9A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ lớp 9A phải gói bao nhiêu phần quà tặng (biết năng suất gói quà tặng của lớp 9A trong mỗi giờ là bằng nhau)?

Lời giải

Gọi số phần quà tặng lớp 9A gói theo kế hoạch là a (phần quà) ĐK $a > 0$

Thời gian làm số phần quà làm theo kế hoạch là : $\frac{600}{a}$ (giờ)

số phần quà tặng lớp 9A gói theo thực tế là : $a + 30$ (phần quà)



Thời gian làm số phần quà làm theo thực tế là : $\frac{600}{a+30}$ (giờ)

Theo giả thiết lập được phương trình : $\frac{600}{a} - \frac{600}{a+30} = 1$.

Rút gọn, quy đồng thu gọn được : $a^2 + 30a - 1800 = 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $a = 120(t/m)$; $a = -150(ktm)$

Vậy theo kế hoạch, mỗi giờ lớp 9A phải gói 120 phần quà tặng

3, Rút gọn biểu thức : $P = \left(\frac{6}{\sqrt{x+1}} + \frac{6}{\sqrt{x-1}} - \frac{2x}{x-1} \right) : \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

và chứng tỏ $P \leq 9$ với mọi $x \geq 0, x \neq 1$

Lời giải

Với $x > 0, x \neq 1$

$$P = \left(\frac{6}{\sqrt{x+1}} + \frac{6}{\sqrt{x-1}} - \frac{2x}{x-1} \right) : \frac{2}{x-1}$$

$$P = \frac{6 \cdot (\sqrt{x-1}) + 6 \cdot (\sqrt{x+1}) - 2x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2}$$

$$P = \frac{12\sqrt{x} - 2x}{2} = 6\sqrt{x} - x = \sqrt{x} \cdot (6 - \sqrt{x})$$

Có $P \leq 9$

Suy ra : $6\sqrt{x} - x \leq 9$

$$-x + 6\sqrt{x} - 9 \leq 0$$

$$-(\sqrt{x} - 3)^2 \leq 0 \text{ (luôn đúng với mọi } x \geq 0, x \neq 1 \text{)}$$

Bài 4 (1,0 điểm)

1, Tại một thời điểm, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc $BCA = 57^\circ$ và có đoạn AB thẳng đứng có bóng trên mặt đất là đoạn $AC = 4,5m$ (xem hình bên). Tính chiều cao AB của cột đèn đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của mét).

Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AB = AC \cdot \tan \widehat{BCA} = 4,5 \cdot \tan 57^\circ \approx 6,9(m)$$

Vậy chiều cao AB của cột đèn là $6,9(m)$

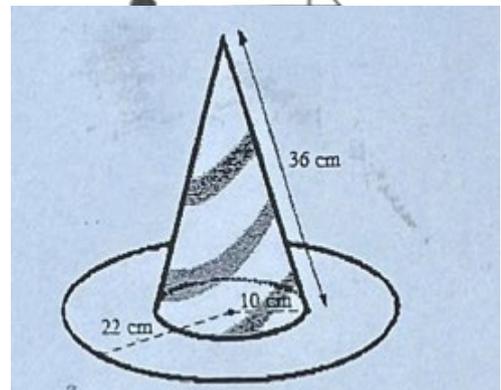
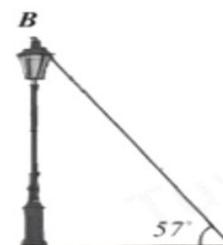
2) Một chiếc mũ chú hề được làm bằng giấy gồm phần vành mũ có dạng hình vành khuyên giới hạn bởi đường tròn lớn và đường tròn nhỏ có bán kính lần lượt bằng $22cm$ và $10cm$; phần thân mũ có dạng hình nón, không đáy, gắn vào vành mũ (đường tròn đáy của thân mũ trùng với đường tròn nhỏ của vành mũ) và có độ dài đường sinh bằng $36cm$ (xem hình bên).

Tính tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề đó (theo centimet vuông, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, lấy $\pi \approx 3,141$ và bỏ qua phần giấy gắn kết, hao hụt).

Lời giải

Tổng diện tích làm chiếc mũ chú hề bằng diện tích của phần thân mũ (diện tích xung quanh hình nón) và diện tích phần vành mũ (diện tích hình vành khuyên).

$$\text{Diện tích của phần thân mũ là: } S_{thân} = \pi rl \approx 3,141 \cdot 10 \cdot 36 \approx 1130,76(cm^2)$$





Diện tích phần vành mũ là: $S_{\text{vành}} = \pi(R^2 - r^2) \approx 3,141 \cdot (22^2 - 10^2) \approx 1206,14(\text{cm}^2)$

Tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề là: $S = 1130,76 + 1206,144 = 2336,904 \approx 2337(\text{cm}^2)$.

Vậy tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề là khoảng $2337(\text{cm}^2)$

Bài 5 (2,75 điểm)

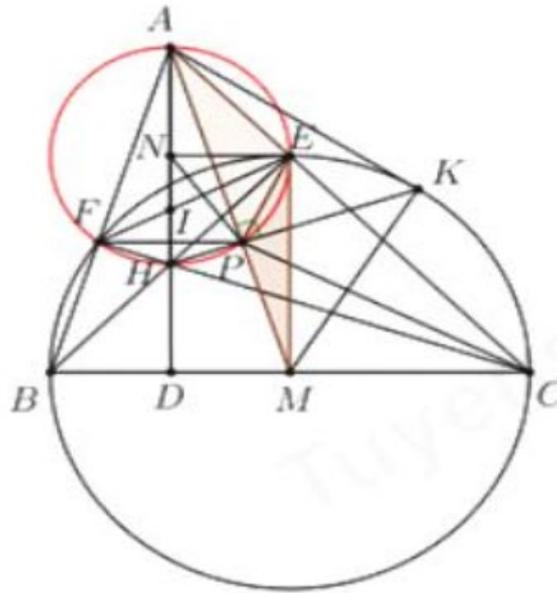
Cho tam giác nhọn ABC (với $AB < AC$) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại điểm H .

1) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

2) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AH và EF . Chứng minh rằng $IA \cdot IH = IE \cdot IF$.

3) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng đi qua điểm H vuông góc với AM , cắt cung nhỏ \widehat{CE} của đường tròn đường kính BC tại điểm K . Chứng minh AK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC .

Lời giải



1, Do $BE \perp AC$ nên $\triangle AEH$ vuông tại E

Suy ra: 3 điểm A, E, H thuộc đường tròn đường kính AH

Do $CF \perp AB$ nên $\triangle AFH$ vuông tại F

Suy ra: 3 điểm A, F, H thuộc đường tròn đường kính AH

Suy ra: Tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn

2, Xét $\triangle FHI$ và $\triangle AIE$ có:

$$\widehat{FHI} = \widehat{IEA} \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{AF} \text{)}$$

$$\widehat{FIH} = \widehat{EIA} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle FHI \sim \triangle AIE$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{IF}{IA} = \frac{IH}{IE} \text{ hay } IA \cdot IH = IE \cdot IF$$

3, Gọi M là trung điểm của BC , N là trung điểm AH và P là giao điểm HK với AM

Do $\triangle BFC$ vuông tại F nên B, F, C cùng thuộc (M)

$\triangle BEC$ vuông tại E nên B, E, C cùng thuộc (M)

Kết hợp K thuộc (M) nên B, C, E, F, K cùng thuộc (M)

Do $HP \perp AM$ (gt) nên $\triangle AHP$ vuông tại P nên P thuộc đường tròn đường kính AH

Do N là trung điểm AH nên N là tâm đường tròn qua A, E, F, P, H

$\triangle ABC$ có đường cao BE, CF cắt nhau tại H nên H là trực tâm.

Suy ra $AH \perp BC$ tại D



$$\text{Khi đó: } \widehat{NEM} = 180^\circ - (\widehat{NEA} + \widehat{MEC})$$

$$= 180^\circ - (\widehat{NEA} + \widehat{MCE})$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra } \widehat{MEP} = 90^\circ - \widehat{PEN} = 90^\circ - \frac{180^\circ - \widehat{ENP}}{2} \text{ (do } \triangle NEP \text{ cân tại } N \text{ và tổng 3 góc bằng } 180^\circ)$$

$$= 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{ENP} = \widehat{EAP} \text{ (cùng chắn } \widehat{PE})$$

$$\text{Vậy } \widehat{MEP} = \widehat{EAM}$$

Xét $\triangle MEP$ và $\triangle MAE$ có

$$\widehat{MEP} = \widehat{EAM} \text{ và } \widehat{EMA} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle MEP \sim \triangle MAE (g.g)$

$$\text{Khi đó } \frac{ME}{MA} = \frac{EP}{ME} \text{ hay } MP \cdot MA = ME^2$$

$$\text{Mà } ME = MK = R_{(M)} \text{ nên } MP \cdot MA = MK^2 \text{ hay } \frac{MK}{MA} = \frac{MP}{MK}$$

$$\text{Xét } \triangle MKP \text{ và } \triangle MAK \text{ có } \frac{MK}{MA} = \frac{MP}{MK} \text{ và } \widehat{MKA} \text{ chung nên } \triangle MKP \sim \triangle MAK (c.g.c)$$

$$\text{Suy ra } \widehat{MKP} = \widehat{MKA} = 90^\circ \text{ hay } MK \perp AK$$

nên AK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC (đpcm).

HẾT