CHỦ ĐỀ 7: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}S.h$

Trong đó: S là diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp.

II. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

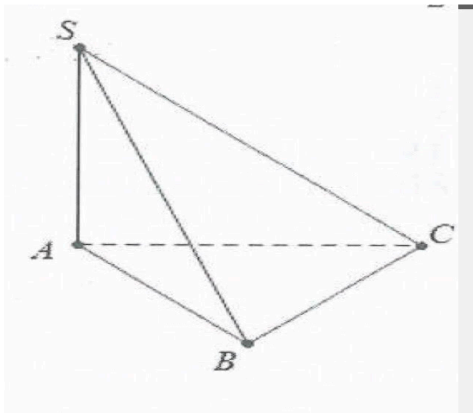
Dạng 1: Thể tích khối chóp có đường cao sẵn có

Ví dụ 1: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh a, cạnh bên *SA* vuông góc với đáy, đường thẳng *SC* tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp *S.ABC* bằng?

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải:

Chú ý: Nếu tam giác ABC đều cạnh a thì độ dài đường trung tuyến bằng $m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SC;(ABC))} = \widehat{SCA} = 60°$

$\Rightarrow \tan 60° = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC\tan 60° = a\sqrt{3}, S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$

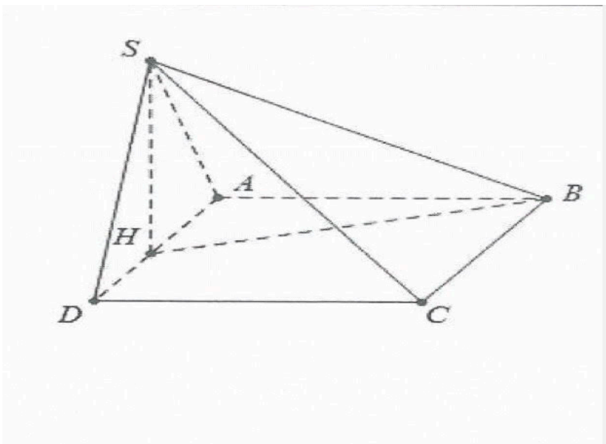
Chọn B

Ví dụ 2: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của *S* lên mặt phẳng *(ABCD)* trùng với trung điểm của cạnh *AD*, cạnh bên *SB* hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp *S.ABCD*

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{18}$.

Lời giải

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow AH \perp (ABCD)$



Ta có:

$BH = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$SH = BH\tan 60° = \frac{a\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

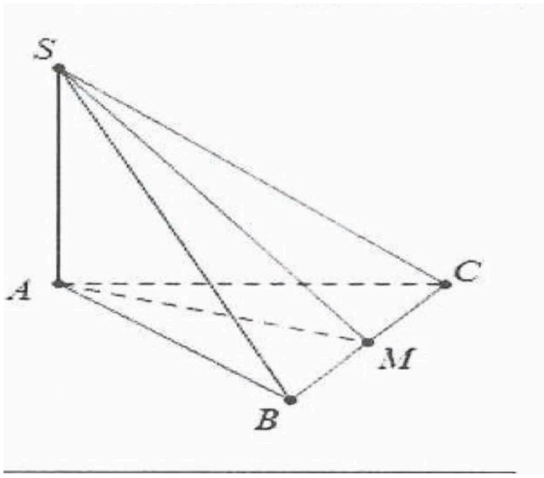
$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{15}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

Chọn B.

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp S.ABC là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có:

$BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SMA) \Rightarrow \widehat{((SBC);(ABC))} = \widehat{SMA} = 60°$.

Khi đó $SA = AM \tan 60° = \frac{3a}{2}, S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{4} SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn B.**

Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B có AB=a, BC= $a\sqrt{3}$. Hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh AC. Biết SB tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow AH \perp (ABC)$.

Khi đó $\widehat{(SB);(ABC))} = \widehat{SBH}$. Ta

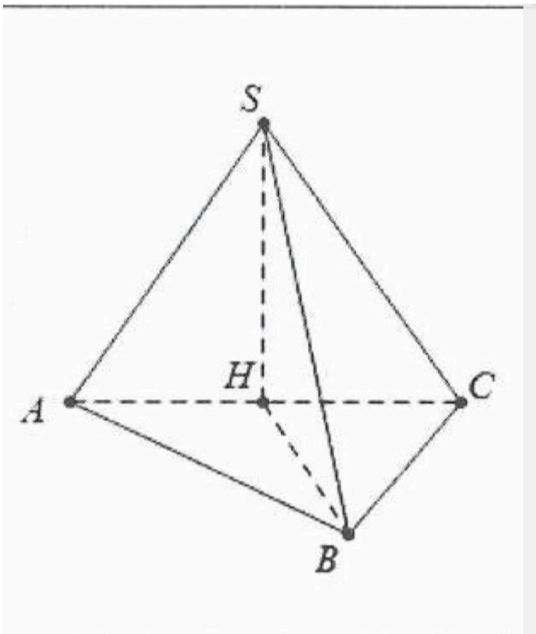
có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$.

Tam giác ABC có đường trung tuyến BH ứng với cạnh huyền nên

$BH = \frac{AC}{2} = a$. Do $\widehat{SBH} = 30° \Rightarrow SH = HB \tan 30° = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lại có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Suy ra: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{6}$. **Chọn D.**



Ví dụ 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có AB= 2a, AD= $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, gọi M là trung điểm của cạnh CD. Biết SM tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc $60°$, tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.

A. V= $2a^3$. **B.** V= $4a^3\sqrt{3}$. **C.** V= $12a^3$. **D.** V= $4a^3$.

Lời giải:

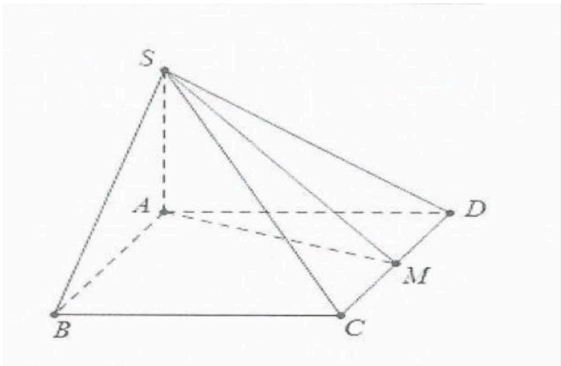
Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SM;(ABCD))} = \widehat{SMA} = 60°$.

Ta có: $AM = \sqrt{AD^2 + DM^2} = 2a$

$\Rightarrow SA = AM \tan 60 = 2a\sqrt{3}$.

Mặt khác $S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2\sqrt{3}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.2a\sqrt{3}.2a^2\sqrt{3} = 4a^3$. **Chọn D.**

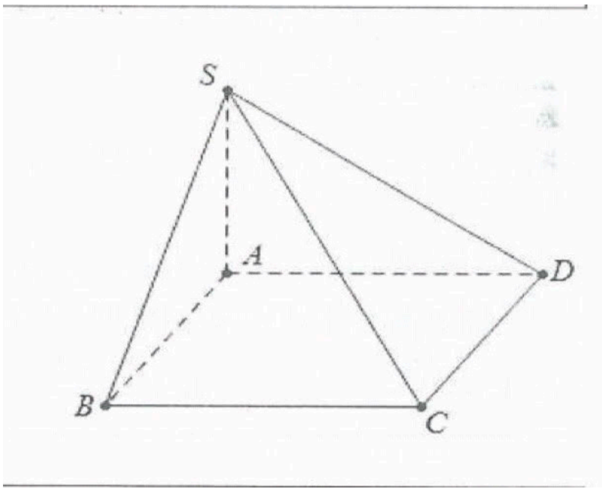


Ví dụ 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng $30°$.Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.

A. V= $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$**.** **B. V=** $\sqrt{3}a^3$**.** **C. V=** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **D. V=** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$**.**

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$



Khi đó: $\left(\widehat{SD;(SAB)}\right) = \widehat{DSA} = 30°$ suy ra

$SA \tan 30° = AD \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$

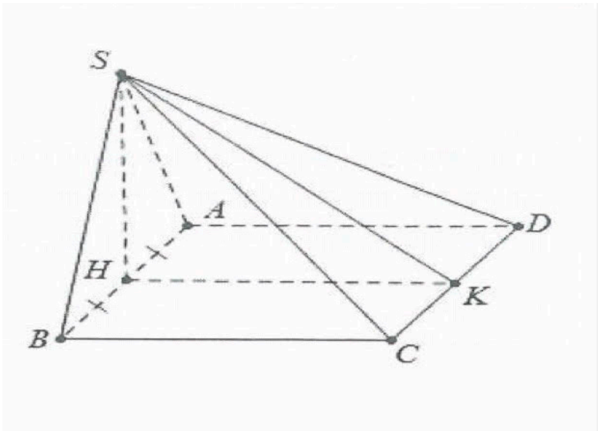
Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**

Ví dụ 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có AB= 2a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy là trung điểm của AB. Biết rằng SA= $a\sqrt{7}$ và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a\sqrt{6}$.



Dựng $HK \perp CD$ ta có: $\begin{cases} HK \perp CD \\ SH \perp CD \end{cases}$

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow \widehat{SKH} = 60°$.

Khi đó $HK \tan 60° = SH \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2} = AD$.

Khi đó $S_{ABCD} = 2a^2\sqrt{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn D.

Ví dụ 8: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B có AD = 2AB= 2CD= 2a và $SA \perp (ABCD)$. Biết SA tạo với (SCD) một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$

Gọi I là trung điểm của $AD \Rightarrow ABCI$ là hình vuông cạnh

$a \Rightarrow CI=\dfrac{AD}{2}=a \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C.

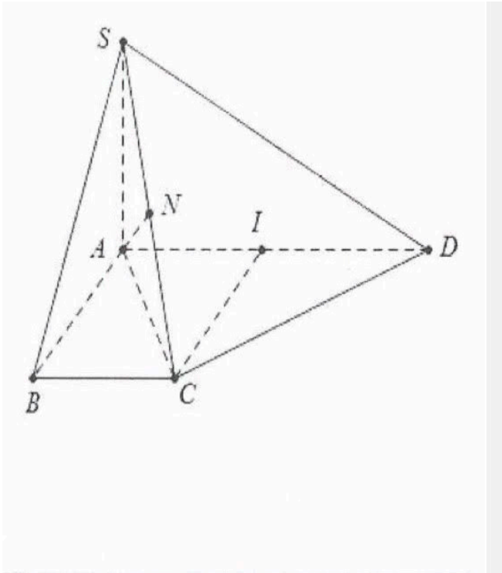
Khi đó: $\begin{cases} CD\perp SA \\ CD\perp AC \end{cases} \Rightarrow CD\perp (SAC)$.

Dựng $AN\perp SC \Rightarrow \left(\widehat{SA;(SCD)}\right)=\widehat{ASN}=\widehat{ASC}=30^\circ$.

Suy ra $SA=AC\cot 30^\circ=a\sqrt{6}$.

Lại có: $S_{ABCD}=\dfrac{AD+BC}{2}.AB=\dfrac{3a^2}{2}$.

Do đó $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **Chọn D.**



Ví dụ 9: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông có cạnh a, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. V= $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** V= $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** V= $\sqrt{2}a^3$. **D.** V= $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải:

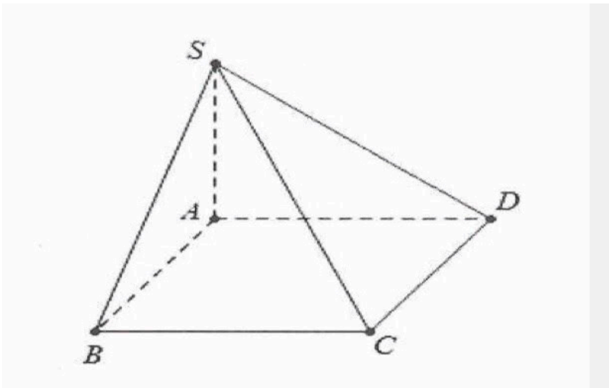
Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp (SAB)$

Do đó $\left(\widehat{SC;(SAB)}\right)=\widehat{SCB}=30^\circ$

Khi đó:

$SB=BC.\cot 30^\circ=a\sqrt{3} \Rightarrow SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

Mặt khác $S_{ABCD}=a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**



Ví dụ 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm H của tam giác đều ABC, biết mặt phẳng (SDC) tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 60°. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:

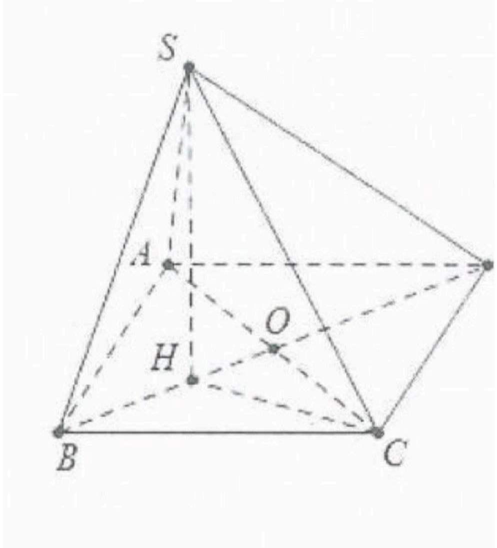
Ta có ΔABC đều cạnh a nên H là trực tâm của tam giác $ABC \Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH \perp BC$

$\Rightarrow CD \perp (SHC) \Rightarrow \widehat{SCH} = 60°$.

Ta có: $OB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3} \Rightarrow HB = HC = \frac{2}{3}OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\tan 60° = a, S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A.**



Ví dụ 11: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), đáy ABC tam giác vuông tại B có AB= a, BC=$a\sqrt{3}$, biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

A.. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải:

Dựng $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$

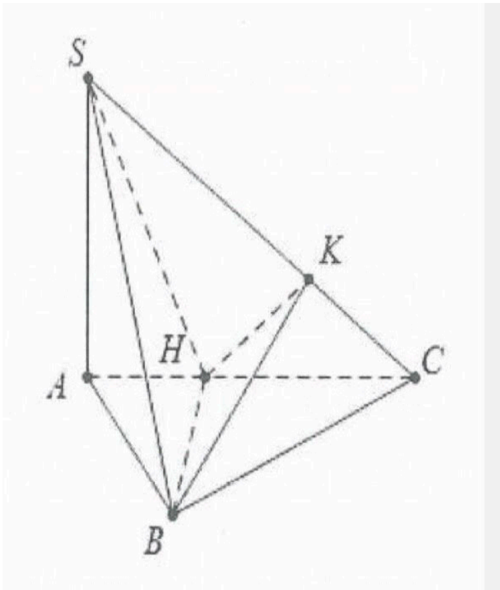
Dựng $HK \perp SC \Rightarrow (HKB) \perp SC \Rightarrow \widehat{HKB} = 60°$.

Ta có: $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BK \sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BK = a$.

Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Khi đó ΔSBC vuông tại B nên ta có:

$\frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{BK^2} \Rightarrow SB = a\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{2}}.\frac{1}{2}a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn A.**



Ví dụ 12: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD tâm O cạnh 4a, *M* là một điểm thuộc cạnh AB sao cho *MA=3MB*, hình chiếu vuông góc của *H* lên mặt phẳng *(ABCD)* là trung điểm của cạnh *OM.* Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và đáy là $60°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $4a^3\sqrt{3}$.	**B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$.	**C.** $8a^3\sqrt{3}$.	**D.** $4a^3$.

Lời giải:

Dựng $HE\perp BC, OF\perp BC$

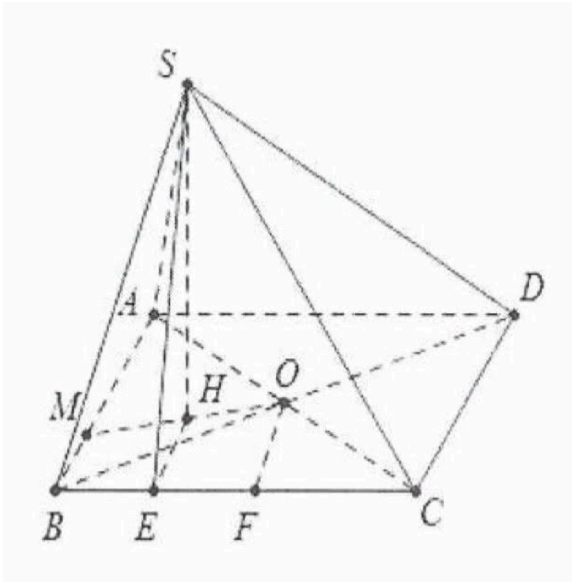
Ta có $(SHE)\perp BC\Rightarrow \widehat{SEH}=60^\circ$

Mặt khác ME là đường trung bình của hình thang MOFB

$\Rightarrow ME=\frac{MB+OF}{2}=\frac{3a}{2}$

Ta có: $SH=HE.\tan 60^\circ=\frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{2}.16a^2=8a^3\sqrt{3}$. **Chọn C.**



Ví dụ 13: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là nửa lục giác đều cạnh a, AD= 2a, $SA\perp(ABCD)$. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 45°. Thể tích khối chóp S.ACD là:

A. $\frac{a^3}{2}$.	**B.** $\frac{a^3}{4}$.	**C.** $\frac{3a^3}{4}$.	**D.** a^3.

Lời giải:

Gọi O là trung điểm của AD dễ thấy

$OC=AB=a=\frac{1}{2}AD\Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C

Khi đó $\begin{cases}CD\perp AC\\ CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAC)$

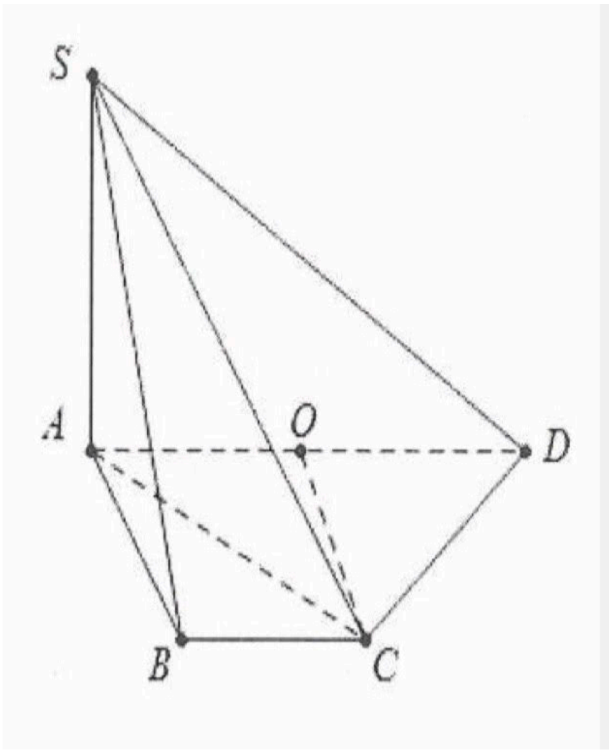
Do vậy $\widehat{SCA}=45^\circ$. Lại có tam giác ACD vuông tại C nên

$AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow SA=a\sqrt{3}.\tan 45^\circ=a\sqrt{3}$

Ta có: $d(C;AD)=CD\sin\widehat{CDA}=CD.\sin 60^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{3a^3}{4}$. **Chọn C.**



Dạng 2: Thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

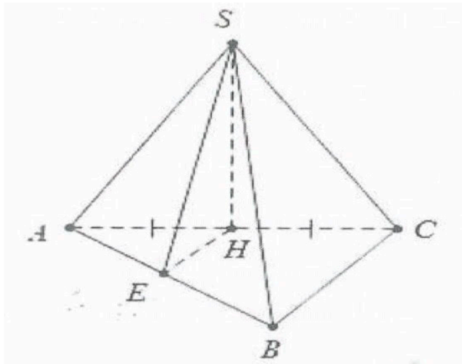
Phương pháp giải:

Giả sử hình chóp S.ABC có mặt phẳng $(SAB)\perp(\text{ABC})$. Ta dựng $\text{SH}\perp\text{AB}$ (trong trường hợp ΔSAB cân tại S thì H là trung điểm của AB).

Khi đó $\begin{cases}(SAB)\perp(\text{ABC})\\ \text{SH}\perp\text{AB}\\ AB=(SAB)\cap(ABC)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B có AB= $a\sqrt{3}$, BC= a. Tam giác SAC cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy một góc bằng 60^o. Thể tích khối chóp S.ABC là: **A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AC ta có $SH\perp AC$

Mặt khác $(SAC)\perp(ABC)$ suy ra $SH\perp(ABC)$

Dựng $HE\perp AB$ khi đó HE là đường trung bình của tam giác ABC.

Do đó: $HE=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a}{2}$

Mặt khác: $\begin{cases}AB\perp HE\\ AB\perp SH\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SHE)\Rightarrow\widehat{SEH}=60^\circ$.

Do đó $SH=HE.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},\text{S}_{ABC}=\dfrac{AB.BC}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{a^3}{4}$. **Chọn B.**

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC có AB= AC= 2a và BC= $2a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tam giác SAM cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối chóp S.ABC là: **A.** $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AM ta có $SH \perp AM$

Mặt khác $(SAM) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Ta có: $BM = MC = a\sqrt{3} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = a$

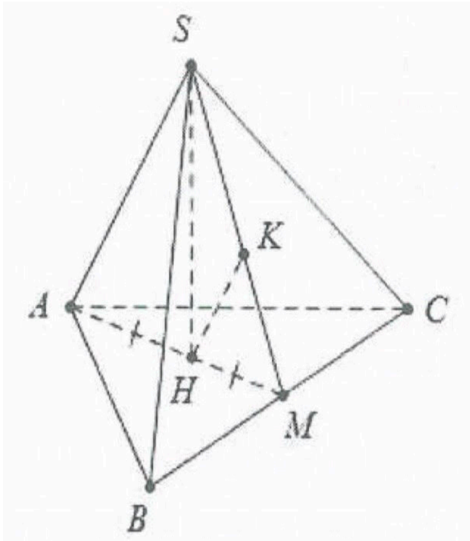
$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AM.BC = a^2\sqrt{3}$. Dựng

$HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SBC)$.

Khi đó $d(\text{A};(SBC)) = 2d(H;(SBC)) = 2HK$

$\Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{HK^2} - \dfrac{1}{HM^2} \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$. Do đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABC} = \dfrac{a^3}{2}$. **Chọn D.**



Ví dụ 3: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A, tam giác SAB vuông tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SA= $a\sqrt{6}$, SB= $a\sqrt{3}$ và AC= $2a$. Thể tích khối chóp S.ABC là:

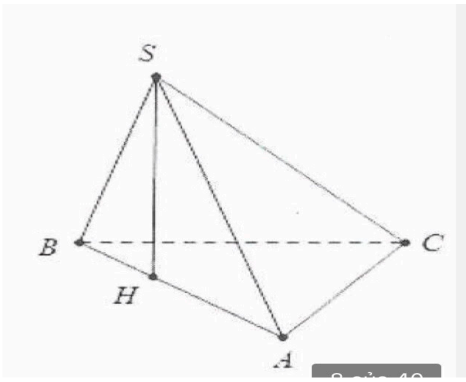
A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

Dựng $SH \perp AB$. Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ suy ra $SH \perp (ABC)$. Ta có: $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 3a$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB ta có: $HA = \dfrac{SA^2}{AB} = 2a$

$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a\sqrt{2}, S_{ABC} = \dfrac{AB.AC}{2} = 3a^2$.

Khi đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABC} = a^3\sqrt{2}$.**Chọn A.**



Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABC có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, BC= $a\sqrt{3}$,đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc $60°$. Thể tích của khối chóp S.ABC bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải:

Ta có $\widehat{SC;(ABC)} = \widehat{(SC;AC)} = \widehat{SCA} = 60°$.

Gọi H là trung điểm của AB mà ΔABC cân $\Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Gọi K là trung điểm của SA mà ΔSAB đều $\Rightarrow BK \perp SA$

Suy ra $SA \perp (BHK) \Rightarrow SA \perp HK$ mà $HK \parallel SC \Rightarrow SA \perp SC$.

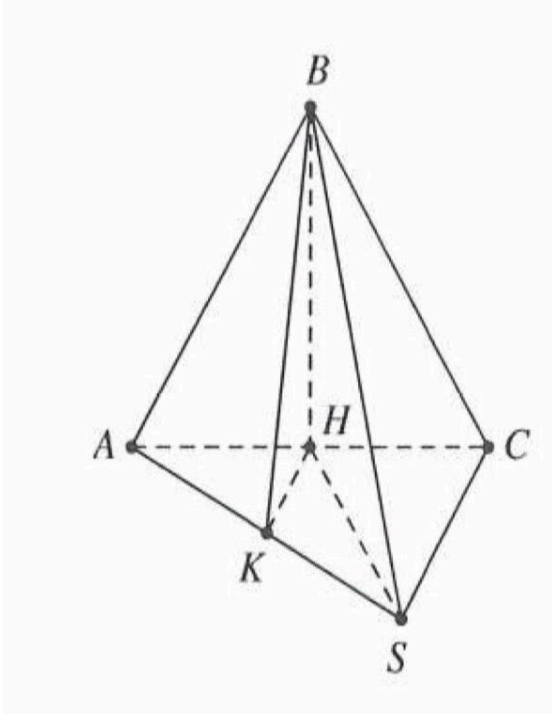
Tam giác SAC vuông tại S, có

$\widehat{SCA} = 60° \Rightarrow SC = SH = \dfrac{AC}{2} = a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABH vuông tại H, có $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối chóp S.ABC là $V = \dfrac{1}{3}.\text{BH}.\text{S}_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Chọn D.

Ví dụ 5: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác đều. Tam giác SAC cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SB tạo với đáy một góc $60°$. Biết khoảng cách từ S đến mặt đáy (ABC) là *h*. Thể tích khối chóp tính theo *h* là:

A. $\dfrac{h^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{h^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{h^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{h^3\sqrt{3}}{18}$.

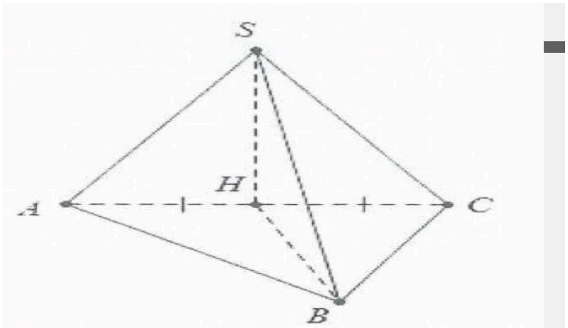
Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AC ta có $SH \perp AC$

Mặt khác $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Khi đó SH= h. Mặt khác $\widehat{SBH} = 60°$

Do vậy $HB \tan 60° = h \Rightarrow HB = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$.



Đặt AB=$a \Rightarrow HB = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \dfrac{2h}{3}$. Do đó $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{h^2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{h^3\sqrt{3}}{27}$.

Chọn C.

Ví dụ 6: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi M là trung điểm của BC. Tam giác SAM vuông tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SA=$\dfrac{a}{\sqrt{2}}$, thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Lời giải:

Dựng $SH \perp AM$ ta có $(SAM) \perp (ABC)$ nên

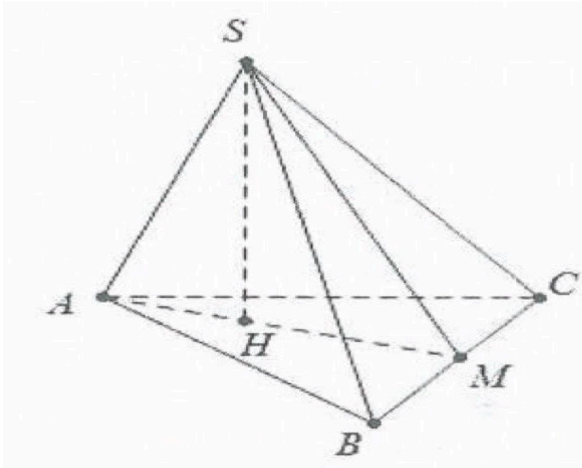
$SH \perp (ABC)$

Mặt khác $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $SM = \sqrt{AM^2 - SA^2} = \dfrac{a}{2}$

Lại có: $SH = \dfrac{SA.SM}{\sqrt{SA^2 + SM^2}} = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **Chọn D.**



Ví dụ 7: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD. Tam giác SAB đều cạnh $2a$ và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$.

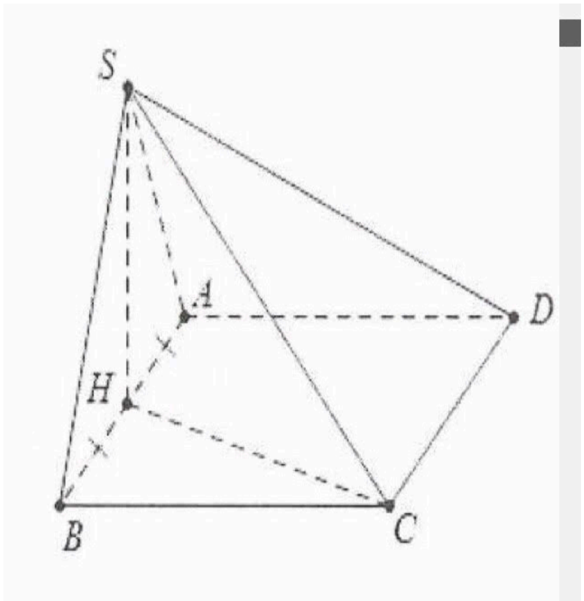
Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC), SH = a\sqrt{3}$.

Đường thẳng SC tạo với đáy một góc $30°$

Do đó $HC \tan 30° = SH \Rightarrow HC = 3a$.

Khi đó $BC = \sqrt{HC^2 - HB^2} = 2a\sqrt{2}$

Do vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.**Chọn A.**



Ví dụ 8: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật. Tam giác SAB vuông tại S và thuộc mặt phẳng đáy. Biết rằng SA= 3 và SB= 4, mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{16}{5}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải:

Dựng $SH \perp AB$ ta có $(SAB) \perp (ABC)$ nên

$SH \perp (ABC)$. Mặt khác $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 5$

Khi đó: $SH = \dfrac{SA.SB}{\sqrt{SA^2 + SB^2}} = \dfrac{12}{5}$.

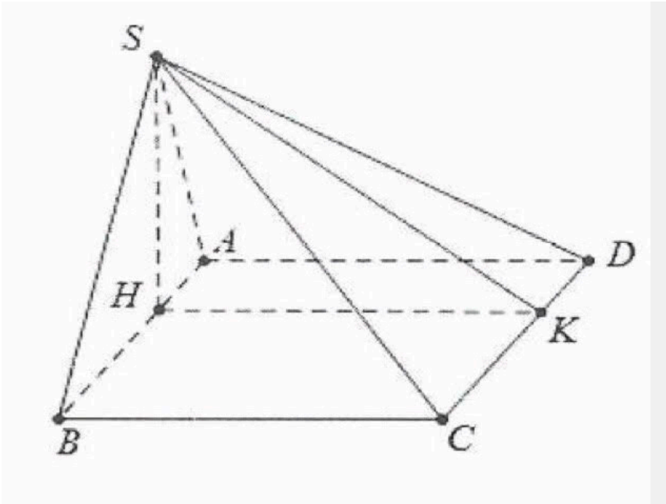
Dựng $HK \perp CD$ ta có:

$\begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp HK \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK)$

Do đó $\widehat{SKH} = 60° \Rightarrow HK \tan 60° = SH$

$\Rightarrow HK = AD = \dfrac{SH}{\tan 60°} = \dfrac{4\sqrt{3}}{5}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \dfrac{16\sqrt{3}}{5}$. **Chọn D.**



Ví dụ 9: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD có AC= $2a$, BD=$2a\sqrt{3}$. Tam giác SAC cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) bằng $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $2a^3\sqrt{15}$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải:

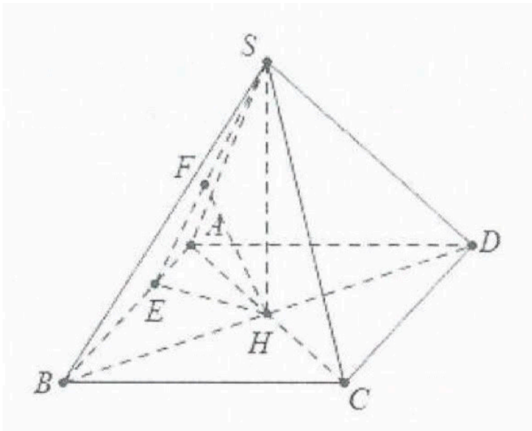
Gọi H là trung điểm của AC ta có $SH \perp AC$. Mặt khác $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$. Ta có: $DB = 2HB$

Do vậy $d(D;(SAB)) = 2d(H;(SAB))$

Dựng $HE \perp AB$; $HF \perp SE$. Khi đó

$HF = d(H;(SAB)) = \dfrac{1}{2} d(D;(SAB)) = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lại có: $\dfrac{1}{HF^2} = \dfrac{1}{HE^2} + \dfrac{1}{SH^2}$



Mặt khác $\dfrac{1}{HE^2} = \dfrac{1}{HA^2} + \dfrac{1}{HB^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{HF^2} - \dfrac{1}{HE^2} = \dfrac{1}{3a^2} \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$

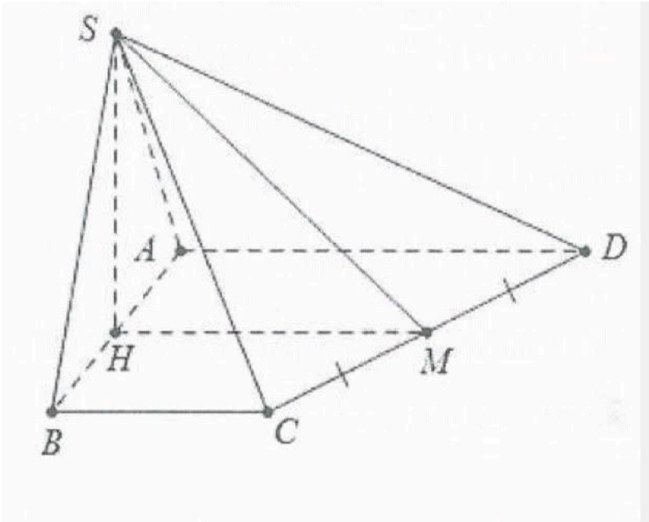
$S_{ABCD} = \dfrac{AC.BD}{2} = 2a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABCD} = 2a^3$. **Chọn D.**

Ví dụ 10: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD vuông tại A và D có AB= BC=$2a$, AD= $3a$. Tam giác SAB cân tại A và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của CD.

Đường thẳng SM tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\frac{25a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{25a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Do $\widehat{SM;(ABCD)} = 60° \Rightarrow \widehat{SMH} = 60°$

Lại có $HM = \frac{AD+BC}{2} = \frac{5a}{2}$

$\Rightarrow SH = HM \tan\widehat{SMH} = HM \tan 60° = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

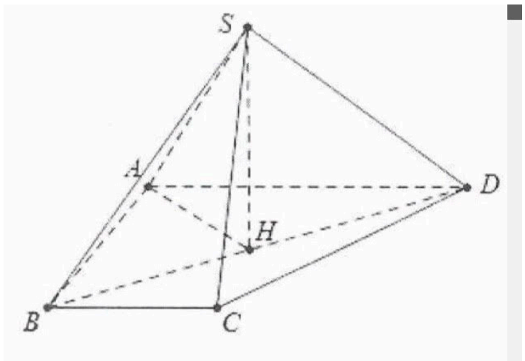
Ta có $S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2}.AB = 5a^2$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{25a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A.**

Ví dụ 11: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD vuông tại A và B có AB= $a\sqrt{3}$, AD= $3a$, BC= a. Tam giác SBD cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SA tạo với đáy một góc. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $6a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của BD ta có $SH \perp BD$. Mặt khác $(SBD) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Lại có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a\sqrt{3}$

$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BD = a\sqrt{3}$.

Do SA tạo với đáy góc $45° \Rightarrow \widehat{SAH} = 45° \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$

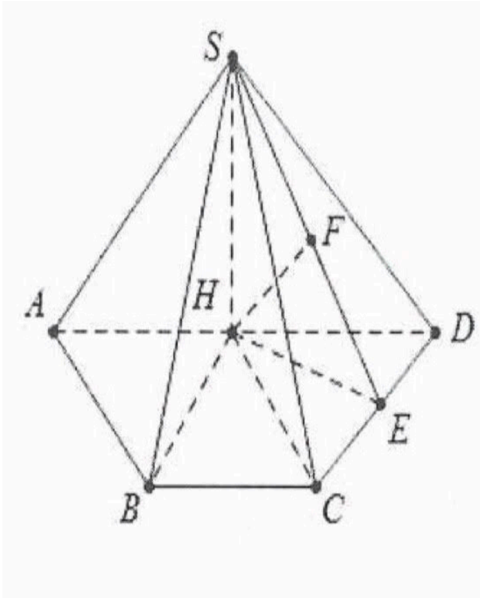
Mặt khác $S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2}.AB = 2a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = 2a^3$.**Chọn D.**

Ví dụ 12: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là nửa lục giác đều đường kính AD= $2a$. Tam giác SAD cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AD ta có $SH \perp AD$.

Mặt khác $(SAD) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Do $AD = 2HD \Rightarrow d(\text{A};(SCD)) = 2d(H;(SCD))$.

Dựng $HE \perp CD, HF \perp SE$

$\Rightarrow d(\text{H};(SCD)) = HF = \frac{1}{2}d(\text{A};(SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác HCD là tam giác đều cạnh a nên E là trung điểm của CD và HE=$\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $SH = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.3S_{HCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn B.

Dạng 3: Thể tích khối chóp đều

Phương pháp giải:

Khối chóp đều là khối chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

- **Khối chóp tam giác đều**

Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Nếu cho khối chóp đều S.ABC thì ta có:

- Tam giác ABC là tam giác đều và các cạnh bên SA=SB=SC.

- Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm G (cũng là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp) của tam giác đều ABC tức là SG $\perp$ (ABC).

- Các cạnh bên bằng nhau và đều tạo với đáy một góc bằng nhau.

- Các mặt bên là tam giác cân bằng nhau và các mặt phẳng bên đều tạo với đáy các góc bằng nhau.

Tứ diện đều là tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau.

Như vậy khối **tứ diện đều** là một trường hợp đặc biệt của khối chóp tam giác đều.

Khối tứ diện đều là khối chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy.

- **Khối chóp tứ giác đều**

Khối chóp tứ giác đều là khối chóp có đáy là hình vuông và các cạnh bên bằng nhau.

Nếu cho khối chóp đều S.ABCD thì ta có:

- Tứ giác ABCD là hình vuông và các cạnh bên SA = SB = SC = SD.

- Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với tâm O của hình vuông ABCD tức là SO $\perp$ (ABCD).
- Các cạnh bên bằng nhau và đều tạo với đáy một góc bằng nhau.
- Các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau và các mặt phẳng bên đều tạo với đáy các góc bằng nhau.

Ví dụ 1: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. V= $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **B.** V= $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** V= $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **D.** V= $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

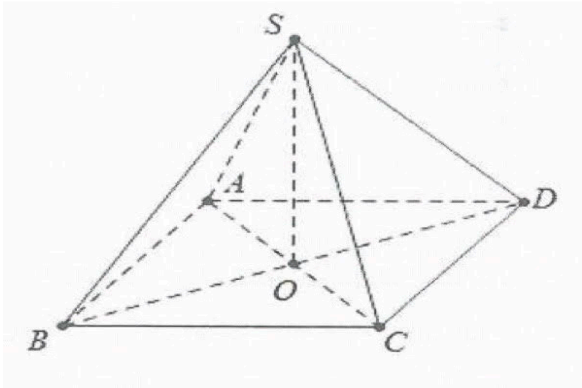
Lời giải:

Giả sử khối chóp S.ABCD đều có đáy là hình vuông cạnh a tâm O và cạnh bên SD= $2a$. Khi đó SO $\perp$ (ABCD).

Ta có: $2OD^2 = a^2 \Rightarrow OD = \dfrac{a^2}{2}; SO = \sqrt{(2a)^2 - \dfrac{a^2}{2}} = a\sqrt{\dfrac{7}{2}}$

$S_{ABCD} = a^2$; $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a^2.\sqrt{\dfrac{7}{2}}a = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Chọn A.



Ví dụ 2: Cho khối chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABC

A. V= $\dfrac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** V= $\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** V=$\dfrac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** V=$\dfrac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

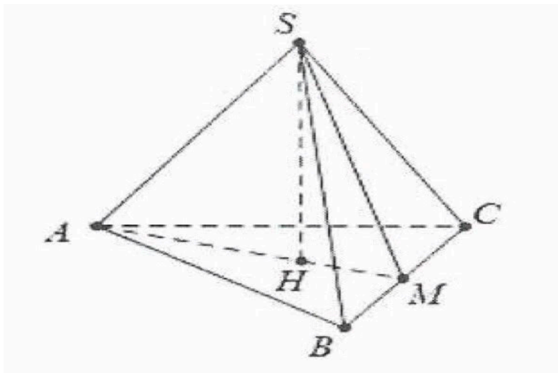
Lời giải:

Gọi H là trọng tâm của ΔABC và M là trung điểm của BC.

Ta có AM=$\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ AH=$\dfrac{2}{3}$ AM=$\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác: $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **Chọn B.**

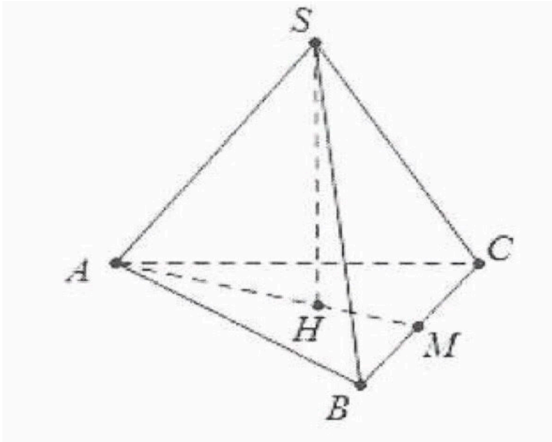


Ví dụ 3: Cho hình chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải:

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra $SH\perp(ABC)$.



Gọi M là trung điểm của BC ta có $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $AH=\dfrac{2}{3}AM\Rightarrow\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $\widehat{SAH}=60^o\Rightarrow SH=HA\tan 60^o=a$

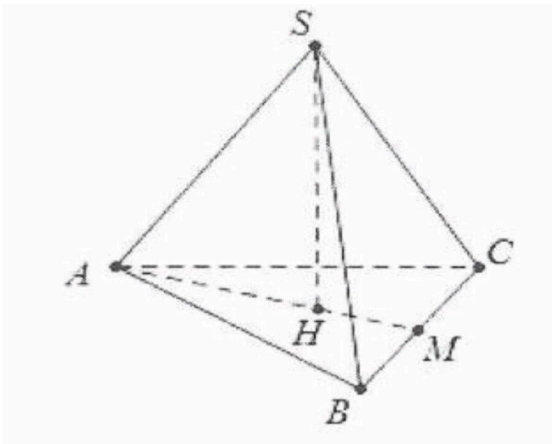
Suy ra: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **Chọn C.**

Ví dụ 4: Cho hình chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải:

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra $SH\perp(ABC)$.



Gọi M là trung điểm của BC ta có $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $HM=\dfrac{1}{3}AM\Rightarrow\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lại có $\begin{cases}BC\perp SA\\ BC\perp AM\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAM)$

Do đó $\widehat{SMH}=\widehat{((SBC);(ABC))}=60°\Rightarrow SH=HM\tan 60°=\dfrac{a}{2}$

Do đó $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn D.**

Ví dụ 5: Cho hình chóp đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên tạo với đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD theo a và $30°$.

A.V=$\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** V= $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.**V= $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** V=$\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải:

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD khi đó

$SO \perp (ABCD)$ và $S_{ABCD} = a^2$.

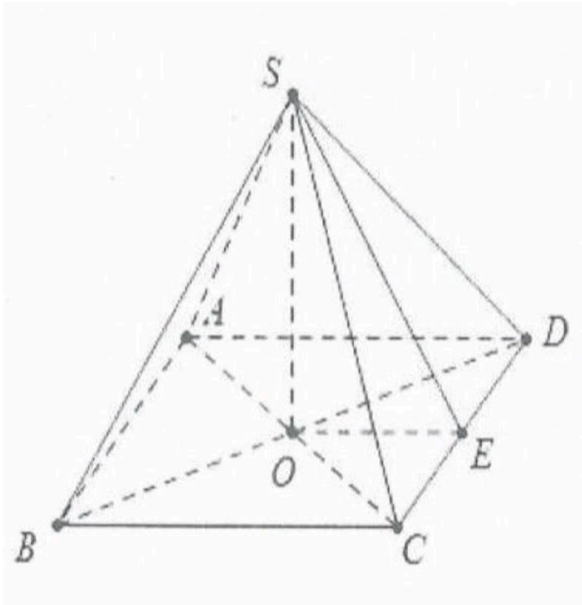
Dựng $OE \perp CD$, lại có $CD \perp SO \Rightarrow CD \perp (SEO)$.

Khi đó ta có: $\widehat{((SCD),(ABCD))} = \widehat{SEO} = 30°$.

Mặt khác $OE = \frac{BC}{2}$ (đường trung bình trong tam giác)

nên $OE = \frac{a}{2} \Rightarrow SO = OE \tan 30 = \frac{a \tan 30°}{2} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{a^3}{6\sqrt{3}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **Chọn D.**



Ví dụ 6: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2a. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

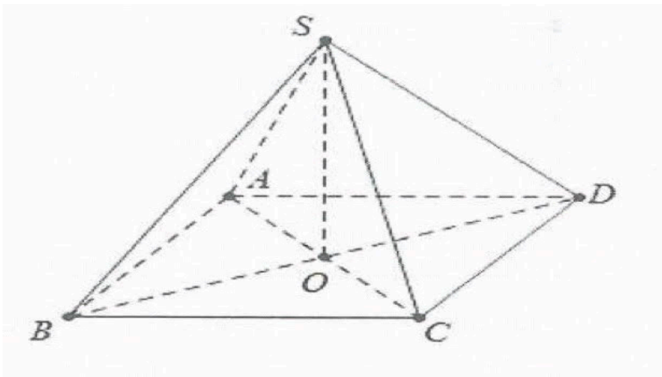
Lời giải:

Gọi O = $AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$ và đáy ABCD là hình vuông.

Ta có: $S_{ABCD} = 4a^2$, $OB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.AB^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$



Chọn A.

Ví dụ 7: Cho hình chóp đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 4a. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{4a}{\sqrt{5}}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{16a^3}{3}$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải:

Gọi H là tâm của hình vuông suy ra $SH \perp (ABCD)$

Khi đó ta có: $\mathrm{d}\left(D;\left(SAB\right)\right) = 2d\left(\mathrm{H};\left(SAB\right)\right)$

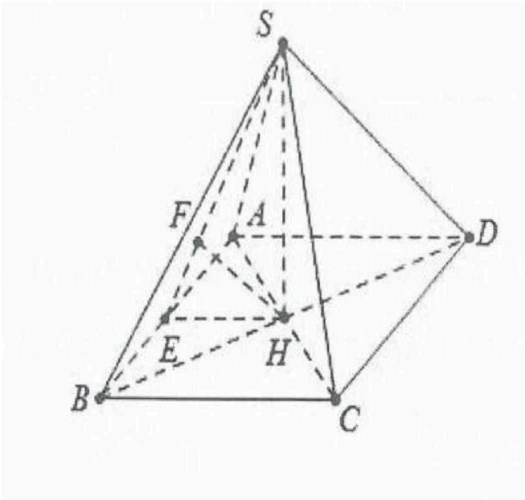
Dựng $HE \perp AB$ và $HF \perp SE$ ta chứng minh được

$\mathrm{d}\left(\mathrm{H};\left(SAB\right)\right) = HF \Rightarrow d\left(\mathrm{D};\left(SAB\right)\right) = 2HF = \dfrac{4a}{\sqrt{5}}$

Do vậy $HF = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. Lại có $HE = 2a$

Ta có: $\dfrac{1}{HE^2} + \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{HF^2} \Rightarrow SH = a$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{16a^3}{3}$ **. Chọn C.**



Ví dụ 8: Cho hình chóp đều S.ABCD có mặt bên tạo với đáy một góc $60°$. Cạnh bên SA=$a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **.** **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **.** **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$**.**

Lời giải:

Gọi H là tâm của hình vuông suy ra $SH \perp \left(ABCD\right)$.

Đặt $AB = 2x$. Dựng $HK \perp AB$

Ta có: $SH \perp AB \Rightarrow HK \perp \left(SAB\right)$

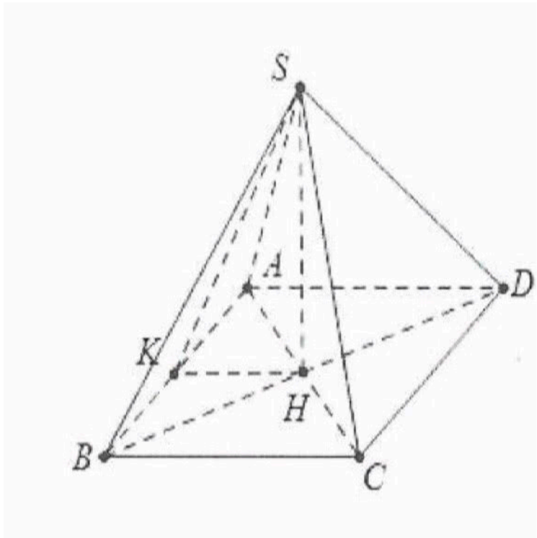
Do vậy $\widehat{\left(\left(SAB\right);\left(ABCD\right)\right)} = \widehat{SKH} = 60°$

Lại có $HK = x \Rightarrow SH = x\tan 60° = x\sqrt{3}$.

Khi đó $SA^2 = SH^2 + HA^2 = 3x^2 + 2x^2 = 5x^2$

$\Rightarrow x = a \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$, $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**



Ví dụ 9: Cho khối chóp đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết diện tích của tam giác SCD là $3a^2$. Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **.** **B.** $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ **.** **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$**.**

Lời giải:

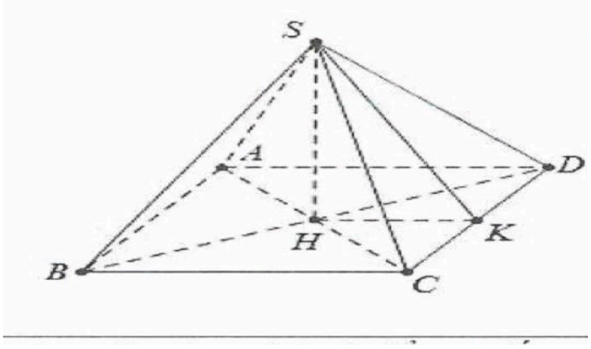
Gọi H là tâm của hình vuông suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm của CD. Khi đó ta có $SK \perp CD$.

Lại có: $S_{ACD} = \frac{1}{2}CD.SK = a.SK = 3a^2$

$\Rightarrow SK = 3a \Rightarrow SH = \sqrt{SK^2 - HK^2} = 2a\sqrt{2}$, $S_{ABCD} = 4a^2$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn B.**



Ví dụ 10: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{4}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải:

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC ta có: $SH \perp (ABC)$.

Khi đó $d\left(A;\left(SBC\right)\right) = 3d\left(H;\left(SBC\right)\right) = \frac{3a}{4}$

Suy ra $d\left(H;\left(SBC\right)\right) = \frac{a}{4}$. Gọi I là trung điểm của BC dễ thấy $AI \perp BC$.

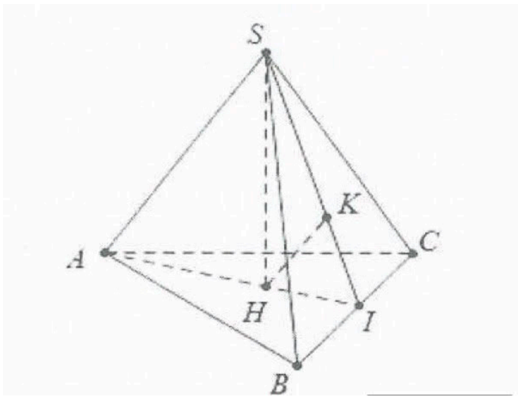
Dựng $HK \perp SI$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp HK \Rightarrow HK \perp \left(SBC\right)$.

Do vậy $d\left(H;\left(SBC\right)\right) = HK = \frac{a}{4}$; $HI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Mặt khác $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow SH = \frac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn D.**



Ví dụ 11: Cho hình chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh *a*. Biết tam giác ASB vuông, thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{32}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải:

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC

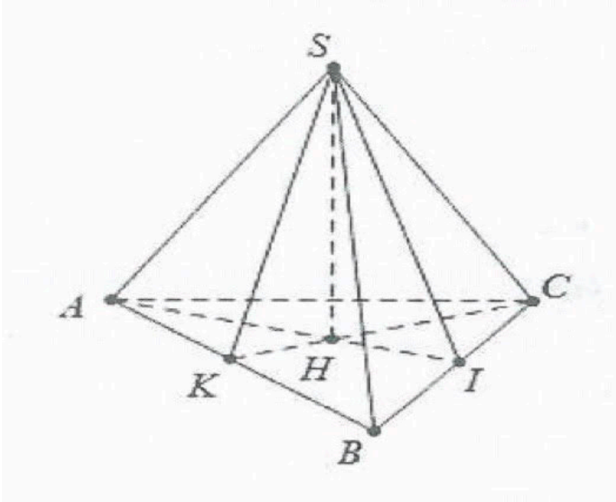
Khi đó $SH \perp (ABC)$. Do $SA = SB$ nên tam giác SAB vuông khi và chỉ khi tam giác ASB vuông tại S

Khi đó gọi K là trung điểm của AB ta có:

$SK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$. Mặt khác $CK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Suy ra $SH = \sqrt{SK^2 - HK^2} = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **Chọn A.**



Dạng 4: Thể tích một số khối chóp đặc biệt

- ***Khối chóp có các cạnh bên bằng nhau***

Cho khối chóp $S.A_1A_2...A_n$ có tất cả các cạnh bên bằng nhau:

$SA_1 = SA_2 = ... = SA_n$.

Dựng đường cao $SH \perp \left(A_1A_2A_n \right)$ của khối chóp.

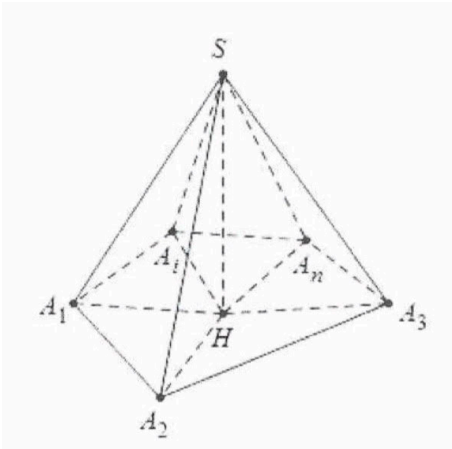
Khi đó theo định lý Pytago ta có:

$SH^2 = SA_1^{\ 2} - HA_1^{\ 2} = SA_2^{\ 2} - HA_2^{\ 2} = ... = SA_n^{\ 2} - HA_n^{\ 2}$.

Lại có $SA_1 = SA_2 = ... = SA_n$ suy ra $HA_1 = HA_2 = ... = HA_n$.

Như vậy: Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với *tâm đường tròn ngoại tiếp* của đa giác $A_1A_2...A_n$.

Khi đó $SH = h = R_d \tan\alpha$.



- ***Khối chóp có các cạnh bên tạo với đáy các góc bằng nhau***

Cho khối chóp $S.A_1A_2...A_n$ có tất cả các cạnh bên đều tạo với đáy một góc α.

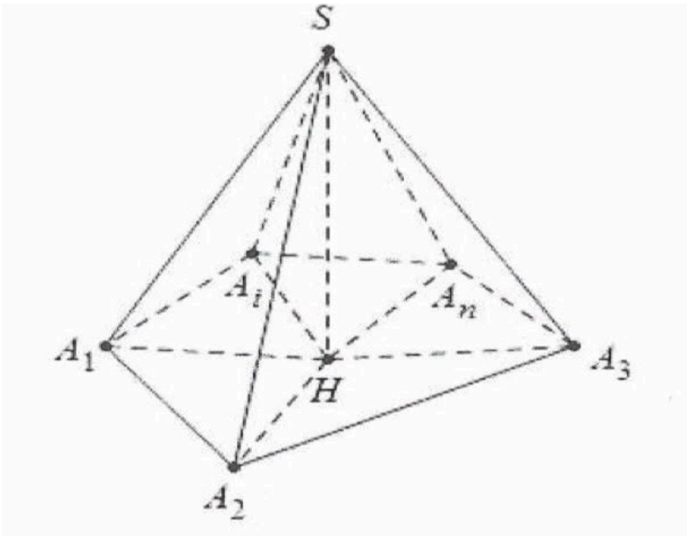
Dựng đường cao $SH \perp \left(A_1A_2A_n \right)$ của khối chóp.

Khi đó: $\widehat{SA_1H} = \widehat{SA_2H} = ... = \widehat{SA_nH} = \alpha$ suy ra

$SH = HA_1 \tan\alpha = HA_2 \tan\alpha = ... = HA_n \tan\alpha$.

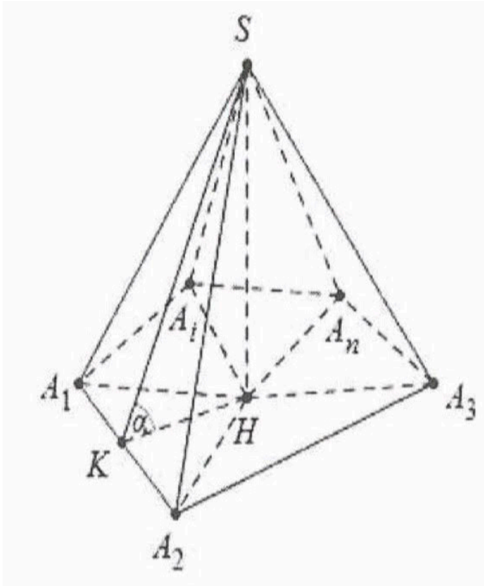
Do đó $HA_1 = HA_2 = ... = HA_n$ suy ra hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác $A_1A_2...A_n$.

Khi đó $SH = h = R_d \tan\alpha$.



- ***Khối chóp có các mặt bên đều tạo với đáy các góc bằng nhau***

Cho khối chóp $S.A_1A_2...A_n$ có tất cả các mặt bên đều tạo với đáy một góc α



Dựng đường cao $SH\perp\left(A_1A_2A_n\right)$ của khối chóp. Dựng

$HK_1\perp A_1A_2, HK_2\perp A_2A_3,\dots, HK_n\perp A_nA_1$

Do $\begin{cases}HK_1\perp A_1A_2\\ A_1A_2\perp SH\end{cases}\Rightarrow A_1A_2\perp\left(SK_1H\right)\Rightarrow\widehat{SK_1H}=\alpha$.

Tương tự như vậy ta có: $\widehat{SK_1H}=\widehat{SK_2H}=....=\widehat{SK_nH}=\alpha$.

Suy ra $SH=HK_1\tan\alpha=HK_2\tan\alpha....=HK_n\tan\alpha$ do đó

$HK_1=HK_2=...=HK_n$.

Suy ra điểm H trùng với tâm đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh (hay *đường tròn nội tiếp*) của đa giác $A_1A_2...A_n$.

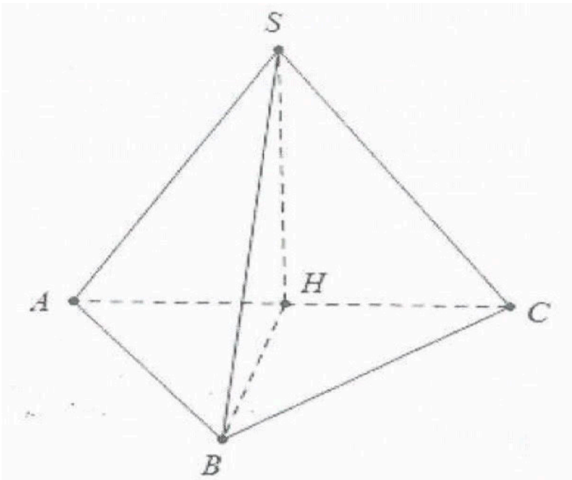
Khi đó $SH=h=r_d\tan\alpha$.

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC, các cạnh bên SA=SB=SC= a. Biết rằng $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60^\circ$, $\widehat{ASC}=90^\circ$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A.V= $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B**. V= $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** V= $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.**V=$\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:

Dễ thấy các tam giác ASB, BSC là tam giác đều do đó AB = BC = a.



Mặt khác: $AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=a\sqrt{2}=\sqrt{AB^2+BC^2}$

Do đó tam giác ABC vuông tại B.

Mặt khác SA = SB = SC = a nên hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và là trung điểm của cạnh huyền AC.

Ta có: $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $S_{ABC}=\dfrac{a^2}{2}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

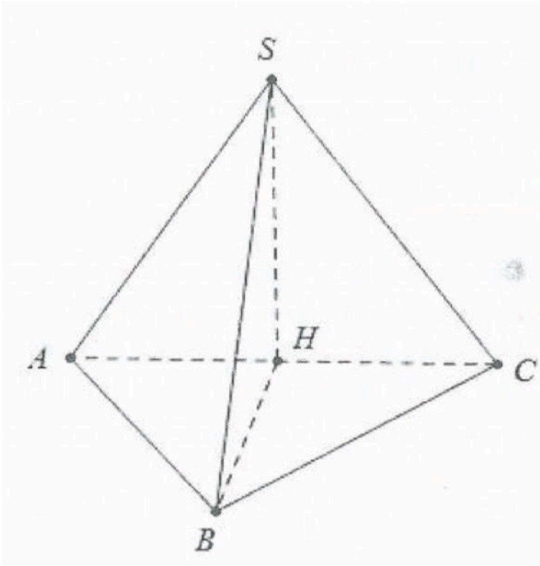
Chọn C.

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC, các cạnh bên SA=SB=SC= a. Biết rằng

$\widehat{ASB}=60°$, $\widehat{BSC}=90°$, $\widehat{ASC}=120°$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A.V= $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B**. V= $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C**. V= $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D**.V=$\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:



Tam giác SAB đều nên AB=a, ΔSBC vuông tại S nên

$BC=\sqrt{SB^2+SC^2}=a\sqrt{2}$.

Mặt khác $AC=\sqrt{SA^2+SC^2-2SA.SC\cos\widehat{ASC}}=a\sqrt{3}$

Do $AC^2=AB^2+BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B.

Mặt khác SA=SB=SC= a nên hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và là trung điểm của cạnh huyền AC.

Ta có: $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$, $SH=\sqrt{SA^2-HA^2}=\frac{a}{2}$.

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC, có AB=AC= a, $\widehat{BAC}=120°$. Các cạnh bên đều tạo với đáy một góc $60°$.Thể tích khối chóp S.ABC là:

A.V= $\frac{a^3}{4}$. **B**. V=$\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C**. V=$\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D**.V=$\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do các cạnh bên đều tạo với đáy một góc bằng $60° \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lại có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC\cos\widehat{BAC}}=a\sqrt{3}\Rightarrow R_{ABC}=\frac{BC}{2\sin A}=\frac{a\sqrt{3}}{2\sin 120°}=a$.

Suy ra $SH=R_{ABC}.\tan 60°=a\sqrt{3}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{a^3}{4}$. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B có AB = 3, BC = 4. Biết rằng các mặt bên của khối chóp đều tạo với đáy một góc bằng nhau và bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho là

A.V= $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **B**. V=$\frac{5\sqrt{3}}{6}$. **C**. V=$\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D**.V=$\frac{5\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:

Ta có: H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Lại có $p.r = S_{ABC}$.

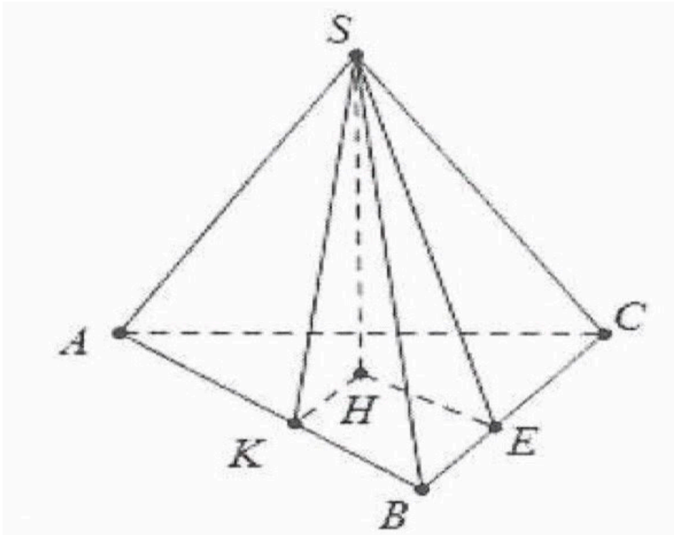
Trong đó

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = 6$; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$

Suy ra $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 6 \Rightarrow r = \frac{5}{6} = HK$.

Khi đó $SH = r\tan 60° = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

Do đó $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. **Chọn A.**



Ví dụ 5: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC cân tại A có AB = AC= 10, BC= 12. Các mặt bên của khối chóp đều tạo với đáy một góc bằng nhau và bằng 30^o. Thể tích khối chóp đã cho là

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $48\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $9\sqrt{3}$.

Lời giải:

Do các mặt bên của khối chóp đều tạo với đáy một góc bằng nhau nên hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

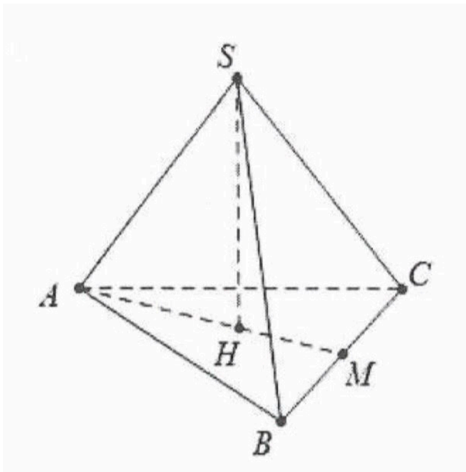
Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow$ AM $\perp$ BC

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Khi đó:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AM.BC = 48 \Rightarrow r_{ABC} = \frac{S}{p} = \frac{48}{\frac{10+10+12}{2}} = 3$$

$\Rightarrow SH = r\tan 30° = \sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = 16\sqrt{3}$.**Chọn C.**



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA=$\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.

A. V=$\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** V= $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** V=$\sqrt{2}a^3$. **D.** V=$\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 2: Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B và AB=a;AC=$a\sqrt{3}$ .Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SB=$a\sqrt{5}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 3: Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B và AB=a AC=$a\sqrt{3}$ .Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SC=$a\sqrt{6}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 4: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SC=$a\sqrt{3}$

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật; AD=2AB=2a; Gọi H là trung điểm của AD, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SA=$a\sqrt{5}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 6: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a. Gọi H là trung điểm của AB, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết tam giác SAB đều.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 7: Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B và AB=a, AC=$a\sqrt{3}$ .Tính thể tích khối chóp S.ABC biết góc giữa SB và (ABC) bằng $30°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$, **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SB hợp với đáy một góc $30°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 9: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SM hợp với đáy một góc $60°$, với M là trung điểm của BC.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 10: Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại A và BC=2AB=2a. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết góc giữa SC và (ABC) bằng $45°$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 11: Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại A và BC=2AB=2a. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết góc giữa SM và (ABC) bằng $60°$ với M là trung điểm của BC.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 12: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật tâm O; AC=2AB=2a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD. Biết góc giữa SC và (ABCD) bằng $45°$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 13: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật tâm O; AC=2AB=2a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SO và (ABCD) bằng $60°$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** a^3 **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 14: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SC hợp với đáy một góc $45°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 15: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SM hợp với đáy một góc $60°$, v ới M là trung điểm của BC.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 16: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a. Gọi H là trung điểm của AB và SH vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SC hợp với đáy một góc $60°$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 17: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB=a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy một góc, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $45°$ và SC= $2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng.

A. $\frac{4a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Cho hình chóp tam giác S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc và SA=SB=SC=a. Khi đó, thể tích khối chóp trên bằng:

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 19: Đáy của hình chóp S.ABCD là một hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng a. Thể tích khối tứ diện S.BCD bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 20: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một hình vuông cạnh a. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích hình chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một hình vuông cạnh a. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $30°$. Thể tích hình chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{5}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 22: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, biết SA vuông góc với đáy (ABC) và (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** Đáp án khác.

Câu 23: Cho hình chóp tam giác S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc, SA=a, SB=b, SC=c. Thể tích khối chóp bằng:

A. $\frac{1}{3}abc$. **B.** $\frac{1}{9}abc$. **C.** $\frac{1}{6}abc$. **D.** $\frac{2}{3}abc$.

Câu 24: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SB và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 25: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SD= $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu S lên (ABCD) là trung điểm H của cạnh AB. Tính thể tích khối chóp

A. $a^3\sqrt{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26: Hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, SA $\perp$(ABC). Góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp S.ABC bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 27: Cho hình chóp S.MNPQ có đáy MNPQ là hình vuông, SM $\perp$(MNPQ). Biết MN =a, SM = $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28: Một hình chóp tam giác có đường cao bằng 100cm và các cạnh đáy bằng 20cm, 21cm,29cm. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $7000cm^3$. **B.** $6213cm^3$. **C.** $6000cm^3$. **D.** $7000\sqrt{2}cm^3$.

Câu 29: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = 2a, AD = a . Hình chiếu của S lên (ABCD) là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc $45°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Cho tứ diện S.ABC có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau và AB = 5, BC = 6, CA = 7. Khi đó thể tích tứ diện S.ABC bằng

A. $\sqrt{210}$. **B.** $\frac{\sqrt{210}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{95}}{3}$. **D.** $\sqrt{95}$.

Câu 31: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a, AD = $a\sqrt{3}$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy. Cạnh bên SB tạo với mặt phẳng (SAC) góc $30°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60°$, SA=SB=SC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ H đến (SAB) bằng 2cm và thể tích khối chóp S.ABCD bằng $60cm^3$. Diện tích tam giác SAB bằng:

A. 5. **B.** 15. **C.** 30. **D.** $\frac{15}{2}$.

Câu 33: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, AD = 2a, AB = a. H là trung điểm của AD và SH vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SD hợp với đáy một góc $45°$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 34: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, AD = 2a, AB = a. H là trung điểm của AD và SH vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết SD hợp với đáy một góc $60°$

A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết diện tích của tam giác SAB là $9\sqrt{3}$ (cm^3). Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $36\sqrt{3}$. **C.** $81\sqrt{3}$. **D.** $9\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông có cạnh đáy bằng 3a. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết tam giác SAB đều.

A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $9a^3$. **D.** $\frac{9a^3}{2}$.

Câu 37: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông có cạnh đáy bằng 3a. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết tam giác SAB vuông.

A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $9a^3$. **D.** $\frac{9a^3}{2}$.

Câu 38: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông có cạnh đáy bằng 3a. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng $60°$.

A. $18a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **C.** $9a^3\sqrt{3}$. **D.** $18a^3\sqrt{15}$.

Câu 39: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật, AB = 2a. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và SA = a; SB = $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp biết AD=3a.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$ **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $18a^3\sqrt{15}$.

Câu 40: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật, AB = a; AD = $a\sqrt{3}$. Tam giác SBD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết góc giữa SD và đáy bằng $30°$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 41: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, SA = $a\sqrt{3}$, SB = a. Tính thể tích hình chóp S.ABC.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 42: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 2a. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, tam giác SAB cân tại A. Biết thể tích khối chóp S.ABC bằng $\frac{4a^3}{3}$. Khi đó, độ dài SC bằng:

A. $3a$. **B.** $\sqrt{6}a$. **C.** $2a$. **D.** Đáp số khác.

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = 3a, BC = 5a và (SAC) vuông góc với đáy. Biết SA=2a, $\widehat{SAC} = 30°$. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $2a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = 3a, BC = 5a, mặt phẳng (SAC) vuông góc với đáy. Biết SA = 2a$\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = 30°$. Thể tích khối chóp là:

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45: Cho khối chóp đều S.ABC cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp S.ABC biết mặt bên là tam giác vuông cân.

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{36}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh AB = a và đường cao h= $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ Diện tích toàn phần của hình chóp bằng.

A. $\frac{5a^2}{2}$. **B.** $3a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $\frac{3a^2}{2}$.

Câu 47: Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp là:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm của SH đến (SBC) bằng b. Thể tích của khối chóp S.ABCD là.

A. $\frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **B.** $\frac{a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **C.** $\frac{2a^3b}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. **D.** $\frac{2ab}{3}$.

Câu 49: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là:

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 50: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ . Khi đó thể tích khối chóp S.ABCD bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$. **B.** $\frac{a^3}{6}\tan\varphi$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\cot\varphi$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$.

Câu 51: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình thang vuông tại A,B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết AD = 2BC= 2a, BD = $a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $30°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 52: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình thang vuông tại A,B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết AD = 2BC= 2a, BD = $a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SO và mặt phẳng đáy bằng $45°$, với O là giao điểm của AC và BD.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 53: Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình thoi cạnh bằng a, tâm O, $\widehat{BAD}=60°$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là điểm H, sao cho H là trung điểm của BI. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp S.ABCD là.

A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{36}$

Câu 54: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Mặt phẳng (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Đường thẳng SC tạo với đáy góc $45°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Thể tích khối chóp S.MCDN là bao nhiêu?

A. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\frac{5a^3\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\frac{5a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{5a^3\sqrt{2}}{24}$

Câu 55: Cho hình chóp S.ABC đáy ABC là tam giác đều cạnh 4cm. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA= 4cm. Lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $\widehat{ACM}=45°$. Gọi H là hình chiếu của S trên CM. Gọi I, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên SC,SH. Thể tích của khối tứ diện SAIK tính theo cm^3 bằng.

A. $\frac{16}{3}$ **B.** 9 **C.** 8 **D.** $\frac{16}{9}$

Câu 56: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA = a, AB = a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên ABCD là điểm H thuộc cạnh AC sao cho AC= 4AH. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC. Tính thể tích tứ diện SMBC.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$ **B.** $\frac{a^3}{48}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{15}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{48}$

Câu 57: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O, AB = a, AD = $a\sqrt{3}$, SO $\perp$ (ABCD). Khoảng cách giữa AB và SD bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối đa diện S.ABCD bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{30}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 58: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA $\perp$(ABCD), AB = SA= 1, AD = $\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, SC, I là giao điểm của BM và AC. Tính thể tích khối tứ diện ANIB là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{18}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{36}$

Câu 59: Cho hình chóp tam giác S.ABC có AB = 5a, BC = 6a, CA = 7a. Các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp

A. $8a^3\sqrt{3}$ **B.** $6a^3\sqrt{3}$ **C.** $7a^3\sqrt{3}$ **D.** $5a^3\sqrt{3}$.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Ta có $S_{ABCD}=a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 2: $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=2a$, $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn A.**

Câu 3: $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=a\sqrt{3}; BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 4: Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABC)$

Ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=a\sqrt{2}$

Ta có $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{a^3\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn B.**

Câu 5: $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=2a$.

Ta có $S_{ABCD}=AB.AD=2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.2a.2a^2=\frac{4a^3}{3}$. **Chọn C.**

Câu 6:

$SH=\frac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$, $S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.**Chọn B.**

Câu 7: $SB\cap(ABC)=\{B\}$ và $SA\perp(ABC) \Rightarrow \widehat{(SB,(ABC))}=\widehat{(SB,AB)}=\widehat{SBA}=30^\circ$

$\tan\widehat{SBA}=\frac{SA}{AB} \Rightarrow SA=AB\tan\widehat{SBA}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **Chọn C.**

Câu 8: Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC)$.

$SB\cap(ABC)=\{B\}$ và $SA\perp(ABC)\Rightarrow\widehat{(SB,(ABC))}=\widehat{(SB,AB)}=\widehat{SBA}=30^\circ$

$\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB\tan\widehat{SBA}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3}{12}$. **Chọn D.**

Câu 9: Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC)$.

$SM\cap(ABC)=\{M\}$ và $SA\perp(ABC)\Rightarrow\widehat{(SM,(ABC))}=\widehat{(SM,AB)}=\widehat{SMA}=60^\circ$

$\tan\widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}\Rightarrow SA=AM\tan\widehat{SMA}$ mà $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60^\circ=\dfrac{3a}{2}$

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn C.**

Câu 10: $SC\cap(ABC)=\{C\}$ và $SA\perp(ABC)\Rightarrow\widehat{(SC,(ABC))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}=45^\circ$

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{3}$.

$\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{3}$

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{2}$. **Chọn A.**

Câu 11: $SM\cap(ABC)=\{M\}$ và $SA\perp(ABC)\Rightarrow\widehat{(SM,(ABC))}=\widehat{(SM,AB)}=\widehat{SMA}=60^\circ$

$\tan\widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}\Rightarrow SA=AM\tan\widehat{SMA}$ mà $AM=\dfrac{1}{2}BC=a\Rightarrow SA=a.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.**Chọn C.**

Câu 12: $SC\cap(ABCD)=\{C\}$ và $SA\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}=45^\circ$

$\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC\tan\widehat{SCA}=2a$

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{3}\ \Rightarrow\ S_{ABCD}=AB.BC=a^2\sqrt{3}\Rightarrow$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a.a^2\sqrt{3}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn A**.

Câu 13: $SO\cap(ABCD)=\{O\}$ và $SA\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{SO,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SO,OA}\right)=\widehat{SOA}=60^\circ$

$OA=\dfrac{1}{2}AC=a$

$\tan\widehat{SOA}=\dfrac{SA}{OA}\Rightarrow SA=OA\tan\widehat{SOA}=a\sqrt{3}$

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow S_{ABCD}=AB.BC=a^2\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3$. **Chọn C.**

Câu 14: Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

$SC\cap(ABCD)=\{C\}$ và $SA\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}=45^\circ$

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$

$\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{2}$

$S_{ABCD}=a^2\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 15: Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

$SM\cap(ABCD)=\{M\}$ và $SA\perp(ABCD)\Rightarrow\widehat{(SM,(ABCD))}=\widehat{(SM,AM)}=\widehat{SMA}=60°$

$AM=\sqrt{AB^2+BM^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\tan\widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}\Rightarrow SA=AM\tan\widehat{SMA}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

$S_{ABCD}=a^2\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.\mathrm{a}^2=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 16: $SC\cap(ABCD)=\{C\}$ và $SH\perp(ABCD)\Rightarrow\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,\mathrm{HC})}=\widehat{SCH}=60°$

$CH=\sqrt{BC^2+BH^2}=a\sqrt{5}$.

$\tan\widehat{SCH}=\dfrac{SH}{CH}\Rightarrow SH=CH\tan\widehat{SCH}=a\sqrt{15}$

$S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{15}.4\,\mathrm{a}^2=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 17: $SC\cap(ABCD)=\{C\};SA\perp(ABCD)\Rightarrow\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,\mathrm{AC})}=\widehat{SCA}=45°$

$\sin\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{SC}\Rightarrow SA=SC\sin\widehat{SCA}=2a\Rightarrow AC=\sqrt{SC^2-SA^2}=2a$

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow S_{ABCD}=AB.BC=a^2\sqrt{3}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.**Chọn B.**

Câu 18: Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{a^3}{6}$. **Chọn A**.

Câu 19: Ta có $S_{BCD}=\dfrac{1}{2}BC.CD=\dfrac{a^2}{2}\Rightarrow V_{S.BCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{BCD}=\dfrac{1}{3}.\mathrm{a}.\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^3}{6}$. **Chọn C.**

Câu 20: Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

Lại có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà

$SC \cap (SAB) = \{S\} \Rightarrow \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{(SC,SB)} = \widehat{CSB} = 30°$

$\tan\widehat{CSB} = \dfrac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \dfrac{BC}{\tan\widehat{CSB}} = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.\text{ABCD}} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\text{a}\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 21: Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

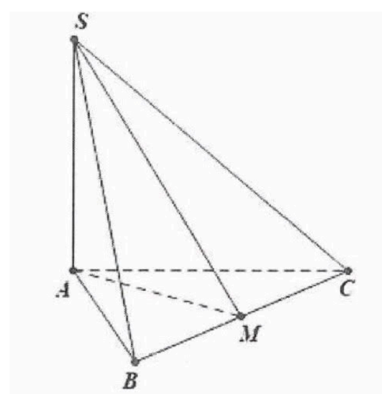
$SC \cap (ABCD) = \{C\}$; $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,\text{AC})} = \widehat{SCA} = 30°$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$ **.**

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC\tan\widehat{SCA} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.\text{ABCD}} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{\text{a}\sqrt{6}}{3}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$ **.Chọn D.**

Câu 22:



Gọi M là trung điểm của BC

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$

$\Rightarrow \widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{(SM,\text{AM})} = \widehat{SMA} = 60°$

$\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM\tan\widehat{SMA} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60° = \dfrac{3a}{2}$

$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.\text{ABC}} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\text{a}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn A.**

Câu 23: Ta có $V_{S.\text{ABC}} = \dfrac{1}{6}SA.SB.SC = \dfrac{abc}{6}$. **Chọn C.**

Câu 24: $SB \cap (ABC) = \{B\}$ và $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{(SB,\text{AB})} = \widehat{SBA} = 60°$

$\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB\tan\widehat{SBA}=a\sqrt{3}$.

$S_{\text{ABC}}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.\text{ABC}}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{a^3}{4}$. **Chọn B.**

Câu 25: Ta có $HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\dfrac{3a}{2}$

Lại có $S_{ABCD}=a^2\Rightarrow V_{S.\text{ABCD}}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 26:

Gọi M là trung điểm của BC

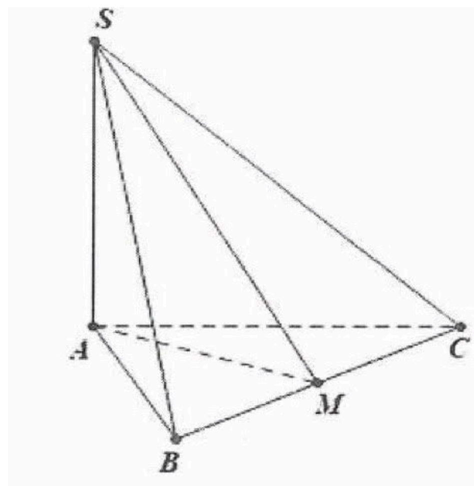
Ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAM)$

$\Rightarrow\widehat{((SBC),(ABC))}=\widehat{(SM,\text{AM})}=\widehat{SMA}=60°$

$\tan\widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}\Rightarrow SA=AM\tan\widehat{SMA}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60°=\dfrac{3a}{2}$

$S_{\text{ABC}}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.\text{ABC}}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn A.



Câu 27: Ta có: $S_{MNPQ}=a^2\Rightarrow V_{S.\text{MNPQ}}=\dfrac{1}{3}SM.S_{MNPQ}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 28: Ta có: $20^2+21^2=29^2\Rightarrow$ đáy là tam giác vuông.

$\text{S}_{\text{day}}=\dfrac{1}{2}.20.21=210\Rightarrow \text{V}=\dfrac{1}{3}.100.210=7000$. **Chọn A.**

Câu 29: $SC\cap(ABCD)=\{C\}$ và $SH\perp(ABCD)\Rightarrow\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,HC)}=\widehat{SCH}=45°$

$HC=\sqrt{HB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$.

$\tan\widehat{SCH}=\dfrac{SH}{HC}\Rightarrow SH=HC\tan\widehat{SCH}=a\sqrt{2}$

$S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.2a^2 = \dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 30: $\begin{cases} SA^2 + SB^2 = AB^2 = 25 \\ SB^2 + SC^2 = BC^2 = 36 \\ SA^2 + SC^2 = AB^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} SA^2 = 19 \\ SB^2 = 6 \\ SC^2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} SA = \sqrt{19} \\ SB = \sqrt{6} \\ SC = \sqrt{30} \end{cases}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}SA.SB.SC = \sqrt{95}$ **.Chọn D.**

Câu 31: Kẻ BH $\perp$ AC ta có $\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp SA \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SAC)$ mà

$SB \cap (SAC) = \{S\} \Rightarrow \widehat{(\mathrm{SB}, (SAC))} = \widehat{(SB, \mathrm{SH})} = \widehat{SBH} = 30°$.

$\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BC^2} + \dfrac{1}{BA^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\tan\widehat{BSH} = \dfrac{BH}{SH} \Rightarrow SH = \dfrac{BH}{\tan\widehat{BSH}} = \dfrac{3a}{2}$.

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \dfrac{a}{2}$; $SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

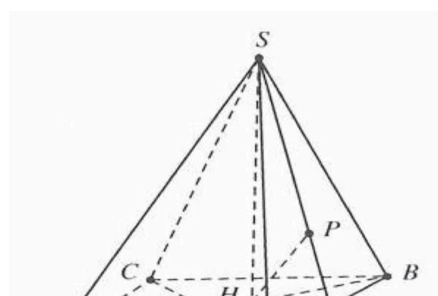
$S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 32: Ta có ngay tâm H là đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Kẻ HK $\perp$ AB, HP $\perp$ SK $\Rightarrow$ $d(H;(SAB)) = HP = 2$.

$\tan 30° = \dfrac{HK}{BK} \Rightarrow HK = \dfrac{BK}{\sqrt{3}} = \dfrac{AB}{2\sqrt{3}}$.

$V_{S.\mathrm{ABC}} = 30 = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}SH.\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SH = \dfrac{120\sqrt{3}}{AB^2}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}SK.AB = \dfrac{1}{2}AB.\dfrac{SH.HK}{HP} = \dfrac{1}{2}AB.\dfrac{\dfrac{120\sqrt{3}}{AB^2}.\dfrac{AB}{2\sqrt{3}}}{2} = 15$.



Chọn B.

Câu 33: $SD \cap (ABCD) = \{D\}$ và $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{(SD, HD)} = \widehat{SDH} = 45°$

$\tan\widehat{SDH} = \dfrac{SH}{HD} \Rightarrow SH = HD\tan\widehat{SDH}$ mà $HD = \dfrac{1}{2}AD = a \Rightarrow SH = a$

$S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.2a^2 = \dfrac{2a^3}{3}$. **Chọn C.**

Câu 34: $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,HC)} = \widehat{SCH} = 60°$

$\tan\widehat{SCH} = \dfrac{SH}{HC} \Rightarrow SH = HC\tan\widehat{SCH}$ mà $HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = a\sqrt{6}$

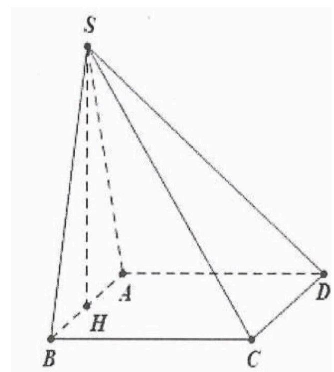
$S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{6}.2a^2 = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 35: Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow$ SH $\perp$ AB

Ta có: $\begin{cases}(SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB\end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$S_{ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6 \Rightarrow SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$S_{ABCD} = AB^2 = 36 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.3\sqrt{3}.36 = 36\sqrt{3}$.**Chọn B**



Câu 36:

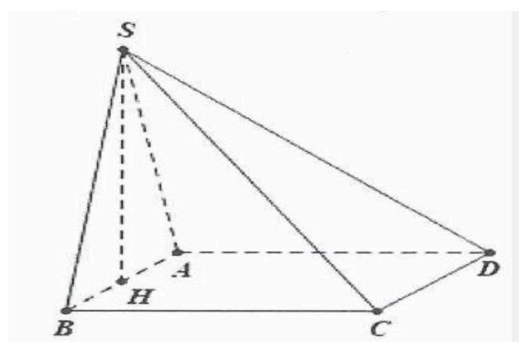
Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow$ SH $\perp$ AB

Ta có: $\begin{cases}(SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB\end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$, $S_{ABCD} = AB^2 = 9a^2$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}.9a^2 = \dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$

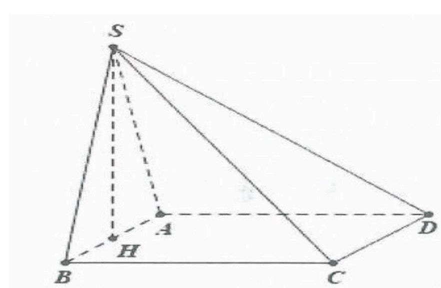
Chọn B



Câu 37: Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow$ SH $\perp$ AB

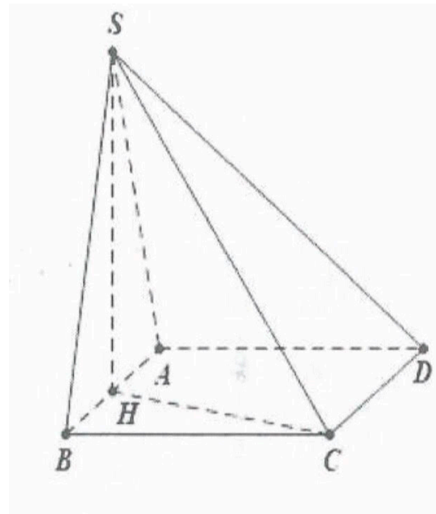
Ta có: $\begin{cases}(SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB\end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$SH = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{3a}{2}$, $S_{ABCD} = AB^2 = 9a^2$



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.9a^2 = \frac{9a^3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 38



Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow$ SH $\perp$ AB

Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\ SH\perp AB\end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD)$

$SC\cap(ABCD)=\{C\}$ và $SH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,HC)} = \widehat{SCH} = 60^o$

$CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$

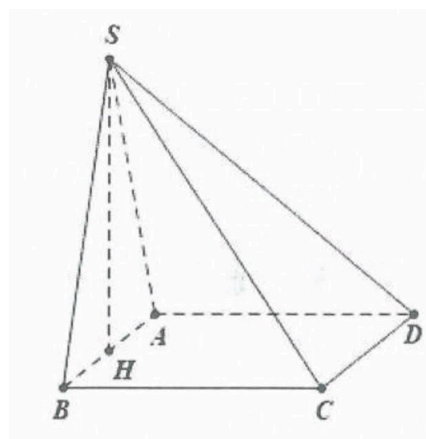
$\tan\widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = HC\tan\widehat{SCH} = \frac{3a\sqrt{15}}{2}$

$S_{ABCD} = AB^2 = 9a^2 \Rightarrow$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{15}}{2}.9a^2 = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$

Chọn B.

Câu 39:



Kẻ SH $\perp$ AB ta có

$\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\ SH\perp AB\end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Dễ thấy $SA^2 + SB^2 = AB^2 = 4a^2 \Rightarrow \Delta$SAB vuông tại S

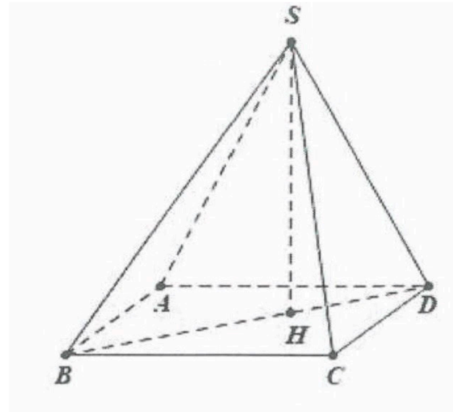
$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABCD} = AB.AD = 6a^2$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.6a^2 = a^3\sqrt{3}$.**Chọn A.**

Câu 40:

Kẻ SH ⊥ BD



Ta có $\begin{cases}(SBD)\perp(ABCD)\\ SH\perp BD\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

$SD\cap(ABCD)=\{D\}$

và

$SH\perp(ABCD)\Rightarrow\widehat{(SD,(ABCD))}=\widehat{(SD,\mathrm{DH})}=\widehat{SDH}=30^\circ$

$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=2a$

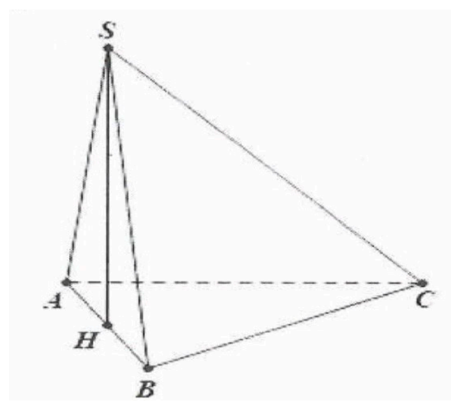
$\sin\widehat{SDH}=\dfrac{SB}{BD}\Rightarrow SB=BD\sin\widehat{SDH}=a\Rightarrow \mathrm{SD}=a\sqrt{3}$

$\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{1}{SB^2}+\dfrac{1}{SD^2}=\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABCD}=AB.AD=a^2\sqrt{3}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{2}$. **Chọn D**.

Câu 41:

Kẻ SH ⊥ AB



Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\ SH\perp AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$

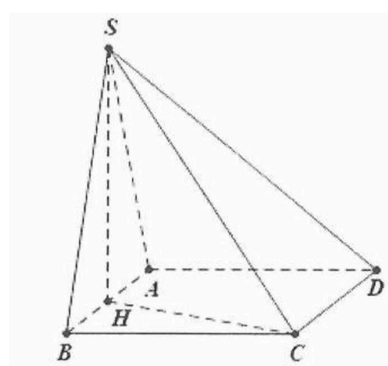
$\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{SB^2}=\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=2a\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 42:

Gọi H là trung điểm của AB ⇒ SH ⊥ AB



Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\ SH\perp AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(2a)^2=2a^2$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}\Rightarrow SH=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=2a$

$HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow SC=\sqrt{SH^2+HC^2}=3a$.**Chọn A.**

Câu 43:

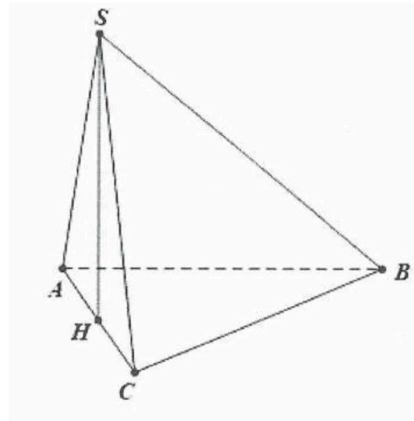
Kẻ SH $\perp$ AC

Ta có $\begin{cases}(SAC)\perp(ABC)\\ SH\perp AC\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$

$\sin\widehat{SAC}=\dfrac{SH}{SA}\Rightarrow SH=SA\sin\widehat{SAC}=a$

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=4a\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.\mathrm{AC}=6\,\mathrm{a}^2$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a.6a^2=2a^3$. **Chọn D.**



Câu 44:

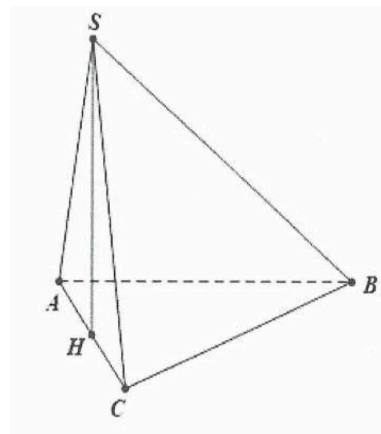
Kẻ SH $\perp$ AC

Ta có $\begin{cases}(SAC)\perp(ABC)\\ SH\perp AC\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$

$\sin\widehat{SAC}=\dfrac{SH}{SA}\Rightarrow SH=SA\sin\widehat{SAC}=a\sqrt{3}$

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=4a\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.\mathrm{AC}=6\,\mathrm{a}^2$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.6a^2=2a^3\sqrt{3}$. **Chọn A.**



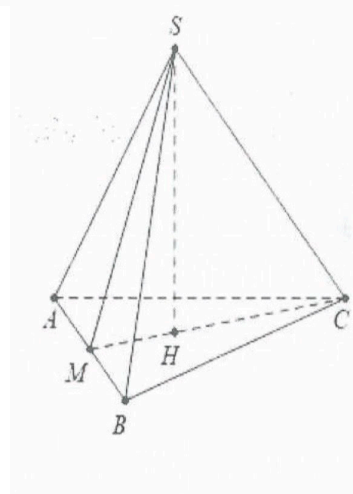
Câu 45: Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC$\Rightarrow$SH$\perp$(ABC)
Gọi M là trung điểm của AB

$SM=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $MH=\dfrac{1}{3}CM=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a}{2}$

$SH=\sqrt{SM^2-MH^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

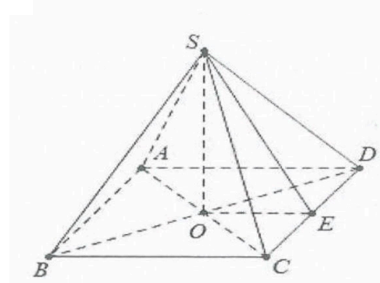
$S_{ABC}=\dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.**Chọn C.**



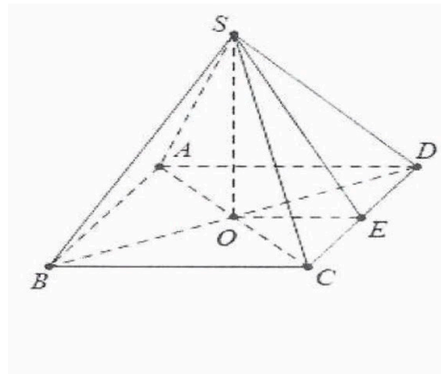
Câu 46: Diện tích đáy hình chóp $S_đ=a^2$
Gọi O là tâm của hình vuông ABCD $\Rightarrow$SO$\perp$(ABCD).
Dựng OE$\perp$CD, CD$\perp$SO$\Rightarrow$ CD$\perp$SE

Ta có: $SE=\sqrt{h^2+OE^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}}=a$.



Diện tích một mặt bên là: $S = \frac{1}{2}OE.CD = \frac{a^2}{2}$.

Diện tích toàn phần của hình chóp : $S = a^2 + 4.\frac{a^2}{2} = 3a^2$. **Chọn B.**



Câu 47: Diện tích đáy hình chóp $S_đ = a^2$

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD $\Rightarrow$ SO $\perp$ (ABCD).

Dựng OE $\perp$ CD, CD $\perp$ SO $\Rightarrow$ CD $\perp$ SE.

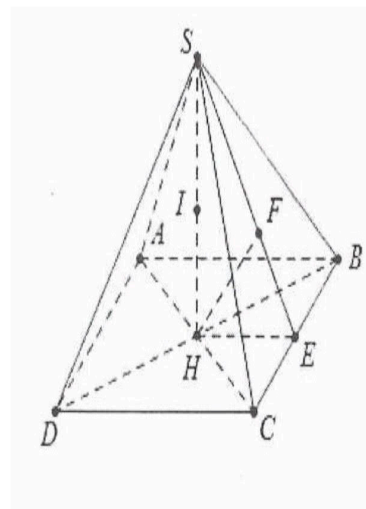
$S_{xq} = 4S_{SCD} = 2SE.CD = 2SE.a$

Mặt khác $S_{xq} = 2S_đ \Rightarrow 2.SE.a = 2a^2 \Rightarrow SE = a$

Do đó $SO = \sqrt{SE^2 - OE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là: V=$\frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 48:



Gọi H = $AC \cap BD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Dựng HE $\perp$ BC, HF $\perp$ SE$\Rightarrow \begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp HE \end{cases} \Rightarrow BC \perp HF$

Mặt khác HF $\perp$ SE$\Rightarrow$HF$\perp$(SBC)$\Rightarrow d(H;(SBC)) = HF$.

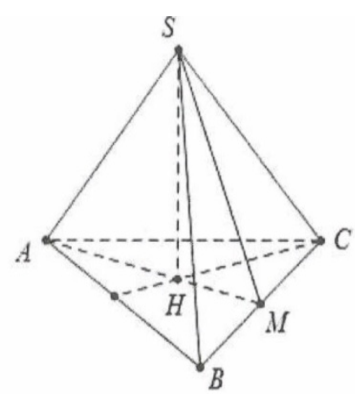
Do I là trung điểm của

SH$\Rightarrow d(H;(SBC)) = 2d(\text{I};(SBC)) = 2b = HF$

Lại có: $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow SH = \frac{HE.HF}{\sqrt{HE^2 - HF^2}} = \frac{ab}{\sqrt{\frac{a^2}{4} - 4b^2}}$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{2}{3}.\frac{a^3.b}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$. **Chọn A.**

Câu 49:



Giả sử tứ diện S.ABC đều cạnh a.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra SH $\perp$ (ABC)

Gọi M là trung điểm của BC ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Khi đó $AH = \frac{2}{3}AM \Rightarrow \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

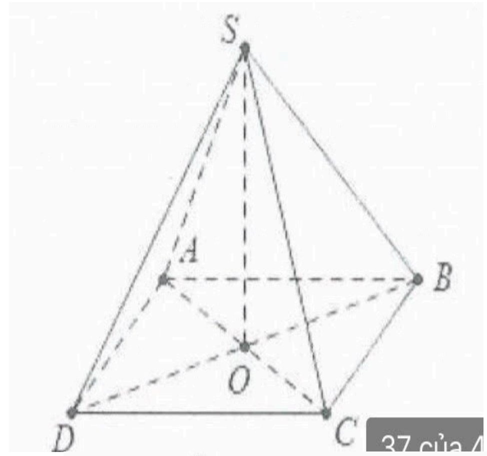
Lại có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **Chọn A.**

Câu 50:

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD khi đó SO $\perp$ (ABCD) suy ra

$\widehat{SDO} = \left(\widehat{SD;\left(ABCD\right)}\right) = \varphi$.

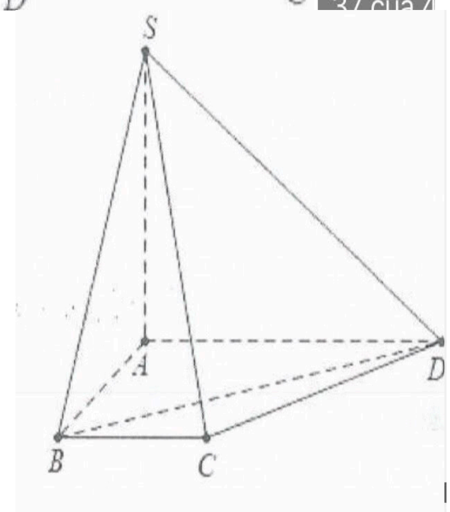


Lại có $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OD = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $SO = OD\tan\varphi = \dfrac{a\sqrt{2}\tan\varphi}{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$. **Chọn A.**

Câu 51: Ta có $\begin{cases}\left(SAB\right) \perp \left(ABCD\right)\\ \left(SAD\right) \perp \left(ABCD\right)\end{cases} \Rightarrow SA \perp \left(ABCD\right)$



$SB \cap \left(ABCD\right) = \left\{B\right\}$ và $SA \perp \left(ABCD\right)$

$\Rightarrow \left(\widehat{SB,\left(ABCD\right)}\right) = \left(\widehat{SB,BA}\right) = \widehat{SBA} = 30°$

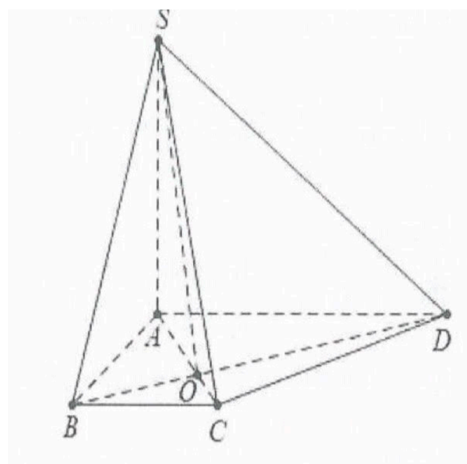
$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = a$

$\tan\widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB\tan\widehat{SBA} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AB.(AD + BC) = \dfrac{3a^2}{2}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S._{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 52: Ta có $\begin{cases}\left(SAB\right) \perp \left(ABCD\right)\\ \left(SAD\right) \perp \left(ABCD\right)\end{cases} \Rightarrow SA \perp \left(ABCD\right)$



$SO \cap \left(ABCD\right) = \left\{O\right\}$ và $SA \perp \left(ABCD\right)$

$\Rightarrow \left(\widehat{SO,\left(ABCD\right)}\right) = \left(\widehat{SO,\text{AO}}\right) = \widehat{SOA} = 45°$

$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = a \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$AO = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$

$\tan\widehat{SOA} = \dfrac{SA}{AO} \Rightarrow SA = AO\tan\widehat{SOA} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

$S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AB.(AD + BC) = \dfrac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}.\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **.Chọn C.**

Câu 53: $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD)$

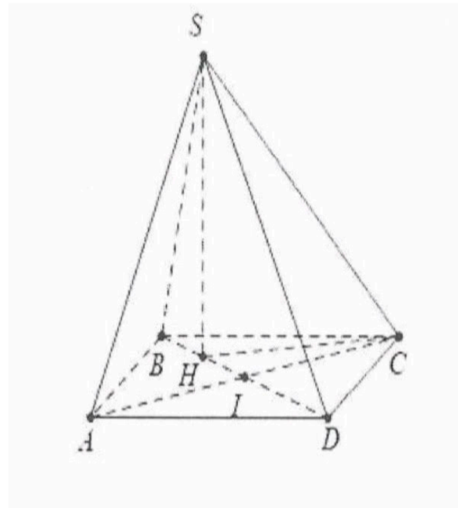
$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,\text{CH})} = \widehat{SCH} = 45°$

$\widehat{BAD} = 60° \Rightarrow BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Ta có $IH = \frac{1}{4}BD = \frac{a}{4}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$HC = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$

$\tan\widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = HC\tan\widehat{SCH} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S._{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{13}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$. **Chọn C**

Câu 54:

$SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,\text{AC})} = \widehat{SCA} = 45°$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

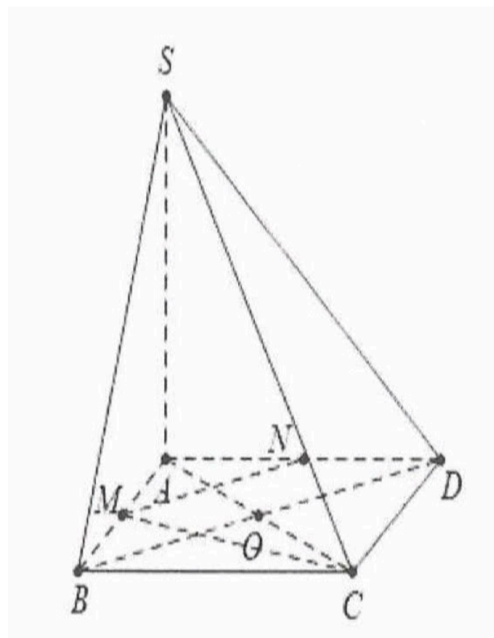
$\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{2}$

$S_{AMN} = \frac{1}{2}AM.\text{AN} = \frac{a^2}{8}$, $S_{BCM} = \frac{1}{2}BM.\text{BC} = \frac{a^2}{4}$

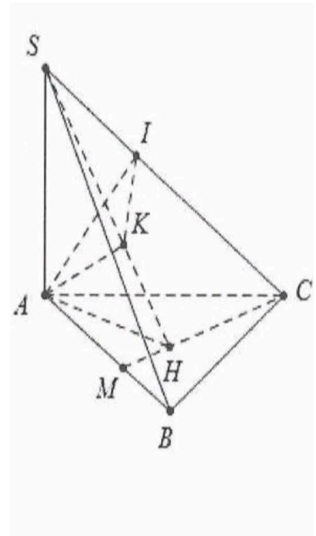
$S_{MCDN} = S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM} = \frac{5a^2}{8}$

$V_{S.MCDN} = \frac{1}{3}SH.\text{S}_{MCDN} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{5a^2}{8} = \frac{5a^3\sqrt{2}}{24}$.

Chọn D.



Câu 55:



Cách 1: Ta có $\begin{cases} CM \perp SA \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow SM \perp AH \Rightarrow \Delta AHC$ vuông cân tại H.

Mặt khác $CM \perp (SAH) \Rightarrow AK \perp CM \Rightarrow AK \perp (SHC)$.

Do đó $\begin{cases} AK \perp KI \\ AK \perp SC \end{cases}$. Lại có $SC \perp AI \Rightarrow SC \perp (AIK)$.

Hình chóp S.AIK có đường cao là SI và đáy là tam giác AKI vuông tại K.

Ta có: $AI = \dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = 2\sqrt{2}$, $AH = HC = 2\sqrt{2}$.

$AK = \dfrac{SA.AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow KI = \sqrt{AI^2 - AK^2} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên I là trung điểm của SC $\Rightarrow SI = \dfrac{SC}{2} = 2\sqrt{2}$.

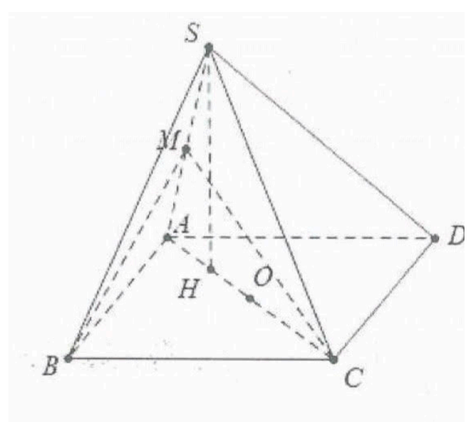
$S_{AKI} = \dfrac{1}{2} AK.KI = \dfrac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V_{S.AIK} = \dfrac{1}{3}.SI.S_{AKI} = \dfrac{16}{9}$.

Cách 2: $V_{S.AHC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{AHC} = \dfrac{1}{3}.4.\dfrac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{16}{3}$.

Lại có: $SA^2 = SK.SH = SI.SC \Rightarrow \dfrac{SA^2}{SH^2} = \dfrac{SK}{SH} = \dfrac{4^2}{4^2+8} = \dfrac{2}{3}; \dfrac{SA^2}{SC^2} = \dfrac{SI}{SC} = \dfrac{1}{2}$

Khi đó $\dfrac{V_{S.AIK}}{V_{S.AHC}} = \dfrac{SK}{SH}.\dfrac{SI}{SC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AIK} = \dfrac{1}{3} V_{S.AHC} = \dfrac{16}{9}$. **Chọn D.**

Câu 56:



$SA = a$, $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \dfrac{1}{4} AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

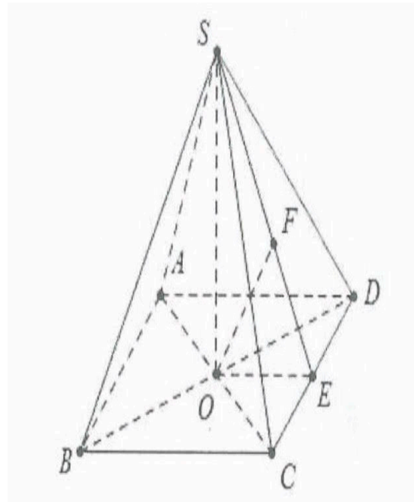
Do đó $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}$. Mặt khác

$SA.CM = SH.AC = 2S_{SAC} \Leftrightarrow a.CM = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}.a\sqrt{2}$

Do đó $CM = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow$ M là trung điểm của SA.

Ta có: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{14}}{4}.\dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{24}$. Do đó: $V_{S.MBC} = \dfrac{1}{2} V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{48}$. **Chọn D.**

Câu 57:



Do

$AB//CD \Rightarrow d\left(AB;SD\right)=d\left(\text{AB};\left(SCD\right)\right)$

$=d\left(\text{A};\left(SCD\right)\right)=2d\left(O;\left(SCD\right)\right)$(Do $AC=2OC$)

Mặt khác $d\left(AB;SD\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d\left(O;\left(SCD\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$.

Dựng

$OE\perp CD, OF\perp SE \Rightarrow CD\perp OF \Rightarrow OF\perp\left(SCD\right)$.

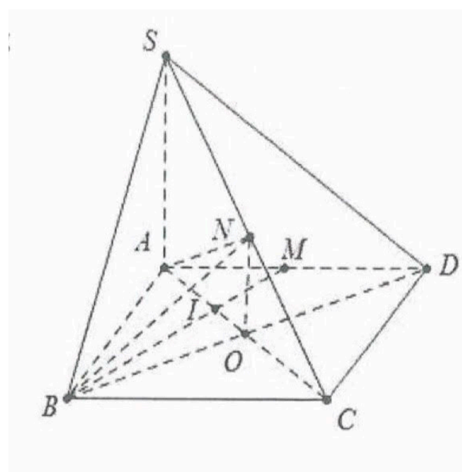
Khi đó $d\left(O;\left(SCD\right)\right)=OF=\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$ mà

$OE=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

và $\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OE^2}=\dfrac{1}{OF^2} \Rightarrow \text{SO}=\dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

Mặt khác

$S_{ABCD}=a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{30}$. **Chọn A.**



Câu 58: Gọi O là tâm hình chữ nhật thì NO là đường trung bình của tam giác SAC và $NO=\dfrac{SA}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Do $I=AO\cap BM \Rightarrow$I là trọng tâm ΔSBD.

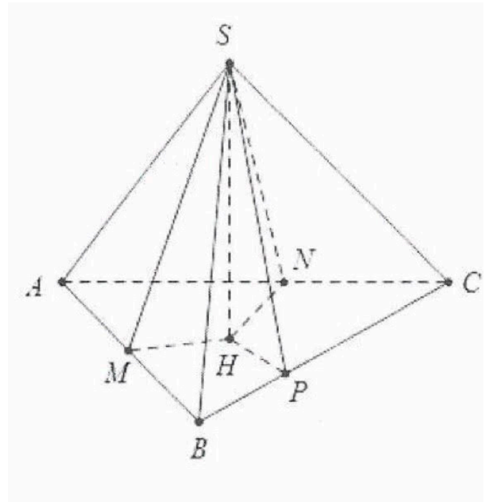
Ta có: $AI=\dfrac{2}{3}AO=\dfrac{1}{3}AC \Rightarrow S_{AIB}=\dfrac{1}{3}S_{ACB}$.

Mặt khác: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ABI}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

Thể tích khối chóp ANIB là:

V=$\dfrac{1}{3}NO.S_{ABI}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{36}$. **Chọn D.**

Câu 59:Nửa chu vi tam giác ABC là:



$p = \dfrac{AB + BC + CA}{2} = 9a$

Diện tích tam giác ABC tính theo công thức He-rông là:

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6a^2\sqrt{6}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC). Dựng

$HM \perp AB$, $HN \perp AC$,

$HP \perp BC \Rightarrow \widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60°$ .Khi đó

$\Delta SHM = \Delta SHN = \Delta SHP$ suy ra $HM = HN = HP \Rightarrow$ H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow HM = r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{6a^2\sqrt{6}}{9a} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $SH = HM \tan 60° = 2a\sqrt{2} \Rightarrow$

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABC} = 8a^3\sqrt{3}$.**Chọn A.**