



CHUYÊN ĐỀ - TRẢ LỜI NGẮN

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN VÀO BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG



24
25

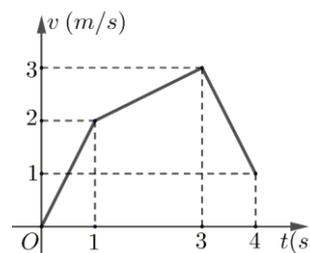


ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN
vào

BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

PHẦN ĐỀ

» **Câu 1.** Một vật chuyển động thẳng với đồ thị vận tốc trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=4s$ như hình vẽ bên. Quãng đường vật đi được trong 4 giây đó là bao nhiêu mét?



✓ **Trả lời:**

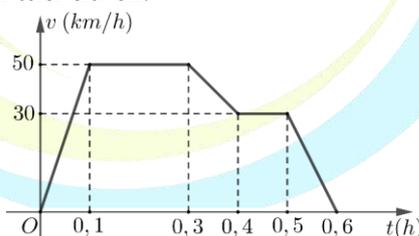
» **Câu 2.** Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = 2t + 3$ (m/s), với t là thời gian tính bằng giây (s) từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Tính quãng đường (m) chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ năm.

✓ **Trả lời:**

» **Câu 3.** Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1 = 6 - 3t$ (m/s), người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2 = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách (đơn vị mét) hai xe khi đã dừng hẳn.

✓ **Trả lời:**

» **Câu 4.** Biểu đồ vận tốc-thời gian của một chuyến tàu được minh họa trong biểu đồ bên cạnh. Tìm tổng quãng đường (km) đoàn tàu đã đi.



✓ **Trả lời:**

» **Câu 5.** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

✓ **Trả lời:**

» **Câu 6.** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s) (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 7 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

✓ **Trả lời:**

» **Câu 7.** Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi

quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian 10 (s) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu mét?

✓ Trả lời:

» **Câu 8.** Một ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + v_0$ (m/s), trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Tính v_0 (đơn vị m/s) biết rằng từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được 40 mét.

✓ Trả lời:

» **Câu 9.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

✓ Trả lời:

» **Câu 10.** Một máy bay Boeing đang chạy đều trên đường băng để chuẩn bị cất cánh với vận tốc là v_0 (km/h) thì phi công (người lái máy bay) nhận được lệnh hủy cất cánh vì có sự cố ở cuối đường băng, ngay lập tức phi công kích hoạt hệ thống phanh để dừng máy bay lại. Kể từ lúc đó máy bay chạy chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10000t + v_0$ (km/h), trong đó t là thời gian tính bằng giờ kể từ lúc phanh. Hỏi vận tốc v_0 của máy bay trước khi phanh là bao nhiêu? Biết rằng từ lúc phanh đến khi dừng hẳn máy bay di chuyển được 1,5 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

✓ Trả lời:

» **Câu 11.** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s²). Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

✓ Trả lời:

» **Câu 12.** Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + \frac{1}{3}t^2$ (m/s²), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 12 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu mét?

✓ Trả lời:

» **Câu 13.** Một tay đua đang điều khiển chiếc xe đua của mình với vận tốc 180 km/h. Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t) = 2t + 1$ (m/s²). Hỏi rằng 4 s sau khi tay đua nhấn ga thì xe đua chạy với vận tốc bao nhiêu km/h.

✓ Trả lời:

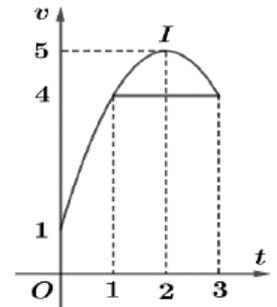
» **Câu 14.** Một ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì gặp chướng ngại vật nên người lái xe đã đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6t$ (m/s²) trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được 16 m. Tính v_0 .

✓ Trả lời:

» **Câu 15.** Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng lại hẳn sau 20 s kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120 m. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v = v_0 + at$; trong đó a (m/s^2) là gia tốc, v (m/s) là vận tốc tại thời điểm t (s). Hãy tính vận tốc v_0 (đơn vị m/s) của xe lửa lúc bắt đầu hãm phanh.

✓ Trả lời:

» **Câu 16.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó theo đơn vị km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



✓ Trả lời:

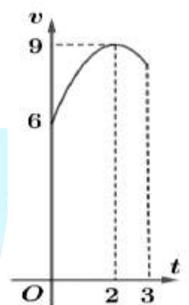
» **Câu 17.** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu bằng 10 (m/s), hỏi trong 6 giây đầu tiên, thời điểm nào chất điểm ở xa nhất về phía bên phải? (Viết kết quả theo đơn vị giây).

✓ Trả lời:

» **Câu 18.** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s^2). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

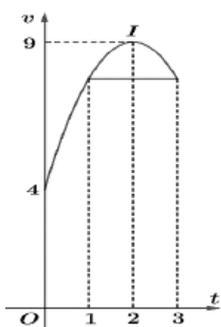
✓ Trả lời:

» **Câu 19.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



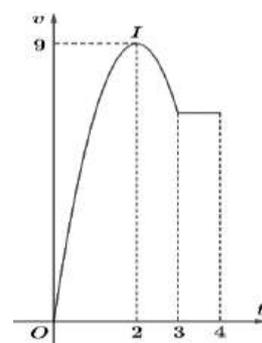
✓ Trả lời:

» **Câu 20.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



✓ Trả lời:

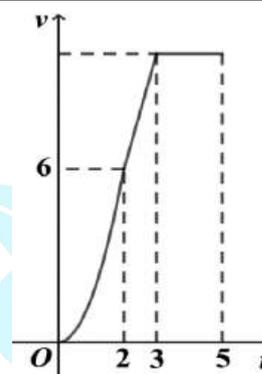
» **Câu 21.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

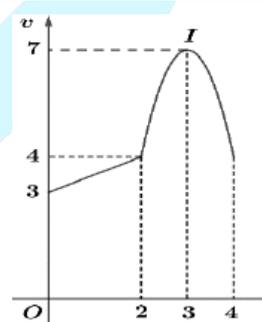
» **Câu 22.** Một chiếc xe đua đạt tới vận tốc lớn nhất là 360 km/h . Đồ thị bên biểu thị vận tốc v của xe trong 5 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát. Đồ thị trong 2 giây đầu là một phần của parabol đỉnh tại gốc tọa độ O , giây tiếp theo là đoạn thẳng và sau đúng 3 giây thì xe đạt vận tốc lớn nhất. Biết rằng mỗi đơn vị trục hoành biểu thị 1 giây, mỗi đơn vị trục tung biểu thị 10 m/s và trong 5 giây đầu xe di chuyển động theo đường thẳng. Hỏi trong 5 giây đó xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu mét?



✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

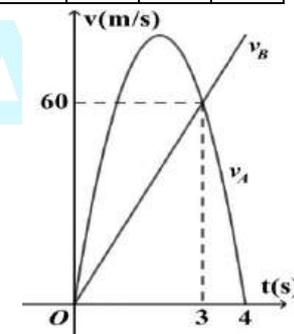
» **Câu 23.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu, vật chuyển động nhanh dần theo đồ thị là một phần của đường thẳng. Khoảng thời gian còn lại đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(3; 7)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 210 phút. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*



✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 24.** Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của hai xe A và B khởi hành cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của xe A là một đường parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của xe B là một đường thẳng ở hình bên. Hỏi sau khi đi được 3 giây khoảng cách giữa hai xe là bao nhiêu mét?



✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 25.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản thường bơi từ biển ngược dòng vào sông đến thượng nguồn của các dòng sông để đẻ trứng. Giả sử cá bơi ngược dòng với vận tốc là $v(t) = -\frac{2t}{5} + 4$ (km/h). Nếu coi thời điểm ban đầu $t=0$ là lúc cá bắt đầu bơi vào dòng sông thì khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là bao nhiêu km?

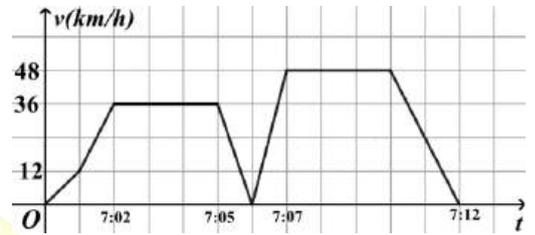
✓ **Trả lời:**

--	--	--	--

» **Câu 26.** Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 12 (m/s)$, sau khi đi được khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 24 - 6t (m/s)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi từ khi xuất phát đến lúc dừng lại thì xe ô tô đã đi được bao nhiêu mét?

✓ Trả lời:

» **Câu 27.** Ông A đi làm lúc 7 giờ và đến cơ quan vào lúc 7 giờ 12 phút bằng xe gắn máy, trên đường đến cơ quan ông A gặp một người băng qua đường nên ông phải giảm tốc độ dần về 0 để đảm bảo an toàn rồi sau đó lại từ từ tăng tốc để đến cơ quan làm việc. Hỏi quãng đường kể từ lúc ông A giảm tốc độ để tránh tai nạn cho đến khi tới cơ quan dài bao nhiêu mét? (đồ thị dưới đây mô tả vận tốc chuyển động của ông A theo thời gian khi đến cơ quan.)



✓ Trả lời:

» **Câu 28.** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t (m/s)$, trong đó t giây là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

✓ Trả lời:

» **Câu 29.** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t (m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu m/s?

✓ Trả lời:

» **Câu 30.** Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó ở chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là bao nhiêu mét/phút?

✓ Trả lời:

» **Câu 31.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra quy luật của nó chuyển động trong nước yên lặng là $s = -\frac{t^2}{10} + 4t$ với t

(giờ) là khoảng thời gian tính từ lúc cá bắt đầu chuyển động và $s(km)$ là quãng đường cá bơi được trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi đó vào dòng sông có vận tốc dòng nước chảy là 2 km/h . Tính khoảng cách xa nhất mà con cá hồi đó có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng là bao nhiêu kilomet?

✓ Trả lời:

» **Câu 32.** Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng một đoạn thẳng AB có chiều dài 50km , ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ A và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $v_A(t) = 2t + 9$ (km/h), ô tô thứ hai bắt đầu xuất phát từ B đi theo hướng từ B đến A với vận tốc $v_B(t) = 4t + 1$ (km/h). Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát và trước thời điểm gặp nhau, hai ô tô cách nhau 18km .

✓ Trả lời:

» **Câu 33.** Cho hai quả bóng A, B di chuyển ngược chiều nhau và chạm với nhau. Sau va chạm mỗi quả bóng nảy ngược lại một đoạn thì dừng hẳn. Biết sau khi va chạm, quả bóng A nảy ngược lại với vận tốc $v_A(t) = 8 - 2t$ (m/s) và quả bóng B nảy ngược lại với vận tốc $v_B(t) = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách giữa hai quả bóng sau khi đã dừng hẳn (Giả sử hai quả bóng đều chuyển động thẳng đều).

✓ Trả lời:

» **Câu 34.** Hai người A và B cách nhau 180 m trên một đoạn đường thẳng và cùng chuyển động theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyển động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5$ (m/s), B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3$ (m/s) (a là hằng số), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A, B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc đầu A đuổi theo B và sau 10 giây thì đuổi kịp. Hỏi sau 20 giây A cách B bao nhiêu mét?

✓ Trả lời:

----- Hết -----



Thân tặng quý bạn đọc quà tặng chào mừng

ĐẠI LỄ 30/04 – GIẢI PHÓNG MIỀN NAM – THỐNG NHẤT ĐẤT NƯỚC

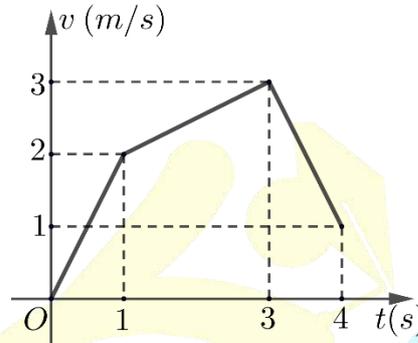


TOAN TU TAM

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN
vào
BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

- » **Câu 1.** Một vật chuyển động thẳng với đồ thị vận tốc trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=4s$ như hình vẽ bên. Quãng đường vật đi được trong 4 giây đó là bao nhiêu mét?



» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

8			
---	--	--	--

Quãng đường vật đi được trong 4 giây là

$$S = \int_0^4 v(t) dt = S_{\text{giới hạn}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} (3-1)(2+3) + \frac{1}{2} (4-3)(1+3) = 8 \text{ m.}$$

- » **Câu 2.** Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = 2t + 3$ (m/s), với t là thời gian tính bằng giây (s) từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Tính quãng đường (m) chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ năm.

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

3	6		
---	---	--	--

Quãng đường (m) chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ năm là $S = \int_1^5 v(t) dt = \int_1^5 (2t + 3) dt = 36 \text{ m.}$

- » **Câu 3.** Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1 = 6 - 3t$ (m/s), người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2 = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách (đơn vị mét) hai xe khi đã dừng hẳn.

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	4		
---	---	--	--

Từ lúc va chạm đến khi xe 1 dừng hẳn thì $v_1 = 0 \Rightarrow 6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2.$

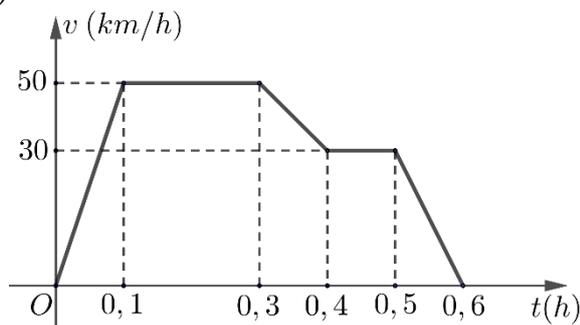
Quãng đường xe 1 đi được đến khi dừng hẳn là $\int_0^2 (6 - 3t) dt = 6 \text{ m.}$

Từ lúc va chạm đến khi xe 2 dừng hẳn thì $v_2 = 0 \Rightarrow 12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3.$

Quãng đường xe 2 đi được đến khi dừng hẳn là $\int_0^3 (12 - 4t) dt = 18 \text{ m.}$

Khoảng cách giữa hai xe khi đã dừng hẳn là $6 + 18 = 24 \text{ m.}$

- » **Câu 4.** Biểu đồ vận tốc-thời gian của một chuyến tàu được minh họa trong biểu đồ bên cạnh. Tìm tổng quãng đường (km) đoàn tàu đã đi.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

2	1		
---	---	--	--

Tổng quãng đường đoàn tàu đi được là $S = \int_0^{0,6} v(t) dt = S_{\text{giới hạn}}$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 50 + 50(0,3 - 0,1) + \frac{1}{2}(0,4 - 0,3)(30 + 50) + 30(0,5 - 0,3) + \frac{1}{2}(0,6 - 0,5) \cdot 30 = 21 \text{ km}.$$

- » **Câu 5.** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

8	3	3	
---	---	---	--

Khi máy bay đạt vận tốc 200 m/s, suy ra $t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases}$, nhận $t = 10$.

Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng là $\int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \frac{2500}{3} \approx 833$ m

- » **Câu 6.** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s) (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 7 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

4	5		
---	---	--	--

Khi xe dừng hẳn thì $v = 0 \Rightarrow -2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5$

Trong thời gian 7 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô di chuyển hai quá trình

Quãng đường xe đi được $s = (7 - 5) \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 45$ m.

- » **Câu 7.** Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian 10 (s) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu mét?

» **Lời giải**

✓ Trả lời:

1	1	0	0
---	---	---	---

Vận tốc của chiếc xe đua là $\int 6t dt = 6 \cdot \frac{t^2}{2} + C = 3t^2 + C$.

Với $v_0 = 10$ nên $C = 10$.

Suy ra $v(t) = 3t^2 + 10$

Quãng đường xe di chuyển được trong 10 giây kể từ lúc tăng tốc là

$$\int_0^{10} (3t^2 + 10) dt = 1100 \text{ m.}$$

- » **Câu 8.** Một ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + v_0$ (m/s), trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Tính v_0 (đơn vị m/s) biết rằng từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được 40 mét.

✎ Lời giải

✓ Trả lời:

2	0		
---	---	--	--

Khi xe dừng hẳn thì $v = 0 \Rightarrow -5t + v_0 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{5}$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được 40 mét, suy ra $\int_0^{\frac{v_0}{5}} (-5t + v_0) dt = 40$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{5t^2}{2} + v_0 t \right) \Big|_0^{\frac{v_0}{5}} = 40 \Leftrightarrow -\frac{1}{10} v_0^2 + \frac{1}{5} v_0^2 = 40 \Leftrightarrow v_0^2 = 400 \Leftrightarrow v_0 = \pm 20$$

Do $v_0 > 0$ nên $v_0 = 20$ m/s.

- » **Câu 9.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

✎ Lời giải

✓ Trả lời:

5	0		
---	---	--	--

Khi ô tô dừng hẳn: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \text{ s.}$

Ô tô di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = 50 \text{ m.}$$

- » **Câu 10.** Một máy bay Boeing đang chạy đều trên đường băng để chuẩn bị cất cánh với vận tốc là v_0 (km/h) thì phi công (người lái máy bay) nhận được lệnh hủy cất cánh vì có sự cố ở cuối đường băng, ngay lập tức phi công kích hoạt hệ thống phanh để dừng máy bay lại. Kể từ lúc đó máy bay chạy chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10\,000t + v_0$ (km/h), trong đó t là thời gian tính bằng giờ kể từ lúc phanh. Hỏi vận tốc v_0 của máy bay trước khi phanh là bao nhiêu? Biết rằng từ lúc phanh đến khi dừng hẳn máy bay di chuyển được 1,5 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

✎ Lời giải

✓ Trả lời:

1	7	3	
---	---	---	--

Khi máy bay dừng hẳn thì $v = 0 \Rightarrow -10\,000t + v_0 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{10\,000}$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được 40 mét, suy ra

$$\int_0^{\frac{v_0}{10\,000}} (-10\,000t + v_0) dt = 1,5$$

$$\Leftrightarrow \left(-5000t^2 + v_0 t\right)\Big|_0^{\frac{v_0}{10\,000}} = 1,5 \Leftrightarrow -\frac{1}{20\,000}v_0^2 + \frac{1}{10\,000}v_0^2 = 1,5 \Leftrightarrow v_0^2 = 30\,000$$

$$\Leftrightarrow v_0 \approx 173,2 \text{ km/h (do } v_0 > 0).$$

» **Câu 11.** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc. *Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.*

✎ **Lời giải**

✓ Trả lời:

7	0		
---	---	--	--

Ta có vận tốc chuyển động là nguyên hàm của gia tốc nên

$$v(t) = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C$$

Do $v_0 = 15 \text{ m/s}$ nên $v_0 = C = 15$.

$$\text{Suy ra } v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15$$

Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc là $\int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15\right) dt = \frac{279}{4} = 69,75 \text{ m}$.

» **Câu 12.** Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + \frac{1}{3}t^2 \text{ (m/s}^2\text{)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 12 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu mét?

✎ **Lời giải**

✓ Trả lời:

1	2	7	2
---	---	---	---

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu tăng tốc, khi đó $v(0) = 10 \text{ (m/s)}$.

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int \left(2t + \frac{1}{3}t^2\right) dt = t^2 + \frac{t^3}{9} + C \text{ mà } v(0) = 10 \text{ (m/s) nên } C = 10.$$

$$\text{Do đó } v(t) = \frac{t^3}{9} + t^2 + 10.$$

Vậy quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 12 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng

$$S = \int_0^{12} v(t) dt = \int_0^{12} \left(\frac{t^3}{9} + t^2 + 10\right) dt = \left(\frac{t^4}{36} + \frac{t^3}{3} + 10t\right)\Big|_0^{12} = 1272 \text{ (m)}.$$

» **Câu 13.** Một tay đua đang điều khiển chiếc xe đua của mình với vận tốc 180 km/h. Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t) = 2t + 1$ (m/s²). Hỏi rằng 4 s sau khi tay đua nhấn ga thì xe đua chạy với vận tốc bao nhiêu km/h.

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	5	2	
---	---	---	--

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu tăng tốc, khi đó $v(0) = 180$ (km/h) = 50 (m/s).

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (2t + 1) dt = t^2 + t + C$ mà $v(0) = 50$ (m/s) nên $C = 50$.

Do đó $v(t) = t^2 + t + 50$.

Vậy vận tốc của xe sau 4 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng

$$v(4) = 4^2 + 4 + 50 = 70 \text{ (m/s)} = 252 \text{ (km/h)}.$$

» **Câu 14.** Một ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì gặp chướng ngại vật nên người lái xe đã đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6t$ (m/s²) trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được 16 m. Tính v_0 .

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

1	2		
---	---	--	--

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu đạp phanh, khi đó $v(0) = v_0$ (m/s).

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (-6t) dt = -3t^2 + C$ mà $v(0) = v_0$ (m/s) nên $C = v_0$.

Do đó $v(t) = -3t^2 + v_0$.

Thời gian của xe sau khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$v(t) = -3t^2 + v_0 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3v_0}}{3} \text{ (s)}. \text{ Đặt } t = \frac{\sqrt{3v_0}}{3} = m \Leftrightarrow v_0 = 3m^2$$

Theo đề, quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $t = m$ giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng

$$S = \int_0^m v(t) dt = \int_0^m (-3t^2 + 3m^2) dt = \left(-t^3 + 3m^2 t\right) \Big|_0^m = -m^3 + 3m^3 = 16$$

$$\Leftrightarrow m^3 = 8 \Leftrightarrow m = 2 \text{ hay } v_0 = 3m^2 = 12 \text{ (m/s)}.$$

» **Câu 15.** Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng lại hẳn sau 20 s kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120 m. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v = v_0 + at$; trong đó a (m/s²) là gia tốc, v (m/s) là vận tốc tại thời điểm t (s). Hãy tính vận tốc v_0 (đơn vị m/s) của xe lửa lúc bắt đầu hãm phanh.

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

1	2		
---	---	--	--

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu đạp phanh, khi đó $v(0) = v_0$ (m/s).

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (v_0 - at) dt = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + C$ mà $v(0) = v_0$ (m/s) nên $C = v_0$.

Do đó $v(t) = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + v_0$.

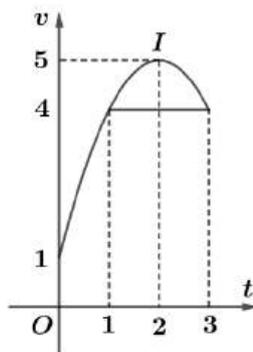
Thời gian của xe lửa sau khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là $v(t) = v_0 + at = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{v_0}{a} = 20(\text{s})$ (trong đó $a < 0$). Suy ra $v_0 = -20a$

Theo đề, quãng đường xe lửa đi được trong khoảng thời gian $t = 20$ giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng

$$S = \int_0^{20} v(t) dt = \int_0^{20} (at - 20a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 20at \right) \Big|_0^{20} = 200a - 400a = 120$$

$$\Leftrightarrow -200a = 120 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{5} \text{ hay } v_0 = -20a = 12(\text{m/s}).$$

- » **Câu 16.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó theo đơn vị km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



» **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

1	0	,	7
---	---	---	---

Gọi phương trình của parabol là $(P): v = at^2 + bt + c$.

Vì (P) đi qua $A(0;1)$ và có đỉnh $I(2;5)$ nên ta có
$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 1 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 5 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 1 \end{cases}$$

Suy ra $v = -t^2 + 4t + 1$.

Dựa vào hình vẽ, ta có đồ thị vận tốc là:
$$v = \begin{cases} -t^2 + 4t + 1 & \text{khi } 0 < t < 1 \\ 4 & \text{khi } 1 \leq t < 3 \end{cases}$$

Vậy quãng đường vật chuyển động được là

$$s = \int_0^1 (-t^2 + 4t + 1) dt + \int_1^3 4 dt = \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3} \approx 10,7 (\text{km})$$

- » **Câu 17.** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc thời gian $t(\text{s})$ là $a(t) = 2t - 7(\text{m/s}^2)$. Biết vận tốc ban đầu bằng

10 (m/s), hỏi trong 6 giây đầu tiên, thời điểm nào chất điểm ở xa nhất về phía bên phải? (Viết kết quả theo đơn vị giây).

» Lời giải

✓ Trả lời:

2			
---	--	--	--

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu chuyển động, khi đó $v(0) = 10$ (m/s).

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 7) dt = t^2 - 7t + C$ mà $v(0) = 10$ (m/s) nên $C = 10$.

Do đó $v(t) = t^2 - 7t + 10$

Với $v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 5 \end{cases}$.

Quỹ đạo chuyển động của chất điểm là $s(t) = \int v(t) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 10t + C'$.

Với $s(0) = 0$ nên $C' = 0$

Suy ra $s(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 10t$

Có $s(0) = 0$, $s(2) = \frac{26}{3} \approx 8,67$ (m), $s(5) = \frac{25}{6} \approx 4,17$ (m) và $s(6) = 6$ s

Vậy trong 6 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm ở xa nhất về phía bên phải là $t = 2$.

» Câu 18. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

» Lời giải

✓ Trả lời:

9	6		
---	---	--	--

Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi đạp phanh bằng

$$S_1 = \int_0^5 v_1(t) dt = \int_0^5 (7t) dt = 87,5 \text{ (m)}.$$

Chọn lại gốc thời gian kể từ lúc ô tô đạp phanh, khi đó $v_2(0) = v_1(5) = 35$ (m/s).

Vận tốc sau khi đạp phanh là $v_2(t) = v_2(0) + at = 35 - 70t$ (m/s)

Thời gian từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$v_2(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 70t = 0 \Leftrightarrow t = 0,5 \text{ (s)}$$

Do đó quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 0,5 giây đầu kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng

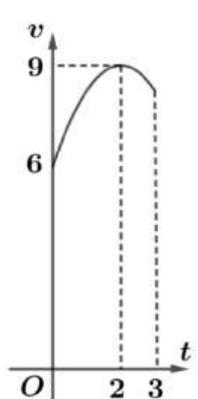
$$S_2 = \int_0^{0,5} v_2(t) dt = \int_0^{0,5} (35 - 70t) dt = \left(35t - \frac{70t^2}{2} \right) \Big|_0^{0,5} = 8,75 \text{ (m)}.$$

Vậy tổng quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn bằng

$$S = S_1 + S_2 = 87,5 + 8,75 = 96,25 \text{ (m)}$$

» Câu 19. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục

tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	5		
---	---	--	--

Gọi phương trình của parabol là $(P): v = at^2 + bt + c$.

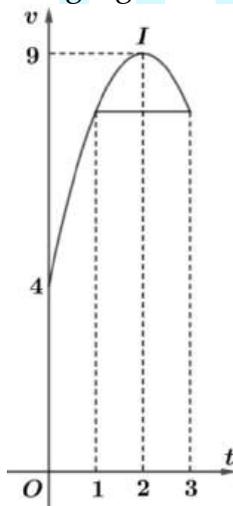
Vì (P) đi qua $A(0;6)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} .$$

Suy ra $v = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$.

Vậy quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ là

$$S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75(km).$$

- » **Câu 20.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	1	,	6
---	---	---	---

Gọi phương trình của parabol là $v = at^2 + bt + c$.

Vì (P) đi qua $A(0;4)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên ta có
$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 4 \\ a = -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Suy ra $v = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$.

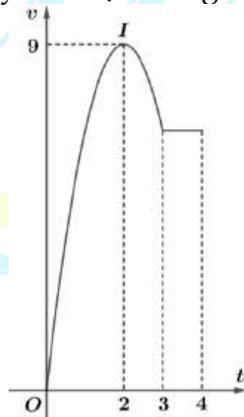
Với $t = 1$ ta có $v = \frac{31}{4}$.

Dựa vào hình vẽ, ta có đồ thị vận tốc là:
$$v = \begin{cases} -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4 & \text{khi } 0 < t < 1 \\ \frac{31}{4} & \text{khi } 1 \leq t < 3 \end{cases}.$$

Vậy quãng đường vật chuyển động được là

$$s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt = \frac{259}{12} \approx 21,6 \text{ (km)}$$

- » **Câu 21.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

2	7		
---	---	--	--

Gọi phương trình của parabol là $(P): v = at^2 + bt + c$.

Vì (P) đi qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên ta có
$$\begin{cases} c = 0 \\ a.2^2 + b.2 + c = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = 9 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra $v = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$.

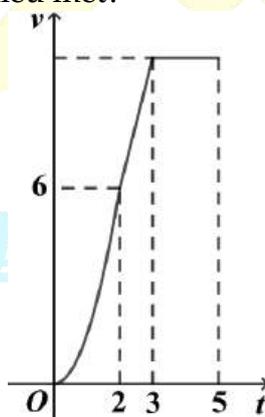
Tại $t = 3$ ta có $v = \frac{27}{4}$.

Dựa vào hình vẽ, ta có đồ thị vận tốc là: $v = \begin{cases} -\frac{9}{4}t^2 + 9t & \text{khi } 0 < t < 3 \\ \frac{27}{4} & \text{khi } 3 \leq t < 4 \end{cases}$

Vậy quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ là

$$S = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}t^2 + 9t \right) dt + \int_3^4 \frac{27}{4} dt = 27 \text{ (km)}.$$

- » **Câu 22.** Một chiếc xe đua đạt tới vận tốc lớn nhất là 360 km/h . Đồ thị bên biểu thị vận tốc v của xe trong 5 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát. Đồ thị trong 2 giây đầu là một phần của parabol đỉnh tại gốc tọa độ O , giây tiếp theo là đoạn thẳng và sau đúng 3 giây thì xe đạt vận tốc lớn nhất. Biết rằng mỗi đơn vị trục hoành biểu thị 1 giây, mỗi đơn vị trục tung biểu thị 10 m/s và trong 5 giây đầu xe di chuyển động theo đường thẳng. Hỏi trong 5 giây đó xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu mét?



» **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

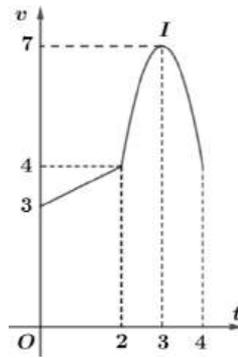
3	2	0	
---	---	---	--

Ta có $360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$.

Phương trình vận tốc của xe là $v(t) = \begin{cases} 15t^2 & \text{nếu } 0 \leq t < 2 \\ 40t - 20 & \text{nếu } 2 \leq t < 3 \\ 100 & \text{nếu } 3 \leq t \leq 5 \end{cases}$.

Quãng đường xe đi được trong 5 giây là $\int_0^5 v(t) dt = 5t^3 \Big|_0^2 + (20t^2 - 20t) \Big|_2^3 + 100t \Big|_3^5 = 320 \text{ (m)}$.

- » **Câu 23.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v \text{ (km/h)}$ phụ thuộc vào thời gian $t \text{ (h)}$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu, vật chuyển động nhanh dần theo đồ thị là một phần của đường thẳng. Khoảng thời gian còn lại đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(3;7)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 210 phút. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*



☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

1	6	,	4
---	---	---	---

Gọi phương trình của parabol là $(P): v = at^2 + bt + c$.

Vì (P) đi qua $A(2;4)$ và có đỉnh $I(3;7)$ nên ta có

$$\begin{cases} a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \\ a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 7 \\ -\frac{b}{2a} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 18 \\ c = -20 \end{cases}$$

Suy ra $v = -3t^2 + 18t - 20$.

Đường thẳng $(d): v = at + b$ đi qua $(0;3)$ và $(2;4)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b = 3 \\ a \cdot 2 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra $(d): v = \frac{1}{2}t + 3$.

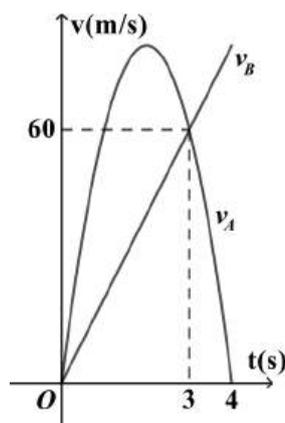
Dựa vào hình vẽ, ta có đồ thị vận tốc là: $v = \begin{cases} -3t^2 + 18t - 20 & \text{khi } 2 < t < 4 \\ \frac{1}{2}t + 3 & \text{khi } 0 \leq t < 2 \end{cases}$

Đổi 210 phút = 3,5 giờ.

Vậy quãng đường s mà vật chuyển động được trong 210 phút là

$$s = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}t + 3\right) dt + \int_2^{3,5} (-3t^2 + 18t - 20) dt = 7 + \frac{75}{8} = \frac{131}{8} \approx 16,4 \text{ (km)}$$

- » **Câu 24.** Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của hai xe A và B khởi hành cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của xe A là một đường parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của xe B là một đường thẳng ở hình bên. Hỏi sau khi đi được 3 giây khoảng cách giữa hai xe là bao nhiêu mét?



» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

9	0		
---	---	--	--

Phương trình parabol là $v_1(t) = -20t^2 + 80t$.

Phương trình đường thẳng là $v_2(t) = 20t$.

Quãng đường xe A đi được trong 3 giây kể từ khi xuất phát là

$$\int_0^3 v_1(t) dt = \left(-\frac{20t^3}{3} + \frac{80t^2}{2} \right) \Big|_0^3 = 180(m).$$

Quãng đường xe B đi được trong 3 giây kể từ khi xuất phát là $\int_0^3 v_2(t) dt = 10t^2 \Big|_0^3 = 90(m)$

Vậy khoảng cách giữa 2 xe là $180 - 90 = 90(m)$.

- » **Câu 25.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản thường bơi từ biển ngược dòng vào sông đến thượng nguồn của các dòng sông để đẻ trứng. Giả sử cá bơi ngược dòng với vận tốc là $v(t) = -\frac{2t}{5} + 4(km/h)$. Nếu coi thời điểm ban đầu $t=0$ là lúc cá bắt đầu bơi vào dòng sông thì khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là bao nhiêu km ?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	0		
---	---	--	--

Quãng đường cá bơi được trong x giờ là

$$\int_0^x v(t) dt = \left(-\frac{t^2}{5} + 4t \right) \Big|_0^x = -\frac{x^2}{5} + 4x = -\frac{1}{5}(x^2 - 20x) = 20 - \frac{1}{5}(x-10)^2 \leq 20.$$

Vậy khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là $20 km$.

- » **Câu 26.** Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 12(m/s)$, sau khi đi được khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 24 - 6t(m/s)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi từ khi xuất phát đến lúc dừng lại thì xe ô tô đã đi được bao nhiêu mét?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

3	9		
---	---	--	--

Ta có $v_1(t) = v_2(t) \Leftrightarrow 2t + 12 = 24 - 6t \Leftrightarrow t = 1,5$.

Vậy xe di chuyển với vận tốc $v_1(t) = 2t + 12$ sau $1,5s$ thì phanh gấp.

$v_2(t) = 0 \Leftrightarrow 24 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Vậy xe di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 24 - 6t$ sau 4s thì dừng lại.

$$\text{Quãng đường xe đi được là } \int_0^{1,5} v_1(t) dt + \int_{1,5}^4 v_2(t) dt = (t^2 + 12t) \Big|_0^{1,5} + (24t - 3t^2) \Big|_{1,5}^4 = 39(m).$$

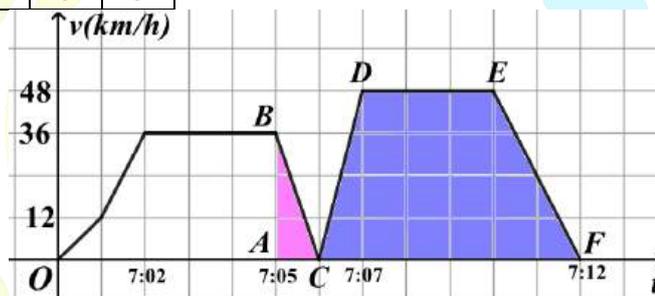
- » **Câu 27.** Ông A đi làm lúc 7 giờ và đến cơ quan vào lúc 7 giờ 12 phút bằng xe gắn máy, trên đường đến cơ quan ông A gặp một người băng qua đường nên ông phải giảm tốc độ dần về 0 để đảm bảo an toàn rồi sau đó lại từ từ tăng tốc để đến cơ quan làm việc. Hỏi quãng đường kể từ lúc ông A giảm tốc độ để tránh tai nạn cho đến khi tới cơ quan dài bao nhiêu mét? (đồ thị dưới đây mô tả vận tốc chuyển động của ông A theo thời gian khi đến cơ quan.)



» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

3	9	0	0
---	---	---	---



Gọi $v(t)$ là phương trình vận tốc của ông A. Dựa trên đồ thị ta thấy ông A bắt đầu giảm tốc độ từ phút thứ 5 sau khi xuất phát.

Đơn vị ta có $48 \text{ km/h} = \frac{4}{5} \text{ km/phút}, 36 \text{ km/h} = \frac{3}{5} \text{ km/phút}.$

Quãng đường ông A đi được kể từ lúc giảm tốc độ để tránh tai nạn cho đến khi tới cơ quan là $\int_5^{12} v(t) dt = S_{ABC} + S_{CDEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 1 + \frac{1}{2} (6+3) \cdot \frac{4}{5} = \frac{39}{10} \text{ km} = 3900 \text{ m}.$

- » **Câu 28.** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t (m/s)$, trong đó t giây là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2	5		
---	---	--	--

Quãng đường chất điểm A di chuyển được trong 25 giây là

$$\int_0^{25} v(t) dt = \left(\frac{t^3}{300} + \frac{13t^2}{60} \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Vận tốc của chất điểm B là $v_1(t) = \int a dt = at + C$. Vì $v_1(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Quãng đường chất điểm B di chuyển được trong 15 giây là $\int_0^{15} v_1(t) dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$.

Vì sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A nên $\frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$.

Vậy vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_1(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 \text{ (m/s)}$.

- » **Câu 29.** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu m/s?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

3	0		
---	---	--	--

Khoảng thời gian B đuổi kịp A là 15 (giây)

Do B xuất phát chậm hơn A 3 giây nên A đã xuất phát được 18 (giây)

Quãng đường của A trong thời gian 18 giây là :

$$s_A = \int_0^{18} v(t) dt = \int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = 225 \text{ (m)}$$

Vận tốc của B trong thời điểm gia tốc bằng a $\Leftrightarrow v_B(t) = at + C$ (m/s)

Mà $v(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$

Quãng đường B đuổi kịp A trong thời gian 15 giây: $s_B = \int_0^{15} v_B(t) dt = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{225}{2}a$ (m)

Quãng đường B đuổi kịp A và quãng đường A trong thời gian 18 giây bằng nhau

$$\Leftrightarrow s_A = s_B \Leftrightarrow \frac{225}{2}a = 225 \Leftrightarrow a = 2 \quad v_B(t) = 2t$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = 2 \cdot 15 = 30$ (m/s)

- » **Câu 30.** Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó ở chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, v(t) được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là bao nhiêu mét/phút?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

9			
---	--	--	--

Độ cao của khí cầu theo thời gian t là $h(t) = \int v(t) dt = \int (10t - t^2) dt$

$$\Rightarrow h(t) = 5t^2 - \frac{t^3}{3} + C$$

Tại thời điểm $t=0$ thì $h(t)=0 \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow h(t) = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3$

Khi khí cầu bắt đầu tiếp đất thì $h(t)=162 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 - 162 = 0$ với $0 \leq t \leq 10 \Leftrightarrow t=9$ (giây)

Vận tốc của khí cầu bắt đầu tiếp đất là $v = v(9) = 9$ (m/s)

- » **Câu 31.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra quy luật của nó chuyển động trong nước yên lặng là $s = -\frac{t^2}{10} + 4t$ với t (giờ) là khoảng thời gian tính từ lúc cá bắt đầu chuyển động và s (km) là quãng đường cá bơi được trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi đó vào dòng sông có vận tốc dòng nước chảy là 2 km/h. Tính khoảng cách xa nhất mà con cá hồi đó có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng là bao nhiêu kilomet?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

1	0		
---	---	--	--

Vận tốc của con cá tại thời điểm t (giờ) khi chưa thả vào dòng sông là $v_1(t) = -\frac{1}{5}t + 4$

Sau khi thả vào dòng sông bơi ngược dòng với vận tốc nước chảy là 2 km/h thì vận tốc còn cá bơi ngược dòng xong đến nơi đẻ trứng là $v(t) = v_1(t) - 2 = -\frac{1}{5}t + 2$

Quãng đường mà con cá đến nơi đẻ trứng là $s(t) = -\frac{1}{10}t^2 + 2t$ (km)

Khoảng cách xa nhất mà con cá đến nơi đẻ trứng $\Leftrightarrow s(t)$ đạt giá trị lớn nhất $t \in [0; 10]$

Tại $t=10$ giờ $s_{\max} = s(10) = 10$ km

- » **Câu 32.** Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng một đoạn thẳng AB có chiều dài 50km, ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ A và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $v_A(t) = 2t + 9$ (km/h), ô tô thứ hai bắt đầu xuất phát từ B đi theo hướng từ B đến A với vận tốc $v_B(t) = 4t + 1$ (km/h). Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát và trước thời điểm gặp nhau, hai ô tô cách nhau 18km.

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

2			
---	--	--	--

Gọi t_1 là thời gian mà hai ô tô cách nhau 18 km

Tổng quãng đường mà hai ô tô bắt đầu từ điểm xuất phát đến thời điểm t_1 là $50 - 18 = 32$ km

$$\Rightarrow \int_0^{t_1} v_A(t) dt + \int_0^{t_1} v_B(t) dt = 32 \Leftrightarrow (t^2 + 9t) \Big|_0^{t_1} + (2t^2 + t) \Big|_0^{t_1} = 32$$

$$\Leftrightarrow t_1^2 + 9t_1 + 2t_1^2 + t_1 = 32 \Leftrightarrow 3t_1^2 + 10t_1 - 32 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 2 \text{ (giây)}$$

» **Câu 33.** Cho hai quả bóng A, B di chuyển ngược chiều nhau và chạm với nhau. Sau va chạm mỗi quả bóng nảy ngược lại một đoạn thì dừng hẳn. Biết sau khi va chạm, quả bóng A nảy ngược lại với vận tốc $v_A(t) = 8 - 2t$ (m/s) và quả bóng B nảy ngược lại với vận tốc $v_B(t) = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách giữa hai quả bóng sau khi đã dừng hẳn (Giả sử hai quả bóng đều chuyển động thẳng đều).

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

3	4		
---	---	--	--

Khi hai quả bóng chạm nhau tại thời điểm $t = 0$.

Quả bóng A nảy ngược lại một đoạn và dừng hẳn $\Leftrightarrow v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 8 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Quãng đường trong thời gian 4 giây kể từ lúc va chạm $s_A = \int_0^4 (8 - 2t) dt = 16$ m.

Quả bóng B nảy ngược lại một đoạn và dừng hẳn $\Leftrightarrow v_B(t) = 0 \Leftrightarrow 12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Quãng đường trong thời gian 3 giây kể từ lúc va chạm $s_B = \int_0^3 (12 - 4t) dt = 18$ m.

Khoảng cách giữa hai quả bóng sau khi dừng hẳn $s_A + s_B = 16 + 18 = 34$ m

» **Câu 34.** Hai người A và B cách nhau 180 m trên một đoạn đường thẳng và cùng chuyển động theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyển động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5$ (m/s), B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3$ (m/s) (a là hằng số), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A, B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc đầu A đuổi theo B và sau 10 giây thì đuổi kịp. Hỏi sau 20 giây A cách B bao nhiêu mét?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời:*

1	6	0	
---	---	---	--

A đuổi kịp B sau 10 giây nên $s_1 = s_2$ sau 10 giây

$$\Leftrightarrow \int_0^{10} v_1(t) dt = \int_0^{10} v_2(t) dt \Leftrightarrow (at^2 - 3t) \Big|_0^{10} = 350 \Leftrightarrow 100a - 30 = 350 \Leftrightarrow a = \frac{19}{5} = 3,8$$

$$\Rightarrow v_2(t) = 7,6t - 3$$

Quãng đường của A sau 20 giây là: $\int_0^{20} v_1(t) dt = \int_0^{20} (6t + 5) dt = 1300$ (m)

Quãng đường của B sau 20 giây là: $\int_0^{20} v_2(t) dt = \int_0^{20} (7,6t - 3) dt = 1460$ (m)

Sau 20 giây A cách B là: $1460 - 1300 = 160$ m.



Thân tặng quý bạn đọc quà tặng chào mừng
ĐẠI LỄ 30/04 – GIẢI PHÓNG MIỀN NAM – THỐNG NHẤT ĐẤT NƯỚC

----- Hết -----



TOÁN TỪ TÂM