SGD – ĐT TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT LÊ TRỌNG TẤN

THẠC SĨ TOÁN GIẢI TÍCH
MATHEMATICAL ANALYSIS
giaoducthienan.vn
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

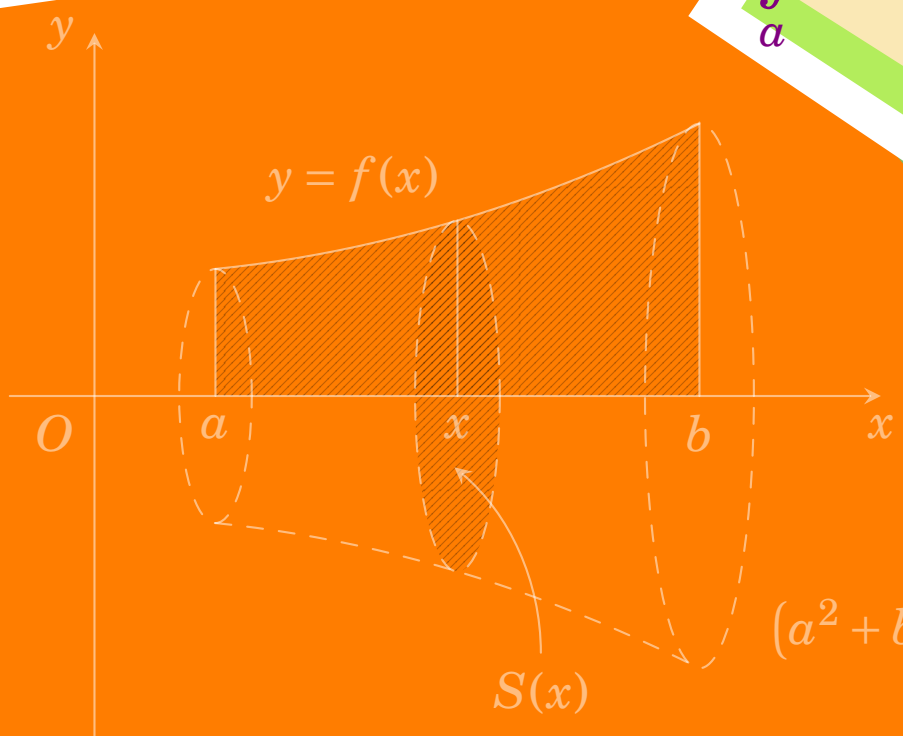
ÔN THI THPT QUỐC GIA 2025

TOÁN

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- 11 chuyên đề lý thuyết.
- 50 đề ôn chuẩn cấu trúc đề minh họa 2025.

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b$$



$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$

$$(a^2+b^2)\cdot(c^2+d^2) \geq (a\cdot c + b\cdot d)^2$$

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI ĐỊA

Mục lục

PHẦN I LÝ THUYẾT

Chuyên đề 1. Lượng giác **7**

A Công thức lượng giác ... 7

B Phương trình lượng giác ... 8

C Đạo hàm ... 9

D Câu hỏi ôn tập ... 9

Chuyên đề 2. Cấp số cộng, cấp số nhân **16**

A Cấp số cộng ... 16

B Cấp số nhân ... 16

C Câu hỏi ôn tập ... 17

Chuyên đề 3. Lũy thừa, mũ, logarit **21**

A Hàm số lũy thừa, mũ, logarit ... 21

B Phương trình - bất phương trình mũ, logarit ... 22

C Câu hỏi ôn tập ... 23

Chuyên đề 4. Hình học không gian **27**

A Quan hệ vuông góc trong không gian ... 27

B Góc trong không gian ... 28

C Khoảng cách trong không gian ... 29

D Câu hỏi ôn tập ... 30

Chuyên đề 5. BIẾN CỐ – XÁC SUẤT **44**

A Đại số tổ hợp ... 44

B Xác suất của biến cố ... 45

C Quy tắc nhân xác suất ... 46

D Biến cố hợp – quy tắc cộng xác suất ... 46

E Câu hỏi ôn tập ... 46

Chuyên đề 6. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN **51**

A Xác suất có điều kiện ... 51

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes 52
C Câu hỏi ôn tập 53

Chuyên đề 7. ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM 61

A Tính đơn điệu của hàm số 61
B Cực trị của hàm số 65
C Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số 68
D Đường tiệm cận của đồ thị hàm số 69
E Đồ thị của hàm số 72
F Câu hỏi ôn tập 73

Chuyên đề 8. Vectơ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 93

A Vectơ và các phép toán trong không gian 93
B Tọa độ của vectơ trong không gian 93
C Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ 95
D Câu hỏi ôn tập 96

Chuyên đề 9. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN 102

A Nguyên hàm 102
B Tích Phân 103
C Ứng dụng hình học của tích phân 104
D Câu hỏi ôn tập 105

Chuyên đề 10. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM 119

A Khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm 119
B Phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm 120
C Câu hỏi ôn tập 121

Chuyên đề 11. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU 130

A Phương trình mặt phẳng 130
B Phương trình đường thẳng trong không gian 132
C Phương trình mặt cầu 134
D Câu hỏi ôn tập 134

PHẦN II BỘ ĐỀ CHUẨN CẤU TRÚC ĐMH

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Chuyên đề 12. BỘ ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC ĐMH 145

Đề số 1. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 145
Đề số 2. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 149
Đề số 3. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 153
Đề số 4. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 157
Đề số 5. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 161
Đề số 6. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 164
Đề số 7. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 167
Đề số 8. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 171
Đề số 9. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 175
Đề số 10. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 179
Đề số 11. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 183
Đề số 12. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 187
Đề số 13. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 191
Đề số 14. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 195
Đề số 15. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 199
Đề số 16. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 202
Đề số 17. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 206
Đề số 18. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 210
Đề số 19. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 214
Đề số 20. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 217
Đề số 21. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 221
Đề số 22. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 224
Đề số 23. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 228
Đề số 24. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 231
Đề số 25. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 235
Đề số 26. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 239
Đề số 27. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 243
Đề số 28. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 247

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Đề số 29. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 250
Đề số 30. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 254
Đề số 31. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 258
Đề số 32. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 262
Đề số 33. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 266
Đề số 34. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 269
Đề số 35. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 273
Đề số 36. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 277
Đề số 37. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 281
Đề số 38. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 284
Đề số 39. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 288
Đề số 40. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 292
Đề số 41. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 295
Đề số 42. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 299
Đề số 43. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 304
Đề số 44. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 308
Đề số 45. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 312
Đề số 46. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 315
Đề số 47. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 319
Đề số 48. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 323
Đề số 49. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 326
Đề số 50. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025 330

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

PHẦN I

LÝ THUYẾT

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 1

LƯỢNG GIÁC

A. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1 Các hệ thức cơ bản

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \qquad \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1 \qquad 1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad 1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

2 Cung góc liên kết

Cung (góc) đối nhau	Cung (góc) bù nhau	Cung (góc) phụ nhau
$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$	$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$	$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$
$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$	$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$
$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$

Cung (góc) hơn kém π	Cung (góc) hơn kém $\frac{\pi}{2}$
$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$
$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$
$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\cot\alpha$
$\cot(\pi+\alpha)=\cot\alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\tan\alpha$

3 Công thức cộng

$$\sin(a+b)=\sin a\cdot\cos b+\cos a\cdot\sin b \qquad \cos(a+b)=\cos a\cdot\cos b-\sin a\cdot\sin b$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\cdot\tan b} \qquad \sin(a-b)=\sin a\cdot\cos b-\cos a\cdot\sin b$$

$$\cos(a-b)=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b \qquad \tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\cdot\tan b}$$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

4 Công thức nhân đôi

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha \qquad \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad \cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

5 Công thức hạ bậc

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \qquad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \qquad \tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

6 Công thức biến tích thành tổng

$$\cos a\cdot\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)] \qquad \sin a\cdot\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$$

$$\sin a\cdot\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b)+\sin(a+b)]$$

7 Công thức biến tổng thành tích

$$\cos a+\cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2} \qquad \cos a-\cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\cdot\sin\frac{a-b}{2}$$

$$\sin a+\sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2} \qquad \sin a-\sin b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cdot\sin\frac{a-b}{2}$$

$$\tan a\pm\tan b = \frac{\sin(a\pm b)}{\cos a\cdot\cos b} \qquad \cot a\pm\cot b = \frac{\sin(a\pm b)}{\sin a\cdot\sin b}$$

- $\sin^4 x+\cos^4 x = 1-2\sin^2 x\cos^2 x = 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x.$
- $\sin^6 x+\cos^6 x = 1-3\sin^2 x\cos^2 x = 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x.$

B. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1 Công thức nghiệm

- $\sin u=\sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v+k2\pi \\ u=\pi-v+k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u=v+k360^\circ \\ u=180^\circ-v+k360^\circ. \end{array}\right.$
- $\sin u=m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\arcsin m+k2\pi \\ u=\pi-\arcsin m+k2\pi. \end{array}\right.$
- $\cos u=\cos v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v+k2\pi \\ u=-v+k2\pi \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} u=v+k360^\circ \\ u=-v+k360^\circ. \end{array}\right.$
- $\cos u=m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\arccos m+k2\pi \\ u=-\arccos m+k2\pi. \end{array}\right.$
- $\tan u=\tan v \Leftrightarrow u=v+k\pi$ hoặc $\tan u=\tan v \Leftrightarrow u=v+k180^\circ.$
- $\tan u=m \Leftrightarrow u=\arctan m+k\pi.$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi$ hoặc $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k180^\circ$.
- $\cot u = m \Leftrightarrow u = \operatorname{arccot} m + k\pi$.

2 Đặc biệt

- $\sin u = 0 \Leftrightarrow u = k\pi$.
- $\sin u = 1 \Leftrightarrow u = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.
- $\sin u = -1 \Leftrightarrow u = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.
- $\cos u = 0 \Leftrightarrow u = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.
- $\cos u = 1 \Leftrightarrow u = k2\pi$.
- $\cos u = -1 \Leftrightarrow u = \pi + k2\pi$.

C. ĐẠO HÀM

CÔNG THỨC TÍNH ĐẠO HÀM	
Đạo hàm của hàm số lượng giác	**Đạo hàm hàm hợp (u là hàm số chứa x)**
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \sin u$
$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \tan^2 u)$
$(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$	$(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u} = -u'(1 + \cot^2 u)$

Vài lưu ý khi tính đạo hàm

a) Quy tắc trước, công thức sau.

b) Công thức là bảng 1 hay bảng 2.

c) Nếu bảng 2 thì u là gì?

d) Số đứng một mình thì đạo hàm bằng 0, số đi với x thì số được giữ nguyên.

D. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình $\cot(4x - 20^\circ) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ có họ nghiệm là

A. $x = 30^\circ + k\,45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = 20^\circ + k\,90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 35^\circ + k\,90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = 20^\circ + k\,45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\dfrac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $200^\circ \in X$.
B. $220^\circ \in X$.
C. $240^\circ \in X$.
D. $290^\circ \in X$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2\cos 2x = \sqrt{3}$ là

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 4. Phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$ và $x=\pi+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$ và $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi$ và $x=\pi+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ và $x=\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 5. Phương trình $\cos\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$.

C. $x=\pm-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$.

Câu 6. Phương trình $\tan(-3x+\pi)=-1$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{5\pi}{12}-k\dfrac{\pi}{3}$.

B. $x=\dfrac{5\pi}{12}-k\dfrac{\pi}{3}$.

C. $x=\dfrac{5\pi}{12}-k\dfrac{\pi}{3}$.

D. $x=\dfrac{5\pi}{12}-k\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 7. Phương trình $\cot\left(5x+\dfrac{5\pi}{2}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{17\pi}{30}+k\dfrac{\pi}{5}$.

B. $x=-\dfrac{17\pi}{30}+k\dfrac{\pi}{5}$.

C. $x=-\dfrac{17\pi}{30}+k\dfrac{\pi}{5}$.

D. $x=-\dfrac{17\pi}{30}+k\dfrac{\pi}{5}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sin 3x=\sin x$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 9. Phương trình $2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 10. Phương trình $\cos x+m-1=0$ có nghiệm khi

A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$.

B. $m>1$.

C. $-1\le m\le 1$.

D. $0\le m\le 2$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\cos 2x-\sin x=0$ là

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3};\ \ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\ \ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3};\ \ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.
D. $x=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3};\ \ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 12. Phương trình $\sin(2x+1)=\cos(2-x)$ có họ nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}-2+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}-3+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}-3+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\sin x=0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 14. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x)=0$ trên $[0;2\pi]$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{4}\right)$ trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 16. Giải phương trình $\cot^2 x-\cot x=0$.

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\\ x=k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 17. Giải phương trình $\sin^2 x-3\sin x+2=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x-(2m-1)\cos x-m+1=0$ có đúng 2 nghiệm $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $0\le m<1$. **D.** $0\le m\le 1$.

Câu 19. Nếu x, α là góc lượng giác có đơn vị là radian thì

A. $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow x=\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
B. $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow x=\pi-\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
C. $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
D. $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 20. Nếu x, α là góc lượng giác có đơn vị là radian thì

A. $\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow x=\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
B. $\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow x=-\alpha+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.
C. $\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.
D. $\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 21. Nếu x, α là góc lượng giác có đơn vị là radian thì

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

A. $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \pi - \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.
D. $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22. Nếu x, α là góc lượng giác có đơn vị là rađian thì

A. $\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \pi - \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.
D. $\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 23. Nếu x là góc lượng giác có đơn vị là radian thì

Phát biểu	Đ	S
a) $\cos 3x = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$.		
b) $\sin x = \cos 3x \Leftrightarrow \sin x = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$.		
c) $\sin x = \cos 3x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} - 3x + k2\pi \\ x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.		
d) Phương trình $\sin x = \cos 3x$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.		

Câu 24. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương $\sin 2x = \sin\frac{\pi}{6}$.		
b) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 3 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.		
d) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$.		

Câu 25. Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.		
b) Phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$.		
d) Trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{9}$.		

Câu 26. Cho phương trình $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phát biểu	Đ	S

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình bằng $-\dfrac{\pi}{6}$.		
b) Nghiệm âm lớn nhất là $x=-\dfrac{13\pi}{36}$.		
c) Số nghiệm nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là 3.		
d) Nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\dfrac{7\pi}{36}$.		

Câu 27. Cho phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

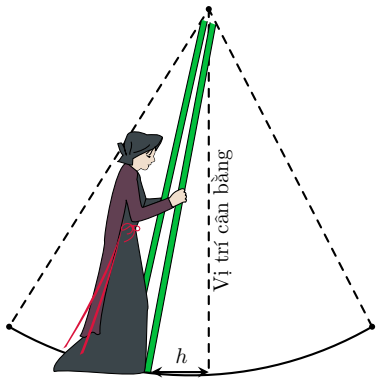
Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình đã cho có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.		
b) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 2 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\dfrac{7\pi}{6}$.		
d) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\dfrac{5\pi}{6}$.		

Câu 28. Cho phương trinh $\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hạ bậc hai vế, ta được phương trình $\dfrac{1+\cos\left(4x+\dfrac{\pi}{2}\right)}{2}=\dfrac{1-\cos(2x+\pi)}{2}$.		
b) Ta có $\cos(2x+\pi)=-\cos 2x$.		
c) Phương trình đã cho đưa về dạng: $\cos\left(4x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos 2x$.		
d) Nghiệm của phương trình đã cho là $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ và $x=\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.		

Câu 29.

Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x=1{,}5\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h=|x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng.



Phát biểu	Đ	S
a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là $h=1{,}5$ m.		
b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.		

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì $\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)=0$.		
d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 30. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(75^\circ - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ trên $[0^\circ; 720^\circ]$. KQ: | | | | |

Câu 31. Tìm số nghiệm của phương trình $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ trên $[-2\pi; 4\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 32. Tìm số nghiệm của phương trình $\cot 3x = \cot(\pi - x)$ trên $[-2\pi; 4\pi]$. KQ: | | | | |

Câu 33. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là $a\pi$ với a là hằng số dương. Giá trị của a là bao nhiêu (*viết kết quả dưới dạng số thập phân*)? KQ: | | | | |

Câu 34. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ là $b\pi$ với b là hằng số âm. Giá trị của $10b$ là bao nhiêu (*viết kết quả dưới dạng số thập phân*)? KQ: | | | | |

Câu 35. Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3\cos\left(4t - \frac{\pi}{5}\right)$, ở đây thời gian tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimet. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 12 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

KQ: | | | | |

Câu 36. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố tại vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của năm được cho bởi hàm số $d(t) = 5\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 88)\right] + 14$, với t là số ngày trong năm từ 0 đến 365. Ngày đầu tiên tạo 14 giờ ánh sáng mặt trời là ngày thứ bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 37. Số giờ nắng gắt của tỉnh Quảng Nam ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ n của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $f(n) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(n - 80)\right] + 12$, $n \in \mathbb{Z}$ và $0 < n \leq 365$. Vào ngày thứ bao nhiêu trong năm đó thì tỉnh Quảng Nam chịu nhiều giờ nắng gắt nhất? KQ: | | | | |

Câu 38. Phương trình $\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(-\pi; \pi)$?

KQ: | | | | |

Câu 39. Tìm tích tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} = 0$? (*Kết quả lấy đến 1 chữ số sau dấu phẩy*) KQ: | | | | |

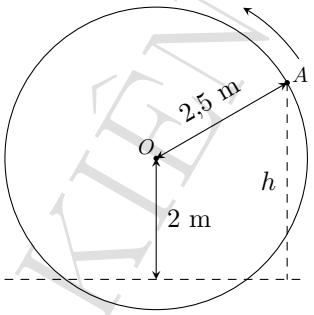
Câu 40. Tìm nghiệm dương bé nhất của phương trình $\cos 2x = \sin 3x$? (*Kết quả lấy đến 2 chữ số sau dấu phẩy*). KQ: | | | | |

Câu 41.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên dưới). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (mét) tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$, trong đó $y = 2 + 2{,}5\sin 2\pi\left(x - \dfrac{1}{4}\right)$, với x là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$) tính bằng phút. Ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước. Khi nào chiếc gầu ở vị trí cao nhất lần đầu tiên?

KQ: | | | | |



Mô phỏng guồng nước

Câu 42. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số $L(t) = 12 + 2{,}83\sin\left(\dfrac{2\pi}{365}(t - 80)\right), t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ bao nhiêu trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất?

KQ: | | | | |

Câu 43. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng đôi khi là 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20\sin\left(\dfrac{7\pi t}{3}\right)$ với $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 100 mmHg.

KQ: | | | | |

Câu 44. Hàng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h (m) của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức

$$h = 16 + 7\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \text{ với } 0 \leq t \leq 24.$$

Tìm thời điểm mà mực nước tại cảng là cao nhất.

KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 2

CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN

A. CẤP SỐ CỘNG

1 Định nghĩa

Định nghĩa 1

- Dãy số (u_n) là cấp số cộng nếu $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \geq 2$, d là số không đổi.
- Số d gọi là công sai của cấp số cộng, $d = u_n - u_{n-1}$ với $n \geq 2$.
- Nếu $d = 0$ thì cấp số cộng là một dãy số không đổi.

Nếu (u_n) là cấp số cộng thì

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \quad (k \geq 2).$$

2 Tính chất

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d.

- Số hạng tổng quát

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \ n \geq 2.$$

- Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$, ta có

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} \Leftrightarrow S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

B. CẤP SỐ NHÂN

1 Định nghĩa

Định nghĩa 2

- Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng ngay trước nó với một số không đổi q.
- Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.
- Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} \cdot q$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy (u_n) là cấp số nhân thì $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} \quad (k \geq 2)$.

2 Tính chất

Cho cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q.

- Số hạng tổng quát
$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1},\ n \geq 2.$$
- Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$, ta có
$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}.$$
- Cấp số nhân vô hạn u_1, u_2, ..., u_n có công bội q, với $|q| < 1$ gọi là cấp số nhân lùi vô hạn. Tổng S của cấp số nhân đó là
$$S_n = \frac{u_1}{1-q}.$$

C. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = u_n + d\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
B. $u_{n+1} = u_n - d\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_{n+1} = u_n \cdot d\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
D. $u_{n+1} = u_n : d\ (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = u_1 + nd\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
B. $u_{n+1} = u_1 + (n-1)d\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_{n+1} = u_1 \cdot d^n\ (n \in \mathbb{N}^*)$.
D. $u_{n+1} = u_1 \cdot d^{n-1}\ (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n), $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \dfrac{u_1 + u_n}{2}$. **B.** $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2}$. **C.** $S_n = (u_1 + u_n) \cdot n$. **D.** $S_n = u_1 + u_n$.

Câu 4. Một rạp chiếu phim có 10 dãy ghế, dãy đầu tiên có 20 ghế. Mỗi dãy sau có nhiều hơn dãy trước 5 ghế. Hỏi rạp có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 425. **B.** 435. **C.** 415. **D.** 400.

Câu 5. Nền nhà tầng hai của một hội trường có độ cao 3,65 m so với mặt đất. Từ nền nhà tầng một lên nền nhà tầng hai có một cầu thang 19 bậc, đô cao của các bậc so với mặt đất theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) có 19 số hạng với công sai $d = 0{,}15$ (đơn vị là mét). Độ cao của bậc thứ 8 so với mặt đất là

A. 1,7 m. **B.** 1,85 m. **C.** 2 m. **D.** 2,15 m.

Câu 6. Người ta trồng 3 003 cây theo hình một tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, ... Số hàng cây là

A. 75. **B.** 76. **C.** 77. **D.** 78.

Câu 7. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1; 4; 9; 16; 25; .... **B.** 1; 4; 7; 10; 13; .... **C.** 1; 2; 4; 6; 8; .... **D.** 1; 2; 4; 8; 16; ....

Câu 8. Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

A. $-\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}; 0; \frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}; \ldots$.
B. $4\sqrt{3}; 2\sqrt{3}; 0; -2\sqrt{3}; \ldots$.
C. $1; 2; 3; 4; 5; \ldots$.
D. $5; 10; 15; 20; 30; \ldots$.

Câu 9. Cho các số -2; 1; 4; x theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x.

A. $x = 7$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 10$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 10. Nếu các số 3; m; 17 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

A. $m = 12$. **B.** $m = 13$. **C.** $m = 10$. **D.** $m = 11$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là 1; 5; 9; 13; 17; ... Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 4n + 3$. **B.** $u_n = 4n - 3$. **C.** $u_n = 4n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 0$ và $d = -2$. Tìm u_n.

A. $u_n = -2n - 2$. **B.** $u_n = -2n + 2$. **C.** $u_n = -2n + 6$. **D.** $u_n = 4n - 6$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. Thứ 15. **B.** Thứ 20. **C.** Thứ 35. **D.** Thứ 36.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $d = -2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{16} = -27$. **B.** $u_{10} = -16$. **C.** $u_{20} = 31$. **D.** $u_{30} = 45$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. $S_{100} = 24\,350$. **B.** $S_{100} = -24\,350$. **C.** $S_{100} = -24\,600$. **D.** $S_{100} = 24\,600$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_3 = -1$; $u_{10} = 27$. Công sai d của cấp số cộng đó là

A. $d = 9$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = -4$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = u_n + q$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_{n+1} = u_n - q$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_{n+1} = u_n \cdot q$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_{n+1} = u_n : q$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = u_1 + nq$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_{n+1} = u_1 + (n-1)\,q$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_{n+1} = u_1 \cdot q^n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_{n+1} = u_1 \cdot q^{n-1}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q khác 1 và khác 0 và $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \dfrac{u_1\,(1-q^n)}{q-1}$. **B.** $S_n = \dfrac{u_1}{1-q}$. **C.** $S_n = u_1\,(1-q^n)$. **D.** $S_n = \dfrac{u_1\,(1-q^n)}{1-q}$.

Câu 20. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q khác 1 và S_n là tổng của n số hạng đầu tiên. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \dfrac{1-q^n}{1-q}$. **B.** $S_n = u_1 \cdot \dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$. **C.** $S_n = u_1 \cdot \dfrac{1-q^n}{1-q}$. **D.** $S_n = \dfrac{(u_1+u_n)\,q^n}{2}$.

Câu 21. Chuyện kể rằng: Ngày xưa, có ông vua hứa sẽ thưởng cho một vị quan món quà mà vị quan tự chọn. Vị quan tâu: "Hạ thần chỉ xin Bệ hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: Bàn cờ vua có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt, ô thứ hai thì nhận số hạt gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì nhận số hạt lại gấp đôi ô thứ hai, ..., cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Giá trị nhỏ nhất của n để tổng số hạt thóc mà vị quan xin từ n ô đầu tiên (từ ô thứ nhất đến ô thứ n) lớn hơn 1000 là

A. 10. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 22. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. 3; −9; 27; −81; 243; .... **B.** 1; 4; 7; 10; ....
C. 1; 2; 3; 4; .... **D.** 18; 6; 3; 1; ....

Câu 23. Trong các dãy số sau, dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. $2; 4; 8; 16; \ldots$. **B.** $10; -10; 10; -10; \ldots$. **C.** $1; 2; 3; 5; \ldots$. **D.** $1; 4; 16; 64; \ldots$.

Câu 24. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 4 và 18. Số hạng tiếp theo là

A. 72. **B.** 81. **C.** 96. **D.** 100.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_4 = 8$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = 3$. **B.** $q = \dfrac{1}{3}$. **C.** $q = \dfrac{1}{2}$. **D.** $q = 2$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 26. Xét dãy số gồm tất cả các số nguyên dương phân biệt được sắp theo thứ tự tăng dần, mỗi số chia 4 dư 1 và không vượt quá 2021.

Phát biểu	Đ	S
a) Số nhỏ nhất là 2021, số lớn nhất là 1.		
b) Các số đã cho lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 4$.		
c) Nếu dãy số đã cho có n số thì $2021 = 1 + n \cdot 4$.		
d) Tổng của n số hạng đã cho bằng 511 566.		

Câu 27. Một cầu thang lên một đỉnh tháp có 268 bậc, độ cao của bậc thứ nhất (bậc thấp nhất) so với mặt đất là 15 cm. Từ bậc thứ hai trở lên, độ cao của mỗi bậc (so với bậc ở liền phía dưới) cũng bằng 15 cm. Gọi u_n là độ cao của bậc thứ n so với mặt đất (tính bằng centimét).

Phát biểu	Đ	S
a) $u_2 = 15$.		
b) Dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng với công sai $d = 15$.		
c) Dãy số (u_n) thoả mãn $u_n = 15n - 15$ với n là số nguyên dương, $1 < n \leq 268$.		
d) Bạn Dũng đang sắp đi lên đến đỉnh tháp thì nhìn thấy mình còn bước đúng 2 bậc nữa là đứng ở bậc cao nhất. Bạn Dũng ở độ cao so với mặt đất là 39,9 m.		

Câu 28. Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với lương tháng đầu là 8 triệu, cứ sau 6 tháng thì tăng lương 10%. Ta coi 6 tháng liên tiếp cùng lĩnh một số tiền lương như nhau là một chu kì. Gọi u_n là lương của chu kì thứ n (đơn vị là triệu đồng).

Phát biểu	Đ	S
a) $u_1 = 8$.		
b) Dãy số (u_n) lập thành cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{1}{1{,}1}$.		
c) $u_n = 8 \cdot 1{,}1^n$.		
d) Nếu tính theo hợp đồng thì sau đúng 5 năm, lương người đó nhận được mỗi tháng ở chu kì tiếp theo là $8 \cdot 1{,}1^9$ (triệu đồng).		

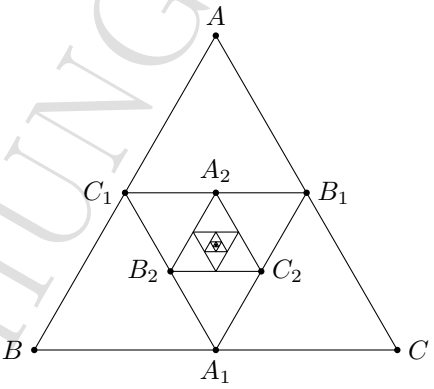
Câu 29. Xét dãy số gồm tất cả các số nguyên dương phân biệt được sắp theo thứ tự tăng dần, mỗi số là luỹ thừa với số mũ nguyên dương của 2 và không vượt quá 2 048.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Số nhỏ nhất là 2.		
b) Các số đã cho lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.		
c) Nếu dãy số đã cho có n số thì $2^n = 2\,048$.		
d) Tổng của n số hạng đã cho bằng $4\,095$.		

Câu 30.

Cho tam giác ABC có diện tích bằng 1. Tam giác $A_1B_1C_1$ có 3 đỉnh lần lượt là 3 trung điểm của ba cạnh tam giác ABC. Tam giác $A_2B_2C_2$ có 3 đỉnh lần lượt là 3 trung điểm của ba cạnh tam giác $A_1B_1C_1$,... Tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có 3 đỉnh lần lượt là 3 trung điểm của ba cạnh tam giác $A_nB_nC_n$ với mọi n nguyên dương. Gọi S là diện tích của tam giác ABC, S_n là diện tích của tam giác $A_nB_nC_n$.



Phát biểu	Đ	S
a) Với mọi n nguyên dương, diện tích của tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích của tam giác $A_nB_nC_n$.		
b) Dãy số (S_n) lập thành một cấp số cộng với công sai là $\frac{1}{4}$.		
c) $S_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ với mọi n nguyên dương.		
d) $S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$ với mọi n nguyên dương.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 31. Tổng của 50 số nguyên dương lẻ đầu tiên bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 32. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; 100]$ là $a\pi$ với a là số nguyên dương. Giá trị của a là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 33. Cho $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{30}} = a + \frac{b}{2^{30}}$ với a và b là các số nguyên, $a > 0$. Giá trị của ab là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 34. Cho n là số nguyên dương lớn hơn 5. Giá trị của biểu thức $\frac{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n-1)}{n^2}$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 3

LŨY THỪA, MŨ, LOGARIT

A. HÀM SỐ LŨY THỪA, MŨ, LOGARIT

1 Lũy thừa và căn

Giả thuyết rằng mỗi biểu thức được xét đều có nghĩa:

- $a^0 = 1$.
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$.
- $a^m a^n = a^{m+n}$.
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
- $(ab)^n = a^n b^n$.
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$.
- $(a^m)^n = a^{m.n}$.
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \forall a$.

Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$; Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

Với mọi $0 < a < b$, ta có: $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$; $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

Các tính chất trên đúng trong trường hợp số mũ nguyên hoặc không nguyên.

Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.

Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

2 Logarit

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Ta có

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

a) Tính chất

$\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$.

$a^{\log_a b} = b$, $\log_a (a^\alpha) = \alpha$.

$\log_a a^x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$; $1 \neq a > 0$.

$\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$, $x, y > 0$, $0 < a \neq 1$.

$\log_a x - \log_a y = \log_a \dfrac{x}{y}$ với $x, y > 0$ và $0 < a \neq 1$.

Với $x, y < 0$ và $0 < a \neq 1$ ta có $\log_a (xy) = \log_a (-x) + \log_a (-y)$.

$\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m} \log_a b$ $(m \neq 0)$.

Công thức đổi cơ số: $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b} \Leftrightarrow \log_a b . \log_b c = \log_a c$ với a, b, $c > 0$ và a, $b \neq 1$.

$\log_c b = \dfrac{1}{\log_b c}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

- $\log_{x_1} x_2 . \log_{x_2} x_3 \cdots \log_{x_{n-1}} x_n = \log_{x_1} x_n$ (với $1 \neq x_1; ...; x_n > 0$.
- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với a, b, $c > 0$; $b \neq 1$.

b) Logarit thập phân, logarit tự nhiên.

- ***Logarit thập phân:*** Logarit cơ số $a = 10$ gọi là logarit thập phân, ký hiệu $\log x$ $(x > 0)$ ($\log x$ được hiểu là $\log_{10} x$). Đọc là lốc x.
- ***Logarit tự nhiên:*** Logarit cơ số $a = \mathrm{e} \approx 2{,}712818$ gọi là logarit tự nhiên, ký hiệu $\ln x$ $(x > 0)$. ($\ln x$ được hiểu là $\log_{\mathrm{e}} x$). Đọc là lốc nê-pe x.

3 Đạo hàm

ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ SƠ CẤP	ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỢP
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1}.u'$ $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ $(a^x)' = a^x \ln a$	$(\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u$ $(a^u)' = u'.a^u \ln a$
$(\ln \lvert x \rvert)' = \dfrac{1}{x}$ $(\log_a \lvert x \rvert)' = \dfrac{1}{x.\ln a}$	$(\ln \lvert u \rvert)' = \dfrac{u'}{u}$ $(\log_a \lvert u \rvert)' = \dfrac{1}{u.\ln a}$

B. PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT

1 Phương trình mũ cơ bản

$$\text{Với } a > 0,\ a \neq 1\text{: } a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b. \end{cases}$$

2 Giải phương trình mũ đưa về cùng cơ số

$$\text{Với } a > 0,\ a \neq 1\text{: } a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$

3 Bất phương trình mũ cơ bản

$$a^{f(x)} < b \text{ (với } b > 0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) < \log_a b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > \log_a b. \end{cases} \end{array}\right.$$

4 Giải bất phương trình mũ đưa về cùng cơ số

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

5 Phương trình logarit cơ bản

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b;\ \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0\ (g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

6 Bất phương trình logarit cơ bản

- Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$
- Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

C. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình $7^x = 5$ có nghiệm là

A. $\log_5 7$. **B.** $-\log_5 7$. **C.** $-\log_7 5$. **D.** $\log_7 5$.

Câu 2. Tập hợp tất cả các số thực m thoả mãn phương trình $\log_{2025} x = m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 3. Tập hợp tất cả các số thực m thoả mãn phương trình $x^{2025} = m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 4. Tập hợp tất cả các số thực m thoả mãn phương trình $x^{2026} = m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 5. Tập hợp tất cả các số thực m thoả mãn phương trình $2025^x = m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 6. Cho a, b, c là những số dương khác 1. Khi đó $\log_a [\log_b (\log_c x)] = 0$ khi và chỉ khi

A. $x = b$. **B.** $x = c^b$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = a$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $7^x < 8$ là

A. $(-\infty; \log_7 8)$. **B.** $(-\infty; \log_8 7)$. **C.** $(\log_7 8; +\infty)$. **D.** $(\log_8 7; +\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $7^x > 8$ là

A. $(-\infty; \log_7 8)$. **B.** $(-\infty; \log_8 7)$. **C.** $(\log_7 8; +\infty)$. **D.** $(\log_a 7; +\infty)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}7)^x < 8$ là

A. $(-\infty; \log_{0,7} 8)$. **B.** $(-\infty; \log_8 0{,}7)$. **C.** $(\log_{0,7} 8; +\infty)$. **D.** $(\log_8 0{,}7; +\infty)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}7)^x > 8$ là

A. $(-\infty; \log_{0,7} 8)$. **B.** $(-\infty; \log_8 0{,}7)$. **C.** $(\log_{0,7} 8; +\infty)$. **D.** $(\log_8 0{,}7; +\infty)$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-5} < 9$ là

A. $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-5} < 9$ là

A. $\left(-\infty;\frac{7}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{5x+1} > 4$ là

A. $\left(-\infty;\frac{-1}{5}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{-1}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{5};+\infty\right)$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$ là

A. $(-\infty;11)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(11;+\infty)$.

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 81$ là

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 16. Nghiệm của phương trình mũ $2^{8x-5} = 16$ là

A. $x = \frac{9}{8}$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 5$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $2^{8x-5} = 2^{9x+2}$ có nghiệm là

A. $x = -4$. **B.** $x = -6$. **C.** $x = -7$. **D.** $x = -5$.

Câu 18. Phương trình $\log_2(7x+2) = 3$ có nghiệm là

A. Phương trình vô nghiệm. **B.** $x = \frac{9}{7}$.

C. $x = \frac{6}{7}$. **D.** $x = \frac{9}{7}$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_{16}(x+5) = \frac{1}{2}$ là

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 27.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = \log_2(x^2-5x+4)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\log_3(6x+9) = \log_3(7x+2)$ là

A. $x = 7$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 11$.

Câu 22. Giải bất phương trình $5^x > 23$ ta được tập nghiệm là

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = (-5;+\infty)$. **C.** $S = (-\infty;-5)$. **D.** $S = (\log_5 23;+\infty)$.

Câu 23. Giải bất phương trình $625^x > \left(\frac{1}{5}\right)^4$ ta được tập nghiệm là

A. $S = (-\infty;-1)$. **B.** $S = (-5;+\infty)$. **C.** $S = \varnothing$. **D.** $S = (-1;+\infty)$.

Câu 24. Cho phương trình logarit $\log_2(2x+7) + \log_2(5x+3) = 4$. Nghiệm của phương trình là

A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = -\frac{41}{20} + \frac{\sqrt{1481}}{20}$. **D.** $x = 2$.

Câu 25. Cho phương trình logarit $\log_3(3x+6) - \log_3(4x+2) = 5$. Nghiệm của phương trình là

A. $x = 3$. **B.** $x = -\frac{160}{323}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(5x+6) > \log_2(3x+4)$ là

A. $S = (-5;5)$. **B.** $S = (-\infty;5)$. **C.** $x \in (-1,+\infty)$. **D.** $S = (6;+\infty)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 27. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_9 a = \log_{27} b = \log_3(-6a+7b)$. Tính $\dfrac{2a}{b}$.

A. 2. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 28. Tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn bất phương trình $2^x > m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 29. Tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn bất phương trình $2^x < m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 30. Tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn bất phương trình $\log_7 x > m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 31. Tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn bất phương trình $\log_7 x < m$ có nghiệm thực là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 32. Cho bất phương trình $(3-2\sqrt{2})^{x^2-4x} > (3+2\sqrt{2})^{5-2x}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $3+2\sqrt{2} = (3-2\sqrt{2})^{-1}$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x^2-4x > 2x-5$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 5.		
d) Tổng của các nghiệm nguyên của bất phương trình là 9.		

Câu 33. Cho bất phương trình $\log_{\sqrt{2}-1}(2x^2-2) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x+5)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Ta có $0 < \sqrt{2}-1 < 1$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} 2x^2-2 \leq 5x+5 \\ 5x+5 > 0 \end{cases}$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.		
d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là 0.		

Câu 34. Xét phương trình $\log_2(x^2-1) = \log_2(mx)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} mx > 0 \\ x^2-mx-1=0 \end{cases}$.		
b) Phương trình $x^2-mx-1=0$ luôn có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu $(x_1 < 0 < x_2)$ với mọi số thực m.		
c) Nếu $m \neq 0$ và $x_1 < 0 < x_2$ thì cả hai biểu thức mx_1, mx_2 nhận giá trị âm.		
d) Tập hợp các giá trị m để phương trình đã cho có nghiệm là $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 35. Cho x thoả mãn $2^x = 2\sqrt{2\sqrt[3]{2}}$. Tính $P = 3x$. KQ: | | | | |

Câu 36. Phương trình $x^{2024} = 2025$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt? KQ: | | | | |

Câu 37. Phương trình $x^{2025} = 2026$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt? KQ: | | | | |

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}2)^{x^2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{5x-6}$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $S = a + b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \frac{1+2x}{1+x} > 1$ là khoảng $(-\infty; a)$. Giá trị của a là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(-x^2 + 2x + 3) < -1$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $S = a + b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 41. Một người gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng số tiền lãi tháng trước đó và tiền gốc của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 180 triệu đồng?

KQ: | | | | |

Câu 42. Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A \cdot \mathrm{e}^{rN}$, trong đó: A là dân số của năm lấy mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Ngày 15/11/2022, dân số thế giới khoảng 8 tỉ người. Cho biết $r = 1{,}32\%$, hãy cho biết ngày 15/11/2032 dân số thế giới khoảng bao nhiêu tỉ người (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 43. Vi khuẩn E.coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp, cứ sau 20 phút lại phân đôi một lần. Giả sử lúc đầu có 3 vi khuẩn. Hỏi sau bao nhiêu phút có 3072 vi khuẩn? KQ: | | | | |

Câu 44. Áp suất không khí P suy giảm mũ so với độ cao x , tức P giảm theo công thức $P = P_0 \cdot \mathrm{e}^{xi}$ trong đó $P_0 = 760$ mmHg là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000 m gần bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 45. Giá trị còn lại của một chiếc xe ô tô loại X thuộc hãng xe Toyota sau t năm kể từ khi mua đã được các nhà kinh tế nghiên cứu và ước lượng bằng công thức $G(t) = 800 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}12t}$. Ông A mua một chiếc xe ô tô loại X thuộc hãng xe đó từ khi xe mới xuất xưởng và muốn bán sau một thời gian sử dụng với giá từ 200 đến 400 triệu đồng. Giả sử ông A phải bán trong khoảng thời gian t, $a \le t \le b$ năm khi đó $b - a$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 46. Công thức Định luật làm mát của Newton được cho như sau $kt = \ln \frac{T - S}{T_0 - S}$, trong đó t là số giờ trôi qua, T_0 là nhiệt độ lúc đầu, T là nhiệt độ sau t giờ, S là nhiệt độ môi trường (T_0, T, S theo cùng một đơn vị đo), k là một hằng số. Một cốc trà có nhiệt độ 96°C, sau 2 phút nhiệt độ giảm còn 90°C. Biết nhiệt độ phòng là 24°C. Tính nhiệt độ của cốc trà sau 10 phút (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 4

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

A. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

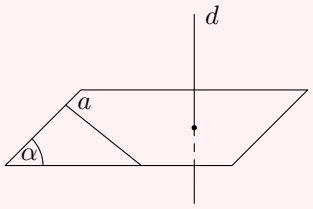
1 Hai đường thẳng vuông góc

Định nghĩa 3 Hai đường thẳng a và b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90°, kí hiệu $a \perp b$.

2 Đường thẳng vuông góc mặt phẳng

Định nghĩa 4

$$d \perp (P) \Leftrightarrow \begin{cases} d \perp a \\ a \subset (P). \end{cases}$$



Dấu hiệu nhận biết $\begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ a \cap b = A \\ a, b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow d \perp (P).$

3 Hai mặt phẳng vuông góc

Định nghĩa 5 Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau tạo nên bốn góc nhị diện. Nếu một trong các góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì hai mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $(P) \perp (Q)$.

Dấu hiệu nhận biết $\begin{cases} d \subset (P) \\ d \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \subset (Q).$

Tính chất

- $d \perp (P) \Rightarrow \begin{cases} d \perp a \\ \forall a \subset (P). \end{cases}$
- $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \cap (R) = d \end{cases} \Rightarrow d \perp (P).$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

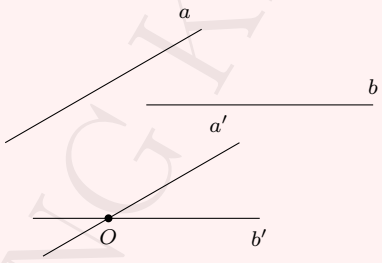
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. GÓC TRONG KHÔNG GIAN

1 Góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Định nghĩa 6

$$\begin{cases} a \parallel a' \\ b \parallel b' \\ a' \cap b' = O \end{cases} \Rightarrow (a, b) = ((a', b')\,.$$



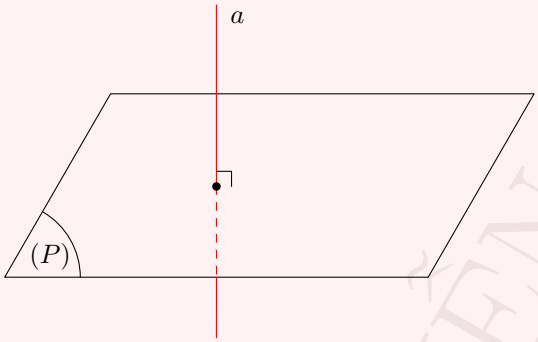
⚠ *Góc giữa hai đường thẳng trong không gian có số đo từ $0°$ đến $90°$.*

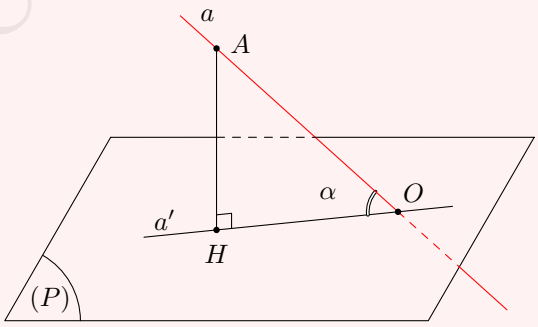
2 Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (P), ta có định nghĩa sau

Định nghĩa 7

- $d \perp (P) \Rightarrow (d, (P)) = 90°$.
- Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) thì $(d, (P)) = (d', (P))$, với d' là hình chiếu của đường thẳng d trên (P).



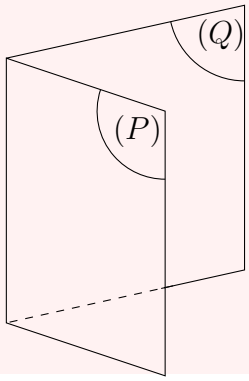


⚠ *Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng có số đo từ $0°$ đến $90°$.*

3 Góc nhị diện

Định nghĩa 8

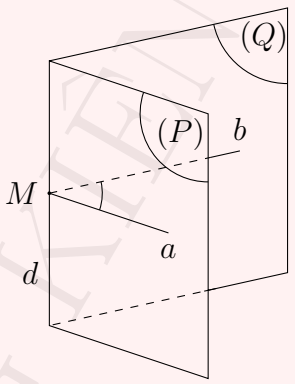
- Góc nhị diện là hình gồm hai nửa mặt phẳng có chung bờ; kí hiệu $[(P), d, (Q)]$ hoặc $[M, d, N]$, trong đó $(P), (Q)$ là hai nửa mặt phẳng có chung bờ là đường thẳng d và M, N là các điểm lần lượt thuộc hai nửa mặt phẳng (P), (Q). Đường thẳng d gọi là cạnh của góc nhị diện, mỗi nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là một mặt của góc nhị diện.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Cho $[(P), d, (Q)]$, nếu

$$\begin{cases} M \in d \\ MN \subset (P), MN \perp d \Rightarrow [(P), d, (Q)] = \widehat{NMP}. \\ MP \subset (Q), MP \perp d \end{cases}$$



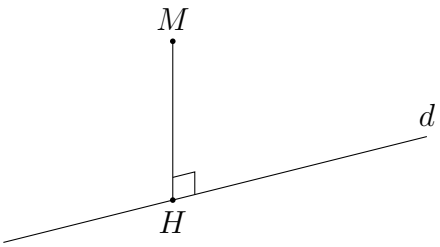
- Số đo của một góc phẳng nhị diện được gọi là số đo của góc nhị diện đó.
- Nếu số đo góc phẳng nhị diện bằng 90° thì góc nhị diện đó gọi là góc nhị diện vuông.

Góc nhị diện có số đo từ 0° đến 180°.

C. KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

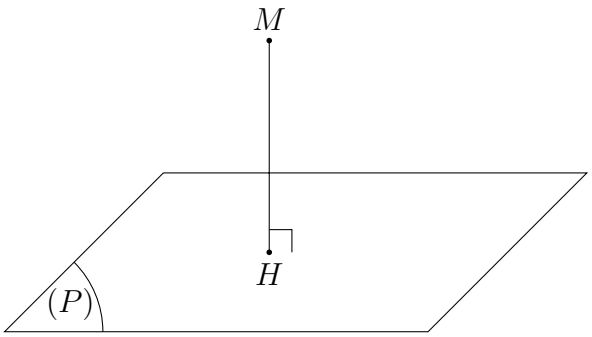
1 Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

$$\mathrm{d}(M, \Delta) = MH.$$



2 Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

$$\mathrm{d}(M, (P)) = MH.$$



3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

Cho $a \parallel b$, $M \in a$. Khi đó

$$\mathrm{d}(a, b) = \mathrm{d}(M, b).$$

4 Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho $a \parallel (P)$, $M \in a$. Khi đó

$$\mathrm{d}(a, (P)) = \mathrm{d}(M, (P)).$$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

5 Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

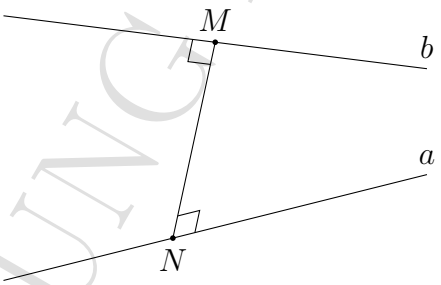
Cho $(P) \parallel (Q)$, $M \in (P)$. Khi đó

$$\mathrm{d}((P),(Q)) = \mathrm{d}(M,(Q)).$$

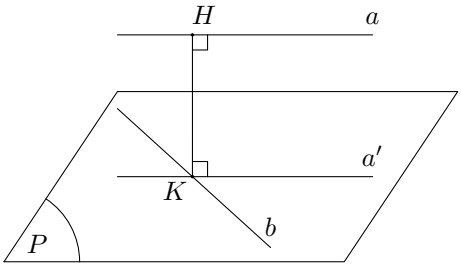
6 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Khi đó

$$\mathrm{d}(a,b) = MN.$$



Gọi (P) là mặt phẳng chứa b và song song với a, hình chiếu của a trên (P) là a', giao điểm của a' và b là K, hình chiếu của K trên a là H. Khi đó HK là đoạn vuông góc chung của a và b. Ngoài ra, $\mathrm{d}(a,b) = HK = \mathrm{d}(a,(P))$.



D. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AA' vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AB'. **C.** AC'. **D.** AD'.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AD vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** AB'. **C.** AC'. **D.** AD'.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng $C'D'$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AC. **C.** AD. **D.** CD'.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng $A'B$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. $C'D$. **B.** $A'C$. **C.** AC'. **D.** CD.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng CC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $(A'B'C'D')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(ABC'D')$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(A'B'C'D')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(ABC'D')$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng CD' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ADC'B')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(ABC'D')$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(A'B'C'D')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(ABC'D')$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ABC'D')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(A'B'C'D')$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BDD'B')$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ACC'A')$. **B.** $(A'B'CD)$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(A'B'C'D')$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AA' và CD bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và AC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BD và CB' bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BD và $B'D'$ bằng

A. $0°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng

A. $0°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $35°$. **B.** $45°$. **C.** $25°$. **D.** $50°$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc nhị diện $[B, AA', D]$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc nhị diện $[A', BC, D]$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AD và DB bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $0°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 24. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và BD bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng

A. $0°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD). Góc nhị diện $[A, d, D]$ làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $71°$. **B.** $72°$. **C.** $70°$. **D.** $60°$.

Câu 28. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc nhị diện $[B, SA, D]$ làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $108°$. **B.** $109°$. **C.** $110°$. **D.** $120°$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và BC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $31°$. **B.** $47°$. **C.** $59°$. **D.** $43°$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $31°$. **B.** $47°$. **C.** $59°$. **D.** $43°$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc nhị diện $[S, AC, B]$ bằng

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc nhị diện $[A, BC, S]$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc nhị diện $[A, SB, C]$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA \perp (ABC)$. Góc nhị diện $[B, SA, C]$ làm tròn đến hàng đơn vị bằng

A. $31°$. **B.** $53°$. **C.** $59°$. **D.** $43°$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BD bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng CC' bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ đường thẳng DD' đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách từ đường thẳng DD' đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $C'D'$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và DD' bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AA' bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh bằng a. Gọi Δ và Δ' là hai đường thẳng chéo nhau lần lượt thuộc hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51. Thể tích của khối lập phương cạnh a là

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}a^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 52. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V=\dfrac{1}{3}abc$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}abc$. **C.** $V=3abc$. **D.** $V=abc$.

Câu 53. Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ theo diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Câu 54. Công thức tính thể tích V của khối chóp theo diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Câu 55. Công thức tính thể tích V của khối chóp cụt đều theo diện tích hai đáy lần lượt là S_1, S_2 và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}\left(S_1-\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)h$.

C. $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)h$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(S_1-\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)h$.

Câu 56. Nếu một khối lăng trụ có diện tích của đáy bằng a^2 và có chiều cao bằng $\dfrac{1}{2}a$ thì có thể tích bằng

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{1}{2}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 57. Nếu một khối chóp có diện tích của đáy bằng a^2 và có chiều cao bằng $\frac{1}{3}a$ thì có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{1}{9}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 58. Nếu một khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có chiều cao bằng $3a$ thì có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 59. Nếu một khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có chiều cao bằng $3a$ thì có thể tích bằng

A. $9a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 60. Nếu một khối chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy nhỏ và cạnh đáy lớn lần lượt bằng $2a$, $3a$ và có chiều cao bằng $3a$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{19a^3}{3}$. **B.** $19a^3$. **C.** $57a^3$. **D.** $13a^3$.

Câu 61. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích tam giác ABC bằng S, $SA = a$, góc giữa SA và (ABC) là φ. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{1}{3}S \cdot a\cot\varphi$. **B.** $V = \frac{1}{3}S \cdot a\cos\varphi$. **C.** $V = \frac{1}{3}S \cdot a\sin\varphi$. **D.** $V = \frac{1}{3}S \cdot a\tan\varphi$.

Câu 62. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $AA' = b$, góc giữa AA' và $(ABCD)$ là φ. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V = a^2b\sin\varphi$. **B.** $V = a^2b\cos\varphi$. **C.** $V = a^2b\cot\varphi$. **D.** $V = \frac{1}{3}a^2b\sin\varphi$.

Câu 63. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 64. Nếu tăng gấp 3 lần cạnh hình lập phương thì được hình lập phương mới có thể tích hơn thể tích hình lập phương ban đầu là 208 cm^3. Cạnh của hình lập phương ban đầu bằng

A. 8 cm. **B.** 2 cm. **C.** $\sqrt[3]{104}$ cm. **D.** $\sqrt[3]{\frac{208}{7}}$ cm.

Câu 65. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AC' = a\sqrt{6}$ có thể tích là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $3a^3\sqrt{2}$.

Câu 66. Một hộp đựng thực phẩm có dạng hình lập phương và có diện tích toàn phần bằng 150 dm^2. Thể tích của khối hộp đó bằng

A. 125 cm^3. **B.** 125 dm^3. **C.** $\frac{125}{3}$ cm^3. **D.** $\frac{125}{3}$ dm^3.

Câu 67. Một lăng kính có dạng hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông. Chiều cao của lăng kính là 10 cm, đáy của lăng kính là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông lần lượt là 6 cm và 8 cm. Diện tích toàn phần của lăng kính bằng

A. 288 cm^2. **B.** 240 cm^2. **C.** 336 cm^2. **D.** 264 cm^2.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 68. Một viên gạch hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao 8 cm, cạnh đáy 6 cm. Thể tích của viên gạch đó bằng

A. $432\sqrt{3}$ cm^3. **B.** $144\sqrt{3}$ cm^3. **C.** 432 cm^3. **D.** 144 cm^3.

Câu 69. Một khúc gỗ có dạng hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy là 40 cm và chiều cao là 1 m. Mỗi mét khối gỗ này có giá 3 triệu đồng. Hỏi khúc gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

A. 1 triệu 600 nghìn đồng. **B.** 480 nghìn đồng.
C. 48 triệu đồng. **D.** 4 triệu 800 nghìn đồng.

Câu 70. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $A'ABC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 71. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $ABDA'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 73. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Câu 74. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối chóp đều $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 75. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 76. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ là

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 77. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi V' và V lần lượt là thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ và thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

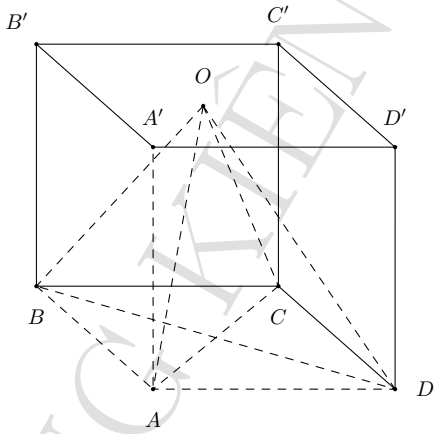
Câu 78. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Thể tích của khối tứ diện $AA'B'D'$ là

A. $\frac{1}{3}V$. **B.** $\frac{1}{6}V$. **C.** $\frac{1}{5}V$. **D.** $\frac{1}{4}V$.

Câu 79.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tỉ số của thể tích khối chóp có đỉnh thuộc mặt đáy và khối hộp như hình vẽ bên là



A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 80. Khối chóp cụt tứ giác đều có độ dài các cạnh đáy là a, b và chiều cao h có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}h\left(a^2+ab+b^2\right)$. **B.** $\frac{1}{3}h\left(a^2+2ab+b^2\right)$. **C.** $\frac{1}{3}h\left(a^2+3ab+b^2\right)$. **D.** $\frac{1}{3}h\left(a^2-ab+b^2\right)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 81. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c phân biệt. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu a song song với b thì góc giữa hai đường thẳng a và c bằng góc giữa hai đường thẳng b và c.		
b) Nếu a và b cùng song song với c thì a song song với b.		
c) Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a song song với b.		
d) Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a vuông góc với b.		

Câu 82. Cho hai mặt phẳng phân biệt $(P), (Q)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu (P) và (Q) có ít nhất một điểm chung thì (P) và (Q) có vô số điểm chung.		
b) Nếu (P) và (Q) không có điểm chung thì $(P) \parallel (Q)$.		
c) Nếu (P) chứa một đường thẳng song song với (Q) thì $(P) \parallel (Q)$.		
d) Nếu (P) chứa một đường thẳng vuông góc với (Q) thì $(P) \perp (Q)$.		

Câu 83. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật.		
b) Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật thì $ABCD$ là hình chữ nhật.		
c) Nếu $AA' \perp (ABCD)$ thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng.		
d) Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng thì $ABCD$ là hình chữ nhật.		

Câu 84. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó

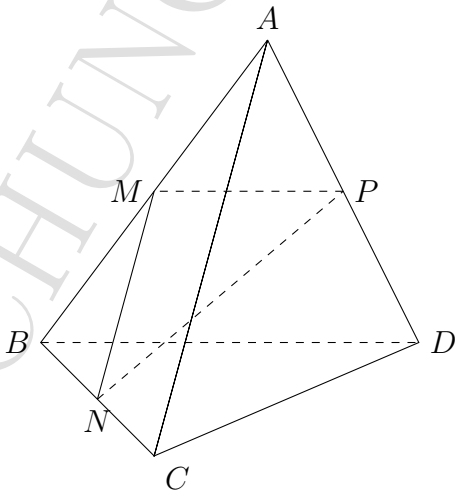
Ths.NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu $ABCD$ là hình vuông thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều.		
b) Nếu $ABCD$ là hình vuông thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.		
c) Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều.		
d) Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều thì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.		

Câu 85.

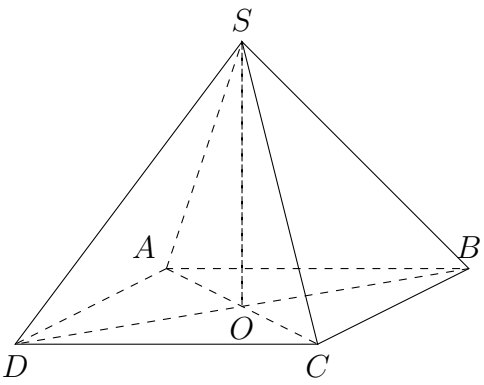
Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, DA; $AC = BD = 2a$, $NP = a\sqrt{3}$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $MN \parallel AC, MP \parallel BD$.		
b) $\cos \widehat{NMP} = \dfrac{MN^2 + MP^2 - NP^2}{2MN \cdot MP}$.		
c) $MN = MP = a\sqrt{3}$.		
d) Góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng $30°$.		

Câu 86.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ thỏa mãn tam giác SAC vuông cân. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) Số đo của góc SAC là $45°$.		
b) Nếu O là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ thì O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.		
c) Số đo góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng hai lần số đo góc SAO.		
d) Góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng $30°$.		

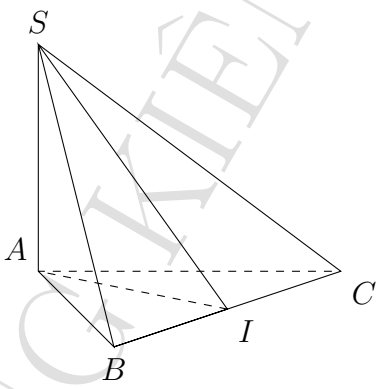
Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp SB$, $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = b$, $(SAB) \perp (ABCD)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.		
b) $AD \perp (SAB)$.		
c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng b.		
d) Khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) bằng b.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 88.

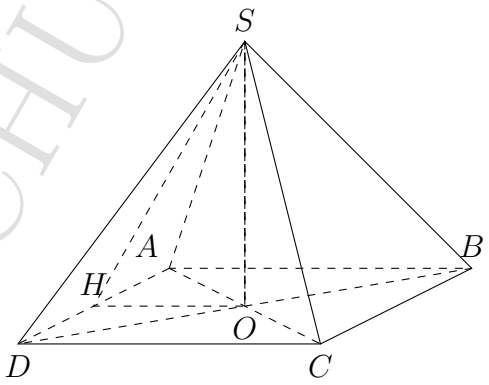
Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = \dfrac{3a}{2}$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC.



Phát biểu	Đ	S
a) $BC = (ABC) \cap (SBC)$.		
b) $SA \perp BC$.		
c) Số đo góc nhị diện $[A, BC, S]$ bằng số đo góc $\widehat{SIA}$.		
d) Số đo góc nhị diện $[A, BC, S]$ bằng số đo góc $45°$.		

Câu 89.

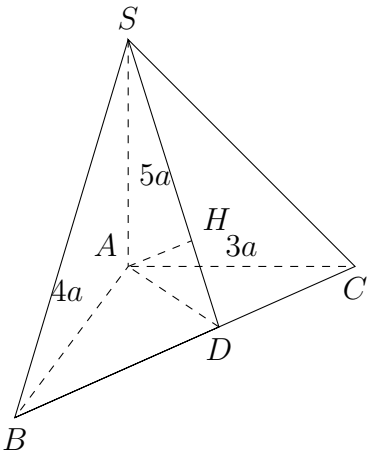
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$. khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi O là hình chiếu của S trên $(ABCD)$, H là hình chiếu của O trên AB. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $SO = \dfrac{a}{2}$.		
b) $(SAD) \cap (ADC) = AD$.		
c) $AD \perp (AHO)$.		
d) Sđ$[S, AD, C] = 30°$.		

Câu 90.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp AC$,$SA = 5a$,$AB = 4a$, $AC = 3a$, D là hình chiếu vuông góc của A trên BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SD. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $SA \perp BC$.		
b) $BC \perp (SAD)$.		
c) $AH \perp BC$.		
d) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\dfrac{60a}{769}$.		

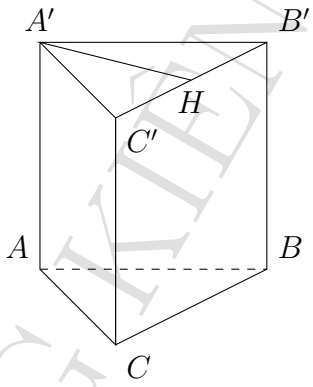
Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Số đo góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng số đo góc $\widehat{SBA}$.		
b) Số đo góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ không bằng số đo góc $\widehat{SDA}$.		
c) Nhị diện $[B, SA, D]$ là nhị diện vuông.		
d) Số đo góc nhị diện $[S, BC, D]$ không bằng số đo góc $\widehat{SBA}$.		

Câu 92.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

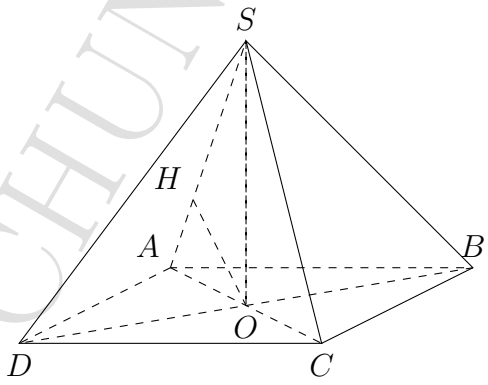
Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, H là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $AA' \perp (A'B'C')$.		
b) $AA' \perp A'H$.		
c) $A'H = A'C' \cdot \cos \widehat{A'C'H}$.		
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ là $\frac{a}{2}$.		

Câu 93.

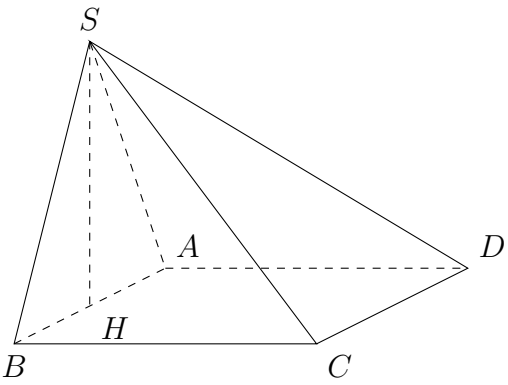
Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = 2a$. O là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$, H là hình chiếu vuông góc của O trên SA. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) O là giao điểm của AC và BD.		
b) BD không vuông góc với SO .		
c) BD không vuông góc với OH.		
d) $\mathrm{d}(BD, SA) = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.		

Câu 94.

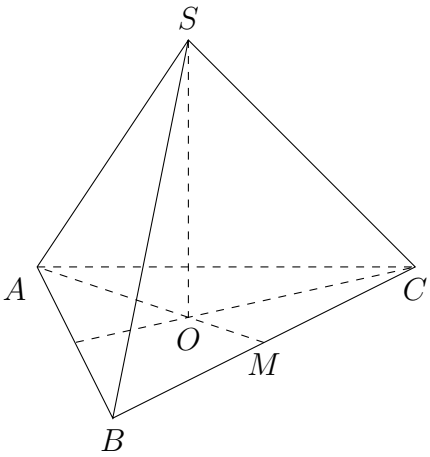
Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp SB, SA = 2a$, $(SA, (ABCD)) = 60°$, $(SAB) \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$. Khi đó



Phát biểu	Đ	S
a) $(SAB) \cap (ABCD) = AB$.		
b) SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.		
c) $\widehat{SAH} = 60°$.		
d) $\mathrm{d}(S, (ABCD)) = a$.		

Câu 95.

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a, SA = b$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC), M là giao điểm của AO với BC. Khi đó



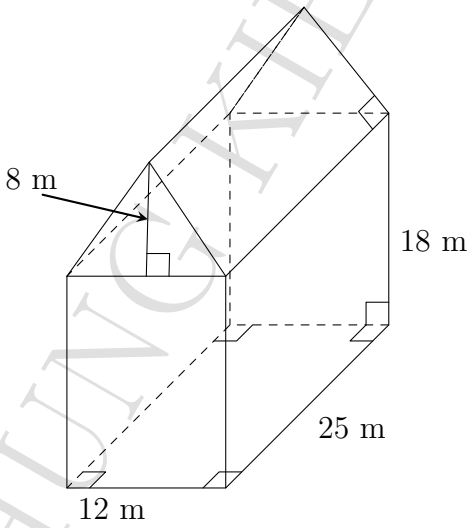
Phát biểu	Đ	S
a) $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO$.		
b) O là trọng tâm của tam giác ABC.		
c) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$.		
d) $V_{S.ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{3}}$.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

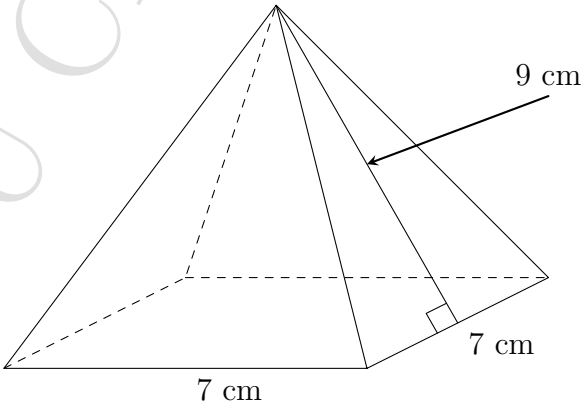
Câu 96.

Hình bên là hình biểu diễn của vật thể ghép bởi khối hộp chữ nhật với ba kích thước 12 m, 25 m, 18 m và khối lăng trụ tam giác có một chiều cao của mặt đáy là 8 m. Vật thể đó có thể tích bằng bao nhiêu m^3? KQ: | | | | |



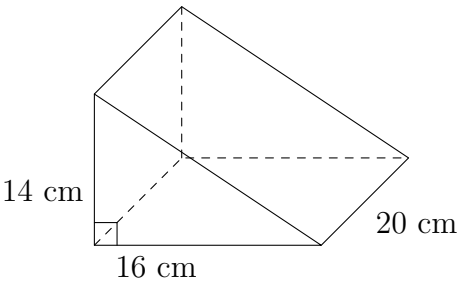
Câu 97.

Hình bên là hình biểu diễn của khối chóp tứ giác có độ dài cạnh đáy bằng 7 cm và độ dài trung đoạn bằng 9 cm. Khối chóp đó có thể tích bằng bao nhiêu cm^3 (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |



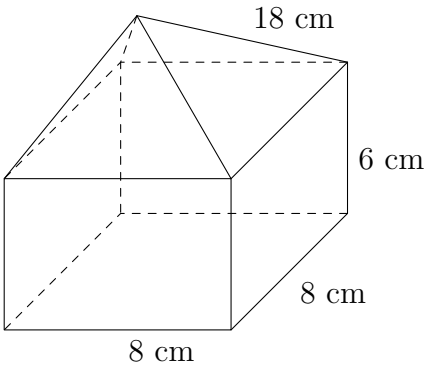
Câu 98.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể có ba mặt hình chữ nhật và hai mặt tam giác vuông bằng nhau. Thể tích của khối vật thể là bao nhiêu cm^3? KQ: | | | | |



Câu 99.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể có bốn mặt tam giác cân bằng nhau, bốn mặt hình chữ nhật và đáy là hình vuông. Thể tích của khối vật thể đó là bao nhiêu cm^3 (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |



Câu 100.

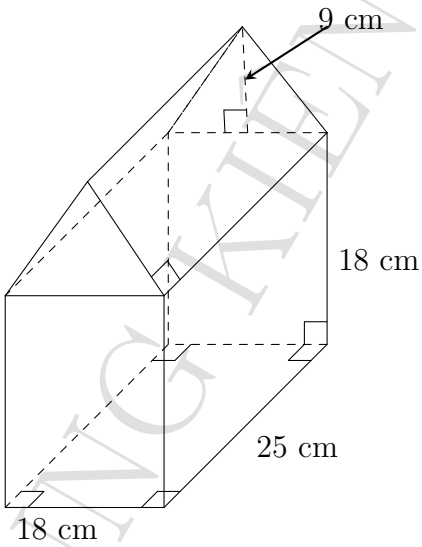
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể có hai mặt tam giác cân bằng nhau, năm mặt hình chữ nhật và hai mặt hình vuông. Thể tích của khối vật thể đó là bao nhiêu dm^3 (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

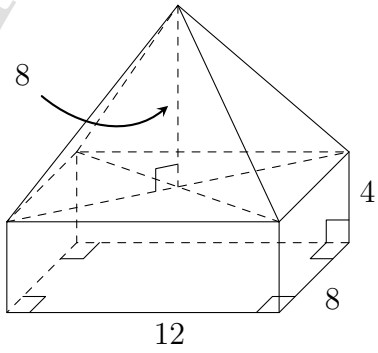
KQ: | | | | |



Câu 101.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể được ghép bởi một hình hộp chữ nhật và một hình chóp tứ giác có hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy là giao điểm của hai đường chéo. Thể tích của vật thể đó là bao nhiêu?

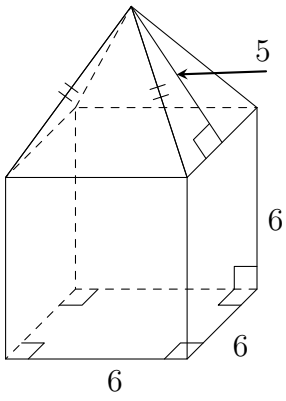
KQ: | | | | |



Câu 102.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể được ghép bởi một khối lập phương và một khối chóp tứ giác đều. Diện tích toàn phần của hình đó là bao nhiêu?

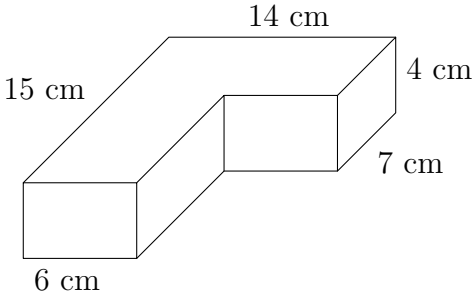
KQ: | | | | |



Câu 103.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể có dạng chữ L được ghép bởi các khối hộp chữ nhật. Thể tích của vật thể đó bằng bao nhiêu cm^3?

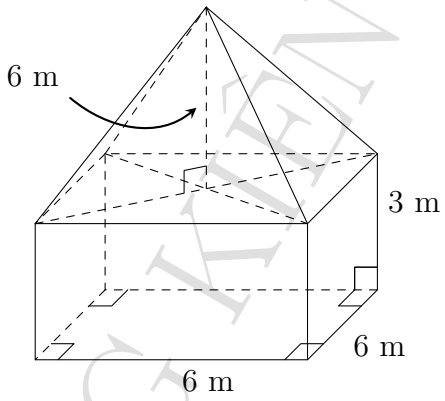
KQ: | | | | |



Câu 104.

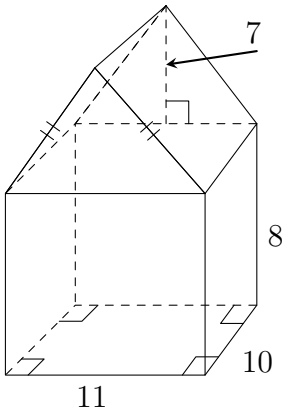
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể được ghép bởi một hình hộp chữ nhật và một hình chóp tứ giác có hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy là giao điểm của hai đường chéo. Thể tích của vật thể đó là bao nhiêu m^3? KQ: | | | | |



Câu 105.

Thể tích của khối có hai mặt tam giác cân bằng nhau và bảy mặt hình chữ nhật với kích thước được cho như hình vẽ bên là bao nhiêu? KQ: | | | | |



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 5

BIẾN CỐ – XÁC SUẤT

A. ĐẠI SỐ TỔ HỢP

1 Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện (các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m+n$ cách hoàn thành. Quy tắc cộng có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).

2 Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m \cdot n$ cách hoàn thành.
Quy tắc nhân có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi k hành động liên tiếp ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).

3 Hoán vị

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tủ đó. Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có

$$P_n = n(n-1)\cdots 2 \cdot 1 = n!.$$

4 Chỉnh hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉh hợp chập k của n phần tủ đã cho. Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử. Ta có

$$\mathrm{A}_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\cdots(n-k+1).$$

5 Tổ hợp

Cho tập hợp A gồm n phần từ và một số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đó. Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần từ với $1 \le k \le n$. Ta có

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{\mathrm{A}_n^k}{k!}.$$

Quy ước $0! = 1, \mathrm{C}_n^0 = 1$. Với những quy ước đó, ta có $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!} (0 \le k \le n)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

1 Xác suất của biến cố

a) Phép thử: Phép thử được kí hiệu là T, là một thí nghiệm hay một hành động mà

- Kết quả của nó không dự đoán trước được.
- Xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của thí nghiệm hay hành động đó.

b) Không gian mẫu

- Không gian mẫu được kí hiệu là Ω, là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
- Số phần tử của Ω được kí hiệu là $n(\Omega)$ (hay $|\Omega|$).

c) Biến cố: Một sự kiện A tương ứng với một và chỉ một tập con của không gian mẫu của phép thử T thì sự kiện đó là biến cố A liên quan đến phép thử T.

- Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra gọi là một kết quả thuận lợi cho A.
- Tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A.
- Số các phần tử của Ω_A được kí hiệu là $n(A)$ (hay $|\ A\ |$). Như vậy $\Omega_A \subset \Omega$ và $n(A) \leq n(\Omega)$.
- Nếu $\Omega_A = \varnothing$ thì A được gọi là biến cố không thể và $n(A) = 0$.
- Nếu $\Omega_A = \Omega$ thì A được gọi là biến cố chắc chắn và $n(A) = n(\Omega)$.

d) Xác suất của biến cố

- Xác suất của biến cố A kí hiệu là $\mathrm{P}(A)$ và được định nghĩa $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$, với Ω là tập hợp hữu hạn và các kết quả của phép thử đồng khả năng xảy ra.
- $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$, $\mathrm{P}(\Omega) = 1$ và $0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1$.

e) Biến cố đối: Cho A là một biến cố. Biến cố "không xảy ra A" gọi là biến cố đối của A và kí hiệu là $\bar{A}$.
Như vậy: $\Omega_A \cap \Omega_{\bar{A}} = \varnothing$, $\Omega_A \cup \Omega_{\bar{A}} = \Omega$ và $\Omega_A = \Omega \backslash \Omega_{\bar{A}}$.

f) Định lý: $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\bar{A})$

g) Cách tính xác suất của một biến cố A

- **Cách 1**
  - Tìm số phần tử của không gian mẫu Ω (nghĩa là tính $n(\Omega)$).
  - Tìm số phần tử của biến cố A (nghĩa là tính $n(A)$).
  - Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.
- **Cách 2**
  - Tìm số phần tử của không gian mẫu Ω (tính $n(\Omega)$).
  - Tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$ (tính $n(\bar{A})$).
  - Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \dfrac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

C. QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

Định lí 1 Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$.

⚠ *Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $\mathrm{P}(AB) \neq \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.*

D. BIẾN CỐ HỢP – QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT

1 Biến cố hợp

Định nghĩa 9 Cho hai biến cố A và B. Biến cố: "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là **biến cố hợp** của A và B.

⚠ *Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B.*

2 Quy tắc cộng xác suất

- Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc A và B.

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B).$$

- Quy tắc cộng cho hai biến cố A và B bất kì.

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B).$$

E. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 20 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Số cách chọn một ban cán sự lớp 4 người, trong đó có ít nhất một học sinh nữ là

A. C_{40}^{4}. **B.** $\mathrm{C}_{20}^{2} + \mathrm{C}_{20}^{2}$. **C.** $\mathrm{C}_{20}^{3} + \mathrm{C}_{20}^{1}$. **D.** $\mathrm{C}_{40}^{4} - \mathrm{C}_{20}^{4}$.

Câu 2. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập hợp S và chia hết cho 3 có thể lập được là

A. 48. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 3. Gieo hai con xúc xắc cân đối. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm bằng 11" là

A. $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{36}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 4. Gieo liên tiếp ba lần một con xúc xắc. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm không nhỏ hơn 17" là

A. $\frac{1}{216}$. **B.** $\frac{1}{108}$. **C.** $\frac{3}{216}$. **D.** $\frac{1}{54}$.

Câu 5. Gieo một đồng xu cân đối ba lần liên tiếp. Xác suất của biến cố "Mặt ngửa xuất hiện đúng 2 lần" là

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{36}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Gieo đồng thời ba đồng xu cân đối. Xác suất của biến cố "Ít nhất một đồng xu có mặt sấp xuất hiện" là

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 7. Trường Minh Phúc có tỉ lệ học sinh giỏi môn Tin học là $0,3$; tỉ lệ học sinh giỏi môn Tiếng Anh là $0,4$; tỉ lệ học sinh giỏi cả hai môn trên là $0,25$. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Xác suất chọn được học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn trên là

A. $0,95$. **B.** $0,45$. **C.** $0,15$. **D.** $0,7$.

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 4 lần liên tiếp. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện ở 4 lần gieo lớn hơn 5" là

A. $1-\frac{4}{6^4}$. **B.** $\frac{5}{6^4}$. **C.** $1-\frac{5}{6^4}$. **D.** $\frac{4}{6^4}$.

Câu 9. Một hộp đựng 12 viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau, trong đó có 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp đó. Xác suất để trong 5 viên bi được chọn có ít nhất 2 viên bi màu vàng là

A. $\frac{149}{198}$. **B.** $\frac{49}{198}$. **C.** $\frac{151}{198}$. **D.** $\frac{147}{198}$.

Câu 10. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ được xếp theo một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{50}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{252}$. **D.** $\frac{1}{35}$.

Câu 11. Một người gọi điện thoại nhưng quên hai số cuối của số điện thoại cần gọi và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Xác suất để người đó quay 1 lần được đúng số điện thoại cần gọi là

A. $\frac{1}{100}$. **B.** $\frac{1}{90}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 12. Cho tập hợp A gồm $2n$ số nguyên dương phân biệt không vượt quá $2n, n \in \mathbb{N}^*$. Chọn ngẫu hai số thuộc tập A. Xác suất của biến cố "Tích hai số được chọn là số chẵn" là

A. $\frac{\mathrm{C}_n^2}{\mathrm{C}_n^2}$. **B.** $1-\frac{\mathrm{C}_n^2}{\mathrm{C}_{2n}^2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 13. Một đề thi môn Khoa học xã hội gồm 5 câu hỏi khác nhau được chọn ngẫu nhiên từ ngân hàng gồm 200 câu hỏi. Một học sinh thuộc đúng 120 câu. Xác suất để học sinh rút ngẫu nhiên được một đề thi trong đó có đúng 3 câu mình đã học thuộc là

A. $\frac{\mathrm{C}_{120}^3}{\mathrm{C}_{200}^5}$. **B.** $1-\frac{\mathrm{C}_{80}^2}{\mathrm{C}_{200}^5}$. **C.** $\frac{120}{200}$. **D.** $\frac{\mathrm{C}_{80}^2 \cdot \mathrm{C}_{120}^3}{\mathrm{C}_{200}^5}$.

Câu 14. Trong một chiếc hộp kín có chứa 20 quả cầu trắng và 15 quả cầu đỏ. Kích thước và trọng lượng của các quả cầu là giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 8 quả. Xác suất để lấy được ít nhất 2 quả cầu đỏ là

A. $\frac{\mathrm{C}_{15}^0}{\mathrm{C}_{35}^8}+\frac{\mathrm{C}_{15}^1}{\mathrm{C}_{35}^8}+\frac{\mathrm{C}_{15}^2}{\mathrm{C}_{35}^8}$. **B.** $1-\frac{\mathrm{C}_{80}^2}{\mathrm{C}_{200}^5}$.

C. $1-\frac{\mathrm{C}_{20}^8}{\mathrm{C}_{35}^8}-\frac{\mathrm{C}_{20}^7 \cdot \mathrm{C}_{15}^1}{\mathrm{C}_{35}^8}$. **D.** $\frac{\mathrm{C}_{80}^2 \cdot \mathrm{C}_{120}^3}{\mathrm{C}_{200}^5}$.

Câu 15. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, trong mỗi câu có 4 phương án trả lời và có duy nhất một phương án đúng. Một học sinh giải cả 50 câu, mỗi câu chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất của biến cố "Học sinh được đúng 8 điểm" là

A. $\frac{\mathrm{C}_{50}^{40} \cdot 3^{10}}{4^{40}}$. **B.** $\mathrm{C}_{50}^{40} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{40}$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{40} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$.

D. $C_{50}^{40} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{40} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 16. Cho tập hợp A gồm 20 số nguyên dương khác nhau không vượt quá 20.

Phát biểu	Đ	S
a) Số cách chọn 4 số nguyên dương từ tập hợp A là A_{20}^4.		
b) Tích của 4 số nguyên dương là số lẻ khi và chỉ khi cả 4 số là số lẻ.		
c) Tập hợp A có 10 số lẻ.		
d) Số cách chọn ra 4 số từ tập hợp A sao cho tích của 4 số đó là số chẵn là $A_{20}^4 - A_{10}^4$.		

Câu 17. Cho tập hợp A gồm tất cả các chữ số.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập hợp A có 10 phần tử là $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$.		
b) Số các tập con gồm 6 phần tử của A là A_{10}^6.		
c) Với mỗi tập con gồm 6 phần tử của A thì có đúng một cách sắp xếp các phần tử theo thứ tự giảm dần.		
d) Có A_{10}^6 số gồm 6 chữ số có dạng $\overline{abcdeg}$ thoả mãn $a > b > c > d > e > g$.		

Câu 18. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 30 học sinh giỏi môn Toán, 35 học sinh giỏi môn Tiếng Anh, 25 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố:
A: "Học sinh được chọn giỏi môn Toán";
B: "Học sinh được chọn giỏi môn Tiếng Anh".

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = 0{,}75$.		
b) $P(B) = 0{,}875$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(A \cap B) = 0{,}625$.		
d) $P(A \cup B) = 1$.		

Câu 19. Bạn An có 2 cuốn sách môn Toán, 3 cuốn sách môn Vật lí, 3 cuốn sách môn Hoá học, các cuốn sách đôi một khác nhau. Giá sách của bạn An chỉ có 1 hàng gồm 3 ngăn liền nhau. Bạn An xếp các cuốn sách trên vào giá sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn.

Phát biểu	Đ	S
a) Số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là $2!$.		
b) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là 3.		
c) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là $3!$.		
d) Số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là 432.		

Câu 20. Một hộp chứa 18 quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 4 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 4, có 6 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 8 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Có 20 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ.		
b) Có 24 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng.		
c) Có 42 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng.		
d) Xác suất để 2 quả cầu được lấy vừa khác màu vừa khác số là $\frac{86}{153}$.		

Câu 21. Một hộp chứa 20 viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Các viên bi được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ra ngẫu nhiên lần lượt, không hoàn lại 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Số trên viên bi thứ nhất lớn hơn số trên viên bi thứ hai" và B là biến cố "Tích các số trên hai viên bi lấy ra là số lẻ".

Phát biểu	Đ	S
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 190.		
b) Xác suất của biến cố A là 0,5.		
c) Xác suất của biến cố B là $\frac{9}{38}$.		
d) Hai biến cố A và B độc lập.		

Câu 22. Cho hai biến cố A và B có $P(B)=0{,}5$; $P(AB)=P\left(A\overline{B}\right)=0{,}4$.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất của biến cố A là 0,9.		
b) A và B là hai biến cố độc lập.		
c) Xác suất của biến cố $\overline{A}B$ là 0,1.		
d) Xác suất của biến cố $A\cup B$ là 0,9.		

Câu 23. Linh có 4 tấm thẻ được đánh số 2, 3, 5, 8; hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau. Linh lấy ra 3 trong 4 thẻ và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có ba chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2" và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

Phát biểu	Đ	S
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 4.		
b) Xác suất của biến cố A là 0,5.		
c) Xác suất của biến cố B là 0,25.		
d) A và B là hai biến cố độc lập.		

Câu 24. Bạn Diệp có 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10; Bạn Lan có 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Mỗi bạn chọn ngẫu nhiên ra 1 thẻ của mình. Gọi X là tích hai số ghi trên hai thẻ được chọn.

Phát biểu	Đ	S
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 15.		

THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Xác suất của biến cố "X chia hết cho 2" là 0,3.		
c) Xác suất của biến cố "X chia hết cho 3" là 0,44.		
d) Xác suất của biến cố "X chia hết cho 6" là 0,2.		

Câu 25. Câu lạc bộ bóng bàn có 3 bạn nữ và n bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên 4 người từ câu lạc bộ.

Phát biểu	Đ	S
a) Số cách chọn là C_{n+3}^{n-1}.		
b) Số cách chọn ra 4 người, trong đó có 3 bạn nữ là n.		
c) Số cách chọn ra 4 người, trong đó không có bạn nữ nào là $4n$.		
d) Nếu xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam thì tổng số bạn trong câu lạc bộ là 9.		

Câu 26. Một hộp chứa 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 20. Bạn Cường lấy ra ngẫu nhiên lần lượt, không hoàn lại 2 tấm thẻ từ trong hộp.

Phát biểu	Đ	S
a) Số cách lấy thẻ của Cường là 190.		
b) Xác suất của biến cố tổng các số trên hai tấm thẻ được chọn lớn hơn 36 là $\frac{2}{95}$.		
c) Xác suất của biến cố hai tấm thẻ được chọn đều được đánh số chẵn là $\frac{9}{38}$.		
d) Xác suất của biến cố hai tấm thẻ được chọn được đánh số chẵn biết rằng tổng các số trên hai thẻ đó lớn hơn 36 là 0,3.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó có 4 chữ số 3, 3 chữ số 2, 2 chữ số 1?

KQ: | | | | |

Câu 28. Bạn Minh có 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Minh xếp 10 tấm thẻ này thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Gọi A là một biến cố bất kì của phép thử. Khi đó $\mathrm{P}(A)$ có thể nhận bao nhiêu giá trị khác nhau thuộc tập hợp $\left\{\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \ldots; \frac{1}{20}\right\}$?

KQ: | | | | |

Câu 29. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Bạn Cường lấy ra đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để tích hai số ghi trên thẻ chia hết cho 6 (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 30. Bạn Thủy lần lượt bỏ một cách ngẫu nhiên 8 viên bi cùng loại vào 3 chiếc hộp màu xanh, đỏ, vàng. Mỗi hộp có thể chứa từ 0 đến 8 viên bi. Tính xác suất của biến cố một hộp chứa 4 viên bi, hai hộp còn lại, mỗi hộp chứa 2 viên bi (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 31. Bạn Duy xếp 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ vào 3 chiếc hộp một cách ngẫu nhiên sao cho mỗi hộp có đúng 3 viên bi. Tính xác suất để hộp nào cũng có bi xanh (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 6

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

A. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1 Xác suất có điều kiện

Định nghĩa 10 Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố A, tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của A với điều kiện B và kí hiệu là $\mathrm{P}(A \mid B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kì, với $\mathrm{P}(B) > 0$. Khi đó $\mathrm{P}(A \mid B) = \dfrac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(B)}$.

2 Công thức nhân xác suất

Định nghĩa 11 Với hai biến cố A và B bất kì, ta có

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A \mid B).$$

⚠ *Vì $AB = BA$ nên với hai biến cố A và B bất kì, ta cũng có*

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B \mid A).$$

⚠ *Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì*

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B).$$

3 Sơ đồ hình cây

Trên sơ đồ hình cây:

- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện.
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

4 Công thức nhân xác suất

Cho hai biến cố độc lập A và B, với $0 < \mathrm{P}(A) < 1$; $0 < \mathrm{P}(B) < 1$.

- $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A \mid B) = \mathrm{P}\left(A \mid \overline{B}\right)$.
- $\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(B \mid A) = \mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)$.
- $\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1$.
- $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}\left(\overline{A} \mid B\right) = 1$.
- $\mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}\left(A \cap \overline{B}\right) = \mathrm{P}(A)$.
- $\mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}\left(\overline{A} \cap B\right) = \mathrm{P}(B)$.

⚠ *Cách ghi $\mathrm{P}(A \cap B)$ với $\mathrm{P}(AB)$ là hoàn toàn như nhau.*

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Xác suất của một biến cố có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau nào đó mà có thể được nói ra hoặc không nói ra. Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, ta sử dụng xác suất có điều kiện.
- Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

B. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

1 Công thức xác suất toàn phần

Định nghĩa 12 Cho hai biến cố A và B là hai biến cố tùy ý. Khi đó

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)+\mathrm{P}(\overline{B})\cdot\mathrm{P}(A\mid\overline{B}).$$

Công thức trên được gọi là công thức xác suất toàn phần.

2 Công thức Bayes

Định nghĩa 13 Cho hai biến cố A và B với $\mathrm{P}(A)>0$. Khi đó

$$\mathrm{P}\left(B\mid A\right)=\frac{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}\left(A\mid B\right)}{\mathrm{P}(A)}.$$

Công thức Bayes còn được viết dưới dạng $\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)}{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)+\mathrm{P}\left(\overline{B}\right)\cdot\mathrm{P}\left(A\mid\overline{B}\right)}$.

3 Tính xác suất theo công thức xác suất toàn phần

Công thức xác suất toàn phần được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra. Khi áp dụng giải toán, biến cố cần tìm xác suất chi phối bởi hệ đầy đủ biến cố trước đó. Vì vậy, để giải toán xác suất này, ta cần:

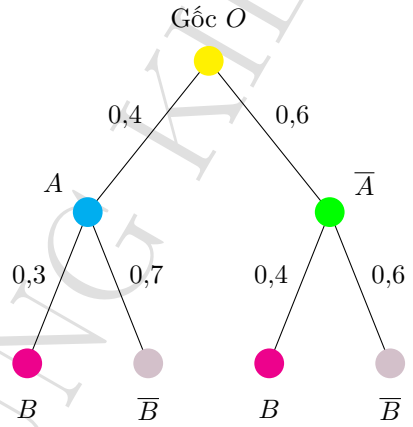
- Phân tích kỹ đề bài, linh hoạt liên tưởng vào thực tế.
- Xác định được nhóm biến cố đầy đủ ở giai đoạn đầu của sự việc mà bài toán đã đưa ra.
- Gọi tên biến cố xảy ra ở giai đoạn sau liên quan đến nhóm biến cố đầy đủ được xác định trước đó.
- Xác định xác suất của từng biến cố ở hệ đầy đủ, các xác suất có điều kiện của biến cố ở giai đoạn sau với từng biến cố trong hệ đầy đủ.
- Áp dụng công thức xác suất toàn phần nếu biến cố cần tìm xác suất là biến cố xảy ra ở giai đoạn sau.

4 Mô tả trực quan công thức xác suất toàn phần bằng sơ đồ hình cây

Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính

xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy. Kí hiệu A là biến cố "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy"; B là biến cố "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như hình bên.



- Trên nhánh cây OA và $O\overline{A}$ tương ứng ghi $\mathrm{P}(A)$ và $\mathrm{P}(\overline{A})$;
- Trên nhánh cây AB và $A\overline{B}$ tương ứng ghi $\mathrm{P}(B \mid A)$ và $\mathrm{P}(\overline{B} \mid A)$;
- Trên nhánh cây $\overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$ tương ứng ghi $\mathrm{P}(B \mid \overline{A})$ và $\mathrm{P}(\overline{B} \mid \overline{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\overline{A}B$. Vậy

$$\mathrm{P}(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}36.$$

5 Công thức Bayes tính xác suất

Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra. Khi áp dụng giải toán, biến cố cần tìm xác suất chi phối bởi hệ đầy đủ biến cố trước đó. Vì vậy, để giải toán xác suất này, ta cần:

- Phân tích kỹ đề bài, linh hoạt liên tưởng vào thực tế.
- Xác định được nhóm biến cố đầy đủ ở giai đoạn đầu của sự việc mà bài toán đã đưa ra.
- Gọi tên biến cố xảy ra ở giai đoạn sau liên quan đến nhóm biến cố đầy đủ được xác định trước đó.
- Xác định xác suất của từng biến cố ở hệ đầy đủ, các xác suất có điều kiện của biến cố ở giai đoạn sau với từng biến cố trong hệ đầy đủ.
- Nếu biết biến cố xảy ra trong giai đoạn sau, để xác định xác suất của một biến cố nào đó ở giai đoạn trước liên quan đến biến cố ở giai đoạn sau như thế nào ta sử dụng **Công thức Bayes**.

6 Ý nghĩa của công thức Bayes

Một nhà nghiên cứu quan tâm đến xác suất xảy ra của biến cố A. Theo tính toán ban đầu A có xác suất là $\mathrm{P}(A) = p$. Sau đó, nhà nghiên cứu có được thông tin rằng: "Biến cố B đã xảy ra". Với thông tin mới này, nhà nghiên cứu sẽ cập nhật lại hiểu biết của mình về khả năng xảy ra biến cố A, bằng cách tính $\mathrm{P}(A \mid B)$, xác suất của A khi biết B đã xảy ra. Công thức Bayes cho ta tính $\mathrm{P}(A \mid B)$.

C. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}3$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}5$. Xác suất của B với điều kiện A là

A. 0,3. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 2. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}5$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}8$ và $\mathrm{P}(AB) = 0{,}4$. Xác suất của B với điều kiện A là

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 0,5. **B.** 0,8. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** 1.

Câu 3. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}7$; $\mathrm{P}(B)=0{,}3$; $\mathrm{P}(AB)=0{,}2$. Xác suất của A với điều kiện $\overline{B}$ là

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 4. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}4$; $\mathrm{P}(B)=0{,}6$; $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}5$. Xác suất của biến cố $A\overline{B}$ là

A. 0,1. **B.** 0,2. **C.** 0,3. **D.** 0,16.

Câu 5. Cho hai biến cố độc lập A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}5$ và $\mathrm{P}(AB)=0{,}4$. Xác suất của B với điều kiện A là

A. 0,5. **B.** 0,8. **C.** 0,4. **D.** 0,2.

Câu 6. Cho hai biến cố độc lập A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}3$ và $\mathrm{P}(B)=0{,}7$. Xác suất của AB với điều kiện A là

A. 0,21. **B.** 0,3. **C.** 0,7. **D.** 0,4.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B với $\mathrm{P}(B)=0{,}6$; $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}7$ và $\mathrm{P}\left(A\mid \overline{B}\right)=0{,}4$. Khi đó, $\mathrm{P}(A)$ bằng

A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Câu 8. Cho A, B là các biến cố thỏa mãn $P\left(\overline{A}\cdot\overline{B}\right)=0{,}35$, $\mathrm{P}(A)=0{,}25$, $\mathrm{P}\left(B\mid A\right)=0{,}8$. Giá trị của $\mathrm{P}(B)$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 9. Cho hai biến cố A, B với $\mathrm{P}(B)=0{,}6$; $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}7$ và $\mathrm{P}(A\mid \overline{B})=0{,}4$. Khi đó, $\mathrm{P}(A)$ bằng

A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Câu 10. Cho hai biến cố A, B thoả mãn $\mathrm{P}(A)=0{,}4$; $\mathrm{P}(B)=0{,}3$; $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}25$. Khi đó, $\mathrm{P}(B\mid A)$ bằng

A. 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

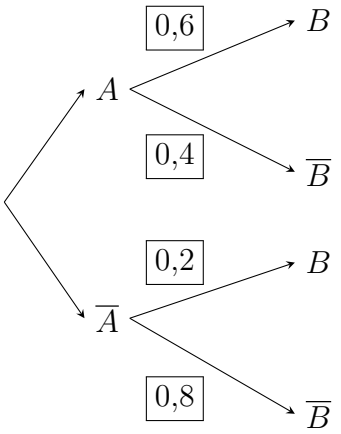
Câu 11. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}(A)$. Tỉ số $\frac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B\mid A)}$ là

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 12.

Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Biết $\mathrm{P}(A)=0{,}48$. Tính $\mathrm{P}(A\mid B)$ là

A. $\frac{26}{49}$. **B.** $\frac{36}{49}$. **C.** $\frac{15}{39}$. **D.** $\frac{36}{59}$.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 13. Một hộp chứa 4 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ và 1 viên bi màu vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Ngọc lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Xác suất viên bi lấy ra màu vàng biết rằng nó không có màu đỏ là

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 14. Có hai hộp bi. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thu chọn ngẫu nhiên một hộp bi và từ đó lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi. Xác suất viên bi chọn ra có màu xanh, biết rằng bạn Thu chọn được hộp thứ hai là

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 15. Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Đông chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất hai viên bi lấy từ hộp thứ hai đều có màu đỏ, biết rằng viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh là

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 16. Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hạ chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất ba viên bi lấy ra đều có màu xanh là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Câu 17. Một hộp chứa 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 20. Bạn Linh lấy ra ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất của biến cố tấm thẻ được chọn được đánh số chia hết cho 10 biết rằng số trên tấm thẻ đó chia hết cho 3 là

A. $\frac{3}{20}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** 0. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 18. Linh chọn ngẫu nhiên dãy gồm 3 chữ số để làm mã số của va li, mỗi chữ số có thể là một chữ số bất kì từ 0 đến 9. Xác suất để dãy số được chọn gồm 3 chữ số giống nhau là

A. $\frac{1}{90}$. **B.** $\frac{1}{111}$. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** $\frac{10}{999}$.

Câu 19. Hai bạn Tuấn và Sơn bắn mỗi người 1 viên đạn vào 1 bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng mục tiêu của Tuấn và Sơn lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết rằng có ít nhất một bạn bắn trúng mục tiêu, xác suất để Tuấn bắn trúng mục tiêu là

A. $\frac{45}{47}$. **B.** 0,8. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{40}{47}$.

Câu 20. Bạn Loan phải trả lời 2 câu hỏi. Xác suất trả lời đúng câu hỏi thứ nhất là 0,6. Xác suất trả lời đúng câu hỏi thứ hai là 0,3 nếu bạn Loan trả lời sai câu hơi thứ nhất. Xác suất Loan trả lời sai cả hai câu hòi là

A. 0,28. **B.** 0,18. **C.** 0,9. **D.** 0,12.

Câu 21. Có hai chiếc hộp giống nhau. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn chọn ngẫu nhiên một hộp bi và từ đó lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi. Xác suất viên bi được chọn có màu xanh là

A. $\frac{9}{17}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{39}{140}$. **D.** $\frac{39}{70}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 22. Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thảo chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có cùng màu là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{22}{45}$.

Câu 23. Có hai chiếc hộp giống nhau. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn chọn ngẫu nhiên một hộp bi và từ đó lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi. Biết rằng viên bi được lấy ra có màu đỏ, xác suất bạn Sơn chọn hộp thứ hai là

A. 0,6. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{31}{70}$. **D.** $\frac{21}{31}$.

Câu 24. Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng hai viên bi được lấy từ hộp thứ hai đều có màu đỏ, xác suất viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{17}{45}$. **D.** $\frac{10}{17}$.

Câu 25. Bạn Xuân có hai hộp thẻ. Hộp thứ nhất có 1 tấm thẻ xanh và 5 tấm thẻ đỏ. Hộp thứ hai có 4 tấm thẻ xanh và 5 tấm thẻ đỏ. Các tấm thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Xuân chọn ngẫu nhiên 2 tấm thẻ từ hộp thứ nhất, bỏ vào hộp thứ hai rồi chọn ra ngẫu nhiên 2 tấm thẻ từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 thẻ lấy ra lần hai đều có màu đỏ, xác suất để 2 thẻ lấy ra lần một cùng màu là

A. $\frac{14}{36}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{19}{36}$. **D.** $\frac{14}{19}$.

Câu 26. Điều tra ở một doanh nghiệp thấy có 45% nhân viên là nữ. Có 40% nhân viên nữ và 60% nhân viên nam hài lòng với mức lương hiện tại. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp. Biết rằng nhân viên đó hài lòng với mức lương hiện tại, tính xác suất nhân viên đó là nữ

A. 0,49. **B.** 0,51. **C.** $\frac{11}{17}$. **D.** $\frac{6}{17}$.

Câu 27. Bạn Quỳnh tham gia một cuộc thi khám phá tri thức. Bộ câu hỏi của cuộc thi gồm 10 câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên và 15 câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội. Xác suất Quỳnh trả lời đúng một câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên là 0,6 và một câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội là 0,8. Quỳnh chọn ngẫu nhiên 1 câu hỏi trong bộ câu hỏi. Xác suất để Quỳnh trả lời đúng câu hỏi đó là

A. 0,52. **B.** 0,91. **C.** 0,48. **D.** 0,72.

Câu 28. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh A là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh A là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Xác suất người đó mắc bệnh A là

A. 0,0325. **B.** 0,018. **C.** 0,092. **D.** 0,0525.

Câu 29. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là

A. $\frac{5}{14}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn được một quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện. Giả sử quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên, xác suất quyển sách đó ở phòng A là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 31. Một hộp chứa 4 viên bi màu xanh, 1 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hải lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp.

Phát biểu	Đ	S
a) Số cách lấy bi của Hải là 42.		
b) Xác suất của biến cố hai viên bi được lấy ra không có viên bi màu đỏ nào là $\frac{6}{7}$.		
c) Xác suất của biến cố hai viên bi được lấy ra đều có màu vàng là $\frac{1}{21}$.		
d) Xác suất hai viên bi được lấy ra đều có màu vàng biết rằng trong hai viên bi đó không có viên bi màu đỏ nào là $\frac{1}{15}$.		

Câu 32. Để nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai lô đất thí nghiệm M, N khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của cây đó trên các lô đất M và N lần lượt là 0,56 và 0,62. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xét các biến cố:

- A: "Cây phát triển bình thường trên lô đất M";
- B: "Cây phát triển bình thường trên lô đất N".

Phát biểu	Đ	S
a) Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B, A và $\overline{B}$ là độc lập.		
b) Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ không là hai biến cố xung khắc.		
c) $\mathrm{P}(\overline{A}) = 0{,}56; \mathrm{P}(\overline{B}) = 0{,}62$.		
d) Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là 0,4856.		

Câu 33. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ là $\frac{1}{2}$.		
b) Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $\frac{6}{11}$.		
c) Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $\frac{7}{11}$.		
d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $\frac{13}{22}$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 34. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

- A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";
- B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A) = 0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}(B) = 0{,}625$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}75$.		
d) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0{,}48$.		

Câu 35. Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính (Làm tròn đến hàng phần trăm.)

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để thứ Ba trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy là 0,4.		
b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,4.		
c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,4 .		
d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy là 0,36 .		

Câu 36. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\dfrac{9}{10}$.		
b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\dfrac{1}{19}$.		
c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\dfrac{9}{190}$.		
d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\dfrac{189}{190}$.		

Câu 37. Cho $\mathrm{P}(A) = \dfrac{4}{5}$; $\mathrm{P}(B \mid A) = \dfrac{2}{3}$; $\mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right) = \dfrac{1}{4}$. Giá trị của $\mathrm{P}(A \mid B)$ là

A. $\dfrac{33}{35}$. **B.** $\dfrac{32}{35}$. **C.** $\dfrac{9}{35}$. **D.** $\dfrac{26}{35}$.

Câu 38. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

Phát biểu	Đ	S

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nữ là 0,18.		
b) Xác suất học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật nếu là học sinh nam là 0,15.		
c) Xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật là 0,1656.		
d) Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Xác suất học sinh đó là nam là $\frac{13}{23}$.		

Câu 39. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%.
Xét biến cố A: "Thư đó là thư rác". Xét biến cố B: "Thư đó bị chặn".

Phát biểu	Đ	S
a) Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Xác suất để đó là thư rác là $\mathrm{P}(A \mid B)$.		
b) Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Xác suất để đó là thư rác là $\frac{282}{385}$.		
c) Chọn ngẫu nhiên một thư không bị chặn. Xác suất để đó là thư đúng là $\frac{3201}{3206}$.		
d) Trong số các thư không bị chặn, có khoảng 2,56% là thư rác.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 40. Khi phát hiện một vật thể bay, xác suất một hệ thống radar phát cảnh báo là 0,9 nếu vật thể bay đó là mục tiêu thật và là 0,05 nếu đó là mục tiêu giả. Có 99% các vật thể bay là mục tiêu giả. Tính xác suất để radar phát hiện cảnh báo khi phát hiện một vật thể bay. (*Làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 41. Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng thứ nhất sản xuất 60% và phân xưởng thứ hai sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của từng phân xưởng lần lượt là 16% và 20%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy. Tính xác suất để lấy được phế phẩm. (*Làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 42. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 43. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)? KQ: | | | | |

Câu 44. Bạn Vân tham gia một cuộc thi về khoa học xã hội. Bộ câu hỏi của cuộc thi gồm 10 câu hỏi lịch sử và 15 câu hỏi địa lí. Xác suất Vân trả lời đúng một câu hỏi lịch sử là 0,6 và một câu hỏi địa lí là 0,8. Vân chọn ngẫu nhiên 1 câu hỏi trong bộ câu hỏi. Biết rằng Vân trả lời đúng câu hỏi đó, tính xác suất để đó là câu hỏi lịch sử (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 45. Hai bạn Tài và Đức mỗi người thực hiện một thí nghiệm một cách độc lập với nhau. Xác suất thực hiện thành công thí nghiệm của Tài và Đức lần lượt là 0,6 và 0,7. Biết rằng có ít nhất một người thực hiện thành công thí nghiệm, tính xác suất của biến cố có đúng một trong hai người thực hiện thành công thí nghiệm (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 46. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hải lần lượt lấy ra từng viên bi ra khỏi hộp một cách ngẫu nhiên cho đến khi lấy được bi xanh thì dừng lại. Viên bi lấy ra không được cho lại vào hộp. Tính xác suất của biến cố Hải lấy được bi xanh ở lần lấy bi thứ 3 (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 47. Một hộp chứa 8 tấm thẻ cùng kích thước, trong đó có 1 thẻ may mắn. Các bạn An, Bi, Cá, Du lần lượt mỗi người lấy ra ngẫu nhiên 2 thẻ từ hộp cho đến khi lấy được thẻ may mắn. Thẻ đã lấy ra không được trả lại hộp. Tính xác suất của biến cố Cá lấy được thẻ may mắn. KQ: | | | | |

Câu 48. BLOK là một phần mềm phát hiện và ngăn chặn các trang web có chứa mã độc. Nếu một trang web có mã độc, BLOK sẽ bật cảnh báo với xác suất 0,99. Ngược lại, nếu một trang web không có mã độc, BLOK có thể bật cảnh báo với xác suất 0,001. Thống kê trong các trang web bị cảnh báo, có 66% thực sự chứa mã độc. Xác suất một trang web có chứa mã độc là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương, $b < 650$. Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 49. Tỉ lệ mắc bệnh Z trong cộng đồng là 10%. Một xét nghiệm nhanh TZ cho kết quả dương tính với 90% các ca mắc bệnh Z. Một khảo sát cho thấy có 60% trong những người có kết quả xét nghiệm nhanh TZ dương tính thực sự mắc bệnh Z. Một người làm xét nghiệm và có kết quả âm tính, tính xác suất người đó thực sự không mắc bệnh Z (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 7

ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

A. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1 Lý thuyết

Định lí 2 Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên K.

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên K.

Định lí 3 Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên K, và

- $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in K$ và $f'(x)=0$ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.
- $f'(x)\leq 0$ với mọi $x\in K$ và $f'(x)=0$ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số nghịch biến trên K.

2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức

- **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số.
- **Bước 2.** Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm x_1; x_2;...; x_n thuộc $\mathscr{D}$ mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.
- **Bước 3.** Sắp xếp các điểm x_1; x_2;...; x_n theo thứ tự tăng dần, xét dấu $f'(x)$ và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4.** Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

3 Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến, nghịch biến trên một khoảng

a) Tìm m để hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định

- Đối với các hàm số sơ cấp $y=f(x)$, nói chung ta có
  - Hàm số đồng biến (tăng) trên $\mathscr{D}\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.
  - Hàm số nghịch biến (giảm) trên $\mathscr{D}\Leftrightarrow y'\leq 0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.
- Hàm số bậc ba có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$.
  - Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
  - Hàm số đồng biến (tăng) trên $\mathscr{D}\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'}>0 \\ \Delta_{y'}\leq 0. \end{cases}$
  - Hàm số nghịch biến (giảm) trên $\mathscr{D}\Leftrightarrow y'\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'}<0 \\ \Delta_{y'}\leq 0. \end{cases}$
- Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq 0$ và $ad\neq bc$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

— Tập xác định $\mathscr{D} = \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$. Đạo hàm $y' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

— Hàm số đồng biến (tăng) trên từng khoảng của $\mathscr{D} \Leftrightarrow y' > 0,\ \forall x \in \mathscr{D} \Leftrightarrow ad - bc > 0$.

— Hàm số nghịch biến (giảm) trên từng khoảng của $\mathscr{D} \Leftrightarrow y' < 0,\ \forall x \in \mathscr{D} \Leftrightarrow ad - bc < 0$.

Hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $a \neq 0, m \neq 0$.

— Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus \left\{-\dfrac{n}{m}\right\}$. Đạo hàm $y' = \dfrac{am \cdot x^2 + 2an \cdot x - mc}{(mx+n)^2}$.

— Đặt $g(x) = amx^2 + 2anx + bn - mc$.

— Hàm số đồng biến (tăng) trên từng khoảng xác định của $\mathscr{D}$

$\Leftrightarrow\ y' \geq 0, \forall x \in \mathscr{D}$

$\Leftrightarrow\ am > 0$ và $amx^2 + 2anx + bn - mc = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm.

$\Leftrightarrow\ \begin{cases} am > 0 \\ \Delta_{g(x)} \leq 0. \end{cases}$

— Hàm số nghịch biến (giảm) trên từng khoảng của $\mathscr{D}$

$\Leftrightarrow\ y' \leq 0,\ \forall x \in \mathscr{D}$

$\Leftrightarrow\ am < 0$ và $amx^2 + 2anx + bn - mc = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm.

$\Leftrightarrow\ \begin{cases} am < 0 \\ \Delta_{g(x)} \leq 0. \end{cases}$

— *Công thức trên áp dụng cho hàm số có điều kiện là $a \neq 0, m \neq 0$. Trong trường hợp a và m chưa chắc khác 0 thì ta phải xét $a = 0, m = 0$ trước.*

— *Nếu đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu (tức là $-\dfrac{n}{m}$ không là nghiệm của tử)) thì trong các công thức trên, $\Delta_{g(x)}$ có thể không có dấu bằng "=".*

Tìm tham số m để hàm số đồng biến, nghịch biến trên khoảng, đoạn, nửa khoảng K.

Phương pháp tổng quát: Đối với các hàm số sơ cấp $y = f(x)$, nói chung ta có

— Hàm số đồng biến (tăng) trên $K \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in K$.

— Hàm số nghịch biến (giảm) trên $K \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in K$.

Phương pháp hàm số (phương pháp cô lập tham số m): dựa vào việc tìm GTLN, GTNN của một hàm số $g(x)$ trên K để tìm điều kiện cho m): Chỉ áp dụng cho các bài cô lập được tham số m trong điều kiện $y' \geq 0, \forall x \in K$ hoặc $y' \leq 0, \forall x \in K$.

— **Bước 1.** Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.

— **Bước 2.** Cô lập (tách) m (hay biểu thức chứa m) ra khỏi biến x và chuyển m về một vế. Đặt vế còn lại là $g(x)$.

— **Bước 3.** Lập bảng biến thiên của $g(x)$.

— **Bước 4.** Kết luận: Theo quy tắc "Lớn hơn hoặc bằng số lớn – Nhỏ hơn hoặc bằng số nhỏ".

Tìm m để hàm số bậc ba đồng biến hoặc nghịch biến trên khoảng, đoạn, nửa khoảng K.

Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$, $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

— **Trường hợp 1.** Cô lập được tham số m: Sử dụng phương pháp này.

— **Trường hợp 2.** Không cô lập được tham số m:

+ Nếu $\Delta \leq 0$: Khi đó y' cùng dấu với a. Tức là:

- Nếu $a > 0$ thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên K.
- Nếu $a < 0$ thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số nghịch biến trên K.

+ Nếu $\Delta > 0$: Khi đó $y' = f'(x)$ có 2 nghiệm x_1, x_2 và đổi dấu khi qua hai nghiệm.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$	cùng dấu với a	0	trái dấu với a	0	cùng dấu với a		

Dựa vào đề bài, so sánh x_1, x_2 với số $a \in \mathbb{R}$ để tìm ra m.

Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và số $a \in \mathbb{R}$. Khi đó

- $a < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}(x_1-a)(x_2-a)>0\\ x_1+x_2>2a.\end{cases}$
- $x_1 < x_2 < a \Leftrightarrow \begin{cases}(x_1-a)(x_2-a)>0\\ x_1+x_2<2a.\end{cases}$
- $x_1 < a < x_2 \Leftrightarrow (x_1-a)(x_2-a)<0.$

b) Tìm m để hàm $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq 0, ad-bc\neq 0$ đồng biến, nghịch biến trên khoảng, đoạn, nửa khoảng K

- Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in K \Leftrightarrow \begin{cases}ad-bc>0\\ -\dfrac{d}{c}\notin K.\end{cases}$
- Hàm số nghịch biến trên $K \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in K \Leftrightarrow \begin{cases}ad-bc<0\\ -\dfrac{d}{c}\notin K.\end{cases}$

c) Tìm m để hàm $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $a\neq 0, m\neq 0$ đồng biến, nghịch biến trên khoảng, đoạn, nửa khoảng K

- Ta có $y'=\dfrac{amx^2+2anx+bn-mc}{(mx+n)^2}$. Đặt $g(x)=amx^2+2anx+bn-mc$.
- Hàm số đồng biến trên K

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y'\geq 0, \forall x\in K\\ -\dfrac{n}{m}\notin K\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}amx^2+2anx+bn-mc\geq 0, \forall x\in K\\ -\dfrac{n}{m}\notin K\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}am>0\\ \Delta_{g(x)}\leq 0\\ -\dfrac{n}{m}\notin K.\end{cases}$$

- Hàm số nghịch biến trên K

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y'\leq 0, \forall x\in K\\ -\dfrac{n}{m}\notin K\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}amx^2+2anx+bn-mc\leq 0, \forall x\in K\\ -\dfrac{n}{m}\notin K\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}am<0\\ \Delta_{g(x)}\leq 0\\ -\dfrac{n}{m}\notin K.\end{cases}$$

d) Tìm m để hàm số bậc ba đơn điệu trên khoảng (đoạn) có độ dài đúng bằng số k

- Tìm tập xác định $\mathscr{D}$. Tính đạo hàm y'. Tính Δ và xét 2 trường hợp $\Delta \leq 0$ và $\Delta > 0$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$|x_1 - x_2| = k \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = k^2$, *sử dụng định lý Vi-ét đưa về phương trình theo* m.

4 Ứng dụng sự biến thiên của hàm số để giải phương trình, bất phương trình

Định lí 4 Nếu $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) và liên tục trên $\mathscr{D}$ thì số nghiệm trên $\mathscr{D}$ của phương trình $f(x) = a$ không nhiều hơn một và với mọi $u,\ v \in \mathscr{D}$, ta có

$$f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v.$$

Định lí 5 Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đơn điệu ngược chiều và liên tục trên $\mathscr{D}$ thì số nghiệm trên $\mathscr{D}$ của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn một.

Định lí 6 Nếu $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathscr{D}$ thì $f(x) > f(a) \Leftrightarrow x > a$ và nếu $f(x)$ luôn nghịch biến trên $\mathscr{D}$ thì $f(x) > f(a) \Leftrightarrow x < a$, với $a, x \in \mathscr{D}$.

Định lí 7 Nếu $f(x)$ có đạo hàm cấp k và liên tục trên $\mathscr{D}$, đồng thời $f^{(k)}(x) = 0$ có đúng m nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x) = 0$ có không quá $m + k$ nghiệm trên $\mathscr{D}$.

5 Toán thực tế sử dụng tính đồng biến, nghịch biến

1) Chọn một hoặc một số chữ cái $x, a, b, \ldots$ gọi là biến để biểu thị những đại lượng chưa biết và viết biểu thức biểu thị đại lượng, kí hiệu P, cần tìm sự thay đổi theo các biến đó.
2) Viết lại biểu thức P thành biểu thức chứa một biến, chẳng hạn là x, bằng cách biểu thị các biến khác theo biến x nhờ các dữ kiện đề bài đã cho. Từ đó, ta nhận được hàm số xác định bởi công thức $P = f(x)$.
3) Xác định tập hợp $\mathscr{D}$ gồm các giá trị mà biến x có thể nhận.
4) Xét tính đồng biến nghịch biến dựa trên bảng xét dấu hoặc bảng biến thiên của hàm số.
5) Kết luận.

6 Tính đơn điệu của hàm hợp

$$y' = [f(u)]' = u' \cdot f'(u).$$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

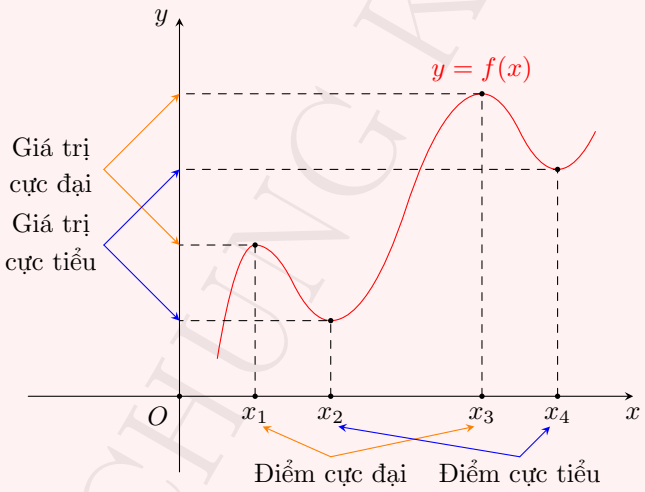
B. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

1 Lý thuyết

Định nghĩa 14

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathscr{D}$ và $x_0 \in \mathscr{D}$.

- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset \mathscr{D}$ sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b)\setminus\{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực đại**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $y=f(x)$, kí hiệu $y_{\text{CĐ}}$.
- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset \mathscr{D}$ sao cho $f(x)>f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b)\setminus\{x_0\}$, thì x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $y=f(x)$, kí hiệu y_{CT}.



*a) Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị** của hàm số. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị (còn gọi là cực trị)** của hàm số.*

b) Nếu x_0 là một điểm cực trị (điểm cực đại, điểm cực tiểu) của hàm số $y=f(x)$ thì ta cũng nói hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị (cực đại, cực tiểu) tại x_0.

c) Hàm số có thể đạt cực đại và cực tiểu tại nhiều điểm trên $\mathscr{D}$.

d) Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì điểm $M(x_0;f(x_0))$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Định lí 8 Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó

- Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x \in (a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x \in (x_0;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0;
- Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x \in (a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x \in (x_0;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

x	a		x_{CT}		b
$f(x)'$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	y_{CT}	↗	

x	a		$x_{\text{CĐ}}$		b
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$y_{\text{CĐ}}$	↘	

2 Nhắc lại về tam thức bậc hai không đổi dấu trên

- Cho tam thức ax^2+bx+c $(a \neq 0)$ với $\Delta=b^2-4ac$ hoặc $\Delta'=b'^2-ac$, $b'=\dfrac{b}{2}$. Khi đó

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- $ax^2+bx+c \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$
- $ax^2+bx+c \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$
- $ax^2+bx+c > 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$
- $ax^2+bx+c < 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$

3 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức

a) Cách tìm cực trị hàm số theo dấu hiệu 1.

- Tìm tập xác định của hàm số.
- Tính $f'(x)$. Tìm các điểm mà tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không tồn tại.
- Lập bảng biến thiên.
- Từ bảng biến thiên, suy ra các điểm cực trị, giá trị cực trị.

b) Cách tìm cực trị hàm số theo dấu hiệu 2.

- Tìm tập xác định của hàm số.
- Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)=0$, tìm nghiệm x_0.
- Tính $f''(x)$.
  - Nếu $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số ("**âm**" lồi).
  - Nếu $f''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số ("**dương**" lõm).

- *Đối với hàm chứa dấu trị tuyệt đối, ta cần phá dấu trị tuyệt đối trước khi tính đạo hàm.*
- *Đối với hàm chứa căn thức, hay phân thức thì phải chú ý tới tập xác định của các hàm này.*
- *Đối với các nghiệm của $f'(x)=0$, ta cần chú ý tới tính chất của nghiệm là bội chẵn hay bội lẻ để xác định dấu của $f'(x)$.*
- *Đạo hàm của hàm số hợp $(f(u(x)))' = f'(u(x)) \cdot u'(x)$ hay $f'_x = f'_u \cdot u'_x$.*

4 Tìm tham số để hàm số đạt cực trị tại một điểm

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathscr{D}$.

- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset \mathscr{D}$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b)\backslash\{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực đại**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $y=f(x)$, kí hiệu $y_{\text{CĐ}}$.
- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset \mathscr{D}$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b)\backslash\{x_0\}$, thì x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $y=f(x)$, kí hiệu y_{CT}.
- Để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=x_0$ thì x_0 thuộc tập xác định, tại x_0 đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc không xác định và đạo hàm đổi dấu qua điểm đó.
- Để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=x_0$ thì x_0 thuộc tập xác định, tại x_0 đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc không xác định và đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm qua điểm đó.
- Để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=x_0$ thì x_0 thuộc tập xác định, tại x_0 đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc không xác định và đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương qua điểm đó.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Tìm m để hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 cho trước ($f(x)$ có đạo hàm tại x_0):
  - Giải điều kiện $f'(x_0)=0$, tìm m.
  - Lập bảng xét dấu đạo hàm (hoặc bảng biến thiên) với m vừa tìm được và chọn giá trị m nào thỏa mãn yêu cầu.

5 Tìm tham số m để hàm số bậc ba có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

Quy tắc 1:

- **Bước 1.** Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.
- **Bước 2.** Tìm các điểm $x_i (i=1;2;...)$ mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm.
- **Bước 3.** Lập bảng biến thiên hoặc bảng xét dấu $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_i thì hàm số đạt cực trị tại x_i

Quy tắc 2:

- **Bước 1.** Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.
- **Bước 2.** Tìm các nghiệm $x_i (i=1;2;...)$ của phương trình $f'(x)=0$.
- **Bước 3.** Tìm $f''(x)$ và tính $f'(x_i)$.
  - Nếu $f''(x_i)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_i.
  - Nếu $f''(x_i)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_i.

6 Tìm tham số m để hàm trùng phương có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

- Hàm số có ba điểm cực trị khi $ab<0$.
- Hàm số có đúng một điểm cực trị khi $ab\geq 0$ và a, b không đồng thời bằng 0.

7 Tìm điều kiện của tham số để hàm $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$, với $a,d\neq 0$ có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

- Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị (nếu có) của đồ thị hàm số $f(x)$ là

$$y=\frac{(ax^2+bx+c)'}{(dx+e)}=\frac{2ax+b}{d}.$$

- Đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng là giao của hai đường tiệm cận. Do đó nếu đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị thì I là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm này.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

1 Lý thuyết

Định nghĩa 15 Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathscr{D}$.

- Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\mathscr{D}$ nếu $f(x)\le M$ với mọi x thuộc $\mathscr{D}$ và tồn tại x_0 thuộc $\mathscr{D}$ sao cho $f(x_0)=M$. Kí hiệu $M=\max\limits_{\mathscr{D}} f(x)$.
- Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\mathscr{D}$ nếu $f(x)\ge m$ với mọi x thuộc $\mathscr{D}$ và tồn tại x_0 thuộc $\mathscr{D}$ sao cho $f(x_0)=m$. Kí hiệu $m=\min\limits_{\mathscr{D}} f(x)$.

Ta quy ước khi chỉ nói giá trị lớn nhất hay giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ (mà không cho rõ tập hợp $\mathscr{D}$) thì ta hiểu đó là giá trị lớn nhất hay giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập xác định của nó.

Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số thường được tìm bằng cách sử dụng đạo hàm và bảng biến thiên.

2 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn

- **Bước 1.** Tìm các điểm x_1, x_2,..., x_n thuộc khoảng $(a;b)$ mà tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.
- **Bước 2.** Tính $f(x_1)$, $f(x_2)$,..., $f(x_n)$, $f(a)$ và $f(b)$.
- **Bước 3.** Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được ở **Bước 2.** Khi đó

$$M=\max_{[a;b]} f(x);\ m=\min_{[a;b]} f(x).$$

- *Khi tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của một hàm số mà không yêu cầu trên tập nào thì ta mặc định tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số đó trên tập xác định của nó.*
- *Khi thực hiện đổi biến số $t=t(x)$.*
  Ta viết lại hàm số $y=f(x)$ thành hàm số theo t là $y=f(x)=g(t)$.
  Gọi T là miền giá trị của hàm số $t=t(x)$ với $x\in X$.
  Khi đó

$$\max_{x\in X} f(x)=\max_{t\in T} g(t) \text{ và } \min_{x\in X} f(x)=\min_{t\in T} g(t).$$

3 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng

- **Bước 1.** Tính đạo hàm $f'(x)$, giải phương trình $f'(x)=0$.
- **Bước 2.** Lập bảng biến thiên.
- **Bước 3.** Dựa vào bảng biến thiên và kết luận.

4 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất dựa vào đồ thị, bảng biến thiên

- Dựa vào đồ thị, bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, xác định điểm cao nhất, thấp nhất trên khoảng và từ đó xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Dựa vào đồ thị, bảng biến thiên, bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$, lập bảng biến thiên của $f(x)$ và từ đó kết luận min, max.

5 Ứng dụng GTLN, GTNN tìm điều kiện của m để phương trình $f(x,m)=0$ có nghiệm

- **Bước 1.** Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.
- **Bước 2.** Biến đổi để đưa phương trình đã cho về dạng $g(x)=h(m)$. Chuyển bài toán về dạng: Tìm điều kiện của m để phương trình $g(x)=h(m)$ có nghiệm.
- **Bước 3.** Tìm GTLN, GTNN của $g(x)$ hoặc tập giá trị của $g(x)$ để suy ra điều kiện của m.

6 Toán thực tế ứng dụng khái niệm GTLN, GTNN của hàm số

a) Bài toán thông thường.

- Biểu diễn dữ kiện cần đạt max – min qua một hàm $f(t)$.
- Khảo sát hàm $f(t)$ trên miền điều kiện của hàm và suy ra kết quả.

b) Các bài toán liên quan chuyển động.

- Nếu phương trình chuyển động của vật là $s=f(t)$ thì $v(t)=f'(t)$ là vận tốc tức thời của vật tại thời điểm t.
- Một vật chuyển động có phương trình $s=f(t)$ thì đạo hàm cấp hai (nếu có) là gia tốc tức thời của chuyển động. Ta có $a(t)=f''(t)$.

c) Một số dạng khác.

- Nếu hàm số $T=f(t)$ biểu thị nhiệt độ T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại thời điểm t_0.
- Cường độ tức thời của điện lượng $Q=Q(t)$ tại thời điểm là $I(t_0)=Q'(t_0)$.

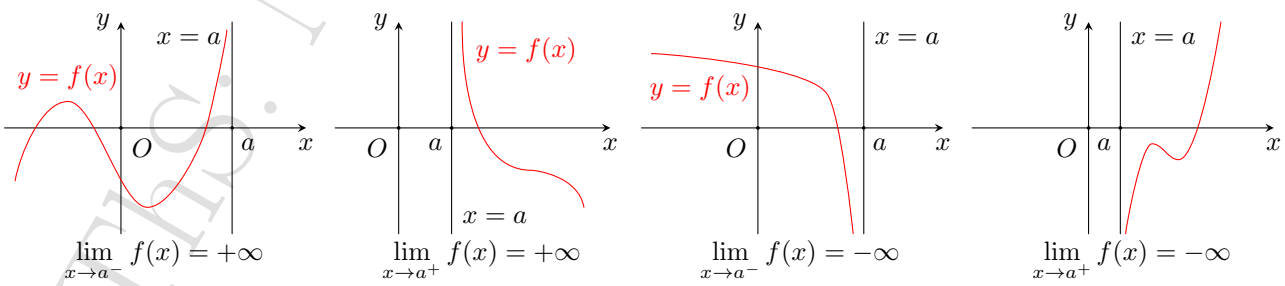
D. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1 Lý thuyết

Định nghĩa 16 Đường thẳng $x=a$ được gọi là một ***đường tiệm cận đứng*** (hay ***tiệm cận đứng***) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thoả mãn:

$$\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty,\ \lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty.$$

Đường thẳng $x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ được minh hoạ như hình dưới.

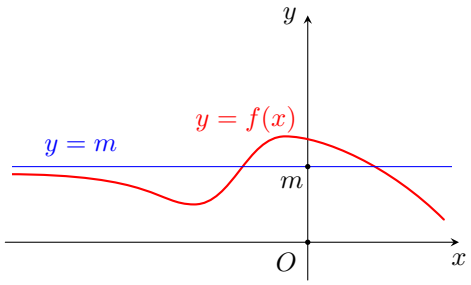


TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

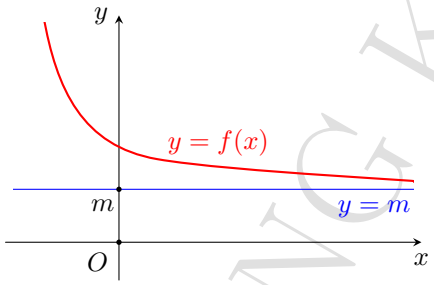
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Định nghĩa 17 Đường thẳng $y = m$ được gọi là một ***đường tiệm cận ngang*** (hay ***tiệm cận ngang***) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = m$.

Đường thẳng $y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh hoạ như hình dưới.



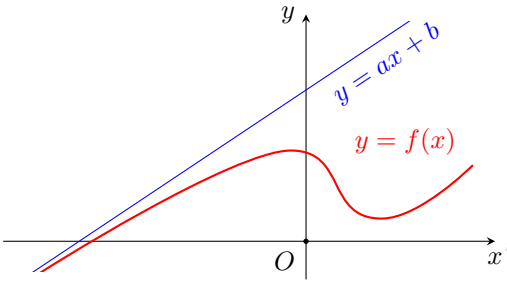
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = m$



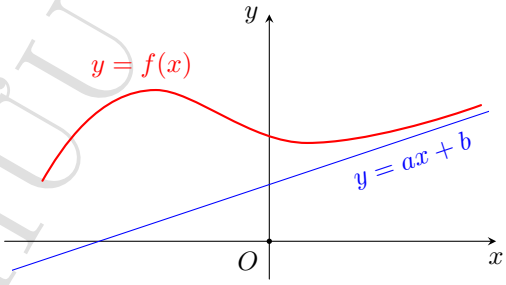
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = m$

Định nghĩa 18 Đường thẳng $y = ax+b$, $a \neq 0$, được gọi là ***đường tiệm cận xiên*** (hay ***tiệm cận xiên***) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$.

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh hoạ như hình dưới.



$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$



$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$

2 Tìm tiệm cận của đồ thị hàm phân thức, hàm căn thức

a) Các bước tìm tiệm cận đứng:

- Tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$.
- Tính giới hạn một bên tại x_0. Nếu xảy ra $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \infty$ thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

b) Các bước tìm tiệm cận ngang:

- Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
- Xem ở giá trị nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận có tiệm cận ngang ở giá trị đó.

c) Các bước tìm tiệm cận xiên $y = ax + b$**:** Ta xác định hệ số của a và b trong 2 trường hợp sau

- Tính $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - ax]$.
- Tính $a = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, $b = \lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - ax]$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- *Nếu $a=0$ thì tiệm cận xiên chính là tiệm cận ngang.*
- *Đối với hàm số phân thức $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$, ta có thể chia đa thức, biến đổi về dạng*
$$f(x)=a'x+b'+\frac{e}{mx+n},\ \text{với } e\neq 0$$
Suy ra $y=a'x+b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- *Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ luôn có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.*

3 Tìm tiệm cận của đồ thị hàm số dựa vào BBT hoặc đồ thị, tiệm cận hàm ẩn

a) Đường tiệm cận ngang

- Nhìn "vị trí" $\pm\infty$ để xác định đường TCN.
  - Nếu "vị trí" nào ra kết quả hữu hạn thì vị trí đó có TCN.
  - Nếu "vị trí" nào không tồn tại hoặc ra kết quả ∞ thì "vị trí" đó không có TCN.
- Sử dụng máy tính cầm tay: Nhập biểu thức $f(x)$.
  a) Bấm CALC $X=10^8$ để kiểm tra khi $x\to+\infty$.
  b) Bấm CALC $X=-10^8$ để kiểm tra khi $x\to-\infty$.

b) Đường tiệm cận đứng

- Nhìn "vị trí có hai gạch sọc" để xác định TCĐ.
  - Nếu "vị trí" nào xuất hiện ∞ thì vị trí đó là TCĐ.
  - Nếu "vị trí" nào không xuất hiện ∞ ở cả hai bên (giới hạn trái và giới hạn phải) thì vị trí đó không là TCĐ.
- Sử dụng máy tính cầm tay: Nhập biểu thức $f(x)$.
  a) Bấm CALC $X=x_0-0.000001$ để kiểm tra khi $x\to x_0^-$.
  b) Bấm CALC $X=x_0+0.000001$ để kiểm tra khi $x\to x_0^+$.

c) Đường tiệm cận xiên

- Nếu bậc của $P(x)$ bé hơn hay bằng bậc của $Q(x)$ hoặc lớn hơn bậc của $Q(x)$ từ hai bậc trở lên thì đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.
- Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x)$ một bậc và $P(x)$ không chia hết cho $Q(x)$ thì đồ thị hàm có tiệm cận xiên và ta tìm tiệm cận xiên bằng cách chia $P(x)$ cho $Q(x)$ và viết
$$f(x)=ax+b+\frac{R(x)}{Q(x)},\ \text{trong đó } \lim_{x\to+\infty}\frac{R(x)}{Q(x)}=0,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{R(x)}{Q(x)}=0.$$
Suy ra đường thẳng $y=ax+b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

4 Tiệm cận của đồ thị hàm số chứa tham số

Dựa vào định nghĩa các loại tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

5 Bài toán tiệm cận liên quan đến tính toán tọa độ giao điểm

- Xác định tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tùy theo yêu cầu của bài toán.
- Xác định giao điểm của tiệm cận của đồ thị hàm số với các đồ thị hàm số khác mà giả thiết cho, từ đó tính toán theo yêu cầu của bài toán.

E. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

1 Lý thuyết

- **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.
- **Bước 2.** Xét sự biến thiên của hàm số.
  - Tìm đạo hàm y' , xét dấu y' , xác định khoảng đơn điệu, cực trị (nếu có) của hàm số.
  - Tìm giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực của hàm số và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
  - Lập bảng biến thiên của hàm số.
- **Bước 3.** Vẽ đồ thị của hàm số.
  - Xác định các điểm cực trị (nếu có), giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (nếu có và dễ tìm), ...
  - Vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
  - Vẽ đồ thị hàm số.

2 Tiếp tuyến của đồ thị

a) Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ có hệ số góc k có phương trình là $y=k(x-x_0)+y_0$.

- $k=\tan\varphi$, với φ là góc hợp bởi đường thẳng Δ với chiều dương của trục Ox và $\varphi\neq 90^\circ$.
- Cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon y=k_1x+m_1$ và $\Delta_2\colon y=k_2x+m_2$.
  - $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$ và $m_1\neq m_2$.
  - $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1\cdot k_2=-1$.

b) Tiếp tuyến d của đồ thị hàm số $(C)\colon y=f(x)$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ là

$$d\colon y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0,\ k=f'(x_0).$$

Trong đó

- x_0 gọi là hoành độ tiếp điểm;
- y_0 là tung độ tiếp điểm, với $y_0=f(x_0)$;
- $f'(x_0)$ gọi là hệ số góc của tiếp tuyến.

3 Bài toán thực tế ứng dụng đồ thị hàm số

- Sử dụng đồ thị của hàm số hoặc công thức của hàm số để giải quyết yêu cầu của bài toán.
- Sử dụng bảng biến thiên của hàm số để giải quyết yêu cầu của bài toán.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

F. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $(\pi^9)' = 9\pi^8$. **B.** $(\pi^9)' = \pi^8$. **C.** $(\pi^9)' = \dfrac{\pi^{10}}{10}$. **D.** $(\pi^9)' = 0$.

Câu 2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $(x)' = \dfrac{x^2}{2}$. **B.** $(x)' = 1$. **C.** $(x)' = 0$. **D.** $(x)' = x^2$.

Câu 3. Với mỗi số nguyên dương n, đạo hàm của hàm số $y = x^n$ là

A. x^{n-1}. **B.** nx^n. **C.** nx^{n-1}. **D.** $\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$.

Câu 4. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ là

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **C.** $\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}$. **D.** $\sqrt{x^3}$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ là

A. $\sin x$. **B.** $\cos x$. **C.** $-\sin x$. **D.** $-\cos x$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

A. $\sin x$. **B.** $\cos x$. **C.** $-\sin x$. **D.** $-\cos x$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $\dfrac{-1}{\sin^2 x}$. **C.** $\dfrac{-1}{\cos^2 x}$. **D.** $\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $\dfrac{-1}{\sin^2 x}$. **C.** $\dfrac{-1}{\cos^2 x}$. **D.** $\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 9. Với mỗi a, $b \in \mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = \sin(ax+b)$ là

A. $\cos(ax+b)$. **B.** $-\cos(ax+b)$. **C.** $-a\cos(ax+b)$. **D.** $a\cos(ax+b)$.

Câu 10. Với mỗi a, $b \in \mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = \cos(ax+b)$ là

A. $-\sin(ax+b)$. **B.** $\sin(ax+b)$. **C.** $-a\sin(ax+b)$. **D.** $a\sin(ax+b)$.

Câu 11. Với mỗi $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, đạo hàm của hảm số $y = \sqrt{ax+b}$ là

A. $\dfrac{a}{\sqrt{ax+b}}$. **B.** $\dfrac{a}{2\sqrt{ax+b}}$. **C.** $\dfrac{1}{2\sqrt{ax+b}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{ax+b}}$.

Câu 12. Với mỗi $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $ad - bc \neq 0$, đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ là

A. $\dfrac{ad+bc}{(cx+d)^2}$. **B.** $\dfrac{-ad+bc}{(cx+d)^2}$. **C.** $\dfrac{ad-bc}{cx+d}$. **D.** $\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Câu 13. Cho hàm số $g(x)$ có đạo hàm. Hàm số $h(x) = -8 - 3g(x)$. Biết $g'(10) = 3$. Giá trị của $h'(10)$ bằng

A. -9. **B.** -18. **C.** -8. **D.** 0.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 3x$. Giá trị của $f'(-1)$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 15. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ tại $M\left(x_0;y_0\right)$ là

A. $y=f(x_0)\left(x-x_0\right)+f(x_0)$.
B. $y=f'(x_0)\left(x-x_0\right)-f(x_0)$.
C. $y=f'(x_0)\left(x-x_0\right)+f(x_0)$.
D. $y=f'(x_0)\left(x+x_0\right)+f(x_0)$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+1$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+1$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$ có phương trình là

A. $y=x$. **B.** $y=2x$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x-2$.

Câu 18. Phương trình chuyển động của vật là $s=s(t)$ (là một hàm số có đạo hàm). Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 được tính theo công thức nào sau đây?

A. $v\left(t_0\right)=s(t_0)$. **B.** $v\left(t_0\right)=s'(t)$. **C.** $v\left(t_0\right)=s'\left(t_0\right)$. **D.** $v\left(t_0\right)=t_4s'(t)$.

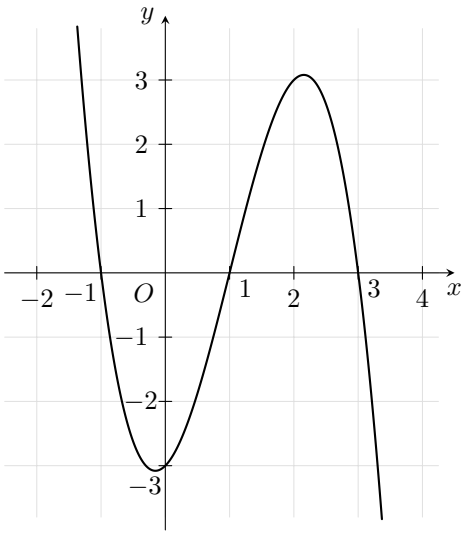
Câu 19. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S=t^3+3t^2+5t+2$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3$ s là

A. 24 m/s^2. **B.** 17 m/s^2. **C.** 14 m/s^2. **D.** 12 m/s^2.

Câu 20.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

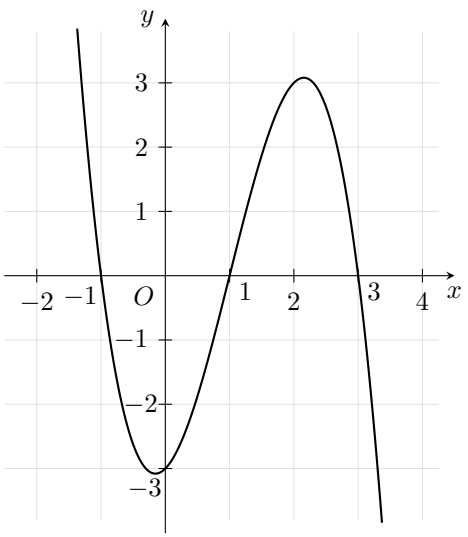
A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-2;-1)$.



Câu 21.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;4)$.

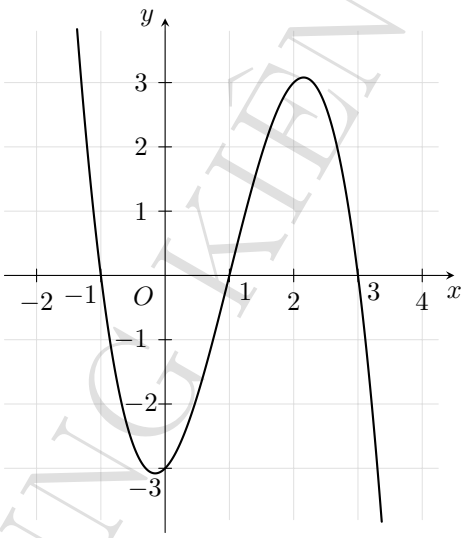


Câu 22.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

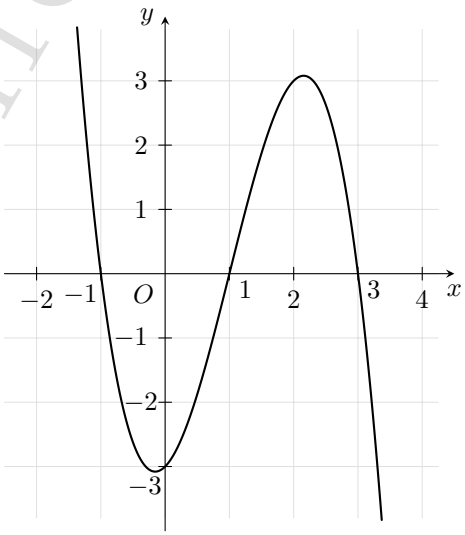
A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-1;1)$.



Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;1)$.



Câu 24.

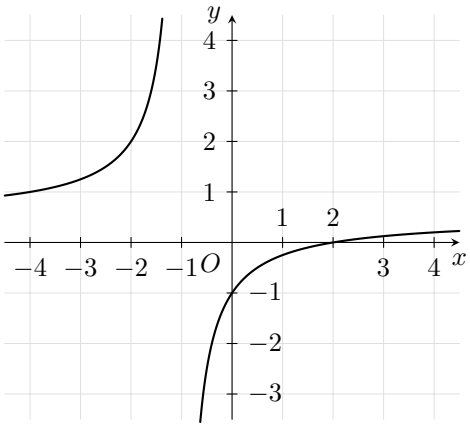
Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

C. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.



Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		2		5		8		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

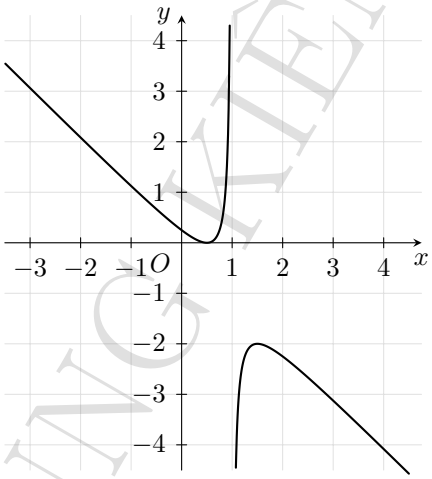
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(5;8)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(5;+\infty)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 26.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a,b,c,m,n\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		7		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;6)$ và nghịch biến trên khoảng $(8;9)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;6)$ và đồng biến trên khoảng $(8;9)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5;6)$ và đồng biến trên khoảng $(8;9)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5;6)$ và nghịch biến trên khoảng $(8;9)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ $(a,b,c,m,n\in\mathbb{R},am\neq 0)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		4		7		10		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(11;12)$. **B.** $(7;10)$. **C.** $(-\infty;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là x^2-3x+2. Hàm số nghịch biến trên

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $-2x^2-3x-1$. Hàm số đồng biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$.
C. $(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;\dfrac{-1}{2}\right)$.

Câu 33. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;0)$ và $(0;1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, đồng biến trên $(-1;1)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(0;1)$, nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 34. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$-\dfrac{1}{2}$	↗	$\dfrac{1}{2}$	↘	$-\infty$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

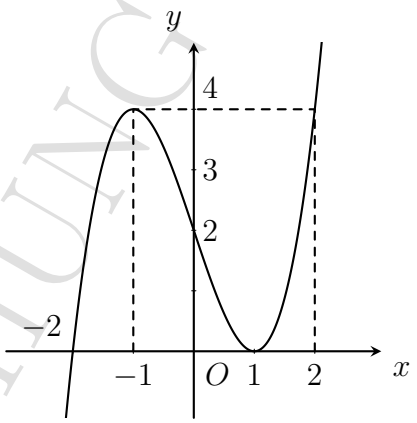
A. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ và đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$; $(0;+\infty)$ và đồng biến trên $(-1;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$; $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ và đồng biến trên $(-1;1)$.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Trả lời các câu hỏi từ **Câu 35.** đến **Câu 38.**



Câu 35. Diểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 36. Diểm cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 37. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 38. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Trả lời các câu hỏi từ **Câu 39.** đến **Câu 42.**

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Câu 39. Diểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 40. Diểm cực đại của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 41. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 42. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=1$ và có điểm cực đại là $x_2=8$.
B. Hàm số có điểm cực đại là $x_1=1$ và có điểm cực tiểu là $x_2=8$.
C. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1=1$ và $x_2=8$.
D. Hàm số có hai điểm cực đại là $x_1=1$ và $x_2=8$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		8		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=1$ và có điểm cực đại là $x_2=8$.
B. Hàm số có điểm cực đại là $x_1=1$ và có điểm cực tiểu là $x_2=8$.
C. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1=1$ và $x_2=8$.
D. Hàm số có hai điểm cực đại là $x_1=1$ và $x_2=8$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực tiểu.
B. Hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực tiểu.
C. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực tiểu.
D. Hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực tiểu.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực tiểu.
B. Hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực tiểu.
C. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực tiểu.
D. Hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực tiểu.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-x-2$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=-1$ và có điểm cực đại là $x_2=2$.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1=-1$ và $x_2=2$.
C. Hàm số có hai điểm cực đại là $x_1=-1$ và $x_2=2$.
D. Hàm số có điểm cực đại là $x_1=-1$ và có điểm cực tiểu là $x_2=2$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+x+6$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=-2$ và có điểm cực đại là $x_2=3$.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1=-2$ và $x_2=3$.
C. Hàm số có hai điểm cực đại là $x_1=-2$ và $x_2=3$.
D. Hàm số có điểm cực đại là $x_1=-2$ và có điểm cực tiểu là $x_2=3$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)<f(0), \forall x\in(-1;1)$ và $f(x)>f(5), \forall x\in(4;6)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=0$ và có điểm cực đại là $x_2=5$.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1=0$ và $x_2=5$.
C. Hàm số có hai điểm cực đại là $x_1=0$ và $x_2=5$.
D. Hàm số có điểm cực đại là $x_1=0$ và có điểm cực tiểu là $x_2=5$.

Câu 50. Cho hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

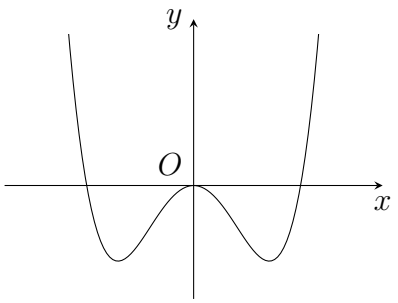
Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(0;3)$, điểm cực đại là $(2;-1)$.
B. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;3)$, điểm cực tiểu là $(2;-1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(3;0)$, điểm cực đại là $(-1;2)$.
D. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;0)$, điểm cực tiểu là $(-1;2)$.

Câu 51.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e, (a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số là

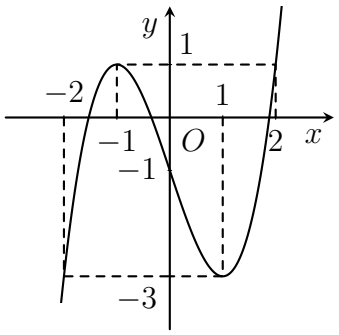
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3 .



Câu 52.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -3.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;5)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 5 .

Câu 54. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=6-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \forall \in \mathbb{R}$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[4;6]$ bằng

A. $f(4)$. **B.** $f(6)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(\sqrt{24})$.

Câu 55. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}-1, \forall x \in \mathbb{R}$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[4;6]$ là

A. $f(4)$. **B.** $f(6)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(\sqrt{24})$.

Câu 56. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Gía trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(-2;+\infty)$ bằng?

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 5.

Câu 57. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2-\dfrac{2x}{x^2+1}, \forall x \in \mathbb{R}$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[4;6]$ là

A. $f(4)$. **B.** $f(6)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(\sqrt{24})$.

Câu 58. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-\sin x \cdot \cos x-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[4;6]$ là

A. $f(4)$. **B.** $f(6)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(\sqrt{24})$.

Câu 59. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=3x+\sin\dfrac{x}{2}$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 6π. **B.** 7π. **C.** 8π. **D.** 9π.

Câu 60. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x-\cos\dfrac{x}{2}$ trên đoạn $\left[\dfrac{-3\pi}{2};\pi\right]$ là

A. $-3\pi-1$. **B.** -3π. **C.** $-3\pi+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-3\pi-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 61. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		8		11		12		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[8;12]$ bằng

A. $f(8)$. **B.** $f(10)$. **C.** $f(11)$. **D.** $f(12)$.

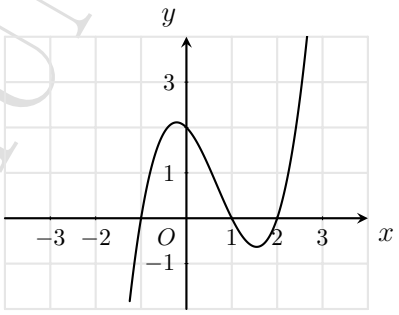
Câu 62. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)\le f(1), \forall x\in\mathbb{R}$ thì

A. Hàm số đạt cực đại tại $x_0=1$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tai $x_0=1$.
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(1)$.
D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $f(1)$.

Câu 63.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

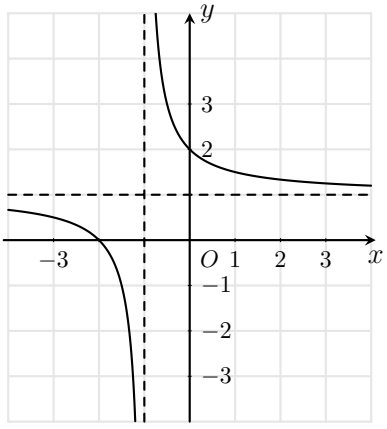
A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.



Câu 64.

Một trong bốn đường thẳng dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ở hình bên. Hỏi đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó là đường nào?

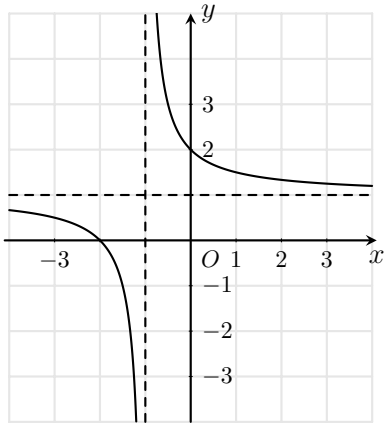
A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.



Câu 65.

Một trong bốn đường thẳng dưới đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số ở hình bên. Hỏi đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đó là đường nào?

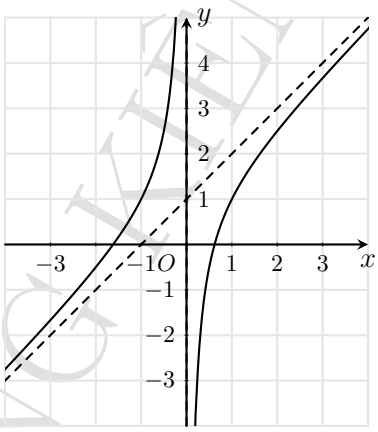
A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 66.

Một trong bốn đường thẳng dưới đây là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số ở hình bên. Hỏi đường tiểm cận xiên của đồ thị hàm số đó là đường nào?



A. $y=x$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-5x+7]=0$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. $y=5x-7$. **B.** $y=5x+7$. **C.** $y=-5x-7$. **D.** $y=5x+7$.

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to3}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-3$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-3$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=3$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=-3$.
C. Đồ thị hảm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=-3$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=3$.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-3$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 69. Cho $ac\neq0$,$ad-bc\neq0$. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $x=\dfrac{a}{c}$. **B.** $x=\dfrac{-d}{c}$. **C.** $y=\dfrac{a}{c}$. **D.** $\mathrm{y}=\dfrac{-d}{c}$.

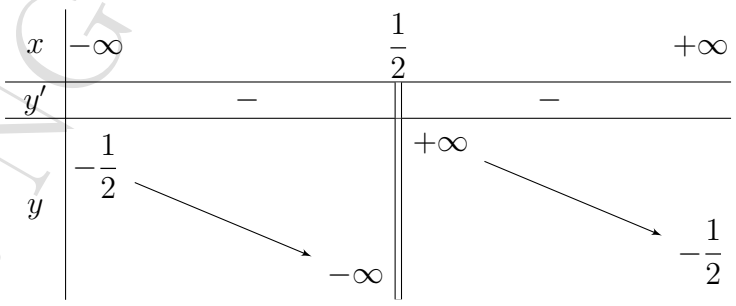
Câu 70. Cho $ac\neq0$, $ad-bc\neq0$. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=\dfrac{a}{c}$. **B.** $x=\dfrac{-d}{c}$. **C.** $y=\dfrac{a}{c}$. **D.** $y=\dfrac{-d}{c}$.

Câu 71. Cho $acd\neq0$. Đồ thị hàm số $y=ax+b+\dfrac{c}{dx+e}$ $(a,\ b,\ c,\ d,\ e\in\mathbb{R})$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y=ax+b$. **B.** $y=dx+c$. **C.** $y=bx+a$. **D.** $y=ex+d$.

Câu 72. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{2}$, đường tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$, đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$.

C. Đồ thị hàm số chỉ có đúng một đường tiệm cận, đó là $y=-\dfrac{1}{2}$.

D. Đồ thị hàm số chỉ có đúng một đường tiệm cận, đó là $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 73. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	1	↘	
	-1				1

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1$, $y=1$.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $x=-1$, $x=1$.

C. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng.

Câu 74. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có

A. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

B. Tiệm cận ngang lả đường thẳng $y=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

C. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

D. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Câu 75. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x^2+5x+1}{2x+1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$ $(a,\,b\in\mathbb{R})$. Giá trị của a là

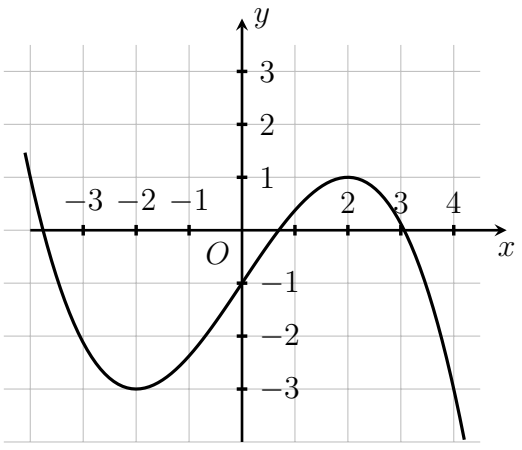
A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 76. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 77.

Một trong bốn hàm số sau đây có đồ thị như hình bên. Hàm số đó là hàm số nào?



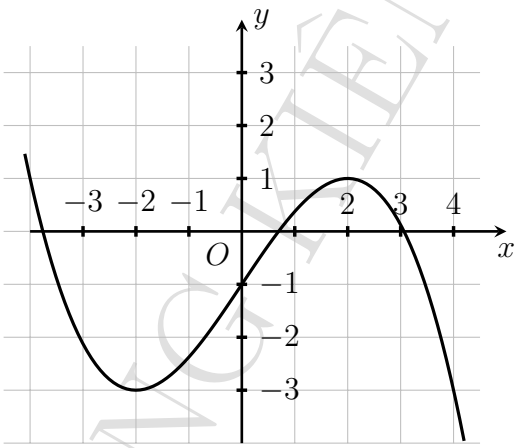
A. $y=\dfrac{-x^3+12x}{8}-1$. **B.** $y=\dfrac{-x^3+12x}{-8}-1$.

C. $y=\dfrac{-x^3-12x}{8}-1$. **D.** $y=\dfrac{x^3+12x}{8}-1$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 78.

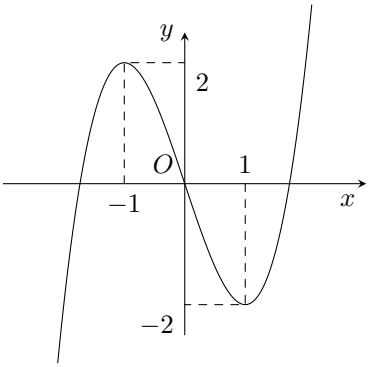
Một trong bốn điểm sau đây là tâm đối xứng của đồ thị ở hình bên, điểm đó là điểm nào?



A. $\mathrm{M}(-1;0)$.
B. $\mathrm{N}(0;1)$.
C. $\mathrm{P}(1;0)$.
D. $\mathrm{Q}(0;-1)$.

Câu 79.

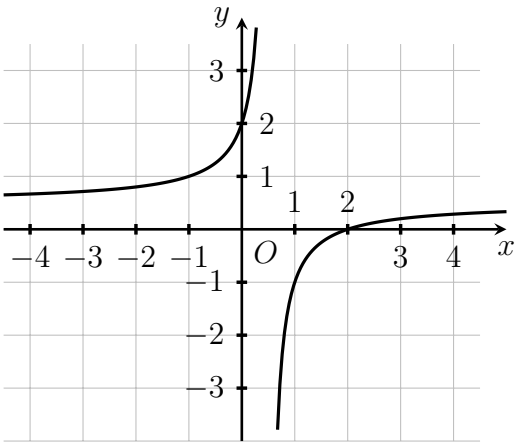
Một trong bốn hàm số dưới đây có đồ thị như hình bên . Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3+3x$.
B. $y=x^3-3x$.
C. $y=-x^3-3x$.
D. $y=-x^3+3x$.

Câu 80.

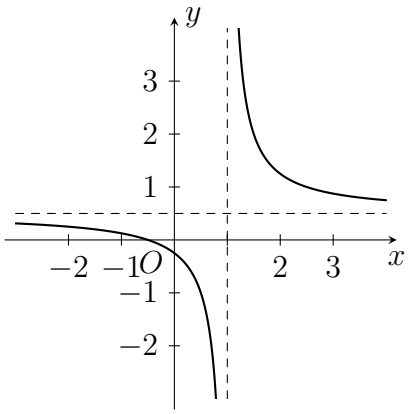
Một trong bốn hàm số sau đây có đồ thị như hình bên. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{2x+1}$.
B. $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$.
C. $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$.
D. $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Câu 81.

Một trong bốn hàm số sau đây có đồ thị như hình bên. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{2(x-1)}$.
B. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.
C. $y=\dfrac{2x+1}{4(x-1)}$.
D. $y=\dfrac{2x-1}{4(x-1)}$.

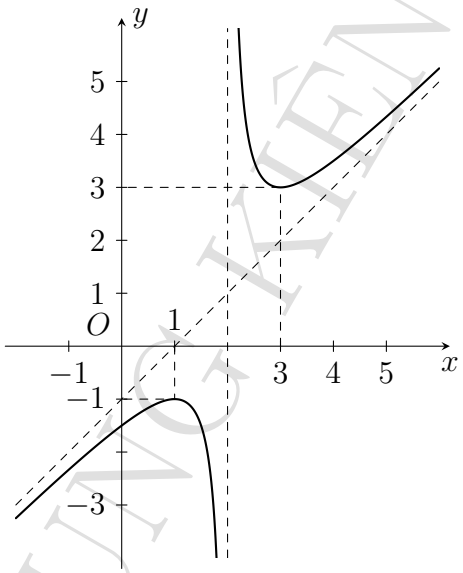
Câu 82.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Một trong bốn hàm số sau đây có đồ thị như ở bên. Hàm số đó là hàm số nào?

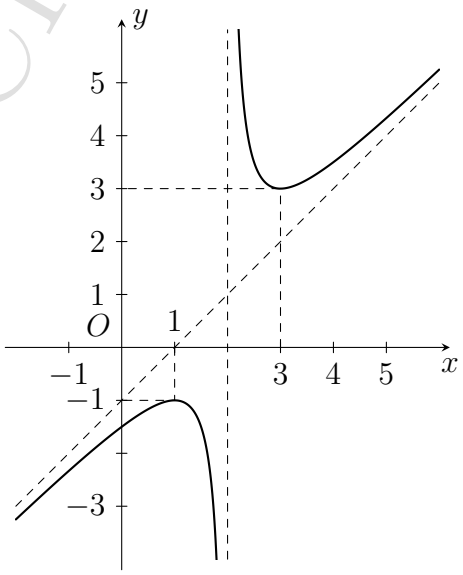


A. $y=x-1+\dfrac{1}{x-2}$. **B.** $y=x-1-\dfrac{1}{x-2}$.

C. $y=x-1+\dfrac{1}{2(x-2)}$. **D.** $y=x+\dfrac{1}{x-2}$.

Câu 83.

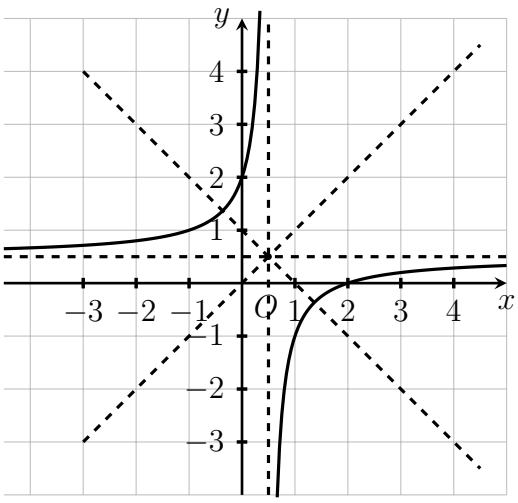
Một trong bốn điểm sau đây là tâm đối xứng của đồ thị ở hình bên, điểm đó là điểm nào?



A. $M(1;2)$. **B.** $N(2;1)$. **C.** $P(1;0)$. **D.** $Q(0;-1)$.

Câu 84.

Một trong bốn điểm sau đây là tâm đối xứng của đồ thị ở hình bên, điểm đó là điểm nào?



A. $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $N\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$.

C. $P\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $O(0;0)$.

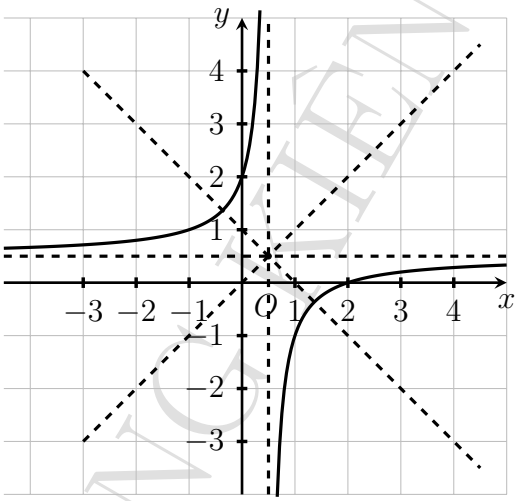
Câu 85.

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Một trong bốn đường sau đây là một trong hai trục đối xứng của đồ thị ở hình bên, đường đó là đường nào?

A. $y=-x-1$. **B.** $y=x-1$.

C. $y=-x$. **D.** $y=x$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 86. Cho hàm số $f(x)=ax+bx^2+cx+d$ $(a,\,b,\,c,\,d\in\mathbb{R},\,a>0)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x)=ax^2+bx+c$.		
b) Nếu biểu thức $\Delta'=b^2-3ac$ nhận giá trị dương thì phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 phân biệt.		
c) Nếu phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 phân biệt $(x_1<x_2)$ thì hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên là x: $-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$ $f'(x)$:	$-$	0	$+$	0	$-$ | $f(x)$: $+\infty$ ↘ $f(x_1)$ ↗ $f(x_2)$ ↘ $-\infty$		
d) Nếu phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 phân biệt $(x_1<x_2)$ thì x_1 là điểm cực tiểu, x_2 là điểm cực đại của hàm số.		

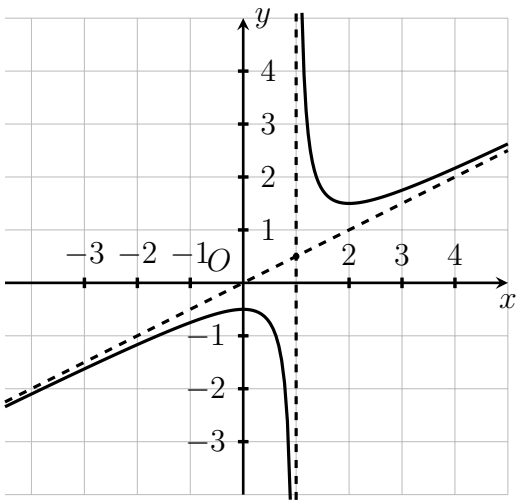
Câu 87. Cho hàm số $f(x)=2x+\dfrac{2}{x-1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x)=1-\dfrac{1}{(x-1)^2}$.		
b) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 2.		
c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau x: $-\infty$	0	1	2	$+\infty$ y':	$+$	$-$	$-$	$+$ | y: $-\infty$ ↗ -2 ↘ $-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘ 6 ↗ $+\infty$		

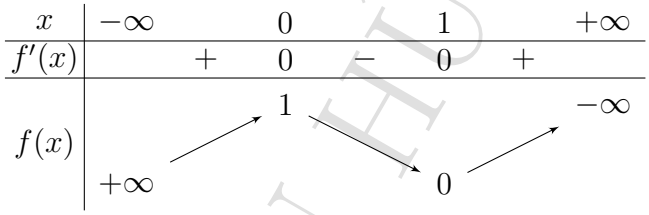
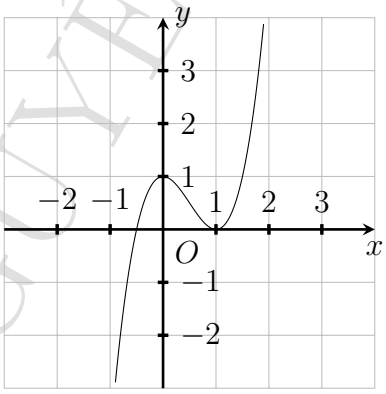
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau  .		

Câu 88. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.		
b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 1.		
c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau  .		
d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau  .		

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x) = 3x^2 - 1$.		
b) $f'(1) = 2$.		

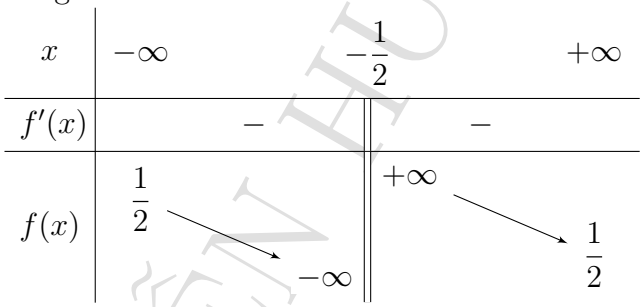
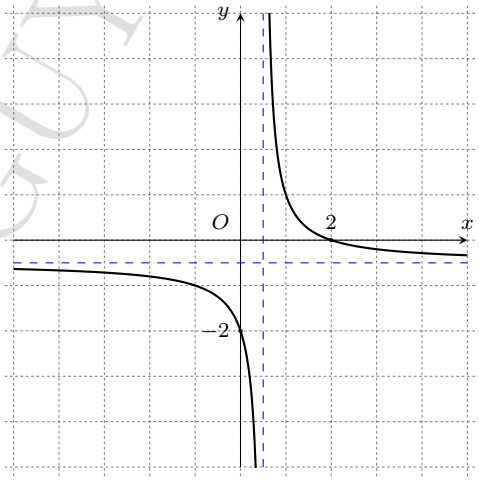
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) $f(1)=0$.		
d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là $y=2x-2$.		

Câu 90. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x+10$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x)=-x^2+1$.		
b) $f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;1)$, $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.		
c) $f(1)=12, f(-1)=8$.		
d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8 tại $x_1=-1$, đạt giá trị lớn nhất bẳng 12 tại $x_2=1$.		

Câu 91. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-x+2}{2x-1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x)=\dfrac{3}{(2x-1)^2}$.		
b) $f'(x)$ nhận giá trị dương với mọi x thuộc tập xác định.		
c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau  .		
d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau  .		

Câu 92. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{32-x}$.

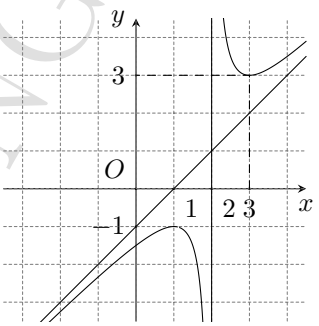
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $[0;32]$.		
b) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{32-x}}$.		
c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.		
d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là $4\sqrt{2}$ và đạt giá trị lớn nhất là 8.		

Câu 93.

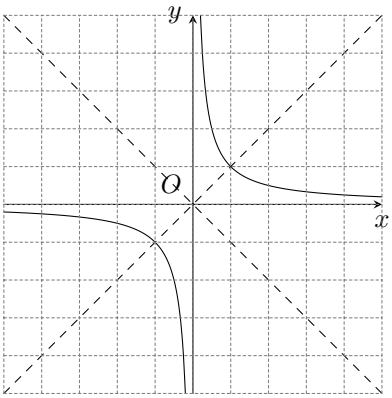
Cho a, b, $c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$, hàm số $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+d}$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) $d=-2$.		
b) $a-\dfrac{c}{(x+d)^2}>0, \forall x\in(1;2)\cup(2;3)$.		
c) $a=1$, $b=-1$.		
d) $c=-2$.		

Câu 94.

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{a}{x}$ $(a\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) $a=-4$.		
b) Đồ thị hàm số nhận hai trục tọa độ là hai đường tiệm cận.		
c) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng.		
d) Các đường thẳng $y=x$ và $y=-x$ là các trục đối xứng của đồ thị hàm số.		

Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

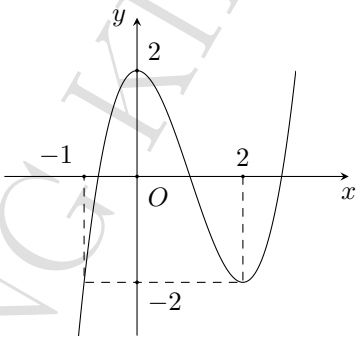
Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=0$.		
b) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.		
c) Hàm số có điểm cực tiểu là $x_1=-2$ và điểm cực đại là $x_2=2$.		
d) Hàm số có giá trị cực tiểu là 4 và giá trị cực đại là -4.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

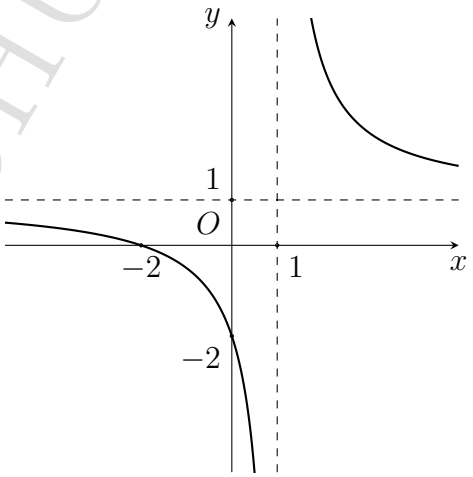
Câu 96.

Biết rằng hàm số $y = ax^3 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của $a + b + c$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |



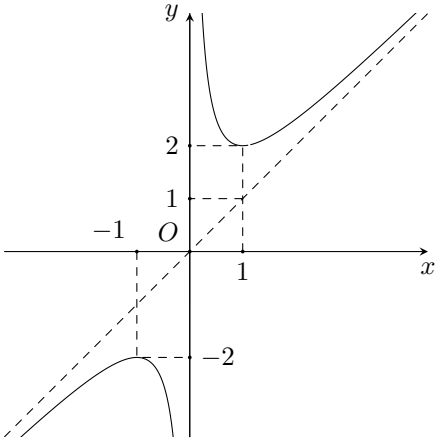
Câu 97.

Biết rằng hàm số $y = \dfrac{ax + b}{x - 1}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |



Câu 98.

Biết rằng hàm số $y = ax + b + \dfrac{c}{x + d}$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của $a+b+c+d$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |



Câu 99. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3 bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 100. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $S = 4a - 5b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 - 3x - 4$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là $(a; b)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $A = b - a$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 102. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=\dfrac{-x^2+10x-24}{(x-5)^2}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\geq 0$ là $[a;b)\cup(b;c]$ với a, b, $c\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $B=a+2b+3c$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 103. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị của $a+b+c+d$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

Câu 104. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{x+b}$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	2	↘	‖	↘	2
			$+\infty$		
			‖		
			$-\infty$		

Câu 105. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-4}$ có đường tiệm cận đứng $x=a$ và đường tiệm cận ngang $y=b$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $C=5a+6b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 106. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-3}$ có đường tiệm cận xiên $y=ax+b$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $D=a-b^2$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 107. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)$. Tổng các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 108. Giá trị nhỏ nhất của hàm số hàm số $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5;+\infty)$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 109. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sin^3 x-3\sin x+4$. Giá trị của $2m+3M$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 110. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $P=\log^2 x+\dfrac{1}{\log^2 x+2}$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 8

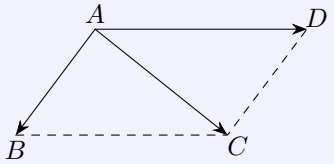
VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

1 Vectơ trong không gian

Định lí 9 Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành vẫn đúng với các vectơ trong không gian.

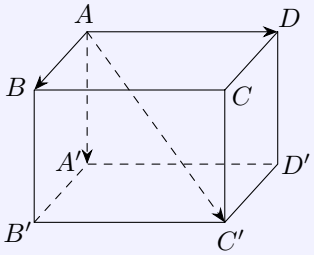
- Với ba điểm A, B, C ta luôn có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.
- Với ba điểm A, B, C, ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.



Định lí 10

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta luôn có

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}.$$



2 Tích vô hướng của hai vectơ

Định nghĩa 19 Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, tính bởi công thức

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\vec{u},\vec{v}).$$

B. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

1 Hệ toạ độ trong không gian

Trong không gian $Oxyz$, ta có

- Toạ độ của điểm M là toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$, tức là $M(x;y;z)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=(x;y;z)$.
- Điều kiện để hai vectơ bằng nhau:

Cho $\vec{a}=(x;y;z)$, $\vec{b}=(x';y';z')$. Khi đó $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}x=x'\\y=y'\\z=z'.\end{cases}$

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Tìm tọa độ vectơ trong không gian $Oxyz$

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$ và $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$. Khi đó, ta có

- $\overrightarrow{OA}=x_A\cdot\vec{i}+x_B\cdot\vec{j}+x_C\cdot\vec{k}\Leftrightarrow A(x_A;y_A;z_A)$. Trong đó
  - Vectơ đơn vị $\vec{i}$ trên trục Ox có toạ độ là $\vec{i}=(1;0;0)$;
  - Vectơ đơn vị $\vec{j}$ trên trục Oy có toạ độ là $\vec{j}=(0;1;0)$;
  - Vectơ đơn vị $\vec{k}$ trên trục Oz có toạ độ là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\Leftrightarrow\vec{a}=a_1\cdot\vec{i}+a_2\cdot\vec{j}+a_3\cdot\vec{k}$.
- $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$.

3 Tìm tọa độ hình chiếu của điểm trên trục tọa độ, các mặt phẳng tọa độ

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét điểm $M(x;y;z)$.

- Hình chiếu vuông góc M' của M trên các trục và mặt phẳng tọa độ như sau
  - Ox: $M'(x;0;0)$
  - Oy: $M'(0;y;0)$
  - Oz: $M'(0;0;z)$
  - (Oxy): $M'(x;y;0)$
  - (Oyz): $M'(0;y;z)$
  - (Oxz): $M'(x;0;z)$.

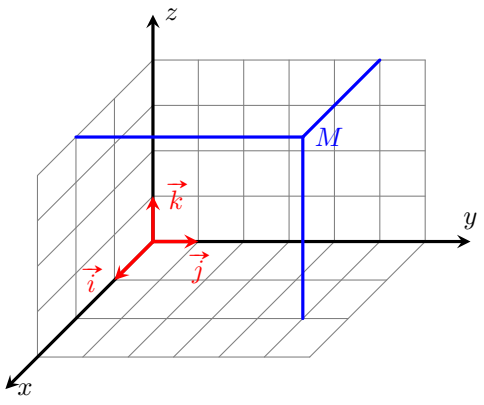
"***Có giữ nguyên, thiếu bằng*** 0"

- Điểm đối xứng M'' của M qua các trục và mặt phẳng tọa độ như sau
  - Ox: $M''(x;-y;-z)$
  - Oy: $M''(-x;y;-z)$
  - Oz: $M''(-x;-y;z)$
  - (Oxy): $M''(x;y;-z)$
  - (Oyz): $M''(-x;y;z)$
  - (Oxz): $M''(x;-y;z)$.

"***Có giữ nguyên, thiếu đổi dấu***"

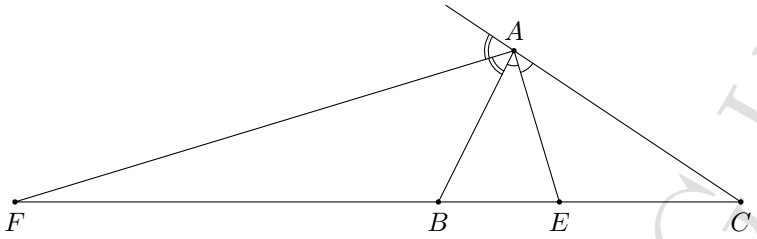
4 Tọa độ các điểm, đỉnh đặc biệt của tam giác, tứ giác, lăng trụ ...

- Tọa độ trung điểm M của AB thỏa
$$2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}.$$
- Tọa độ G là trọng tâm tam giác ABC thỏa
$$3\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}.$$
- Tọa độ các đỉnh hình bình hành $ABCD$ thỏa
$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}.$$



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- Cho tam giác ABC với E, F lần lượt là chân của các đường phân giác trong và ngoài của góc A trên BC. Ta có
$$\overrightarrow{BE} = -\frac{AB}{AC}\overrightarrow{CE} \text{ và } \overrightarrow{BF} = \frac{AB}{AC}\overrightarrow{CF}.$$



C. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

1 Biểu thức tọa độ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và số k. Khi đó

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$.
- $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$.
- $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\cos\left(\vec{a}; \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|}$.

2 Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

- Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là
$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$$
- Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$$

3 Biểu thức tọa độ tích có hướng

Định nghĩa 20 Cho hai vectơ $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ không cùng phương. Khi đó
$$\vec{w} = [\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$$
vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- Hai vectơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ không cùng phương khi và chỉ khi $\vec{w} = [\vec{u}, \vec{v}] \neq \vec{0}$.
- Nếu $\vec{c} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ thì ta luôn có $\vec{c} \perp \vec{a}$ và $\vec{c} \perp \vec{b}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tính chất 1

1. $\left[\vec{i},\vec{j}\right]=\vec{k}$, $\left[\vec{j},\vec{k}\right]=\vec{i}$, $\left[\vec{k},\vec{i}\right]=\vec{j}$.
2. $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\perp\vec{a}$, $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\perp\vec{b}$.
3. $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)$.
4. $\vec{a}\upuparrows\vec{b}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.

Ứng dụng của tích có hướng

- Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}=0$.
  Ngược lại, để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thì $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}\neq0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).
  Do đó, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\neq0$.
  Ngược lại, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=0$.
- Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.
- Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$.
- Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\cdot\overrightarrow{AA'}\right|$.
- Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V=\dfrac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}\right|$.

D. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC},\ \forall A,B,C$.
B. $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC},\ \forall A,B,C$.
C. $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC},\ \forall A,B,C$.
D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC},\ \forall A,B,C$.

Câu 2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC},\ \forall A,B,C$.
B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB},\ \forall A,B,C$.
C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC},\ \forall A,B,C$.
D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB},\ \forall A,B,C$.

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{CA}$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'A}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD'}$.
D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{D'A}$.

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $(a+b)\vec{u}=\vec{u}+b\vec{u},\ \forall\vec{u},\forall b\in\mathbb{R}$.
B. $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}+\vec{u},\ \forall\vec{u},\forall a\in\mathbb{R}$.
C. $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}-b\vec{u},\ \forall\vec{u},\forall a,b\in\mathbb{R}$.
D. $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}+b\vec{u},\ \forall\vec{u},\forall a,b\in\mathbb{R}$.

Câu 6. Với mọi vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, ta có

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$.
B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$.
C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\vec{a},\vec{b})$.
D. $\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ là

A. $(y;z;x)$. **B.** $(z;x;y)$. **C.** $(x;y;z)$. **D.** $(x;z;y)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(x;y;z)$ khác vectơ-không. Với $k\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tọa độ của vectơ $k\vec{u}$ là

A. $(kx;ky;kz)$. **B.** $(kz;kx;ky)$. **C.** $(ky;kz;kx)$. **D.** $(kx;kz;ky)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(x;y;z)$, $\vec{u'}=(x';y';z')$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{u'}$ là

A. $(x+x';y+y';z+z')$.
B. $(x-x';y-y';z-z')$.
C. $(x'-x;y'-y;z'-z)$.
D. $(xx';yy';zz')$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(x;y;z)$, $\vec{u'}=(x';y';z')$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}-\vec{u'}$ là

A. $(x+x';y+y';z+z')$.
B. $(x-x';y-y';z-z')$.
C. $(x'-x;y'-y;z'-z)$.
D. $(xx';yy';zz')$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}=(x;y;z)$, $\vec{u'}=(x';y';z')$ bằng

A. $xy'+yx'+zz'$. **B.** $xz'+yy'+zx'$. **C.** $xy'+yz'+zx'$. **D.** $xx'+yy'+zz'$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, độ dài của vectơ $\vec{u}=(x;y;z)$ bằng

A. $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. **B.** $x^2+y^2+z^2$. **C.** $\sqrt{\dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}}$. **D.** $\dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(x;y;z)$, $\vec{u'}=(x';y';z')$ khác vectơ-không bằng

A. $\dfrac{xy'+yz'+zx'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$.
B. $\dfrac{xz'+yx'+zy'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$.
C. $\dfrac{xy'+yx'+zz'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$.
D. $\dfrac{xx'+yy'+zz'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(x;y;z)$, $B\,(x';y';z')$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(x+x';y+y';z+z')$.
B. $(x-x';y-y';z-z')$.
C. $(x'-x;y'-y;z'-z)$.
D. $(xx';yy';zz')$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x;y;z)$, $B\,(x';y';z')$ bằng

A. $\sqrt{(x'-y)^2+(y'-x)^2+(z'-z)^2}$.
B. $\sqrt{(x'-z)^2+(y'-y)^2+(z'-x)^2}$.
C. $\sqrt{(x'-x)^2+(y'-z)^2+(z'-y)^2}$.
D. $\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{j}$ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{k}$ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên trục Ox là điểm có tọa độ

A. $(0;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;-4)$. **D.** $(1;2;-4)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên trục Oy là điểm có tọa độ

A. $(0;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;-4)$. **D.** $(1;2;-4)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên trục Oz là điểm có tọa độ

A. $(0;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;-4)$. **D.** $(1;2;-4)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm có tọa độ

A. $(1;2;-4)$. **B.** $(0;2;-4)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm có tọa độ

A. $(1;2;-4)$. **B.** $(0;2;-4)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-4)$ trên mặt phẳng (Ozx) là điểm có toạ độ

A. $(1;2;-4)$. **B.** $(0;2;-4)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của vectơ $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}$ là

A. $(1;-1;0)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(-1;1;0)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của vectơ $\vec{u}=\vec{j}-\vec{k}$ là

A. $(1;-1;0)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(-1;1;0)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(1;0;2)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(1;0;-2)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ có toạ độ

A. $(-6;3;-2)$. **B.** $(6;-3;2)$. **C.** $(-6;3;2)$. **D.** $(6;3;2)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\left[\vec{b},\vec{a}\right]$ có tọa độ

A. $(-6;3;-2)$. **B.** $(6;-3;2)$. **C.** $(-6;3;2)$. **D.** $(6;3;2)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;-3)$. Vectơ $2\vec{a}$ có tọa độ

A. $(2;4;-6)$. **B.** $(-2;-4;6)$. **C.** $(2;-4;-6)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;-3)$. Vectơ $-2\vec{a}$ có tọa độ

A. $(2;4;-6)$. **B.** $(-2;-4;6)$. **C.** $(2;-4;-6)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(6;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ

A. $(5;-2;-3)$. **B.** $(-5;2;3)$. **C.** $(7;2;-3)$. **D.** $(-7;-2;3)$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(6;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ

A. $(5;-2;-3)$. **B.** $(-5;2;3)$. **C.** $(7;2;-3)$. **D.** $(-7;-2;3)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(6;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{e}=\vec{b}-\vec{a}$ có tọa độ

A. $(5;-2;-3)$. **B.** $(-5;2;3)$. **C.** $(7;2;-3)$. **D.** $(-7;-2;3)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(6;0;-3)$, $\vec{b}=(-1;-2;0)$. Vectơ $\vec{f}=-\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ

A. $(5;-2;-3)$. **B.** $(-5;2;3)$. **C.** $(7;2;-3)$. **D.** $(-7;-2;3)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;1)$, $N(3;1;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-5;-4;-6)$. **B.** $(5;4;6)$. **C.** $(-1;2;-4)$. **D.** $(1;-2;4)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ và $\vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là $(1;1;-2)$.		
b) Tọa độ của vectơ $\vec{b}$ là $(-2;1;-4)$.		
c) Tọa độ của vectơ $-2\vec{b}$ là $(4;-2;-8)$.		
d) Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$ là $(5;-1;-10)$.		

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;0;-3)$ và $B(-1;2;5)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng các hoành độ của hai điểm A và B là $x_A+x_B=6$.		
b) Tổng các tung độ của hai điểm A và B là $y_A+y_B=1$.		
c) Tổng các cao độ của hai điểm A và B là $z_A+z_B=1$.		
d) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $(3;1;1)$.		

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(-1;-2;0)$, $C(-3;0;6)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng các hoành độ của ba điểm A,B,C là $x_A+x_B+x_C=3$.		
b) Tổng các tung độ của ba điểm A,B,C là $y_A+y_B+y_C=0$.		
c) Tổng các cao độ của ba điểm A,B,C là $z_A+z_B+z_C=3$.		
d) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $(-1;0;3)$.		

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$. Điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình bình hành

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.		
b) $\overrightarrow{AB}=(-4;5;-1)$.		
c) Nếu $D(x_0;y_0;z_0)$ thì $\overrightarrow{DC}=(x_0-5;y_0;z_0-4)$.		
d) Tọa độ của điểm D là $(9;-5;5)$.		

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;-2;3)$, $D(-1;5;-2)$, $A'(-1;-2;0)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(1;-2;3)$.		
b) $\overrightarrow{AD}=(-1;5;-2)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\overrightarrow{AA'}=(-1;-2;0)$.		
d) Tọa độ điểm C' là $(1;-1;-1)$.		

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-3)$ và $\vec{b}=(-4;-2;6)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{b}=-2\vec{a}$.		
b) $\left\|\vec{b}\right\|=2\left\|\vec{a}\right\|$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.		
d) $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{b}$.		

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=\left(\sqrt{2};-\sqrt{2};0\right)$ và $\vec{b}=\left(0;\sqrt{2};0\right)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\left\|\vec{a}\right\|=2$.		
b) $\left\|\vec{b}\right\|=\sqrt{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$.		
d) $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=45°$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, độ dài của vectơ $\vec{a}=(2;3;6)$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;7)$, $B(3;2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-3)$, $\vec{b}=(-5;-1;0)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-1;3;2)$, $\vec{b}=(x;0;1)$. Giá trị của x để $\vec{a}\perp\vec{b}$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;4;-1)$, $B(0;0;3)$ và $M(a;b;c)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$ và $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Giá trị của biểu thức $P=abc$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; -1; 0)$, $\vec{b} = \left(\sqrt{3}; 1; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là n° với n là số thực. Giá trị của n là bao nhiêu? KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 9

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

A. NGUYÊN HÀM

1 Khái niệm nguyên hàm

Định nghĩa 21 Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$. Khi đó

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C.$$

Biểu thức $f(x)\,\mathrm{d}x$ gọi là vi phân của nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$, kí hiệu là $\mathrm{d}F(x)$.

$$\mathrm{d}F(x) = F'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Từ định nghĩa nguyên hàm, ta có $\int f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x) + C.$

2 Nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

- $\int 1\,\mathrm{d}x = x + C.$
- $\int x^{\alpha}\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C\ (\alpha \neq -1).$
- $\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C.$
- $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C.$
- $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C.$
- $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = -\cot x + C.$
- $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \tan x + C.$
- $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C.$
- $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C\ (a > 0,\ a \neq 1).$

Nếu $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$ *thì* $\int f(ax+b)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{a}\cdot F(ax+b) + C.$

3 Tính chất cơ bản của nguyên hàm

- $\int kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int f(x)\,\mathrm{d}x$, với $k \in \mathbb{R},\ k \neq 0.$
- $\int [f(x) \pm g(x)]\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x \pm \int g(x)\,\mathrm{d}x.$

4 Các bài toán thực tế ứng dụng nguyên hàm

Giả sử $v(t)$ là vận tốc của vật M tại thời điểm t và $S(t)$ là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa $S(t)$ và $v(t)$ như sau.

- Đạo hàm của quãng đường là vận tốc $S'(t) = v(t)$.
- Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường $S(t) = \int v(t)\,\mathrm{d}t$.

Nếu gọi $a(t)$ là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa $v(t)$ và $a(t)$ như sau.

- Đạo hàm của vận tốc là gia tốc $v'(t) = a(t)$.
- Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc $v(t) = \int a(t)\,\mathrm{d}t$.

B. TÍCH PHÂN

1 Khái niệm tích phân

Định nghĩa 22 Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$, ta có

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

- Trong trường hợp $a = b$ hoặc $a > b$, ta quy ước $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = 0$ và $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$.
- Tích phân chỉ phụ thuộc vào hàm số f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x hay t, nghĩa là $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}t$.
- Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên $[a;b]$ thì $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x)\,\mathrm{d}x$.
- Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó $\dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ được gọi là giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.

2 Tính chất của tích phân

Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, k là số thực. Khi đó

- $\int_a^b kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
- $\int_a^b [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.
- $\int_a^b [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.
- $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x, c \in (a;b)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

1 Tính diện tích hình phẳng

Định nghĩa 23 Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức $S = \int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

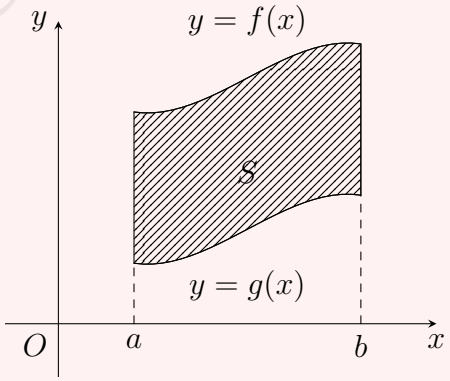
Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $f(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a;b]$ thì

$$\int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x = \left|\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right|.$$

Nếu phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(a;b)$ thì công thức trên vẫn đúng.

Định nghĩa 24
Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức:

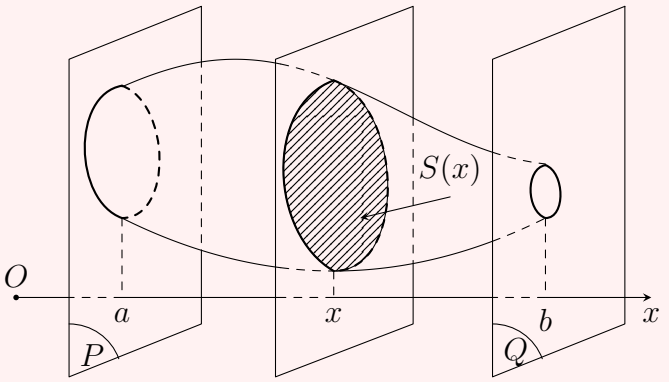
$$S = \int\limits_a^b |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x.$$



2 Tính thể tích hình khối

Định nghĩa 25
Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b. Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (a \le x \le b)$ cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích $S(x)$. Khi đó, nếu $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ thì thể tích của vật thể được tính bằng công thức:

$$V = \int\limits_a^b S(x)\,\mathrm{d}x.$$



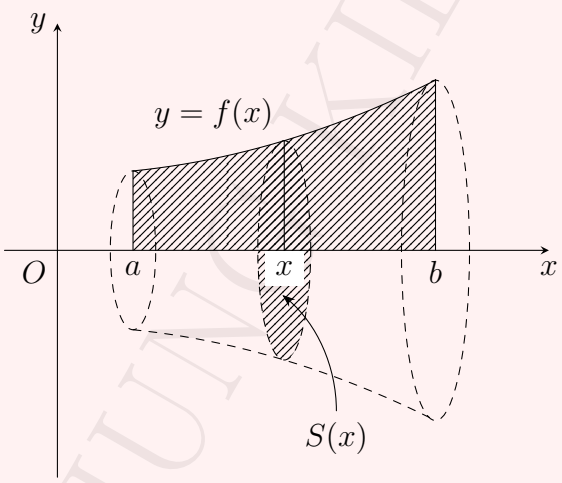
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Thể tích khối tròn xoay

Định nghĩa 26

Cho $y = f(x)$ là hàm số liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Quay D xung quanh trục Ox ta được một hình khối gọi là *khối tròn xoay*. Cắt khối tròn xoay trên bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x với $x \in [a;b]$, ta được mặt cắt là hình tròn có bán kính bằng $f(x)$ và diện tích là $S(x) = f^2(x)$.
Vậy khối tròn xoay có thể tích là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x.$$



D. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Nếu hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $y = F(x)$ thì

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $f'(x) = F(x) + C, (C \in \mathbb{R})\, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
D. $F'(x) = f(x) + C, (C \in \mathbb{R} \setminus \{0\}), \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = f'(x) + C$.
B. $\int f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = f'(x)$.
D. $\int f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x) + C$.

Câu 3. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x + \int g(x)\,\mathrm{d}x$ với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm bất kì liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. $\int (f(x) \cdot g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x \cdot \int g(x)\,\mathrm{d}x$ với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm bất kì liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. $\int (f(x) + g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x - \int g(x)\,\mathrm{d}x$ với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm bất kì liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. $\int \dfrac{f(x)}{g(x)}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\int f(x)\,\mathrm{d}x}{\int g(x)\,\mathrm{d}x}$ với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm bất kì liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \pi^3\,\mathrm{d}x = \dfrac{\pi^4}{4} + C$.
B. $\int \pi^3\,\mathrm{d}x = 3\pi^2 + C$.
C. $\int \pi^3\,\mathrm{d}x = 3\pi^2$.
D. $\int \pi^3\,\mathrm{d}x = \pi^3 x + C$.

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int 0\,\mathrm{d}x = -x + C$.
B. $\int 0\,\mathrm{d}x = x + C$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\int 0\,\mathrm{d}x = Cx,\ C \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\int 0\,\mathrm{d}x = C$.

Câu 6. Cho số thực $k \neq 0$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int k\,\mathrm{d}x = x + C$. **B.** $\int k\,\mathrm{d}x = kx + C$. **C.** $\int k\,\mathrm{d}x = C$. **D.** $\int k\,\mathrm{d}x = kx \cdot C$.

Câu 7. Cho số thực $\alpha \neq -1$. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = x^\alpha$?

A. $y = x^{\alpha+1}$. **B.** $y = (\alpha+1)x^{\alpha+1}$. **C.** $y = \dfrac{x^\alpha}{\alpha+1}$. **D.** $y = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$.

Câu 8. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\sin x + C$. **B.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. **D.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Câu 9. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \cos x\,\mathrm{d}x = -\sin x + C$. **B.** $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int \cos x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. **D.** $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Câu 10. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = -\cot x + C$. **B.** $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = -\tan x + C$.

C. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = \cot x + C$. **D.** $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = \tan x + C$.

Câu 11. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = -\cot x + C$. **B.** $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = -\tan x + C$.

C. $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \cot x + C$. **D.** $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \tan x + C$.

Câu 12. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{-x} + C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

C. $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^x + C$. **D.** $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{-x} + C$.

Câu 13. Cho $a \in (0;+\infty)\setminus\{1\}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$. **B.** $\int a^x\,\mathrm{d}x = a^x \ln a + C$.

C. $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\ln a} + C$. **D.** $\int a^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x \ln a + C$.

Câu 14. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = |x| + C$. **B.** $\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

C. $\int \ln x\,\mathrm{d}x = x + C$. **D.** $\int \ln|x|\,\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Câu 15. Cho a là số dương khác 1. Hàm số $y = a^x$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y = a^x$. **B.** $y = a^{x+1}$. **C.** $y = \dfrac{a^x}{\ln a}$. **D.** $y = a^x \ln a$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 16. Cho a là số dương khác 1. Hàm số $y=\log_a x$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=\dfrac{1}{x\ln \mathrm{e}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x\ln a}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{\ln a}{x}$.

Câu 17. Cho $a,b\in\mathbb{R},a\neq 0$. Hàm số $y=\sin(ax+b)$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=a\cos(ax+b)$. **B.** $y=-\dfrac{\cos(ax+b)}{a}$. **C.** $y=-a\cos(ax+b)$. **D.** $y=\dfrac{\cos(ax+b)}{a}$.

Câu 18. Cho $a,b\in\mathbb{R},a\neq 0$. Hàm số $y=\cos(ax+b)$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=-a\sin(ax+b)$. **B.** $y=-\dfrac{\sin(ax+b)}{a}$. **C.** $y=a\sin(ax+b)$. **D.** $y=\dfrac{\sin(ax+b)}{a}$.

Câu 19. Cho $a,b\in\mathbb{R},a\neq 0$. Hàm số $y=\ln|ax+b|$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=\dfrac{1}{ax+b}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{ax+b}$. **C.** $y=\dfrac{-a}{ax+b}$. **D.** $y=\dfrac{a}{ax+b}$.

Câu 20. Cho a, $b\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$. Hàm số $y=\mathrm{e}^{ax+b}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=-\mathrm{e}^{ax+b}$. **B.** $y=\mathrm{e}^{ax+b}$. **C.** $y=a\mathrm{e}^{ax+b}$. **D.** $y=\dfrac{\mathrm{e}^{ax+b}}{a}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 25. **B.** 625. **C.** 5. **D.** 125.

Câu 22. Nếu hàm số $y=\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ thì

A. $f(x)=\sin x$. **B.** $f(x)=-\cos x$. **C.** $f(x)=-\sin x$. **D.** $f(x)=\cos x$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây có một nguyên hàm là hàm số $y=\sin 2x$?

A. $y=\cos 2x$. **B.** $y=\dfrac{\cos 2x}{2}$. **C.** $y=2\cos 2x$. **D.** $y=\dfrac{-\cos 2x}{2}$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=\sin 2x$?

A. $y=\cos 2x$. **B.** $y=\dfrac{\cos 2x}{2}$. **C.** $y=2\cos 2x$. **D.** $y=\dfrac{-\cos 2x}{2}$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=x^5$?

A. $y=x^6$. **B.** $y=5x^4$. **C.** $y=\dfrac{x^6}{6}$. **D.** $y=6x^5$.

Câu 26. Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của hàm số $y=x^3$?

A. $y=\dfrac{x^4}{4}+1$. **B.** $y=\dfrac{x^4}{4}+2$. **C.** $y=\dfrac{x^4}{4}+3$. **D.** $y=3x^2$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x}$ là

A. $\dfrac{x^2}{2}-x-\ln|x|+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-x+\ln|x|+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}+x-\ln|x|+C$. **D.** $x^2-x-\ln|x|+C$.

Câu 28. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}=\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}=\dfrac{2}{x^2}+C$. **C.** $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}=\dfrac{-1}{2x^2}+C$. **D.** $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}=\dfrac{-2}{x^2}+C$.

Câu 29. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+C$. **B.** $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3}}=\dfrac{2}{3\sqrt{x}}+C$.

C. $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3}}=\dfrac{-2}{\sqrt{x}}+C$. **D.** $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3}}=\dfrac{2}{\sqrt{x}}+C$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 30. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2$ là

A. $-\cos x+x+C$. **B.** $-\cos x-x+C$. **C.** $\cos x+x+C$. **D.** $\cos x-x+C$.

Câu 31. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\sin^2\dfrac{x}{2}$ là

A. $\dfrac{x+\sin x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{x-\sin x}{2}+C$. **C.** $\dfrac{x-\cos x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x+\cos x}{2}+C$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\cos^2\dfrac{x}{2}$ là

A. $\dfrac{x+\sin x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{x-\sin x}{2}+C$. **C.** $\dfrac{x-\cos x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x+\cos x}{2}+C$.

Câu 33. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=\tan^2 x$?

A. $y=\dfrac{\tan^3 x}{3}$. **B.** $y=\tan x-x$. **C.** $y=-\tan x+x$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 34. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=\cot^2 x$là

A. $y=\dfrac{\cot^3 x}{3}$. **B.** $y=\cot x-x$. **C.** $y=\cot x$. **D.** $y=-\cot x-x$.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{2^x-3^{x+1}}{5^{x+2}}$ là

A. $-\dfrac{1}{25}\cdot\dfrac{(0,4)^x}{\ln 0,4}+\dfrac{3}{25}\cdot\dfrac{(0,6)^x}{\ln 0,6}+C$. **B.** $\dfrac{1}{25}\cdot\dfrac{(0,4)^x}{\ln 0,4}+\dfrac{3}{25}\cdot\dfrac{(0,6)^x}{\ln 0,6}+C$.

C. $-\dfrac{1}{25}\cdot\dfrac{(0,4)^x}{\ln 0,4}-\dfrac{3}{25}\cdot\dfrac{(0,6)^x}{\ln 0,6}+C$. **D.** $\dfrac{1}{25}\cdot\dfrac{(0,4)^x}{\ln 0,4}-\dfrac{3}{25}\cdot\dfrac{(0,6)^x}{\ln 0,6}+C$.

Câu 36. Cho $a,\,b\in\mathbb{R},\,a\neq 0$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax+b}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\int(\mathrm{e}^a)^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\cdot\frac{(\mathrm{e}^a)^x}{\ln \mathrm{e}^a}+C=\frac{\mathrm{e}^{ax+b}}{a}+C.$

B. $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax+b}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\int(\mathrm{e}^a)^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\cdot(\mathrm{e}^a)^x+C=\mathrm{e}^{ax+b}+C.$

C. $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax+b}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\int(\mathrm{e}^a)^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\cdot\frac{(\mathrm{e}^a)^x}{\ln \mathrm{e}^a}+C=\frac{\mathrm{e}^{bx+a}}{a}+C.$

D. $\displaystyle\int \mathrm{e}^{ax+b}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\int(\mathrm{e}^a)^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^b\cdot\frac{(\mathrm{e}^a)^x}{\ln \mathrm{e}^a}+C=\frac{\mathrm{e}^{ax+b}}{b}+C.$

Câu 37. Cho $a,\,b\in\mathbb{R}$, hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $y=F(x)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **B.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

C. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$. **D.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b).F(a)$.

Câu 38. Cho $a,b\in\mathbb{R}$, các hàm số $y=f(x),y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biểu thức $\displaystyle\int_a^b[f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.\int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$ **D.** $\int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$

Câu 39. Cho $b\in[a;c]$, $a,b,c\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biểu thức $\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\,\mathrm{d}x.$ **B.** $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x.$

C. $\int\limits_b^a f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x.$ **D.** $\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\,\mathrm{d}x.$

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. $\forall a,b\in\mathbb{R}$, giá trị của biểu thức $\int\limits_a^b f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $f(a)-f(b).$ **B.** $f(b)-f(a).$ **C.** $f(a)+f(b).$ **D.** $f(a).f(b).$

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Biểu thức $\int\limits_5^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $2.$ **B.** $\dfrac{1}{2}.$ **C.** $-2.$ **D.** $-\dfrac{1}{2}.$

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_6^7 f(x)\,\mathrm{d}x=4$. Biểu thức $\int\limits_6^7 20f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $80.$ **B.** $24.$ **C.** $16.$ **D.** $5.$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$, $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Biểu thức $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $3.$ **B.** $8.$ **C.** $2.$ **D.** $15.$

Câu 44. Nếu $\int\limits_3^m x^2\,\mathrm{d}x=4$ thì

A. $m=\sqrt{39}.$ **B.** $m=\pm\sqrt[3]{39}.$ **C.** $m=-\sqrt[3]{39}.$ **D.** $m=\sqrt[3]{39}.$

Câu 45. Nếu $b-a=3$ thì biểu thức $\int\limits_a^b x^2\,\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $3-ab.$ **B.** $9-3ab.$ **C.** $9+3ab.$ **D.** $3+ab.$

Câu 46. Cho $0<a<1<b$. Tích phân $\int\limits_a^b \left|x^2-x\right|\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\int\limits_a^1 \left(x^2-x\right)\,\mathrm{d}x+\int\limits_1^b \left(x^2-x\right)\,\mathrm{d}x.$ **B.** $\int\limits_a^1 \left(x^2-x\right)\,\mathrm{d}x-\int\limits_1^b \left(x^2-x\right)\,\mathrm{d}x.$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

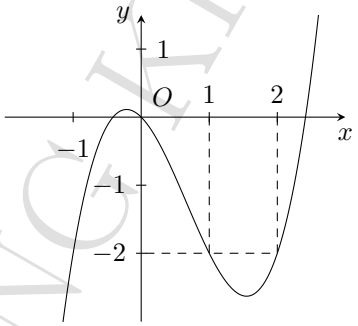
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\int\limits_a^1 (x^2-x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^b (x^2-x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_a^1 (x^2-x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^b (x^2-x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 47.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_1^2 f'(x)dx$ bằng



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ $(a,b\in\mathbb{R};a<b)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=b$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S=\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_b^a |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\left|\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ $(a,b\in\mathbb{R};a<b)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S=\left|\int\limits_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\int\limits_b^a |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_b^a [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng hai điểm phân biệt a, b. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox. Nếu $f(x)\geq 0$, $\forall x\in[a;b]$ thì

A. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=S$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=(a-b)S$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=-S$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=(b-a)S$.

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng hai điểm phân biệt a, b. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox. Nếu $f(x)\leq 0$, $\forall x\in[a;b]$ thì

A. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=S$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=(a-b)S$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=-S$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=(b-a)S$.

Câu 52. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox tương

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f(x) \geq 0, \forall x \in [a;c]$, $f(x) \leq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng hai điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f(x) \leq 0, \forall x \in [a;c]$, $f(x) \geq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 54. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f(x) \geq 0, \forall x \in [a;c], f(x) \geq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f(x) \leq 0, \forall x \in [a;c]$, $f(x) \leq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 56. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in [a;c]$, $f'(x) \geq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $f(b)-f(a)$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 57. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in [a;c]$, $f'(x) \leq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $f(b)-f(a)$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 58. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x \in [c;b]$. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in [a;c]$, $f'(x) \geq 0, \forall x \in [c;b]$ thì giá trị của $f(b)-f(a)$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 59. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

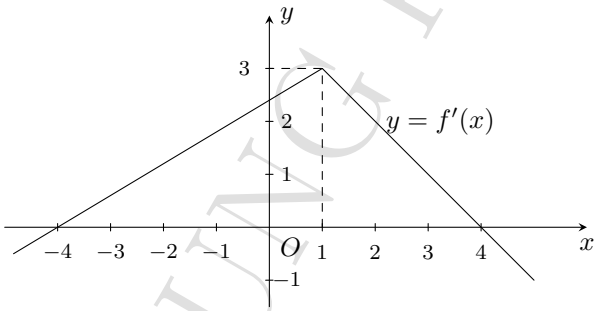
tại đúng ba điểm phân biệt a, b, c $(a<c<b)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x\in[a;c]$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox tương ứng với $x\in[c;b]$. Nếu $f'(x)\le 0$, $\forall x\in[a;c]$, $f'(x)\le 0$, $\forall x\in[c;b]$ thì giá trị của $f(b)-f(a)$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** S_1-S_2. **C.** $-S_1+S_2$. **D.** $-S_1-S_2$.

Câu 60.

Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Giá trị của biểu thức $f(4)-f(-4)$ bằng

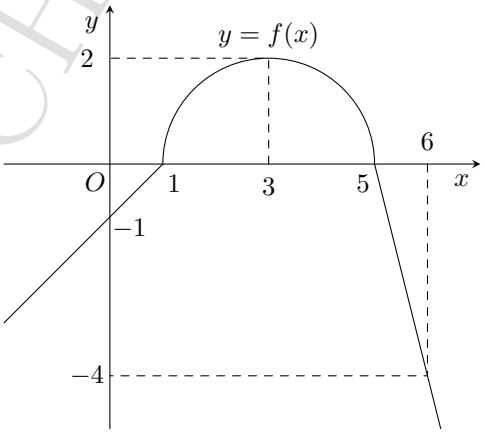
A. 12. **B.** 3. **C.** 24. **D.** 6.



Câu 61.

Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn hàm $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Giá trị của biểu thức $f(6)-f(1)$ bằng

A. $4\pi-2$. **B.** $2\pi+2$. **C.** $2\pi-4$. **D.** $2\pi-2$.



Câu 62. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+2x$ và trục Ox có diện tích là

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

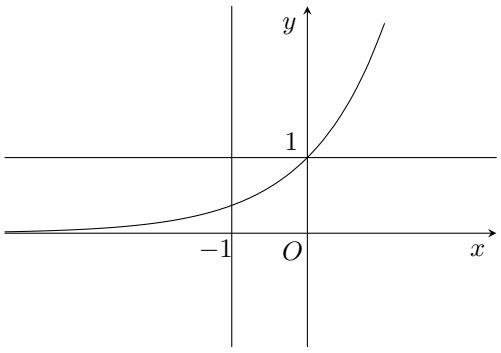
Câu 63. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x+3$ có diện tích là

A. $\dfrac{49}{3}$. **B.** $\dfrac{29}{3}$. **C.** $\dfrac{22}{3}$. **D.** $\dfrac{44}{3}$.

Câu 64.

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}^x$ và các đường thẳng $y=1$, $x=-1$ có diện tích là

A. $\dfrac{1}{e}$. **B.** $1-\dfrac{1}{e}$. **C.** $e-1$. **D.** e.



Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2^x$ và các đường thẳng $y=2$; $x=-1$; $x=2$ có giá trị bằng

A. $\displaystyle\int_1^2 (2^x-2)\,\mathrm{d}x$. **B.** $\displaystyle\int_{-1}^2 (2^x-2)\,\mathrm{d}x$.

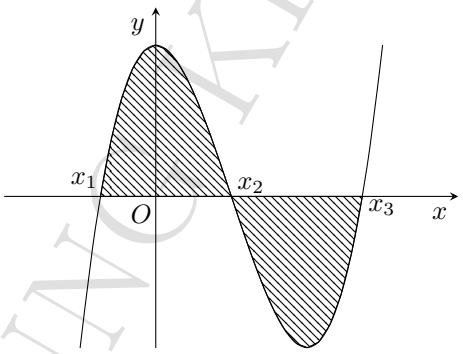
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\displaystyle\int_{-1}^{2}(2-2^x)\,\mathrm{d}x$.

D. $\displaystyle\int_{-1}^{1}(2-2^x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}(2^x-2)\,\mathrm{d}x$.

Câu 66.

Hình vẽ bên biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm có hoành độ x_1,x_2, x_3 $(x_1<x_2<x_3)$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành là



A. $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}f(x)\,\mathrm{d}x$.

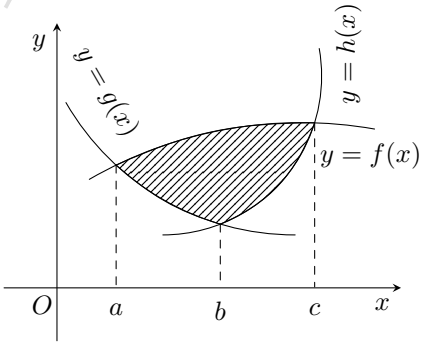
B. $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{x_2}^{x_3}f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $\left|\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

D. $\left|\displaystyle\int_{x_1}^{x_3}f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 67.

Hình phẳng được đánh dấu trong hình vẽ sau có diện tích là



A. $S=\displaystyle\int_a^b|h(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x+\int_b^c|h(x)-f(x)|\,\mathrm{d}x$.

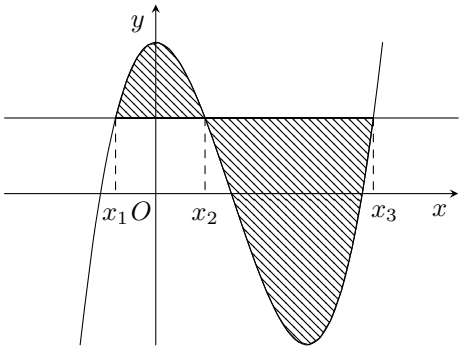
B. $S=\displaystyle\int_a^c|f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x+\int_b^c|f(x)-h(x)|\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\displaystyle\int_a^c|h(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x+\int_b^c|h(x)-f(x)|\,\mathrm{d}x$.

D. $S=\displaystyle\int_a^b|f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x+\int_b^c|f(x)-h(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 68.

Hình vẽ bên biểu diễn đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm có hoành độ x_1,x_2,x_3 $(x_1<x_2<x_3)$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường trên là



A. $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}[f(x)-m]\,\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}[f(x)-m]\,\mathrm{d}x$.

B. $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}[f(x)-m]\,\mathrm{d}x-\int_{x_2}^{x_3}[f(x)-m]\,\mathrm{d}x$.

C. $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}[m-f(x)]\,\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}[m-f(x)]\,\mathrm{d}x$.

D. $\left|\displaystyle\int_{x_1}^{x_3}[f(x)-m]\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 69. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, $(a,b\in\mathbb{R},\,a<b)$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ và trục hoành. Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích được tính bởi công thức

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

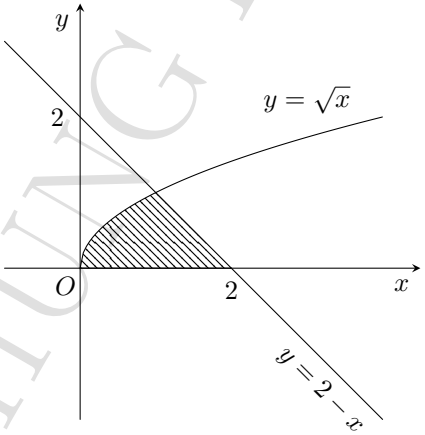
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $V=\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.
B. $V=\pi\displaystyle\int_b^a [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.
C. $V=\dfrac{1}{3}\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.
D. $V=\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 70.

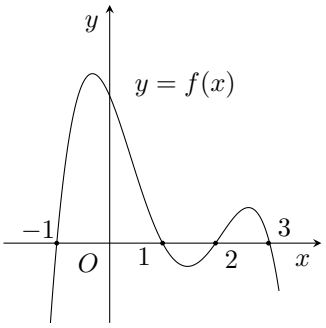
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$ và trục Ox được tính bởi công thức



A. $\displaystyle\int_0^2 \left(\sqrt{x}-2+x\right)\,\mathrm{d}x$.
B. $\displaystyle\int_0^2 \left(2-x-\sqrt{x}\right)\,\mathrm{d}x$.
C. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x+\int_1^2 (2-x)\,\mathrm{d}x$.
D. $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x+\int_0^2 (2-x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 71.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị cắt trục Ox tại đúng 4 điểm phân biệt (hình bên). Biết rằng



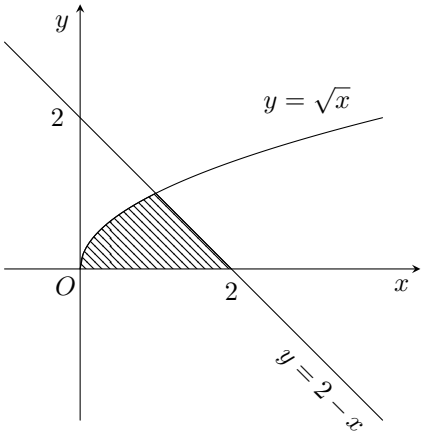
$$\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=21,\ \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-2,\ \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3.$$

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và trục Ox bằng

A. 22. **B.** 20. **C.** 16. **D.** 26.

Câu 72.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=2-x$ và trục hoành quay xung quanh Ox được tính bởi công thức



A. $\pi\displaystyle\int_0^2 \left(\sqrt{x}-2+x\right)^2\,\mathrm{d}x$.
B. $\displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x+\int_1^2 (2-x)^2\,\mathrm{d}x$.
C. $\pi\displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x+\pi\int_1^2 (2-x)^2\,\mathrm{d}x$.
D. $\pi\displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x+\pi\int_0^2 (2-x)^2\,\mathrm{d}x$.

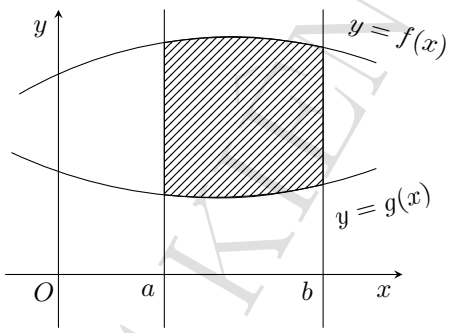
Câu 73. Cho $a>b>0$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho elip $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ quay xung quanh trục Ox là

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^2 b$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi ab^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a^2 b$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi ab^2$.

Câu 74.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D trong hình vẽ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức



A. $V=\dfrac{1}{3}\pi\displaystyle\int_a^b\left|[f(x)]^2-[g(x)]^2\right|\mathrm{d}x.$

B. $V=\pi\displaystyle\int_a^b\left\{[f(x)]^2-[g(x)]^2\right\}\mathrm{d}x.$

C. $V=\displaystyle\int_a^b\left|[f(x)]^2-[g(x)]^2\right|\mathrm{d}x.$

D. $V=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_a^b\left|[f(x)]^2-[g(x)]^2\right|\mathrm{d}x.$

Câu 75. Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian $v=f(t)$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm a đến thời điểm b là

A. $f'(b)-f'(a)$. **B.** $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$. **C.** $\displaystyle\int_b^a f(t)\,\mathrm{d}t$. **D.** $f'(a)-f'(b)$.

Câu 76. Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian $v(t)=1-\sin t$ (m/s). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=0$ (s) đến thời điểm $t=\dfrac{\pi}{2}$ (s) là

A. $\dfrac{\pi}{2}-1$ (m). **B.** $\dfrac{\pi}{2}+1$ (m). **C.** $\dfrac{\pi+1}{2}$ (m). **D.** $\pi-1$ (m).

Câu 77. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0=15$ (m/s) thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t$ (m/s^2). Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc là

A. 67,25 (m). **B.** 68,25 (m). **C.** 69,75 (m). **D.** 70,25 (m).

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 78. Cho $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[9]{x^7}};\ x\in(0;+\infty)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x)=\dfrac{1}{x^{\frac{9}{7}}};\ x\in(0;+\infty)$.		
b) $f(x)=x^{-\frac{7}{9}};\ x\in(0;+\infty)$.		
c) $\forall\alpha\in(0;+\infty);\ \displaystyle\int x^\alpha\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.		
d) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{9}{2}\sqrt[9]{x^2}$.		

Câu 79. Cho hàm số $f(x)=x^2-4x$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x)=0$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) $x^2-4x\geq 0,\ \forall x\in[0;4]$.		
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Ox được tính theo công thức $S=\displaystyle\int_4^0 \left\lvert x^2-4x\right\rvert \mathrm{d}x$.		
d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Ox có diện tích là 32.		

Câu 80. Cho hàm số $f(x)=2^{-3x+1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x)=2\left(\dfrac{1}{8}\right)^x$.		
b) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{8}\right)^x\mathrm{d}x$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\displaystyle\int\left(\frac{1}{8}\right)^x\mathrm{d}x=\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^x}{\ln\left(\frac{1}{8}\right)}$.		
d) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2^{-3x+1}}{-3\ln 2}+C$.		

Câu 81. Cho hàm số $f(x)=-x^2+1$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x)=0$.		
b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.		
c) Nếu $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox thì khối tròn xoay có được khi quay $\mathcal{D}$ xung quanh Ox một vòng có thể tích V được tính theo công thức $V=\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2\mathrm{d}x$.		
d) Nếu $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox thì khối tròn xoay có được khi quay $\mathcal{D}$ xung quanh Ox một vòng có thể tích bằng $\dfrac{16\pi}{15}$.		

Câu 82. Cho hàm số $f(x)=\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^2$, $x\neq 0$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x)=4x^2-4+\dfrac{1}{x^2},\ x\neq 0$.		
b) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4\int x^2\,\mathrm{d}x-4\int\mathrm{d}x+\int\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$.		
c) $\forall\alpha\in(0;+\infty),\ \displaystyle\int x^\alpha\,\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha-1}+C$.		
d) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{4x^3}{3}-4x+\frac{1}{x}+C$.		

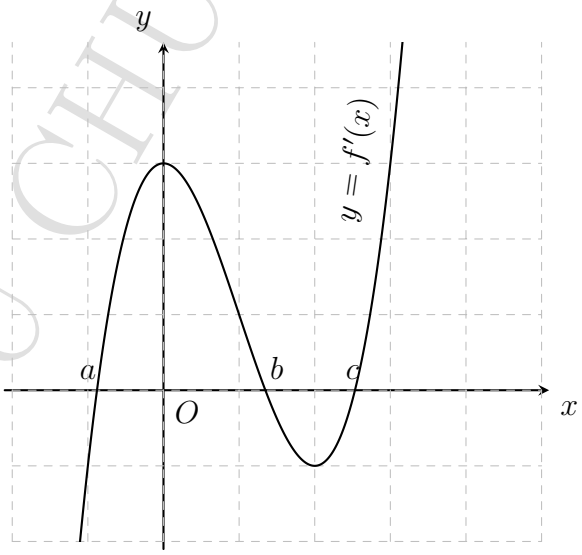
Câu 83. Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v=f(t)$ (m/s) trong đó đơn vị của thời gian t là giây (s). Biết $v=f(t)=30-5t$ (m/s).

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường $s(t)$ chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t thỏa mãn $s'(t) = f(t)$.		
b) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$, trong đó đơn vị của s là mét.		
c) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t là $s = 30t - 5t^2 + C$ trong đó đơn vị của s là mét, C là một hằng số nào đó.		
d) Quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1 = 1$ s đến thời điểm $t_2 = 2$ s là 22,5 m.		

Câu 84.

Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và cắt Ox tại đúng 3 điểm phân biệt có hoành độ a, b, c (hình bên). Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Ox tương ứng với $x \in [a;b]$, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Ox tương ứng với $x \in [b;c]$.



Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a;b], f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in [b;c]$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ và đồng biến trên $[b;c]$.		
c) $S_1 = f(a) - f(b), S_2 = f(a) - f(c)$.		
d) $f(b) > f(c) > f(a)$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 85. Giả sử $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}\,dx = ax^{\frac{m}{n}} + C$ với a là hằng số thực, n là số nguyên dương, m là số nguyên và ước số chung lớn nhất của m và n bằng 1. Giá trị của biểu thức $S = a + m + n$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 86. Giả sử $\forall a, b \in \mathbb{R}, a < 0 < b, \int_a^b |x|^7\,dx = ma^8 + nb^8$ trong đó m, n là các hằng số thực (không phụ thuộc vào a và b). Giá trị của biểu thức $P = m - 5n$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

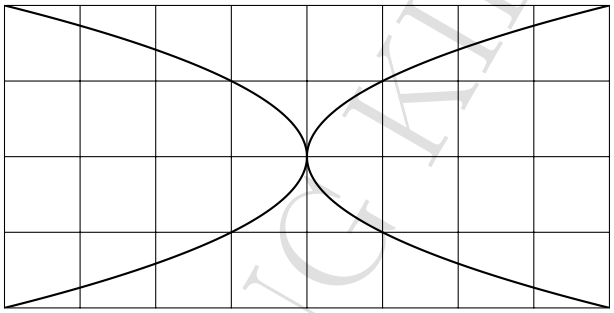
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 87. Hình phẳng giới hạn bởi trục tung, đường thẳng $y=-8$ và đồ thị hàm số $y=x^3$ có diện tích là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 88.

Một nhà thiết kế cần làm một cái logo có dạng hình chữ nhật kích thước 40 cm $\times$ 80 cm. Trong logo đó có hai đường parabol chung đỉnh, cùng trục đối xứng chứa đường trung bình của hình chữ nhật và hai parabol đi qua đỉnh của hình chữ nhật (hình bên). Nhà thiết kế có kế hoạch làm màu nền là màu xanh phần phía trên của cả hai đường parabol và phần phía dưới của cả hai đường parabol, phần còn lại là màu khác. Diện tích phần màu xanh là bao nhiêu dm^2 (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?



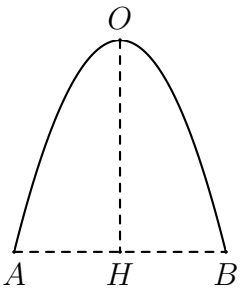
KQ: | | | | |

Câu 89. Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu 29,4 m/s. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi chạm đất là bao nhiêu mét? Biết gia tốc trọng trường là 9,8 m/s^2.

KQ: | | | | |

Câu 90.

Mặt cắt đứng của một cái cổng có dạng một đường parabol với chiều cao $OH=4$ m và khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB=4$ m (hình bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu mét vuông? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)



KQ: | | | | |

Câu 91. Một ô tô đang chạy với vận tốc 18 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-36t+18$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12

TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 10

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

1 Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

Định nghĩa 27 Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới bảng sau

Bảng 1

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	$\ldots$	$[u_k;u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

Nếu n_1 và n_k cùng khác 0 thì

$$R = u_{k+1} - u_1$$

Đối với mẫu số liệu ghép nhóm mà ta biết mẫu số liệu không ghép nhóm sinh ra nó thì ta cũng có thể chọn khoảng biến thiên của mẫu số liệu không ghép nhóm chính là khoảng biến thiên của số liệu ghép nhóm.

NHẬN XÉT. **Ý nghĩa của khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm**

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu. Cụ thể, khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán, và ngược lại.
- Trong các đại lượng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm, khoảng biến thiên là đại lượng dễ hiểu, dễ tính toán nhưng chưa phản ánh được đầy đủ mức độ phân tán của phần lớn các số liệu. Hơn nữa, do khoảng biến thiên chỉ sử dụng hai giá trị u_1 và u_{k+1} của mẫu số liệu nên đại lượng đó dễ bị ảnh hưởng bởi các *giá trị bất thường*. Do đó, để phản ánh mức độ phân tán của dữ liệu, người ta còn dùng các số đặc trưng khác.

2 Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Tứ phân vị thứ i, kí hiệu là Q_i với $i = 1, 2, 3$ của mẫu số liệu ghép nhóm (Bảng 1) được xác định như sau

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{i\cdot n}{4} - C}{n_m}\cdot(u_{m+1} - u_m),$$

trong đó

- $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ là cỡ mẫu;
- $[u_m;u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i;
- n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i;

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

- $C = n_1 + n_2 + \ldots + n_{m-1}$.

Định nghĩa 28 Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Δ_Q, là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

NHẬN XÉT. **Ý nghĩa của khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm**

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liệu). Cụ thể, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu càng nhỏ thì dữ liệu càng tập trung xung quanh trung vị.
- Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị bất thường trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị bất thường nếu $x > Q_3 + 1{,}5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1{,}5\Delta_Q$.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm không bị ảnh hưởng nhiều bởi các giá trị bất thường trong mẫu số liệu, chính vì thế nó thường được sử dụng thay cho khoảng biến thiên.

B. PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

1 Phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	$\ldots$	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

Định nghĩa 29 **Phương sai** của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2, được tính bởi công thức

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_k(x_k - \overline{x})^2\right],$$

trong đó

- $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ là cỡ mẫu;
- $\overline{x} = \frac{1}{n}(n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k)$ là số trung bình.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S, là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là $s = \sqrt{S^2}$.

- *Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau*

$$S^2 = \frac{1}{n}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \ldots + n_kx_k^2) - \overline{x}^2.$$

- *Trong thống kê người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm*

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1}\left[n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_k(x_k - \overline{x})^2\right].$$

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Nhận xét. Ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

- Phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu gốc. Chúng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu. Cụ thể, phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì dữ liệu càng phân tán.
- Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.
- Khi hai mẫu số liệu ghép nhóm có cùng đơn vị đo và có số trung bình bằng nhau (hoặc xấp xỉ nhau), mẫu số liệu nào có độ lệch chuẩn nhỏ hơn thì mức độ phân tán (so với số trung bình cộng) của các số liệu trong mẫu đó sẽ thấp hơn.

2 Giá trị ngoại lệ

Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1{,}5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1{,}5\Delta_Q$.

C. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Bảng sau ghi lại số điểm 10 của các bạn học sinh Tổ 1 trong một học kì như sau.

4 4 5 8 3 0 1 1 5 4

Tỉ số giữa trung vị và mốt của mẫu số liệu trên là

A. 0,8. **B.** 0,9. **C.** 1. **D.** 1,1.

Câu 2. Bảng sau ghi lại số điểm 10 của các bạn học sinh Tổ 1 trong một học kì như sau.

4 4 5 8 3 0 1 1 5 4

Tỉ số giữa khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 0,5. **B.** 0,75. **C.** 1. **D.** 1,5.

Câu 3. Bảng sau ghi lại số điểm 10 của các bạn học sinh Tổ 1 trong một học kì như sau.

4 4 5 8 3 0 1 1 5 4

Phương sai của mẫu số liệu trên là

A. 5. **B.** 5,05. **C.** 5,61. **D.** 2,25.

Câu 4. Bảng sau ghi lại thể tích nước của một số quả dừa Xiêm trồng ở Tiền Giang (đơn vị: ml).

250	252	253	255	255	257	258	258	258	259
260	263	265	269	270	273	273	273	277	279

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 256. **B.** 256,5. **C.** 257. **D.** 259,5.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 5. Bảng sau ghi lại thể tích nước của một số quả dừa Xiêm trồng ở Tiền Giang (đơn vị: ml).

250	252	253	255	255	257	258	258	258	259
260	263	265	269	270	273	273	273	277	279

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 15. **B.** 15,5. **C.** 16. **D.** 16,5.

Câu 6. Bảng sau ghi lại thể tích nước của một số quả dừa Xiêm trồng ở Tiền Giang (đơn vị: ml).

250	252	253	255	255	257	258	258	258	259
260	263	265	269	270	273	273	273	277	279

Số lượng mốt của mẫu số liệu trên là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1,2; 1,3)	[1,3; 1,4)	[1,4; 1,5)	[1,5; 1,6)	[1,6; 1,7)
Tần số	14	40	13	10	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 0,6. **B.** 0,5. **C.** 0,4. **D.** 0,3.

Câu 8. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1,2; 1,3)	[1,3; 1,4)	[1,4; 1,5)	[1,5; 1,6)	[1,6; 1,7)
Tần số	14	40	13	10	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. [1,30; 1,32). **B.** [1,32; 1,34). **C.** [1,34; 1,36). **D.** [1,36; 1,38).

Câu 9. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1,2; 1,3)	[1,3; 1,4)	[1,4; 1,5)	[1,5; 1,6)	[1,6; 1,7)
Tần số	14	40	13	10	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 0,13. **B.** 0,10. **C.** 0,20. **D.** 0,14.

Câu 10. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng của một thiết bị điện tử (đơn vị: nghìn giờ).

Nhóm	[1,0; 1,2)	[1,2; 1,4)	[1,4; 1,6)	[1,6; 1,8)	[1,8; 2,0)
Tần số	20	34	13	10	3

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. $[1{,}0;1{,}2)$. **B.** $[1{,}2;1{,}4)$. **C.** $[1{,}4;1{,}6)$. **D.** $[1{,}6;1{,}8)$.

Câu 11. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng của một thiết bị điện tử (đơn vị: nghìn giờ).

Nhóm	$[1{,}0;1{,}2)$	$[1{,}2;1{,}4)$	$[1{,}4;1{,}6)$	$[1{,}6;1{,}8)$	$[1{,}8;2{,}0)$
Tần số	20	34	13	10	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 1,2. **B.** 1,19. **C.** 1,25. **D.** 1,22.

Câu 12. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng của một thiết bị điện tử (đơn vị: nghìn giờ).

Nhóm	$[1{,}0;1{,}2)$	$[1{,}2;1{,}4)$	$[1{,}4;1{,}6)$	$[1{,}6;1{,}8)$	$[1{,}8;2{,}0)$
Tần số	20	34	13	10	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. $(0{,}04;0{,}045)$. **B.** $(0{,}045;0{,}05)$. **C.** $(0{,}05;0{,}055)$. **D.** $(0{,}055;0{,}06)$.

Câu 13. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: gam).

Khối lương	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Tần số	18	20	24	15	13

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 83,33. **B.** 83,67. **C.** 84,67. **D.** 85,33.

Câu 14. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: gam).

Khối lương	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Tần số	18	20	24	15	13

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 2,64. **B.** 6,96. **C.** 84,92. **D.** 10.

Câu 15. Tại một gara ô tô, người ta ghi lại thời gian sử dụng của một số chiếc ô tô đến sữa chữa tại đây (đơn vị: năm). Kết quả được cho trong bảng sau đây.

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	10	14	19	23	27	32

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 16. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 10.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 16. Tại một gara ô tô, người ta ghi lại thời gian sử dụng của một số chiếc ô tô đến sửa chữa tại đây (đơn vị: năm). Kết quả được cho trong bảng sau đây.

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	10	14	19	23	27	32

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. $[6;8)$. **B.** $[8;10)$. **C.** $[10;12)$. **D.** $[12;14)$.

Câu 17. Tại một gara ô tô, người ta ghi lại thời gian sử dụng của một số chiếc ô tô đến sửa chữa tại đây (đơn vị: năm). Kết quả được cho trong bảng sau đây.

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	10	14	19	23	27	32

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn các kết quả phép tính đến hàng phần trăm*) là

A. 5,29. **B.** 4,26. **C.** 6. **D.** 5,07.

Câu 18. Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh khối 12 được ghi lại ở bảng sau

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	10	14	19	32	25

Khoảng tứ phân vi của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần trăm*) là

A. 1,99. **B.** 1,98. **C.** 1,96. **D.** 1,95.

Câu 19. Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh khối 12 được ghi lại ở bảng sau

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	10	14	19	32	25

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 7,5. **B.** 7. **C.** 7,98. **D.** 8,65.

Câu 20. Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh khối 12 được ghi lại ở bảng sau

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	10	14	19	32	25

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. $(1{,}25;1{,}28)$. **B.** $(1{,}28;1{,}3)$. **C.** $(1{,}6;1{,}65)$. **D.** $(1{,}65;1{,}7)$.

Câu 21. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

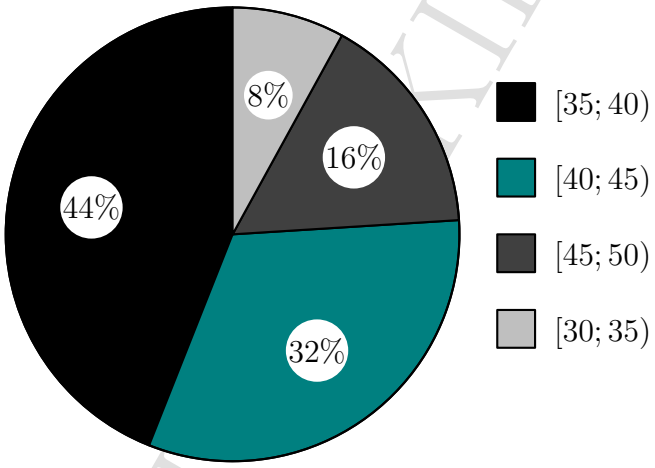
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 18. **B.** 24. **C.** 14. **D.** 21.

Câu 22.

Kết quả điều tra 175 nhân viên văn phòng về chi phí trung bình cho mỗi suất ăn trưa của họ được tổng kết lại ở biểu đồ sau (đơn vị nghìn đồng). Khoảng chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

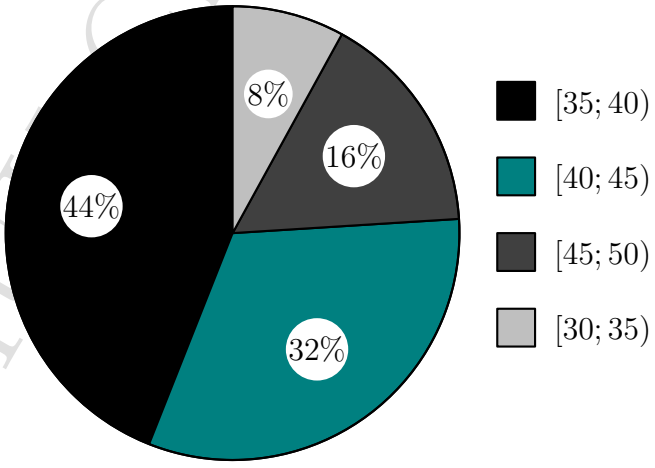
A. $[30;35)$. **B.** $[35;40)$.
C. $[40;45)$. **D.** $[45;50)$.



Câu 23.

Kết quả điều tra 175 nhân viên văn phòng về chi phí trung bình cho mỗi suất ăn trưa của họ được tổng kết lại ở biểu đồ sau (đơn vị nghìn đồng). Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần nghìn*) là

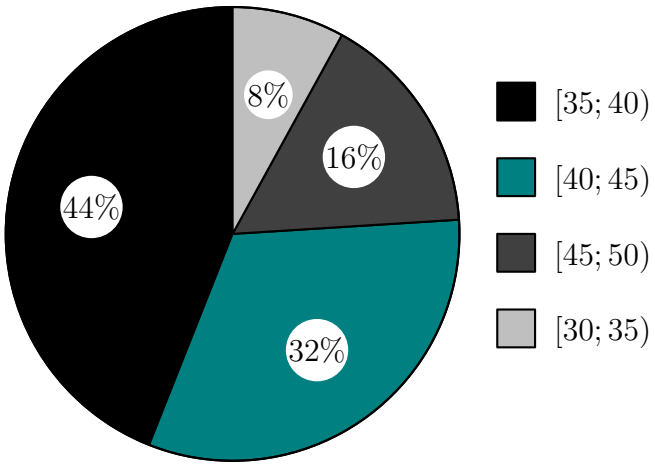
A. 36,932. **B.** 39,773. **C.** 42,614. **D.** 38,752.



Câu 24.

Kết quả điều tra 175 nhân viên văn phòng về chi phí trung bình cho mỗi suất ăn trưa của họ được tổng kết lại ở biểu đồ sau (đơn vị nghìn đồng). Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 4,261. **B.** 4,374. **C.** 18,264. **D.** 18,16.



Câu 25. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

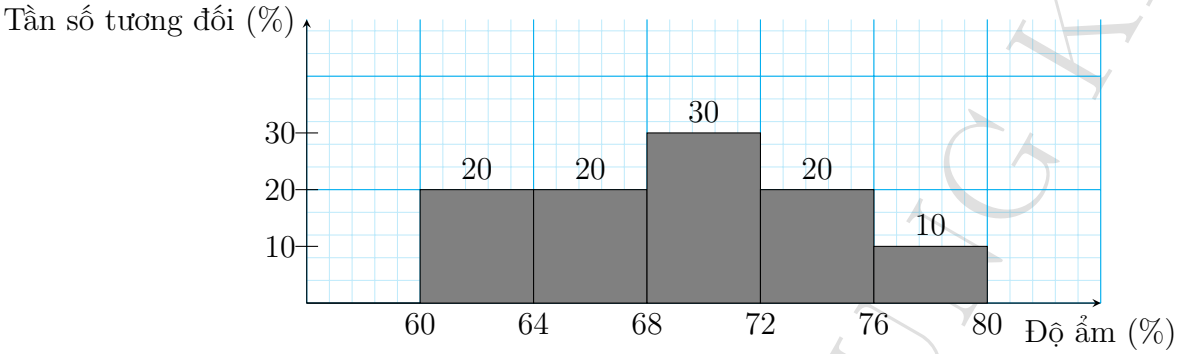
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

A. $(5;7)$. **B.** $(16;17)$. **C.** $(11;12)$. **D.** $(15;16)$.

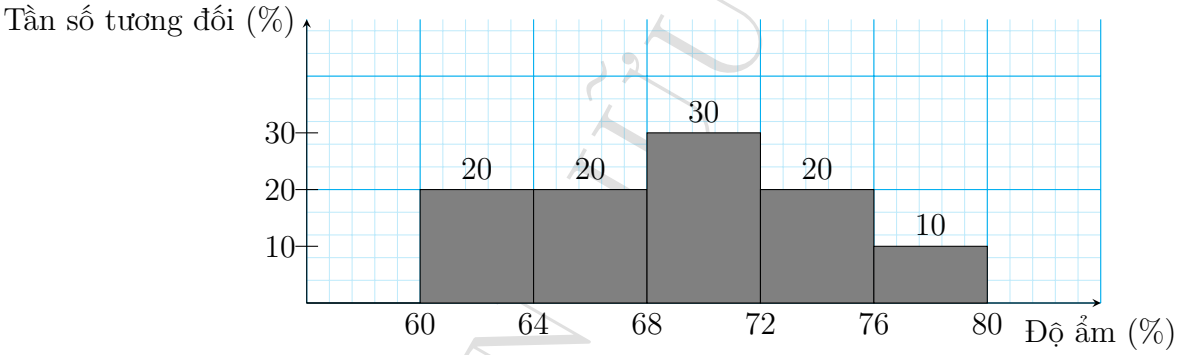
Câu 26. Bảng dưới đây thống kê độ ẩm không khí trung bình mỗi ngày đo được tại một trạm quan trắc trong 60 ngày đầu năm 2023.



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 64,25. **B.** 65. **C.** 66. **D.** 70.

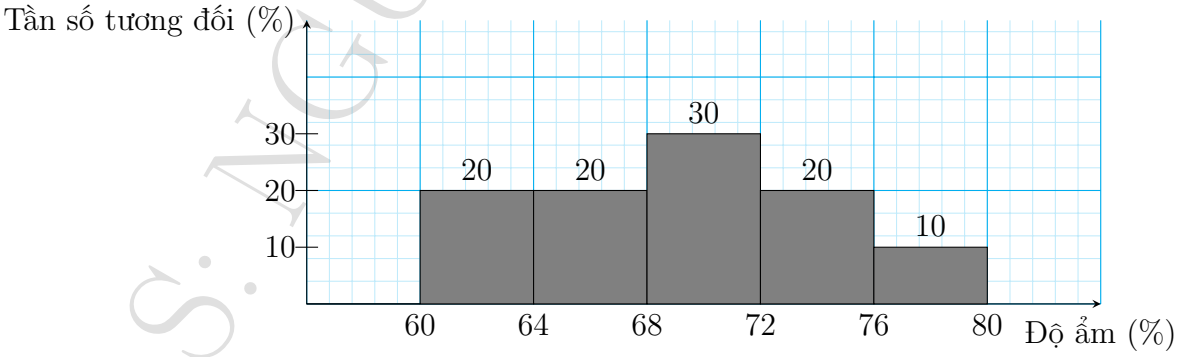
Câu 27. Bảng dưới đây thống kê độ ẩm không khí trung bình mỗi ngày đo được tại một trạm quan trắc trong 60 ngày đầu năm 2023.



Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 68,2. **B.** 69. **C.** 69,2. **D.** 70.

Câu 28. Bảng dưới đây thống kê độ ẩm không khí trung bình mỗi ngày đo được tại một trạm quan trắc trong 60 ngày đầu năm 2023.



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần nghìn*) là

A. 4,996. **B.** 24,960. **C.** 5,038. **D.** 25,383.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 29. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2;6)$	$[6;10)$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5,375. **B.** 6,375. **C.** 8,875. **D.** 9,375.

Câu 30. Bảng sau ghi lại nhiệt độ không khí đo được lúc 12 giờ trưa hằng ngày tại một trạm quan sát trong 1 năm.

Nhóm	$[12;16)$	$[16;20)$	$[20;24)$	$[24;28)$	$[28;32)$
Tần số	85	63	95	87	35

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 10. **B.** 14. **C.** 60. **D.** 20.

Câu 31. Bảng sau ghi lại nhiệt độ không khí đo được lúc 12 giờ trưa hằng ngày tại một trạm quan sát trong 1 năm.

Nhóm	$[12;16)$	$[16;20)$	$[20;24)$	$[24;28)$	$[28;32)$
Tần số	85	63	95	87	35

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 18,397. **B.** 12,397. **C.** 16,397. **D.** 16,099.

Câu 32. Bảng sau ghi lại nhiệt độ không khí đo được lúc 12 giờ trưa hằng ngày tại một trạm quan sát trong 1 năm.

Nhóm	$[12;16)$	$[16;20)$	$[20;24)$	$[24;28)$	$[28;32)$
Tần số	85	63	95	87	35

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn đến hàng phần nghìn*) là

A. 5,189. **B.** 26,922. **C.** 4,661. **D.** 21,727.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 33. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu nhóm về đường kính của một số quả cam sành Hà Giang được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị mm).

Nhóm	$[75;77)$	$[77;79)$	$[79;81)$	$[81;83)$	$[83;85)$
Tần số	12	25	38	20	5

Phát biểu	Đ	S
a) Số phần tử của mẫu (cỡ mẫu) là $n = 100$.		
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 83$.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 2,96$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ĐỘC QUYỀN BỞI NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

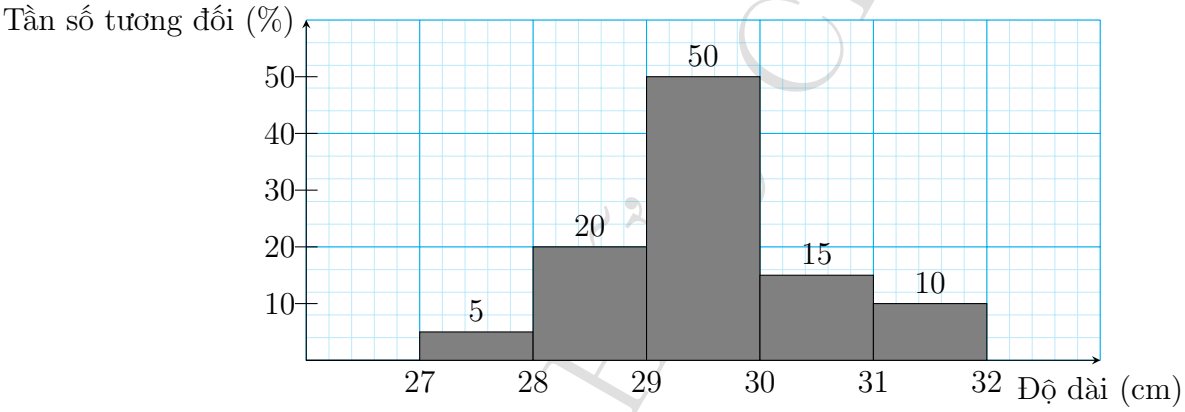
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 34. Time on Site hay còn được gọi là thời gian trên trang là thời gian khách hàng lưu lại trên một website. Bảng sau đây ghi lại thời gian trên trang của một số khách hàng ở một website (đơn vị giây)

Nhóm	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)
Tần số	125	100	35	30	10

Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 300.		
b) Tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc cùng một nhóm.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm [120; 180).		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 144.		

Câu 35. Người ta đo độ dài thân của 80 con cá rô được nuôi ở một khu vực. Kết quả được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau (đơn vị cm).



Phát biểu	Đ	S
a) Số con cá có độ dài thân nhỏ hơn 28 cm là 5.		
b) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng [29,4; 29,5).		
c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là 29.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 1.		

Câu 36. Bảng sau đây biểu diễn lượng mưa trung bình đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Nam Định trong các năm từ 2007 đến 2023 (đơn vị mm).

1 114	1 087	1 800	1 643,6	1 461,4	,1 767,2	1 772,8	1 757,3	1 721,4
1 349,7	1 612,3	2 318,3	1 800,1	1 265	1 641,5	2 227,3	2 542,4	

Người ta lập bảng dữ liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên. Bảng gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau, nhóm đầu tiên là [1 050; 1 350). Sử dụng bảng số liệu đó, ta có

Phát biểu	Đ	S
a) Đầu mút trái của nhóm cuối cùng là 2 250.		
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 1 050.		

Phát biểu	Đ	S
c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 1 452.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớn hơn 519.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 37. Bảng tần số tương đối ghép nhóm sau đây ghi lại huyết áp tâm thu của 80 người cao tuổi ở một khu vực (đơn vị mmHg)

Nhóm	[120; 125)	[125; 130)	[130; 135)	[135; 140)	[140; 145)
Tần số	5%	10%	15%	25%	45%

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |

Câu 38. Chiều cao của các cây bạch đàn (đơn vị: m) ở một khu vườn được ghi lại ở bảng sau.

Nhóm	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)	[11; 12)	[12; 13)
Tần số	6	9	15	27	3

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 39. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả dưa bở thu hoạch được ở một khu vườn (đơn vị: gam).

Nhóm	[600; 650)	[650; 700)	[700; 750)	[750; 800)	[800; 850)
Tần số	14	40	13	10	3

Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 40. Bạn Minh ghi lại thời gian tập bóng bàn của mình trong 10 ngày ở bảng sau đây (đơn vị: phút).

20	21	22	25	28	30	33	35	36	39

Bạn Minh ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm đầu tiên là [20; 25). Tính hiệu giữa trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và trung bình của mẫu số liệu ban đầu.

KQ: | | | | |

Câu 41. Bạn Mai ghi lại thời gian sử dụng điện thoại di động mỗi ngày của mình trong 10 ngày liên tiếp ở bảng sau (đơn vị: phút).

150	251	73	188	165	225	235	144	160	244

Bạn Mai ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm cuối cùng là [220; 270). Tính tỉ số giữa độ lệch chuẩn và trung bình mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 11

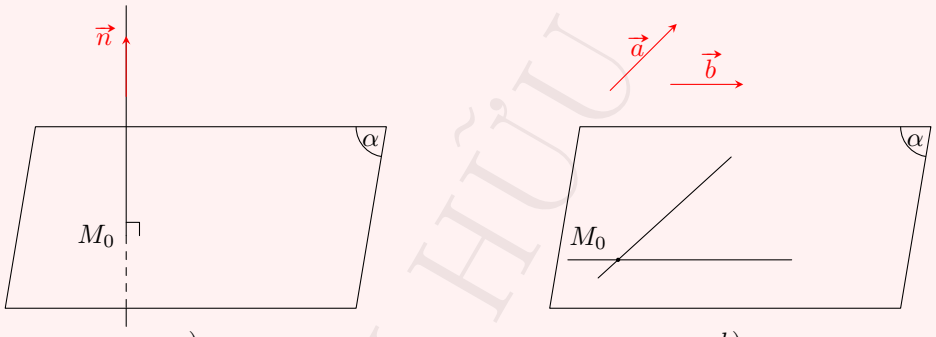
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU

A. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1 Vectơ pháp tuyến. Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

Định nghĩa 30 Cho mặt phẳng (α).

- Nếu vectơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, có giá song song hoặc nằm trong (α) thì $\vec{a}, \vec{b}$ được gọi là cặp vectơ chỉ phương của (α).



a) b)

- Nếu hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) thì

$$\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$$

  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
- Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến hoặc một điểm và một cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng đó.
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).

2 Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Định nghĩa 31 Cho mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó

- Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.
- $N(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha) \Leftrightarrow Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$.

Mỗi phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ (trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0) đều là phương trình của một mặt phẳng xác định.

- Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là

$$\begin{aligned} & A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0 \\ \Leftrightarrow\ & Ax+By+Cz+D=0 \text{ với } D=-Ax_0-By_0-Cz_0. \end{aligned}$$

- Do a, b, c đều khác 0 nên có thể viết lại phương trình trên thành $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Phương trình này gọi là ***phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn***.

3 Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho mặt phẳng

$$\begin{aligned} &(P_1)\colon A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \quad \text{có vectơ pháp tuyến} \quad \vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1) \\ &(P_2)\colon A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \quad \text{có vectơ pháp tuyến} \quad \vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)\,. \end{aligned}$$

Khi đó

- Nếu $\dfrac{A_1}{A_2}\neq\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$ thì (P_1) cắt (P_2).
- Nếu $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$ thì $(P_1)\ /\!/\ (P_2)$.
- Nếu $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}$ thì $(P_1)\equiv(P_2)$.

Đặc biệt: $(\alpha)\perp(\beta)$ $A_1B_1+A_2B_2+A_3B_3=0$.

4 Khoảng cách

- Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon Ax+By+Cz+D=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó

$$\mathrm{d}\left(M_0,(\alpha)\right)=\frac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

- Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song. Lấy điểm $M\in(P)$. Khi đó

$$\mathrm{d}\left((P),(Q)\right)=\mathrm{d}\left(M,(Q)\right).$$

5 Góc

Cho hai mặt phẳng (P) và (P') có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}$ và $\vec{n}'$, ta có

$$\cos\left((P),(P')\right)=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n}'\right)\right|.$$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

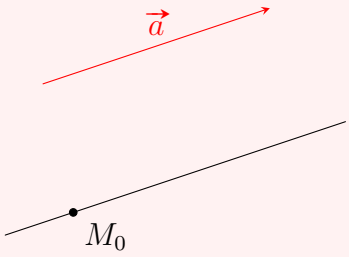
6 Xác định VTPT, cặp VTCP của mặt phẳng

- Tìm vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (P) là vectơ pháp tuyến của (P).
- Tìm hai vectơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P) là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P).
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ trong đó $\vec{a}$, $\vec{b}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P).

B. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

1 Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Định nghĩa 32
Vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d được gọi là vectơ chỉ phương của d.



- Một đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một vectơ chỉ phương và một điểm của nó.
- Nếu $\vec{a}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $k\vec{a}$ (với $k \neq 0$) cũng là vectơ chỉ phương của d.

2 Phương trình tham số của đường thẳng

Định nghĩa 33 Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm vectơ chỉ phương có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R} \ (t \text{ được gọi là tham số}).$$

- Trong phương trình tham số của đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$, mỗi giá trị của tham số t xác định duy nhất một điểm M trên d và ngược lại.
- Để cho gọn, trong phương trình tham số của đường thẳng, ta không viết $t \in \mathbb{R}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Phương trình chính tắc của đường thẳng

Định nghĩa 34 Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$. Nếu a_1,a_2,a_3 đều khác 0 thì phương trình

$$\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}=\frac{z-z_0}{a_3}$$

gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng d.

4 Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

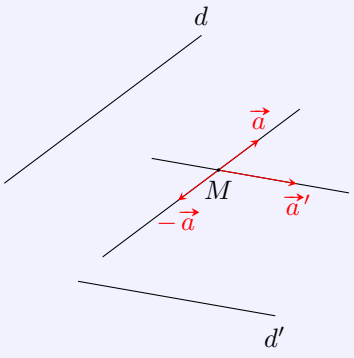
Cho hai đường thẳng d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$.

- Nếu $[\vec{u},\vec{u}']\cdot\overrightarrow{MM'}=0$ thì d và d' đồng phẳng và
  - d cắt $d' \Leftrightarrow [\vec{u},\vec{u}']\neq\vec{0}$
  - $d\ /\!/\ d' \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u},\vec{u}']=\vec{0}\\ [\vec{u},\overrightarrow{MM'}]\neq\vec{0}\end{cases}$
  - $d\equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u},\vec{u}']=\vec{0}\\ [\vec{u},\overrightarrow{MM'}]=\vec{0}\end{cases}$
- Nếu $[\vec{u},\vec{u}']\cdot\overrightarrow{MM'}\neq 0 \Rightarrow d$ và d' chéo nhau.

5 Góc giữa hai đường thẳng

Định lí 11
Góc giữa hai đường thẳng d và d' có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{a}$ và $\vec{a}'$ được tính bởi công thức

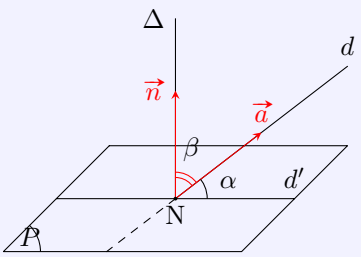
$$\cos(d,d')=|\cos(\vec{a},\vec{a}')|=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{a}'|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{a}'|}.$$



6 Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Định lí 12
Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a}$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ được tính bởi công thức

$$\sin(d,(P))=|\cos(\vec{a},\vec{n})|=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}.$$



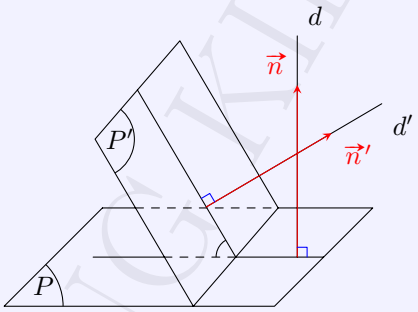
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

7 Góc giữa hai mặt phẳng

Định lí 13
Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (P') có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}$ và $\vec{n}'$ được tính bởi công thức

$$\cos((P),(P')) = |\cos(\vec{n},\vec{n}')| = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{n}'|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{n}'|}.$$



C. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

1 Phương trình của mặt cầu

Định nghĩa 35 Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình là

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$$

NHẬN XÉT.

- Cho mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có phương trình là
$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$$
Ta có thể viết phương trình đó về dạng
$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0 \text{ với } d=a^2+b^2+c^2-R^2.$$
Vậy mỗi mặt cầu đều có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.
- Ngược lại, xét phương trình có dạng
$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$
xác định một mặt cầu khi và chỉ khi $a^2+b^2+c^2-d>0$.
Khi đó, mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

D. CÂU HỎI ÔN TẬP

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nhận $\vec{n}=(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến và đi qua điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ có phương trình là

A. $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z+z_0)=0$.
B. $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.
C. $a(x-x_0)+b(y-y_0)-c(z-z_0)=0$.
D. $a(x-x_0)+c(y-y_0)+b(z-z_0)=0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ là

A. $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}}$.
B. $\dfrac{|ax_0+by_0-cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

C. $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$. **D.** $\dfrac{|ax_0+cy_0+bz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc φ giữa hai mặt phẳng nhận $\vec{n}=(a;b;c)$, $\vec{n}'=(a';b';c')$ là vectơ pháp tuyến thỏa mãn

A. $\cos\varphi=\dfrac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **B.** $\sin\varphi=\dfrac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

C. $\sin\varphi=\dfrac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$?

A. $\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Cặp vectơ nào là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng $(ABCD)$?

A. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'D'}$. **B.** $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD'}$. **C.** $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AB'}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxy) là

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Ozx) là

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(7;8;9)$ vuông góc với Ox có phương trình là

A. $x=7$. **B.** $y=8$.
C. $z=9$. **D.** $(x-7)+(y-8)+(z-9)=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(7;8;9)$ vuông góc với Oy có phương trình là

A. $x=7$. **B.** $y=8$.
C. $z=9$. **D.** $(x-7)+(y-8)+(z-9)=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(7;8;9)$ vuông góc với Oz có phương trình là

A. $x=7$. **B.** $y=8$.
C. $z=9$. **D.** $(x-7)+(y-8)+(z-9)=0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z+4=0$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\vec{n}_1=(1;2;3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
B. $\vec{n}_2=(1;-2;3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
C. $\vec{n}_3=(1;3;4)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
D. $\vec{n}_4=(-2;3;4)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;-1)$ có phương trình là

A. $3x-2y-z-4=0$. **B.** $3x-2y-z=0$.
C. $3x-2y-z+4=0$. **D.** $x+2y+3z+4=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;2)$, $B(6;0;0)$, $C(2;4;0)$ có phương trình là

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $x+y+2z-6=0$. **B.** $x+y+z-4=0$. **C.** $x+3y+z-6=0$. **D.** $x+y+z+4=0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;0)$, $B(0;5;0)$ và $C(0;0;7)$ có phương trình là

A. $\frac{y}{3}+\frac{x}{5}+\frac{z}{7}=1$. **B.** $\frac{z}{3}+\frac{y}{5}+\frac{x}{7}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{z}{5}+\frac{y}{7}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=1$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;1;1)$ và $C(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+z=0$.
C. $x+2y+3z-1=0$. **D.** $x+2y+3z-7=0$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ là vectơ chỉ phương và đi qua điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=a+x_0t\\y=b+y_0t\\z=c+z_0t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+ct\\z=z_0+bt\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0-ct\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nhận $\vec{u}=(a;b;c)\,(abc\neq 0)$ là vectơ chỉ phương và đi qua điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{c}=\frac{z-z_0}{b}$. **B.** $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$.
C. $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{-b}=\frac{z-z_0}{c}$. **D.** $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{-c}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc φ giữa hai đường thẳng nhận $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u'}=(a';b';c')$ là vectơ chỉ phương thỏa mãn

A. $\cos\varphi=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **B.** $\sin\varphi=\frac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}}$.
C. $\sin\varphi=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc α giữa đường thẳng nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ là vectơ chỉ phương và mặt phẳng nhận $\vec{n'}=(a';b';c')$ là vectơ pháp tuyến thoả mãn

A. $\cos\alpha=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.
C. $\sin\varphi=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{aa'+bb'+cc'}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của trục Ox?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của trục Oy ?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của trục Oz?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\begin{cases} x=3-t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2-2t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-12;13;-14)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(17;-18;-19)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+12}{17}=\dfrac{y-13}{18}=\dfrac{z+14}{-19}$. **B.** $\dfrac{x+12}{17}=\dfrac{y-13}{-18}=\dfrac{z+14}{19}$.
C. $\dfrac{x+12}{17}=\dfrac{y-13}{18}=\dfrac{x+14}{19}$. **D.** $\dfrac{x+12}{17}=\dfrac{y-13}{-18}=\dfrac{z+14}{-19}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(2;1;3)$, đường thẳng qua A và song song với đường thẳng BC có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-1+t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(2;4;5)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{z-3}{8}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{6}=\dfrac{z+3}{8}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+3}{8}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{6}=\dfrac{z+3}{8}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=2+3t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$ và điểm $A(1;-2;-3)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{-3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+3}{-3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;1)$ và song song với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.
C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R là

A. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z+c)^2=R^2$. **B.** $(x-a)^2+(y+b)^2+(z-c)^2=R^2$.
C. $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2$. **D.** $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(5;-6;7)$ bán kính 4 là

A. $(x+5)^2+(y-6)^2+(z+7)^2=16$. **B.** $(x+5)^2+(y-6)^2+(z+7)^2=4$.
C. $(x-5)^2+(y+6)^2+(z-7)^2=4$. **D.** $(x-5)^2+(y+6)^2+(z-7)^2=16$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-7;8;9)$ đi qua $A(-5;6;10)$ có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y-8)^2+(z-9)^2=9$.
B. $(x+7)^2+(y-8)^2+(z-9)^2=81$.
C. $(x+7)^2+(y-8)^2+(z-9)^2=3$.
D. $(x-7)^2+(y+8)^2+(z+9)^2=9$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1;2;-5)$; $R=4$.
B. $I(1;2;-5)$; $R=16$.
C. $I(-1;-2;5)$; $R=4$.
D. $I(-1;-2;5)$; $R=16$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1;-2;3)$; $R=25$.
B. $I(1;-2;3)$; $R=5$.
C. $I(-1;2;-3)$; $R=5$.
D. $I(-1;2;-3)$; $R=25$.

Câu 37. Phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+5=0$.
B. $x^2+y^2+z^2+2x+6y-2z+15=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x+1=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-6z+20=0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu tâm A bán kính AB là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$.
B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=30$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=30$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;0;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=26$.
B. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=6$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=6$.
D. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=24$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+1=0$ và $(Q)\colon 4x-2y+2z+3=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{n}=(2;-1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).		
b) $(P)\ /\!/\ (Q)$.		
c) Điểm $I\left(0;\frac{3}{2};0\right)$ không thuộc (Q).		
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{1}{\sqrt{6}}$.		

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{-1}$ và $\Delta_2\colon \frac{x+3}{1}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M_1(-3;-2;0)$ và có $\vec{u}_1=(2;1;-1)$ là vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M_2(-3;-5;1)$ và có $\vec{u}_2=(1;2;-1)$ là vectơ chỉ phương.		
c) Nếu $\vec{u}_1=(2;1;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;2;-1)$ thì $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(1;1;3)$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.		

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x=-1+t_1 \\ y=0 \\ z=1-t_1 \end{cases}$, $\Delta_2\colon \begin{cases} x=1-t_2 \\ y=-t_2 \\ z=-1. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{u}_1=(1;0;-1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_1.		
b) $\vec{u}_2=(1;-1;0)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_2.		
c) $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=-1$.		
d) Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x=-1+t_1 \\ y=0 \\ z=1-t_1 \end{cases}$, $\Delta_2\colon \begin{cases} x=1-t_2 \\ y=-t_2 \\ z=-1 \end{cases}$ là $120°$.		

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-y=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;0)$.		
b) Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxy).		
c) Góc giữa mặt phẳng (P) và trục Oy là $135°$.		
d) Mặt phẳng (P) chứa trục Oz.		

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 3x+4y+12z+2025=0$, $(P_2): 4x-3y+12z-2026=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{n}_1=(3;4;12)$ là một vectơ pháp tuyến của (P_1).		
b) $\vec{n}_2=(4;-3;12)$ là một vectơ pháp tuyến của (P_2).		
c) $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=144$.		
d) Góc giữa hai mặt phẳng đã cho (*làm tròn đến hàng đơn vị của* độ) là $32°$.		

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+8}{3}=\dfrac{z-7}{6}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+2025=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\vec{u}=(2;6;3)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.		
b) $\vec{n}=(1;2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).		
c) $\vec{u}\cdot\vec{n}=20$ với $\vec{u}=(2;3;6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.		
d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (*làm tròn đến hàng đơn vị của* độ) là $72°$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$, $\Delta'\colon \dfrac{x-x_0'}{a'}=\dfrac{y-y_0'}{b'}=\dfrac{z-z_0'}{c'}$. Xét các điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, $M'(x_0';y_0';z_0')$ và các vectơ $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u}'=(a';b';c')$.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu hai vectơ $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u}'=(a';b';c')$ cùng phương thì hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		
b) Nếu hai vectơ $\vec{u}=(a;b;c)$, $\vec{u}'=(a';b';c')$ không cùng phương thì hai đường thẳng luôn cắt nhau.		
c) Nếu $[\vec{u},\vec{u}']\cdot\overrightarrow{MM'}=0$ thì hai đường thẳng luôn song song.		
d) Nếu $[\vec{u},\vec{u}']\cdot\overrightarrow{MM'}\neq 0$ thì hai đường thẳng chéo nhau.		

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+3}{3}$, $\Delta'\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hai vectơ $\vec{u}=(1;2;3)$, $\vec{u}'=(3;2;1)$ lần lượt là hai vectơ chỉ phương của Δ, Δ'.		
b) Điểm $M(1;-1;-3)$ không thuộc đường thẳng Δ, điểm $M'(0;1;2)$ không thuộc đường thẳng Δ'.		
c) $[\vec{u},\vec{u}']=(-4;8;-4)$.		
d) Hai đường thẳng Δ, Δ' chéo nhau.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3;1;2)$ đến mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+6=0$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-8}{1}=\dfrac{y-9}{1}=\dfrac{z}{5}$, $\Delta'\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-9}{3}$ là n° (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P_1)\colon x+y+z-1=0$ và $(P_2)\colon x+2y-2z-3=0$ là n° (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

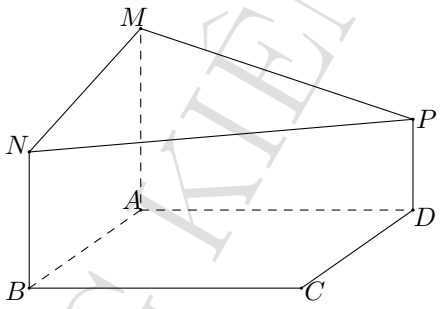
KQ: | | | | |

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$ là n° (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 52. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh 6 m, AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4$ m, $BN = 3$ m và $DP = 2$ m. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) là $n°$ (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của* độ, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu? KQ: | | | | |



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

PHẦN II

BỘ ĐỀ CHUẨN CẤU TRÚC ĐMH

ThS: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

12 TÀI LIỆU LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

Chuyên đề 12

BỘ ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC ĐMH

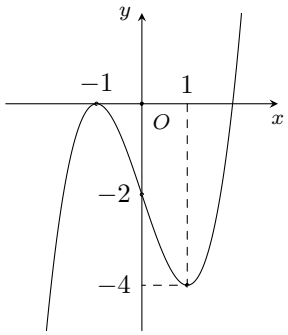
K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 1. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

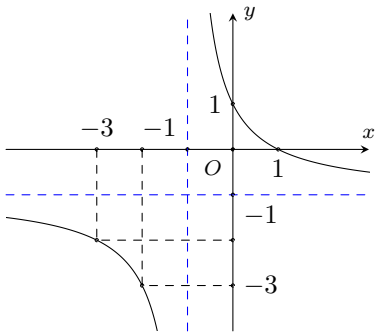
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(-1;0)$.
B. $(1;0)$.
C. $(2;0)$.
D. $(1;-4)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ bên. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



A. $x=1$.
B. $x=-1$.
C. $y=1$.
D. $y=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^3$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $f(x)=\dfrac{x^4}{4}+C$.
B. $f(x)=3x^2$.
C. $f(x)=4x^3$.
D. $f(x)=\dfrac{x^4}{4}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $2x+y^2+z+1=0$.
B. $x^2+y+z+2=0$.
C. $2x+y+z+3=0$.
D. $2x+y+z^2+4=0$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{z}=\dfrac{z-5}{4}$.
B. $\dfrac{x-9}{7}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-6}{-2}$.
C. $\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{z}$.
D. $\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $(x^2-8)^2+(y-12)^2+(z-24)^2=9^2$.
B. $(x-9)^2+(y^2-10)^2+(z-11)^2=12^2$.
C. $(x-13)^2+(y-24)^2-(z-36)^2=7^2$.
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=5^2$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B, kí hiệu là $\mathrm{P}(A|B)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $\mathrm{P}(A) > 0$ thì $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)}$.

B. Nếu $\mathrm{P}(B) > 0$ thì $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$.

C. Nếu $\mathrm{P}(A \cap B) > 0$ thì $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A \cap B)}$.

D. Nếu $\mathrm{P}(A \cap B) > 0$ thì $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(A \cap B)}$.

Câu 8.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi hình vẽ. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
$\ldots$	$\ldots$
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

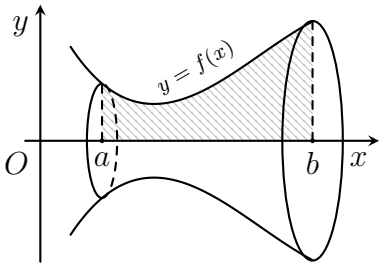
A. $a_{m+1} - a_1$. **B.** $a_{m+1} - a_m$. **C.** $n_m - n_1$. **D.** $n - n_m$.

Câu 9. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $Q_2 - Q_1$. **B.** $Q_3 - Q_2$. **C.** $Q_3 - Q_1$. **D.** $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$ như hình vẽ. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng



A. $V = \pi \displaystyle\int_b^a f^2(x)\mathrm{d}x$.

B. $V = \pi \displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

C. $V = \displaystyle\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

D. $V = \pi \displaystyle\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 16. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 256. **D.** 32.

Câu 12. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $\mathrm{pH} = -\log[H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của một loại sữa có $[H^+] = 10^{-6,8}$ là bao nhiêu?

A. $-6{,}8$. **B.** 68. **C.** 6,8. **D.** 0,68.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

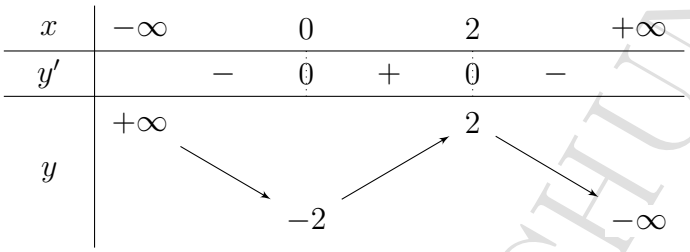
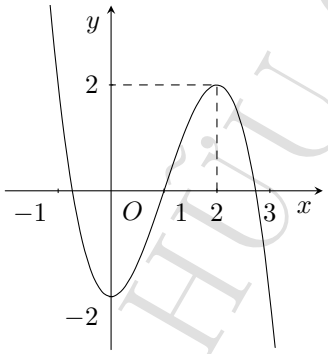
Câu 13. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$ và $\Delta_2 : \dfrac{x-4}{-1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z-6}{2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vectơ có toạ độ $(1;2;3)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_1.		
b) Vectơ có toạ độ $(4;5;6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_2.		
c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$ và $\vec{u}_2 = (-1;-2;2)$ bằng $-\dfrac{8}{9}$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của* độ) bằng 132°.		

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.		
b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.		
c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là  .		
d) Đồ thị của hàm số đã cho như ở hình bên dưới  .		

Câu 15. Kết quả kiểm tra cân nặng của 20 học sinh nam lớp 12A (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của* kilôgam) được cho ở bảng sau

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[60;64)$	62	8
$[64;68)$	66	9
$[68;72)$	70	1
$[72;76)$	74	1
$[76;80)$	78	1
		$n = 20$

Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20.		
b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho được tính bằng công thức $\overline{x} = \dfrac{8 \cdot 62 + 9 \cdot 66 + 1 \cdot 70 + 1 \cdot 74 + 1 \cdot 78}{20}$.		
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = \sqrt{\dfrac{436}{25}}$.		

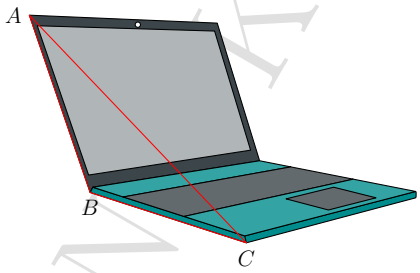
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười của* kilôgam) là 4 kg.		

Câu 16.

Hình ảnh máy tính xách tay đang mở ở hình vẽ bên gợi nên góc nhị diện và số đo góc BAC được gọi là độ mở của máy tính.



Phát biểu	Đ	S
a) $\cos\widehat{BAC} = -\dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$.		
b) Nếu $AB = AC = 30$ cm và $BC = 30\sqrt{3}$ cm thì $\cos\widehat{BAC} = -\dfrac{1}{2}$.		
c) Nếu $\cos\widehat{BAC} = -\dfrac{1}{2}$ thì $\widehat{BAC} = 60°$.		
d) Độ mở của máy tính là $120°$ nếu $AB = AC = 30$ cm và $BC = 30\sqrt{3}$ cm.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức: $S = Ae^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98 564 407 người và tỉ lệ tăng dân số hằng năm của Việt Nam là $r = 0{,}93\%$. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm là như nhau tính từ năm 2021. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người? KQ: | | | | |

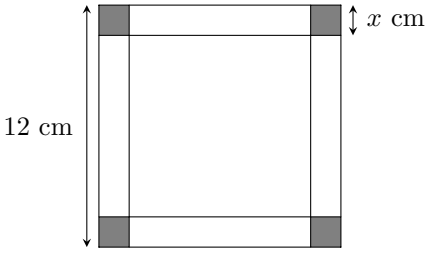
Câu 18. Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ âm phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M. Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

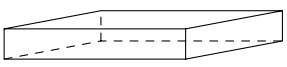
KQ: | | | | |

Câu 19. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử ba nút lưới mà toạ độ lần lượt là $(1;1;10), (4;3;1), (3;2;5)$ và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình $x + my + nz + p = 0$. Giá trị của $m + n + p$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 20.

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ bên để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimét để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất? (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)



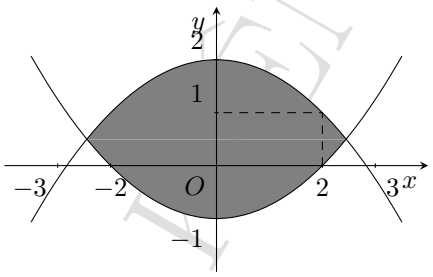


KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 21.

Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |



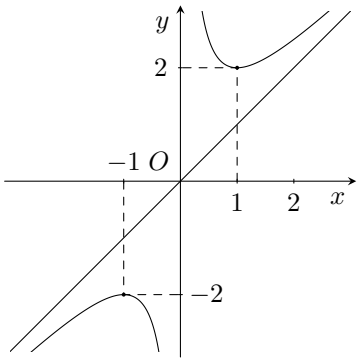
Câu 22. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8 000, trong số đó có 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% người đó cho ra kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (*Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 2. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

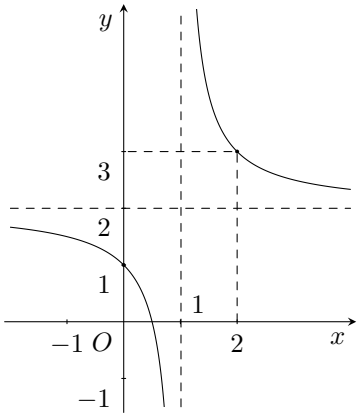


A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$.

C. $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là



A. $x = 2$. **B.** $x = -2$.

C. $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $-\cos x + C$. **B.** $\cos x + C$. **C.** $\sin x + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x - y + z + 3 = 0$?

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\vec{n}_1 = (2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2;1;1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-1;1;3)$.

Câu 5. Trong không gian toạ độ, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(6;-7;8)$. **B.** $(-6;7;8)$. **C.** $(6;7;-8)$. **D.** $(6;7;8)$.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B với $0 < \mathrm{P}(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}\left(\overline{B}\right) \cdot \mathrm{P}(A|B) + \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}\left(A|\overline{B}\right)$.
B. $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A|B) - \mathrm{P}\left(\overline{B}\right) \cdot \mathrm{P}\left(A|\overline{B}\right)$.
C. $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}\left(\overline{B}\right) \cdot \mathrm{P}\left(A|\overline{B}\right) - \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A|B)$.
D. $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A|B) + \mathrm{P}\left(\overline{B}\right) \cdot \mathrm{P}\left(A|\overline{B}\right)$.

Câu 8.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở bảng bên. Gọi $\overline{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1;\, a_2)$	x_1	n_1
$[a_2;\, a_3)$	x_2	n_2
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$[a_m;\, a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $s^2 = \dfrac{n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_m (x_m - \overline{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\dfrac{n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_m (x_m - \overline{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\dfrac{n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_m (x_m - \overline{x})^2}{n}}$.

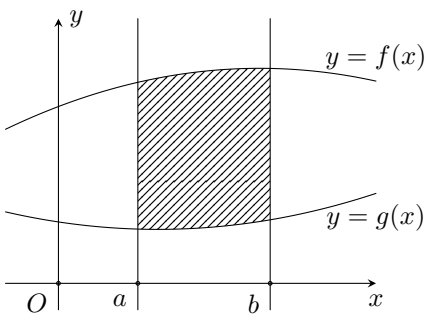
D. $s^2 = \dfrac{n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_m (x_m - \overline{x})^2}{m}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{k}$ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 10.

Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là



A. $S = \displaystyle\int_b^a |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \displaystyle\int_a^b [g(x) - f(x)]\,\mathrm{d}x$.

C. $S = \displaystyle\int_b^a [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$. **D.** $S = \displaystyle\int_a^b |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9$, $F(2) = 5$. Giá trị của biểu thức $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 14. **C.** 4. **D.** 45.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $I(1;1;1)$ đến $(P)\colon -2x - y + z - 16 = 0$ bằng

A. -6. **B.** 18. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** -18.

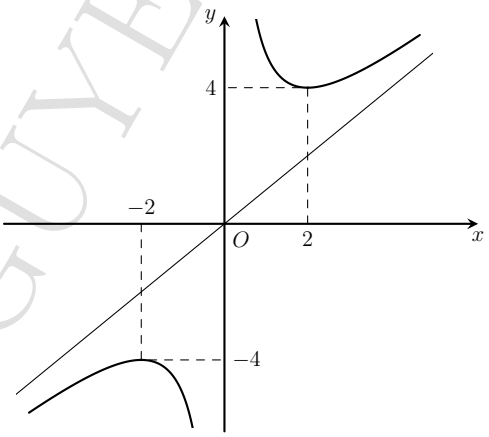
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{12}=\dfrac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-2z-2\,025=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vectơ có tọa độ $(2;1;6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.		
b) Vectơ có toạ độ $(1;2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).		
c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(5;12;-13)$ và $\vec{n}=(1;-2;-2)$ bằng $\dfrac{7}{39\sqrt{2}}$.		
d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (*làm tròn đến hàng đơn vị của* độ) bằng $83°$.		

Câu 14. Cho hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y'=1+\dfrac{4}{x^2}$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên $(-2;0)\cup(0;2)$ và nhận giá trị dương trên $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.		
c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -2 & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & \| & - & 0 & + & \\ \hline y & -\infty & \nearrow & 4 & \searrow & -\infty\ \|\ +\infty & \searrow & -4 & \nearrow & +\infty \end{array}$.		
d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình sau  .		

Câu 15. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh, $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.		
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.		
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.		
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.		

Câu 16. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$ và $D(1;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các điểm A, B, C, D đến điểm M lần lượt là $AM = 5$, $BM = 5$, $CM = 3$ và $DM = 3$.

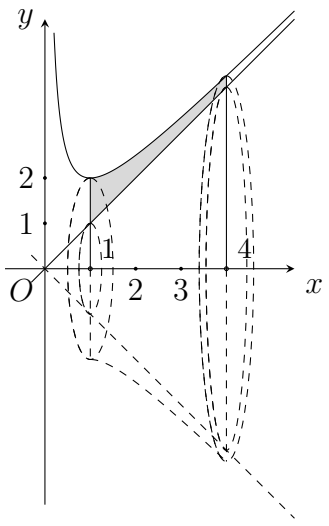
Phát biểu	Đ	S
a) $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$.		
b) $(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9$.		
c) $b = c$.		
d) $M(1;1;1)$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Một chiếc bát thuỷ tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimét) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox. Khi đó, hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Thể tích của bề dày chiếc bát thuỷ tinh đó bằng bao nhiêu decimét khối? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

KQ: | | | | |



Câu 18. Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng? KQ: | | | | |

Câu 19. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 20. Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt

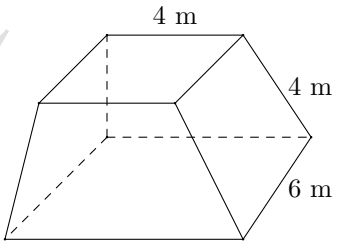
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

giống của loại cây đó trên hai ô thí nghiệm A, B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A, B lần lượt là 0,61 và 0,7. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)? KQ: | | | | |

Câu 21. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)? KQ: | | | | |

Câu 22.

Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 500 000 đồng/m^3. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (*làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng*)? KQ: | | | | |

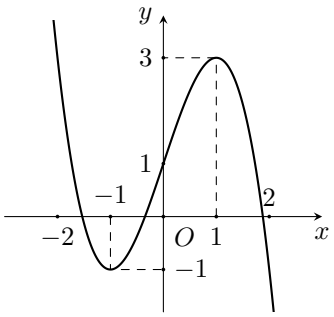


K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 — ĐỀ SỐ 3. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(1;-3)$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=15^x$?

A. $F_1(x)=15^x$. **B.** $F_2(x)=15^x\ln 15$. **C.** $F_3(x)=\dfrac{15^x}{\log 15}$. **D.** $F_4(x)=\dfrac{15^x}{\ln 15}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $2x+3y+z-1=0$. **B.** $x^2+y-z+3=0$.

C. $x-y^2+3z-6=0$. **D.** $x+y+z^2-7=0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+3)^2+(y-9)^2+(z+12)^2=5^2$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. 5^4. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 25.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-4+2t \\ y=7-3t \\ z=8-9t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $\vec{u}_1 = (4;7;8)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-4;7;8)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2;3;9)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2;-3;-9)$.

Câu 6. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x) < f(2)$, $\forall x \in (1;3) \setminus \{2\}$ thì

A. 2 là điểm cực tiểu của hàm số. **B.** 2 là điểm cực đại của hàm số.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $f(2)$. **D.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $f(2)$.

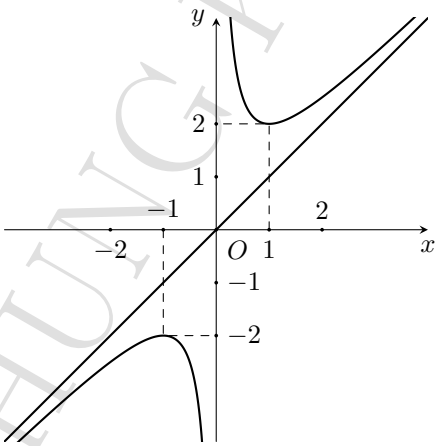
Câu 7.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$, $(am \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = 2x$. **B.** $y = -x$.

C. $y = x$. **D.** $y = -2x$.



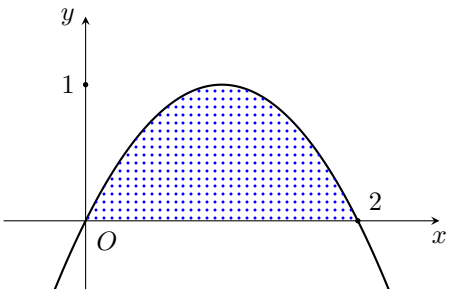
Câu 8. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ trong không gian được tính bằng

A. $|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|$. **B.** $|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

C. $|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$. **D.** $|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho phần hình phẳng được tô màu quay quanh trục Ox là



A. $V = \pi \displaystyle\int_2^0 [f(x)]^2 \,\mathrm{d}x$. **B.** $V = \displaystyle\int_2^0 [f(x)]^2 \,\mathrm{d}x$.

C. $V = \displaystyle\int_0^2 [f(x)]^2 \,\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \displaystyle\int_0^2 [f(x)]^2 \,\mathrm{d}x$.

Câu 10.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng bên. Gọi $\overline{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào dưới đây?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1;a_2)$	x_1	n_1
$[a_2;a_3)$	x_2	n_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$[a_m;a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $s^2 = \dfrac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \cdots + n_m(x_m-\overline{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\dfrac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \cdots + n_m(x_m-\overline{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\dfrac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \cdots + n_m(x_m-\overline{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \dfrac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \cdots + n_m(x_m-\overline{x})^2}{m}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và đường kính bằng 6 có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

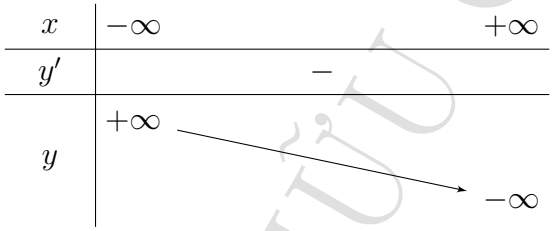
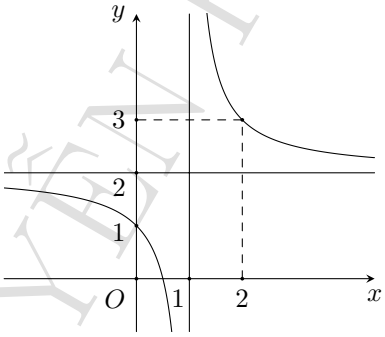
C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=36$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=4$, $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 0,75.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x\neq 1$.		
c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là  .		
d) Đồ thị của hàm số đã cho như hình dưới  .		

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1)\colon 2x+y+2z-1=0$ và $(P_2)\colon x-2y-2z-7=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vectơ có tọa độ $(2;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P_1).		
b) Vectơ có tọa độ $(1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P_2).		
c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{n}_1=(2;1;2)$ và $\vec{n}_2=(1;-2;-2)$ bằng $-\dfrac{4}{9}$.		
d) Góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) bằng 116°.		

Câu 15. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t)=-5t+20$ m/s, trong đó t là thời

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đ	S
a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.		
b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.		
c) $\int(-5t+20)\,\mathrm{d}t = -\dfrac{5t^2}{2}+20t+C.$		
d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.		

Câu 16. Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100 000 con. Gọi X là biến cố một con bò bị bệnh bò điên, Y là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(X)=13\cdot10^{-6}$.		
b) $\mathrm{P}(Y\mid X)=0{,}07$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(Y\mid\overline{X})=0{,}1$.		
d) $\mathrm{P}(Y\cap X)=91\cdot10^{-8}$.		

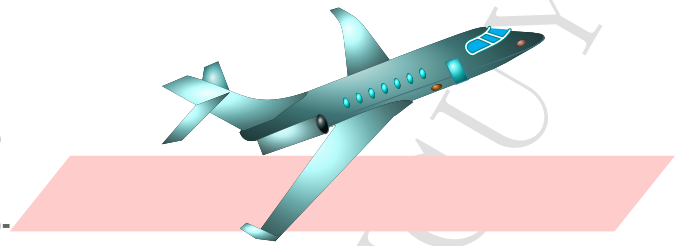
3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Giả sử $\int(0{,}1)^x\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{\ln a}\cdot b^x+C$. Với a, b là các hằng số dương. Giá trị của biểu thức $\dfrac{a}{b}$ bằng bao nhiêu?

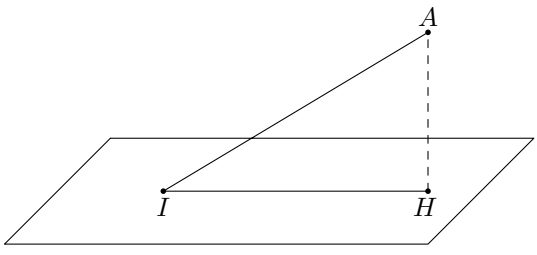
KQ: | | | | |

Câu 18. Giả sử ở những giây đầu tiên, máy bay ở *Hình 1* bay theo một đường thẳng tạo với mặt đất một góc 21° với vận tốc 240 km/h. *Hình 2* mô tả mặt đất là một phần mặt phẳng, máy bay bay ở vị trí I đến vị trí A. Độ cao AH của máy bay so với mặt đất sau khi máy bay rời khỏi mặt đất 3 giây là bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

KQ: | | | | |



Hình 1



Hình 2

Câu 19. Một doanh nghiệp hỗ trợ cho bốn người dân bị thất nghiệp ở một khu phố là 5 triệu đồng/người với điều kiện như sau:

- Người thất nghiệp của khu phố làm việc tạp vụ cho doanh nghiệp trong nhiều ngày liên tiếp.
- Sau ngày đầu tiên, doanh nghiệp cho 110 nghìn đồng/người.
- Bắt đầu từ ngày thứ hai, mỗi ngày tăng thêm 20 nghìn đồng/người so với ngày hôm trước.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

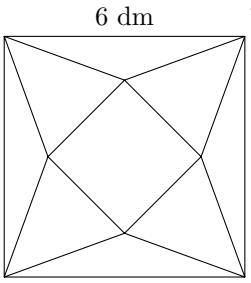
Mỗi người thất nghiệp phải làm cho doanh nghiệp đó ít nhất bao nhiêu ngày để có được hơn 5 triệu đồng (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

Câu 20. Bác Hà lập lại mật khẩu cho tài khoản thanh toán trực tuyến. Khi lập mật khẩu, hệ thống báo về số điện thoại của bác mã OTP là một dãy 4 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số, chữ số 0 có thể đứng đầu. Xác suất của biến cố: Mã OTP là dãy kí tự $abcd$ với $a < b < c < d$ là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)? KQ: | | | | |

Câu 21. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2 000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 22.

Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều như hình bên. Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |

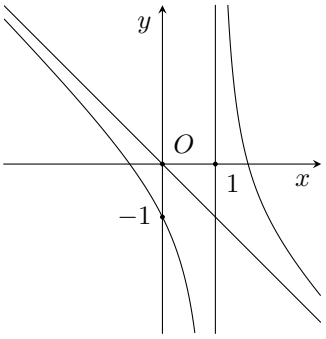


K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 — ĐỀ SỐ 4. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình bên. Phát biểu nào sau đây đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 10^x$?

A. $y = 10^x \ln 10$. **B.** $y = 10^x$. **C.** $y = \dfrac{10^{x+1}}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{10^x}{\ln 10}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $c(x - x_0) + b(y - y_0) + a(z - z_0) = 0$.
B. $b(x - x_0) + a(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.
C. $c(x - x_0) + a(y - y_0) + b(z - z_0) = 0$.
D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ có bán kính R có phương trình là

A. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.
B. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$.
C. $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.
D. $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng

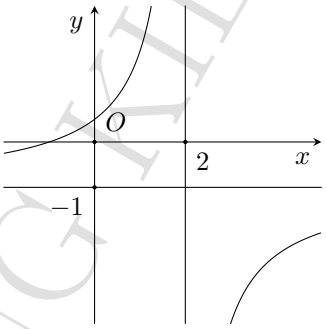
A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$.
B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_2)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

C. $\dfrac{|x_2-x_1|+|y_2-y_1|+|z_2-z_1|}{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}{3}}$.

Câu 6.

Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $x=-1$. **B.** $x=2$.
C. $y=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 7. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)\geq m$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và tồn tại $a\in\mathbb{R}$ sao cho $f(a)=m$ thì

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m.
B. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m.
C. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m.
D. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y=\cos x$ là

A. $y'=\sin x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=-\cos x$.

Câu 9.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng bên. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1;a_2)$	x_1	n_1
$[a_2;a_3)$	x_2	n_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$[a_m;a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $\overline{x}=\sqrt{\dfrac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+\cdots+n_mx_m^2}{m}}$.
B. $\overline{x}=\sqrt{\dfrac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+\cdots+n_mx_m^2}{n}}$.
C. $\overline{x}=\dfrac{n_1x_1+n_2x_2+\cdots+n_mx_m}{m}$.
D. $\overline{x}=\dfrac{n_1x_1+n_2x_2+\cdots+n_mx_m}{n}$.

Câu 10. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$. Khi đó $\mathrm{P}(A\mid B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B\mid A)}{\mathrm{P}(B)}$. **B.** $\dfrac{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(B\mid A)}{\mathrm{P}(A)}$. **C.** $\dfrac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B\mid A)}$. **D.** $\dfrac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(B\mid A)}$.

Câu 11. Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d=16$ cm, bậc thứ nhất có độ cao $u_1=16$ cm. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

A. 21 cm. **B.** 80 cm. **C.** 96 cm. **D.** 64 cm.

Câu 12. Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là 2 cm và 12 cm, chiều cao là 18 cm. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. 9 288 cm^3. **B.** 1 048 cm^3. **C.** 3 096 cm^3. **D.** 1 032 cm^3.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=2\sin x-x$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

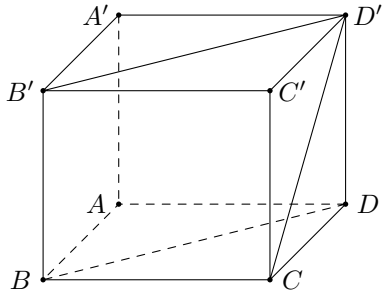
Phát biểu	Đ	S
a) $f'(x) = 2\cos x - 1$.		
b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
c) Tập hợp nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\left\{\dfrac{\pi}{3}\right\}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\sin x - x$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\sqrt{3} - \dfrac{\pi}{3}$.		

Câu 14. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = \dfrac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.

Phát biểu	Đ	S
a) Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 4$ quanh trục Ox. Khi đó, $V_1 = \pi\displaystyle\int_0^4 x\,\mathrm{d}x$.		
b) Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = \dfrac{1}{2}\sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 4$ quanh trục Ox. Khi đó, $V_2 = \displaystyle\int_0^4 \frac{1}{4}x\,\mathrm{d}x$.		
c) Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π.		
d) Một vật thể A có hình dạng được tạo khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo centimét). Thể tích của vật thể đó (*làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị* centimét *khối*) là 37,7cm^3.		

Câu 15.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (Hình bên).



Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng a.		
b) Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng $45°$.		
c) Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.		
d) Góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng $45°$.		

Câu 16. Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố A: "Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I" ; B: "Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I" .

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(B \mid A) = \dfrac{16}{23}$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = \dfrac{15}{23}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid A) = \dfrac{8}{23}$.		
d) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid \overline{A}) = \dfrac{7}{23}$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

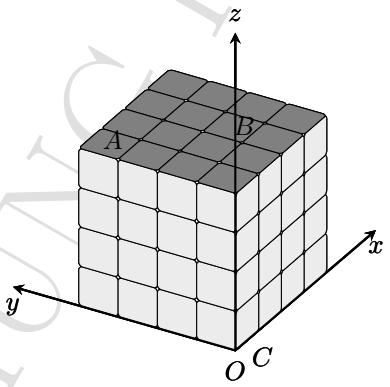
Câu 17. Trong điều kiện nuôi cấy thích hợp, cứ 20 phút vi khuẩn E.coli lại phân đôi một lần. Giả sử lúc đầu có 5 vi khuẩn và sau n phút ($n \in \mathbb{N}$) có hơn 2 000 vi khuẩn. Giá trị nhỏ nhất của n là bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 18.

Một khối rubik 4×4 được gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (Hình bên). Xét mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0;3;4)$, $B(2;1;4)$ và $C(1;0;0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

KQ: ☐☐☐☐



Câu 19. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

KQ: ☐☐☐☐

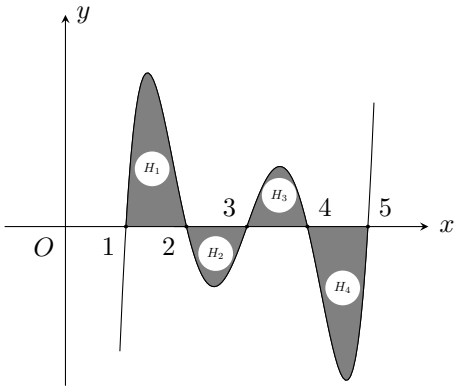
Câu 20. Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6\,000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2\,000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 21.

Gọi H_1, H_2, H_3, H_4 là các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y=f(x)$ và trục hoành với x lần lượt thuộc các đoạn $[1;2]$, $[2;3]$, $[3;4]$, $[4;5]$. Biết rằng, các hình H_1, H_2, H_3, H_4 lần lượt có diện tích bằng $\frac{9}{4}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{11}{12}$ và $\frac{9}{4}$. Giá trị $\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐



Câu 22. Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng 1 câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

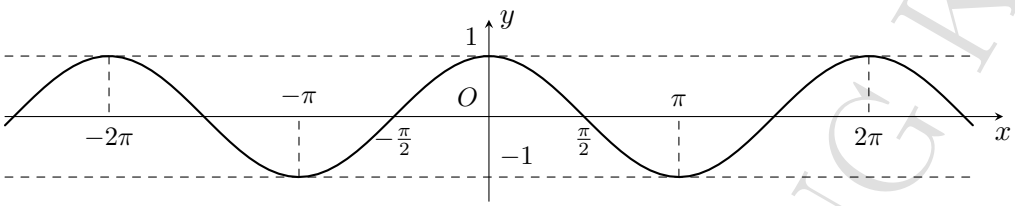
KQ: ☐☐☐☐

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 5. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

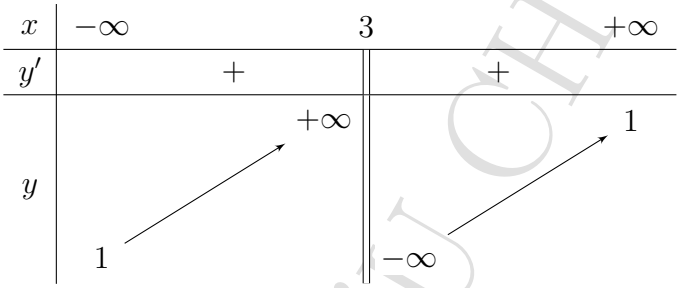
1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=1, y=1$. **B.** $x=1, y=3$. **C.** $x=3, y=3$. **D.** $x=3, y=1$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x\ln 3}$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\ln(3x)$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\ln\dfrac{x}{3}$.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int(\sin x+\cos x)\,\mathrm{d}x=\int\sin x\,\mathrm{d}x+\int\cos x\,\mathrm{d}x$.

B. $\displaystyle\int(\sin x+\cos x)\,\mathrm{d}x=\int\sin x\,\mathrm{d}x-\int\cos x\,\mathrm{d}x$.

C. $\displaystyle\int(\sin x+\cos x)\,\mathrm{d}x=-\int\sin x\,\mathrm{d}x+\int\cos x\,\mathrm{d}x$.

D. $\displaystyle\int(\sin x+\cos x)\,\mathrm{d}x=-\int\sin x\,\mathrm{d}x-\int\cos x\,\mathrm{d}x$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;3;4)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;2;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;2-3)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm $I(7;6;-5)$ bán kính 9?

A. $(x+7)^2+(y+6)^2+(z-5)^2=81$. **B.** $(x+7)^2+(y+6)^2+(z-5)^2=9$.
C. $(x-7)^2+(y-6)^2+(z+5)^2=81$. **D.** $(x-7)^2+(y-6)^2+(z+5)^2=9$.

Câu 7. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)\le M, \forall x\in\mathbb{R}$ và tồn tại $a\in\mathbb{R}$ sao cho $f(a)=M$ thì

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng M.
B. Hàm số đạt giá trị cực tiểu bằng M.
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng M.
D. Hàm số đạt giá trị cực đại bằng M.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i}$ là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(4;3;2)$. **D.** $(4;-3;2)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > 3$ là

A. $(\log_{0,5} 3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_{0,5} 3)$. **C.** $(0;0{,}125)$. **D.** $(0;3^{0,5})$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}_1 = (x_1;y_1;z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2;y_2;z_2)$. Vectơ $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$ có toạ độ là

A. $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$.
B. $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.
C. $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.
D. $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$.

Câu 11. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao học sinh của một lớp (đơn vị là centimet) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

A. 2,5 cm. **B.** 12,5 cm. **C.** 3,125 cm. **D.** 42,25 cm.

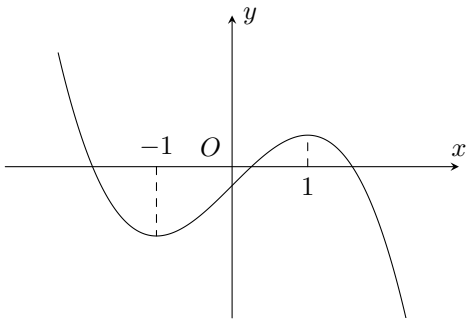
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(-1) = 1$ và $f'(-1) = -4$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(-1;1)$ là

A. $y = -4x - 5$. **B.** $y = -4x + 3$. **C.** $y = 4x + 5$. **D.** $y = -4x - 3$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.		
b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = -1$.		
c) Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng $(-1;1)$.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;0]$ bằng 1.		

Câu 14. Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1{,}2698\mathrm{e}^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

Phát biểu	Đ	S
a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.		
b) $S(t) = 90{,}7\mathrm{e}^{0,014t} + 90{,}7$.		
c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.		
d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.		

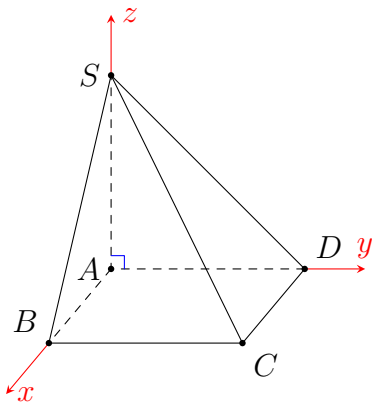
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 15. Khi điều tra sức khoẻ nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.		
b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường, là 0,7.		
c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là 0,75.		
d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.		

Câu 16.

Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3{,}5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;10;0)$.



Phát biểu	Đ	S
a) Toạ độ của điểm C là $(4;10;0)$.		
b) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4}+\frac{y}{10}-\frac{z}{3{,}5}=1$.		
c) Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{SC}$ là $(4;10;-3{,}5)$.		
d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là $20°$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ với $[\text{H}^+]$ là nồng độ ion hydrogen. Độ pH của của một loại sữa chua có $[\text{H}^+] = 10^{-4,5}$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 18.

Trong một đợt khám sức khoẻ của 50 học sinh nam lớp 12, ta được kết quả như bảng bên. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu centimét (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |

Nhóm	Tần số
$[160;164)$	3
$[164;168)$	8
$[168;172)$	18
$[172;176)$	12
$[176;180)$	9
	$n=50$

Câu 19. Một người gửi tiết kiệm một khoản tiền cố định theo thể thức lãi kép 0,5%/tháng. Giả sử, trong nhiều tháng lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra. Sau ít nhất bao nhiêu tháng gửi tiết kiệm số tiền có được vượt quá 1,1 lần số tiền gửi ban đầu? KQ: | | | | |

Câu 20. Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200 cm^2. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimét khối (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

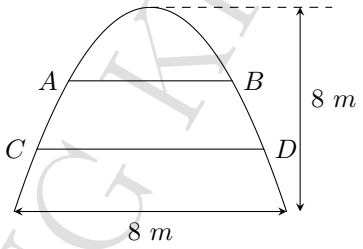
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 21. Một người cần lập một mật khẩu là một dãy gồm 6 kí tự, trong đó có 1 kí tự thuộc tập hợp $\{@;\#\}$, 1 kí tự thuộc tập hợp $\{a;b;c\}$, 1 kí tự thuộc tập hợp $\{M,N\}$, 3 kí tự còn lại là 3 chữ số đôi một khác nhau. Số cách tạo một mật khẩu như vậy là bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 22.

Một cổng có đạng hình parabol với chiều cao 8 m, chiều rộng chân đế 8 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\dfrac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)? KQ: ☐☐☐☐



1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $F(x)=\mathrm{e}^{-2x}$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f_1(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{-2x}}{-2}$. **B.** $f_2(x)=-\mathrm{e}^{-2x}$. **C.** $f_3(x)=2\mathrm{e}^{-2x}$. **D.** $f_4(x)=-2\mathrm{e}^{-2x}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{k}-\vec{j}$ là

A. $(0;-1;1)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(-1;0;0)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=x-1+\dfrac{3}{x+2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin x$ là

A. π. **B.** 2π. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5. Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ thì

A. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=-1$ và $x=1$.
B. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x=-1$ và 1 tiệm cận ngang là $y=1$.
C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=-1$ và 1 tiệm cận đứng là $x=1$.
D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1}=(2;-1)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{n_3}=(2;-1;0)$. **D.** $\vec{n_4}=(-2;1;3)$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$?

A. $F_1(x)=\sin x$. **B.** $F_2(x)=-\sin x$. **C.** $F_3(x)=\cos x$. **D.** $F_4(x)=-\cos x$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(2;1;-3)$ và bán kính 9 và có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=81$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=81$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $M(x_0;y_0;z_0)$ đến $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ bằng

A. $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **B.** $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.
C. $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{|ax_0+by_0+cz_0+d|}$. **D.** $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{a^2+b^2+c^2}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 10.

Khi thống kê chiều cao (đơn vị: centimét) của học sinh lớp 12A, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 25 cm. **B.** 5 cm. **C.** 20 cm. **D.** 180 cm.

Nhóm	Tần số
$[155;160)$	2
$[160;165)$	5
$[165;170)$	21
$[170;175)$	11
$[175;180)$	1
	$n=40$

Câu 11. Cho A và B là hai biến cố độc lập thoả mãn $\mathrm{P}(A)=0{,}5$ và $\mathrm{P}(B)=0{,}3$. Tính $\mathrm{P}(A\cap B)$.

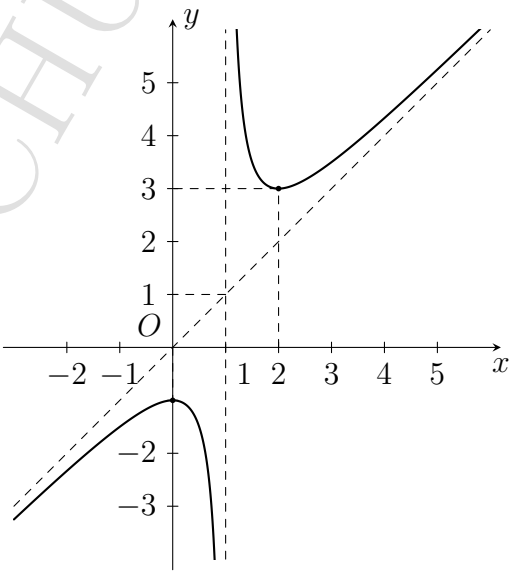
A. 0,8. **B.** 0,2. **C.** 0,6. **D.** 0,15.

Câu 12.

Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?

A. $y=x-\dfrac{1}{x-1}$. **B.** $y=-x+\dfrac{1}{x-1}$.

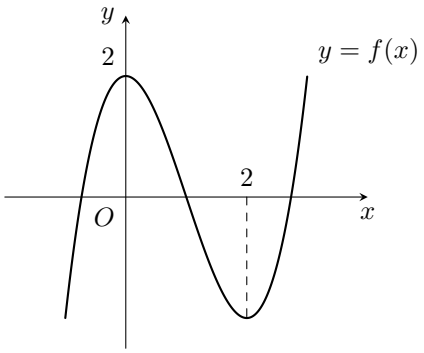
C. $y=-x-\dfrac{1}{x-1}$. **D.** $y=x+\dfrac{1}{x-1}$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.		
b) Giá trị b bằng 0.		
c) Giá trị $c=-2$.		
d) $f(x)=x^3-6x^2+2$.		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;0;1)$, mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(0;1;0)$, $N(2;1;3)$, $\mathrm{P}(4;1;1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ không là vectơ chỉ phương của đường thẳng d.		
b) $\overrightarrow{MN}=(2;0;3)$, $\overrightarrow{MP}=(4;0;1)$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến có toạ độ là $(0;-1;0)$.		
d) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng $45°$.		

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x)=1+\sin x$.		
b) $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.		
c) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int \mathrm{d}x+\int(-\cos x)\,\mathrm{d}x$.		
d) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\cos x+C$.		

Câu 16. Khi kiểm tra sức khoẻ tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.		
b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.		
c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.		
d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,6.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho $\displaystyle\int_a^b |x|\,\mathrm{d}x=ma^2+nb^2$ với m, n, a, b là các hằng số thực và $a<0<b$. Giá trị của biểu thức $m+n$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 18. Có 40 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 40 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố. KQ: | | | | |

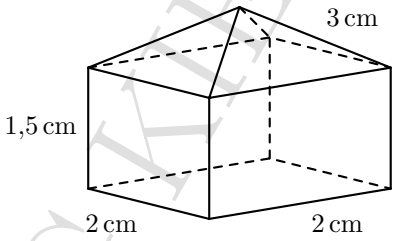
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có toạ độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, toạ độ của vị trí

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

máy bay là $(a;b;c)$. Biết rằng $a-b+c=\dfrac{m}{n}$, tính giá trị biểu thức $m-n$? KQ: | | | | |

Câu 20.

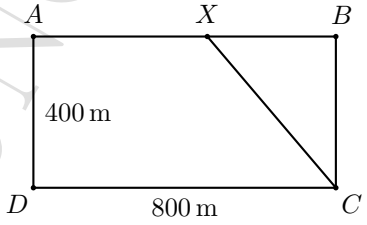
Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như hình bên (giá tiền mua kim loại là 2 500 đồng/cm^3). Thiết bị gồm 2 phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác đều. Số tiền mua kim loại dùng để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |



Câu 21.

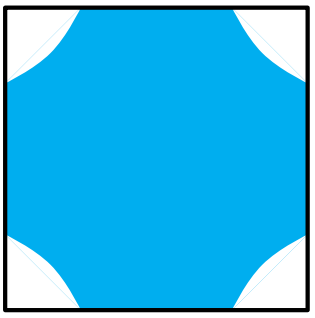
Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (hình bên). Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

KQ: | | | | |



Câu 22.

Người ta thiết kế một mẫu gạch lát nền nhà có dạng hình vuông cạnh 4 dm. Bốn góc viên gạch màu trắng, phần ở giữa màu xanh (hình bên). Đường viền của phần màu xanh bao gồm bốn đoạn thẳng nằm trên các cạnh hình vuông và bốn đường cong có tính chất: Tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường cong đó đến hai trục đối xứng của viên gạch (hai đường thẳng đi qua tâm viên gạch và lần lượt song song với hai cạnh vuông góc) bằng 2 dm^2. Hãy cho biết phần màu xanh có diện tích bằng bao nhiêu đề-xi-mét vuông (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 7. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=4x^3+2x+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^4+2x^2+x+C$.
B. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+2$.
C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+x^2+x+C$.
D. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+2+C$.

Câu 2. Cho khối K có thiết diện vuông góc với trục Ox tại điểm x là một hình đa giác có diện tích là $S(x)$ và được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích khối K được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=\displaystyle\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\displaystyle\int_a^b [S(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **C.** $V=2\pi\displaystyle\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 3. Bảng bên dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	
Tần số	3	6	19	23	9	$n=60$

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 50. **B.** 10. **C.** 90. **D.** 40.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $N(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{v}=(3;-2;4)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{4}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$.

Câu 5. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{2x+3}$ có phương trình là

A. $y=\dfrac{-3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{-3}{2}$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=(-\infty;-3)$. **D.** $S=(3;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{m}=(1;1;1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với AC?

A. SA. **B.** AB. **C.** BC. **D.** SC.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=81$ là

A. $x=\log_3 81$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=\dfrac{5}{2}$. **D.** $x=3$.

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1=4$ và $u_2=7$. Giá trị của u_9 bằng

A. 21. **B.** 25. **C.** 28. **D.** 31.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{EH}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{AH}$. **B.** $\overrightarrow{CE}$. **C.** $\overrightarrow{AE}$. **D.** $\overrightarrow{AG}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\sin x-2x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
D. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\cos x+x$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0)=1$; $f(\pi)=-1+\pi$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\sin x+1$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $x=\dfrac{\pi}{4}$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $-1+\pi$.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Một đoàn tàu đang di chuyển trên đường ray tiến về phía nhà ga. Khi đoàn tàu cách trạm kiểm soát 2,4 km, tốc độ của đoàn tàu là 240 m/s. Sau 4 giây, đoàn tàu bắt đầu giảm tốc với hàm vận tốc $v(t) = ct + d$ $(c, d \in \mathbb{R}, c > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc độ. Biết rằng đoàn tàu vào nhà ga sau 12 giây giảm tốc.

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường đoàn tàu đi được từ khi cách trạm kiểm soát 2,4 km đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 1440 m.		
b) Giá trị của d là 200.		
c) Quãng đường $S(t)$ mà đoàn tàu đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 12)$ kể khi bắt đầu giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{12} v(t)\,\mathrm{d}t$.		
d) Sau 10 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của đoàn tàu là 45 m/s.		

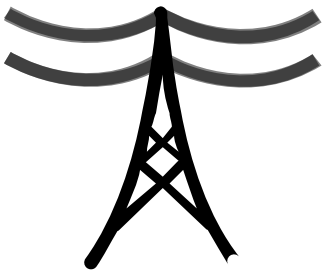
Câu 15. Trong một cuộc khảo sát ý kiến của 150 khách hàng về việc có mua một sản phẩm mới hay không, kết quả thu được như sau: có 90 người trả lời "Sẽ mua", còn lại trả lời "Không mua". Theo nghiên cứu trước đó, tỷ lệ khách hàng thực sự mua sản phẩm với câu trả lời "Sẽ mua" là 60%, còn với câu trả lời "Không mua" là 20%. Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(\overline{B}) = \frac{2}{5}$.		
b) Xác suất có điều kiện $P(A \mid B) = 0{,}6$.		
c) Xác suất $P(A) = 0{,}48$.		
d) Trong số những người trả lời "Sẽ mua", có 60% thực sự sẽ mua sản phẩm.		

Câu 16.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí $I\,(1;2;4)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 4 km.



Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$.		
b) Bạn An có vị trí tọa độ là $A\,(-1;0;0)$ có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.		
c) Bạn Bình có vị trí tọa độ là $B\,(2;0;2)$ có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.		
d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38 km.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
GV. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

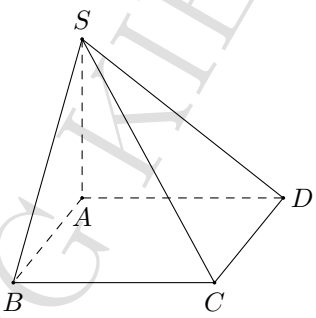
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = 2$, cạnh $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

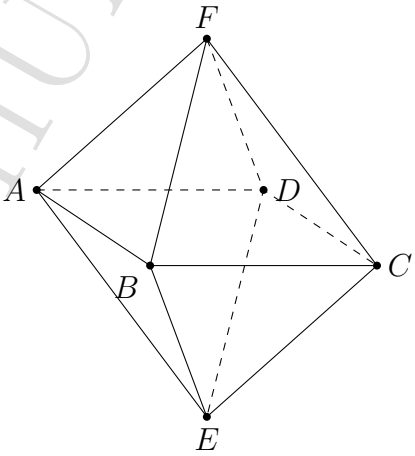
KQ: | | | | |



Câu 18.

Cho một khối bát diện đều như hình bên. Bát diện có 6 đỉnh được nối với nhau bằng 12 cạnh. Một con kiến bắt đầu đi từ đỉnh A và đi trên các cạnh, nhưng không được đi cạnh nào quá 1 lần. Biết con kiến đã đi qua mỗi đỉnh đúng 1 lần trước khi quay trở về đỉnh A. Hỏi có bao nhiêu đường đi thỏa mãn?

KQ: | | | | |



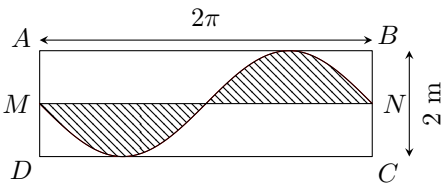
Câu 19. Hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, toạ độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm toạ độ. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(0;4;5)$, $B(-3;-1;3)$, $C(-2;8;9)$, $D(-7;2;-3)$. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến điểm M biết rằng khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA = 3$, $MB = 5$, $MC = 9$, $MD = 10$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

Câu 20.

Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi$ m, $AD = 2$ m. Tính diện tích phần còn lại? (*Làm tròn đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |



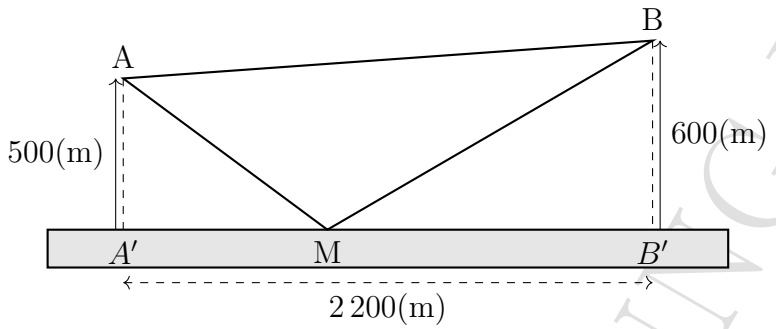
Câu 21. Có hai hộp đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất có chứa 4 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh, hộp thứ hai có 6 viên đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 550$ m, $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2\,200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn

xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.

KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 8. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=3^x+\dfrac{1}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=3^x+\frac{1}{x}+C$.
B. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+\frac{1}{x}+C$.
C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=3^x-\frac{1}{x}+C$.
D. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{x}+C$.

Câu 2. Cho khối K có thiết diện vuông góc với trục Ox tại điểm x là một tam giác đều có cạnh bằng x và được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$, $x=4$. Thể tích khối K bằng bao nhiêu?

A. $10\sqrt{3}$.
B. $\dfrac{21\sqrt{3}}{2}$.
C. $5\sqrt{3}$.
D. $\dfrac{21\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3. Bảng sau đây cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh lớp 12A và 12B

Chiều cao	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

Gọi R_1, R_2 lần lượt là khoảng biến thiên của lớp 12A và lớp 12B. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $R_1=\dfrac{2}{3}R_2$.
B. $R_1=R_2$.
C. $R_1=2R_2$.
D. $R_1=\dfrac{3}{2}R_2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(2;0;3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=1+2t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=1+3t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=2+t\\y=2t\\z=3+2t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Câu 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y=\dfrac{-1}{2}$.
B. $x=\dfrac{1}{2}$.
C. $y=\dfrac{1}{2}$.
D. $x=\dfrac{-1}{2}$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$ có phương trình là

A. $x-2y+3z-12=0$. **B.** $x-2y-3z+6=0$.
C. $x-2y+3z+12=0$. **D.** $x-2y-3z-6=0$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SBC). **B.** (SAC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 9. Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 125$ là

A. $x = \log_5 125$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Số hạng u_6 của cấp số nhân đó bằng

A. 12 288. **B.** 48. **C.** 36. **D.** 3 072.

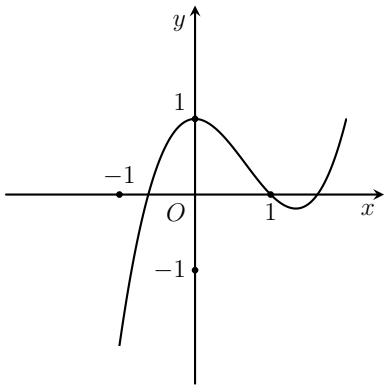
Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\vec{b}+\vec{d}-\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\vec{b}+\vec{c}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 12.

Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + 2025$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0) = f(\pi) = 2025$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\sin 2x$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên khoảng $(0;\pi)$ là $x = \frac{\pi}{2}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là 2024.		

Câu 14. Một cuộc khảo sát được thực hiện trên 250 người về việc họ có ý định mua một chiếc điện thoại mới. Kết quả cho thấy có 150 người trả lời "Sẽ mua" và 100 người trả lời "Không mua". Theo nghiên cứu, tỷ lệ người thực sự sẽ mua sản phẩm là 80% trong số những người trả lời "Sẽ mua", và 10%

Thầy. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

trong số những người trả lời "Không mua". Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua điện thoại".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua điện thoại".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $\mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{5}$ và $\mathrm{P}(\overline{B})=\dfrac{2}{5}$.		
b) Xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B)=0{,}8$.		
c) Xác suất $\mathrm{P}(A)=0,52$.		
d) Trong số những người trả lời "Sẽ mua", có 80% thực sự sẽ mua sản phẩm.		

Câu 15. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi biểu thức $v_A(t)=16-4t$.

Phát biểu	Đ	S
a) Vận tốc ban đầu của xe A là 60 km/h.		
b) Xe A dừng lại sau 3 s.		
c) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 3)$ kể khi bắt đầu phanh được tính theo công thức $S(t)=\displaystyle\int_0^3 v_A(t)\,\mathrm{d}t$.		
d) Để đảm bảo an toàn, ô tô A phải cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33 m.		

Câu 16.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một trạm thu phát sóng điện thoại di động (Hình bên) được đặt ở vị trí $I\,(2;1;-3)$. Trạm thu phát được thiết kế bán kính phủ sóng là 3 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.		
b) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $A\,(0;1;-2)$ không sử dụng được dịch vụ của trạm này.		
c) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $B\,(6;-3;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm này.		
d) Có một người đi từ vị trí $I\,(2;1;-3)$ đến vị trí $B\,(6;-3;-1)$ theo một đường thẳng, vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IB để người đó có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này là $C\,(x;y;z)$ với $x+y+z=-1$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

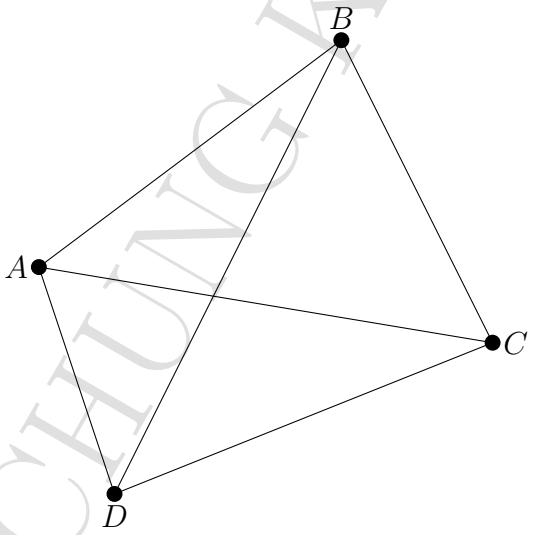
Câu 17. Cho tứ diện $OABC$, trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa OA và BC.

KQ: | | | | |

Câu 18.

Một du khách muốn thăm tất cả các điểm du lịch chính trong một khu vực đồi núi với 4 điểm tham quan A, B, C, D được nối với nhau bằng các con đường như hình bên. Du khách xuất phát từ A và muốn đi qua tất cả các điểm khác, nhưng không được đi qua con đường nào quá 1 lần trước khi quay trở về A. Hỏi có bao nhiêu lộ trình thỏa mãn?

KQ: | | | | |



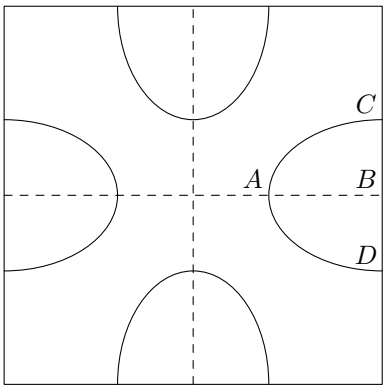
Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2;1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(2;-5;0)$ trên đường băng. Có một đám mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=16$ tại $M\left(\frac{10}{9};-\frac{25}{9};\frac{7}{9}\right)$. Tính độ cao của máy bay khi đi xuyên qua đám mây để hạ cánh (Giả sử mặt đất ở vị trí máy bay đang bay được coi là mặt phẳng mặt phẳng (Oxy)).

KQ: | | | | |

Câu 20.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh 20 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau đều có hình dạng một nửa elip như hình vẽ. Biết một nửa trục lớn là $AB = 6$ cm, trục bé $CD = 8$ cm. Diện tích bề mặt của hoa văn đó bằng bao nhiêu cm^2? (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)

KQ: | | | | |



Câu 21. Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích là $96\,000\text{cm}^3$, người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70 000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100 000 đồng/m^2. Cần thiết kế chiều dài cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí thấp nhất, tính theo đơn vị m.

KQ: | | | | |

Câu 22. Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương đương là 40% và 60%. Tính xác suất để cây con có kiểu gene bb.

KQ: | | | | |

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 9. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+1+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^x+x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Giá trị của S bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 3. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam) như sau:

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của dãy số liệu trên bằng bao nhiêu?

A. 7,1. **B.** 14,5. **C.** 7,5. **D.** 13,3.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-t\\y=-2-4t\\z=-1+6t\end{cases}$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ chỉ phương?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;-4;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(5;-2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-5;2;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{5x+5}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số trên có phương trình là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=\dfrac{2}{5}x-\dfrac{3}{5}$. **C.** $y=10x+1$. **D.** $y=4x-2$.

Câu 6. Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S=(a;b)$. Giá trị $b-a$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y-4z+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(2;1;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(2;1;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(-2;1;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(2;-1;-4)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$. Góc phẳng của góc nhị diện $[S,CD,A]$ là

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SCA}$. **C.** $\widehat{SDA}$. **D.** $\widehat{SDB}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{x+2}=16$ là

A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\log_2 16$. **D.** $x=3$.

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 10. Các số $6; a; 10$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó

A. $a = 6$. **B.** $a = 7$. **C.** $a = 8$. **D.** $a = 9$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 2)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(2; +\infty)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \log_{2025} x$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.		
c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \dfrac{2025}{x}$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 2025]$ là 1.		

Câu 14. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s^2).

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình quãng đường chuyển động nhanh dần đều của ô tô là $S_1(t) = \dfrac{7}{2}t^2$.		
b) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây ($t \geq 0$) kể khi bắt đầu đạp phanh được tính theo công thức $S_2(t) = \displaystyle\int_0^t (35 + 70t)\,\mathrm{d}t$.		
c) Tính từ thời điểm đạp phanh, ô tô dừng hẳn sau 0,5 s.		
d) Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 96,25 m.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

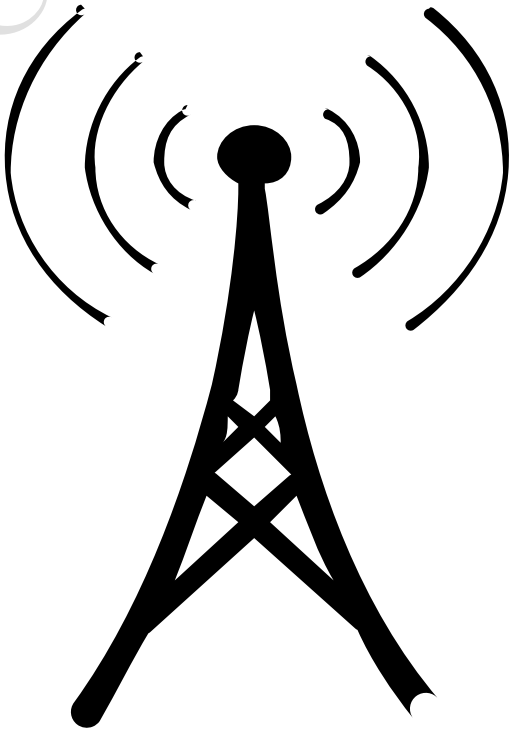
Câu 15. Trong một khảo sát, có 300 người tham gia trả lời về việc liệu họ có đăng ký một dịch vụ trực tuyến mới hay không. Kết quả cho thấy 180 người trả lời "Sẽ đăng ký", và 120 người trả lời "Không đăng ký". Theo một nghiên cứu trước đó, tỷ lệ người thực sự đăng ký dịch vụ với câu trả lời "Sẽ đăng ký" là 75%, và tỷ lệ người thực sự đăng ký với câu trả lời "Không đăng ký" là 15%.
Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ đăng ký dịch vụ".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ đăng ký dịch vụ".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $\mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{5}$ và $\mathrm{P}(\overline{B})=\dfrac{2}{5}$.		
b) Xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B)=0{,}75$.		
c) Xác suất $\mathrm{P}(A)=0{,}495$.		
d) Trong số những người trả lời "Sẽ đăng ký", có 75% thực sự sẽ đăng ký dịch vụ.		

Câu 16.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên trục là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động (hình vẽ dưới đây) được đặt ở vị trí $I(-4;2;5)$. Biết rằng trạm phát sóng được thiết kế với bán kính phủ sóng là 4 km.



Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng là $(x+4)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=16$.		
b) Điểm $A(3;5;-6)$ nằm phía trong mặt cầu đó.		
c) Nếu người dùng đứng ở vị trí điểm $B(-2;3;0)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng này.		
d) Nếu người dùng đứng ở vị trí điểm $M(-4;6;2)$ thì quãng đường ngắn nhất người đó phải di chuyển để đến được vị trí có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng là 1 km.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh 2. Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB, CD (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 18. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức $P(x)=45-0{,}001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=100+30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản

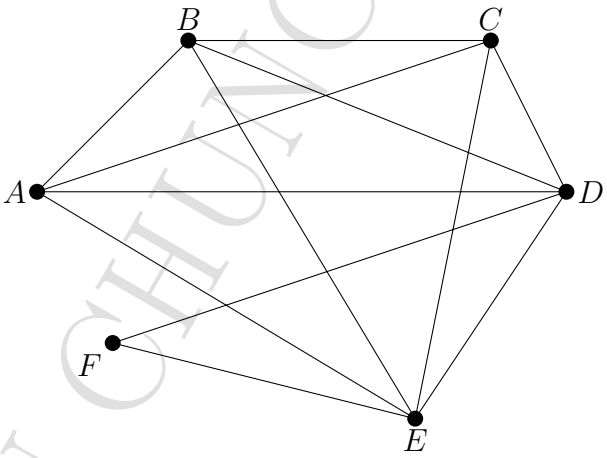
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

phẩm). Hỏi bên A bán cho B khoảng bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)? KQ: | | | | |

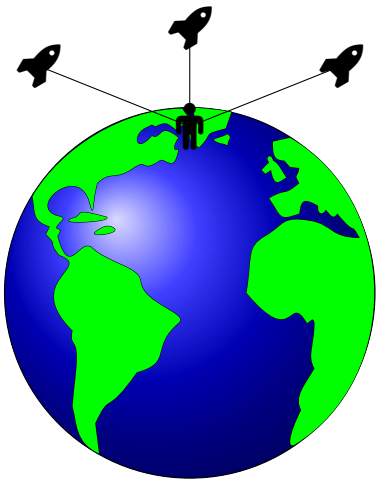
Câu 19. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ (theo phần trăm) bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng sản phẩm. KQ: | | | | |

Câu 20.

Một thành phố có 6 khu vực quan trọng được nối với nhau bằng 12 con đường như hình bên. Một tài xế taxi bắt đầu từ khu vực A và muốn đi qua tất cả các khu vực khác, nhưng không được đi qua con đường nào quá 1 lần trước khi quay trở lại khu vực A. Hỏi có bao nhiêu lộ trình thỏa mãn? KQ: | | | | |

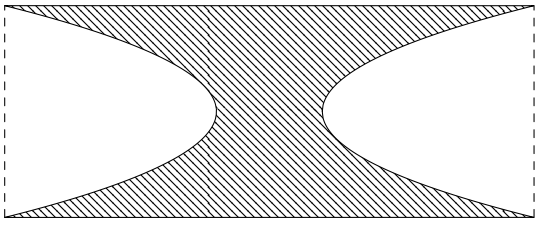


Câu 21. Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4 \cdot 10^6$ m. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6$ m, vệ tinh thứ hai đang cách An $4 \cdot 10^6$ m và vệ tinh thứ ba đang cách An $5 \cdot 10^6$ m. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6$ m), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$. Hãy tìm tổng các tọa độ vị trí của bạn An (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |



Câu 22.

Một lưỡi rìu có là phần gạch chéo. Đó là phần giới hạn của hình chữ nhật co chiều rộng là 4 cm, chiều dài là 10 cm, hai đầu bị cắt bởi hai đường cong parabol (dạng như hình vẽ). Diện tích lưỡi rìu là bao nhiêu cm^2 (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)? KQ: | | | | |



THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 10. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=3^x+x+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3^x+x^2+x+C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3^x+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{x+1}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 2. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Quay D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 3. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	$[15;18)$	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$	$[30;33)$
Số lượt	22	38	27	8	4	1

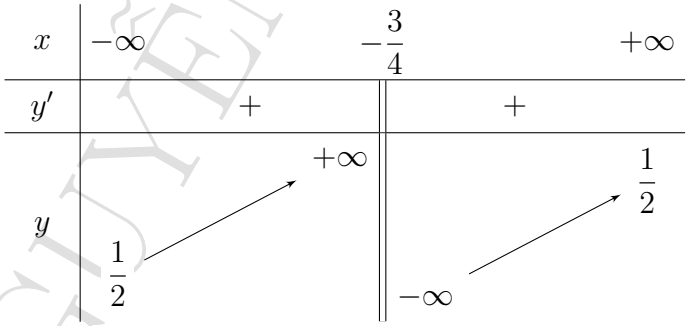
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 10,84. **B.** 2,93. **C.** 3,29. **D.** 6,78.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-8-t \\ y=-7-6t \\ z=-3-5t \end{cases}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(-8;-17;5)$. **B.** $N(-9;-13;-8)$. **C.** $P(-1;-6;-5)$. **D.** $Q(8;7;3)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên bên dưới.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{3}{4}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{2}\right)^{x^2-2x}\leqslant\left(\sqrt{2}\right)^3$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-x+2y+3z-6=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n_1}(1;2;-3)$. **B.** $\vec{n_2}(-1;2;3)$. **C.** $\vec{n_3}(-1;2;-3)$. **D.** $\vec{n_4}(1;2;3)$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(SAB) \perp (SAC)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$. **C.** $(SBC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $4^x = 8$ là

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \log_8 4$. **D.** $x = \log_2 2$.

Câu 10. Cho cấp số cộng có các số hạng đầu là 1; 7; 13; 19; .... Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 6n - 5$. **B.** $u_n = 7n - 6$. **C.** $u_n = 5n - 6$. **D.** $u_n = 5n - 5$.

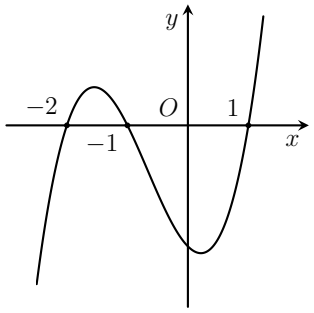
Câu 11. Trong không gian, cho ba điểm A, B, C tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 12.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-2; -1)$. **D.** $(-1; 1)$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = 2025^x$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $f(x)$ luôn đi qua điểm $A(1; 0)$.		
b) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2025^x \ln 2025$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ là 2025.		

Câu 14. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.		
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.		
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.		
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật trên đường.		

TOÁN. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 15. Một công ty nghiên cứu thị trường khảo sát 200 người về việc họ có dự định mua một sản phẩm mới hay không. Kết quả thu được là 110 người trả lời "Sẽ mua" và 90 người trả lời "Không mua". Tỷ lệ khách hàng thực sự mua sản phẩm với câu trả lời "Sẽ mua" là 65%, và với câu trả lời "Không mua" là 20%. Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $\mathrm{P}(B)=\dfrac{11}{20}$ và $\mathrm{P}(\overline{B})=\dfrac{9}{20}$.		
b) Xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B)=0{,}65$.		
c) Xác suất $\mathrm{P}(A)=0{,}495$.		
d) Trong số những người trả lời "Sẽ mua", có 65% thực sự sẽ mua sản phẩm.		

Câu 16. Một tháp kiểm soát không lưu ở sân bay cao 109 m đặt một đài kiểm soát không lưu ở độ cao 105 m. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 450 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox là hướng tây, trục Oy là hướng nam và trục Oz là trục thẳng đứng (Hình bên dưới), đơn vị trên mỗi trục là kilômét.

Một máy bay đang ở vị trí A cách mặt đất 8 km, cách 268 km về phía đông, 185 km về phía nam

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

so với tháp kiểm soát không lưu và đang chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (82; 76; 0)$ hướng về đài kiểm soát không lưu.

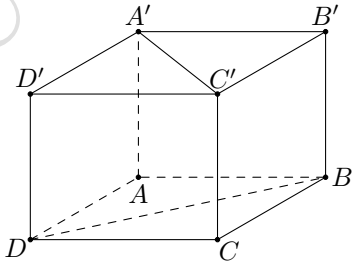
Phát biểu	Đ	S
a) Đài kiểm soát không lưu có toạ độ là $(0; 0; 0)$.		
b) Vị trí A có toạ độ là $(-268; 185; 8)$.		
c) Đài kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.		
d) Khoảng cách gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là 217,96 km.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$ và $AA' = 3$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$.

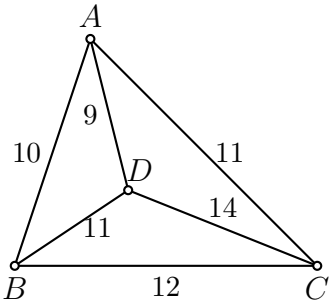
KQ: | | | | |



Câu 18.

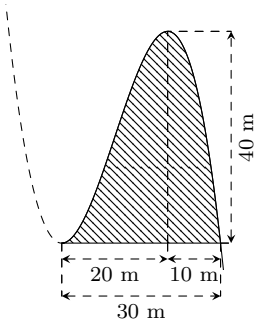
Một shipper phải giao hàng đến 4 địa điểm A, B, C, D. Khoảng cách giữa các địa điểm được thể hiện trong hình bên. Shipper muốn đi theo lộ trình ngắn nhất để giao hàng và quay lại kho xuất phát. Tìm tổng khoảng cách ngắn nhất mà shipper phải đi?

KQ: | | | | |



Câu 19.

Mặt cắt một ngọn đồi, phần tô sọc, có dạng như như hình bên. Chiều cao của ngọn đồi là 30 m, chiều rộng phần đáy là 40 m, khoảng cách từ chân đồi đến hình chiếu đỉnh đồi xuống mặt đất là 20 m. Diện tích mặt cắt đó là bao nhiêu m^2 (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |



Câu 20. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được một khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Bốn vệ tinh được đặt tại các điểm $A(9; -2; 7)$, $B(1; 4; 8)$, $C(7; -3; -5)$, $D(-4; -11; 12)$. Một con tàu đang ở vị trí điểm $M(x; y; z)$ mà khoảng cách từ nó đến các vệ tinh lần lượt là $MA = \sqrt{58}$, $MB = \sqrt{83}$, $MC = \sqrt{173}$, $MD = \sqrt{97}$. Tính tổng bình phương tọa độ điểm M.

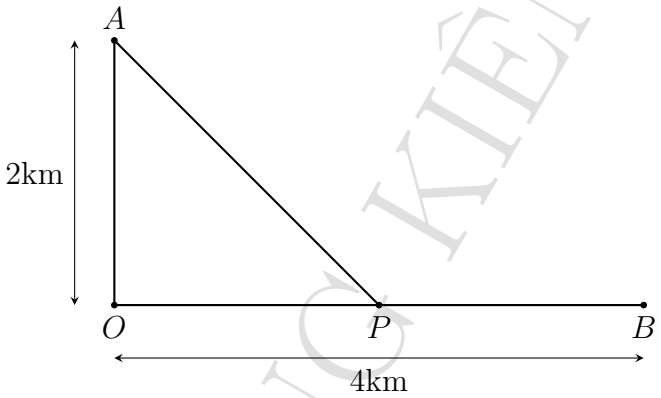
KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 21.

Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2 km, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4 km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10 km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?

KQ: | | | | |



Câu 22. Trong số bệnh nhân ở một bệnh viện có 50% điều trị bệnh A; 30% điều trị bệnh B và 20% điều trị bệnh C. Xác suất để chữa khỏi các bệnh A, B và C trong bệnh viện này tương ứng là 0,7; 0,8 và 0,9. Hãy tính tỉ lệ bệnh nhân được chữa khỏi bệnh A trong tổng số bệnh nhân đã được chữa khỏi bệnh (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 11. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{-x}+\sin x$ thỏa mãn $F(0)=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=-\mathrm{e}^{-x}-\cos x+2$.
B. $F(x)=-\mathrm{e}^{-x}+\cos x$.
C. $F(x)=\mathrm{e}^{-x}+\cos x-2$.
D. $F(x)=-\mathrm{e}^{x}+\cos x+2$.

Câu 2. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** π. **D.** 0.

Câu 3. Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C ở bảng sau

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Lớp 12C	2	7	12	3	2	1

Độ lệch chuẩn về chiều cao của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 5,69. **B.** 5,96. **C.** 6,59. **D.** 6,95.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-6-3t\\y=-7+5t\\z=-1-3\end{cases}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(-9;1;3)$. **B.** $N(-12;3;-7)$. **C.** $P(-3;5;-3)$. **D.** $Q(6;7;1)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-1)\geq 5$ là

A. $S=[3126;+\infty)$. **B.** $S=[3124;+\infty)$. **C.** $S=(3126;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;3124]$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+7z-2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1=(3;1;4)$. **B.** $\vec{n}_2=(-7;2;-3)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;-1;7)$. **D.** $\vec{n}_4=(0;3;5)$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	‖	$\searrow$	$\frac{5}{4}$
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $y=\dfrac{5}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $x=\dfrac{5}{4}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Biết $AB=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng BC bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=\log_2 8$.

Câu 10. Cho cấp số nhân có các số hạng đầu là $1;6;36;216;\ldots$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân là

A. $u_n=6^n$. **B.** $u_n=6^{n+1}$. **C.** $u_n=6^{-n+1}$. **D.** $u_n=\dfrac{6^n}{6}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA'}-\overrightarrow{AB}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{B'C}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 12. Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=x^3-x^2+2$ là

A. $x=0$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-\dfrac{2}{3}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-x$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $f(x)$ luôn đi qua điểm $A(0;1)$.		
b) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.		
c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\mathrm{e}^x-1$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ là e.		

Câu 14. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v=-5t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

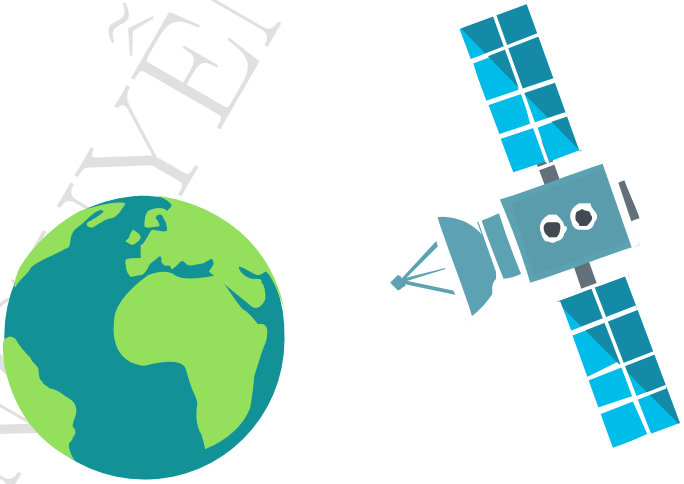
Phát biểu	Đ	S
a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.		
b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 3 s.		
c) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) được tính theo công thức $\int_0^t (-5t+20)\,\mathrm{d}t = -\frac{5}{2}t^2+20t+C$.		
d) Quãng đường từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là 400 m.		

Câu 15. Trong một khảo sát, 180 người được hỏi về việc liệu họ có tham gia một chương trình khuyến mãi của một cửa hàng hay không. Kết quả cho thấy 100 người trả lời "Sẽ tham gia" và 80 người trả lời "Không tham gia". Tỷ lệ người thực sự tham gia chương trình với câu trả lời "Sẽ tham gia" là 70%, và tỷ lệ người thực sự tham gia với câu trả lời "Không tham gia" là 15%. Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ tham gia chương trình".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ tham gia chương trình".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $P(B)=\frac{5}{9}$ và $P(\overline{B})=\frac{4}{9}$.		
b) Xác suất có điều kiện $P(A \mid B)=0{,}7$.		
c) Xác suất $P(A)=0,445$.		
d) Trong số những người trả lời "Sẽ tham gia", có 70% thực sự sẽ tham gia chương trình.		

Câu 16. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian.



Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm Mtrong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí Mcần tìm tọa độ. Như vậy điểm Mlà giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Ta xét ví một ví dụ cụ thể sau: Cho bốn vệ tinh $A\,(1;-1;2)$, $B\,(2;1;3)$, $C\,(-1;4;0)$, $D\,(2;3;1)$. Một chiếc máy bay quân sự đang ở vị trí M với $MA=3$; $MB=\sqrt{5}$; $MC=\sqrt{26}$; $MD=\sqrt{5}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu tâm A đi qua điểm M có bán kính là 3.		
b) Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$.		
c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và $S\,(B,MB)$ là $x+2y+z-6=0$.		
d) Tọa độ của máy bay quân sự là $M\,(x;y;z)$ với $x+y+z=3$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

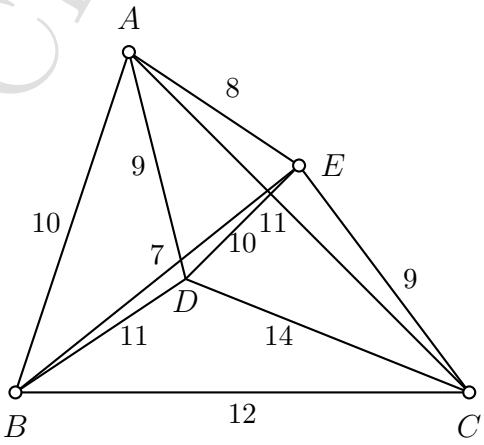
Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa BB' và AC.

KQ: | | | | |

Câu 18.

Bạn An muốn du lịch bằng ô tô đến 5 thành phố A, B, C, D, E. An muốn đi theo lộ trình ngắn nhất để tham quan tất cả các thành phố, mỗi thành phố một lần và trở về thành phố xuất phát. Tìm lộ trình ngắn nhất mà An phải đi (tính bằng km)?

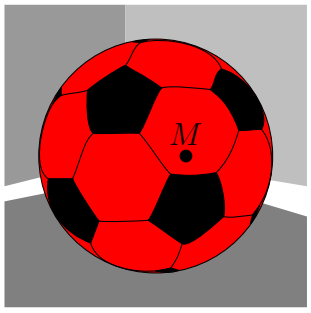
KQ: | | | | |



Câu 19.

Một quả bóng được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm M trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm (*kết quả là tròn đến một chữ số thập phân*).

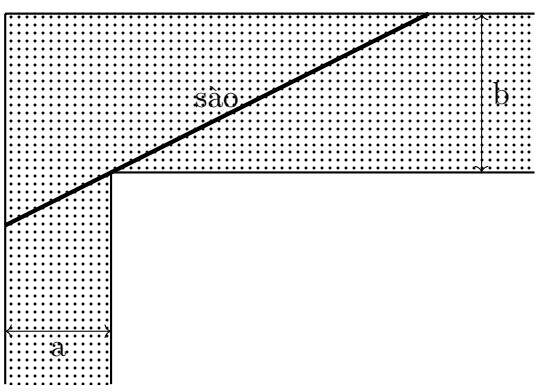
KQ: | | | | |



Câu 20.

Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a=6$ và $b=48$, hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |



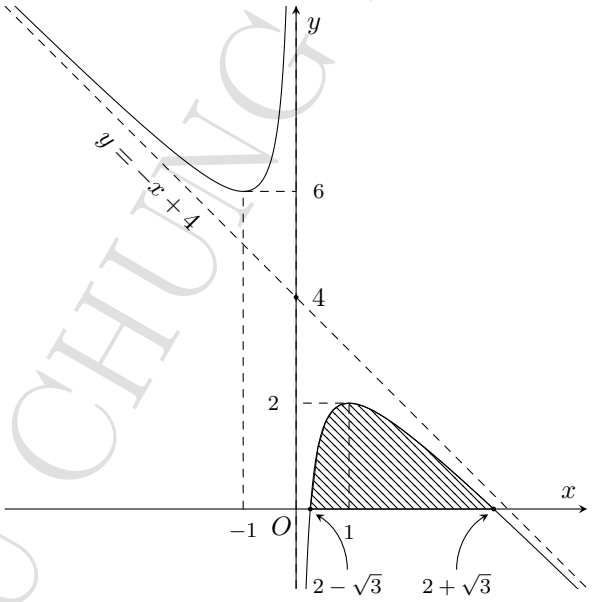
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 21. Trong một kho rượu số lượng rượu loại A và rượu loại B bằng nhau. Người ta chọn ngẫu nhiên một chai rượu trong kho và đưa cho 5 người sành rượu nếm thử để xác định xem đây là loại rượu nào. Giả sử mỗi người có xác suất đoán đúng là 75%. Có 4 người kết luận chai rượu loại A và 1 người kết luận chai rượu loại B. Hỏi khi đó xác suất để chai rượu được chọn thuộc loại A là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: | | | | |

Câu 22.

Mặt cắt một quả đồi được ghép vào hệ trục tọa độ (đơn vị đo chục mét), phần tô sọc, như hình vẽ. Diện tích phần mặt cắt là bao nhiêu m^2? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 12. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. **B.** $f(x) = 3x + 5\cos x - 5$.
C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$. **D.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$.

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số các hàm số $y = x + 1$, $y = 2x - 1$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 3. Nghiên cứu mức tiêu thụ xăng của một loại ô tô, một công ty chế tạo ô tô ở Mĩ đã cho 35 xe chạy thử và xác định xem với 1 galông xăng (1 galông = 4,546 lít), một xe chạy được bao nhiêu dặm (1 dặm = 1,609 km). Kết quả được cho trong bảng tần số ghép lớp sau đây:

Số dặm đi được	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	
Số xe	2	7	15	8	3	$n = 35$

Hãy tính phương sai của số dặm mà các xe có thể chạy được với 1 galông xăng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 24,82. **B.** 32,93. **C.** 24,72. **D.** 4,98.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-2}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{2}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $M(5;4;-9)$. **B.** $N(8;0;-2)$. **C.** $P(-2;-2;7)$. **D.** $Q(-3;-2;2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ (với a, b, c, d, e là các số thực) có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-11	↘	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=-\dfrac{5}{2}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-1$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(5x-9)\geq\log_3(x+3)$ là

A. $S=(-3;3]$. **B.** $S=(-3;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;3)$. **D.** $S=[3;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 8x+y-3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;3;-3)$. **B.** $\vec{n}_2(8;1;-3)$. **C.** $\vec{n}_3=(-6;1;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;3;2)$.

Câu 8. Cho một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $4^{x+1}=32$ là

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\log_8 4$. **D.** $x=\log_2 2$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3$ và công sai $d=2$. Tổng 3 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho là

A. $S_3=-3$. **B.** $S_3=0$. **C.** $S_3=3$. **D.** $S_3=9$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AA'}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{B'C}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{CA'}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		1		2		3		4
f'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0)=1;\ f(2\pi)=1$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=-\sin x+\cos x$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là $x=\dfrac{\pi}{4}$ hoặc $x=\dfrac{5\pi}{4}$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là $\sqrt{2}$.		

Câu 14. Một người lái xe ô tô trên đường cao tốc bắt đầu tăng tốc từ vận tốc 20 m/s. Tốc độ của ô tô thay đổi theo phương trình $v(t)=at+b$, với $a>0$, $b=20$ m/s, và t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng sau 15 giây, ô tô đạt vận tốc 50 m/s.

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 15 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 40 m/s.		
b) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi vận tốc đạt 50 m/s là 525 m.		
c) Gia tốc của xe là 3 m/s^2.		
d) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây (với $t\le 15$) được tính theo công thức $s(t)=t^2+20t$.		

Câu 15. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

- A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh".
- B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A)=0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}(B)=0{,}625$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}75$.		
d) $\mathrm{P}(B\mid A)=0{,}48$.		

Câu 16. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(-3;5;2)$ được thiết kế với bán kính phủ sóng 4 km, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+3)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=16$.		
b) Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là 8 km.		
c) Người dùng điện thoại ở vị trí A có toạ độ $(-3;4;1)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.		
d) Trong điều kiện giao thông thuận lợi, khoảng cách ngắn nhất để người B ở toạ độ $(8;6;2)$ di chuyển tới vùng phủ sóng là 11,05 km.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
Th.S NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

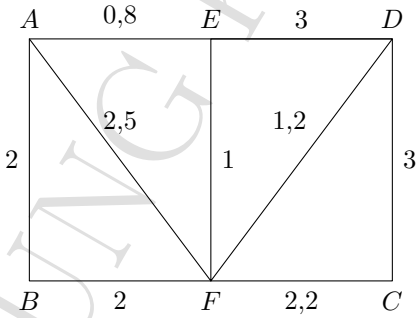
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

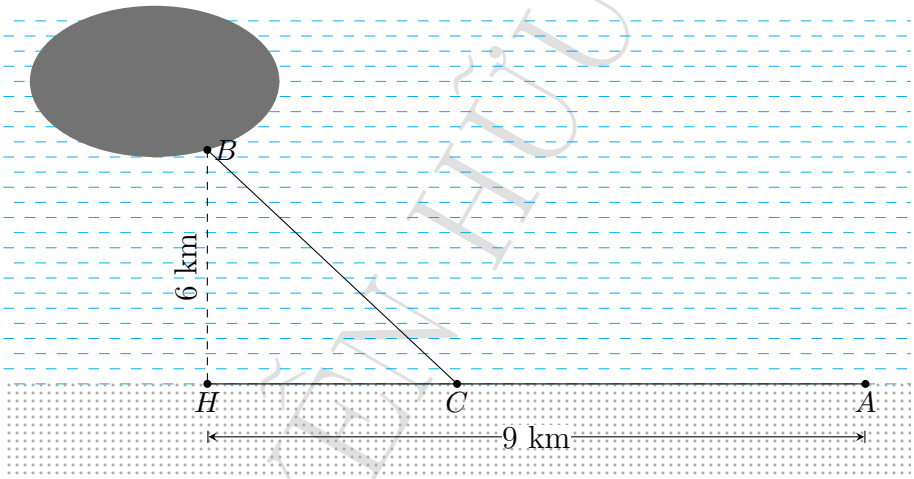
Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'A$ và BC bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)? KQ: | | | | |

Câu 18.

Giả sử có sáu bến xe buýt A, B, C, D, E và F được nối với nhau theo những con đường với thời gian di chuyển (đơn vị: giờ) được mô tả trong hình bên. Một người cần ít nhất bao nhiêu thời gian để di chuyển từ bến A đến bến C bằng xe buýt của các tuyến trên? Biết rằng thời gian tại bến để chuyển tiếp từ tuyến này qua tuyến kia là không đáng kể. KQ: | | | | |

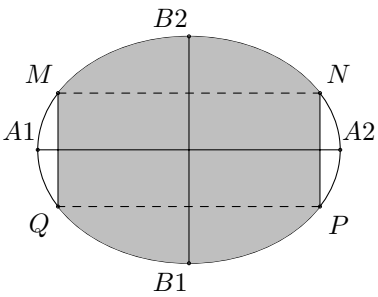


Câu 19. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 6$ km (Hình bên dưới). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 50 000 USD mỗi kilômét và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 130 000 USD mỗi kilômét, biết rằng $AH = 9$ km. Xác định vị trí điểm C cách vị trí A một khoảng bao nhiêu để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB thì chi phí công ty bỏ ra là thấp nhất. KQ: | | | | |



Câu 20.

Một biển quảng cáo có dạng elip với 4 đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ. Biết chi phí sơn phần tô đậm là 200 000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100 000 đồng/m^2. Hỏi số tiền (nghìn đồng) để sơn theo cách trên, biết $A_1A_2 = 8$ m, $B_1B_2 = 6$ m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3$ m. KQ: | | | | |



Câu 21. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi ba vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có ba vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;0;2)$, $B(3;-1;2)$ và $C(-1;-1;-2)$; vị trí $M(a;b;c)$ nằm trên mặt đất (biết rằng mặt đất là mặt phẳng (Oxy)). Biết điểm M cách đều ba điểm A, B và C. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần trăm*)?

KQ: | | | | |

Câu 22. Có hai hộp thuốc. Hộp I có 2 viên thuốc ngoại và 5 viên thuốc nội. Hộp II có 3 viên thuốc ngoại và 6 viên thuốc nội. Từ hộp I và hộp II lần lượt lấy ra 2 viên thuốc và 1 viên thuốc. Từ 3 viên thuốc được lấy ra đó lại lấy ra một viên. Tính xác suất để viên thuốc này thuộc hộp số II, biết viên lấy ra sau cùng là thuốc ngoại (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 13. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+2x+3x^2$ thỏa mãn $F(1)=2$. Giá trị của $F(0)+F(-1)$ bằng

A. -3. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$ quanh trục Ox có thể tích bằng

A. $\dfrac{\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 3.

Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng bên. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào?

A. 53,2. **B.** 46,1. **C.** 30. **D.** 11.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40;45)$	42,5	4
$[45;50)$	47,5	14
$[50;55)$	52,5	8
$[55;60)$	57,5	10
$[60;65)$	62,5	6
$[60;70)$	67,5	2
		$n=44$

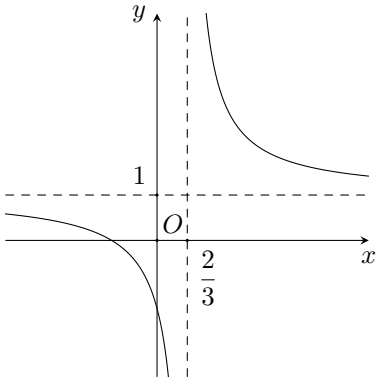
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-7}{-2}=\dfrac{y+2}{9}=\dfrac{z+3}{-2}$. Đường thẳng d nhận vectơ nào sau đây làm vectơ chỉ phương?

A. $\vec{u}_1=(7;-2;-3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;9;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(-4;18;-4)$. **D.** $\vec{u}_4=(-7;2;3)$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$.



Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(3x-2)\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{2}{3};,1\right]$. **D.** $(2;+\infty)$.

THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

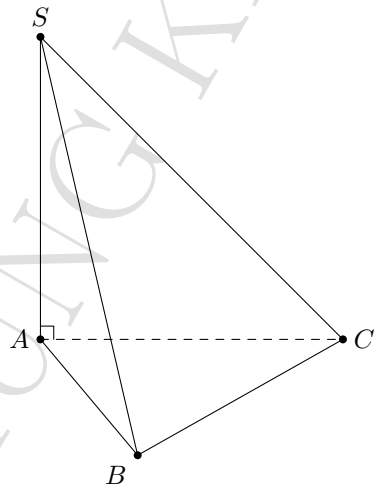
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 8.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc nào?

A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SCB}$. **D.** $\widehat{BCA}$.



Câu 9. Nghiệm của phương trình $5^{x-2}=3$ là

A. $x=\log_5 28$. **B.** $x=\log_3 5+2$. **C.** $\log_3 3+2$. **D.** $x=\log_5 75$.

Câu 10. Trong các dãy số sau dãy nào **không phải** là một cấp số nhân?

A. $1;-3;9;-27;81$. **B.** $0;0;0;0;0$. **C.** $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16};\frac{1}{32}$. **D.** $0;2;4;8;16$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

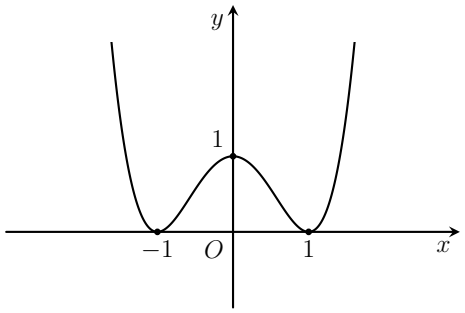
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 12.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.



2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x-2x$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$; $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-3\pi$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos 2x-2$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2}$.		

TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ là -3π.		

Câu 14. Xe buýt di chuyển với tốc độ 15 m/s khi đến gần một đoạn đường cao tốc. Sau khi tăng tốc với gia tốc $a = 1{,}5$ m/s^2, tốc độ của xe buýt thay đổi theo phương trình $v(t) = at + 15$.

Phát biểu	Đ	S
a) Gia tốc của xe buýt là 2,5 m/s^2.		
b) Thời gian để xe buýt đạt vận tốc 45 m/s là 20 giây.		
c) Quãng đường đi được trong 20 giây là 600 m.		
d) Sau 10 giây, vận tốc của xe buýt là 20 m/s.		

Câu 15. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất học sinh được chọn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.		
b) Xác xuất học sinh được chọn mang giới tính nữ là $\frac{17}{30}$.		
c) Xác suất học sinh được chọn có tên Hiền, biết bạn đó là nữ là $\frac{3}{17}$.		
d) Xác suất học sinh được chọn mang giới tính nam là $\frac{2}{13}$.		

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), tháp hải đăng Mũi Điện Phú Yên (là nơi đón ánh bình minh đầu tiên trên đất liền Tổ Quốc), chân tháp được đặt vuông góc với mặt đất (chiều từ chân tháp lên đỉnh tháp cùng hướng với chiều dương của trục Oz) ở vị trí điểm $A\,(12\,040\,271; 1\,418\,620; 84)$. Ngọn đèn của hải đăng được đặt trên đỉnh của tháp hải đăng hình trụ cao 26 m so với mặt đất và sử dụng pin năng lượng mặt trời, có thể phát tín hiệu ánh sáng xa khoảng 27 hải lý tương đương 50 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng có tâm $I\,(12\,040\,271; 1\,418\,620; 110)$ bán kính $R = 50000$ m.		

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sóng trên biển của hải đăng là $(S)\colon\ (x-12\,040\,271)^2+(y-1\,418\,620)^2+(z-84)^2=50000^2$.		
c) Người đi biển ở trên Cù Lao mái nhà tại vị trí $B\,(12\,026\,000;1\,461\,000;0)$ nhìn thấy ánh đèn của ngọn hải đăng.		
d) Điểm cực đông của mũi Điện là điểm $C\,(12\,040\,452;1\,418\,462;0)$. Từ điểm C một chiếc tàu di chuyển trên mặt biển (mặt phẳng (Oxy)) theo hướng của vectơ đơn vị $\vec{i}$, để vẫn nhìn thấy ánh đèn của hải đăng thì khoảng cách tối đa tàu di chuyển là 50 000 mét.		

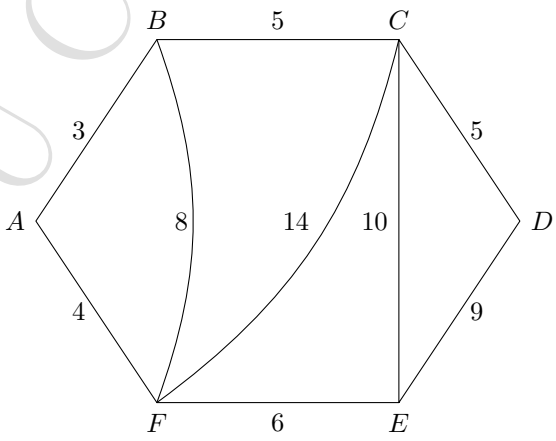
3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $AB=6$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa SA và CD bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)?

KQ: | | | | |

Câu 18.

Giả sử có sáu địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (đơn vị: kilômét) được mô tả như hình bên. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại sáu địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể di chuyển là bao nhiêu kilômét? KQ: | | | | |

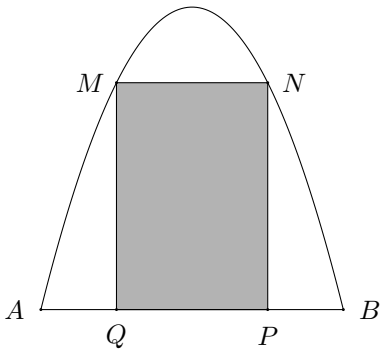


Câu 19. Trên mặt đất (ta xem mặt đất là mặt phẳng (Oyz)) có hai trụ và trên mỗi đầu trụ có cho hai điểm $A(2;-3;1)$ và $B(4;0;-2)$. Ta cần chọn vị trí $M(x;y;z)$ ở mặt đất để buộc hai sợ dây chằn hai trụ lại cùng vào một vị trí M sao cho tổng độ dài 2 dây là nhỏ nhất nhỏ nhất. Tính tổng $T=2x+y+z$.

KQ: | | | | |

Câu 20.

Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB=8$ m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí với chi phí 1 m^2 cần số tiền mua hoa là 200 000 đồng, biết $MN=4$ m, $MQ=6$ m. Hỏi số tiền (nghìn đồng) cần có mua hoa trang trí chiếc cổng. KQ: | | | | |



Câu 21. Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50 000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chi bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4 000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán (đơn vị nghìn đồng) để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30 000 đồng.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

KQ: | | | | |

Câu 22. Tỷ lệ người dân nghiện thuốc lá là 30%, biết rằng tỷ lệ người viêm phổi trong số người nghiện thuốc lá là 60%, còn tỷ lệ người viêm phổi trong số người không hút thuốc là 40%. Chọn ngẫu nhiên 1 người. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá, biết rằng người đó viêm phổi (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 14. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$ $(x\neq 0)$ và thỏa mãn $F(-1)=1$; $F(1)=4$; $f(1)=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}+\dfrac{3}{2x}+\dfrac{7}{4}$.
B. $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{7}{4}$.
C. $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{3}{4x}-\dfrac{7}{4}$.
D. $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1$, $x=\mathrm{e}$ bằng

A. 1. **B.** $\ln \mathrm{e}$. **C.** e. **D.** 0.

Câu 3.

Phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng thống kê như hình bên gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 13,24. **B.** 15,74. **C.** 18,84. **D.** 14,84.

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150; 154)	152	25
[154; 158)	156	50
[158; 162)	160	200
[162; 166)	164	175
[166; 170)	168	50

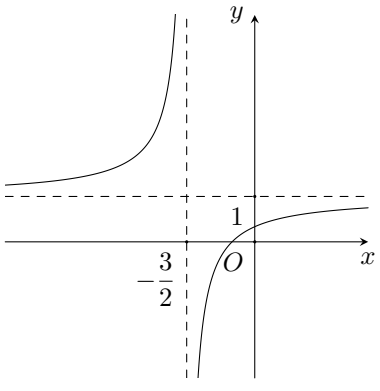
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-8}{-1}=\dfrac{y-5}{6}=\dfrac{z-4}{-7}$. nhận vectơ nào sau đây làm vectơ chỉ phương?

A. $\vec{u}_1=(1;6;7)$. **B.** $\vec{u}_2=(-8;-5;-4)$.
C. $\vec{u}_3=(8;5;4)$. **D.** $\vec{u}_4=(3;-18;21)$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.



Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3)<\log_{0,5}(x^2-4x+3)$ là

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(2;3)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}_1=(3;2;4)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-4;1)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;-4;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;2;-4)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc nào dưới đây?

A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SIA}$ (I là trung điểm BC).
C. $\widehat{SBA}$. **D.** $\widehat{SMC}$ (M là trung điểm AB).

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+3x-10}=1$ là

A. $S=\{1;2\}$. **B.** $S=\{-5;2\}$. **C.** $S=\{-5;-2\}$. **D.** $S=\{2;5\}$.

Câu 10. Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=7$, công bội $q=-2$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

A. $u_n=(-2)\cdot 7^{n+1}$. **B.** $u_n=7\cdot(-2)^{n-1}$. **C.** $u_n=7\cdot(-2)^{n+1}$. **D.** $u_n=(-2)\cdot 7^{n-1}$.

Câu 11. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.
C. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+2x+1$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi$; $f(\pi)=2\pi+2$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin 2x+2$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{2}$ và $\dfrac{3\pi}{2}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\dfrac{-\pi}{2};\pi\right]$ là $-\pi$.		

Câu 14. Một người lái xe ô tô đi vào đường cao tốc với vận tốc ban đầu là 25 m/s. Sau đó, ô tô tăng tốc đều với gia tốc 2 m/s^2 và tốc độ thay đổi theo phương trình $v(t)=2t+25$.

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức tính quãng đường $s(t)$ là $s(t)=\displaystyle\int_2^t v(t)\,\mathrm{d}t$.		
b) Quãng đường ô tô đi được sau 12 giây là 522 m.		
c) Sau 6 giây, vận tốc của ô tô là 37 m/s.		
d) Sau 12 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 55 m/s.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 15. Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.		
b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{1}{19}$.		
c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.		
d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.		

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hòa ở vị trí $O\,(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí $A\,(-800;-40;10)$, chuyển động theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ dưới).

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=600^2$.		
b) Giả sử $B\,(-1000+100b;-200+80b;10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. Khi đó $b\in[4;5]$.		
c) Giả sử $C\,(-1000+100c;-200+80c;10)$ là vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa. Khi đó $c\in[8;9]$.		
d) Khoảng cách ngắn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm) giữa máy bay với đài kiểm soát không lưu là 250,51 km.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

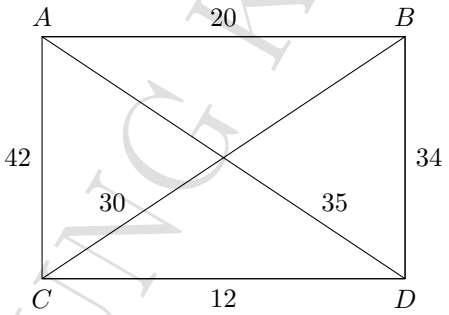
THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = 4$, chiều cao của lăng trụ là 6. Tính khoảng cách giữa $A'A$ và $B'C$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |

Câu 18.

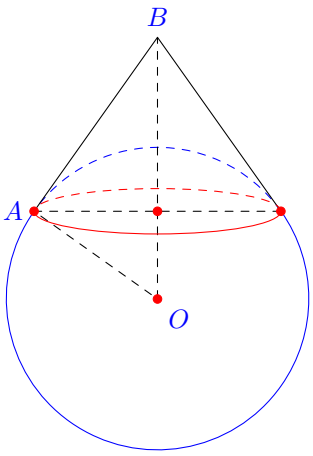
Giả sử chi phí di chuyển giữa các địa điểm (đơn vị: nghìn đồng) được mô tả ở hình vẽ bên. Một người xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua tất cả các địa điểm, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Tổng chi phí thấp nhất khi di chuyển theo điều kiện trên là bao nhiêu? KQ: | | | | |



Câu 19.

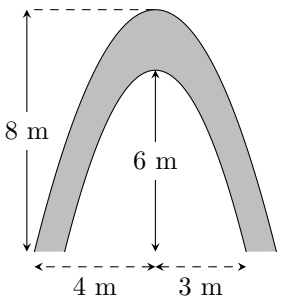
Nếu đứng trước biển và nhìn ra xa, người ta sẽ thấy một đường giao giữa mặt biển và bầu trời, đó là đường chân trời đối với người quan sát. Về mặt Vật lí, đường chân trời là đường giới hạn phần Trái Đất mà người quan sát có thể nhìn thấy được (phần còn lại bị chính Trái Đất che khuất). Ta có thể hình dung rằng, nếu người quan sát ở tại đỉnh của một chiếc nón và Trái Đất được "thả "vào trong chiếc nón đó, thì đường chân trời trong trường hợp này là đường chạm giữa Trái Đất và chiếc nón. Trong mô hình toán học, đường chân trời đối với người quan sát tại vị trí B là tập hợp những điểm A nằm trên bề mặt Trái Đất sao cho $\widehat{BAO} = 90°$, với O là tâm Trái Đất. Trong không gian $Oxyz$, giả sử bề mặt Trái Đất (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và người quan sát ở vị trí $B(1;1;-1)$. Gọi A là một vị trí bất kì trên đường chân trời đối với người quan sát ở vị trí B. Tính khoảng cách AB (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |



Câu 20.

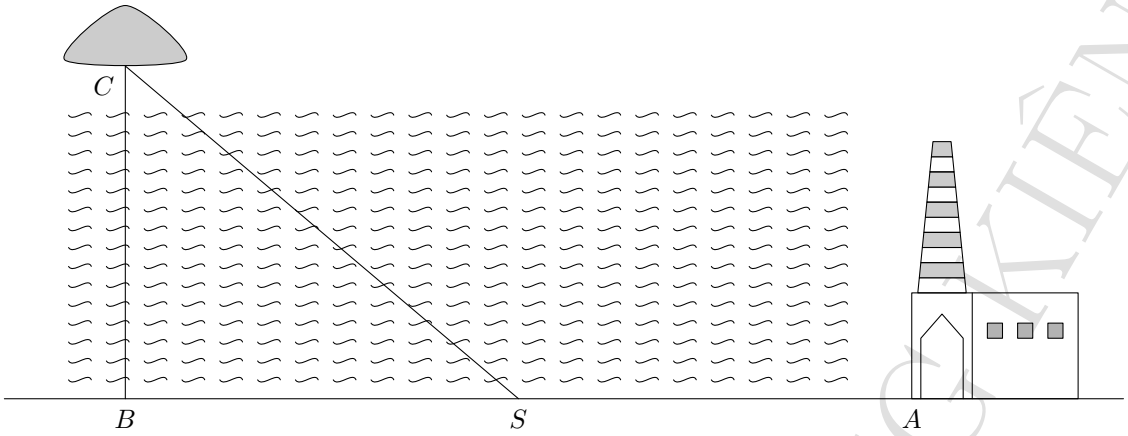
Nhà ông An cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình vẽ bên. Các đường cong có dạng là Parabol với các kích thước được cho như hình vẽ. Biết giá thuê nhân công là 100 000 đồng/m^2. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền công (nghìn đồng) cho bên thi công? KQ: | | | | |



Câu 21. Một lô bóng đèn gồm 12 bóng đèn loại I và 8 bóng loại II. Các bóng đèn có kích thước và khối lượng giống nhau. Xác suất để một bóng loại I dùng được hơn 5 năm là 0,8 còn xác suất này của bóng loại II là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một bóng đèn trong lô để sử dụng. Biết rằng bóng đèn này dùng được hơn 5 năm, tính xác suất đó là bóng loại I. KQ: | | | | |

Câu 22. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây. Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5 000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3 000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất? KQ: | | | | |

GV: NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 15. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)\,\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2+5x+5)\,\mathrm{e}^x$ (với a, b, c là các số thực). Giá trị của $2a+3b+c$ bằng

A. 6. **B.** 13. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1$, $x=2$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $\pi\ln(2)$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 3. Cân nặng của các học sinh lớp 10A và 10B, trường Trung học phổ thông M như sau.

Cân nặng (kg)	$[30;36)$	$[36;42)$	$[42;48)$	$[48;54)$	$[54;60)$	$[60;66)$
Số học sinh lớp 10A	1	2	5	15	9	6
Số học sinh lớp 10B	2	7	12	13	7	5

Gọi s_A và s_B lần lượt là độ lệch chuẩn về nhóm cân nặng của học sinh lớp 10A, lớp 10B. Khẳng định sau đây là đúng?

A. $s_A>7{,}5$. **B.** $s_B=7{,}5$. **C.** $s_A<s_B$. **D.** $s_A>s_B$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+3}{6}=\dfrac{y-6}{-7}=\dfrac{z+1}{-7}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $D(12;-9;7)$. **B.** $B(6;-7;-7)$. **C.** $A(9;-8;-15)$. **D.** $C(3;-6;1)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1)\le\log x$ là

A. $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $(0;1]$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y-z=0$. **D.** $z=0$.

Câu 7. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm của đáy. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{SOC}$. **B.** $\widehat{SCO}$. **C.** $\widehat{CSO}$. **D.** $\widehat{SCD}$.

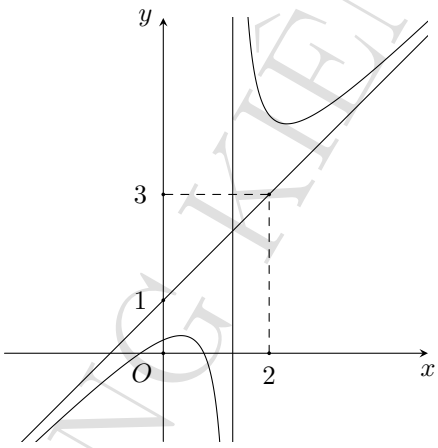
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số trên có phương trình là



A. $y = \dfrac{7}{3}$. **B.** $y = 3x - 1$.

C. $y = -x + 3$. **D.** $y = x + 1$.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2} = 81$ là

A. $S = \{2\}$. **B.** $S = \{-2; 2\}$. **C.** $S = \{1; 2\}$. **D.** $S = \{2; 5\}$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 4$, công sai $d = 2$. Ba số hạng đầu của cấp số cộng trên là

A. $4; 6; 8$. **B.** $4; 2; 1$. **C.** $6; 8; 10$. **D.** $6; 8; 12$.

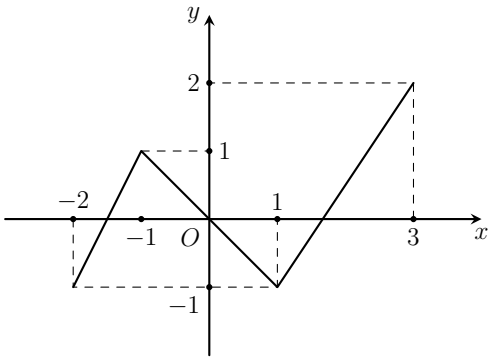
Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{IJ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{IJ} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right)$.

Câu 12.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ bằng



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $y = \sin 2x$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0) = 0$ và $f\left(\dfrac{7\pi}{12}\right) = \dfrac{-1}{2}$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\cos 2x$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{7\pi}{12}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{7\pi}{12}\right]$ là $-\dfrac{1}{2}$.		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở

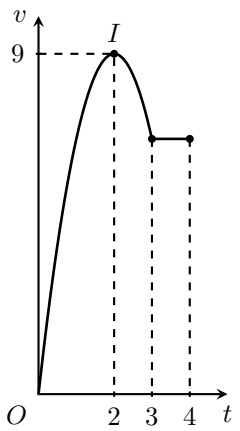
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2+(y-20)^2+(z-45)^2=4000^2$.		
b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
d) Nếu hai người đi biển ở vị trí đó có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.		

Câu 15.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



Phát biểu	Đ	S
a) $v(t)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t$, với $0\le t\le 3$.		
b) Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 (km/h).		
c) Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.		
d) $v(t)=\dfrac{27}{4}t$, với $3\le t\le 4$.		

Câu 16. Cho hai biến cố A và B, với $\mathrm{P}(\overline{A})=0{,}4$, $\mathrm{P}(B)=0{,}8$, $\mathrm{P}(AB)=0{,}4$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A)=0{,}6$ và $\mathrm{P}(\overline{B})=0{,}2$.		
b) $\mathrm{P}(A\mid B)=\dfrac{1}{2}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(\overline{B}\mid A)=\dfrac{2}{3}$.		
d) $\mathrm{P}(\overline{A}\mid B)=\dfrac{3}{5}$.		

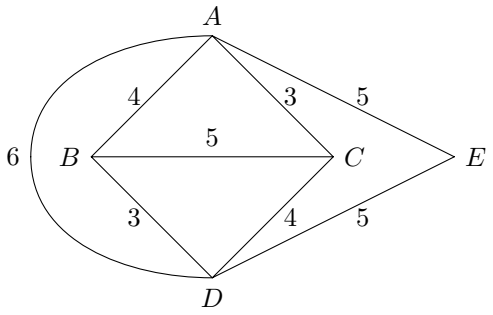
3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa SA và BD.

KQ: | | | | |

Câu 18.

Giả sử có sáu địa điểm A, B, C, D, E được nối với nhau theo những con số với độ dài (đơn vị: kilômét) được mô tả như hình bên. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại năm địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể di chuyển là bao nhiêu kilômét?



KQ: | | | | |

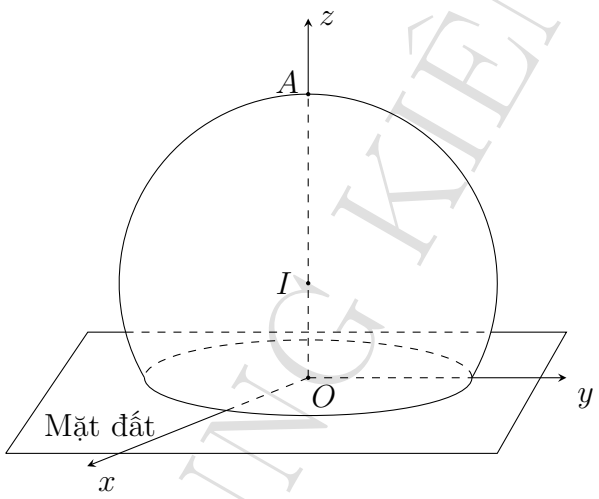
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 19.

Giả sử người ta biểu diễn mô phỏng của tòa nhà Ericsson Globe ở phần Khởi động trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm I, đường kính 110 m và $OA = 85$ m như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = R^2$. Giá trị của biểu thức $a+b+c-R$ là bao nhiêu?

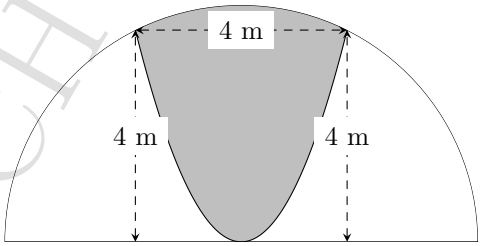
KQ: | | | | |



Câu 20.

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ m. Trên đó, người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình Parabol có đỉnh trùng với tâm của hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng 4 m, phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/ m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó (*số tiền làm tròn đến hàng nghìn*)?

KQ: | | | | |



Câu 21. Trên sa mạc có một khu đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 70$ km, chiều rộng $AD = 10$ km. Vận tốc trung bình của xe máy trên khu đất này là 20 km/h, riêng đi trên cạnh CD thì vận tốc là 40 km/h. Một người đi xe máy xuất phát từ A muốn đến B thì cần ít nhất bao nhiêu giờ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

KQ: | | | | |

Câu 22. Hai máy X và Y cùng sản xuất một loại linh kiện. Tỉ lệ sản phẩm đạt chuẩn của máy X và máy Y lần lượt là 90% và 95%. Một hộp chứa 4 linh kiện do máy X sản xuất và 6 linh kiện do máy Y sản xuất. Lấy ra ngẫu nhiên 1 linh kiện từ hộp, biết rằng linh kiện lấy ra đạt chuẩn, tính xác suất linh kiện đó do máy X sản xuất. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 16. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Biết hàm số $f(x) = x(1-x)\mathrm{e}^{-x}$ có một nguyên hàm là $F(x) = (ax^2+bx+c)\,\mathrm{e}^{-x}$ (với a, b, c là các số thực). Giá trị của $2a+b+3c$ bằng

A. 3. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{9} = \frac{z+2}{-9}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. $D(4;28;-29)$. **B.** $A(1;9;-9)$. **C.** $B(7;24;9)$. **D.** $C(-1;-1;2)$.

Câu 4. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau

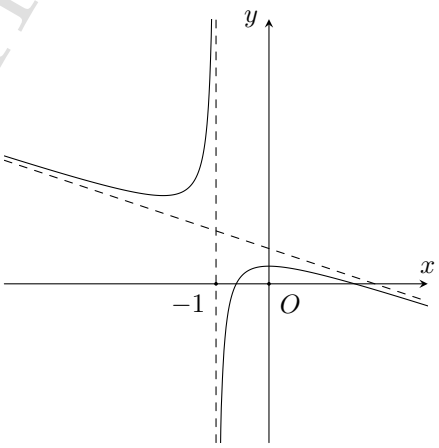
Tiền lãi	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B.
B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B.
C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B.
D. Không so sánh được.

Câu 5.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là



A. $x=1$.
B. $y=\dfrac{2}{3}-\dfrac{x}{3}$.
C. $y=x-1$.
D. $x=-x+1$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7)>0$ là

A. $S=(-\infty;2)$.
B. $S=(2;3)$.
C. $S=(3;+\infty)$.
D. $S=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $M(3;0;-1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x+2y-z+1=0$; $2x-y+z-2=0$ có phương trình là

A. $x-3y-5z-8=0$.
B. $x-3y+5z-8=0$.
C. $x+3y-5z+8=0$.
D. $x+3y+5z+8=0$.

Câu 8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 90°.
B. Nếu đường thẳng a nằm trong (P) thì a song song hoặc nằm trong (Q).
C. Nếu đường thẳng a nằm trong (P) và a vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) thì a vuông góc với (Q) .
D. Nếu (Q) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d, đường thẳng a nằm trong (P) và a vuông góc với d thì a vuông góc với (Q).

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=\dfrac{1}{16}$ là

A. $x=-\dfrac{5}{2}$.
B. $x=\dfrac{3}{2}$.
C. $x=-\dfrac{3}{2}$.
D. $x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_4=54$. Giá trị của công bội q bằng

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

A. 9. **B.** 3. **C.** 27. **D.** -3.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	-2	↗	5	↗	10
			5		

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2025;2025]$ là

A. -2. **B.** $f(2025)$. **C.** $f(-2025)$. **D.** 5.

2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $y=\tan x-x$.

Phát biểu	Đ	S
a) $f(0)=0$ và $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$.		
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\tan x-1$.		
c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ là 0.		

Câu 14.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I\,(20;35;60)$, biết rằng ngọn hải đăng được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

Nguồn: shutterstock.com

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-20)^2+(y-35)^2+(z-60)^2=4^2$.		
b) Điểm $B\,(-290;-165;3660)$ nằm phía trong mặt cầu đó .		
c) Nếu người đi biển ở vị trí $C\,(541;137;-690)$ thì không thể nhìn được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí điểm $I\,(20;35;60)$ đến vị trí $D\,(4020;35;3060)$. Vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng ID sao cho người đi biển vẫn còn nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng là $M\,(-3180;35;2460)$.		

Câu 15. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ m/s. Sau 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s^2).

Phát biểu	Đ	S
a) Gia tốc chậm dần của ô tô khi phanh là -2 m/s^2.		
b) Quãng đường ô tô đi được trong 12 giây đầu là 144 m.		
c) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu phanh đến khi dừng hẳn là 72 m.		
d) Quãng đường tổng cộng mà ô tô đã đi là 230 m.		

Câu 16. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $\mathrm{P}(A) = 0{,}7$, $\mathrm{P}(\overline{B}) = 0{,}6$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}6$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = 0{,}4$.		

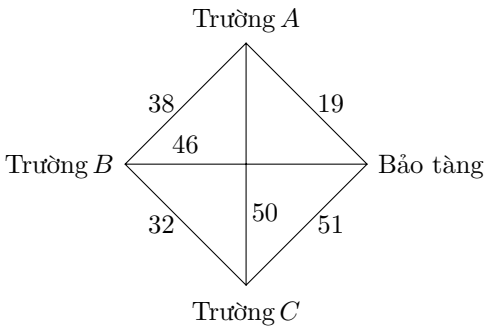
Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0{,}4$.		
d) $\mathrm{P}(\overline{A} \mid B) = 0{,}6$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành với $AB = 4$, $AD = 3$ và $\widehat{BAD} = 60°$. Tính $\mathrm{d}(A'A, BD)$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: ☐☐☐☐

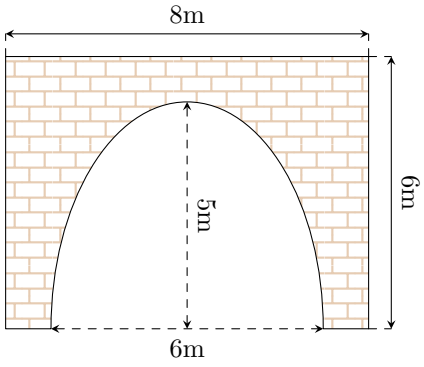
Câu 18.

Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả như hình bên. Thời gian ít nhất mà người nhân viên di chuyển từ bảo tàng đến cả ba trường và quay lại bảo tàng là bao nhiêu? (Biết rằng người nhân viên chỉ di chuyển đến các trường đúng một lần). KQ: ☐☐☐☐



Câu 19.

Một cái cổng có dạng như hình vẽ, với chiều cao 6m và chiều rộng là 8m. Mái vòm của cổng có hình bán elip với chiều rộng là 6m, điểm cao nhất của mái vòm là 5m (tham khảo hình vẽ). Người ta muốn lát gạch hoa để trang trí cho cổng với chi phí là 250.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền cần chi trả (nghìn đồng). KQ: ☐☐☐☐



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

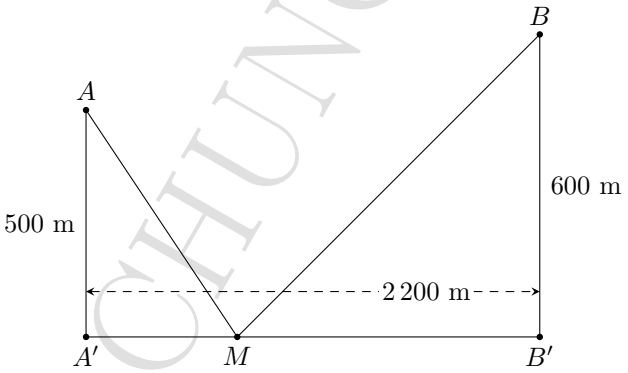
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 20. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 7, 8, 9. Tính tích của hai bán kính của hai quả bóng đó. KQ: | | | | |

Câu 21. Hộp thứ nhất có 5 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 5. Hộp thứ hai có 4 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên 2 thẻ từ hộp thứ hai. Biết tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra từ hộp thứ hai là số lẻ, tính xác suất thẻ lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là số lẻ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 22.

Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và $A'B' = 2\,200$ m (hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó (*làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 17. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

A. 25. **B.** 125. **C.** 5. **D.** 625.

Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x \,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \pi \int_0^2 3^{2x} \,\mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_0^2 3^{2x} \,\mathrm{d}x$. **D.** $S = \pi \int_0^2 3^x \,\mathrm{d}x$.

Câu 3. Bảng dưới đây thống kê cân nặng (đơn vị: kilogram) của 45 học sinh lớp 10 của một trường Trung học phổ thông:

Cân nặng	$[40;44)$	$[44;48)$	$[48;52)$	$[52;56)$	$[56;60)$	
Số học sinh	8	12	8	10	7	$n = 45$
Giá trị đại diện	42	46	50	54	58	

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

A. 1,15. **B.** 5,39. **C.** 2,15. **D.** 3,25.

Câu 4. Cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Toạ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 5. Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

A. $y = 2x - 5$. **B.** $y = x - 2$. **C.** $y = x + 5$. **D.** $y = x - 5$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

A. $(-\infty; -3]$. **B.** $[-3; 1]$. **C.** $(-3; 1)$. **D.** $(-3; 1]$.

Câu 7. Cho đường thẳng d: $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AC là đáy nhỏ, BD là đáy lớn) và $SB \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SAD). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$.

A. $x = 5$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 3$.

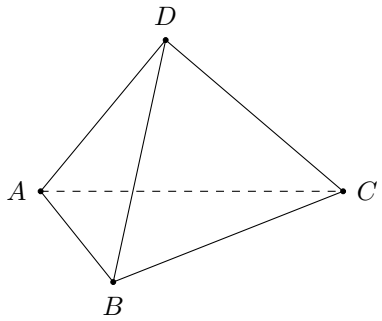
Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 21. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

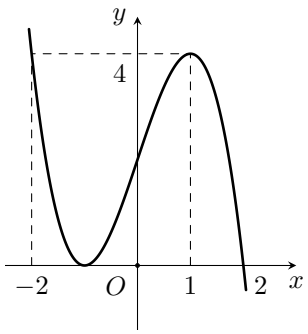
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.



Câu 12. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 + 3x - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x - 2$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 13. Cho hàm số $y = \dfrac{\ln^2 x}{x}$. Xét tính đúng sai các phát biểu sau

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \dfrac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$.		

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
c) Trên đoạn $[1;\mathrm{e}^3]$ phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất là $x=\mathrm{e}^2$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;\mathrm{e}^3]$ là 0.		

Câu 14. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-35$ $\left(\mathrm{m/s^2}\right)$.

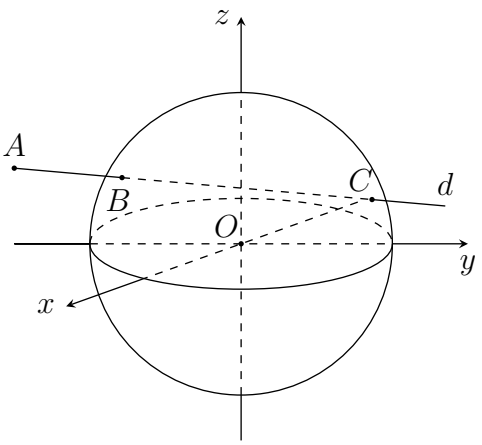
Phát biểu	Đ	S
a) Tại thời điểm $t=5$ (s) thì vận tốc của ô tô là 35 (m/s).		
b) Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là là 105 mét.		
c) Phương trình vận tốc khi xe phát hiện chướng ngại vật là $v(t)=35t+35$.		
d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh đến khi dừng hẳn là 105 m.		

Câu 15. Một địa phươnng có tỉ lệ người dân nghiện thuốc lá là 30%. Biết rằng tỉ lệ người bị viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là 60%, còn tỉ lệ đó trong số người không nghiện thuốc lá là 40%. Gọi các biến cố: A: "Người dân nghiện thuốc là" và B: "Người dân bị viêm họng".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A)=0{,}6$; $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}\left(B\,|\,\overline{A}\right)=0{,}6$.		
c) Xác suất người nghiện thuốc lá nếu bị viêm họng là $\dfrac{9}{23}$.		
d) Xác suất người nghiện thuốc là không bị viêm họng là $\dfrac{2}{9}$.		

Câu 16.

Trong không gian hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hoà ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d sẽ đi qua vị trí $M(-700;40;10)$ và $N(0;600;10)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ)



Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu mô tả ranh giới ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu là (S): $x^2+y^2+z^2=600$.		
b) Đường thẳng d: $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.		
c) Quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 749 km.		
d) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với đài kiểm soát không lưu là 459 km.		

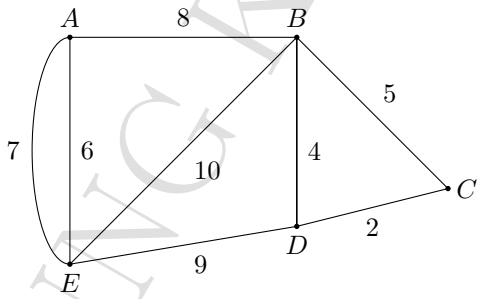
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết số đo góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Tính $\mathrm{d}(AB, A'C')$. KQ: | | | | |

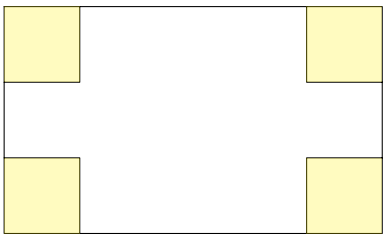
Câu 18.

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc theo các con đường cần phải đi qua. Biết người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đvdd). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |



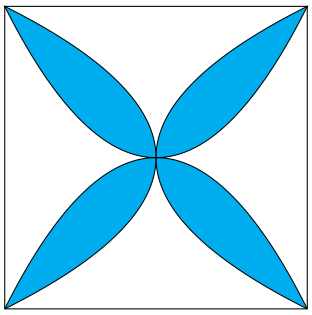
Câu 19.

Một tấm bìa hình chữ nhật có chu vi cố định với các cạnh có chiều dài tỷ lệ 8 : 15 được chuyển thành một hộp chữ nhật không nắp bằng cách gấp lại sau khi cắt các hình vuông bằng nhau ở cả bốn góc (hình vẽ). Nếu tổng diện tích của các hình vuông bị loại bỏ là 100 thì chiếc hộp thu được có thể tích lớn nhất. Chu vi tấm bìa hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |



Câu 20.

Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh 40 cm như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^4$ và $4y^2 = x^4$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Tính diện tích (đơn vị cm^2) phần được tô đậm (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |



Câu 21. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $x \in [27; 31]$. Tìm x để doanh nghiệp có lợi nhuận lớn nhất. KQ: | | | | |

Câu 22. Một công ty vừa ra mắt sản phẩm X và tổ chức ngày trải nghiệm sản phẩm. Họ thống kê được trong 200 người đến tham quan ngày trải nghiệm có 60 người là nam giới và 140 người là nữ giới. Trong số những người được thống kê này, có 120 người mua sản phẩm X, gồm 40 khách hàng nam và 80 khách hàng nữ, còn lại là không mua sản phẩm X. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 200 người được thống kê. Tính xác suất để người này mua sản phẩm X, biết rằng người được chọn là nữ giới (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 18. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

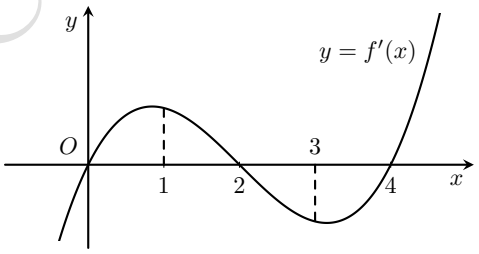
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.
B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$.
C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.
D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 5.

Câu 4. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5. Cho hàm số $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathscr{K}$ và $a,b\in\mathscr{K}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **B.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

C. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$. **D.** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)\cdot F(a)$.

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}$ là

A. $2x^2+\ln|x|+C$. **B.** $x^2+\ln|x|+C$. **C.** $2x^2-\ln|x|+C$. **D.** $x^2-\ln|x|+C$.

Câu 7. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Xác suất để chọn được tấm thẻ ghi số 10, biết rằng tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ đó lớn hơn 17 là

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y-4z+1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-3;4)$. **B.** $(1;3;4)$. **C.** $(-1;-3;4)$. **D.** $(1;-3;-4)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z=0$. Mặt phẳng (Q) qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $x+2y+z-1=0$. **B.** $x+2y+z+4=0$. **C.** $x+2y+z-6=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

Câu 11. Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12B được ghi lại ở bảng sau

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	2	5	8	5

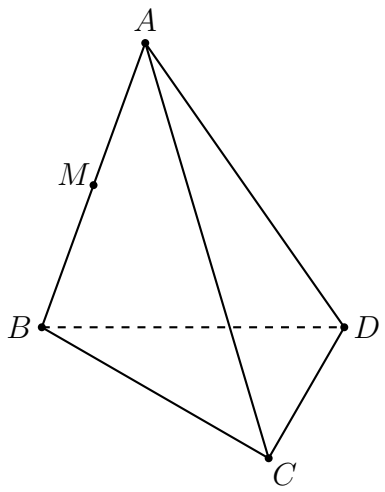
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 12.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB (hình bên). Khi đó vectơ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB}$. **B.** $\vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $2\overrightarrow{MA}$.



2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

Phát biểu	Đ	S
a) $F'(2)=\mathrm{e}^2-4$.		
b) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C$.		
c) $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^2-4$.		
d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ bằng e^2-5.		

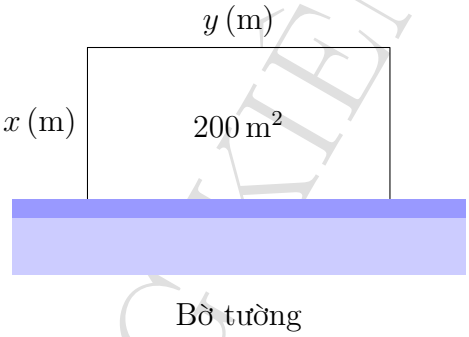
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14.

Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $200\,\text{m}^2$ (Hình bên). Kí hiệu $x\,(\text{m})$, $y\,(\text{m})$ lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường, $L\,(\text{m})$ là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.



Phát biểu	Đ	S
a) y được tính theo x bằng công thức $y = \dfrac{200}{x}$.		
b) L được tính theo x bằng công thức $L = 2x + \dfrac{100}{x}$.		
c) L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 10$ (m).		
d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;3)$, $B(3;-4;1)$ và $C(2;-5;1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tọa độ của hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng Oxy là $(-1;2;0)$.		
b) $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1)$.		
c) Đường thẳng BC song song với mặt phẳng (Oxy).		
d) $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Khi đó $CM = \sqrt{15}$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - z = 0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$.		
b) Phương trình đường thẳng giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$.		
c) Nếu điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AM = MB$ thì $M \in d$.		
d) Điểm $C(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $CA = CB = \sqrt{35}$. Nếu a là số nguyên thì $OC = 2\sqrt{2}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một thùng dầu bị rò rỉ từ lúc 13 giờ với tốc độ rò rỉ là $v(t) = 16 + 3t$ (lít/giờ), trong đó t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu bị rò rỉ. Khi đó $V(t)$ (lít) là thể tích dầu bị mất đi thỏa mãn $V'(t) = v(t)$. Giả sử V_1 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ và V_2 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ. Tính $V_2 - V_1$ (theo đơn vị lít).

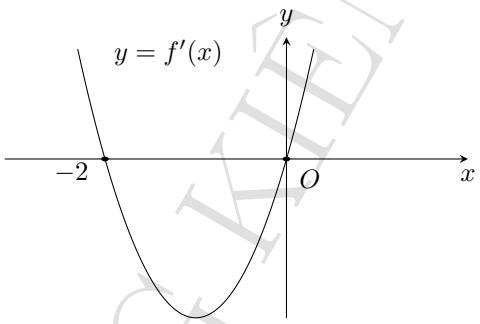
KQ: | | | | |

Tr. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 18.

Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ là một hàm số bậc hai và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị bên. Biết rằng hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là 2 và giá trị cực tiểu là -2. Tìm giá trị của $f(2)$.

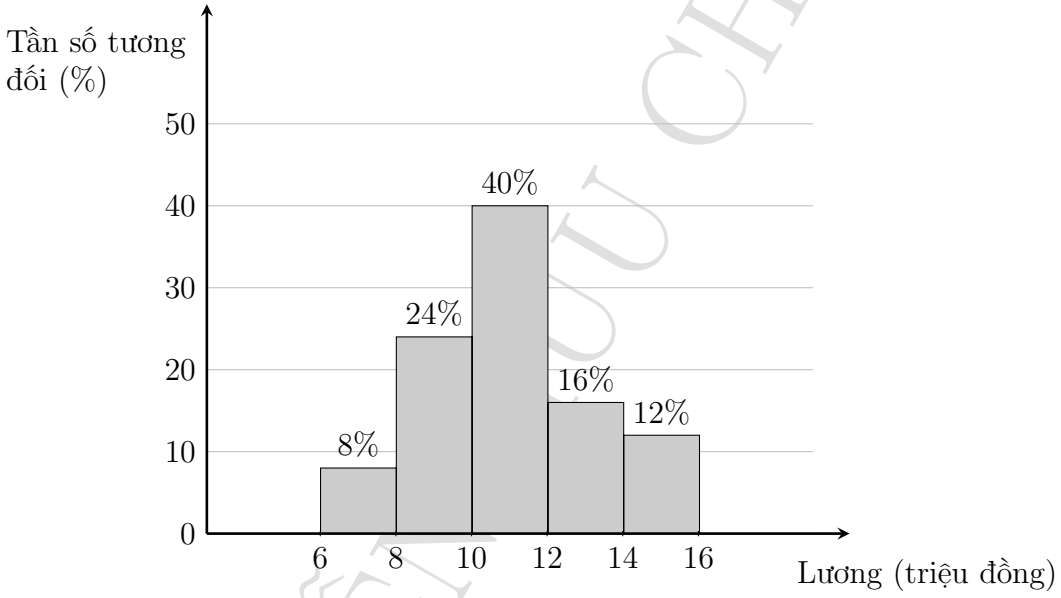
KQ: | | | | |



Câu 19. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Biết rằng xạ thủ này bắn 2 viên đạn một cách độc lập và chỉ có một viên trúng đích, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 20. Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (đơn vị: triệu đồng). *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-5)$, $B(-4;2;1)$. Xét M là điểm thay đổi thỏa mãn điều kiện $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right| = 9$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

KQ: | | | | |

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại $A(0;0;0)$, $B(6;0;0)$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $D(0;x;0)$, với $x > 0$ thỏa mãn $AD = 2AB = 2BC$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

KQ: | | | | |

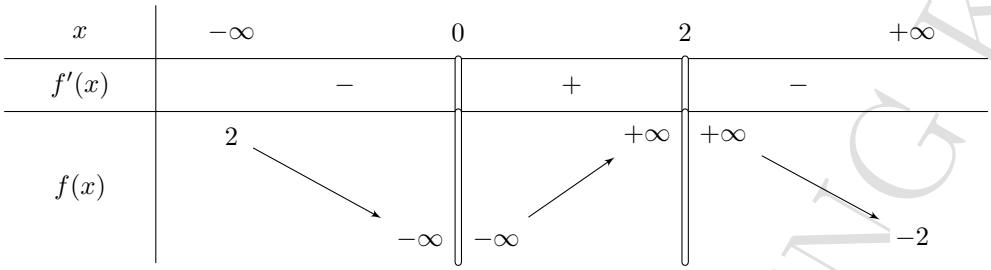
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 19. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



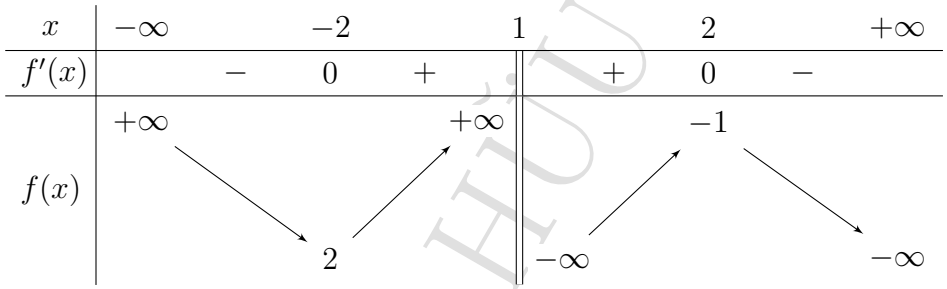
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-mx-1$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;4)$?

A. 23. **B.** 8. **C.** 9. **D.** Vô số.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3-\cos x+C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+\cos x+C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=6x-\cos x+C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=6x+\cos x+C$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=3$. Diện tích của hình phẳng (H) được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S=\displaystyle\int_2^3(x^2-2x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_0^3(-x^2+2x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\displaystyle\int_2^3\left|x^2-2x\right|\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_0^3\left|x^2-2x\right|\,\mathrm{d}x$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0{,}7$; $P(B)=0{,}5$ và $P(A\cup B)=0{,}8$. Xác suất của biến cố A với điều kiện B là

A. 0,4. **B.** 0,5. **C.** 0,7. **D.** 0,8.

Câu 8. Khối lượng của một số quả trứng gà trong một trang trại được ghi lại ở bảng sau:

Khối lượng (gam)	$[43;45)$	$[45;47)$	$[47;49)$	$[49;51)$
Số quả trứng	12	34	32	1

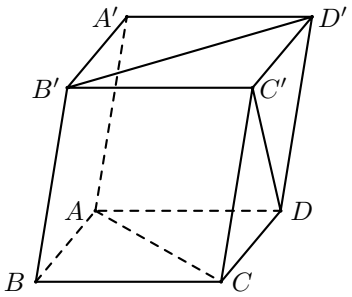
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào dưới đây?

A. $[1{,}4;1{,}6)$. **B.** $[2{,}0;2{,}2)$. **C.** $[3{,}3;3{,}5)$. **D.** $[3{,}5;3{,}7)$.

Câu 9.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{C'D}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{B'D'}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tọa độ tâm là

A. $(4;-2;8)$. **B.** $(2;-1;4)$. **C.** $(-2;1;-4)$. **D.** $(2;-1;-4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y-3z-8=0$. **B.** $2x-y+3z-8=0$.

C. $2x+y-3z+8=0$. **D.** $2x-y+3z+8=0$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)=-x+1-\dfrac{1}{x-1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng $y=x-1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$.		
b) Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ là $f'(x)=\dfrac{2x-x^2}{(x-1)^2}$, $x\neq 1$.		
c) Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là -2.		
d) Bất phương trình $x^2+(m-2)x-m+2\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x>1$ nếu $m\geq -2$.		

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\le 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x>1.\end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) $F(x)=\begin{cases}x^2-x+C_1 & \text{khi } x\le 1\\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x>1\end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.		
b) $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-2$.		
c) $\int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=20$.		
d) $\int\limits_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=22$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-3;2)$, $B(2;4;-2)$ và $C'(3;2;-2)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Trung điểm của đoạn thẳng OB là $C(1;2;-1)$.		
b) Biết rằng tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành. Cao độ của điểm A' là $z=1$.		
c) Biết rằng điểm B' là đỉnh còn lại của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khi đó tung độ của điểm B' là $y=-3$.		
d) Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{7}{2}$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+6)^2+z^2=50$ có tâm I và điểm $K(1;-3;0)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu (S) có bán kính $R=5\sqrt{2}$.		
b) Điểm K thuộc mặt cầu (S).		
c) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến điểm K bằng 10.		
d) Xét các điểm M thuộc (S) sao cho $\widehat{KMI}$ lớn nhất. Khi đó $MK=2\sqrt{10}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Sau khi tiêm một loại thuốc vào cơ thể bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu (tính theo mg/cm^3) thay đổi theo công thức $C(t)=\dfrac{0{,}15t}{t^2+1}$, trong đó t là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm thuốc, $t\ge 0$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/cm^3 (*kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn*)?

KQ: | | | | |

Câu 18. Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khoẻ cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 19. Bác Hải đo chiều cao của 50 cây giống được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm dưới đây.

Chiều cao cm	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$	$[19;20)$
Tần số tương đối	12%	24%	36%	20%	8%

Tính tỉ số của độ lệch chuẩn và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

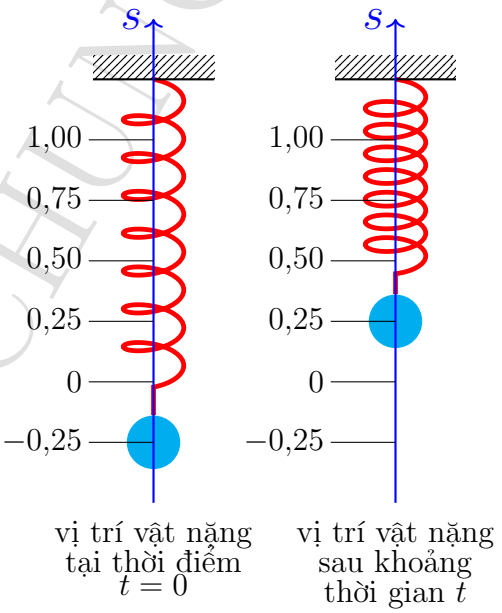
KQ: | | | | |

Câu 20.

Một vật nặng được treo vào đầu của một con lắc lò xo đang ở điểm gốc ($s = 0$), con lắc lò xo có khối lượng không đáng kể. Giả sử rằng chiều dương là chiều hướng từ dưới lên. Tại thời điểm $t = 0$, vật nặng được kéo xuống 0,25 m đến vị trí ban đầu $s(0) = -0{,}25$ và được thả ra (hình bên).

Vận tốc của vật (tính bằng m/s) được cho bởi công thức $v(t) = \dfrac{1}{4}\sin t$, với $t \geq 0$. Tìm thời điểm lần đầu tiên vật đạt đến vị trí cao nhất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của giây*).

KQ: | | | | |



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;-1)$, $B(-3;-1;2)$, $C(3;2;1)$ và điểm $D(-2;1;3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz). Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 6$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+5=0$, $(Q)\colon 2x-y+z-5=0$. Hai đường thẳng d và Δ đi qua tâm của (S), lần lượt vuông góc và cắt (P), (Q) theo thứ tự đó tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 — ĐỀ SỐ 20. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x}+\ln x$ $(x>0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số. **B.** $x=-2$ là điểm cực đại của hàm số.

C. $x=\dfrac{1}{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$ là

A. $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{5^{2x}}{\ln 5}+C$. **B.** $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{5^{2x}}{2\ln 5}+C$.

C. $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=2\cdot 5^{2x}\cdot\ln 5+C$. **D.** $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=5^{2x}\cdot\ln 5+C$.

Câu 6. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\pi} 2\sin x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 7. Minh gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Xác suất để tích số chấm trên hai mặt xuất hiện chia hết cho 5 biết rằng tích đó là số lẻ là

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{36}$.

Câu 8. Thời gian thực hiện xong một thí nghiệm hoá học của học sinh lớp $12H$ được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	12	25	0	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+3=0$.

C. $x^2+y^2-z^2-2x-2y-2z-1=0$. **D.** $x^2+y^2+2z^2-2x-2y-2z-1=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=1-t\\ y=-1+2t\\ z=2-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

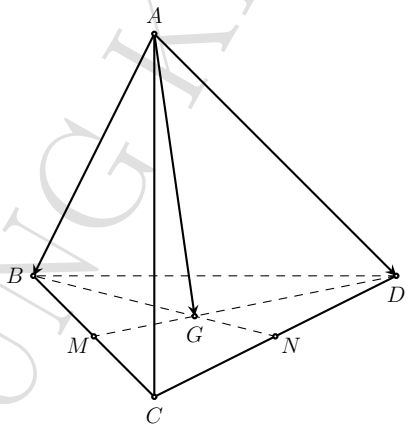
C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{5}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{5}=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{5}=1$.

Câu 12.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.		
b) Hàm số $f(x)$ có $x=2$ là điểm cực tiểu.		
c) Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta luôn có $-1\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$.		
d) Nếu $-1<m\le 0$ thì phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm.		

Câu 14. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C)\colon y=f(x)=6\sqrt{x}-5$, đường thẳng $y=1$ và hai đường thẳng $x=1$, $x=4$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x\sqrt{x}-5x+C$.		
b) $\displaystyle\int[f(x)-1]\,\mathrm{d}x=4x\sqrt{x}-6x+C$.		
c) $\displaystyle\int_1^4[f(x)-1]\,\mathrm{d}x=6$.		
d) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 10.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;1)$ và $C(-3;3;-2)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Toạ độ của $\overrightarrow{AB}$ là $(3;1;2)$.		
b) Độ dài của đoạn thẳng AC bằng $\sqrt{42}$.		
c) $\widehat{BAC}$ là góc tù.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
d) Xét các điểm M trên mặt phẳng (Ozx) thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM lớn hơn hoặc bằng 3.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(-1;-1;-1)$.		
b) Toạ độ của điểm D sao cho $3\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ là $(1;4;-3)$.		
c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm I và D có một vectơ chỉ phương là $(0;3;-4)$.		
d) Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T=3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của T bằng 672.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Từ một tấm thép hình bán nguyệt có đường kính 40 cm, người ta muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình) có diện tích lớn nhất có thể. Tìm diện tích đó.

KQ: | | | | |

Câu 18. Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t)=30(16-t^2)$ với $0\le t\le 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của* dặm)?

KQ: | | | | |

Câu 19. Bác Tuấn kiểm tra cân nặng của 40 quả trứng được lựa chọn ngẫu nhiên từ một trang trại và ghi kết quả vào bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	$[75;80)$	$[80;85)$	$[85;90)$	$[90;95)$	$[95;100)$
Tần số tương đối	25%	35%	25%	10%	5%

Tính tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên. KQ: | | | | |

Câu 20. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn Phú lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi Phú lấy ra có màu xanh, bạn Thọ sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi Phú lấy ra có màu đỏ, bạn Thọ sẽ lấy ra 3 viên bi ngẫu nhiên từ hộp. Tính xác suất để Phú lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(3;2;2)$, $C(-1;6;0)$. Xét $M(a;b;0)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S=2MA+\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)?

KQ: | | | | |

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(a;0;0), B(-a;0;0)$, $C(0;1;0)$ và $B'(-a;0;b)$, trong đó a,b là các số thực dương và thỏa mãn $a+b=4$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa $B'C$ và song song với AC' sao khoảng cách từ A đến (α) là lớn nhất. Khi đó, mặt cầu đi qua sáu điểm A, B, C, A', B', C' có bán kính R bằng bao nhiêu? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

KQ: | | | | |

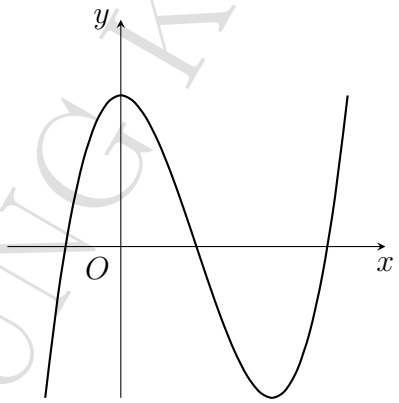
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 21. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Hàm số nào sau đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 + 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+3)$ với $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y		↗ 3		↘ $-\infty$	‖ -3	↗ 1	
	1						

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Biết rằng hàm số $f(x) = x^2\mathrm{e}^x + a$ (a là hằng số) có giá trị cực tiểu bằng 1. Giá trị cực đại của hàm số này là

A. $\dfrac{4}{\mathrm{e}^2}$. **B.** $\dfrac{1}{e} + 1$. **C.** $\dfrac{4}{\mathrm{e}^2} + 1$. **D.** $1 - \dfrac{4}{\mathrm{e}^2}$.

Câu 5. Tích phân $\displaystyle\int_0^1 (\mathrm{e}^x - 4x^3)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\mathrm{e} - 2$. **B.** $\mathrm{e} - 1$. **C.** $\mathrm{e} - 4$. **D.** $\mathrm{e} - 3$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 3, x = 4$. Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

A. $V = \displaystyle\int_3^4 |x-2|\,\mathrm{d}x$. **B.** $V = \displaystyle\int_3^4 (x^2 - 4x + 4)\,\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi\displaystyle\int_3^4 |x-2|\,\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi\displaystyle\int_3^4 (x^2 - 4x + 4)\,\mathrm{d}x$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Một công ty có 60% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ đã kết hôn là 80%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của công ty. Xác suất nhân viên đó là nữ và chưa kết hôn là

A. 0,6. **B.** 0,75. **C.** 0,12. **D.** 0,8.

Câu 8. Bảng dưới đây thống kê lượng điện tiêu thụ trong một tháng của một số hộ gia đình.

Số kWh	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)
Số gia đình	10	16	8	6

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

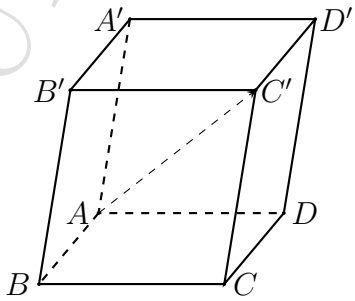
A. 50. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 125.

Câu 9.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình bên). Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;2;-1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+4t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+4t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x+y-4z+19=0$. Một điểm thuộc mặt phẳng đã cho có tọa độ là

A. $(2;1;6)$. **B.** $(2;1;-6)$. **C.** $(2;1;-4)$. **D.** $(-2;;-1;8)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;1;0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-1=0$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Tại thời điểm t giờ kể từ khi tiêm một liều thuốc cho bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu được tính bởi công thức $C(t) = 0{,}5te^{-0{,}5t}$ mg/ml (với $t \geq 0$).

Phát biểu	Đ	S
a) Ban đầu (tại thời điểm tiêm) nồng độ thuốc có trong máu bệnh nhân là 0,5 mg/ml.		
b) Kể từ thời điểm $t = 2$ (giờ), nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần.		
c) Nồng độ thuốc trong máu có thể vượt quá 0,5 mg/ml.		
d) Có thời điểm nồng độ thuốc trong máu bằng 0,3 mg/ml.		

Câu 14. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = 2e^{-x}$, trục hoành, trục tung và

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

đường thẳng $x=1$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2\mathrm{e}^{-x}+C$.		
b) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}-2}{\mathrm{e}}$.		
c) Diện tích của hình phẳng (H) bằng $2-\dfrac{2}{\mathrm{e}}$.		
d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng $2\pi-\dfrac{2}{\mathrm{e}^2}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;5)$, $B(2;1;-3)$ và $C(-1;2;1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là $A'(0;0;5)$.		
b) Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng (Oyz) là $B'(2;0;-3)$.		
c) Biết rằng E là điểm nằm trên trục Ox và F là nằm điểm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EF. Khi đó $EF>5$.		
d) Gọi $I(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Khi đó $a+b+c=2$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;-6)$ và $(P)\colon 4x-y+2z+13=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A.		
b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+t \\ z=3+2t \end{cases}$.		
c) Điểm $C(-3;3;1)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).		
d) Gọi d là một đường thẳng nằm trong (P) và d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d đạt giá trị nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của d có toạ độ là $(a;b;c)$ với a là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng 6.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một cái chậu cao 16 cm. Khi đổ nước vào chậu, nếu độ cao của nước là x (cm) $(0\le x\le 16)$ thì mặt thoáng của nước là hình tròn bán kính $r=9+\sqrt{x}$ (cm). Tính dung tích của chậu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của lít*).

KQ: | | | | |

Câu 18. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xạ thủ này bắn một viên đạn và viên đạn đó trúng mục tiêu, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

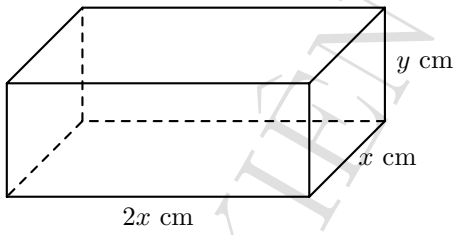
KQ: | | | | |

Câu 19.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3. Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? *Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của* cen-ti-mét.

KQ: | | | | |



Câu 20. Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 5 và 6 viên bi màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 6. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp. Biết rằng hai viên bi lấy ra cùng màu, tính xác suất của biến cố tích các số ghi trên hai viên bi chia hết cho 5.

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-2)$ và $B(-3;-3;3)$. Xét điểm M thay đổi sao cho $3MA-2MB=0$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 22. Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt là 72 cm^2 và 18 cm^2. Số đo góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt bên của khối chóp cụt đều đã cho là a°. Tính giá trị của a.

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 22. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2. Cho hàm số $y=\mathrm{e}^x(x-2)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x-3+\dfrac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{9}{5}$. **D.** 5.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+2\cos x$ là

A. $\cos x-2\sin x+C$. **B.** $-\cos x+2\sin x+C$.
C. $\cos x+2\sin x+C$. **D.** $-\cos x-2\sin x+C$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích của (H) được tính bằng công thức

A. $S = \int\limits_1^3 \left(4x - x^3\right)\,\mathrm{d}x$.
B. $S = \int\limits_1^3 \left(x^3 - 4x\right)\,\mathrm{d}x$.
C. $S = \int\limits_1^3 \left(x^3 - 4x\right)^2\,\mathrm{d}x$.
D. $S = \int\limits_1^3 \left|x^3 - 4x\right|\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ; hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi ở hộp thứ nhất, cho vào hộp thứ hai rồi lại lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ở hộp thứ nhất cùng màu, xác suất lấy được viên bi màu đỏ từ hộp thứ hai là

A. 0,4. **B.** 0,3. **C.** 0,6. **D.** 0,5.

Câu 8. Bảng sau ghi lại điểm tổng kết cuối năm môn Ngữ văn của các học sinh lớp 12D.

Điểm	$[7;7{,}5)$	$[7{,}5;8)$	$[8;8{,}5)$	$[8{,}5;9)$
Số học sinh	6	16	13	5

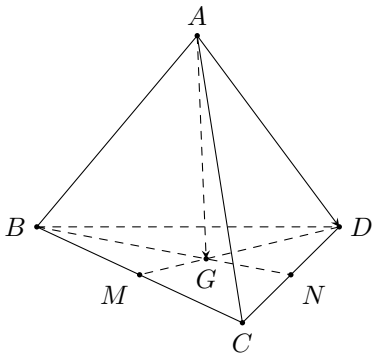
Phương sai của mẫu số liệu trên thuộc khoảng

A. $[0;0{,}2)$. **B.** $[2{,}0;2{,}2)$. **C.** $[3{,}3;3{,}5)$. **D.** $[3{,}5;3{,}7)$.

Câu 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD và G là trọng tâm tam giác BCD. Phát biểu nào sau đây **sai?**

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AG}$.
D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;4;1)$ và $B(-2;0;3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 24$.
B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 24$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 6$.
D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{-5}$ có phương trình là

A. $x - 2z + 1 = 0$.
B. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.
C. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.
D. $x - 2z - 1 = 0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3;3)$.		
b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}$ $(-3 < x < 3)$.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\dfrac{9}{2}$.		
d) Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.		

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = 3\sin x$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = \pi$. Hình phẳng (H_a) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = a$ với $a \in (0;\pi)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3\cos x + C$.		
b) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 6.		
c) Diện tích của hình phẳng (H_a) bằng $3\lvert\cos a - 1\rvert$.		
d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\dfrac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $a \in \left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{7\pi}{12}\right)$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;1;0)$, $B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2;1;1)$.		
b) Biết rằng C là trọng tâm tam giác ABE. Tọa độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.		
c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.		
d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left\lvert\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\rvert = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng d: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng (α): $x + y - z + 3 = 0$.

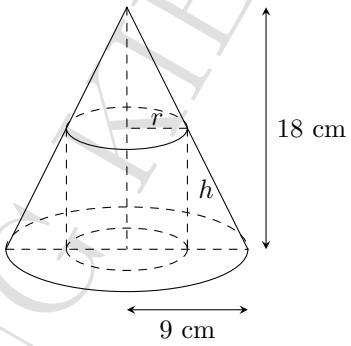
Phát biểu	Đ	S
a) Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.		
b) Điểm M thuộc đường thẳng d.		
c) Một điểm A bất kì thuộc đường thẳng d đều có tọa độ dạng $A(t;-1-t;2+2t)$.		
d) Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-4}{5}$.		

TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

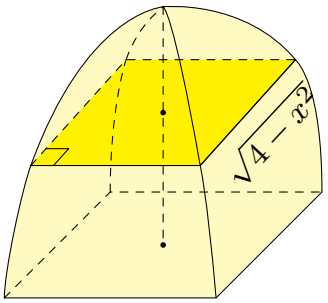
Câu 17.

Hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy r (cm), chiều cao h (cm) nội tiếp hình nón có bán kính 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của* cm). KQ: ☐☐☐☐



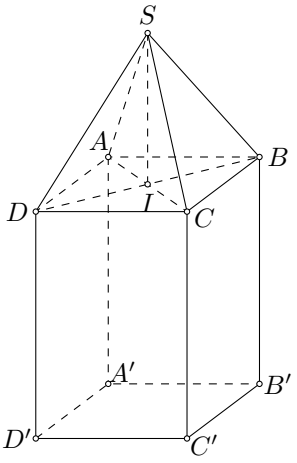
Câu 18.

Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng x (m), $0 \le x \le 2$, là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$ (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*) KQ: ☐☐☐☐



Câu 19.

Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0{,}5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) KQ: ☐☐☐☐



Câu 20. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỉ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) KQ: ☐☐☐☐

Câu 21. Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) KQ: ☐☐☐☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0)$, $B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần trăm*)? KQ: ☐☐☐☐

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 23. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\tan x - 1 = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$. **D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[-5;7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$
y	6	↘	2	↗	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 6$. **B.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 2$. **C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x) = 9$. **D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Câu 6. Nếu hàm số $y = f(x)$ thoả mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ thì

A. đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = -1$ và $x = 1$.

B. đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 1$.

C. đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = -1$ và 1 tiệm cận đứng là $x = 1$.

D. đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của vectơ $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$ là

A. $(0;-1;1)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(-1;0;0)$.

Câu 8. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1; Q_2; Q_3. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $Q_2 - Q_1$. **B.** $Q_3 - Q_2$. **C.** $Q_3 - Q_1$. **D.** $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Câu 9. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$. **B.** $x^2 + y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + y + z + 3 = 0$. **D.** $2x + y + z^2 + 4 = 0$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $(x^2-8)^2+(y-12)^2+(z-24)^2=9^2$.
B. $(x-9)^2+(y^2-10)^2+(z-11)^2=12^2$.
C. $(x-13)^2+(y-24)^2-(z-36)^2=7^2$.
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=5^2$.

Câu 11. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

A. 2,5 cm. **B.** 12,5 cm. **C.** 3,125 cm. **D.** 42,25 cm.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=0 \\ z=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=1+4t \end{cases}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AA'=a$, $BC=2a$, $CA=a\sqrt{5}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đáy ABC là tam giác vuông.		
b) Hai mặt $(AA'B'B)$ và $(BB'C')$ vuông góc nhau.		
c) Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng $45°$.		
d) $AC'=2a\sqrt{2}$.		

Câu 14. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đ	S
a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.		
b) $s(t)=-5t^2+20t$.		
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.		
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.		

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh được đặt ở các vị trí $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$, $D(1;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $AM=5$, $BM=5$, $CM=3$, $DM=3$.

Phát biểu	Đ	S
a) $a^2+(b-4)^2+(c-5)^2=a^2+(b-5)^2+(c-4)^2=25$.		
b) $(a-1)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a-1)^2+(b+1)^2+(c-3)^2=9$.		
c) $b=c$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) $M(1;1;1)$.		

Câu 16. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

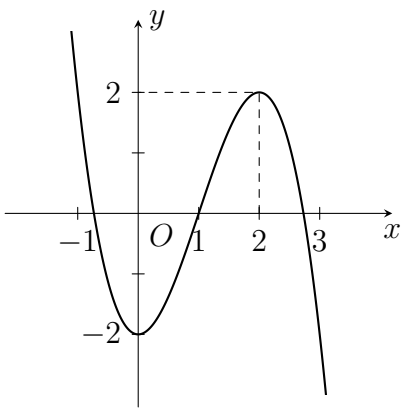
Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.		
b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.		
c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường, là 0,75.		
d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*? KQ: | | | | |

Câu 18.

Đồ thị bên của một hàm số bậc ba có dạng $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |



Câu 19. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi *làm tròn đến hàng đơn vị* của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

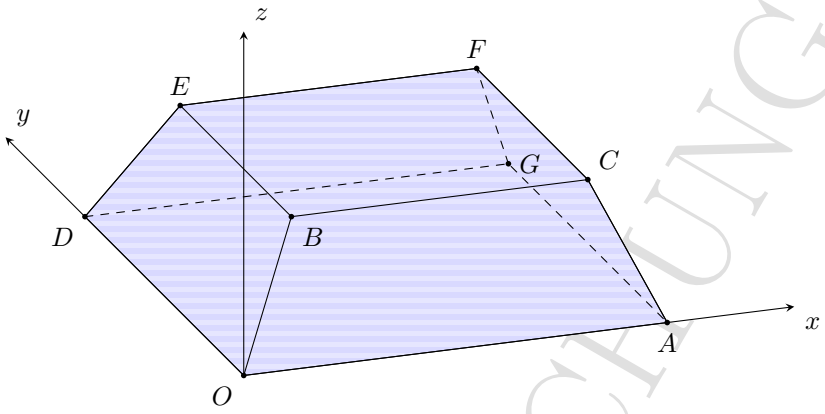
Câu 20. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{120}t^2+\dfrac{58}{45}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B (tính theo đơn vị m/s) tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

KQ: | | | | |

Câu 21. Một chiếc chặn giấy pha lê được thiết kế theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt đáy $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm). Mặt đáy $OAGD$ có chiều dài $OA = 10$ cm, chiều rộng $OD = 6$ cm và tọa độ điểm $B(1;1;1)$. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là $a\sqrt{b}$ cm, với a, b duy nhất. Tích $a \cdot b$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |



Câu 22. Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2 000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*.

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 24. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 2. Cho α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos\alpha < 0$. **B.** $\cot\alpha > 0$. **C.** $\tan\alpha > 0$. **D.** $\sin\alpha > 0$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3^x = 27$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 4. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (1;-4)$. **B.** $\vec{u} = (-4;1)$. **C.** $\vec{u} = (1;-3)$. **D.** $\vec{u} = (4;1)$.

Câu 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ có phương trình là

A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

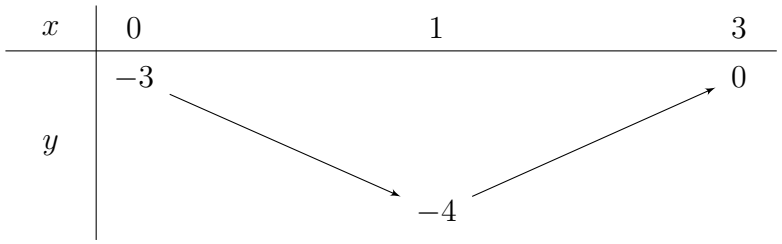
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của điểm M đối xứng với điểm $N(1;3;-2)$ qua gốc tọa độ O là

A. $(-1;0;2)$. **B.** $(-1;-3;2)$. **C.** $(-2;3;1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0;3]$ như sau:

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 8. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon -2x+y-z+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}_1=(-2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(-2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-1;1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{3}$.

Câu 11. Để theo dõi việc rèn luyện sức khỏe, thầy Thanh thống kê thời gian tập thể dục của mình thời gian gần đay được số liệu như bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 31,44.

Câu 12. Tromg không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. Đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC=a\sqrt{3}$. Gọi H là trung điểm AB.

Phát biểu	Đ	S
a) $SH \perp (ABC)$.		
b) $(SHC) \perp (ABC)$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{d}(C,(SAB)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.		
d) $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{6}$.		

Câu 14. Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ $(0 \le t \le 13)$, $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ.

Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage.*

Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

Phát biểu	Đ	S
a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.		
b) Sau 5 giờ lượng khác tham quan là 1 325 người.		
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.		
d) Lượng khác tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.		

Câu 15. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{5} = \dfrac{y-1}{12} = \dfrac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P)\colon x - 2y - 2z - 2\,025 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ.

Phát biểu	Đ	S
a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-2;-2)$.		
b) Phương trình mặt phẳng $(Q)\colon x - 2y - 2z + 12 = 0$.		
c) Cosin của góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{7\sqrt{2}}{78}$.		
d) Mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng Δ đồng thời tiếp xúc cả hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là $(S)\colon (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 679^2$ hoặc $(S)\colon (x-7)^2 + (y-13)^2 + (z+17)^2 = \dfrac{2\,030}{9}$.		

Câu 16. Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

- A: "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam".
- B: "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0,6$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = 0,575$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid A) = 0,425$.		
d) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0,4$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 1$ là $ax + by + 4 = 0$. Tính $a + 2b$.

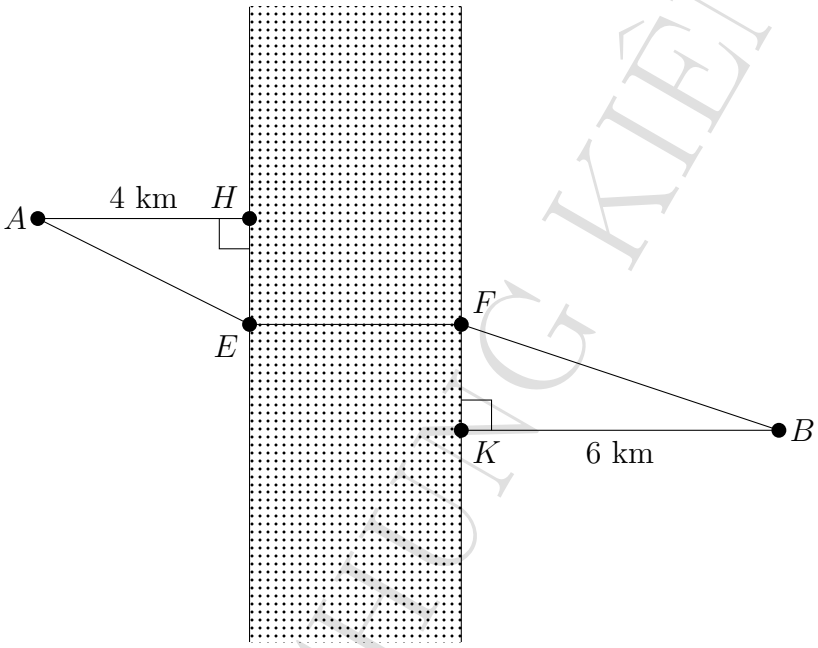
KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

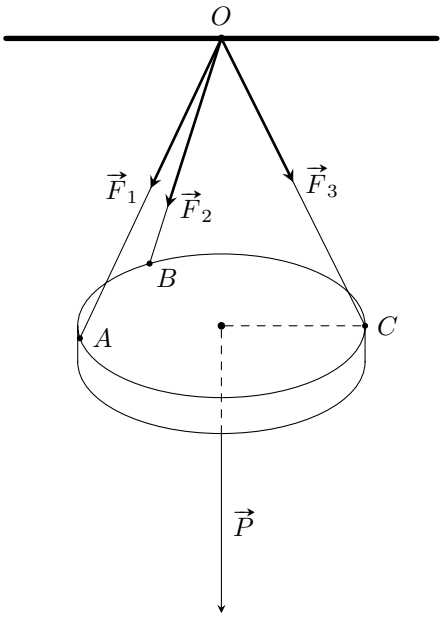
Câu 18.

Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (*kết quả làm tròn đến phần chục*). KQ: | | | | |



Câu 19.

Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ thoả mãn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (*Làm tròn kết quả đến hàng phần chục*). KQ: | | | | |



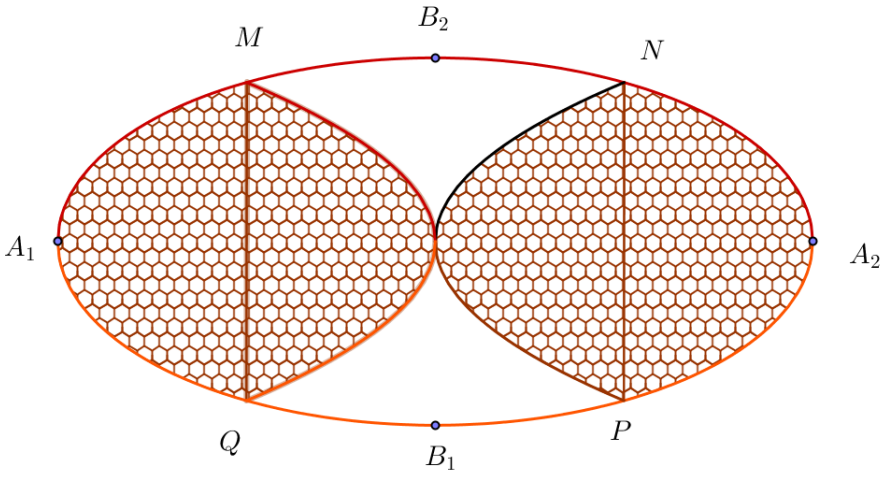
Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z}{1}$. Trong tất cả các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Diện tích của mặt cầu đó có kết quả bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)? KQ: | | | | |

Câu 21. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%, 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%, 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 22. Mảnh vườn nhà ông An có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ. Ông dùng 2 đường Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip cắt elip tại 4 điểm M, N, P, Q như hình vẽ sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MN = 4$ để chia vườn. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại để trồng rau. Biết chi phí trồng hoa là 600 000 đồng/m^2 và trồng rau là 50 000 đồng/m^2. Hỏi số

tiền ông An phải chi là bao nhiêu (*làm tròn đến hàng nghìn đồng*)? Biết $A_1A_2 = 8$ m, $B_1B_2 = 4$ m.

KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 25. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Số cách xếp 4 học sinh A, B, C, D vào một ghế dài theo hàng ngang là

A. $4!$. **B.** C_4^1. **C.** A_4^1. **D.** 4^2.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin 2x}$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\dfrac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\dfrac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là

A. 3. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng có phương trình $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đó là

A. $\vec{u} = (3;2)$. **B.** $\vec{v} = (3;-2)$. **C.** $\vec{w} = (2;3)$. **D.** $\vec{a} = (-2;-3)$.

Câu 5. Một công ty chuyên sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng), khi đó $G(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất cho mỗi sản phẩm. Xem $G(x)$ là một hàm số xác định trên $[0;+\infty)$, số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $G(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$. **B.** $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$.

C. $\vec{a} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$. **D.** $\vec{a} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3. Khoảng tứ phân vị ΔQ của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

A. $\Delta Q = 2Q_2$.
B. $\Delta Q = Q_1 - Q_3$.
C. $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.
D. $\Delta Q = Q_3 + Q_1 - Q_2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (Oyz) là

A. $y+1=0$.
B. $x-2=0$.
C. $z+3=0$.
D. $x+y+z+2=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua $A(2;1;-2)$ là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.
B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\sqrt{10}$.
C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=\sqrt{10}$.
D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

Câu 11. Mỗi ngày thầy Hùng đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Hùng trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41.
B. 11,62.
C. 0,017.
D. 0,36.

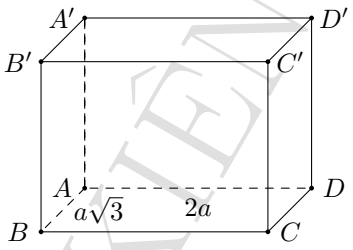
Câu 12. Trong không gian $(Oxyz)$, đường thẳng nào dưới đây đi qua $A(3;5;7)$ và song song với $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5+3t \\ z=-7+4t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5-3t \\ z=7+4t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=3+4t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+5t \\ z=4+7t \end{cases}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

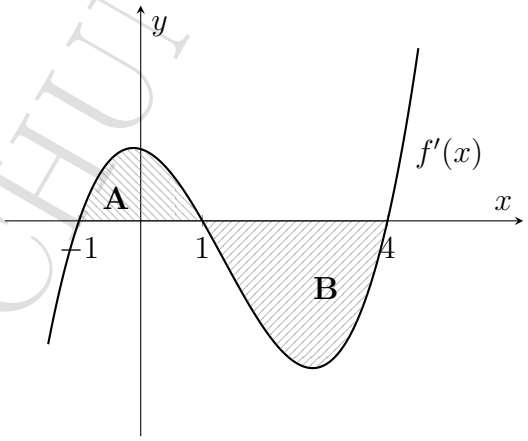
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 2a$ và $AA' = 3a$.



Phát biểu	Đ	S
a) $BD \perp (A'A'C'C)$.		
b) Khoảng cách AB' và CD' là $\sqrt{3}a$.		
c) Thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ là $a^3\sqrt{3}$.		
d) Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$. Khi đó, góc α thoả mãn $\tan\alpha = \sqrt{21}$.		

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(-1) = -\dfrac{35}{3}$, diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng $\dfrac{64}{3}$ và 63.



Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của $\displaystyle\int_{-1}^{4} f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng $\dfrac{253}{3}$.		
b) Giá trị của $f(1)$ là $\dfrac{29}{3}$.		
c) Tích phân $I = \displaystyle\int_{-1}^{\frac{3}{2}} f'(2x+1)\,\mathrm{d}x$ bằng $-\dfrac{125}{3}$.		
d) Diện tích hình phẳng (làm tròn đến hàng đơn vị) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = -2x^2 + 16x$ là 216.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$, $(Q): x + 2y - z + 14 = 0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
b) Gọi α là góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (P), giá trị $\sin\alpha$ là $\dfrac{7}{9}$.		
c) Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = -\dfrac{5}{4} + 2t \\ y = \dfrac{5}{4} + 3t \\ z = \dfrac{7}{8} + 2t. \end{cases}$.		
d) Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ $(a < 0)$ thuộc d, tiếp xúc với (P) và (Q) có bán kính bằng 9.		

Câu 16. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. biết A là biến cố khách hàng chọn được sản phẩm loại I, B là biến cố khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng.

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A) = 0{,}85$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0{,}99$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(B) = 0{,}9855$.		
d) $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}95$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h), thì năng lượng tiêu hao của cá trong 1 giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^2$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Joule. Biết vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng $(a;b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Khi $b-a$ lớn nhất thì giá trị $P = a^2 - b^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

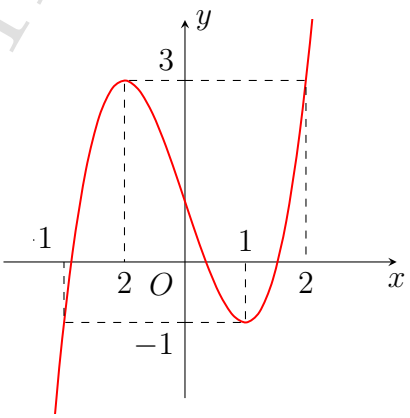
Câu 18.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[0;1]$, hàm số

$$g(x) = f(2x-1) - 2x + 1$$

đạt giá trị lớn nhất tại x bằng bao nhiêu?

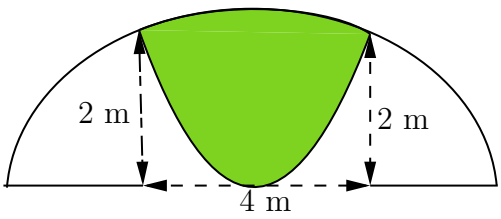
KQ: | | | | |



Câu 19.

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một đoạn 4 m (phần tô màu). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước như hình vẽ, chi phí trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 200 000 đồng/m^2 và 150 000 đồng/m^2. Tổng chi phí để trồng hoa là bao nhiêu nghìn đồng? (*Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị*)

KQ: | | | | |



Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B. Khoảng cách từ O đến đường thẳng d (*làm tròn đến hàng phần trăm*) bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện đều $ABCD$ có $A(0;1;2)$ và hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) là $H(4;-3;-2)$. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $I(a;b;c)$. Giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 22. Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do nhà máy thứ nhất sản xuất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 26. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Một tổ có 5 học sinh nữ và 7 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

A. 12. **B.** 35. **C.** 30. **D.** 24.

Câu 2. Phương trình $\cot x = -1$ có nghiệm là

A. $-\dfrac{\pi}{4} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\dfrac{\pi}{4} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **C.** $\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{2}{\pi}\right)^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **D.** $y = (0{,}5)^x$.

Câu 4. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

A. $I(-1;2)$; $R = 4$. **B.** $I(1;-2)$; $R = 2$. **C.** $I(-1;2)$; $R = \sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2)$; $R = 4$.

Câu 5.

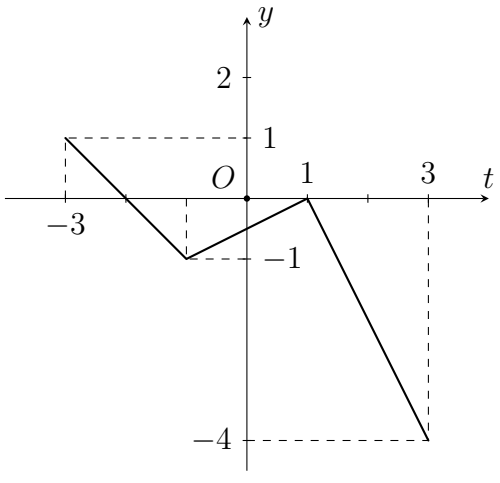
Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là -3.

B. Giá trị lớn nhất là -3, giá trị nhỏ nhất là -4.

C. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là -2.

D. Giá trị lớn nhất là 1, giá trị nhỏ nhất là -1.



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy

A. $A'(2;3;5)$. **B.** $A'(2;-3;5)$. **C.** $A'(-2;-3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 8.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 50. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Nhóm	Tần số
$[40;50)$	3
$[40;50)$	6
$[40;50)$	19
$[40;50)$	23
$[40;50)$	9
	$n=60$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$. **B.** $x-2y-3z-6=0$.
C. $x-2y+3z-12=0$. **D.** $x-2y-3z+6=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu

A. $m<6$. **B.** $m\geq 6$. **C.** $m\leq 6$. **D.** $m>6$.

Câu 11.

Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng bên. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 42,5. **B.** 46,1. **C.** 30. **D.** 46,12.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40;45)$	42,5	4
$[45;50)$	47,5	14
$[50;55)$	52,5	8
$[55;60)$	57,5	10
$[60;65)$	62,5	6
$[65;70)$	67,5	2
		$n=44$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Chiều cao của khối lăng trụ là $A'H$.		
b) $BC \perp (AA'H)$.		
c) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{A'AB}$.		
d) Thể tích khối lăng trụ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.		

Câu 14. Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t, trong đó t tính theo ngày $(0 \le t \le 10)$. Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn.

Phát biểu	Đ	S
a) $P(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$.		
b) $P(t) = \dfrac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C$ với $0 \le t \le 10$ và k, C là hằng số.		
c) $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500$ với $0 \le t \le 10$.		
d) Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là 3352 con.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $(5;2;-1)$.		
b) Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $E(1;1;1)$.		
c) Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon y + 2z - 2025 = 0$.		
d) Có 2 điểm D thỏa mãn bài toán.		

Câu 16. Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu đồng thời cả 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố công ty thắng thầu dự án 1 và công ty thắng thầu dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) A và B là hai biến cố độc lập.		
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,5.		
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,3.		
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Biết rằng hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1) + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{b+c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

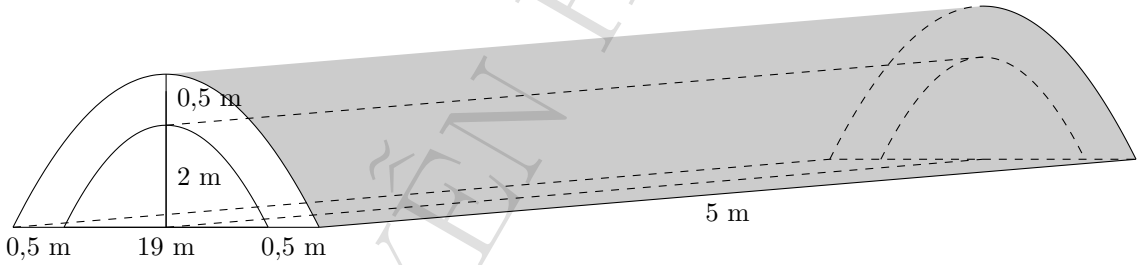
x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương? KQ: | | | | |

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$? KQ: | | | | |

Câu 20. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

KQ: | | | | |



Câu 21. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1 \colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ và $\Delta_2 \colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 (*làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 22. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\dfrac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{1}{2}a + b$. KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 27. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Một tổ có 15 học sinh. Số cách chọn ra 3 bạn làm trực nhật từ 15 bạn này là

A. $3!$. **B.** C_{15}^3. **C.** A_{15}^3. **D.** $15!$.

Câu 2. Phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ là

A. $x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-1} \ge \dfrac{1}{3}$ là

A. $(-\infty; 0]$. **B.** $(0; 1]$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1]$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\dfrac{x^2}{49} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-1		2		3
y'	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -2.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 2.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 3.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -1.

Câu 6. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$ có phương trình là

A. $x = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(3; 1; 5)$. **B.** $(3; -1; 5)$. **C.** $(-3; -1; 5)$. **D.** $(-3; 1; -5)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x - 2y + 4z - 4 = 0$. **B.** $3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $3x - 2y + 4z + 5 = 0$. **D.** $3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$. **B.** $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. **D.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 10.

Xét mẫu số liệu cho bởi bảng bên. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

A. 17. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 14.

Nhóm	Tần số
$[160;163)$	6
$[163;166)$	11
$[166;169)$	9
$[169;172)$	7
$[172;175)$	3
	$n=36$

Câu 11.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng bên (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).

A. 15,1. **B.** 15,0. **C.** 14,8. **D.** 14,9.

Nhóm	Tần số
$[25;35)$	9
$[35;45)$	7
$[45;55)$	5
$[55;65)$	10
$[65;75)$	9
	$n=40$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình chính tắc của d là

A. $\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.

C. $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+7}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-7}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a; BC=2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc $60°$.

Phát biểu	Đ	S
a) $SA\perp(ABCD)$.		
b) $(SAD)\perp(SCD)$.		
c) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAD) là $\mathrm{d}(C,(SAD)=2a$.		
d) Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x$.		
b) $F(3)=-\dfrac{1}{4}\ln 5$, khi đó $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\ln\left\lvert\frac{x-2}{x+2}\right\rvert+1$.		

THẦY NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) $\int_3^4 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\ln\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in$ N. Ta có $a \cdot b = 15$.		
d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)}\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\ln\frac{5}{3} + 7$.		

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d\colon \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 2z + 2 = 0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).		
b) Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$.		
c) Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P), khi đó $\sin\alpha = \frac{5\sqrt{6}}{18}$.		
d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là $d'\colon \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$.		

Câu 16. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất người được chọn không mắc bệnh X là 0,8.		
b) Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y biết rằng người đó mắc bệnh X là 0,94.		
c) Biết người được chọn không mắc bệnh X xác suất người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y là 0,06.		
d) Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) là 0,03.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-3)(x-5)$. Hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị? KQ: ☐☐☐☐

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Biết mặt phẳng (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Giả sử phương trình mặt phẳng $(P)\colon ax + by + cz - 10 = 0$, tính tổng $a + b + c$. KQ: ☐☐☐☐

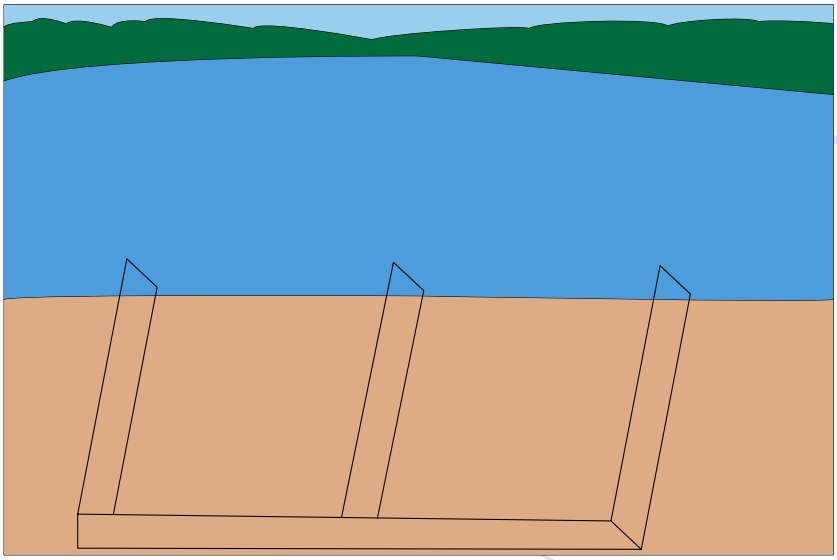
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

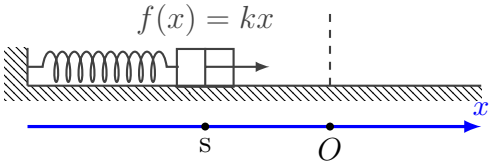
Câu 19. Một người nông dân có 30 000 000 đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?

KQ: | | | | |



Câu 20.

Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để kéo giãn lò xo thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = k \cdot x$ (N) với k (N/m) là độ cứng của lò xo. Một lực 50 N được dùng để kéo giãn lò xo từ 10 cm đến độ dài 15 cm. Hỏi cần thực hiện một công là bao nhiêu để kéo giãn lò xo từ 15 cm đến 20 cm?



KQ: | | | | |

Câu 21.

Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hóa lỏng hình cầu bằng phần mềm $3D$ (hình vẽ minh họa). Biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S)\colon (x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=36$. Nắp của bồn chứa nằm trên mặt phẳng $(P)\colon z=9$. Khoảng cách từ đáy đến nắp bồn chứa bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

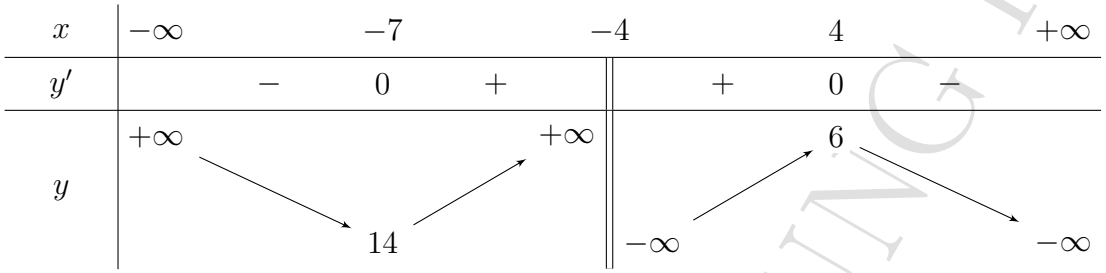
Câu 22. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp $A00$ (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp $A00$. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 28. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

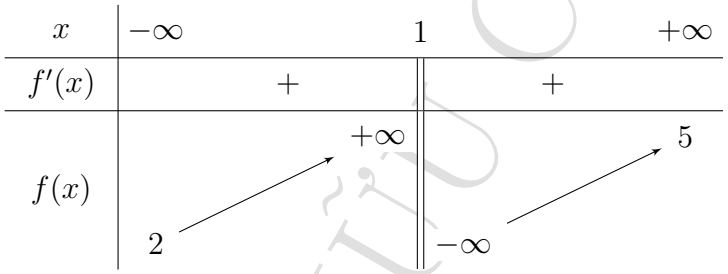
1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x\neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



A. $(-7;+\infty)$. **B.** $(-7;-4)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-7;4)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có báng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

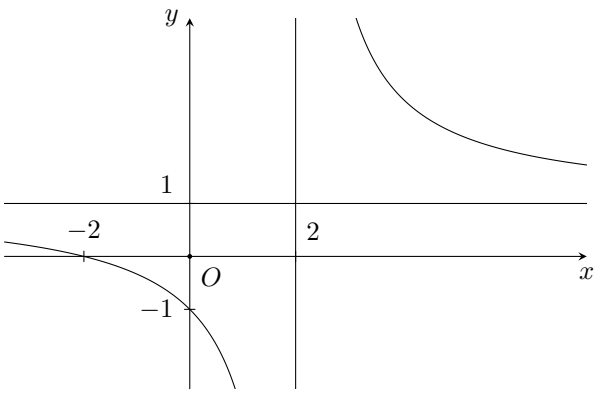
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 3.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+4}{x-2}$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.



Câu 4. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 5.

Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng bên. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 53,2. **B.** 46,1. **C.** 30. **D.** 11.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40;45)$	42,5	4
$[45;50)$	47,5	14
$[50;55)$	52,5	8
$[55;60)$	57,5	10
$[60;65)$	62,5	6
$[65;70)$	67,5	2
		$n=44$

Câu 6. Hàm số $F(x)=\ln x$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $f(x)=\dfrac{1}{|x|}$. **B.** $f(x)=-\dfrac{1}{x}$. **C.** $f(x)=\dfrac{1}{x}$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 7. Có bao nhiêu số thực a thuộc khoảng $(0;2\pi)$ sao cho $\displaystyle\int_0^a 2\cos 2x\,\mathrm{d}x=1$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;3)$. **D.** $(3;3;-1)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;2;8)$, $N(0;1;3)$ và $P(2;m;4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=25$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-10$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(1;3;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $y-2z+2=0$. **B.** $y-3z+4=0$. **C.** $y-2z-6=0$. **D.** $y-3z-8=0$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2)\le 3$ là

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$.
C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=[-5;5]$.

Câu 12. Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_2-u_3+u_5=7\\ u_1+u_6=12.\end{cases}$

A. $u_n=2n+3$. **B.** $u_n=2n-1$. **C.** $u_n=2n+1$. **D.** $u_n=2n-3$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Nhân ngày quốc tế Phụ nữ $8-3$ năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x.

Phát biểu	Đ	S
a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V=x^2h$.		

Phát biểu	Đ	S
b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.		
c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.		
d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x) = 2\sin^2 x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x) = 2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$.		
b) Nếu $f(0) = 4$ thì $C = 5$.		
c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.		
d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi $g(x) = 2\sin^2 x + 1$, $x = \dfrac{\pi}{4}$, $x = \dfrac{\pi}{2}$ quanh trục Ox là $V = \dfrac{\pi + 2}{2}$.		

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + 3 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu tâm $I(1;3;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$.		
b) Đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 \end{cases}$ nằm trên mặt phẳng (P).		
c) Trục Oz song song với mặt phẳng (P).		
d) Trục Oy cắt mặt phẳng (P).		

Câu 16. Hộp I có 5 bi trắng và 5 bi đen. Hộp II có 6 bi trắng và 4 bi đen. Chuyển hai viên bi từ hộp I sang hộp II. Sau đó lấy ra 1 viên bi từ hộp II.

Phát biểu	Đ	S
a) Số phần tử của không gian mẫu là 540.		
b) Xác suất để lấy được bi ra từ hộp II của hộp I là $\dfrac{1}{6}$.		
c) Xác suất để để lấy được bi trắng là $\dfrac{5}{6}$.		
d) Giả sử lấy được bi trắng. Xác suất để lấy được bi trắng của hộp I là $\dfrac{1}{7}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

KQ: | | | | |

Câu 18. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại một cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40000 đồng. Mỗi sản phẩm loại hai cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ đem lại mức lợi nhuận là 30000 đồng. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Hỏi lợi nhuận cao nhất mà xưởng có thể đạt được là bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng).

KQ: | | | | |

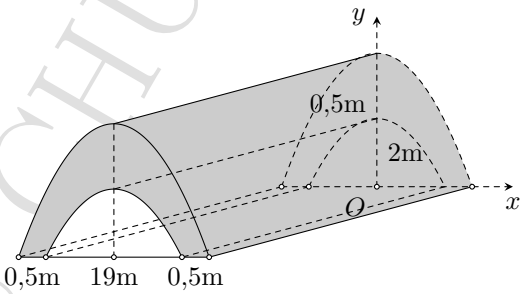
Câu 19. Trong không gian, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến với mặt cầu là AB, AC, AD (B, C, D là các tiếp điểm). Mặt phẳng (BCD) cắt trục Oz tại $M(0;0;m)$. Tìm m.

KQ: | | | | |

Câu 20.

Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, chọn hệ trục Oxy như hình vẽ). Lượng bê tông để đổ cây cầu là a m^3. Tính a.

KQ: | | | | |



Câu 21. Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là 262 m và cạnh bên là 230 m. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (*làm tròn đến hàng đơn vị*)?

KQ: | | | | |

Câu 22. Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 29. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

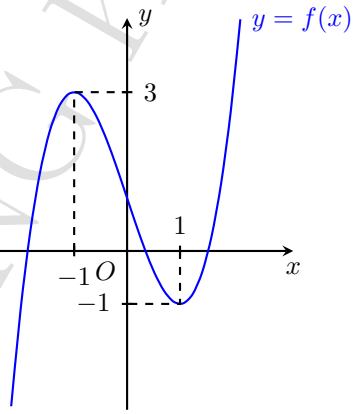
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 2. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{-3}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{-5}{4}$.

Câu 3.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Công thức nào sau đây biểu diễn hàm số $f(x)$?



A. $f(x)=x^3-3x^2+1$. **B.** $f(x)=-x^3-3x+1$.
C. $f(x)=x^3-3x+1$. **D.** $f(x)=-x^3-3x^2+1$.

Câu 4. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 10 gam. **B.** 12 gam. **C.** 2 gam. **D.** 20 gam.

Câu 5. Một câu lạc bộ thể dục thể thao đã ghi lại số giờ các thành viên của mình sử dụng cơ sở vật chất của câu lạc bộ để tập luyện trong một tháng như sau

Thời gian (giờ)	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$	$[21;25)$
Tần số (số người)	10	14	31	2	5	23

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bao nhiêu?

A. 6,69. **B.** 48,43. **C.** 6,96. **D.** 48,34.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos(2x+1)$ và $F(\pi)=1$. Công thức nào sau đây biểu diễn hàm số $F(x)$?

A. $F(x)=\sin(2x+1)+1$. **B.** $F(x)=-\sin(2x+1)+1$.
C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\sin(2x+1)+1$. **D.** $F(x)=-\dfrac{1}{2}\sin(2x+1)+1$.

Câu 7. Nếu $\displaystyle\int_2^1 f(x)\,\mathrm{d}x=4$, $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** -9. **D.** -1.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$ và $B(4;1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(5;3;5)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(3;1;5)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(5;-1;5)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(3;-1;5)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 4\vec{j} - \vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a} = (4;1;3)$. **B.** $\vec{a} = (4;-1;3)$. **C.** $\vec{a} = (1;-4;-3)$. **D.** $\vec{a} = (-1;4;3)$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây **không** là phương trình của một mặt cầu?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$.
B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 10 = 0$.
D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 4z + 5 = 0$.

Câu 11. Họ tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

A. $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \dfrac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{3 - 3x}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

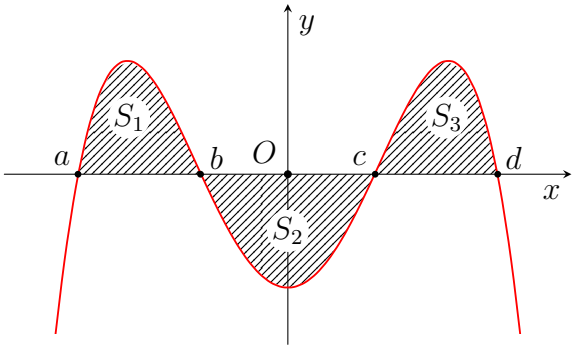
2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một xí nghiệp dệt sản xuất lụa tơ tằm mỗi ngày sản xuất được x mét vải lụa với $1 \le x \le 30$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa được tính bằng nghìn đồng cho bởi hàm chi phí $C(x) = 2x^3 - 42x^2 - 470x - 400$. Giả sử xí nghiệp dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 250 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

Phát biểu	Đ	S
a) Doanh thu của xí nghiệp khi bán được x mét vải lụa là $L(x) = 250x$ (nghìn đồng).		
b) Giả sử một tháng có 30 ngày và mỗi ngày xí nghiệp bán được 15 mét vải lụa. Doanh thu của xí nghiệp trong 1 tháng của xí nghiệp là 112 500 nghìn đồng.		
c) Lợi nhuận khi xí nghiệp bán được 30 mét vải là 8500 nghìn đồng.		
d) Lợi nhuận tối đa của xí nghiệp trong một ngày là 15 600 nghìn đồng.		

Câu 14.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;d]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm a, b, c, d, đồng thời tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = a$, $x = d$ thành một hình phẳng (H) gồm 3 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2, S_3 như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S
a) $S_1 = \displaystyle\int_a^b \lvert f(x)\rvert \,\mathrm{d}x$.		
b) $S_2 = -\displaystyle\int_c^b \lvert f(x)\rvert \,\mathrm{d}x$.		

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) $S_3 = -\int_c^d f(x)\,\mathrm{d}x$.		
d) $S_{(H)} = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^d f(x)\,\mathrm{d}x$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3=0$ và đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=-1-t. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;3)$.		
b) Đường thẳng d đi qua điểm $M(4;2;-2)$.		
c) Côsin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.		
d) Gọi $N(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó $a+b+c=6$.		

Câu 16. Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là 0,3.		
b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là 0,5.		
c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.		
d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\dfrac{7}{12}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

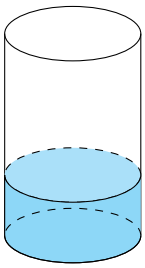
Câu 17. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $f(t)=1000+30t^2-t^3$ với $0\le t\le 30$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

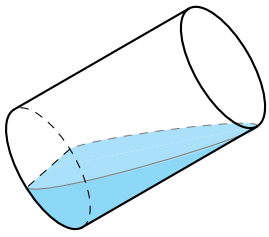
KQ: | | | | |

Câu 18.

Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao lòng cốc là 10 cm. Chiếc cốc đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước cho đến khi nước vừa chạm miệng cốc thì ngưng lại, khi đó mực nước trùng với đường kính đáy *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*.

KQ: | | | | |





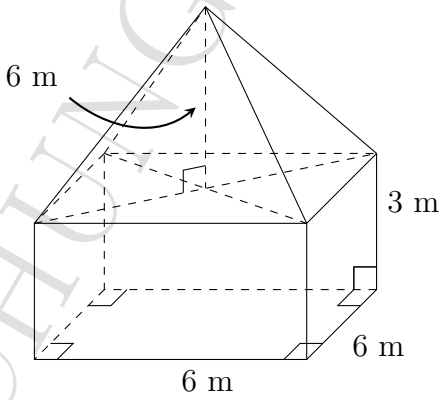
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
TRẦN NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+6=0$. Giả sử $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P). Tính $a+b+c$. KQ: | | | | |

Câu 20. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 21.

Hình bên là hình biểu diễn của khối vật thể được ghép bởi một hình hộp chữ nhật và một hình chóp tứ giác có hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy là giao điểm của hai đường chéo. Thể tích của vật thể đó là bao nhiêu m^3? KQ: | | | | |



Câu 22. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra? KQ: | | | | |

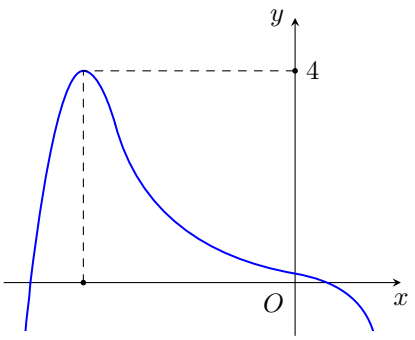
K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 30. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ là



A. -5. **B.** 0. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 2. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x+2}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=x$.

Câu 3. Tìm được trên đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$ hai điểm $M(a;b)$ và $N(c;d)$ có khoảng cách đến đường thẳng $\Delta\colon 3x+y+6=0$ nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** -9. **D.** -4.

Câu 4. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. $[14;15)$. **B.** $[15;16)$. **C.** $[16;17)$. **D.** $[17;18)$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x)=|2x-4|$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, ở đây C, C' là các hằng số tùy ý?

A. $F(x)=|x^2-4x|+C$.

B. $F(x)=\begin{cases}x^2-4x+2C & \text{khi } x\geq 2\\ -x^2+4x+2C'-8 & \text{khi } x<2\end{cases}$.

C. $F(x)=|x^2-4x+C|$.

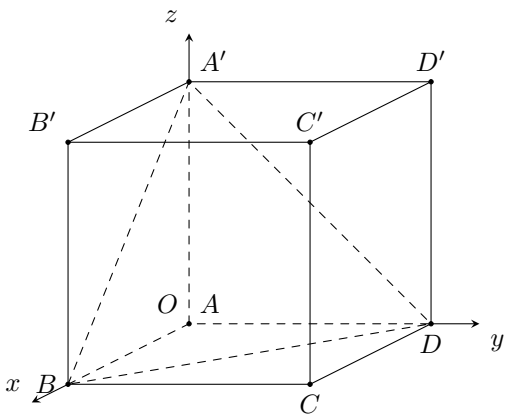
D. $F(x)=\begin{cases}x^2-4x+C & \text{khi } x\geq 2\\ -x^2+4x+C' & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Câu 6. Tích phân $\displaystyle\int_a^b(1+\sin x)\mathrm{d}x$ với $a<b$ có giá trị bằng

A. $\cos a-\cos b+b-a$.
B. $\cos b-\cos a+a-b$.
C. $\sin a-\sin b+a-b$.
D. $\sin b-\sin a-a+b$.

Câu 7.

Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ, đơn vị của mỗi trục bằng độ dài cạnh của hình lập phương. Biết $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'BD$.



A. $G(1;1;1)$.
B. $G\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.
C. $G\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.
D. $G\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^\circ;|\vec{a}|=2;\left|\vec{b}\right|=3$. Tính $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|$.

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I, đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=5$. **B.** $R=3$. **C.** $R=1$. **D.** $R=9$.

Câu 10. Gọi x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình $4^x-5\cdot 2^x+4=0$ khi đó $S=x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 11. Cho $\tan\alpha=\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\sin\alpha}{2\sin^3\alpha+3\cos^3\alpha}$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{26}$. **C.** $-\frac{5}{26}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \dfrac{1}{4}$ và $d = -\dfrac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_5 = -\dfrac{5}{4}$. **B.** $S_5 = \dfrac{4}{5}$. **C.** $S_5 = \dfrac{5}{4}$. **D.** $S_5 = -\dfrac{4}{5}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \le t \le 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần).

Phát biểu	Đ	S
a) Sau 7 tuần thì số người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 254 người.		
b) Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 256 người.		
c) Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh).		
d) Virus sẽ lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 4.		

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x^2 - x - 3\ \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và tiếp tuyến của $F(x)$ tại $M(0;2)$ có hệ số góc bằng 0.

Phát biểu	Đ	S
a) $f'(-1) = 0$.		
b) $f(x) = \dfrac{2}{3}x^3 - \dfrac{x^2}{2} - 3x$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $f(2) = -\dfrac{7}{3}$.		
d) $F(1) = \dfrac{1}{2}$.		

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$ tâm I. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa d và tiếp xúc với (S) lần lượt tại A và B. Gọi K là hình chiếu của I lên d. Các khẳng định sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đ	S
a) Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{6}$.		
b) $IK = 3\sqrt{6}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $AB = \dfrac{2\sqrt{30}}{3}$.		
d) $\cos\widehat{AIB} = \dfrac{1}{9}$.		

Câu 16. Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính (Làm tròn đến hàng phần trăm.)

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để thứ Ba trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy là 0,4.		
b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,4.		
c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,4 .		

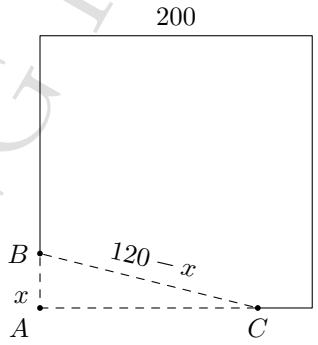
THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy là 0,36 .		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

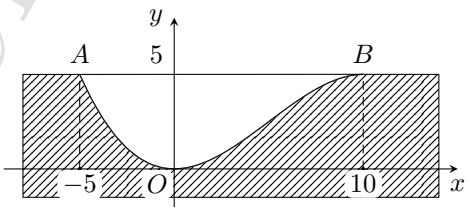
Câu 17.

Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ $(0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất. KQ: | | | | |



Câu 18.

Hình dưới đây minh họa mặt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy. Đáy của con kênh là một đường cong cho bởi phương trình $y = f(x) = \dfrac{3}{100}\left(-\dfrac{1}{3}x^3 + 5x^2\right)$. Biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, diện tích mặt cắt đứng của mức nước trong con kênh là một phân số tối giản có dạng $\dfrac{a}{b}$ m^2, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tìm a. KQ: | | | | |



Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$. Mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz-d=0$ đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Tính $a \cdot b \cdot c \cdot d$. KQ: | | | | |

Câu 20. Giả sử có khoảng 40% thư điện tử (email) gửi đến một địa chỉ là thư rác. Người ta sử dụng một thuật toán để phân loại thư rác, biết rằng thuật toán này có thể phân loại đến 99% thư rác và tỉ lệ sai sót khi phân loại thư bình thường thành thư rác là 5%. Tính xác suất một thư điện tử là thư bình thường nếu thư này đã được phân loại đúng. (*Làm tròn 2 chữ số thập phân*) KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$. Số đo góc nhị diện $[A, CD, S]$ bằng 60° Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$. KQ: | | | | |

Câu 22. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 100 đơn vị lipit. Mỗi ki-lô-gram thịt heo chứa 500 đơn vị protein và 300 đơn vị lipit. Biết cửa hàng bán thịt chỉ còn 1,8 kg thịt bò và 1,2 kg thịt heo. Giá 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng, 1 kg thịt heo là 150 nghìn đồng. Tính số tiền (đơn vị nghìn đồng) ít nhất mà gia đình đó cần dùng để mua thịt mà vẫn đảm bảo lượng protein là lipit trong thức ăn.

KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 31. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

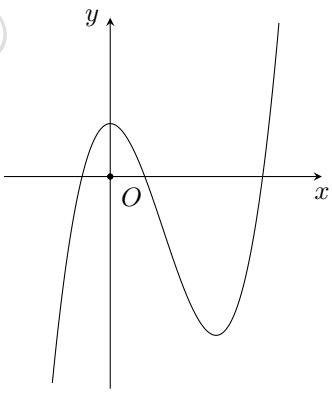
A. $(0;4)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

Câu 3.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d>0$.
C. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d>0$.

Câu 4. Cho bảng số liệu sau

Nhóm	$[42;47)$	$[47;52)$	$[52;57)$	$[57;62)$	$[62;67)$
Tần số	44	41	42	42	51

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 20. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 5.

Câu 5. Khảo sát thời gian tự học trong một tuần của một số học sinh lớp 12, ta được bảng sau

Thời gian (giờ)	$[12,5;14,5)$	$[14,5;16,5)$	$[16,5;18,5)$	$[18,5;20,5)$	$[20,5;22,5)$
Số học sinh	9	13	17	9	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (*làm tròn kết quả đến phần mười*) đã khảo sát là

A. 4,3. **B.** 5,4. **C.** 2,3. **D.** 6,1.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)=F(x),\ \forall x\in K$. **B.** $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$.
C. $f'(x)=F(x)+C,\ \forall x\in K$. **D.** $F(x)=f(x),\ \forall x\in K$.

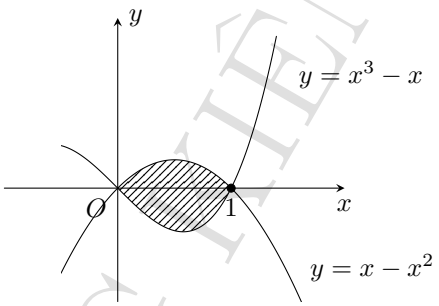
Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;-8;-10)$ và $Q(-6;-1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{CQ}$ là

A. $(-5;7;7)$. **B.** $(6;8;30)$. **C.** $(5;-7;-7)$. **D.** $(-7;-9;-13)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8.

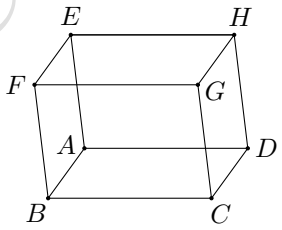
Tính diện tích phần hình phẳng (phần gạch chéo) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{81}{12}$. **D.** 13.

Câu 9.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$ bằng vectơ nào sau đây?



A. $\overrightarrow{CF}$. **B.** $\overrightarrow{CE}$. **C.** $\overrightarrow{CH}$. **D.** $\overrightarrow{CA}$.

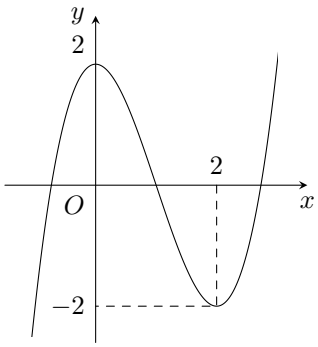
Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;1)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $m + M = 0$. **B.** $m + M = -2$.

C. $m + M = 4$. **D.** $m + M = 2$.

Câu 12. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots, \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}, \ldots$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Đặt một quả bóng ở góc nhà, biết trên quả bóng có một điểm M cách hai bức tường 5cm và cách sàn nhà 6cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho góc nhà là góc phần tư thứ nhất và sàn nhà là mặt phẳng Oxy. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $M(5;5;6)$.		
b) Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là $y = 0$ và $x = 0$.		
c) Chỉ có một quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.		

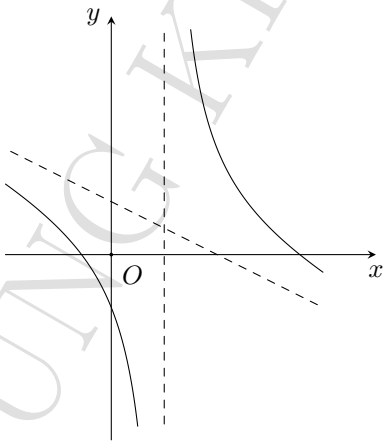
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Bán kính của quả bóng thuộc $(5;11)$ (cm).		

Câu 14.

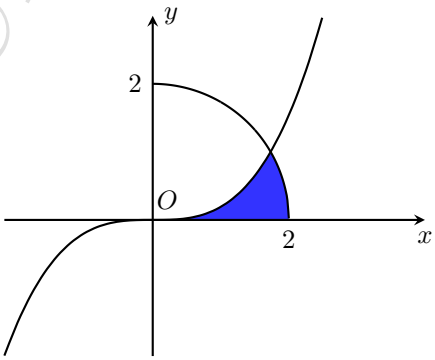
Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+3x+2}{2x-2}$.



Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.		
b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.		
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(1;1)$.		
d) Đồ thị hàm số có dạng là đường cong như hình bên.		

Câu 15.

Cho các đồ thị hàm số $(C_1)\colon y=\dfrac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $(C_2)\colon y=\sqrt{4-x^2}$ và hình phẳng (H) được tô màu như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S
a) Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3}}{9}x^3$, $y=\sqrt{4-x^2}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=2$.		
b) Các đường (C_1) và (C_2) đều đi qua điểm $A(\sqrt{3};1)$.		
c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C_2)\colon y=\sqrt{4-x^2}$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quanh trục hoành là $V=\displaystyle\int_0^2\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2\mathrm{d}x$.		
d) Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V=\left(-\dfrac{a}{b}\sqrt{3}+\dfrac{c}{d}\right)\pi$, trong đó a, b, c, $d\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c+d=46$.		

Câu 16. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 10 000 người, trong số đó có 2 000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 8 000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 2 000 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 75% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 8 000 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm.

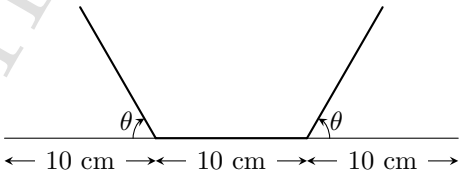
Gọi A là biến cố "Người được chọn nhiễm sốt xuất huyết".
Gọi B là biến cố "Người được chọn âm tính với dụng cụ thử".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2\,000}{10\,000}=0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A)=0{,}25$.		
c) Xác suất để người được chọn âm tính với dụng cụ là 0,62.		
d) Biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính, xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng 0,062 (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Một miếng nhôm có bề ngang 30 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng cách chia tấm nhôm thành 3 phần bằng nhau rồi gấp 2 bên lại theo một góc $\theta\left(0<\theta\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$ như hình vẽ dưới. Hỏi θ bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất? (θ tính theo radian và *làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



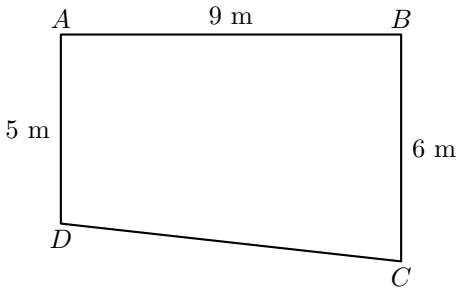
Câu 18. Một chiếc cổng hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 4 m và chiều cao là 2 m. Diện tích của cổng bằng bao nhiêu? (*Nếu kết quả không là số nguyên thì làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 19.

Một phần sân nhà bác An có dạng hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với độ dài $AB=9$ m, $AD=5$ m và $BC=6$ m như Hình 5.9. Theo thiết kế ban đầu thì mặt sân bằng phẳng và A, B, C, D có độ cao như nhau. Sau đó bác An thay đổi thiết kế để nước có thể thoát về phía góc sân ở vị trí C bằng cách giữ nguyên độ cao ở A, giảm độ cao của sân ở vị trí B và D xuống thấp hơn độ cao ở A lần lượt là 6 cm và 3,6 cm. Để mặt sân sau khi lát gạch vẫn là bề mặt phẳng thì bác An cần phải giảm độ cao ở C xuống bao nhiêu cm so với độ cao ở A? (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)

KQ: | | | | |



Câu 20. Độ sâu $D(t)$m của nước ở một cảng biển sau t giờ kể từ lúc nữa đêm được tính bởi công thức $D(t)=4\cos\left(\dfrac{\pi t}{6}\right)+6\,(m)$; $(0\leq t\leq 24)$. Độ sâu của nước ở cảng này sau 14h là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60°, đáy ABC là tam giác đều cạnh 1 và A' cách đều A, B, C. Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

KQ: | | | | |

Câu 22. Đại Kim tự tháp Giza có chiều cao 138,5 m và độ dài các cạnh đáy là 230,33 m. Xem Kim tự tháp này là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của đáy. Một đoàn thám hiểm đã đi đến

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

được tâm O của Kim tự tháp và nhận thấy ở mỗi mặt bên của kim tự tháp đều có một ô cửa trống, và từ vị trí của họ đến với ô cửa đó thì sẽ vuông góc với các mặt bên của kim tự tháp. Vậy khoảng cách từ vị trí đang đứng của đoàn thám hiểm đến ô cửa là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng thập phân*)

KQ: | | | | |

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		5		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(5;6)$.

Câu 2. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-4}{2x+3}$.

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -\dfrac{3}{2}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		$-\frac{5}{6}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{121}{54}$	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -4x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = -4x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = \dfrac{-4x+4}{x+3}$. **D.** $y = -4x^3 - 2x^2 + 5x + 1$.

Câu 4. Cho bảng số liệu bên dưới. Tìm tứ phân vị Q_1, (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Nhóm	[66; 67)	[67; 68)	[68; 69)	[69; 70)	[70; 71)	[71; 72)	Tổng tần số
Tần số	24	25	33	33	26	29	170

A. $Q_1 = 67{,}74$. **B.** $Q_1 = 69{,}09$. **C.** $Q_1 = 70{,}48$. **D.** $Q_1 = 78{,}5$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(3;-1;-14)$ và $Q(2;-5;-11)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PQ}$.

A. $(6;5;154)$. **B.** $(1;4;-3)$. **C.** $(5;-6;-25)$. **D.** $(-1;-4;3)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(4;10;-14)$ và $\vec{b}=(9;-4;-5)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $(36;-40;70)$. **B.** $(-5;14;-9)$. **C.** $(13;6;-19)$. **D.** $(5;-14;9)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $D(-1;3;7)$ và nhận vectơ $\vec{n}=(1;-1;-5)$ làm véctơ pháp tuyến.

A. $-x+3y+7z+39=0$. **B.** $x-y-5z+41=0$.
C. $x-y-5z+39=0$. **D.** $x-y-5z-39=0$.

Câu 8. Cho bảng số liệu bên dưới. Khi đó phương sai của mẫu số bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?

Nhóm	[40; 47)	[47; 54)	[54; 61)	[61; 68)	[68; 75)	Tổng tần số
Tần số	55	45	43	43	54	240

A. 57,38. **B.** 13. **C.** 106,97. **D.** 34.

Câu 9. Tìm nguyên hàm $\int(-7x-7)\,\mathrm{d}x$.

A. $-7x^2-7x+C$. **B.** $-14x+C$. **C.** $-\dfrac{7x^2}{2}-7x+C$. **D.** $-7+C$.

Câu 10. Tính tích phân $\displaystyle\int_5^8 \frac{3}{x}\,\mathrm{d}x$.

A. $3\ln\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{5}{8}$. **C.** $3\ln\dfrac{8}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{8}{5}$.

Câu 11. Phương trình $\sin\left(-2x+\dfrac{6\pi}{5}\right)=-\dfrac{1}{2}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$.

Câu 12. Cho $P=\log_a\dfrac{b^8}{a^2}$ với $a>0, b>0$. Tìm khẳng định đúng.

A. $P=-2\log_a b$. **B.** $P=-2+8\log_a b$. **C.** $P=-16\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

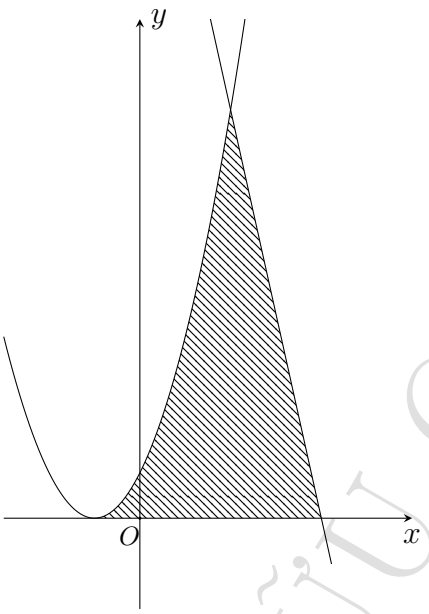
2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Xét tính **đúng - sai** của các khẳng định sau.

Phát biểu	Đ	S
a) Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $x=0$, $x=1$, $y=0$ quanh trục Ox có công thức là $V=\displaystyle\int_0^1 \lvert f(x)\rvert\,\mathrm{d}x$.		

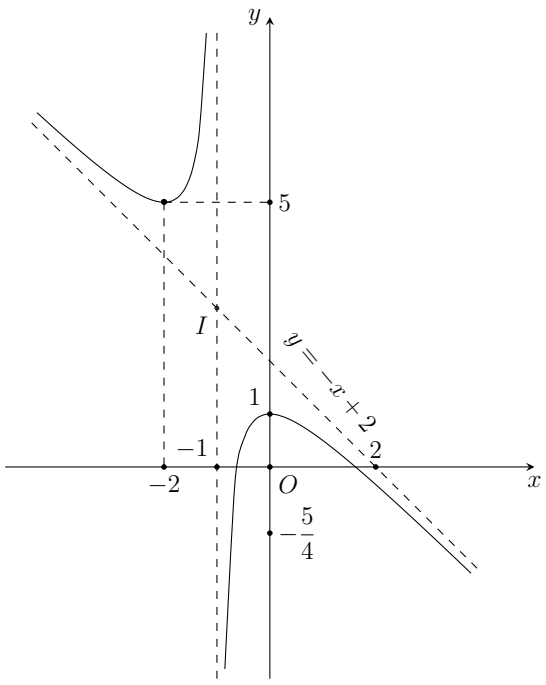
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2$, $x=0$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox tạo thành vật thể tròn xoay có thể tích bằng 8.		
c) Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=x+5$ và đồ thị hàm số $y=x^2+7x+13$ bằng $\dfrac{10}{3}$.		
d) Gọi tam giác cong là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=18-\dfrac{9x}{2}$, $y=x^2+2x+1$ và $y=0$. Diện tích của tam giác cong đã cho bằng 19		



Câu 14.

Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.		
b) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1;3)$ làm tâm đối xứng.		
c) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-2$.		
d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $d=2\sqrt{5}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-13}{-4}=\dfrac{y+14}{5}=\dfrac{z-7}{-4}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y+4z-30=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-6;4)$.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Điểm $A(21;-24;15)$ thuộc đường thẳng d.		
c) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-13-4t \\ y=14+5t \\ z=6-4t \end{cases}$.		
d) Gọi $B(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y+4z-30=0$. Khi đó $a+b+c=0$.		

Câu 16. Một công ty kinh doanh máy lọc nước sau khi kiểm tra nhóm khách hàng mua sản phẩm của mình đã thu thập được các thông tin sau:

- Tất cả khách hàng đều mua ít nhất một chiếc máy lọc nước.
- Có 67% khách hàng mua nhiều hơn một chiếc máy lọc nước.
- Có 20% khách hàng mua máy lọc nước RO.
- Trong số những khách hàng mua nhiều hơn một chiếc máy lọc nước, có 14% mua máy lọc nước RO.

Gọi A là biến cố: "Khách hàng mua nhiều hơn một chiếc máy lọc nước"; B là biến cố: "Khách hàng mua máy lọc nước RO", (*các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\overline{A})=0{,}33$.		
b) $P(B\mid A)=0{,}14$.		
c) $P(A\mid B)=0{,}91$.		
d) Xác suất một khách hàng chỉ mua đúng một chiếc máy lọc nước và chiếc máy lọc nước đó không phải là máy lọc nước RO bằng 0,13.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một công ty tiến hành khai thác 8 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 149 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 8 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 4 thùng. Để công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt lớn nhất. KQ: | | | | |

Câu 18. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=4$ và đồ thị hàm số $y=3x^2-6x+4$ quanh trục Ox. Tính $\dfrac{V}{13}$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 19. Trên kệ có 15 cuốn sách, trong đó có 9 truyện cổ tích khác nhau. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một cuốn sách, sau đó đến lượt bạn Phúc lấy một cuốn khác từ kệ. Tính xác suất để bạn Phúc lấy được cuốn truyện cổ tích (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 20. Trong hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-4)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, có $AB = BC = 2$, $AD = 3$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính độ dài cạnh SA (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 22. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất là $0,6\%$ một tháng theo thỏa thuận: sau đúng một tháng kể từ ngày vậy thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ (biết rằng, tháng cuối cùng có thể trả dưới 9 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 33. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

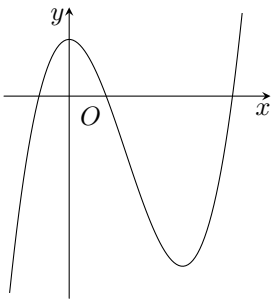
A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 2$.

Câu 3.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 4. Cho bảng số liệu thống kê chiều cao (cm) của một nhóm học sinh như sau:

155	158	160	162	165	168	170

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 15. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 5. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	5	6	7	8	9
Số học sinh	2	3	5	4	1

Tìm phương sai của mẫu số liệu trên (*kết quả làm tròn hàng phần trăm*).

A. 1,12. **B.** 1,26. **C.** 1,35. **D.** 1,16.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$ là

A. 2. **B.** $x^2 + C$. **C.** $2x^2 + C$. **D.** $2x + C$.

Câu 7. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^1 (x+1)\,\mathrm{d}x$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $(2;-3;5)$. **B.** $(4;1;-1)$. **C.** $(-2;3;-5)$. **D.** $(1;-3;5)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;2;-1)$ và $\vec{v}=(0;1;3)$. Tọa độ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;3;-2)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(0;2;-3)$.

Câu 10. Mặt cầu tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=2$.
C. $(x+1)^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 11. Với α là một số thực bất kỳ, ta luôn có

A. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha$. **B.** $\sin 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$.
C. $\sin 2\alpha=\sin^2\alpha$. **D.** $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

Câu 12. Cho x, y là các số thực dương tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_2 x^2=2\log_2 x$. **B.** $\log_2(xy)=\log_2 x+\log_2 y$.
C. $\log_2\left(\dfrac{x}{y}\right)=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 y}$. **D.** $\log_2 x=\dfrac{\log_3 x}{\log_3 2}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một công ty muốn thiết kế một loại hộp giấy có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông và không có nắp. Thể tích của hộp là 32 (cm^3). Gọi x (cm) là độ dài cạnh đáy hộp $(x>0)$. Chi phí được tính phụ thuộc vào diện tích bề mặt của hộp (bao gồm diện tích xung quanh và diện tích đáy). Diện tích bề mặt của hộp được xác định bởi công thức $S(x)=x^2+\dfrac{128}{x}$ (cm^2), với $x>0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $x=2$, ta được $S(2)=68$.		
b) Đạo hàm của hàm số $S(x)$ là $S'(x)=2x-\dfrac{128}{x}$.		
c) Hàm số $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$ và đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $S(x)$ trên $(0;+\infty)$ là 48.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.		
b) Một nguyên hàm của hàm số là $F(x)=x^2+5\ln\lvert x\rvert+C$.		
c) $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3+5\ln 2$.		
d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ quanh trục Ox là $V=(3+\ln 5)\pi$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, và $D(1;2;3)$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;3)$.		
b) Tích có hướng $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;3;2)$.		
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $6x+3y+2z-6=0$.		
d) Gọi E là hình chiếu vuông góc của D lên (ABC). Tọa độ điểm E là $\left(\frac{5}{49};\frac{86}{49};\frac{129}{49}\right)$.		

Câu 16. Một hộp bi gồm 5 bi xanh, 3 bi đỏ và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Gọi A là biến cố "lấy được hai viên bi cùng màu".

Phát biểu	Đ	S
a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^{2}$.		
b) Số phần tử của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_{5}^{2}+\mathrm{C}_{3}^{2}+\mathrm{C}_{2}^{2}$.		
c) Xác suất lấy được 2 viên bi khác màu là $\frac{14}{45}$.		
d) Nếu biết rằng trong hai viên bi lấy ra có 1 viên xanh thì xác suất lấy được 2 viên bi cùng màu là $\frac{2}{9}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một doanh nghiệp sản xuất x đơn vị sản phẩm, giá bán mỗi đơn vị sản phẩm là $p(x)=100-0{,}5x$ (nghìn đồng). Chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x)=0{,}25x^2+10x$ (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

KQ: | | | | |

Câu 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=x$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 19. Trong một hệ thống định vị, một tàu ngầm đang ở vị trí $A(200;-150;-300)$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và di chuyển theo đường thẳng có phương trình: $\frac{x-200}{40}=\frac{y+150}{-30}=\frac{z+300}{10}$. Một trạm quan sát trên mặt nước (mặt phẳng Oxy) phát hiện tàu ở vị trí E có độ sâu (so với mặt nước) là -290 mét. Tính AE (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mét*).

KQ: | | | | |

Câu 20. Có hai hộp bi. Hộp I có 3 bi xanh, 2 bi đỏ. Hộp II có 4 bi xanh, 1 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra một viên bi. Tính xác suất để viên bi lấy ra màu xanh (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CD (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị độ*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Một công ty vận tải cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Có hai loại xe A và B. Xe A chở được 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở được 10 người và 1,5 tấn hàng. Giá thuê một xe A là 4 triệu đồng, một xe B là 3 triệu đồng. Tính chi phí thấp nhất mà công ty có thể thuê được (*đơn vị: triệu đồng*).

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 34. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.
B. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2;-4)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 2. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-5}$ có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $y=5$. **C.** $y=1$. **D.** $x=5$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	$-\frac{2}{3}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{2}{3}$

A. $=\dfrac{2x-4}{-3x+4}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{3x+4}$. **C.** $y=\dfrac{-3x+4}{2x-4}$. **D.** $y=\dfrac{2x+4}{-3x-4}$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về khoảng tuổi và số người như sau

Khoảng tuổi	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số người	33	35	19	25	28	27

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 16. **B.** 3. **C.** 61. **D.** 60.

Câu 5. Biết rằng phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm là $S^2=36{,}36$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 6,19. **B.** 6,03. **C.** 2,08. **D.** 6,01.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x$ là

A. $2\mathrm{e}^x$. **B.** e^x+C. **C.** $\mathrm{e}^{2x}+C$. **D.** e^x-1.

Câu 7. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{x+2}\,\mathrm{d}x$.

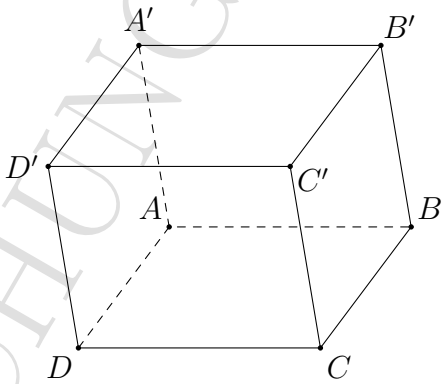
A. $I=\dfrac{4581}{5000}$. **B.** $I=\log\dfrac{5}{2}$. **C.** $I=\ln\dfrac{5}{2}$. **D.** $I=-\dfrac{21}{100}$.

Câu 8.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DD'}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.



Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(2;-3;-3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(-1;4;3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(1;-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-4;-3)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(4;-5;-3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-7;-3;0)$ và bán kính $R=3\sqrt{7}$ có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y+3)^2+z^2=252$. **B.** $(x-7)^2+(y-3)^2+z^2=63$.

C. $(x-7)^2+(y-3)^2+z^2=3\sqrt{7}$. **D.** $(x+7)^2+(y+3)^2+z^2=63$.

Câu 11. Họ tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x=0$ là

A. $x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\dfrac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 12. Cho $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=2$. Khi đó giá trị của $\lim\limits_{x\to 3}[f(x)+3]$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 14.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một nhà sản xuất Robot xác định rằng để bán được x đơn vị Robot, giá bán mỗi đơn vị (triệu đồng) phải là $p(x)=1\,000-x$. Nhà sản xuất cũng xác định rằng tổng chi phí sản xuất x đơn vị được cho bởi $C(x)=3\,000+20x$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Tổng doanh thu $R(x)=x+p(x)$.		
b) Tổng lợi nhuận $P(x)=R(x)-C(x)$.		
c) Để tối đa hóa lợi nhuận thì công ty phải sản xuất và bán 490 đơn vị Robot.		
d) Giá bán mỗi đơn vị là 510 (triệu đồng) thì công ty đạt được lợi nhuận tối đa.		

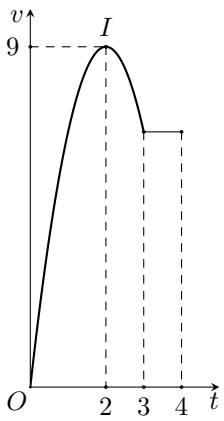
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(4;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

Phát biểu	Đ	S
a) Điểm $M(4;2;2)$ thuộc vùng phủ sóng.		
b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+y^2+z^2=4$.		
c) Một bức tường được xây gần đó có phương trình $(P): x+y-z=6$ sẽ chắn sóng của thiết bị.		
d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là hình tròn có bán kính bằng 4.		

Câu 15.

Một vật chuyển động trong 4 giây với vận tốc $v=v(t)$ (m/s) phụ thuộc vào thời gian t (s) có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol đi qua $O(0;0)$, có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



Phát biểu	Đ	S
a) Giá trị của hàm số $v(t)$ khi $t=3$ là $\dfrac{27}{4}$.		
b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t=2$ là 9 (m/s^2).		
c) Quãng đường vật đi chuyển được từ thời điểm $t=3$ đến thời điểm $t=4$ là $\dfrac{27}{4}$ (m).		
d) Quãng đường mà vật đi chuyển được trong 4 giây này là 22 (m).		

Câu 16. Kết quả khảo sát về mối liên hệ giữa việc mang khẩu trang đúng cách và khả năng nhiễm bệnh của những người đến bệnh viện cho thấy

- Tỉ lệ người bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện là 70%;
- Tỉ lệ người mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện là 85%;
- Tỉ lệ người mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh là 15%.

Gọi A là biến cố: "Người đó bị nhiễm bệnh khi đến bệnh viện" và B là biến cố: "Người đó mang khẩu trang đúng cách khi đến bệnh viện".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó vừa mang khẩu trang đúng cách vừa bị nhiễm bệnh là 10,5%.		
b) Xác suất để khi đến bệnh viện, người đó không mang khẩu trang đúng cách nhưng vẫn bị nhiễm bệnh là 5,95%.		
c) Xác suất để khi biết người đó bị nhiễm bệnh, người đó đã không mang khẩu trang đúng cách là 85%.		
d) Tỷ lệ giảm khả năng nhiễm bệnh nếu mang khẩu trang đúng cách là 5 lần.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Ông Minh gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng, lãi suất 7%/năm. Giả sử trong khoảng thời gian gửi tiền, ông Minh không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Sau 10 năm, tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà ông nhận được là $\approx \overline{a9b7c5000}$ với a; b; c là các số tự nhiên và đơn vị: đồng, kết quả gần đúng đến hàng nghìn. Tính $S = a+b+c$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 18. Trong một dịp quay xổ số, có 3 loại giải thưởng: 1 000 000 đồng, 500 000 đồng, 100 000 đồng. Nơi bán có 100 tờ vé số, trong đó có 1 vé trúng thưởng 1 000 000 đồng, 5 vé trúng thưởng 500 000 đồng, 10 vé trúng thưởng 100 000 đồng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé xổ số. Tính xác suất để người mua đó trúng thưởng ít nhất 300 000 đồng (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 19. Một chân cột bằng gang có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy lớn bằng $2a$, cạnh đáy nhỏ bằng a, chiều cao $h = 2a$. Tìm góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy (đơn vị tính góc là độ, *làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: ☐☐☐☐

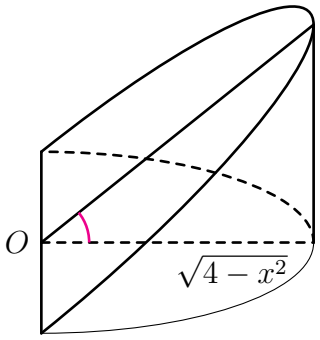
Câu 20. Ông chủ của một sở thú đang phân vân về giá vé để tối ưu lợi nhuận thu về trong 1 tháng. Theo khảo sát, nếu giá vé vào sở thú là 20 \$/người thì sẽ có 200 người đồng ý mua vé, nhưng cứ tăng thêm 2 \$ thì số người mua giảm 10 người. Bên cạnh đó, mỗi hành khách vào sở thú, trung bình người chủ lời 4 \$ mỗi hành khách cho các hoạt động mua thức ăn cho động vật, nước giải khát và các dịch vụ giải trí khác. Chi phí mà ông chủ phải bỏ ra hàng tháng để duy trì cơ sở vật chất và nuôi dưỡng thú vật là cố định 1000 \$. Hãy xác định giá vé (tính theo \$) để ông chủ đạt lợi nhuận là lớn nhất.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 21.

Khi cắt một vật thể hình chiếc nêm bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x (với $-2 \le x \le 2$), mặt cắt là tam giác vuông có một góc bằng $45°$ và độ dài một cạnh góc vuông là $\sqrt{4-x^2}$ (dm). Được mô tả như hình vẽ bên. Biết thể tích của vật thể có dạng $V = \dfrac{a}{b}$ (dm^3) (với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a^b$.

KQ: ☐☐☐☐



Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P)\colon Ax+By+Cz+D$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, tính $A+B+C+D$. KQ: ☐☐☐☐

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

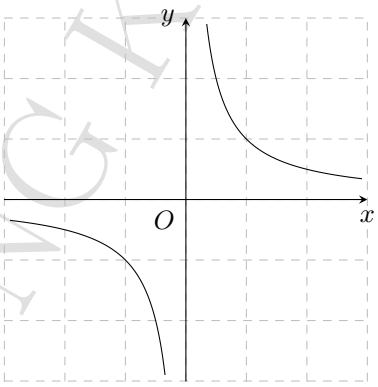
K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 35. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

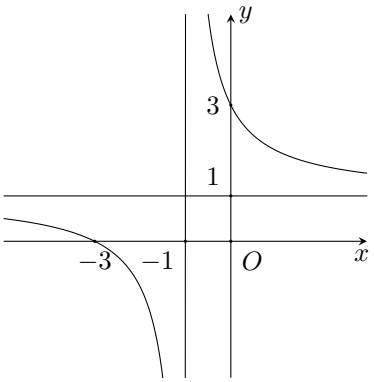
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên



A. $(-\infty; 1)$.
B. $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.
C. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.
D. $(1, +\infty)$.

Câu 2.

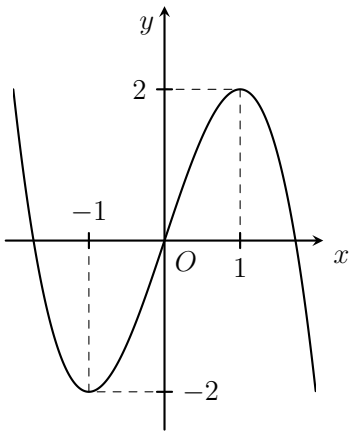
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



A. $x = 1$.
B. $x = -1$.
C. $y = 1$.
D. $y = -1$.

Câu 3.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình?



A. $y = -x^3 + 3x$.
B. $y = x^3 - 3x$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$.
D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 4. Thống kê số giờ ngủ trung bình của một số học sinh lớp 12B của một trường THPT trong một tuần được thu thập như bảng sau:

Số giờ ngủ	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10)$	$[10; 11)$
Số học sinh	4	12	20	10	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. 1,38.
B. 1,44.
C. 1,50.
D. 1,60.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 5. Kiểm tra độ ngọt của một số chai nước trái cây do một hãng thực phẩm sản xuất thu được kết quả sau

Độ ngọt (g/l)	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$
Số chai	5	15	25	10	5

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

A. 3,9. **B.** 4,3. **C.** 2,1. **D.** 4,5.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^4+4}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{2}{x}+C.$ **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{4}{x}+C.$

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(x^2+4\right)\mathrm{d}x.$ **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{4}{x}+C.$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0;3]$ và $f(0)=-2$, $\displaystyle\int_0^3 f'(x)\,\mathrm{d}x=8$. Giá trị $f(3)$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -10.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm và $B(-4;0;7)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(-3;2;4)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1)$, $B(-3;0;3)$, $C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6;-6;3)$. **B.** $D(6;6;3)$. **C.** $D(6;-6;-3)$. **D.** $D(6;6;-3)$.

Câu 10. Các nghiệm của phương trình $\sin\left(\dfrac{\pi}{5}-x\right)=0$ là

A. $x=-\dfrac{\pi}{5}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\dfrac{2\pi}{5}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{5}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{5}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{81}\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}\log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{27}\log_3 a$. **C.** $\dfrac{4}{3}\log_3 a$. **D.** $\dfrac{1}{12}\log_3 a$.

Câu 12. Điều kiện để phương trình $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình của một mặt cầu là

A. $a^2+b^2+c^2-d>0$. **B.** $a^2+b^2+c^2+d>0$.

C. $a^2+b^2+c^2-d<0$. **D.** $a^2+b^2+c^2-d=0$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một doanh nghiệp sản xuất xe máy có hàm sản xuất là hàm CobbDouglas $Q=\sqrt[3]{K^2\cdot L}$, trong đó, K và L lần lượt kí hiệu số đơn vị vốn tư bản và số đơn vị lao động mà doanh nghiệp thuê được, còn Q kí hiệu số xe máy sản xuất ra được.

Giả sử giá thuê một đơn vị vốn tư bản là c_K, giá thuê một đơn vị lao động là c_L, ngoài chi phí thuê lao động và vốn tư bản, doanh nghiệp còn phải chịu một chi phí cố định là C_0. Khi đó, hàm số $F=c_K\cdot K+c_L\cdot L+C_0$ mô tả tổng chi phí mà doanh nghiệp phải bỏ ra, thường được gọi là hàm chi

phí sản xuất. Năm 2025 có các hằng số $C_0 = 60, c_K = 12, c_L = 6$ và năm 2026 doanh nghiệp dự định sản xuất 2 500 chiếc xe máy.

Phát biểu	Đ	S
a) $L = \dfrac{2\,500^3}{K^2}$.		
b) $F = 12 \cdot K + 6 \cdot \dfrac{2\,500^3}{K^2} + 60$.		
c) $F'(K) = 12 - 6 \cdot \dfrac{2\,500^3}{K^3}$.		
d) Tổng chi phí tối thiểu doanh nghiệp chi ra để sản xuất 2 500 chiếc xe máy là 45 060 (đơn vị vốn).		

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 4$.

Phát biểu	Đ	S
a) $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, $F(-3) = 20$ thì $F(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 + 4x + 23$.		
b) $\displaystyle\int_0^1 x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{7}{4}$.		
c) $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{f(x)}{x}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{2}$.		
d) $\displaystyle\int_0^3 \lvert f(x)\rvert\,\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x - 2y + z + 1 = 0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-3;2;-1)$.		
b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-1;1;2)$.		
c) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z - 12 = 0$.		
d) Phương trình của mặt phẳng (R) đi qua điểm O, M và vuông góc với mặt phẳng (P) là $7x + my + nz = 0$. Khi đó $m + n = 8$.		

Câu 16. Khi phát hiện ra một vật thể bay, xác suất một hệ thống radar phát cảnh báo là 0,9 nếu vật thể bay đó là vật thể thật và 0,05 nếu đó là mục tiêu giả. Có 99% các vật thể bay là mục tiêu giả.

Phát biểu	Đ	S
a) Trong 1000 vật thể bay thật thì có 999 vật thể thật được radar phát cảnh báo.		
b) Xác suất các vật thể bay là mục tiêu giả là 0,99.		
c) Xác suất hệ thống radar đang phát cảnh báo khi phát hiện vật thể bay là 0,0585.		
d) Biết hệ thống radar đang phát cảnh báo khi phát hiện vật thể bay, xác suất vật thể đó là mục tiêu thật là $\dfrac{11}{13}$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
THS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

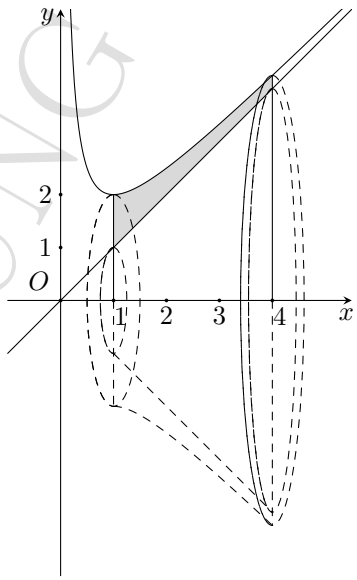
3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một cửa hàng bán điện thoại có 80 chiếc cần bán. Người quản lý nhận thấy rằng nếu mỗi chiếc điện thoại được bán với giá 6 000 nghìn đồng thì toàn bộ hàng hóa đều được bán ra. Mỗi khi tăng thêm 500 nghìn đồng thì sẽ có 4 chiếc không được bán. Để thu được doanh thu tối đa trong một tháng, cửa hàng nên bán điện thoại với giá bao nhiêu nghìn đồng một chiếc?

KQ: | | | | |

Câu 18.

Một chiếc bát thuỷ tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimét) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox. Khi đó, hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Thể tích của bề dày chiếc bát thuỷ tinh đó bằng bao nhiêu decimét khối (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?



KQ: | | | | |

Câu 19. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có chiều cao dài 136 mét, cạnh đáy dài 262 mét. Khi xây dựng kim tự tháp người Ai Cập cổ đại đã tính toán xây dựng một đường hầm lấy sáng tự nhiên từ một mặt bên đến tâm hình vuông ở mặt đáy. Tính khoảng cách ngắn nhất xây đường hầm đó (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v} = (1;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T = b + c$.

KQ: | | | | |

Câu 21. Phòng công nghệ của một công ty có 4 kĩ sư và 6 kĩ thuật viên. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 người từ phòng. Tính xác suất để cả 3 người được chọn đều là kĩ sư, biết rằng trong 3 người được chọn có ít nhất 2 kĩ sư.

KQ: | | | | |

Câu 22. Anh Huy quyết định vay tín dụng ngân hàng để mua xe máy. Hợp đồng tín dụng giữa đại diện ngân hàng và anh Huy có hai điều khoản sau: Tổng số tiền ngân hàng cho vay một lần là 20 triệu đồng; thời hạn cho vay là 24 tháng tính từ ngày anh Huy nhận được khoản tiền vay trên. Lãi suất cho vay là 9%/năm và không thay đổi trong suốt thời gian hợp đồng (là 24 tháng). Hỏi khi kết thúc hợp đồng, anh Huy phải trả cho ngân hàng tổng cộng bao nhiêu tiền (*làm tròn đến hàng phần chục của triệu đồng*)?

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 36. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(-20;6;0)$. **B.** $(20;6;0)$. **C.** $(20;6;9)$. **D.** $(-20;6;9)$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+4) \geq -2$ là

A. $(0;1)\cup(4;5)$. **B.** $[0;5]$. **C.** $(-\infty;0]\cup[5;+\infty)$. **D.** $[0;1)\cup(4;5]$.

Câu 3. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 3,92. **B.** 3,93. **C.** 2,93. **D.** 2,92.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp.

A. $I\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2};-2\right)$. **B.** $I\left(-\frac{3}{2};\frac{5}{2};-3\right)$. **C.** $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-3\right)$. **D.** $I\left(-\frac{5}{2};\frac{5}{2};-2\right)$.

Câu 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{-1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=3^x+x+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3^x+\frac{x^2}{2}+x+C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3^x}{\ln 3}+\frac{x^2}{2}+x+C$.

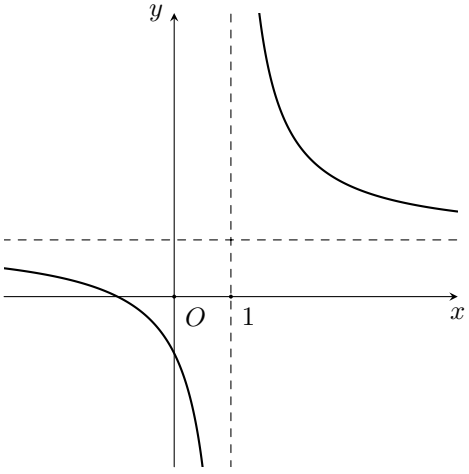
C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3^x+x^2+x+C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3^x}{x+1}+\frac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 7.

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

C. $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8. Cho $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$. Giá trị $\int\limits_1^2 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

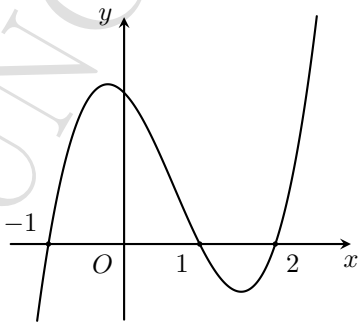
A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 6.

Câu 9. Giá trị $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-1}{3x-2}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 10.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. $f(3)>f(4)$. **B.** $f(-2)<f(-1)$.
C. $f(3)<f(4)$. **D.** $f'(0)=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $N(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{v}=(3;-2;4)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{4}$.
C. $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{4}$.

Câu 12. Nghiên cứu mức tiêu thụ xăng của một loại ô tô, một công ty chế tạo ô tô ở Mĩ đã cho 35 xe chạy thử và xác định xem với 1 galông xăng (1 galông = 4,546 lít), một xe chạy được bao nhiêu dặm (1 dặm = 1,609 km). Kết quả được cho trong bảng tần số ghép lớp sau đây:

Số dặm đi được	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	
Số xe	2	7	15	8	3	$n=35$

Hãy tính phương sai của số dặm mà các xe có thể chạy được với 1 galông xăng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 32,93. **B.** 4,98. **C.** 24,72. **D.** 24,82.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C).

Phát biểu	Đ	S
a) Đạo hàm hàm số là $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.		
b) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.		
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1;-1)$.		
d) Với mọi $M\in(C)$, tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 14. Trong một cuộc khảo sát ý kiến của 150 khách hàng về việc có mua một sản phẩm mới hay không, kết quả thu được như sau: có 90 người trả lời "Sẽ mua", còn lại trả lời "Không mua". Theo nghiên cứu trước đó, tỷ lệ khách hàng thực sự mua sản phẩm với câu trả lời "Sẽ mua" là 60%, còn với câu trả lời "Không mua" là 20%. Gọi

- A: Biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".
- B: Biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $\mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{5}$ và $\mathrm{P}(\overline{B})=\dfrac{2}{5}$.		
b) Xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B)=0{,}6$.		
c) Xác suất $\mathrm{P}(A)=0{,}48$.		
d) Biết người đó mua hàng, xác suất để người đó trả lời "Sẽ mua" là $\dfrac{9}{11}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-5)$; $B(-1;0;2)$; mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P).		
b) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-1-2t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.		
c) Tọa độ giao điểm của d và (P) là điểm $C\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-5}{3};6\right)$.		
d) Gọi $M\in d$ sao cho biểu thức $T=\lvert MA-MB\rvert$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó $T_{\max}=\sqrt{57}$.		

Câu 16. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng/tháng thì có 3 phòng bị bỏ trống.		
b) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng/tháng thì doanh thu của công ty trong tháng đó là 34 triệu.		
c) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá tăng thêm là $200x$ $(x\in\mathbb{N}^*)$ thì doanh thu được tính theo công thức $T(x)=(20-x)(2000+200x)$ (nghìn đồng).		
d) Công ty khi cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,8 triệu thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.		

Ths NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

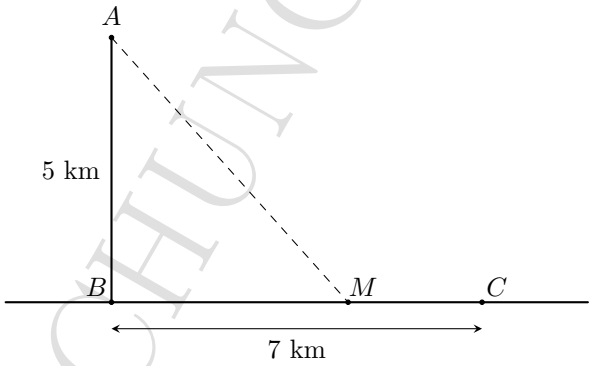
3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một quả bóng được ném xiên một góc α $(0° < \alpha < 90°)$ từ mặt đất với tốc độ v_0 (m/s). Khoảng cách theo phương ngang từ vị trí ban đầu của quả bóng đến vị trí bóng chạm đất được tính theo công thức $d = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{10}$. Nếu tốc độ ban đầu của quả bóng là 10 m/s thì tồn tại hai góc ném α_1, α_2 $(\alpha_1 > \alpha_2)$ để khoảng cách d là 5 m. Hiệu số đo hai góc ném $\alpha_1 - \alpha_2$ bằng bao nhiêu độ?

KQ: | | | | |

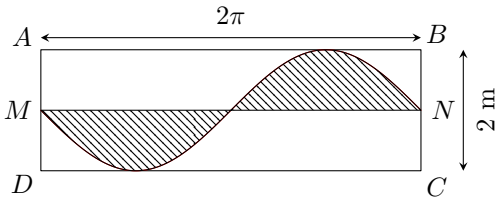
Câu 18.

Một tàu chở hàng đang đậu tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB bằng 5 km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người lái tàu muốn chở hàng về kho phải đi thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi dùng xe đẩy hàng đến C với vận tốc 6 km/h (xem hình vẽ dưới đây). Tính độ dài đoạn BM để hàng được chuyển đến kho nhanh nhất (*làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



Câu 19.

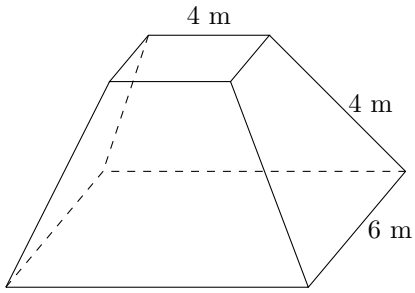
Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi$ m, $AD = 2$ m. Tính diện tích phần còn lại? (*làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |



Câu 20.

Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 (m), cạnh đáy trên dài 4 (m), cạnh bên dài 4 (m). Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 500 000 đồng/ m^3. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng? (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị:* triệu đồng)

KQ: | | | | |



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là km), đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $(-64; 128; 64)$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không quá 500 km thì sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay N xuất hiện trên màn hình ra đa và một máy bay M nằm trong mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1458 = 0$ sao cho hai máy bay M, N thuộc đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai máy bay M, N là bao nhiêu km? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.

KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

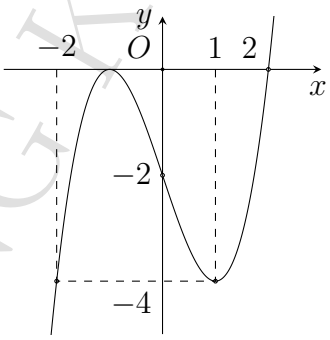
K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 37. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ là

A. $y = \dfrac{1}{3}$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = -1$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.
B. Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
C. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.
D. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Câu 4. Giá trị của $\displaystyle\int_2^4 5\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 15.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, biết $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Toạ độ của điểm M là

A. $(2;-3;1)$. **B.** $(-2;3;-1)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $(-3;2;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{2} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{2} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{-2} = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -1+t \\ z = 5-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u} = (2;-1;5)$. **B.** $\vec{u} = (3;1;-2)$. **C.** $\vec{u} = (3;1;5)$. **D.** $(2;-1;-2)$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\sin x + 1 = 0$. **B.** $\sin 2x + 1 = 0$. **C.** $\sin x + 2 = 0$. **D.** $2\sin x + 1 = 0$.

Câu 9. Khảo sát thời gian học bài ở nhà buổi tối của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	4	8	12	10	8

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 36,25. **B.** 39,18. **C.** 38,75. **D.** 75.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^2 - 2x$. **B.** $y = -x^2 + 2x$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

Câu 11. Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con, biết $N'(t) = \dfrac{1\,000}{t}$ và số lượng vi rút lúc đầu là 250 000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.

A. 272 304 con. **B.** 252 303 con. **C.** 212 302 con. **D.** 242 102 con.

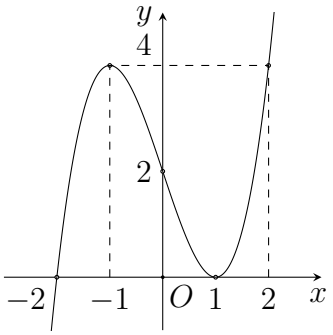
Câu 12. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2 017, dân số Việt nam là 93 671 600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2 017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2 035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109 256 100. **B.** 108 374 700. **C.** 107 500 500. **D.** 108 311 100.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.		
b) Hàm số có $f'(x) > 0\ \forall x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.		
c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoàng $(0;2)$.		
d) Hàm số $y = f(\lvert x\rvert)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2$. Biết $F(x)$ là một họ nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

Phát biểu	Đ	S
a) $F(x) = \dfrac{x^4}{12} - x^3 + C$.		
b) $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{13}{12}$.		
c) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2$; $g(x) = -2x^2$; $x = -1$, $x = 0$ bằng $\dfrac{1}$		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$, $h(x)=0$, $x=0$, $x=3$ quanh trục Ox là $V=\frac{a\pi}{b}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a-2b=10$.		

Câu 15. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và điểm $A(1;1;4)$.

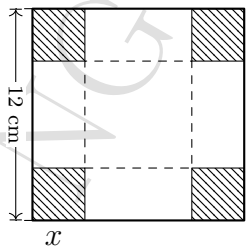
Phát biểu	Đ	S
a) Điểm A nằm trên mặt cầu (S).		
b) Đoạn thẳng IA cắt (S) tại $B(a;b;c)$ thì $a+2b+c=3$.		
c) Đường thẳng qua A tiếp xúc với (S) tại điểm T thì T luôn nằm trên một đường tròn cố định và đường tròn đó có bán kính là $r=2$.		
d) Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) và cách A một khoảng bằng 8 có phương trình là $mx+ny+pz+q=0$. Với m,n,p,q là các số tự nhiên có ước chung lớn nhất bằng 1, thì $m+n+p+q=28$.		

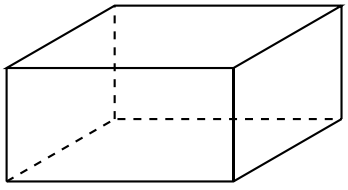
Câu 16. Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 60% còn chi nhánh II chiếm 40% tổng sản phẩm của công ty. Tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của chi nhánh I chiếm 1% còn của chi nhánh II chiếm 2% tổng sản phẩm công ty. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đ	S
a) Biết rằng sản phẩm bị lỗi. Xác suất sản phẩm đó do chi nhánh I sản xuất là $\frac{4}{7}$.		
b) Xác suất để lấy ra sản phẩm bị lỗi ở chi nhánh II là 0,008.		
c) Xác suất để sản phẩm của chi nhánh I được chọn là 0,4.		
d) Xác suất lấy ra sản phẩm bị lỗi là 0,015.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như Hình vẽ để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimét để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |





Câu 18. Một vật chuyển động theo quy luật $s=s(t)=\frac{1}{3}t^3-\frac{3}{2}t^2+10t+2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quảng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*). KQ: | | | | |

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là mét), một thiết bị phát sóng wifi đặt tại vị trí $A(3;1;1)$. Vùng phủ sóng tốt nhất của thiết bị có bán kính bằng 11 (m). Hỏi số giá trị nguyên của tham số m để một người sử dụng điện thoại tại điểm $E(-3;8;m)$ có thể bắt được tín hiệu wifi tốt nhất của thiết bị nói trên.

KQ: | | | | |

Câu 20. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8 000, trong số đó có 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (*viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $AC=6$, $\widehat{A}=60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10 nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm là $\frac{a}{b}$, tính $a+b$.

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 38. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 2. Hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 3. Biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng (đơn vị: kilogam) của 40 học sinh một lớp 12 ở một trường trung học phổ thông được cho dưới bảng sau:

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

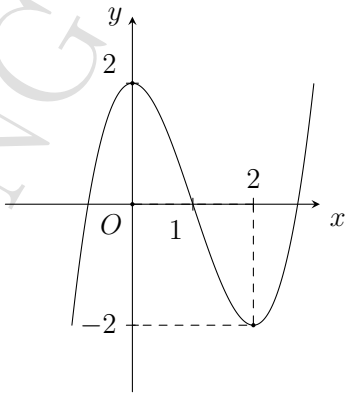
Nhóm	$[36;40)$	$[40;44)$	$[44;48)$	$[48;52)$	$[52;56)$	$[56;60)$	
Tần số	4	7	9	12	6	2	$n=40$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

A. 24. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 4.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2-x+2$.
C. $y=-x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 5. Ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ (km/h)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	
Số lần	18	28	35	43	41	35	$n=200$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $s\approx 6{,}77$. **B.** $s\approx 8{,}77$. **C.** $s\approx 6{,}78$. **D.** $s\approx 7{,}78$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ là

A. $4x^4+C$. **B.** $3x^2+C$. **C.** x^4+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+C$.

Câu 7. Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x=1$ thì $\int\limits_1^3 [3f(x)+2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=\vec{i}-5\vec{j}+2\vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(1;5;2)$. **B.** $M(2;5;1)$. **C.** $M(2;-5;1)$. **D.** $M(1;-5;2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB có $A(3;1;-1)$ và $B(-1;5;7)$. Toạ độ trung điểm M của AB là

A. $M(2;6;6)$. **B.** $M(1;3;3)$. **C.** $M(-1;3;-3)$. **D.** $M(-2;-6;-6)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z+1=0$. Hỏi vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-2;3;1)$. **D.** $(2;-2;4)$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x>\log_{0,5} 9$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(9;+\infty)$. **C.** $(0;9)$. **D.** $(-\infty;9)$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

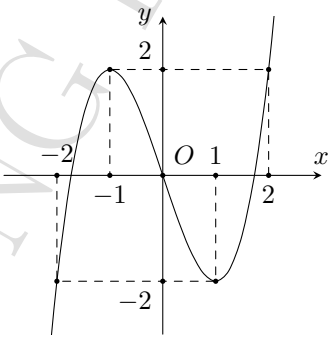
Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_4 = 5$ và công sai $d = 2$. Số hạng thứ 3 của cấp số cộng đó là

A. $u_3 = \dfrac{5}{2}$. **B.** $u_3 = 10$. **C.** $u_3 = 3$. **D.** $u_3 = 7$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

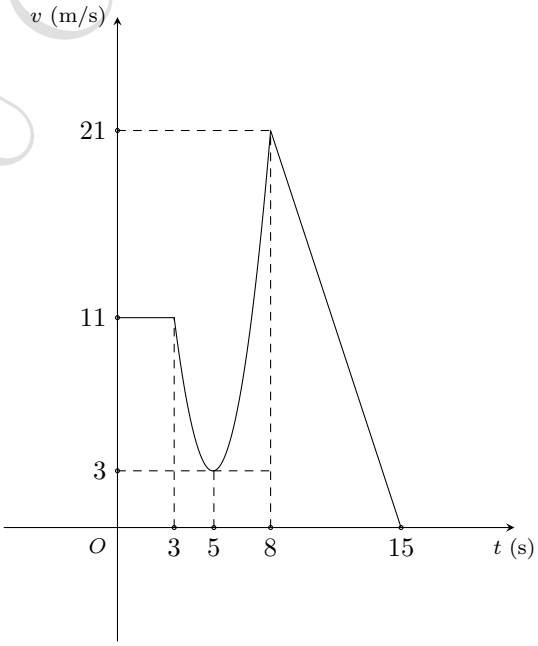
Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$, đạt cực tiểu tại $x = 1$.		
b) Hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-2; 2)$.		
c) Giá trị cực đại của hàm số là -2.		
d) Hàm số $g(x) = [f(x)]^2 + 2\,024$ có 4 điểm cực trị.		

Câu 14.

Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (m/s) có dạng đường thẳng khi $0 \le t \le 3$ và $8 \le t \le 15$ và $v(t)$ có dạng đường parabol khi $3 \le t \le 8$ (như hình vẽ).



Phát biểu	Đ	S
a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11$ (m/s).		
b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là $S_1 = \int_0^3 11\,\mathrm{d}t$ (m).		
c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng 73,5 (m).		
d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7$ (m/s).		

Câu 15. Trong một cuộc điều tra về tội phạm, cảnh sát đã tiến hành lấy lời khai của 400 nghi phạm. Kết quả có 250 kẻ tình nghi không nhận mình là tội phạm, 150 kẻ đã thừa nhận mình là tội phạm. Bằng kinh nghiệm điều tra và các biện pháp nghiệp vụ, cảnh sát thấy rằng những tội phạm không nhận mình là tội phạm chiếm 60%, số còn lại thừa nhận là 40%.
Gọi A là biến cố "Người được cảnh sát lấy lời khai thực sự là tội phạm".
Gọi B là biến cố "Người được lấy lời khai không thừa nhận mình là tội phạm".

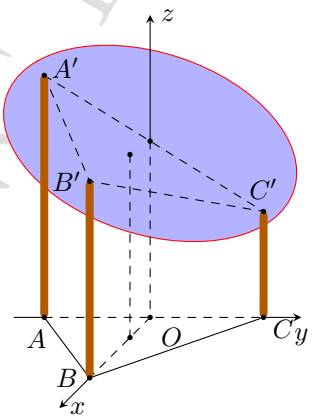
Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất $\mathrm{P}(B) = 0{,}625$ và $\mathrm{P}\left(\overline{B}\right) = 0{,}375$.		
b) Xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}6$.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) Xác suất $\mathrm{P}(A) = 0{,}525$.		
d) Trong số những tên tội phạm có 72% đã không nhận mình là tội phạm (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).		

Câu 16.

Một mái vòm hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ AA', BB' và CC'. Các cây cột vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là 7 m, 6 m, 5 m. Ba chân cột A, B, C là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 4 m. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O là trung điểm của AC, tia Ox trùng với tia OB, tia Oy trùng với tia OC (hình vẽ).

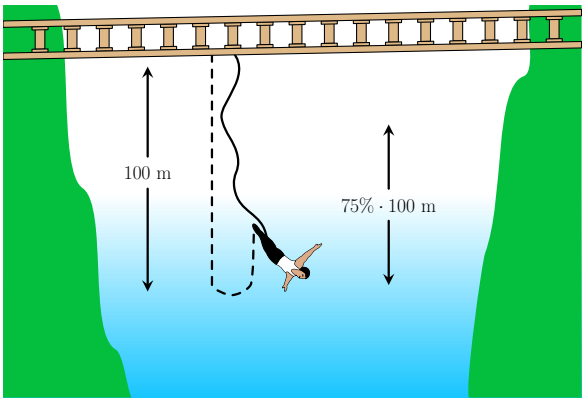


Phát biểu	Đ	S
a) $A'(-2;0;7)$.		
b) $\overrightarrow{A'B'} = \left(2\sqrt{3};2;-1\right)$.		
c) Mái nhà nghiêng với mặt sàn nhà một góc khoảng $26{,}6°$.		
d) Người ta muốn đặt thêm một cột trụ tại vị trí tâm của tam giác ABC. Chiều cao của cột trụ này bằng 6 m.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Một người nhảy Bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Giả sử sau mỗi lần rợi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rợ xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (tham khảo hình vẽ). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên, tính từ lúc bắt đầu nhảy (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).



KQ: | | | | |

Câu 18. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm $N(a;b;c)$ trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;16)$. Giá trị của biểu thức $a-b+4c$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 19. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4$, $AD = 6$ và $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa (SCD) và đáy bằng $45°$. Lấy điểm I thuộc cạnh SD sao cho $SI = \dfrac{1}{3}ID$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và AI bằng bao nhiêu? (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. TOÁN GT NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 20. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5 G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Một người đang dùng điện thoại đang ở vị trí $M(a;a;60)$. Hỏi có bao nhiêu vị trí điểm M để người dùng điện thoại có thể nằm trong vùng phủ sóng của trạm dịch vụ này. Biết M có tọa độ là những số nguyên dương.

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 12 gam hương liệu hòa tan, 9 lít nước và 315 gam đường để pha chế hai loại nước A và B. Để pha chế 1 lít nước loại A cần 45 gam đường, 1 lít nước và 0,5 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước loại B cần 15 gam đường, 1 lít nước và 2 gam hương liệu. Mỗi lít nước loại A nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước loại B nhận được 80 điểm thưởng. Để đội chơi được số điểm thưởng là lớn nhất thì cần pha chế a lít nước loại A và b lít nước loại B. Tính tổng $a+b$.

KQ: | | | | |

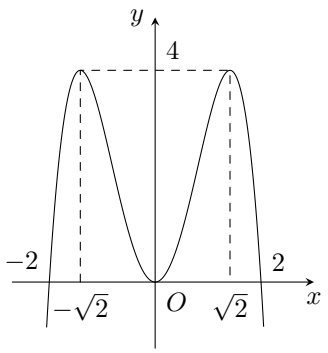
Câu 22. Anh Minh đầu tư bằng cách gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với số tiền là 200 triệu đồng. Lãi suất 5%/năm được tính theo phương thức lãi kép, gộp lãi theo năm nhận một lần. Hỏi sau 4 năm, anh Minh sẽ nhận được bao nhiêu triệu đồng (*làm tròn đến hàng đơn vị*)? KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 39. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=0$.
C. $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 2. Trong 3 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+6t^2+t+5$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 3 giây đầu tiên đó?

A. 13 m/s. **B.** 10 m/s. **C.** 9 m/s. **D.** 12 m/s.

Câu 3. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. $y=-x^3-2x^2+5$. **B.** $y=x^3-3x^2+5$. **C.** $y=-x^3-3x+5$. **D.** $y=x^3+3x^2-5$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị là phút) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 80. **B.** 60. **C.** 100. **D.** 12.

Câu 5. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 6. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\mathrm{e}^x-3x^2$ thỏa $F(0)=\dfrac{9}{2}$ là

A. $\mathrm{e}^x-x^3+\dfrac{7}{2}$. **B.** $2\mathrm{e}^x+x^3-\dfrac{3}{2}$. **C.** $2\mathrm{e}^x-x^3+\dfrac{5}{2}$. **D.** $2\mathrm{e}^x-x^3+\dfrac{9}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-2\vec{i}+3\vec{j}+5\vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2;-3;-5)$. **B.** $(2;3;-5)$. **C.** $(-2;3;5)$. **D.** $(2;3;5)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(0;-1;3)$, $B(2;1;1)$, $C(1;0;-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(0;1;1)$. **D.** $(1;1;0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$. Điểm nào sau đây nằm trong mặt cầu (S)?

A. $M(0;7;-3)$. **B.** $P(1;0;0)$. **C.** $N(0;4;3)$. **D.** $Q(1;0;3)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} & \text{nếu } x>1\\ ax+2 & \text{nếu } x\le 1\end{cases}$. Giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=3-2\cos^2 3x$ lần lượt là

A. $\min y=1$, $\max y=2$. **B.** $\min y=1$, $\max y=3$.
C. $\min y=2$, $\max y=3$. **D.** $\min y=-1$, $\max y=3$.

TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x\le 1\\ 2x^2-8x+8 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số đã cho và trục Ox có hai điểm chung.		
b) $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{7}{3}$.		
c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\dfrac{5}{2}$.		
d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\dfrac{5\pi}{3}$.		

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ (1), với m là số thực.

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $m=1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.		
b) Khi $m=1$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y=x-2$.		
c) Khi $m=1$ giao điểm của đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I(3;-5)$.		
d) Có 2 giá trị m để góc giữa hai tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng $45°$.		

Câu 15. Lớp $12A$ có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

- A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh".
- B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(A)=0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}(B)=0{,}625$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}(A\mid B)=0{,}75$.		
d) $\mathrm{P}(B\mid A)=0{,}48$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ tiếp xúc với $(\alpha)\colon x-2z-5=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Bán kính của mặt cầu (S) là 2.		
b) Có hai giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(1;2;-1)$ đến mặt phẳng $(\beta)\colon 6x-3y-2z+m=0$ bằng 1.		
c) Đường thẳng d đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (α) là $d\colon \begin{cases}x=6+2t\\ y=2\\ z=-7-4t\end{cases}$.		

THPT LÊ TRỌNG TẤN — ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

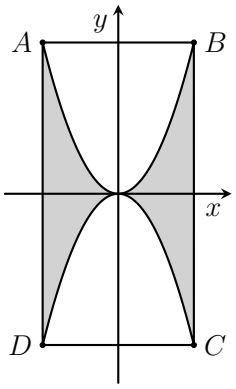
Phát biểu	Đ	S
d) Khối lập phương có hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-2=0$ và $(Q)\colon 2x-4y+4z-8=0$ chứa hai mặt của hình lập phương thì có thể tích là $\dfrac{8}{27}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Một họa tiết hình cánh bướm có được mô tả như hình bên. Các đường cong được mô tả trong hình bên có đồ thị là hàm bậc 2. Phần tô đậm được đính đá với giá thành 500.000/m^2. Phần còn lại được tô màu với giá thành 250.000/m^2, biết rằng $AB = 4$dm, $BC = 8$dm. Hỏi để trang trí 1 000 họa tiết như vậy cần số tiền là bao nhiêu ? (*Kết quả đơn vị triệu đồng và làm tròn đến phần hàng đơn vị*).

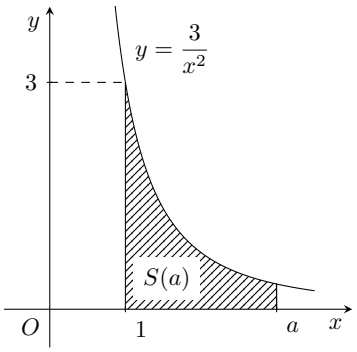
KQ: ☐☐☐☐



Câu 18.

Kí hiệu $S(a)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3}{x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=a$ với $a>1$ (Hình bên). Tính giới hạn $\lim\limits_{a\to+\infty} S(a)$.

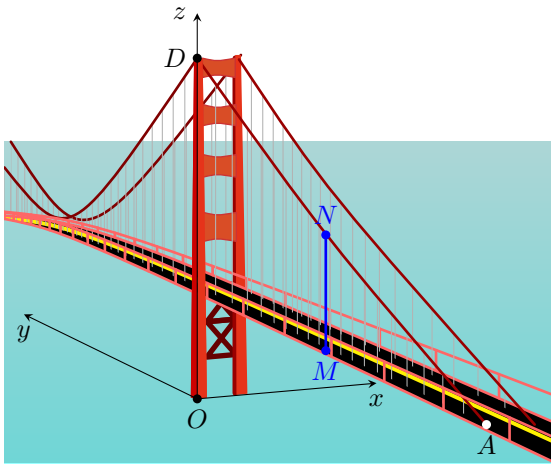
KQ: ☐☐☐☐



Câu 19.

Hình vẽ bên là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng Oxy là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m, điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz khoảng 343 m.

(Nguồn: https://www.goldengate.org/assets/1/6/ggb-exhibit-chapter-statistics.pdf)



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m và MN song song với cột trụ. Tính độ dài MN (đơn vị mét) biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230 m (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 20. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết rằng $SO\perp(ABCD)$, $SO=\dfrac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{ma}{n}$ với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản, $m>0$, $n>0$. Giá trị $m+n$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 22. Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng triệu*) KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 40. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=x^4+2$. **C.** $y=-x^3-x$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng nào?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=x^3+2$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$. **D.** $y=x^4+5$.

Câu 4. Cho bảng số liệu chiều cao học sinh.

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	5	8	12	10	5

Tính khoảng biến thiên và ước lượng khoảng tứ phân vị của dữ liệu này.

A. 9,4. **B.** 10,5. **C.** 14,3. **D.** 20,7.

Câu 5. Cho bảng phân bố tần số về chiều cao (cm) của một nhóm học sinh:

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	3	7	10	6	4

Biết số trung bình cộng của mẫu số liệu này là 162 cm. Tính phương sai của mẫu.

A. 35,2. **B.** 36,8. **C.** 37,5. **D.** 34,6.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)\mathrm{e}^{x^2+x}$.

A. $\mathrm{e}^{x^2+x}+C$. **B.** $2\mathrm{e}^{x^2+x}+C$. **C.** $x^2\mathrm{e}^{x^2+x}+C$. **D.** $\mathrm{e}^{x^2+x}+C$.

Câu 7. Cho $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\displaystyle\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x=2$. Tính $\displaystyle\int_a^b [2f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 12.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 8. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;3)$ và $B(-1;2;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;2;-2)$. **B.** $(1;-2;2)$. **C.** $(-1;3;2)$. **D.** $(-1;1;0)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$ và vectơ $\vec{b}=(2;0;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}+\vec{b}$ là

A. $(3;1;3)$. **B.** $(-1;1;3)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(3;-1;3)$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+15=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+13=0$.
C. $x^2+y^2+2x-4y+6z+13=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+1=0$.

Câu 11. Giải phương trình $2^{\log(7x-1)}=1$.

A. $-\dfrac{2}{7}$. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n=3n-1$. Số hạng thứ 2025 có giá trị là

A. 6073. **B.** 6074. **C.** 6075. **D.** 6076.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x-2$ có đồ thị (C).

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số có 2 cực trị.		
b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là 16.		
c) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $x_\circ=2$ là $y=3x-2$.		
d) Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=x^2+2x-3$ và $g(x)=x+3$.

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $h(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3x^2}{2}+1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+g(x)$.		
b) Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=g(x)$, trục Ox, $x=0$, $x=2$ và xoay quanh trục hoành tạo nên khối tròn xoay có thể tích bằng $\dfrac{89}{3}\pi$.		
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\dfrac{9}{2}$.		
d) Nếu $\displaystyle\int_1^m g(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{33}{2}$ thì $m=4$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$, $N(0,1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$. Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc (P); (S) là mặt cầu tâm M tiếp xúc mặt phẳng (P) và (Q) là mặt phẳng chứa MN và vuông góc (P).

Phát biểu	Đ	S
a) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3-t.\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\sqrt{3}$.		
c) $(Q):x-y+1=0$.		
d) $V_{(S)}=4\sqrt{3}\pi$.		

Câu 16. Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó Nam lấy tiếp ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi A là biến cố: "Hùng lấy được viên bi màu đỏ", B là biến cố: "Nam lấy được viên bi màu xanh".

Phát biểu	Đ	S
a) $n(\Omega)=196$.		
b) $P(B)=\dfrac{8}{13}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(AB)=\dfrac{24}{91}$.		
d) $P(A\mid B)=\dfrac{6}{13}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một chiếc xe đồ chơi được điều khiển từ xa di chuyển trên một đường thẳng. Vị trí của xe (tính bằng mét) so với điểm xuất phát tại thời điểm t (tính bằng giây) được mô tả bởi hàm số $s(t)=t^3-6t^2+9t+2$. Xác định khoảng thời gian mà xe chuyển động theo chiều dương có dạng $(a;b)\cup(c;+\infty)$. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$ và $y=x$.

KQ: | | | | |

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z+24=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 20. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; B là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng". Khi đó $P(A\mid B)=\dfrac{a}{b}$, với phân số $\dfrac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $C=a-b$.

KQ: | | | | |

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=1$, $BC=2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=3$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

KQ: | | | | |

Câu 22. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày cho việc trồng ngô và đậu xanh. Số tiền thu được đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu triệu đồng?

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 41. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

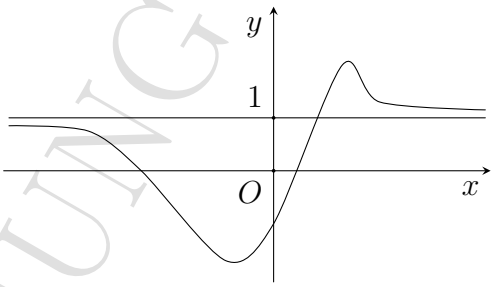
1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 2.

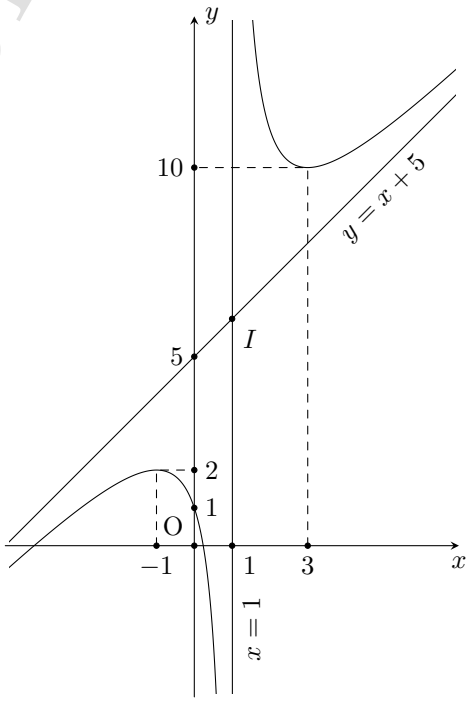
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng nào sau đây?



A. $y = 0$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = x$. **D.** $x = 1$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm nào sau đây?



A. $I(1; 6)$. **B.** $I(1; 0)$. **C.** $I(1; 5)$. **D.** $I(1; 10)$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	$[2; 3{,}5)$	$[3{,}5; 5)$	$[5; 6{,}5)$	$[6{,}5; 8)$
Số bóng đèn	8	22	35	15

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 3. **B.** 6. **C.** 5,5. **D.** 4,5.

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$.

A. $\displaystyle\int 2\sin x\,\mathrm{d}x = -2\cos x + C$. **B.** $\displaystyle\int 2\sin x\,\mathrm{d}x = 2\cos x + C$.

C. $\displaystyle\int 2\sin x\,\mathrm{d}x = \sin^2 x + C$. **D.** $\displaystyle\int 2\sin x\,\mathrm{d}x = \sin 2x + C$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

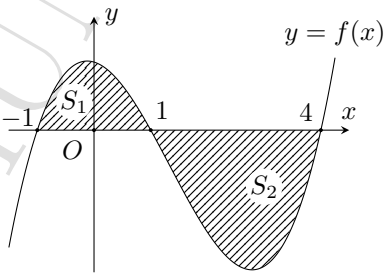
Câu 6. Tìm phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng thống kê dưới đây:

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
$[150;154)$	152	25
$[154;158)$	156	50
$[158;162)$	160	200
$[162;166)$	164	175
$[166;170)$	168	50

A. 13,24. **B.** 15,74. **C.** 18,84. **D.** 14,84.

Câu 7.

Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba và trục hoành được chia thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (như hình vẽ). Biết $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{8}{3}$ và $\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{63}{8}$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (H) bằng



A. $\dfrac{125}{24}$. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{253}{24}$. **D.** $\dfrac{63}{8}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-2;-3)$. **B.** $P(1;2;3)$. **C.** $Q(2;-1;2)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = -9$, $u_4 = \dfrac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Cho $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b.

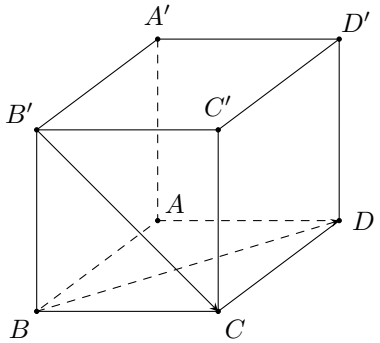
A. $\log_5 24 = \dfrac{3+ab}{a}$. **B.** $\log_5 24 = \dfrac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \dfrac{3a+b}{b}$. **D.** $\log_5 24 = \dfrac{a+b}{3ab}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;2;3)$, $\vec{b} = (4;5;6)$. Tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(3;3;3)$. **B.** $(2;5;9)$. **C.** $(5;7;9)$. **D.** $(4;10;18)$.

Câu 12.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ là



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

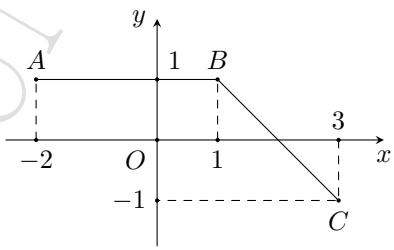
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.		
c) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $(-2;1)$ là $f(0)$.		
d) Hàm số $f(3-2x)$ có ba điểm cực trị là những số nguyên.		

Câu 14.

Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-2$, $x=3$.



Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 3.$		
b) $\displaystyle\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 1.$		

Phát biểu	Đ	S
c) $S=\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x.$		
d) $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x = 3.$		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-2;3)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-3;1)$.		
b) Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=1-3t \\ z=2+t \end{cases}$.		
c) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB là $(P)\colon 3x-3y+z+4=0$.		
d) Mặt phẳng $(Q)\colon 3x-3y+z-11=0$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.		

Câu 16. Lớp $12A$ có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để bạn được gọi lên bảng có tên Hiền là $\dfrac{1}{10}$.		
b) Xác suất để bạn được gọi lên bảng có tên Hiền, biết bạn được chọn là nữ là $\dfrac{3}{17}$.		
c) Xác suất để bạn được gọi lên bảng có tên Hiền, biết bạn được chọn là nam là $\dfrac{2}{13}$.		
d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác xuất để bạn đó là nữ là $\dfrac{3}{17}$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một vật dao động điều hòa và chuyển động theo phương trình li độ $x = 5\cos\left(10\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ cm với t là thời gian tính bằng giây. Li độ của vật tại thời điểm $t = 0{,}05$ s là bao nhiêu cm?

KQ: | | | | |

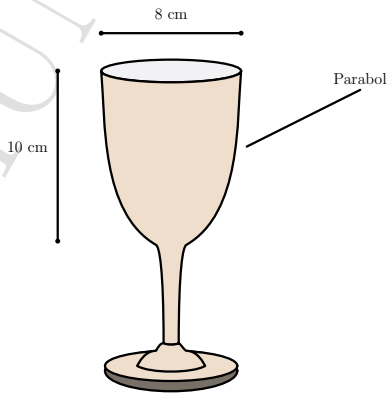
Câu 18. Bạn muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích 15 m^3. Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VNĐ/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất (đơn vị m, *kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 19.

Một cốc có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của mặt bên trong cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được. (Kết quả tính theo đơn vị cm^3 và *làm tròn đến hàng đơn vị*)

KQ: | | | | |



Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là ki-lô-mét), đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $(-64; 128; 64)$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 500 km thì sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay N xuất hiện trên màn hình ra đa và một máy bay M nằm trong mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 2z - 1458 = 0$ sao cho hai máy bay M, N thuộc đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai máy bay M, N là bao nhiêu km? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)

KQ: | | | | |

Câu 21. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy góc $45°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 42. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_{100} bằng

A. $3\cdot 2^{100}$. **B.** $3\cdot 2^{99}$. **C.** $2\cdot 3^{100}$. **D.** $2\cdot 3^{99}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

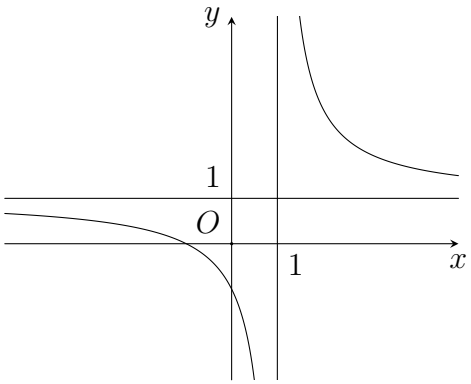
A. $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Câu 5.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$. **D.** $y=x^3+x-1$.



Câu 6. Bạn My rất thích nhảy hiện đại, thời gian tập nhảy mỗi ngày (đơn vị là phút) của bạn My được thống kê lại ở bảng dưới đây.

Thời gian nhảy	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$	
Số ngày	6	6	4	1	1	$n=18$

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 10. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 65.

Câu 7. Hàm số $F(x)=\mathrm{e}^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $f(x)=3x^2\mathrm{e}^{x^3}$. **B.** $f(x)=x^2\mathrm{e}^{x^3}$. **C.** $f(x)=\mathrm{e}^{3x^2}$. **D.** $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x^3}}{3x^2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây đối xứng với điểm $A(-2;-3;1)$ qua trục Oy?

A. $A'(2;3;-1)$. **B.** $A'(2;-3;1)$. **C.** $A'(-2;-3;1)$. **D.** $A'(2;-3;-1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1)=16$ và $\displaystyle\int_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của $f(3)$ bằng

A. 20. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 10. Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang 100 điểm) được phân bố như sau

Lớp điểm	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100]$
Tần số	4	6	10	6	4	2

Tìm khoảng tứ phân vị của dãy số liệu trên (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

A. 25. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(3;-2;3)$. **B.** $M(-2;-3;-4)$. **C.** $P(2;3;4)$. **D.** $N(-3;2;-3)$.

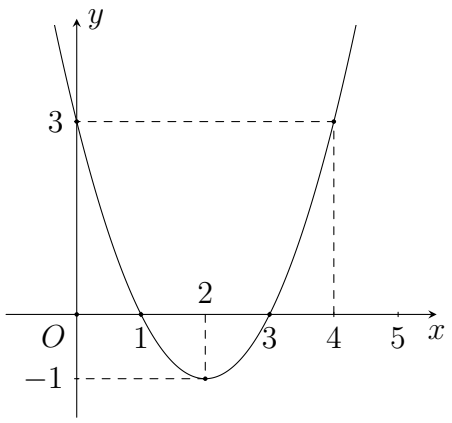
Câu 12. Cho $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=1$ và $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-2$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int_2^4 f'(x)\,\mathrm{d}x = 4.$		
b) Nếu m là tham số và $\displaystyle\int_0^1 (f'(x)+m)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $m = 1.$		
c) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 10.$		
d) Nếu $\displaystyle\int_1^4 \big(g(x)-f(x)\big)\,\mathrm{d}x = \frac{9}{2}$ thì $\displaystyle\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = \frac{9}{2}.$		

Câu 14. Một nhóm học sinh thi nhau giải khối rubik 4×4. Thời gian (đơn vị là giây) hoàn thành của nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

Thời gian giải rubik	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số học sinh	4	6	8	4	3

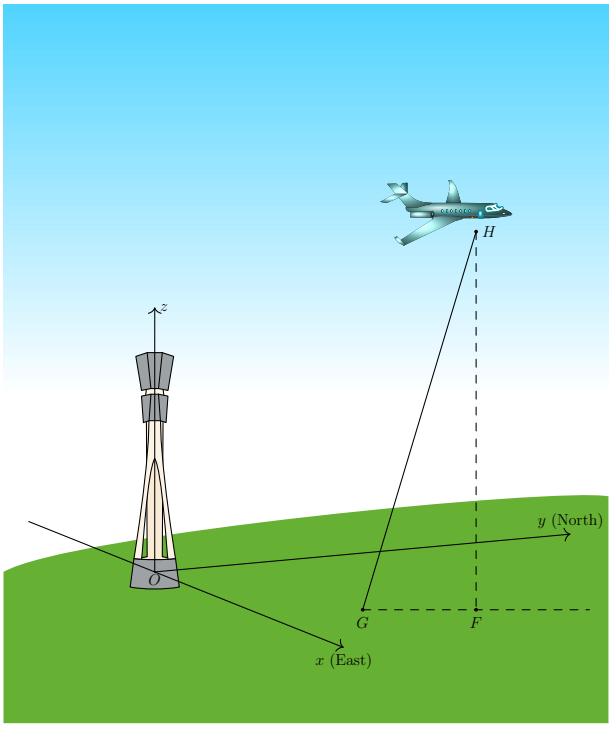
Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Phát biểu	Đ	S
a) $Q_1 = 10{,}75$, $Q_3 = 14{,}375.$		
b) $Q_1 = 11{,}0625$, $Q_3 = 14{,}375.$		

Phát biểu	Đ	S
c) $Q_1 = 10{,}75$, $Q_3 = 13{,}83.$		
d) $Q_1 = 10{,}85$, $Q_3 = 14{,}75.$		

Câu 15.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của một sân bay; trục Oz thẳng đứng, trục Ox là hướng Đông và trục Oy là hướng Bắc (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) có một máy bay cất cánh từ điểm sân bay G trên mặt đất (mặt phẳng (Oxy)) đến một sân bay $D(150;115;0)$. Vectơ $\vec{u} = \left(1+t;\frac{1}{2}+2t;2t\right)$ chỉ vị trí của máy bay tại thời điểm t, $(t>0)$ phút sau khi cất cánh và H là vị trí của máy bay tại thời điểm đó (hình vẽ minh hoạ).



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) Toạ độ điểm H tại thời điểm t phút sau khi máy bay cất cánh là $\left(1+t;\frac{1}{2}+2t;2t\right)$.		
b) Toạ độ điểm G là $\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.		
c) Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{HD}$ là $\left(149-t;\frac{129}{2}-2t;-2t\right)$.		
d) Máy bay bay đến vị trí $H(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến sân bay D là nhỏ nhất. Khi đó $10(x_0+y_0+z_0)=4\,230$.		

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+7}{x+1}$ có đồ thị hàm số là đường cong (C).

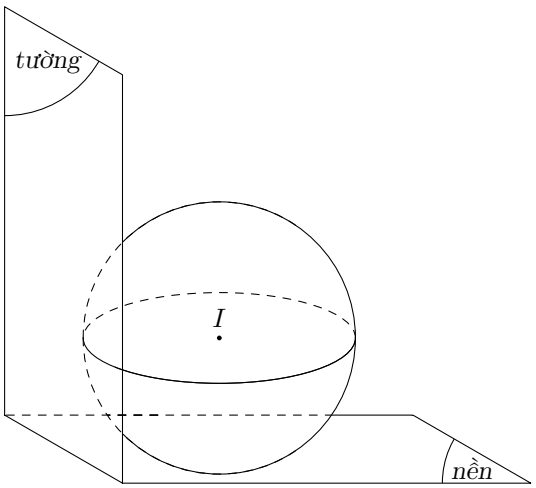
Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.		
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$.		
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1;1)$.		
d) Với $m=-\dfrac{1}{2}$ thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y=mx+2\,025$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Thư viện của trường học là một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật. Cô Trang (*quản lý thư viện*) tháo gỡ một quả địa cầu có bán kính 29 cm ra khỏi giá đỡ của nó, sau đó cô đặt quả địa cầu xuống nền nhà sao cho nó tiếp xúc với bức tường. Tính độ dài đoạn thẳng nối giữa hai điểm tiếp xúc giữa quả địa cầu với nền nhà và bức tường (*đơn vị tính là* cm*, kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |



Câu 18. Súng tiểu liên AK với thước ngắm 3, cự li bắn 100 m thì độ cao đường đạn so với đường ngắm là 28 cm. Tại một trường huấn luyện, ở khu vực tập bắn loại súng tiểu liên AK nói trên được trang bị phần mềm mô phỏng cho các xạ thủ tập bắn bia mục tiêu. Cho biết trục (d) của nòng súng và cọc đỡ bia (d') lần lượt có phương trình $(d)\colon \begin{cases}x=t\\y=2\\z=4\end{cases}$ và $(d')\colon \begin{cases}x=1\\y=2\\z=1+3t'\end{cases}$. Để bắn trúng hồng tâm (*điểm 10*) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N(a;b;c)\in(d')$ và cách giao điểm của (d) và (d') một khoảng 6 cm. Khi $c<0$, tính giá trị biểu thức $a-b+c$.

KQ: | | | | |

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=2$ cm, $AD=4$ cm, cạnh

bên SA vuông góc với đáy và SC tạo với đáy một góc $30°$. Gọi I là trung điểm của BC và J là điểm trên cạnh AD sao cho $AJ = 3\,\text{cm}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng IJ và SB bằng bao nhiêu? (*đơn vị tính là* cm, *kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 20. Có hai hộp phấn, hộp A có 7 viên phấn trắng và 3 viên phấn vàng; hộp B có 2 viên phấn trắng và 3 viên phấn vàng. Ta thực hiện tung 3 đồng xu

- Nếu xuất hiện ba mặt ngửa thì chuyển từ hộp A sang hộp B một viên phấn.
- Nếu xuất hiện hai mặt ngửa, một mặt sấp thì chuyển từ hộp A sang hộp B hai viên phấn.
- Nếu xuất hiện các trường hợp còn lại thì chuyển từ hộp A sang hộp B ba viên phấn.

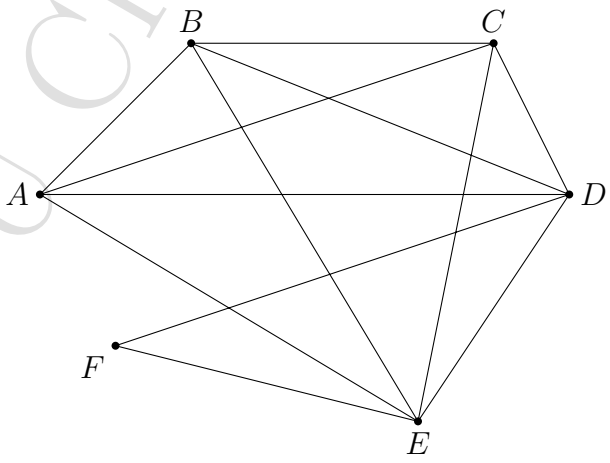
Sau đó từ hộp B ta lấy ra ngẫu nhiên một viên phấn. Tính xác suất để viên phấn lấy ra ở hộp B là viên phấn từ hộp A chuyển qua, biết viên phấn đó có màu trắng (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

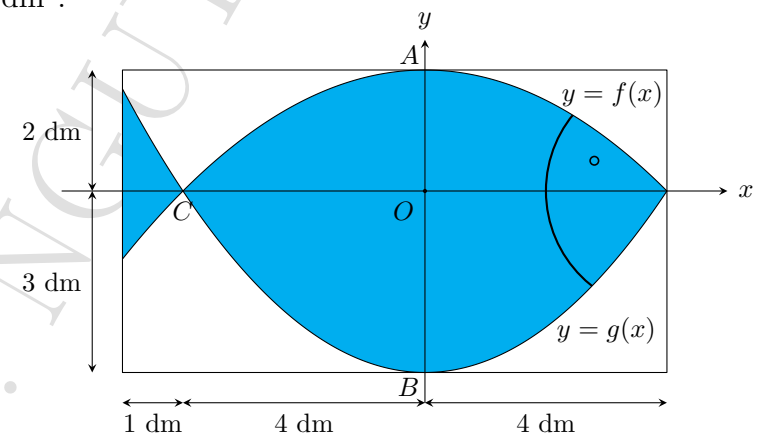
Câu 21.

Một khu đô thị thành phố có 6 khu vực trung tâm quan trọng được nối với nhau bởi 12 con đường như hình vẽ bên. Một bác tài xế taxi xuất phát từ khu vực A và muốn đi qua tất cả 5 khu vực còn lại. Biết rằng lộ trình chạy xe của bác tài là không đi qua con đường nào quá 1 lần trước khi quay trở lại điểm xuất phát ban đầu. Hỏi có bao nhiêu lộ trình thỏa mãn?

KQ: | | | | |



Câu 22. Một bộ gạch tranh $3D$ có 4 viên ghép lại để tạo thành một tổng thể hài hòa và đẹp mắt. Mỗi viên gạch dạng hình chữ nhật có kích thước 5×9 được cắt góc gọn gàng và sử dụng dán gạch chuyên dụng để khi thi công mẫu tranh gạch sẽ không lộ rõ đường ron gạch. Một trong bốn viên của bộ gạnh tranh đó có logo hình con cá, là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích cỡ được cho trong hình vẽ dưới đây và logo được sơn màu xanh với chi phí 18 000 đồng/dm^2; phần còn lại sơn màu trắng với chi phí 9 000 đồng/dm^2.



Số tiền cần dùng để trang trí một viên gạch có logo con cá là bao nhiêu nghìn đồng? (*làm tròn kết quả đến hàng nghìn đồng, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là* dm). KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

ĐỀ SỐ 43. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y=-x^3+4x^2-5x+1$ có điểm cực đại $x=a$, giá trị cực tiểu là $y=b$. Tính $a-b$.

A. 0. **B.** $\dfrac{68}{27}$. **C.** $\dfrac{24}{27}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$.

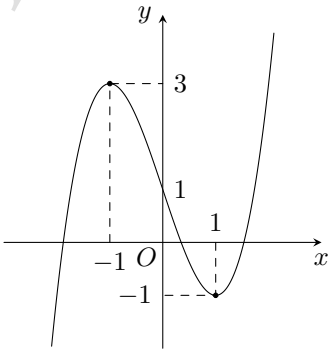
Câu 3.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ cho ở hình vẽ. Phương trình

$$x^3-3x-m=0$$

(m là tham số) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $-2<m<3$. **B.** $-1<m<3$.
C. $-2<m<2$. **D.** $-2\le m<2$.



Câu 4. Số a thoả mãn có 75% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 25% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a. Số a là

A. Tứ phân vị thứ nhất. **B.** Tứ phân vị thứ ba.
C. Số trung vị. **D.** Số trung bình.

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	$[25;35)$	$[35;45)$	$[45;55)$	$[65;75)$	$[75;85)$
Tần số	9	7	5	10	9

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

A. 14,8. **B.** 15,0. **C.** 15,1. **D.** 14,9.

Câu 6. Biết tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 (f(x)+g(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -1.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức

A. $S=-\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\displaystyle\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_b^a \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $SA\perp(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của S lên BD. Góc phẳng nhị diện $[S,BD,A]$ là

A. $\widehat{SDA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SHA}$. **D.** $\widehat{SOA}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-3;5)$ và $B(1;-4;6)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;12;30)$. **B.** $(-1;-7;11)$. **C.** $(-3;1;-1)$. **D.** $(3;-1;1)$.

Câu 10. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức $m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t=0$); T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5 730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi gần nhất với số năm nào?

A. 2 400 năm. **B.** 2 387 năm. **C.** 2 300 năm. **D.** 2 378 năm.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là PTTQ của một mặt phẳng?

A. $3x+2y+z+3=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+1=0$.
C. $2x+y+z^2+4=0$. **D.** $x^2+y+z+2=0$.

Câu 12. Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức $p(t)=115+25\sin(160\pi t)$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo mmHg và t tính theo phút. Tính chỉ số huyết áp của người đó.

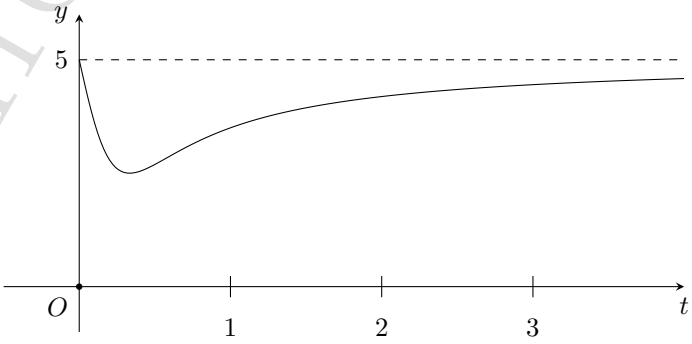
A. 140/90. **B.** 150/60. **C.** 120/80. **D.** 100/90.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t\geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$ (có đồ thị như đường cong ở hình bên).

Theo: https://www.researchgate.net



Phát biểu	Đ	S
a) Nồng độ oxigen trong hồ cao nhất là 5 mg/l.		
b) Khi $t=1$ giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là 3,5 mg/l.		
c) Nồng độ oxigen trong hồ thấp nhất là 2,45 mg/l.		
d) Đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ giờ.		

Câu 14. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất để có tên Hiền là $\dfrac{1}{10}$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

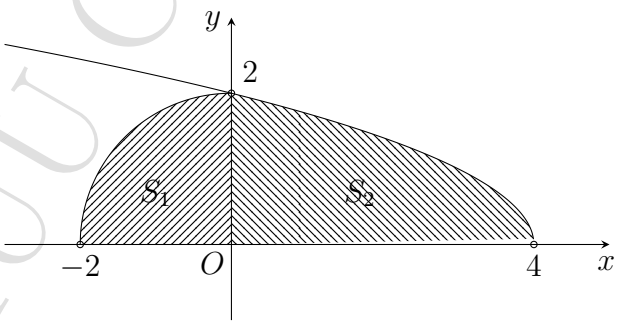
Phát biểu	Đ	S
b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{1}{17}$.		
c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.		
d) Thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác xuất để bạn đó là nam là $\frac{3}{17}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3,0)$, $B(-2;1;0)$, $C(3;0;-2)$, $D(-2;3;0)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt phẳng $(P)\colon x+3y+z-3=0$ đi qua tâm của (S).		
b) Hình chiếu tâm mặt cầu (S) lên (Oxy) là $H(1;-2;0)$.		
c) Phương trình của (S) là $x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=14$.		
d) (S) đi qua điểm $M(1;-2;3)$.		

Câu 16.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y=\sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền gạch chéo).



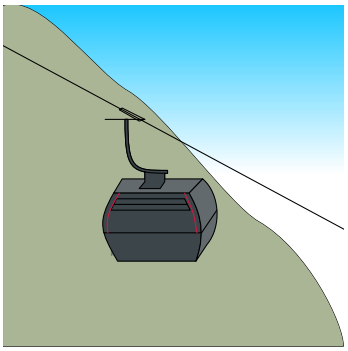
Phát biểu	Đ	S
a) Thể tích vật thể khi quay phần S_2 quanh trục hoành là $\pi\int_0^4(4-x)\,\mathrm{d}x=8\pi$.		
b) Diện tích $S_2=\frac{16}{3}$.		
c) Diện tích $S_1=2\pi$.		
d) Thể tích của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành là $\frac{28\pi}{3}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là $4\,(\mathrm{m/s})$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.

KQ: | | | | |



THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 18. Một hãng điện thoại đưa ra quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí càng nhập nhiều chiếc điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $4\,000 - 2x$ (nghìn đồng) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2\,000$). Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

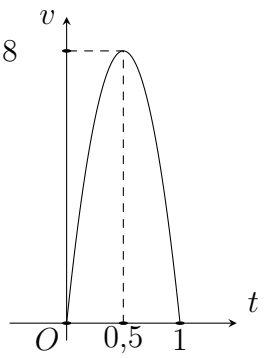
KQ: | | | | |

Câu 19. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh cúm ở một địa phương là 75%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh cúm là 4% còn trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh cúm là 15%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Tính xác suất gặp được người không tiêm vắc xin phòng bệnh cúm biết rằng người đó mắc bệnh cúm.

KQ: | | | | |

Câu 20.

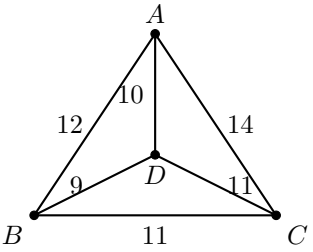
Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ như hình vẽ. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút kể từ khi chạy.



KQ: | | | | |

Câu 21.

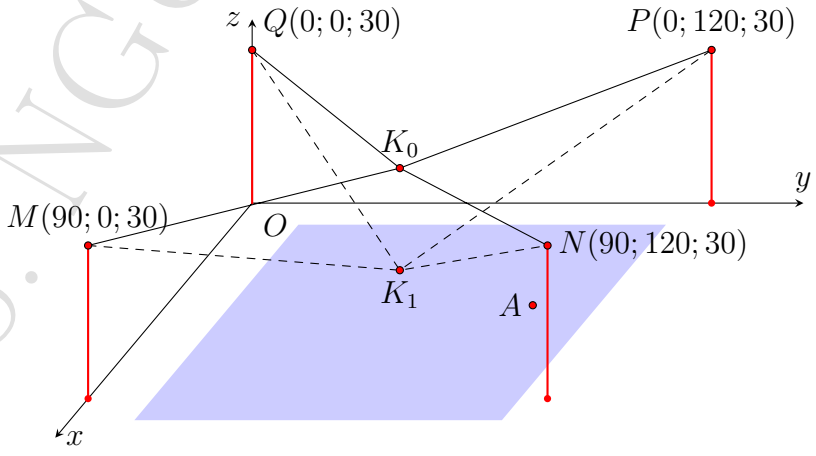
Một đội kỹ sư đang khảo sát 4 trạm viễn thông A, B, C, D được kết nối bằng các tuyến cáp quang như hình bên. Độ suy hao tín hiệu trên mỗi tuyến cáp được biểu diễn bằng một số cụ thể. Đội kỹ sư cần kiểm tra tất cả các trạm, xuất phát từ một trạm bất kỳ, đi qua mỗi trạm một lần rồi quay về trạm ban đầu. Hỏi tổng độ suy hao tín hiệu nhỏ nhất có thể là bao nhiêu?



KQ: | | | | |

Câu 22. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 (m) và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 (m)), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 cao độ bằng 19. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{K_0K_1} = (a;b;c)$ với a; b; c là các số thực. Tính $P = a + b - c$.

KQ: | | | | |



ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

ĐỀ SỐ 44. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2(x^2 - 1)(x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

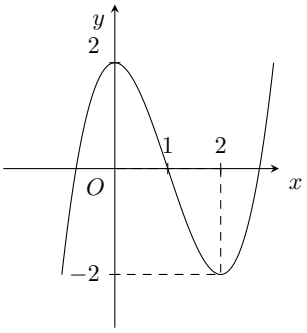
Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 18$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -18$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 18$ và $x = -18$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 18$ và $y = -18$.

Câu 3.

Đường cong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.



Câu 4. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 5. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98. **B.** 6. **C.** 2,44. **D.** 2,5.

Câu 6. Cho $\int \frac{1}{x}\,dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. **B.** $F'(x) = \ln x$. **C.** $F'(x) = \frac{1}{x}$. **D.** $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$, khi đó $\int\limits_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 36. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-3)$. **B.** $(1;0;-3)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$.
C. $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$. **D.** $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4$. Tìm tọa độ của tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-3;2)$, $R=4$. **B.** $I(1;-3;2)$, $R=2$.
C. $I(-1;3;-2)$, $R=2$. **D.** $I-(1;3;-2)$, $R=4$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n=3-2n$ thì S_{60} bằng

A. $-6\,960$. **B.** -117. **C.** $-3\,840$. **D.** -116.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán với giá 30 000 đồng một chiếc và trung bình mỗi tháng bán được 3 000 chiếc. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng mỗi chiếc thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18 000 đồng.

Phát biểu	Đ	S
a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn giá 32 000 đồng thì trung bình mỗi tháng bán được 3 200 chiếc.		
b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn lên x (nghìn đồng) thì số khăn bán ra trong một tháng là $3\,000-100x$ chiếc.		
c) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn lên x (nghìn đồng) thì tổng số lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f(x)=-100x^2+1\,800x+36\,000$.		
d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó:

Phát biểu	Đ	S
a) $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.		
b) Nếu $f(0)=4$ thì $C=5$.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
c) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$.		
d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi $g(x)=2\sin^2 x+1$, $x=\dfrac{\pi}{4}$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ quanh trục Ox là $V=\dfrac{\pi+2}{2}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-4y+4z+3=0$ và hai điểm $A(-3;1;2)$, $B(1;5;-2)$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{1}{6}$.		
b) Gọi đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P). Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=2+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.		
c) Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $5x-4y+z+17=0$.		
d) Cho điểm $M\left(-\dfrac{3}{2};0;0\right)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu của đường thẳng BM lên (P). Đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{34}=\dfrac{y-5}{22}=\dfrac{z+2}{5}$.		

Câu 16. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi.

Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất bạn An chọn được bộ câu hỏi chủ đề tự nhiên là $\dfrac{5}{9}$.		
b) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề tự nhiên là $\dfrac{16}{27}$.		
c) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề xã hội là $\dfrac{3}{7}$.		
d) Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\dfrac{4}{9}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=1$ và hai điểm $A(3;1;-3)$, $B(0;-2;3)$. Xét điểm M thay đổi nằm trên (S). Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=MA^2+2MB^2$.

KQ: | | | | |

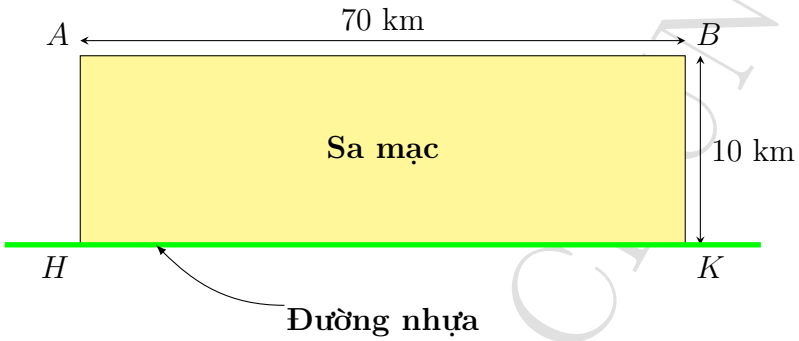
Câu 18. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn

nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là $\frac{a}{b}$, trong đó a, $b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 19. Một người đang ở tại điểm A trên sa mạc. Ông ta muốn đến điểm B và cách A một đoạn là 70 km. Trong sa mạc thì xe ông ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc 30 km/h. Ông ấy phải đến được điểm B trong 2 giờ. Biết rằng có một con đường nhựa HK song song với AB và cách AB một đoạn 10 km. Trên đường nhựa này thì xe ông ấy có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h. Để đến B sớm nhất (đảm bảo trong khung giờ cho phép) thì ông phải đi theo con đường có tổng độ dài bao nhiêu?

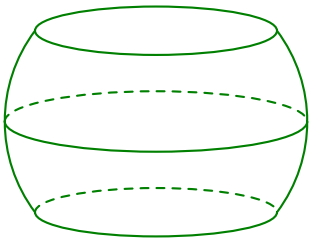
KQ: | | | | |



Câu 20.

Một khối cầu có bán kính là 5 (dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích nước mà chiếc lu chứa được (*quy tròn đến hàng đơn vị của* dm^3).

KQ: | | | | |



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB=1$. Mặt bên chứa BC của hình chóp vuông góc với mặt đáy, hai mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 45°. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản (a, b là số nguyên dương). Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 22. Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B và có thể cho thuê tối đa 10 xe loại A; 9 xe loại B. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Hỏi chi phí thấp nhất cần phải bỏ ra để thuê xe chở đủ người và hàng là bao nhiêu triệu đồng? KQ: | | | | |

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12

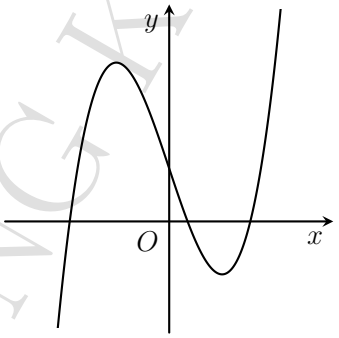
ĐỀ SỐ 45. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$.
C. $y=-x^2+x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 2. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y=(m-1)x^3-(m-2)x^2+(m-2)x+1$$

có hai điểm cực trị. Số phần tử của S là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3$, $F(3)=6$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 9. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+5}{x+2}$ là

A. $y=x$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 6. Điểm kiểm tra thường xuyên lần 1 của lớp 12A được cho bởi bảng sau

Điểm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

A. $[4;5)$. **B.** $[3;4)$. **C.** $[5;6)$. **D.** $[6;7)$.

Câu 7. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau

Tiền lãi	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tính độ lệch chuẩn cho các mẫu số liệu về tiền lãi của các nhà đầu tư ở lĩnh vực B

A. 8,039. **B.** 8,5314. **C.** 8,6214. **D.** 8,5268.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 5$ và $u_5 = 13$. Tìm u_n.

A. $u_n = 5n - 3$. **B.** $u_n = 3n + 2$. **C.** $u_n = 2n + 3$. **D.** $u_n = 5n$.

Câu 9. Tích các nghiệm thực phân biệt của phương trình $2^{x^2+x} = 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \dfrac{3}{2}$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{1}{2}$. **B.** $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{5}{2}$.

C. $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{3}{2}$. **D.** $F(x) = 2\mathrm{e}^x + x^2 - \dfrac{1}{2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho lần lượt là

A. $I(1;-2;3)$, $R = 5$. **B.** $I(1;2;-3)$, $R = 5$.

C. $I(-1;-2;3)$, $R = 5$. **D.** $I(1;-2;-3)$, $R = 5$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(0;2;0)$. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là

A. $I(-2;1;0)$. **B.** $I(2;-1;0)$. **C.** $I\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};0\right)$. **D.** $I(2;1;0)$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một vận động viên điền kinh chạy với gia tốc được mô tả bởi hàm số $a(t) = -\dfrac{1}{24}t^3 + \dfrac{5}{16}t^2$ $(\mathrm{m/s^2})$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc xuất phát.

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình vận tốc của vận động viên điền kinh tại thời điểm xuất phát được mô tả bởi hàm số $v(t) = -\dfrac{1}{96}t^4 + \dfrac{5}{48}t^3$ (m/s).		
b) Phương trình quãng đường của vận động viên điền kinh tại thời điểm xuất phát được mô tả bởi hàm số $s(t) = -\dfrac{1}{480}t^5 + \dfrac{5}{192}t^4$ (m).		
c) Quãng đường vận động viên chạy được trong 5 giây đầu tiên là 9,57 (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).		
d) Quãng đường vận động viên chạy được cho đến lúc dừng hẳn chuyển động là 52,08 (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P)\colon x - z - 1 = 0$ và đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t. \end{cases}$

Phát biểu	Đ	S
a) Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (1;0;-1)$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Phát biểu	Đ	S
b) Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).		
c) Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm M, khi đó $MA = 4$.		
d) Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+b=4$.		

Câu 15. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

Phát biểu	Đ	S
a) A và B là hai biến cố không độc lập.		
b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.		
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.		
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.		

Câu 16. Một công ty sản suất đồ chơi trẻ em. Giả sử mỗi tuần sản xuất được x sản phẩm đồ chơi $(20 < x < 150)$. Chi phí trung bình cho một sản phẩm được cho bởi công thức sau $C(x) = 5x - 450 + \dfrac{32\,000}{x}$. Biết rằng mỗi sản phẩm đồ chơi được bán đồng giá là 35 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x sản phẩm.

Phát biểu	Đ	S
a) Doanh thu của công ty khi bán được 50 là 1 570 nghìn đồng.		
b) Biểu thức lợi nhuận của công ty khi bán x sản phẩm là $L(x) = 35x$.		
c) Lợi nhuận thu được khi bán được 38 sản phẩm là 1 310 nghìn đồng.		
d) Công ty cần sản xuất 80 sản phẩm để chi phí thấp nhất.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

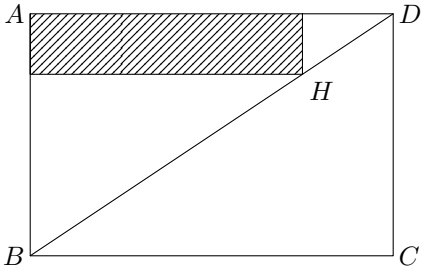
Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 12. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Biết rằng thể tích của khối tứ diện $MNBD$ có kết quả bằng $a\sqrt{b}$ $(a, b \in \mathbb{N}^*)$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 18.

Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 25 m^2, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H, với H thuộc cạnh BD. Hỏi số tiền lớn nhất (tính theo nghìn đồng) người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là 80 nghìn đồng /m^2?

KQ: | | | | |



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

$A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a-b-c$ là bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?

KQ: | | | | |

Câu 20. Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)?

KQ: | | | | |

Câu 21. Ông An dự định gửi 500 triệu đồng vào cả hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép tính theo công thức $T_n = A(1+r)^n$ với T_n là số tiền cả vốn và lãi, A là số tiền ban đầu, r là lãi suất, n là thời gian gửi tiền. Ngân hàng X trả lãi suất 6,2% một năm. Ngân hàng Y trả lãi suất 2,2% một quý. Ông An cần gửi ở ngân hàng X bao nhiêu tiền để sau 1 năm nhận được số tiền là 541,13 triệu đồng?

KQ: | | | | |

Câu 22. Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ). Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \dfrac{95x^2+120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 — ĐỀ SỐ 46. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

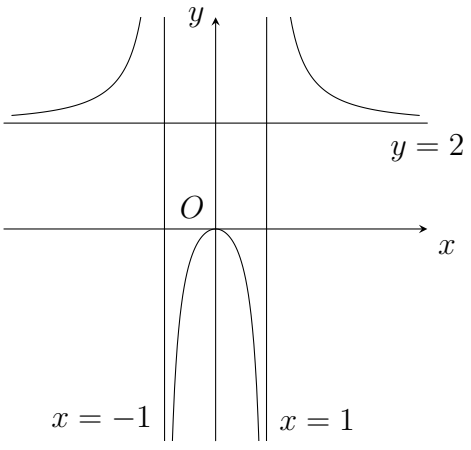
Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2.

Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2}{x^2-1}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

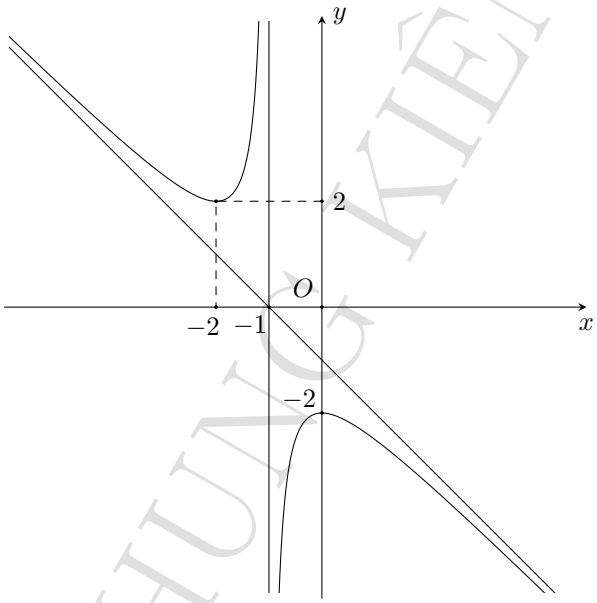


ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 3.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{-x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng như hình sau:

Nhóm	$[160;163)$	$[163;166)$	$[166;169)$	$[169;172)$	$[172;175)$
Tần số	6	11	9	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 3. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 15.

Câu 5. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

A. Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn.

B. Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11B có điểm trung bình ít phân tán hơn.

C. Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A và 11B có điểm trung bình phân tán như nhau.

D. Không thể so sánh được.

Câu 6. $\displaystyle\int\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $x-\cos x+C$. **B.** $\left(-\cos\dfrac{x}{2}+\sin\dfrac{x}{2}\right)^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^3$. **D.** $x+\cos x+C$.

Câu 7. Nếu $F'(x)=\dfrac{1}{2x}$ và $F(1)=1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

A. $\ln 2$. **B.** $1+\ln 2$. **C.** $1+\dfrac{1}{2}\ln 2$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln 2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;-1;7)$. Gọi M' là điểm đối xứng với M qua trục Ox. Tính độ dài đoạn MM'.

A. $MM'=10\sqrt{2}$. **B.** $MM'=2\sqrt{65}$. **C.** $MM'=8$. **D.** $MM'=2\sqrt{17}$.

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 9. Cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(-2;1;2)$. Khi đó $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\vec{b}$ bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Câu 11. Chọn hệ thức đúng được suy ra từ hệ thức $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$?

A. $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}+\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos^2\dfrac{\alpha}{3}+\sin^2\dfrac{\alpha}{3}=\dfrac{1}{3}$.

C. $\cos^2\dfrac{\alpha}{4}+\sin^2\dfrac{\alpha}{4}=\dfrac{1}{4}$. **D.** $5\left(\cos^2\dfrac{\alpha}{5}+\sin^2\dfrac{\alpha}{5}\right)=5$.

Câu 12. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 32.

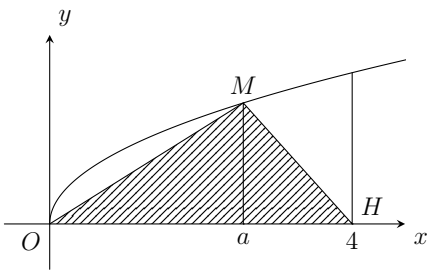
2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+m$, với m là tham số

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $m=0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.		
b) $m=0$ thì hàm số có hai cực trị.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng $m-2$.		
d) S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\lvert f(x)\rvert$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Khi đó S có hai phần tử.		

Câu 14.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x=0$, $x=4$.



Phát biểu	Đ	S
a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là $\displaystyle\int_0^4\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$.		
b) Diện tích hình phẳng (H) là $\dfrac{19}{6}$.		
c) Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=4$ và trục hoành Ox là 8π.		

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
d) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=4$ và trục Ox. Đường thẳng $x=a\,(0<a<4)$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ tại M. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác MOH quanh trục Ox. Biết rằng $V=2V_1$. Khi đó $a=3$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1\colon \frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2} \text{ và } \Delta_2\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z}{1}.$$

Phát biểu	Đ	S
a) Đường thẳng Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(3;-1;-2)$.		
b) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.		
c) Phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và song song với Δ_2 có dạng $ax+by+cz+14=0$. Khi đó tổng $T=a+b+c=2$.		
d) Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả Δ_1 và Δ_2 có tâm $I\,(x_0;y_0;z_0)$ và bán kính R. Khi đó $P=x_0+y_0+z_0+R^2=10$.		

Câu 16. Theo một số liệu thống kê, năm 2004 ở Canada có 65% nam giới là thừa cân và 53,4% nữ giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. (Nguồn: F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005). Trong năm 2004, một người Canada được chọn ngẫu nhiên để kiểm tra cân nặng. Gọi A là biến cố: "Người được chọn ra là người thừa cân", B là biến cố: "Người được chọn ra là nam giới".

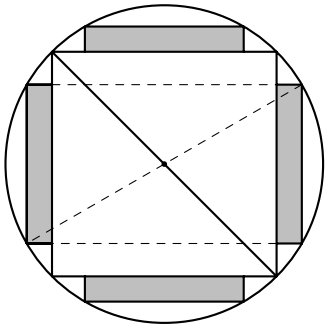
Phát biểu	Đ	S
a) Xác suất người được chọn ra là nữ giới bằng 0,5.		
b) Biến cố người được chọn thừa cân và là nam giới là $A \mid B$.		
c) Giả sử người được chọn ra là nam giới, xác suất để người được chọn ra thừa cân và là nam giới bằng 0,325.		
d) Xác suất người được chọn ra là người thừa cân bằng 0,592.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17.

Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ bên. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |



Câu 18. Cho parabol $(P)\colon y=x^2+2$ và hai tiếp tuyến của (P) tại các điểm $M\,(-1;3)$ và $N\,(2;6)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và hai tiếp tuyến đó bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng*

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

phần mười)? KQ: | | | | |

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8$ và hai điểm $A(3;0;0)$, $B(4;2;1)$. Điểm M thay đổi nằm trên mặt cầu, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 20. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 2. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng đáy một góc 30°. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 22. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*). KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 47. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 3. Bảng biến thiên như hình vẽ là của một trong bốn hàm số sau đây, đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

A. $y=-x^3-3x-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=4+2\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\sin x+C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x+2\sin x+C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x-2\sin x+C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x+2\cos x+C$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 5. Cho $\int_1^2 [4f(x)-2x]\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-5;0)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(1;0;-3)$. **B.** $M(0;2;-3)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Câu 7. Khảo sát thời gian tập nghe nhạc trong ngày của học sinh lớp 12B thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số ngày	5	10	12	9	4

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là

A. $[20;40)$. **B.** $[40;60)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 8. Khảo sát chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh lớp 12A, ta thu được kết quả như sau

Chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	6	10	14	5	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;5{,}6)$. **B.** $(5{,}6;6)$. **C.** $(6;6{,}7)$. **D.** $(7;7{,}5)$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 10. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là

A. $\dfrac{1}{3} < x < 3$. **B.** $x > 3$. **C.** $x < 3$. **D.** $x > \dfrac{10}{3}$.

Câu 11. Cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-1}{4}$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_1 = (-1;2;-1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1;-2;1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-3;2;-4)$. **D.** $\vec{u}_4 = (3;2;4)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khi đó

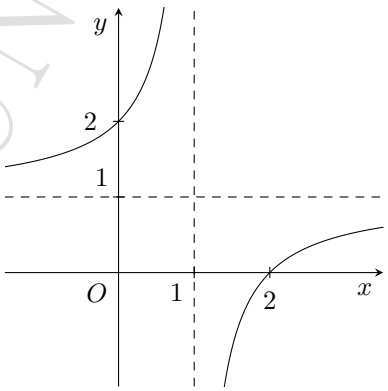
Phát biểu	Đ	S
a) $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{5}{6}$.		

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) $\displaystyle\int \frac{f(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} - 3x - 2\ln x + C,\ \forall x \in (0;+\infty)$.		
c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi xoay quay trục Ox một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \dfrac{\pi}{30}$.		
d) Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A\,(0;2)$; $B\,(1;1)$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; đường thẳng d và các đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ là $S = \dfrac{20}{3}$.		

Câu 14.

Cho hàm số $y = \dfrac{x+a}{bx+c}$, $(a, b, c \in \mathbb{Z})$ có đồ thị như hình vẽ.



Phát biểu	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.		
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục hoành.		
c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
d) $a - 3b - 2c = -3$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x + 2y + 2z - 3 = 0$. Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $M(2;-3;1)$ và song song với (α) là $x + 2y + 2z + 2 = 0$.		
b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-2;3)$ và vuông góc với (α) là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}$.		
c) $(S)\colon (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 2$ là phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;-3)$ tiếp xúc với (α).		
d) Mặt cầu $(S)\colon (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ cắt (α) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.		

Câu 16. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Phát biểu	Đ	S
a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.		
b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.		
c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\dfrac{3}{5}$.		

Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

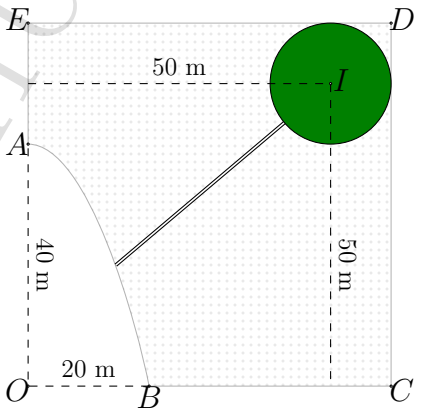
Phát biểu	Đ	S
d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+24=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 18. Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10 (m). Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu (*làm tròn đến hàng phần chục*) biết

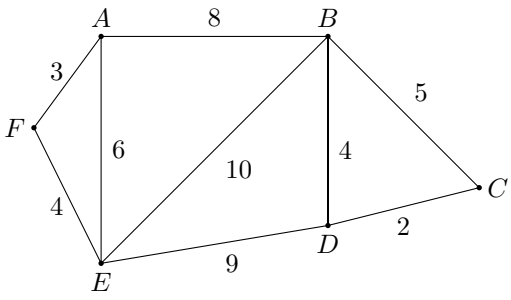
- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
- Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 (m) và 20 (m).
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 50 (m) và 50 (m).



KQ: ☐☐☐☐

Câu 19.

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc theo các con đường cần phải đi qua. Biết người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất người đưa thư có thể đi bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐



Câu 20. Có ba hộp đựng bi, hộp thứ nhất đựng 10 bi xanh, hộp thứ hai đựng 10 bi vàng, hộp thứ ba đựng 5 bi xanh và 5 bi vàng. Người ta chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó bốc ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp đó thì được cả 2 bi màu xanh. Hỏi nếu tiếp tục bốc thêm 1 viên bi nữa ở hộp đó (hai bi đã bốc trước đó không được trả lại vào hộp) thì xác suất bốc được bi xanh bằng $\frac{m}{n}$ với $m,\ n\in\mathbb{N}$ và $m,\ n$ nguyên tố cùng nhau, tính $m+n$. KQ: ☐☐☐☐

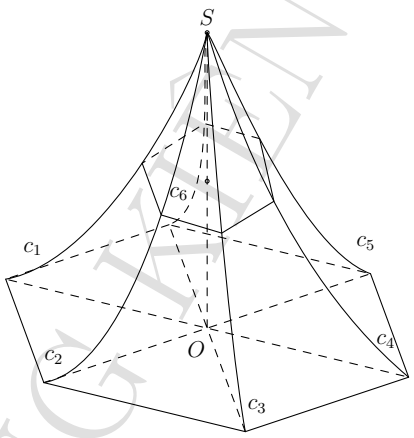
Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM, (*làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 22.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình "chóp lục giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều có đường chéo chính là 6 (m). Chiều cao $SO = 6$ (m) (SO vuông góc với mặt phẳng đáy tại O). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều và khi (α) khi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh 1 (m). Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó.

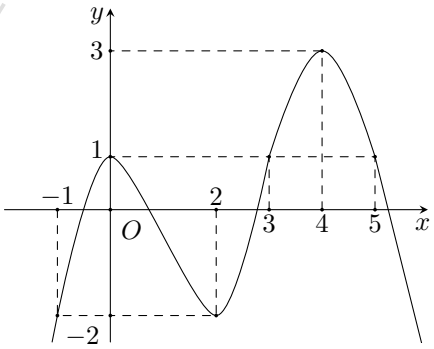
KQ: | | | | |



K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 **ĐỀ SỐ 48. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025**

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng



A. -2. **B.** -1.

C. 2. **D.** 3.

Câu 2. Hàm số nào trong các phương án dưới đây có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1

A. $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{x-1}$.

Câu 3. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 4.

Câu 4. Theo kết quả thống kê điểm kiểm tra giữa kì 2 môn Toán khối 12 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê là $s^2 = 0{,}578$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

A. 0,75. **B.** 0,76. **C.** 0,77. **D.** 0,78.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2$ là

A. $x^4 - \dfrac{3}{2}x^2 - x + C$. **B.** $x^4 - \dfrac{3}{2}x^2 + x + C$. **C.** $x^4 - x^3 + C$. **D.** $3x^4 - 3x^2 + C$.

ThS NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 6. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$ được kí hiệu là

A. $\int\limits_a^b F(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_a^b = f(a)-f(b)$.

B. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(a)-F(b)$.

C. $\int\limits_a^b F(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a)$.

D. $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Câu 7. Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	$[23;26)$	$[26;29)$	$[29;32)$	$[32;35)$	$[35;38)$
Tần số	24	57	42	29	8

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).

A. 4,9. **B.** 4,8. **C.** 5,0. **D.** 5,1.

Câu 8. Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{NM}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{NP}$. **D.** $\overrightarrow{PN}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 3x-2z+2=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(2;1;4)$. **B.** $C(4;2;3)$. **C.** $D(1;2;-4)$. **D.** $B(2;4;1)$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng

A. $y=x$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 12. Nếu cấp số cộng (u_n) có $u_1=4$, $u_2=12$ thì công sai của cấp số cộng đó bằng

A. 8. **B.** 3. **C.** -8. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	142	$\searrow$	8	$\nearrow$	38	$\searrow$	14

Phát biểu	Đ	S
a) Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 142.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(8;38)$.		
c) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{f(x)+14}$ không có tiệm cận đứng.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2-3\right)$ là 8.		

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $(C)\colon y=\sqrt{2x}$ và đường thẳng $(d)\colon y=2x-2$.

Phát biểu	Đ	S
a) Diện tích hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C)\colon y=\sqrt{2x}$, trục tung, trục hoành, $x=4$ bằng $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$.		
b) Diện tích hình phẳng H giới hạn bởi đường thẳng $(d)\colon y=2x-2$ và đồ thị $(C)\colon y=\sqrt{2x}$, và trục hoành bằng $\dfrac{5}{3}$.		
c) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d quanh trục Ox, $x=3$, $x=6$ bằng 165π.		
d) Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C)\colon y=\sqrt{2x}$, đường thẳng $(d)\colon y=2x-2$ và trục hoành. Thể tích của vật thể sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành là bằng $\dfrac{4\pi}{3}$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$ và điểm $M(-1;-3;-2)$.

Phát biểu	Đ	S
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-2;-3)$.		
b) Khoảng cách từ tâm I đến điểm M là $IM=2$.		
c) Điểm M nằm trong mặt cầu (S).		
d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $y-z+5=0$.		

Câu 16. Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố A: "Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I"; B: "Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I".

Phát biểu	Đ	S
a) $\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{16}{23}$.		
b) $\mathrm{P}\left(B\mid \overline{A}\right)=\dfrac{15}{23}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $\mathrm{P}\left(\overline{B}\mid A\right)=\dfrac{8}{23}$.		
d) $\mathrm{P}\left(\overline{B}\mid \overline{A}\right)=\dfrac{7}{23}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d\colon y=x+m$ cắt parabol $(P)\colon y=x^2-5x+4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\dfrac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

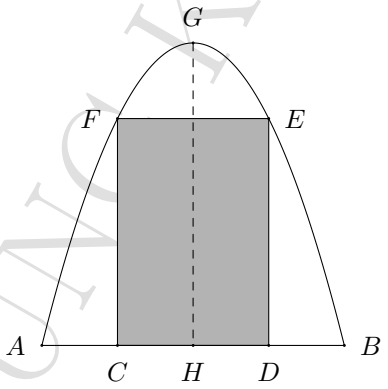
Ths. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 18. Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng? KQ: | | | | |

Câu 19.

Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá 1200000 đồng/m^2, còn lại các phần để trắng làm xiên hoa có giá 900000 đồng/m^2. Hỏi tổng số tiền (tính theo triệu đồng) để làm hai phần nói trên là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*) KQ: | | | | |



Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2\sqrt{3}$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$ và $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. KQ: | | | | |

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z + 24 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất. Tính $a + b + c$. KQ: | | | | |

Câu 22. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 12 gam hương liệu hòa tan, 9 lít nước và 315 gam đường để pha chế hai loại nước A và B. Để pha chế 1 lít nước loại A cần 45 gam đường, 1 lít nước và 0,5 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước loại B cần 15 gam đường, 1 lít nước và 2 gam hương liệu. Mỗi lít nước loại A nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước loại B nhận được 80 điểm thưởng. Để đội chơi được số điểm thưởng là lớn nhất thì cần pha chế a lít nước loại A và b lít nước loại B. Tính tổng $a + b$. KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 49. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		5		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(5;6)$.

Câu 2. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-4}{2x+3}$.

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -\dfrac{3}{2}$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		$-\frac{5}{6}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{121}{54}$	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-4x^2-2x+1$.
B. $y=-4x^4-2x^2+1$.
C. $y=\dfrac{-4x+4}{x+3}$.
D. $y=-4x^3-2x^2+5x+1$.

Câu 4. Cho bảng số liệu bên dưới. Tìm tứ phân vị Q_1, (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Nhóm	[66; 67)	[67; 68)	[68; 69)	[69; 70)	[70; 71)	[71; 72)	Tổng tần số
Tần số	24	25	33	33	26	29	170

A. $Q_1=67{,}74$.
B. $Q_1=69{,}09$.
C. $Q_1=70{,}48$.
D. $Q_1=78{,}5$.

Câu 5. Cho bảng số liệu bên dưới. Khi đó phương sai của mẫu số bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?

Nhóm	[40; 47)	[47; 54)	[54; 61)	[61; 68)	[68; 75)	Tổng tần số
Tần số	55	45	43	43	54	240

A. 57,38.
B. 13.
C. 106,97.
D. 34.

Câu 6. Tìm nguyên hàm $\displaystyle\int(-7x-7)\,\mathrm{d}x$.

A. $-7x^2-7x+C$.
B. $-14x+C$.
C. $-\dfrac{7x^2}{2}-7x+C$.
D. $-7+C$.

Câu 7. Tính tích phân $\displaystyle\int_5^8\frac{3}{x}\,\mathrm{d}x$.

A. $3\ln\dfrac{5}{8}$.
B. $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{5}{8}$.
C. $3\ln\dfrac{8}{5}$.
D. $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{8}{5}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(3;-1;-14)$ và $Q(2;-5;-11)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PQ}$.

A. $(6;5;154)$.
B. $(1;4;-3)$.
C. $(5;-6;-25)$.
D. $(-1;-4;3)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(4;10;-14)$ và $\vec{b}=(9;-4;-5)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $(36;-40;70)$.
B. $(-5;14;-9)$.
C. $(13;6;-19)$.
D. $(5;-14;9)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $D(-1;3;7)$ và nhận vectơ $\vec{n}=(1;-1;-5)$ làm véctơ pháp tuyến.

A. $-x+3y+7z+39=0$.
B. $x-y-5z+41=0$.
C. $x-y-5z+39=0$.
D. $x-y-5z-39=0$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 11. Phương trình $\sin\left(-2x+\dfrac{6\pi}{5}\right)=-\dfrac{1}{2}$ có nghiệm là

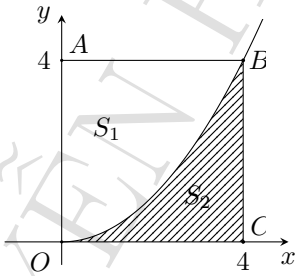
A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{41\pi}{60}-k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{60}-k\pi \end{array}\right.$.

Câu 12. Cho $P=\log_a\dfrac{b^8}{a^2}$ với $a>0, b>0$. Tìm khẳng định đúng.

A. $P=-2\log_a b$. **B.** $P=-2+8\log_a b$. **C.** $P=-16\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=2x+\mathrm{e}^x$ và $g(x)=\dfrac{1}{4}x^2$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+\mathrm{e}^x+C$.		
b) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2024$ là $F(x)=x^2+\mathrm{e}^x+2024$.		
c) $\displaystyle\int_0^4 g(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{16}{3}$.		
d) Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y=g(x)$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không tô màu và phần tô màu như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}=2$ 		

Câu 14. Cho hai hàm số $f(x)=2x$ và $g(x)=x\ln(x+1)$.

Phát biểu	Đ	S
a) $\displaystyle\int\left[f(x)+\dfrac{1}{x}\right]\,\mathrm{d}x=x^2+\ln x+C$.		
b) $\displaystyle\int[g(x)-2^x]\,\mathrm{d}x=x\cdot\int\ln(x+1)\,\mathrm{d}x-\int 2^x\,\mathrm{d}x$.		
c) $\displaystyle\int_{-2}^{4}\lvert f(x)\rvert\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}2x\,\mathrm{d}x-\int_{0}^{4}2x\,\mathrm{d}x$.		
d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $f(x)=2x$ và đồ thị $g(x)=x\ln(x+1)$ được tính bởi công thức $S=\displaystyle\int_0^{\mathrm{e}^2-1}\lvert x[\ln(x+1)-2]\rvert\,\mathrm{d}x$.		

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-13}{-4}=\dfrac{y+14}{5}=\dfrac{z-7}{-4}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y+4z-30=0$.

Phát biểu	Đ	S
a) (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-6;4)$.		
b) Điểm $A(21;-24;15)$ thuộc đường thẳng d.		
c) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=-13-4t\\y=14+5t\\z=6-4t\end{cases}$.		
d) Gọi $B(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y+4z-30=0$. Khi đó $a+b+c=0$.		

Câu 16. Một công ty kinh doanh máy lọc nước sau khi kiểm tra nhóm khách hàng mua sản phẩm của mình đã thu thập được các thông tin sau:

- Tất cả khách hàng đều mua ít nhất một chiếc máy lọc nước.
- Có 67% khách hàng mua nhiều hơn một chiếc máy lọc nước.
- Có 20% khách hàng mua máy lọc nước RO.
- Trong số những khách hàng mua nhiều hơn một máy lọc nước, có 14% mua máy lọc nước RO.

Gọi A là biến cố: "Khách hàng mua nhiều hơn một chiếc máy lọc nước"; B là biến cố: "Khách hàng mua máy lọc nước RO". Khi đó

Phát biểu	Đ	S
a) $P(\overline{A})=0{,}33$.		
b) $P(B\mid A)=0{,}14$.		
c) $P(A\mid B)=0{,}91$.		
d) Xác suất một khách hàng chỉ mua đúng một chiếc máy lọc nước và chiếc máy lọc nước đó không phải là máy lọc nước RO bằng 0,13.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một công ty tiến hành khai thác 8 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 149 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 8 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 4 thùng. Để công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt lớn nhất. KQ: ☐☐☐☐

Câu 18. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=4$ và đồ thị hàm số $y=3x^2-6x+4$ quanh trục Ox. Tính $\dfrac{V}{13}$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 19. Trên kệ có 15 cuốn sách, trong đó có 9 truyện cổ tích khác nhau. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một cuốn sách, sau đó đến lượt bạn Phúc lấy một cuốn khác từ kệ. Tính xác suất để bạn Phúc lấy được cuốn truyện cổ tích (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: ☐☐☐☐

ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025

Câu 20. Trong hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-4)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*). KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, có $AB = BC = 2$, $AD = 3$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính độ dài cạnh SA (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

Câu 22. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất là $0,6\%$ một tháng theo thỏa thuận: sau đúng một tháng kể từ ngày vậy thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ (biết rằng, tháng cuối cùng có thể trả dưới 9 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? KQ: | | | | |

K12 – CHUYÊN ĐỀ 12 ĐỀ SỐ 50. ĐỀ ÔN CHUẨN CẤU TRÚC 2025

1 Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

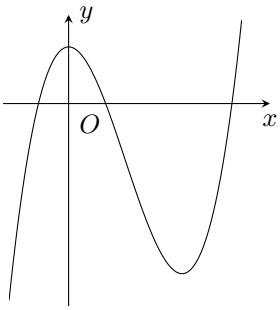
Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 2$.

Câu 3.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 4. Cho bảng số liệu thống kê chiều cao (cm) của một nhóm học sinh như sau:

155	158	160	162	165	168	170

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 15. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 5.

Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của một nhóm học sinh như hình bên. Tìm phương sai của mẫu số liệu trên (*kết quả làm tròn hàng phần trăm*).

Điểm	5	6	7	8	9
Số học sinh	2	3	5	4	1

A. 1,12. **B.** 1,26. **C.** 1,35. **D.** 1,16.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$ là

A. 2. **B.** $x^2 + C$. **C.** $2x^2 + C$. **D.** $2x + C$.

Câu 7. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^1 (x+1)\,\mathrm{d}x$.

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $(2;-3;5)$. **B.** $(4;1;-1)$. **C.** $(-2;3;-5)$. **D.** $(1;-3;5)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;2;-1)$ và $\vec{v}=(0;1;3)$. Tọa độ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;3;-2)$. **B.** $(1;3;2)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(0;2;-3)$.

Câu 10. Mặt cầu tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=2$.
C. $(x+1)^2+y^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 11. Với α là một số thực bất kỳ, ta luôn có

A. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha$. **B.** $\sin 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$.
C. $\sin 2\alpha=\sin^2\alpha$. **D.** $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

Câu 12. Cho x, y là các số thực dương tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_2 x^2=2\log_2 x$. **B.** $\log_2(xy)=\log_2 x+\log_2 y$.
C. $\log_2\left(\dfrac{x}{y}\right)=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 y}$. **D.** $\log_2 x=\dfrac{\log_3 x}{\log_3 2}$.

2 Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Một công ty muốn thiết kế một loại hộp giấy có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông và không có nắp. Thể tích của hộp là 32 (cm^3). Gọi x (cm) là độ dài cạnh đáy hộp $(x>0)$. Chi phí được tính phụ thuộc vào diện tích bề mặt của hộp (bao gồm diện tích xung quanh và diện tích đáy). Diện tích bề mặt của hộp được xác định bởi công thức $S(x)=x^2+\dfrac{128}{x}$ (cm^2), với $x>0$.

Phát biểu	Đ	S
a) Khi $x=2$, ta được $S(2)=68$.		
b) Đạo hàm của hàm số $S(x)$ là $S'(x)=2x-\dfrac{128}{x}$.		
c) Hàm số $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$ và đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $S(x)$ trên $(0;+\infty)$ là 48.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x}$.

Phát biểu	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.		
b) Một nguyên hàm của hàm số là $F(x)=x^2+5\ln\lvert x\rvert+C$.		
c) $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3+5\ln 2$.		
d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ quanh trục Ox là $V=(3+\ln 5)\pi$.		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, và $D(1;2;3)$.

TÀI LIỆU LUYỆN THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2025
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN

Phát biểu	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;3)$.		
b) Tích có hướng $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;3;2)$.		
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $6x+3y+2z-6=0$.		
d) Gọi E là hình chiếu vuông góc của D lên (ABC). Tọa độ điểm E là $\left(\frac{5}{49};\frac{86}{49};\frac{129}{49}\right)$.		

Câu 16. Một hộp bi gồm 5 bi xanh, 3 bi đỏ và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Gọi A là biến cố "lấy được hai viên bi cùng màu".

Phát biểu	Đ	S
a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^{2}$.		
b) Số phần tử của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_{5}^{2}+\mathrm{C}_{3}^{2}+\mathrm{C}_{2}^{2}$.		
c) Xác suất lấy được 2 viên bi khác màu là $\frac{14}{45}$.		
d) Nếu biết rằng trong hai viên bi lấy ra có 1 viên xanh thì xác suất lấy được 2 viên bi cùng màu là $\frac{2}{9}$.		

3 Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17. Một doanh nghiệp sản xuất x đơn vị sản phẩm, giá bán mỗi đơn vị sản phẩm là $p(x)=100-0{,}5x$ (nghìn đồng). Chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x)=0{,}25x^2+10x$ (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

KQ: | | | | |

Câu 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=x$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: | | | | |

Câu 19. Trong một hệ thống định vị, một tàu ngầm đang ở vị trí $A(200;-150;-300)$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và di chuyển theo đường thẳng có phương trình: $\frac{x-200}{40}=\frac{y+150}{-30}=\frac{z+300}{10}$. Một trạm quan sát trên mặt nước (mặt phẳng Oxy) phát hiện tàu ở vị trí E có độ sâu (so với mặt nước) là -290 mét. Tính AE (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mét*).

KQ: | | | | |

Câu 20. Có hai hộp bi. Hộp I có 3 bi xanh, 2 bi đỏ. Hộp II có 4 bi xanh, 1 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra một viên bi. Tính xác suất để viên bi lấy ra màu xanh (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CD (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị độ*).

KQ: | | | | |

Câu 22. Một công ty vận tải cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Có hai loại xe A và B. Xe A chở được 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở được 10 người và 1,5 tấn hàng. Giá thuê một xe A là 4 triệu đồng, một xe B là 3 triệu đồng. Tính chi phí thấp nhất mà công ty có thể thuê được (*đơn vị: triệu đồng*).

KQ: | | | | |

THPT LÊ TRỌNG TẤN – ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN
ThS. NGUYỄN HỮU CHUNG KIÊN