

# BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### Kiến thức cần nhớ

#### I. Phương trình tích

Để giải phương trình tích  $(ax+b)(cx+d)=0$ , ta giải phương trình  $ax+b=0$  và  $cx+d=0$ . Sau đó lấy tất cả các nghiệm của chúng.

**\*) Nhận xét:** Đối với phương trình được đưa về dạng tích, ta thực hiện việc giải phương trình theo hai bước:

**Bước 1:** Đưa phương trình về phương trình tích  $(ax+b)(cx+d)=0$

**Bước 2:** Giải phương trình tích tìm được.

#### II. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

\*Đối với phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta thường đặt điều kiện cho ẩn để tất cả các mẫu thức trong phương trình đều khác 0 và đó gọi là điều kiện xác định (viết tắt là ĐKXĐ) của phương trình.

\* Các bước giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

- **Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của phương trình.

- **Bước 2:** Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

- **Bước 3:** Giải phương trình vừa tìm được.

- **Bước 4:** Kết luận. Trong các giá trị tìm được của ẩn ở bước 3, giá trị nào thỏa mãn ĐKXĐ chính là nghiệm của phương trình đã cho.

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tích

A.  $(2x+1)(x-2)=1$

B.  $x(x-2)+(6x+5)(x+1)=0$

C.  $x-5=-2x+3$

D.  $(x+4)(5-2x)=0$

**Câu 2:** Phương trình  $5(x+2)(2x-1)=0$  có mấy nghiệm

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô nghiệm

**Câu 3:** Tất cả các nghiệm của phương trình  $(x-3)(2x+4)=0$  là:

A.  $x=3$

B.  $x=-2$

C.  $x=3$  và  $x=-2$

D.  $x=4$

**Câu 4:** Có mấy bước để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 5:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{4x-1}{x+2} + 1 = \frac{3}{x-3}$  là:

A.  $x \neq -2$

B.  $x \neq 3$

C.  $x \neq -2$  và  $x \neq 3$

D.  $x = -2$  và  $x = 3$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 6:** Tập nghiệm của phương trình  $(3x+1)(2-3x) = 0$  là:

A.  $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{2}{3} \right\}$

B.  $S = \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$

C.  $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{-2}{3} \right\}$

D.  $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

**Câu 7:** Phương trình  $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$  có nghiệm là:

A.  $x = 5$

B.  $x = 6$

C.  $x = 8$

D.  $x = 10$

**Câu 8:**  $x = -2$  là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A.  $x^2 + 7x = 0$

B.  $(3x+2)^2 - 4x^2 = 0$

C.  $2x(x+6) + 5(x+6) = 0$

D.  $x(3x+5) - 6x - 10 = 0$

**Câu 9:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$

A.  $x \neq 0$

B.  $x \neq 0$  và  $x \neq 1$

C.  $x \neq 1$

D.  $x \neq 1$  và  $x \neq 2$

**Bài 10:** Tập nghiệm của phương trình  $x(3x+5) - 6x - 10 = 0$  là:

A.  $S = \left\{ \frac{-5}{3}; 2 \right\}$

B.  $S = \left\{ \frac{5}{3}; 2 \right\}$

C.  $S = \left\{ \frac{5}{3}; -2 \right\}$

D.  $S = \left\{ \frac{-5}{3}; -2 \right\}$

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

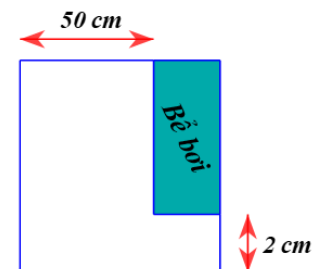
**Câu 11:** Trong một khu đất có dạng hình vuông, người ta dành một mảnh đất, có dạng hình chữ nhật ở góc khu đất để làm bể bơi (hình vẽ). Biết diện tích bể bơi bằng  $1250 \text{ cm}^2$ . Tính độ dài cạnh khu đất đó.

A.  $72m$

B.  $73m$

C.  $74m$

D.  $75m$



Hình 1

**Câu 12:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x}$ ;  $B = \frac{x-5}{9x^2-1}$ . Với giá trị nào của  $x$  thì hai biểu thức  $A$  và  $B$  có cùng một giá trị?

A. 0

B. 1

C. 5

D. 7

**Câu 13:** Cho phương trình  $\frac{1}{x+1} - \frac{2x^2 - m}{x^3 + 1} = \frac{4}{x^2 - x + 1}$ . Biết  $x = 0$  là một nghiệm của phương trình. Tìm các nghiệm còn lại.

A.  $x = -5$

B.  $x = 5$

C.  $x = 2$

D.  $x = -1$

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{16}{x^2 - 4}$  là:

A.  $x = -2$

B.  $x = 2$

C. Vô nghiệm

D.  $x = -2$  và  $x = 2$

**Câu 15:** Độ cao  $h$  (mét) của một quả bóng gôn sau khi được đánh  $t$  giây được cho bởi công thức  $h = t(20 - 5t)$ . Có thể tính được thời gian bay của quả bóng từ khi được đánh đến khi chạm đất không?

A. 10 giây

B. 12 giây

C. 20 giây

D. 25 giây

#### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 16:** Trong một khu vườn hình vuông có cạnh bằng 15m người ta làm một lối đi xung quanh có bề rộng là  $x$  (m). Để diện tích phần đất còn lại là  $169\text{m}^2$  thì bề rộng  $x$  của lối đi là bao nhiêu?

A.  $0,5\text{m}$

B.  $1\text{m}$

C.  $1,5\text{m}$

D.  $2\text{m}$

**Câu 17:** Một doanh nghiệp sử dụng than để sản xuất. Doanh nghiệp đó lập kế hoạch tài chính cho việc loại bỏ chất ô nhiễm trong khí thải theo dự kiến sau: Để loại bỏ  $p\%$  chất ô nhiễm trong khí thải thì chi phí  $C$  (triệu đồng) được tính theo công thức  $C = \frac{80}{100 - p}$ , với  $0 \leq p < 100$ . Với chi phí là 420 triệu đồng thì doanh nghiệp loại bỏ được bao nhiêu phần trăm chất gây ô nhiễm trong khí thải (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

A. 90%

B. 99%

C. 99,8%

D. 98,9%.

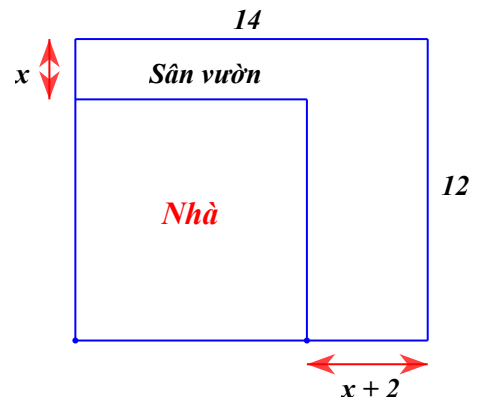
**Câu 18:** Bác An có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều dài 14m và chiều rộng 12m. Bác dự định xây nhà trên mảnh đất đó và dành một phần diện tích để làm sân vườn như hình vẽ. Biết diện tích đất làm nhà là  $100\text{m}^2$ . Hỏi  $x$  bằng bao nhiêu mét?

A.  $1,5\text{m}$

B.  $1,75\text{m}$

C.  $2\text{m}$

D.  $2,2\text{m}$ .



**Câu 19:** Phương trình  $x^3 + 8 = x^2 - 4$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm

B. 2 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. Vô nghiệm.

**Câu 20:** Biết nồng độ muối của nước biển là 3,5% và khối lượng riêng của nước biển là 1020 g/ml. Từ 2 lít nước biển như thế, người ta hòa tan thêm muối để được dung dịch có nồng độ muối là 20%. Tính khối lượng muối cần thêm.

A. 420,7 (g)

B. 420,75 (g)

C. 420 (g)

D. 420,5 (g)

### C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

#### Dạng 1. Giải phương trình tích

##### Phương pháp giải

- Muốn giải phương trình  $(a_1x + b_1)(a_2x + b_2) = 0$ , ta giải hai phương trình  $a_1x + b_1 = 0$  và  $a_2x + b_2 = 0$ , rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.
- Đối với phương trình đưa được về dạng tích, ta thực hiện việc giải phương trình theo hai bước:

**Bước 1:** Đưa phương trình về phương trình tích  $(a_1x + b_1)(a_2x + b_2) = 0$ .

**Bước 2:** Giải phương trình tích tìm được.

**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

a)  $(2x + 1)(3x - 1) = 0$ ;

b)  $(3x + 1)(2 - 3x) = 0$ ;

c)  $(x + 5)(3x - 9) = 0$ ;

d)  $3x \cdot (x + 7) = 0$ .

**Bài 2.** Giải các phương trình sau:

a)  $(x - 7)(5x + 4) = 0$ ;

b)  $(2x + 9)\left(\frac{2}{3}x - 5\right) = 0$ ;

c)  $(4x - 5)\left(\frac{6x - 1}{3} + 1\right) = 0$ ;

d)  $\left(\frac{2 + x}{4} - \frac{x}{5}\right)\left(\frac{3x + 5}{6} - \frac{13x - 1}{9}\right) = 0$ .

**Bài 3.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $x^2 + 7x = 0$ ;

b)  $(3x + 2)^2 - 4x^2 = 0$ ;

c)  $2x(x + 6) + 5(x + 6) = 0$ ;

d)  $x(3x + 5) - 6x - 10 = 0$ .

**Bài 4.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $(2x - 3)^2 = (x + 7)^2$ ;

b)  $x^2 - 9 = 3(x + 3)$ ;

c)  $x^2 - x = -2x + 2$ ;

d)  $x^2 - 3x = 2x - 6$ .

**Bài 5.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $3x^2 - 11x + 6 = 0$ ;

b)  $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ ;

c)  $x^3 + 2x - 3 = 0$ ;

d)  $x^3 + 8 = x^2 - 4$ .

**Dạng 2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất****Phương pháp giải**

- **Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của phương trình.  
**Bước 2:** Quy đồng mẫu thức hai vế của phương trình, rồi khử mẫu.  
**Bước 3:** Giải phương trình vừa nhận được.  
**Bước 4:** Xét mỗi giá trị tìm được ở Bước 3, giá trị nào thoả mãn điều kiện xác định thì đó là nghiệm của phương trình đã cho.

**Bài 6.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x+6}{x+5} + \frac{3}{2} = 2;$

b)  $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)};$

c)  $\frac{x^2}{2-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3};$

d)  $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}.$

**Bài 7.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{(x+1)(x-2)};$

b)  $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-2}{x} = 2;$

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1};$

d)  $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+1} = \frac{2x+5}{(x-2)(x+1)}.$

**Bài 8.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{2x+5}{x+3} + 1 = \frac{4}{x^2+2x-3} - \frac{3x-1}{1-x};$

b)  $\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2};$

c)  $5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} + \frac{3x-1}{x-4};$

d)  $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} = \frac{3}{1-x}.$

**Bài 9.** Cho phương trình  $\frac{x-2}{x-4} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{3}$  trong đó  $m$  là một số cho trước. Biết  $x=5$  là một trong các nghiệm của phương trình, tìm các nghiệm còn lại.

**Bài 10.** Cho phương trình  $\frac{2x+m}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x+1}$ . Chứng minh rằng nếu  $x = \frac{1}{3}$  là một nghiệm của phương trình thì phương trình còn có một nghiệm nguyên.

**Dạng 3. Giải quyết một số bài toán thực tế liên quan****Phương pháp giải**

➤ ***Giải bài toán thực tế bằng cách lập phương trình như sau:***

***Bước 1: Lập phương trình***

- ***Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.***
- ***Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.***
- ***Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.***

***Bước 2: Giải phương trình***

***Bước 3: Trả lời***

***Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không rồi kết luận.***

- Bài 11.** Một người đi xe máy từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc  $45 \text{ km/h}$ . Lúc về người đó đi với vận tốc  $40 \text{ km/h}$  nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là  $10$  phút. Tính quãng đường  $AB$ .
- Bài 12.** Một xe khách khởi hành từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc  $50 \text{ km/h}$ . Sau đó  $30$  phút, một xe con xuất phát từ  $B$  để đi đến  $A$  với vận tốc  $60 \text{ km/h}$ . Biết quãng đường  $AB$  dài  $80 \text{ km}$ . Hỏi sau bao lâu kể từ khi xe khách khởi hành, hai xe gặp nhau?
- Bài 13.** Một công nhân dự kiến làm  $60$  sản phẩm trong một ngày. Do cải tiến kỹ thuật, anh đã làm được  $80$  sản phẩm một ngày. Vì vậy, anh đã hoàn thành kế hoạch sớm  $2$  ngày và còn làm thêm được  $40$  sản phẩm nữa. Tính số sản phẩm anh công nhân phải làm theo kế hoạch.
- Bài 14.** Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là  $48 \text{ m}$ . Nếu tăng chiều rộng lên  $4$  lần và chiều dài lên  $3$  lần thì chu vi của khu vườn sẽ là  $162 \text{ m}$ . Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.
- Bài 15.** Một công nhân dự kiến làm  $33$  sản phẩm trong một thời gian nhất định. Trước khi thực hiện, xí nghiệp giao thêm cho người đó  $29$  sản phẩm nữa. Do đó mặc dù mỗi giờ người đó đã làm thêm  $3$  sản phẩm nhưng vẫn hoàn thành chậm hơn dự kiến  $1 \text{ giờ } 30 \text{ phút}$ . Tính năng suất dự kiến.

**C. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:****BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>D</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>A</b> |
| 11       | 12       | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       |
| <b>D</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>B</b> |

**HƯỚNG DẪN****I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT**

**Câu 1:** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tích

**A.**  $(2x+1)(x-2)=1$

**B.**  $x(x-2)+(6x+5)(x+1)=0$

**C.**  $x-5=-2x+3$

**D.**  $(x+4)(5-2x)=0$

**Câu 2:** Phương trình  $5(x+2)(2x-1)=0$  có mấy nghiệm

**A. 1**

**B. 2**

**C. 3**

**D. Vô nghiệm**

**Câu 3:** Tất cả các nghiệm của phương trình  $(x-3)(2x+4)=0$  là:

**A.**  $x=3$

**B.**  $x=-2$

**C.**  $x=3$  và  $x=-2$

**D.**  $x=4$

**Câu 4:** Có mấy bước để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

**A. 1**

**B. 2**

**C. 3**

**D. 4**

**Câu 5:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{4x-1}{x+2}+1=\frac{3}{x-3}$  là:

**A.**  $x \neq -2$

**B.**  $x \neq 3$

**C.**  $x \neq -2$  và  $x \neq 3$

**D.**  $x = -2$  và  $x = 3$

**II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU**

**Câu 6:** Tập nghiệm của phương trình  $(3x+1)(2-3x)=0$  là:

**A.**  $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{2}{3} \right\}$

**B.**  $S = \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$

**C.**  $S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{-2}{3} \right\}$

**D.**  $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

**HD:**

Ta có  $(3x+1)(2-3x)=0$  nên  $3x+1=0$  hoặc  $2-3x=0$

$$+ 3x + 1 = 0 \text{ hay } 3x = -1, \text{ suy ra } x = -\frac{1}{3}$$

$$+ 2 - 3x = 0 \text{ hay } 3x = 2, \text{ suy ra } x = \frac{2}{3}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right\}$ .

**Câu 7:** Phương trình  $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$  có nghiệm là:

**A.**  $x = 5$

**B.**  $x = 6$

**C.**  $x = 8$

**D.**  $x = 10$

**HD:**

Điều kiện  $x \neq 2; x \neq 3$

Ta có:  $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$

$$2(x-3) - 3(x-2) = 3x-20$$

$$2x - 6 - 3x + 6 = 3x - 20$$

$$-4x = -20$$

$$x = 5 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = 5$

**Câu 8:**  $x = -2$  là nghiệm của phương trình nào sau đây:

**A.**  $x^2 + 7x = 0$

**B.**  $(3x+2)^2 - 4x^2 = 0$

**C.**  $2x(x+6) + 5(x+6) = 0$

**D.**  $x(3x+5) - 6x - 10 = 0$

**HD:**

C1: Ta thử  $x = -2$  vào từng phương trình, nếu hai vế của phương trình cùng bằng 0 thì nó là nghiệm.

C2: Giải từng phương trình ra thấy  $x = -2$  là nghiệm của phương trình  $(3x+2)^2 - 4x^2 = 0$ .

**Câu 9:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$

**A.**  $x \neq 0$

**B.**  $x \neq 0$  và  $x \neq 1$

**C.**  $x \neq 1$

**D.**  $x \neq 1$  và  $x \neq 2$

**HD:**

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^3-1 \neq 0 \\ x^2+x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ (x-1)(x^2+x+1) \neq 0 \\ x^2+x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ do } x^2+x+1 > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

**Bài 10:** Tập nghiệm của phương trình  $x(3x+5)-6x-10=0$  là:

**A.**  $S = \left\{ \frac{-5}{3}; 2 \right\}$

**B.**  $S = \left\{ \frac{5}{3}; 2 \right\}$

**C.**  $S = \left\{ \frac{5}{3}; -2 \right\}$

**D.**  $S = \left\{ \frac{-5}{3}; -2 \right\}$

**HD:**

$$x(3x+5)-6x-10=0$$

$$x(3x+5)-2(3x+5)=0$$

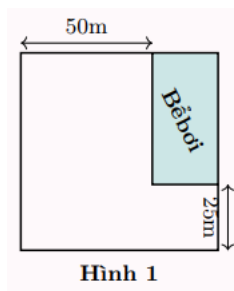
$$x-2=0 \text{ hoặc } 3x+5=0$$

$$x=2 \text{ hoặc } x=-\frac{5}{3}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \left\{ -\frac{5}{3}; 2 \right\}$ .

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 11:** Trong một khu đất có dạng hình vuông, người ta dành một mảnh đất, có dạng hình chữ nhật ở góc khu đất để làm bể bơi (hình vẽ). Biết diện tích bể bơi bằng  $1250 \text{ cm}^2$ . Tính độ dài cạnh khu đất đó.



**A.**  $72m$

**B.**  $73m$

**C.**  $74m$

**D.**  $75m$

**HD:**

Gọi độ dài cạnh khu đất có dạng hình vuông là  $x$  (m).

Khi đó, mảnh đất có dạng hình chữ nhật để làm bể bơi có các kích thước là  $x-50$  (m), ( $x > 50$ ) và  $x-25$  (m).

Do đó, diện tích của mảnh đất là  $(x-50)(x+25)$  ( $\text{cm}^2$ )

Giải phương trình  $(x-50)(x+25)=1250$

$$(x-50)(x+25)-1250=0$$

$$x^2-75x=0$$

$$x(x-75)=0$$

$$x=0 \text{ hoặc } x=75$$

Do  $x > 50$  nên  $x = 75$ .

**Bài 12:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x}$ ;  $B = \frac{x-5}{9x^2-1}$ . Với giá trị nào của  $x$  thì hai biểu thức  $A$  và  $B$  có cùng một giá trị?

A.0

B. 1

C.5

D.7

HD :

$$A = B \Rightarrow \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x} = \frac{x-5}{9x^2-1} \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } x \neq \pm \frac{1}{3}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{3}{3x+1} - \frac{2}{3x-1} = \frac{x-5}{(3x+1)(3x-1)}$$

$$3(3x-1) - 2(3x+1) = x-5$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Vậy khi  $x = 0$  thì  $A = B$ .

**Câu 13:** Cho phương trình  $\frac{1}{x+1} - \frac{2x^2-m}{x^3+1} = \frac{4}{x^2-x+1}$ . Biết  $x = 0$  là một nghiệm của phương trình. Tìm các nghiệm còn lại.

A.  $x = -5$ B.  $x = 5$ C.  $x = 2$ D.  $x = -1$ 

HD:

$$+ \text{ Thay } x = 0 \text{ vào phương trình ta được } \frac{1}{1} - \frac{0-m}{0+1} = \frac{4}{0-0+1} \Rightarrow 1+m=4 \Rightarrow m=3$$

+ Thay  $x = 3$  vào phương trình ta được

$$\frac{1}{x+1} - \frac{2x^2-3}{x^3+1} = \frac{4}{x^2-x+1} \quad (\text{ĐKXĐ } x \neq -1)$$

$$x^2-x+1-x^2+=4(x+1)$$

$$-x^2-5x=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=-5 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy  $x = -5$  là nghiệm còn lại của phương trình

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$  là:

- A.  $x = -2$                       B.  $x = 2$                       C. Vô nghiệm                      D.  $x = -2$  và  $x = 2$

**HD:**

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Ta có

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$$

$$\frac{(x+2)(x+2)}{(x-2)} - \frac{(x-2)(x-2)}{(x+2)} = \frac{16}{(x+2)(x-2)}$$

$$(x+2)(x+2) - (x-2)(x-2) = 16$$

$$8x = 16$$

$$x = 2 \text{ (thỏa mãn đk)}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là  $x = 2$ .

**Câu 15:** Độ cao  $h$  (mét) của một quả bóng gôn sau khi được đánh  $t$  giây được cho bởi công thức  $h = t(20 - 5t)$ . Có thể tính được thời gian bay của quả bóng từ khi được đánh đến khi chạm đất không?

- A. 10 giây                      B. 12 giây                      C. 20 giây                      D. 25 giây

**HD:**

Quả bóng chạm đất khi  $h(t) = 0$ , do đó ta giải phương trình:  $t(20 - t) = 0$

Suy ra  $t = 0$  hoặc  $20 - t = 0$

Suy ra  $t = 0$  hoặc  $t = 20$

Vậy thời gian của quả bóng từ khi được đánh đến khi chạm đất là  $20 - 0 = 20$  giây.

#### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 16:** Trong một khu vườn hình vuông có cạnh bằng 15m người ta làm một lối đi xung quanh có bề rộng là  $x$  (m). Để diện tích phần đất còn lại là  $169\text{m}^2$  thì bề rộng  $x$  của lối đi là bao nhiêu?

- A.  $0,5\text{m}$                       B.  $1\text{m}$                       C.  $1,5\text{m}$                       D.  $2\text{m}$

**HD:**

Phần đất còn lại vẫn là hình vuông có cạnh  $15 - 2x$  (m) nên diện tích phần đất còn lại là  $(15 - 2x)^2$

Do cạnh của hình vuông là một số dương nên  $15 - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{15}{2}$

Theo bài ra ta có phương trình  $(15 - 2x)^2 = 169$ . Khi đó:

$$(15 - 2x)^2 - 13^2 = 0$$

$$(15 - 2x - 13)(15 - 2x + 13) = 0$$

$$(2 - 2x)(28 - 2x) = 0$$

$$+ 2 - 2x = 0 \text{ suy ra } x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ 28 - 2x = 0 \text{ suy ra } x = 14 \text{ (loại)}$$

Vậy lối đi rộng 1(m).

**Câu 17:** Một doanh nghiệp sử dụng than để sản xuất. Doanh nghiệp đó lập kế hoạch tài chính cho việc loại bỏ chất ô nhiễm trong khí thải theo dự kiến sau: Để loại bỏ  $p\%$  chất ô nhiễm trong khí thải thì chi phí  $C$

(triệu đồng) được tính theo công thức  $C = \frac{80}{100 - p}$ , với  $0 \leq p < 100$ . Với chi phí là 420 triệu đồng thì

doanh nghiệp loại bỏ được bao nhiêu phần trăm chất gây ô nhiễm trong khí thải (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**A.** 90%

**B.** 99%

**C.** 99,8%

**D.** 98,9%.

HD :

Theo đề bài ta có phương trình

$$420 = \frac{80}{100 - p}$$

$$\frac{420(100 - p)}{100 - p} = \frac{80}{100 - p}$$

$$420(100 - p) = 80$$

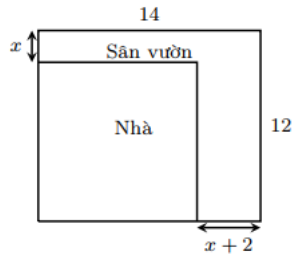
$$42000 - 420p = 80$$

$$420p = 41920$$

$$p \approx 99,8 \text{ ( thỏa mãn } 0 \leq p < 100 \text{ )}$$

Vậy với 420 triệu đồng thì doanh nghiệp loại bỏ được 99,8% chất gây ô nhiễm môi trường.

**Câu 18:** Bác An có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều dài 14m và chiều rộng 12m. Bác dự định xây nhà trên mảnh đất đó và dành một phần diện tích để làm sân vườn như hình vẽ. Biết diện tích đất làm nhà là  $100\text{m}^2$ . Hỏi  $x$  bằng bao nhiêu mét?



A. 1,5m

B. 1,75m

C. 2m

D. 2,2m .

HD:

Diện tích làm nhà là  $(12-x)[14-(x+2)] = (12-x)(12-x)(m^2)$  với điều kiện  $0 < x < 12$

Vì diện tích đất làm nhà là  $100m^2$  nên ta có phương trình

$$(12-x)(12-x) = 100$$

$$(12-x)^2 - 10^2 = 0$$

$$(12-x-10)(12-x+10) = 0$$

$$(2-x)(22-x) = 0$$

$$+2-x=0 \Rightarrow x=2$$

$$+22-x=0 \Rightarrow x=22 \text{ (loại)}$$

Vậy  $x = 2$  (m)

**Câu 19:** Phương trình  $x^3 + 8 = x^2 - 4$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm

B. 2 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. Vô nghiệm.

HD:

$$x^3 + 8 = x^2 - 4$$

$$(x+2)(x^2-2x+4) - (x+2)(x-2) = 0$$

$$(x+2)(x^2-2x+4-x+2) = 0$$

$$(x+2)(x^2-3x+6) = 0$$

$$\text{Vì } x^2 - 3x + 6 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ nên } x+2=0, \text{ suy ra } x=-2$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-2\}$ .

**Câu 20:** Biết nồng độ muối của nước biển là 3,5% và khối lượng riêng của nước biển là 1020 g/ml. Từ 2 lít nước biển như thế, người ta hòa tan thêm muối để được dung dịch có nồng độ muối là 20%. Tính khối lượng muối cần thêm.

A. 420,7 (g)

B. 420,75 (g)

C. 420 (g)

D. 420,5 (g).

HD:

Khối lượng của 2 lít nước biển là  $1020.2 = 2040$  (g)

Khối lượng muối trong 2 lít nước biển là  $2040.3,5\% = 71,4$  (g)

Gọi khối lượng muối cần hòa thêm 2 lít nước biển như thế để được dung dịch có nồng độ muối là 20% là  $x$  (g)  $x > 0$ . Ta có phương trình

$$\frac{71,4 + x}{2040 + x} = \frac{20}{100}$$

Giải phương trình  $\frac{100.(71,4 + x)}{100.(2040 + x)} = \frac{20.(2040 + x)}{100.(2040 + x)}$

$$100.(71,4 + x) = 20.(2040 + x)$$

$$7140 + 100x = 40800 + 20x$$

$$x = 420,75 \text{ (thỏa mãn, } x > 0 \text{)}$$

Vậy cần thêm 420,75 (g) muối vào 2 lít nước biển ban đầu để được dung dịch có nồng độ muối là 20%

## E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

### Dạng 1. Giải phương trình tích

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a)  $(2x + 1)(3x - 1) = 0$ ;

b)  $(3x + 1)(2 - 3x) = 0$ ;

c)  $(x + 5)(3x - 9) = 0$ ;

d)  $3x \cdot (x + 7) = 0$ .

### Lời giải

a) Ta có  $(2x + 1)(3x - 1) = 0$

$$2x + 1 = 0 \text{ hoặc } 3x - 1 = 0$$

$$2x = -1 \text{ hoặc } 3x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ hoặc } x = \frac{1}{3}.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right\}.$$

c) Ta có  $(x + 5)(3x - 9) = 0$

$$x + 5 = 0 \text{ hoặc } 3x - 9 = 0$$

$$x + 5 = 0 \text{ hoặc } 3x = 9$$

$$x = -5 \text{ hoặc } x = 3.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S = \{-5; 3\}.$$

b) Ta có  $(3x + 1)(2 - 3x) = 0$

$$3x + 1 = 0 \text{ hoặc } 2 - 3x = 0$$

$$3x = -1 \text{ hoặc } -3x = -2$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{2}{3}.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right\}$$

d) Ta có  $3x(x + 7) = 0$

$$3x = 0 \text{ hoặc } x + 7 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = -7.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S = \{-7; 0\}.$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a)  $(x-7)(5x+4)=0$ ;

b)  $(2x+9)\left(\frac{2}{3}x-5\right)=0$ ;

c)  $(4x-5)\left(\frac{6x-1}{3}+1\right)=0$ ;

d)  $\left(\frac{2+x}{4}-\frac{x}{5}\right)\left(\frac{3x+5}{6}-\frac{13x-1}{9}\right)=0$ .

**Lời giải**

a) Ta có  $(x-7)(5x+4)=0$

$x-7=0$  hoặc  $5x+4=0$

$x=7$  hoặc  $5x=-4$

$x=7$  hoặc  $x=-\frac{4}{5}$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S=\left\{-\frac{4}{5}; 7\right\}.$$

c) Ta có  $(4x-5)\left(\frac{6x-1}{3}+1\right)=0$

$4x-5=0$  hoặc  $\frac{6x-1}{3}+1=0$

$4x=5$  hoặc  $\frac{6x-1}{3}=-1$

$x=\frac{5}{4}$  hoặc  $x=-\frac{1}{3}$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S=\left\{-\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right\}.$$

b) Ta có  $(2x+9)\left(\frac{2}{3}x-5\right)=0$

$2x+9=0$  hoặc  $\frac{2}{3}x-5=0$

$2x=-9$  hoặc  $\frac{2}{3}x=5$

$x=-\frac{9}{2}$  hoặc  $x=\frac{15}{2}$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S=\left\{-\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right\}.$$

d) Ta có  $\left(\frac{2+x}{4}-\frac{x}{5}\right)\left(\frac{3x+5}{6}-\frac{13x-1}{9}\right)=0$

$\frac{2+x}{4}-\frac{x}{5}=0$  hoặc  $\frac{3x+5}{6}-\frac{13x-1}{9}=0$

$5(x+2)-4x=0$  hoặc

$9(3x+5)-6(13x-1)=0$

$x+10=0$  hoặc  $-51x+51=0$

$x=-10$  hoặc  $x=1$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

$$S=\{-10; 1\}.$$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $x^2+7x=0$

b)  $(3x+2)^2-4x^2=0$

c)  $2x(x+6)+5(x+6)=0$

d)  $x(3x+5)-6x-10=0$

**Lời giải**

a)  $x^2+7x=0$

$x(x+7)=0$

$x=0$  hoặc  $x+7=0$

$x=0$  hoặc  $x=-7$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\{-7; 0\}$ 

b)  $(3x+2)^2-4x^2=0$

$(3x+2+2x)(3x+2-2x)=0$

$(5x+2)(x+2)=0$

$5x+2=0$  hoặc  $x+2=0$

$x=-\frac{2}{5}$  hoặc  $x=-2$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\left\{-\frac{2}{5}; -2\right\}$

c)  $2x(x+6)+5(x+6)=0$

$(2x+5)(x+6)=0$

$2x+5=0$  hoặc  $x+6=0$

$x=-\frac{5}{2}$  hoặc  $x=-6$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm

$S=\left\{-\frac{5}{2};-6\right\}$ .

d)  $x(3x+5)-6x-10=0$

$x(3x+5)-2(3x+5)=0$

$x-2=0$  hoặc  $3x+5=0$

$x=2$  hoặc  $x=-\frac{5}{3}$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\left\{-\frac{5}{3};2\right\}$ .

**Bài 4.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $(2x-3)^2=(x+7)^2$

b)  $x^2-9=3(x+3)$

c)  $x^2-x=-2x+2$

d)  $x^2-3x=2x-6$

**Lời giải**

a)  $(2x-3)^2=(x+7)^2$

$(2x-3)^2-(x+7)^2=0$

$[(2x-3)-(x+7)][(2x-3)+(x+7)]=0$

$(x-10)(3x+4)=0$

$x-10=0$  hoặc  $3x+4=0$

$x=10$  hoặc  $x=-\frac{4}{3}$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\left\{-\frac{4}{3};10\right\}$ .

c)  $x^2-x=-2x+2$

$x^2-x+2x-2=0$

$x(x-1)+2(x-1)=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x+2=0$  hoặc  $x-1=0$

$x=-2$  hoặc  $x=1$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\{-2;1\}$ .

b)  $x^2-9=3(x+3)$

$(x+3)(x-3)-3(x+3)=0$

$(x+3)[(x-3)-3]=0$

$(x+3)(x-6)=0$

$x+3=0$  hoặc  $x-6=0$

$x=-3$  hoặc  $x=6$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\{-3;6\}$ .

d)  $x^2-3x=2x-6$

$x^2-3x-2x+6=0$

$x(x-3)-2(x-3)=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x-2=0$  hoặc  $x-3=0$

$x=2$  hoặc  $x=3$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S=\{2;3\}$ .

**Bài 5.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a)  $3x^2-11x+6=0$

b)  $-2x^2+5x+3=0$

c)  $x^3+2x-3=0$

d)  $x^3+8=x^2-4$

**Lời giải**

a)  $3x^2-11x+6=0$

$3x^2-9x-2x+6=0$

$3x(x-3)-2(x-3)=0$

$(3x-2)(x-3)=0$

b)  $-2x^2+5x+3=0$

$-2x^2+6x-x+3=0$

$-2x(x-3)-(x-3)=0$

$(x-3)(-2x-1)=0$

$$x - 3 = 0 \text{ hoặc } 3x - 2 = 0$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = \frac{2}{3}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{2}{3}; 3 \right\}$ .

c)  $x^3 + 2x - 3 = 0$

$$x^3 - 1 + 2x - 2 = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) + 2(x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x + 3) = 0$$

$$\text{Vì } x^2 + x + 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \text{ nên } x - 1 = 0,$$

suy ra  $x = 1$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{1\}$ .

$$x - 3 = 0 \text{ hoặc } -2x - 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{2}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}.$$

d)  $x^3 + 8 = x^2 - 4$

$$(x+2)(x^2 - 2x + 4) - (x+2)(x-2) = 0$$

$$(x+2)(x^2 - 2x + 4 - x + 2) = 0$$

$$(x+2)(x^2 - 3x + 6) = 0$$

$$\text{Vì } x^2 - 3x + 6 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ nên}$$

$$x + 2 = 0, \text{ suy ra } x = -2.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-2\}$ .

## Dạng 2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất

### Phương pháp giải

➤ **Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của phương trình.

**Bước 2:** Quy đồng mẫu thức hai vế của phương trình, rồi khử mẫu.

**Bước 3:** Giải phương trình vừa nhận được.

**Bước 4:** Xét mỗi giá trị tìm được ở Bước 3, giá trị nào thỏa mãn điều kiện xác định thì đó là nghiệm của phương trình đã cho.

**Bài 6.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x+6}{x+5} + \frac{3}{2} = 2;$

b)  $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)};$

c)  $\frac{x^2}{2-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3};$

d)  $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}.$

### Lời giải

a) Điều kiện xác định:  $x \neq -5$ .

$$\text{Ta có: } \frac{x+6}{x+5} + \frac{3}{2} = 2$$

$$\frac{x+6}{x+5} = \frac{1}{2}$$

$$2(x+6) = x+5$$

$$2x+12 = x+5$$

$$x = -7 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = -7$ .

b) Điều kiện  $x \neq 2$  và  $x \neq 3$ .

$$\text{Ta có: } \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$$

$$2(x-3) - 3(x-2) = 3x-20$$

$$2x-6-3x+6 = 3x-20$$

$$-4x = -20$$

$$x = 5 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = 5$ .

c) Điều kiện xác định  $2-x \neq 0$  hay  $x \neq 2$ .

$$\frac{x^2}{2-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3x^2}{3(2-x)} + \frac{(3x-1)(2-x)}{3(2-x)} = \frac{5(2-x)}{3(2-x)}$$

$$3x^2 + (3x-1)(2-x) = 5(2-x)$$

$$3x^2 + 6x - 3x^2 - 2 + x = 10 - 5x$$

$$7x - 2 = 10 - 5x$$

$$12x = 12$$

$$x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = 1$ .

d) Điều kiện xác định  $x \neq 0$  và  $x \neq 1$ .

$$\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$$

$$\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3(x-1)}{x(x-1)} = \frac{4x}{x(x-1)}$$

$$4 + 3(x-1) = 4x$$

$$x = 1 \text{ (không thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

**Bài 7.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$ ;

b)  $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-2}{x} = 2$ .

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$

d)  $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+1} = \frac{2x+5}{(x-2)(x+1)}$

**Lời giải**

a) Điều kiện xác định  $x \neq -1$  và  $x \neq 2$ .

Ta có:  $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$

$$2(x-2) + (x+1) = 3$$

$$2x - 4 + x + 1 = 3$$

$$3x - 3 = 3$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

b) Điều kiện xác định  $x \neq 0$  và  $x \neq 3$ .

$$\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-2}{x} = 2$$

$$\frac{(x+3)x}{x(x-3)} + \frac{(x-2)(x-3)}{x(x-3)} = \frac{2x(x-3)}{x(x-3)}$$

$$(x+3)x + (x-2)(x-3) = 2x(x-3)$$

$$x^2 + 3x + x^2 - 3x - 2x + 6 = 2x^2 - 6x$$

$$4x = -6$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

Ta thấy  $x = -\frac{3}{2}$  (thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $x = -\frac{3}{2}$ .

c) Điều kiện xác định  $x \neq 1$ .

$$\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$$

$$\frac{1 \cdot (x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$x^2 + x + 1 - 4x = x^2 - x$$

$$-2x = -1$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

d) Điều kiện xác định  $x \neq 2$  và  $x \neq -1$ .

$$\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+1} = \frac{2x+5}{(x-2)(x+1)}$$

$$\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)} + \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{2x+5}{(x-2)(x+1)}$$

$$3x + 3 + 2x - 4 = 2x + 5$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $x = \frac{1}{2}$ .

**Bài 8.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{2x+5}{x+3} + 1 = \frac{4}{x^2+2x-3} - \frac{3x-1}{1-x};$

b)  $\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2};$

c)  $5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} + \frac{3x-1}{x-4};$

d)  $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} = \frac{3}{1-x}.$

**Lời giải**

a) Điều kiện xác định:  $x \neq 1$  và  $x \neq -3$ .

$$\frac{2x+5}{x+3} + 1 = \frac{4}{x^2+2x-3} - \frac{3x-1}{1-x}$$

$$\frac{2x+5}{x+3} + 1 = \frac{4}{(x+3)(x-1)} + \frac{3x-1}{x-1}$$

$$(2x+5)(x-1) + (x+3)(x-1) = 4 + (3x-1)(x+3)$$

$$2x^2 + 3x - 5 + x^2 + 2x - 3 = 4 + 3x^2 + 8x - 3$$

$$5x - 8 - 8x = 1$$

$$-3x = 9$$

$x = -3$  (không thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy phương trình vô nghiệm.

c) Điều kiện xác định:  $x \neq 4$  và  $x \neq -4$ .

$$5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} + \frac{3x-1}{x-4}$$

$$5(x^2-16) + 96 = (2x-1)(x-4) + (3x-1)(x+4)$$

$$5x^2 - 80 + 96 = 2x^2 - 9x + 4 + 3x^2 + 11x - 4$$

$$2x = 16$$

$x = 8$  (thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{8\}$ .

b) Điều kiện xác định:  $x \neq 3$  và  $x \neq -3$ .

$$\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2}$$

$$\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2}$$

$$(x-1)(x-3) - x(x+3) + 7x-3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 - x^2 - 3x + 7x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0.$$

Vậy phương trình có vô số nghiệm với mọi  $x \neq 3$  và  $x \neq -3$ .

d) Điều kiện xác định:  $x \neq 1$  và  $x \neq -1$ .

$$\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} = \frac{3}{1-x}$$

$$\frac{2x+19}{5(x-1)(x+1)} - \frac{17}{(x-1)(x+1)} = \frac{-3(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$2x+19-17.5 = -3(x+1)$$

$$2x-66+3x+3=0$$

$$5x-63=0$$

$$x = \frac{63}{5} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là

$$S = \left\{ \frac{63}{5} \right\}.$$

**Bài 9.** Cho phương trình  $\frac{x-2}{x-4} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{3}$  trong đó  $m$  là một số cho trước. Biết  $x = 5$  là một trong các nghiệm của phương trình, tìm các nghiệm còn lại.

**Lời giải**

Thay  $x = 5$  vào phương trình ta được  $\frac{3}{1} + \frac{2}{3} = \frac{m}{3}$ , suy ra  $m = 11$ .

Với  $m = 11$  thì phương trình đã cho trở thành

$$\frac{x-2}{x-4} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{11}{3} \quad (1)$$

ĐKXĐ:  $x \neq 4, x \neq 2$ .

$$3(x-2)^2 + 3(x-3)(x-4) = 11(x-4)(x-2)$$

$$3(x^2 - 4x + 4) + 3(x^2 - 7x + 12) = 11(x^2 - 6x + 8)$$

$$3x^2 - 12x + 12 + 3x^2 - 21x + 36 = 11x^2 - 66x + 88$$

$$5x^2 - 33x + 40 = 0$$

$$(x-5)(5x-8) = 0$$

$x = 5$  hoặc  $x = \frac{8}{5}$  (thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy nghiệm còn lại là  $x = \frac{8}{5}$ .

**Bài 10.** Cho phương trình  $\frac{2x+m}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x+1}$ . Chứng minh rằng nếu  $x = \frac{1}{3}$  là một nghiệm của phương trình thì phương trình còn có một nghiệm nguyên.

**Lời giải**

$$\text{Thay } x = \frac{1}{3} \text{ vào phương trình ta được } \frac{\frac{2}{3}+m}{\frac{1}{3}-1} = \frac{5\left(\frac{1}{3}-1\right)}{\frac{1}{3}+1}$$

$$\frac{-(2+3m)}{2} = \frac{-5}{2}$$

$$m = 1.$$

Với  $m = 1$  thì phương trình đã cho trở thành

$$\frac{2x+1}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x+1} \quad (1)$$

ĐKXĐ:  $x \neq 1, x \neq -1$ .

$$\text{Từ (1) ta có } (2x+1)(x+1) = 5(x-1)^2$$

$$2x^2 + 2x + x + 1 = 5x^2 - 10x + 5$$

$$3x^2 - 13x + 4 = 0$$

$$(3x-1)(x-4)=0$$

$$3x-1=0 \text{ hoặc } x-4=0$$

$$x=\frac{1}{3} \text{ hoặc } x=4 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x=\frac{1}{3}$  và nghiệm nguyên là  $x=4$ .

### Dạng 3. Giải quyết một số bài toán thực tế liên quan

**Bài 11.** Một người đi xe máy từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc 45 km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 10 phút. Tính quãng đường  $AB$ .

#### Lời giải

Đổi: 10 phút =  $\frac{1}{6}$  giờ.

Gọi  $x$  (km) là chiều dài quãng đường  $AB$  ( $x > 0$ ).

Thời gian xe máy đi từ  $A$  đến  $B$  là:  $\frac{x}{45}$  (h).

Thời gian xe máy đi từ  $B$  về  $A$  là:  $\frac{x}{40}$  (h).

Do thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 10 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{x}{45} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{9x}{360} - \frac{8x}{360} = \frac{60}{360}$$

$$9x - 8x = 60$$

$$x = 60 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy quãng đường  $AB$  dài 60 (km).

**Bài 12.** Một xe khách khởi hành từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc 50 km/h. Sau đó 30 phút, một xe con xuất phát từ  $B$  để đi đến  $A$  với vận tốc 60 km/h. Biết quãng đường  $AB$  dài 80 km. Hỏi sau bao lâu kể từ khi xe khách khởi hành, hai xe gặp nhau?

#### Lời giải

Đổi: 30 phút = 0,5 giờ.

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian xe khách đi từ  $A$  đến khi hai xe gặp nhau ( $x > 0,5$ ).

Quãng đường xe khách đi từ  $A$  đến khi hai xe gặp nhau là  $50x$  (km).

Thời gian xe con đi từ  $B$  đến khi hai xe gặp nhau là  $x - 0,5$  (giờ).

Quãng đường xe con đi từ  $B$  đến khi hai xe gặp nhau là  $60(x - 0,5)$  (km).

Đến lúc hai xe gặp nhau, tổng quãng đường hai xe đi được đúng bằng quãng đường AB nên ta có phương trình:  $60(x - 0,5) + 50x = 80$

$$60x + 50x = 110$$

$$x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy sau 1 giờ kể từ khi xe khách khởi hành thì hai xe gặp nhau.

**Bài 13.** Một công nhân dự kiến làm 60 sản phẩm trong một ngày. Do cải tiến kỹ thuật, anh đã làm được 80 sản phẩm một ngày. Vì vậy, anh đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày và còn làm thêm được 40 sản phẩm nữa. Tính số sản phẩm anh công nhân phải làm theo kế hoạch.

#### Lời giải

Gọi số sản phẩm anh công nhân phải làm theo kế hoạch là  $x$  (sản phẩm,  $x > 60; x \in \mathbb{Z}$ ).

Thời gian anh công nhân dự kiến làm hết số sản phẩm là:  $\frac{x}{60}$  (ngày).

Số sản phẩm anh công nhân đã làm trên thực tế là  $x + 40$  (sản phẩm).

Thời gian anh công nhân làm thực tế là:  $\frac{x + 40}{80}$  (ngày).

Vì anh đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày nên ta có phương trình:  $\frac{x}{60} - \frac{x + 40}{80} = 2$ .

$$\frac{x}{60} - \frac{x + 40}{80} = 2$$

$$4x - 3x - 120 = 480$$

$$x = 600 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số sản phẩm anh công nhân phải làm theo kế hoạch là 600 sản phẩm.

**Bài 14.** Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên 4 lần và chiều dài lên 3 lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

#### Lời giải

Nửa chu vi của hình chữ nhật là  $48 : 2 = 24$  (m).

Gọi chiều rộng của khu vườn là  $x$  (m), ( $0 < x < 12$ ).

Chiều dài của khu vườn là  $24 - x$  (m).

Chiều rộng khi tăng 4 lần là  $4x$  (m).

Chiều dài khi tăng 3 lần là  $3(24 - x)$  (m).

Theo bài ra ta có phương trình:

$$[4x + 3(24 - x)].2 = 162$$

$$(x + 72).2 = 162$$

$$x + 72 = 81$$

$$x = 9 \text{ (thỏa mãn điều kiện của ẩn).}$$

Vậy diện tích của hình chữ nhật là  $x(24 - x) = 9.15 = 135$  ( $m^2$ ).

**Bài 15.** Một công nhân dự kiến làm 33 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Trước khi thực hiện, xí nghiệp giao thêm cho người đó 29 sản phẩm nữa. Do đó mặc dù mỗi giờ người đó đã làm thêm 3 sản phẩm nhưng vẫn hoàn thành chậm hơn dự kiến 1 giờ 30 phút. Tính năng suất dự kiến.

#### Lời giải

Gọi năng suất dự kiến của người công nhân là  $x$  (sản phẩm/giờ,  $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Năng suất thực tế của người công nhân là  $x+3$  (sản phẩm/giờ).

Thời gian công nhân làm trên kế hoạch là:  $\frac{33}{x}(h)$ .

Số sản phẩm anh công nhân được giao trên thực tế là:  $33+29=62$  (sản phẩm).

Thời gian công nhân làm trên thực tế là:  $\frac{62}{x+3}(h)$ .

Mặc dù mỗi giờ người đó đã làm thêm 3 sản phẩm nhưng vẫn hoàn thành chậm hơn dự kiến 1 giờ 30 phút  $= \frac{3}{2}$  giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{62}{x+3} - \frac{33}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 62 \cdot x - 33 \cdot 2 \cdot (x+3)}{2x(x+3)} = \frac{3x(x+3)}{2x(x+3)}$$

$$124x - 66x - 198 = 3x^2 + 9x$$

$$124x - 66x - 198 = 3x^2 + 9x$$

$$3x^2 - 49x + 198 = 0$$

$$(x-9)\left(x-\frac{22}{3}\right) = 0$$

$$x = 9 \text{ (thỏa mãn điều kiện của ẩn) hoặc } x = \frac{22}{3} \text{ (loại).}$$

Vậy năng suất dự kiến là 9 (sản phẩm/giờ).





## BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### Kiến thức cần nhớ

##### 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

###### 1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là hệ thức dạng:  $ax + by = c$ , trong đó  $a, b, c$  là những số cho trước và  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$  ( $a, b$  không đồng thời bằng không).

**Ví dụ 1:** Trong các hệ thức  $3x + 2y = 5$ ;  $0x + y = -1$ ;  $0x + 0y = 2$ . Hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Hệ thức nào không là phương trình bậc nhất hai ẩn?

###### Lời giải

Cả 3 hệ thức đều có dạng  $ax + by = c$ . Nhưng chỉ có hai hệ thức  $3x + 2y = 5$ ;  $0x + y = -1$  thỏa mãn điều kiện  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ .

Nên là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hệ thức  $0x + 0y = 2$  có  $a = b = 0$ , không thỏa mãn điều kiện trên.

Nên hệ thức đó không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Ví dụ 2:** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$ ?

- a)  $3x - 2y = 1$       b)  $0x + 2y = -6$       c)  $4x + 0y = 3$       d)  $3x^2 - y = 5$

###### Lời giải

Phương trình ở các câu a, b, c là phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  vì có dạng  $ax + by = c$  và thỏa mãn điều kiện  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ . Phương trình ở câu d không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  vì  $x$  có bậc là 2.

##### 2. Nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

Nếu tại  $x = x_0$  và  $y = y_0$  ta có  $ax_0 + by_0 = c$  là một khẳng định đúng (giá trị của biểu thức vế trái tại  $x = x_0$  và  $y = y_0$  bằng  $c$ ) thì cặp số  $(x_0; y_0)$  được gọi là một nghiệm của phương trình  $ax + by = c$ .

**Ví dụ 3:** Trong các cặp số  $(1; -1)$  và  $(1; 1)$ , cặp nào là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 5$

###### Lời giải

\* Ta có cặp số  $(1; -1)$  nghĩa là  $x_0 = 1$  và  $y_0 = -1$ , thay vào vế trái của phương trình  $3x - 2y = 5$  ta được  $3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) = 3 + 2 = 5$

Nên cặp số  $(1; -1)$  là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 5$

\* Ta có cặp số  $(1; 1)$  nghĩa là  $x_0 = 1$  và  $y_0 = 1$ , thay vào vế trái của phương trình  $3x - 2y = 5$  ta được  $3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1 \neq 5$

Nên cặp số  $(1; 1)$  không phải là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 5$

**Ví dụ 4:** Giả sử  $(x; y)$  là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn  $x + 2y = 5$ .

a) Hoàn thành bảng sau đây:

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 |   |   |
| $y$ | ?  | ?  | ? | 1 | 2 |

b) Tính  $y$  theo  $x$ . Từ đó cho biết phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm?

### Lời giải

a) Ta có phương trình:  $x + 2y = 5$

suy ra

|     |               |    |               |   |   |
|-----|---------------|----|---------------|---|---|
| $x$ | -2            | -1 | 0             | 3 | 1 |
| $y$ | $\frac{7}{2}$ | 3  | $\frac{5}{2}$ | 1 | 2 |

Vậy 5 nghiệm của phương trình đã cho là:  $\left(-2; \frac{7}{2}\right); (-1; 3); \left(0; \frac{5}{2}\right); (3; 1); (1; 2)$

b) Từ phương trình  $x + 2y = 5$  suy ra  $y = \frac{5-x}{2}$  với mọi giá trị  $x$  tùy ý cho trước, ta luôn tìm được một giá trị  $y$  tương ứng. Do đó phương trình đã cho có vô số nghiệm.

### Chú ý:

- Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm.

- Nghiệm tổng quát của phương trình  $ax + by = c$  ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ ) là:

$$\left(x; y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}\right) \text{ với } x \in \mathbb{R} \text{ hoặc } \left(y; x = -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a}\right) \text{ với } y \in \mathbb{R}$$

$$\text{hoặc } S = \left\{ \left(x; -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}\right) \mid x \in \mathbb{R} \right\} \text{ hoặc } S = \left\{ \left(y; -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a}\right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$$

**Ví dụ 5:** Viết nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn  $x + 2y = 3$

### Lời giải

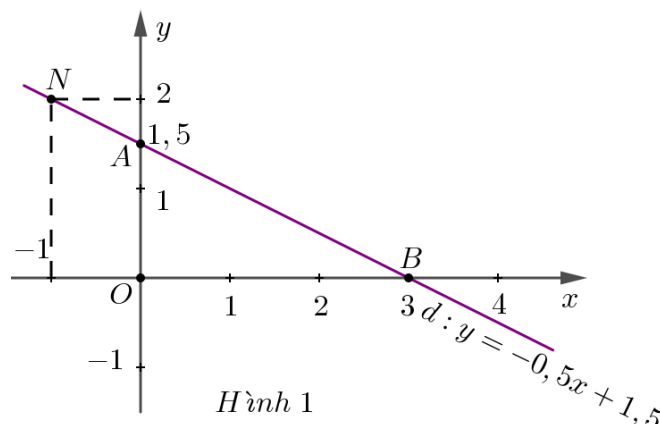
Xét phương trình  $x + 2y = 3$  (1)

Ta viết (1) dưới dạng  $y = -0,5x + 1,5$ . Mỗi cặp số  $(x; -0,5x + 1,5)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

Mỗi nghiệm này là tọa độ của một điểm thuộc đường thẳng  $y = -0,5x + 1,5$ . Ta cũng gọi đường thẳng này là đường thẳng  $d: x + 2y = 3$ .

Để vẽ đường thẳng  $d$ , ta chỉ cần xác định hai điểm tùy ý của nó, chẳng hạn  $A(0; 1,5)$

và  $B(3; 0)$  rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó (Hình 1)



**Nhận xét:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , mỗi nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ ) được biểu diễn bởi một điểm và khi  $a \neq 0, b \neq 0$  thì đường thẳng đó là đồ thị hàm số bậc nhất  $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

**Ví dụ 6:** Biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của hai phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

a)  $0x + 2y = 3$

b)  $x - 0y = -1$

**Lời giải**

a) Từ phương trình  $0x + 2y = 3$ , ta viết dưới dạng

$$y = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ có các nghiệm là } (1; 1,5); (2; 1,5);$$

$(-2; 1,5)$  và ...

Biểu diễn các nghiệm trên mặt phẳng tọa độ:

**Nhận xét:** Khi  $a = 0, b \neq 0$  thì đường thẳng đó là

đồ thị hàm số  $y = \frac{c}{b}$  và song song với trục  $Ox$

nếu  $c \neq 0$ , trùng với trục  $Ox$  khi  $c = 0$  (Hình 2)

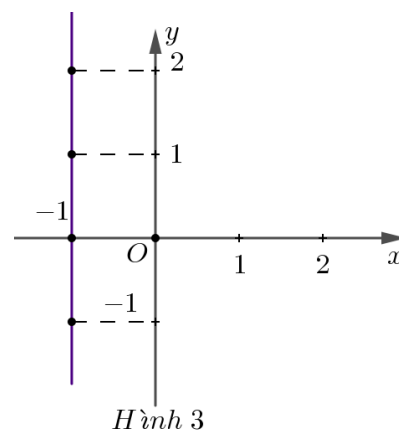
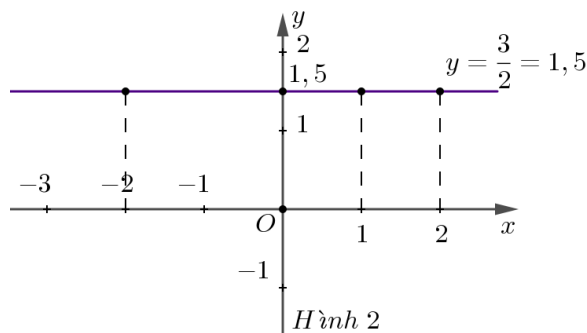
b) Từ phương trình  $x - 0y = -1$ , ta viết dưới dạng  $x = -1$  có

các nghiệm là  $(-1; -1); (1; -1); (2; -1)$  và...

Biểu diễn các nghiệm trên mặt phẳng tọa độ:

**Nhận xét:** Khi  $a \neq 0, b = 0$  thì đường thẳng đó có dạng  $x = \frac{c}{a}$

và song song với trục  $Oy$ . nếu  $c \neq 0$ , trùng với trục  $Oy$  khi  $c = 0$  (Hình 3)



## II. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

**1. Khái niệm:** Một cặp gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  và  $a'x + b'y = c'$  được gọi là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Ta thường viết hệ phương trình đó dưới dạng:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (*)$$

### 2. Nghiệm hệ phương trình:

Mỗi cặp số  $(x_0; y_0)$  được gọi là một nghiệm của hệ (\*) nếu nó đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ (\*).

**Ví dụ 7:** Hai cặp số  $(1; 2)$  và  $(2; 1)$  cặp nào là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

**Lời giải**

$$+ \text{ Hệ phương trình } \begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ x + y = 3 & (2) \end{cases}$$

Ta thấy khi  $x = 1$  và  $y = 2$  thì:

\*  $x - y = 1 - 2 = -1 \neq 1$  nên  $(1; 2)$  không phải là nghiệm của phương trình (1).

\*  $x + y = 1 + 2 = 3$  nên  $(1; 2)$  là nghiệm của phương trình thứ (2).

Vậy  $(1; 2)$  không là nghiệm chung của hai phương trình, nghĩa là  $(1; 2)$  không phải là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+ Hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ x + y = 3 & (2) \end{cases}$

Ta thấy khi  $x = 2$  và  $y = 1$  thì:

\*  $x - y = 2 - 1 = 1$  (thỏa mãn) nên cặp số  $(2; 1)$  là nghiệm của phương trình (1).

\*  $x + y = 2 + 1 = 3$  (thỏa mãn) nên cặp số  $(2; 1)$  nghiệm của phương trình (2).

Suy ra  $(2; 1)$  là nghiệm chung của hai phương trình, nghĩa là cặp số  $(2; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(2; 1)$

\* **Tổng quát:** Về vị trí tương đối của hai đường thẳng ứng với hai

phương trình của hệ  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Gọi  $d_1 : a_1x + b_1y = c_1$  và  $d_2 : a_2x + b_2y = c_2$

- Nếu  $d_1$  cắt  $d_2$  thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

- Nếu  $d_1$  song song với  $d_2$  thì hệ phương trình vô nghiệm.

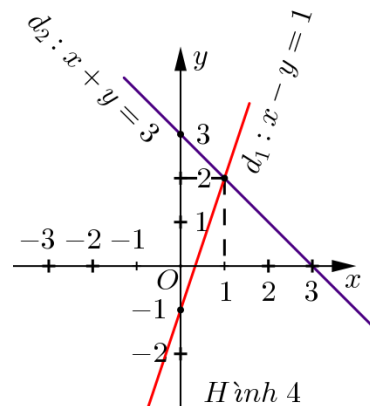
- Nếu  $d_1$  trùng với  $d_2$  thì hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Cụ thể:**

Hệ có nghiệm duy nhất khi  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  hay  $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

Hệ vô nghiệm khi  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  hay  $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$  và  $a_1c_2 - a_2c_1 \neq 0$  hoặc  $b_1c_2 - b_2c_1 \neq 0$

Hệ vô số nghiệm khi  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  hay  $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$  và  $a_1c_2 - a_2c_1 = 0$  hoặc  $b_1c_2 - b_2c_1 = 0$



Hình 4

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **không** phải là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $x - 2y = 3$

B.  $0x - 0y = 5$

C.  $0x + 3y = 1$

D.  $-3x + 0y = 3$

**Câu 2:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $-2x = 13$  là:

A.  $a = -2; b = 0$  và  $c = 13$

B.  $a = -2; b = 13$  và  $c = 0$

C.  $a = 0; b = -2$  và  $c = 13$

D.  $a = 13; b = 0$  và  $c = -2$

**Câu 3:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $-y - 1 = 0$  là:

A.  $a = -1; b = 0$  và  $c = 1$

B.  $a = 0; b = -1$  và  $c = 1$

C.  $a = 1; b = -1$  và  $c = 1$

D.  $a = -1; b = -1$  và  $c = 0$

**Câu 4:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $x - y + 5 = 0$  là:

A.  $a = 1; b = 1$  và  $c = 0$

B.  $a = 1; b = 1$  và  $c = -5$

C.  $a = 1; b = -1$  và  $c = -5$

D.  $a = 1; b = -1$  và  $c = 5$

**Câu 5:** Cặp số  $(-2; 3)$  là nghiệm của phương trình nào dưới đây:

A.  $x - y = 1$

B.  $2x - y = -7$

C.  $2x + y = 2$

D.  $x - 3y = -10$

**Câu 6:** Cặp số nào **không** là nghiệm của phương trình  $x + 2y = -3$ ?

A.  $(1; -2)$

B.  $(-2; -0,5)$

C.  $(3; 3)$

D.  $(-5; 1)$

**Câu 7:** Cặp số nào là nghiệm của phương trình  $3x - 2y + 1 = 0$ ?

A.  $(0; 1)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(-1; -1)$

D.  $(5; 3)$

**Câu 8:** Trong các hệ phương trình sau, hệ nào **không** phải là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. 
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} -3y = 6 \\ 3x + 5y = 15 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ 3x - 15 = 0 \end{cases}$$

**Câu 9:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$ , hệ số  $a, b, c$  và  $a', b', c'$  của hệ phương trình?

A.  $a = 3; b = 1; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c = -5$

B.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c = -5$

C.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c = -5$

D.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -1; b' = -2; c = 5$

**Câu 10:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ -x - y = 0 \end{cases}$ , cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình?

A.  $(2; 1)$

B.  $(3; 2)$

C.  $(6; 0)$

D.  $(-3; 3)$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 11:** Tập nghiệm của phương trình  $4x - 3y = -1$  được biểu diễn bằng đường thẳng nào dưới đây?

A.  $y = -4x - 1$

B.  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

C.  $y = 4x + 1$

D.  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

**Câu 12:** Tập nghiệm của phương trình  $5x + 0y = 2$  được biểu diễn bởi

A. đường thẳng  $y = 5x + 2$

B. đường thẳng  $y = \frac{2}{5}$

C. đường thẳng  $x = \frac{2}{5}$

D. đường thẳng  $y = 2 - 5x$

**Câu 13:** Tập nghiệm của phương trình  $0x - 4y = 3$  được biểu diễn bởi

A. đồ thị hàm số  $x = 3 + 4y$

B. đồ thị hàm số  $y = 3$

C. đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{4}$

D. đồ thị hàm số  $y = -\frac{3}{4}$

**Câu 14:** Giá trị nào của  $y_0$  để cặp số  $(0, 5; y_0)$  là nghiệm của phương trình  $-2x + 2y = 3$ ?

A.  $y_0 = -1$

B.  $y_0 = -2$

C.  $y_0 = 2$

D.  $y_0 = 3$

**Câu 15:** Giá trị nào của  $x_0$  để cặp số  $(x_0; -1)$  là nghiệm của phương trình  $3x + y = 2$ ?

A.  $x_0 = -1$

B.  $x_0 = 1$

C.  $x_0 = 2$

D.  $x_0 = 3$

**Câu 16:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + b_1y = 1 \\ -3x + b_2y = 5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi:

A.  $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{3}$

B.  $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{-2}{3}$

C.  $\frac{b_2}{b_1} = \frac{-2}{3}$

D.  $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{1}{5}$

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 17:** Nghiệm tổng quát của phương trình  $x - y + 2 = 0$  là:

A.  $(x; y)$  với  $x, y \in \mathbb{R}$

B.  $\{(x; x - 2) | x \in \mathbb{R}\}$

C.  $\{(y; x + 2) | y \in \mathbb{R}\}$

D.  $\{(x; x + 2) | x \in \mathbb{R}\}$

**Câu 18:** Phương trình  $3x + my = 5$  có nghiệm  $(1; 2)$  khi  $m$  có giá trị là:

A.  $m = 3$

B.  $m = 1$

C.  $m = 5$

D.  $m = 0$

**Câu 19:** Một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  thịt bò chứa 26g protein, một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  cá chứa 22g protein. Bác An định chỉ bổ sung 70g protein từ thịt bò và thịt cá trong một ngày. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò, số lạng thịt cá mà bác An ăn trong một ngày. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  biểu diễn nhu cầu bổ sung protein của bác An là :

A.  $x + 22y = 70$

B.  $70x - 22y = 26$

C.  $22x + 26y = 70$

D.  $26x + 22y = 70$

**Câu 20:** Một số có hai chữ số có dạng  $\overline{xy}$ , biết hai lần chữ số thứ nhất nhiều hơn chữ số thứ hai 5 đơn vị. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  biểu diễn mối liên hệ trên là:

A.  $x + y = 5$

B.  $2x - y = 5$

C.  $x - 2y = 5$

D.  $2x + y = 5$

**Câu 21:** Hệ phương trình  $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$  có?

A. Nghiệm duy nhất

B. Hai nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

**Câu 22:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  có?

A. Nghiệm duy nhất

B. Hai nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

**Câu 23:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 4x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$  có?

- A. Nghiệm duy nhất  
C. Vô số nghiệm

- B. Hai nghiệm  
D. Vô nghiệm

**Câu 24:** Để chuẩn bị cho buổi liên hoan của gia đình, bác Ngọc mua hai loại thực phẩm là thịt lợn và cá chép. Giá tiền thịt lợn là 130 nghìn đồng/kg, giá tiền cá chép là 50 nghìn đồng/kg. Bác Ngọc đã chi 295 nghìn để mua 3,5kg hai loại thực phẩm trên. Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số kilogram thịt lợn và cá chép mà bác Ngọc đã mua. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là:

A.  $\begin{cases} x + y = 3,5 \\ 130x + 50y = 295 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 130x + y = 295 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x + y = 3,5 \\ x + 50y = 295 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x + y = 295 \\ 130x + 50y = 3,5 \end{cases}$

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 25:** Các nghiệm nguyên dương của phương trình  $5x + 3y = 50$  là:

A.  $(x; y) = (5; 3), (3; 5), (3; 50)$

B.  $(x; y) = (7; 5), (5; 3), (3; 5)$

C.  $(x; y) = (13; -5), (4; 10), (-1; 15)$

D.  $(x; y) = (7; 5), (4; 10), (1; 15)$

**Câu 26:** Các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm nguyên?

A.  $2x - 4y = 7$

B.  $3x + 6y = 19$

C.  $5x - 10y = 14$

D.  $3x + 12y = 6$

**Câu 27:** Các phương trình sau, phương trình nào không có nghiệm nguyên?

A.  $3x - 9y = 6$

B.  $4x - 12y = 4$

C.  $5x - 10y = 14$

D.  $-5x + 15y = 10$

**Câu 28:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = -m \\ -4x + 2y = 10 \end{cases}$  có vô số nghiệm, khi  $m$  có giá trị:

A.  $m = 2$

B.  $m \neq -4$

C.  $m = -5$

D.  $m = 5$

**Câu 29:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = -3 \\ -4x + 2y = 6 \end{cases}$  vô nghiệm, khi  $m$  có giá trị:

A.  $m = 2$  và  $m \neq \frac{1}{2}$

B.  $m \neq 4$

C.  $m = -1$

D.  $m \neq 1$

**Câu 30:** Đường thẳng  $d_1 : y = \frac{1}{2}x$  và  $d_2 : y = -x + 3$  cắt nhau tại điểm  $M$ . Tọa độ điểm  $M$  là cặp số nào sau

đây là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ ?

A.  $M(1; 2)$

B.  $M(2; 0)$

C.  $M(2; 1)$

D.  $M(2; -1)$

## C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

**Dạng 1. Xét xem một cặp số cho trước có là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn hay không****Phương pháp giải**

- Nếu cặp số thực  $(x_0; y_0)$  thỏa mãn  $ax_0 + by_0 = c$  thì nó được gọi là nghiệm của phương trình  $ax + by = c$

**Bài 1.** Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 13$ ?

$$(0; 2); (1; 1); (3; 2); (1; -6)$$

**Bài 2.** Tìm giá trị của  $m$  để

- Phương trình  $\sqrt{m-1} \cdot x - 3y = -1$  nhận cặp số  $(1; 1)$  làm nghiệm.
- Phương trình  $2x - (m-2)^2 y = 5$  nhận cặp số  $(-10; -1)$  làm nghiệm với  $m > 0$ .
- Đường thẳng có phương trình  $(m-1)x + (m+1)y = 2m+1$  đi qua điểm  $A(2; 3)$ .
- Đường thẳng có phương trình  $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$  song song với trục hoành.

**Bài 3.** Cho hai phương trình  $x + y = 2$  và  $x - 2y = -1$ . Tìm cặp số  $(x; y)$  là nghiệm chung của hai phương trình.

**Bài 4.** Chứng tỏ rằng phương trình  $3x - 2y = 1$  luôn nhận cặp số  $(2m+1; 3m+1)$  là nghiệm khi  $m$  thay đổi.

**Bài 5.** Tìm các nghiệm nguyên của phương trình  $2x - 3y = 1$ .

**Dạng 2. Viết nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình trên mặt phẳng tọa độ****Phương pháp giải**

- Tập nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$  kí hiệu là  $(d)$ .

- Nếu  $a \neq 0$  và  $b \neq 0$  thì công thức nghiệm là  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{c - ax}{b} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = \frac{c - by}{a} \end{cases}$ . Khi đó đường thẳng  $(d)$  cắt cả hai trục tọa độ.

- Nếu  $a = 0$  và  $b \neq 0$  thì công thức nghiệm là  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$  và  $(d) // Ox$ .

- Nếu  $a \neq 0$  và  $b = 0$  thì công thức nghiệm là  $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$  và  $(d) // Oy$ .

**Bài 1.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $2x - y = 3$ .

**Bài 2.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $x + 2y = 4$ .

**Bài 3.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 6$

**Bài 4.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $5y = -10$ .

**Bài 5.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $-4x = -12$ .

**Dạng 3. Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng  $ax + by = c$  thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Phương pháp giải**

- **Sử dụng kiến thức:** Đường thẳng  $(d): ax + by = c$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0)$  khi và chỉ khi  $ax + by = c$  và các trường hợp đặc biệt của  $a$  và  $b$

**Bài 1.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

- Điểm  $M(0; 1)$  thuộc đường thẳng  $mx - 5y = 7$ .
- Điểm  $N(0; -3)$  thuộc đường thẳng  $2,5x + my = -21$ .

**Bài 2.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

- điểm  $P(5; -3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 2y = -1$ .
- điểm  $P(5; -3)$  thuộc đường thẳng  $3x - my = 6$ .
- điểm  $Q(0, 5; -3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 0y = 17,5$ .

**Bài 3.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

- điểm  $S(4; 0, 3)$  thuộc đường thẳng  $0, x + my = 1, 5$ .
- điểm  $A(2; -3)$  thuộc đường thẳng  $(m - 1)x + (m + 1)y = 2m + 1$ .

**Bài 4.** Cho đường thẳng  $d$  có phương trình:  $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để:

- $d$  đi qua điểm  $A(1; -1)$ ;
- $d$  song song với trục hoành.

**Bài 5.** Cho đường thẳng  $d$  có phương trình:  $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để:

- $d$  song song với trục tung;
- $d$  đi qua gốc tọa độ.

**Dạng 4. Không giải hệ phương trình, đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn****Phương pháp giải**

➤ Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

1. Hệ phương trình có duy nhất  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ;

2. Hệ phương trình vô nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ;

3. Hệ phương trình có vô số nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

**Bài 1.** Không giải hệ phương trình, dựa vào vị trí của hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình hãy dự đoán số nghiệm của hệ:

a)  $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} y = 2x + 10 \\ y = x + 100 \end{cases}$

**Bài 2.** Không giải hệ phương trình, dựa vào vị trí của hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình hãy dự đoán số nghiệm của hệ:

a)  $\begin{cases} 3x = 2y - 4 \\ -x + \frac{2}{3}y = 2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ -2x + \frac{3}{2}y = -5 \end{cases}$

**Bài 3.** Dựa vào các hệ số  $a, b, c$  và  $a', b', c'$  dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4\sqrt{2}x - 2y = 2 \\ \sqrt{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ -x + 11y = 5 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ -3 - \frac{3}{4}y = 1 \end{cases}$

**Bài 4.** Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 0x + 4y = -8 \end{cases}$ ;

b)  $\begin{cases} 0x - 5y = -11 \\ 2x - 0y = 2\sqrt{3} \end{cases}$ ;

c)  $\begin{cases} -2x + y = \frac{1}{2} \\ -3x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{4} \end{cases}$ ;

d)  $\begin{cases} 2\sqrt{2}x + 4y = 3 \\ -\sqrt{2}x - 2y = \frac{3}{2} \end{cases}$ .

**Bài 5.** Dựa vào các hệ số  $a, b, c, a', b', c'$  dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -6x + 4y = -8 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = -11 \\ 3x - 0y = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

**Dạng 5. Tìm điều kiện để hệ phương trình có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm**

**Phương pháp giải**

➤ Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

1. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ;

2. Hệ phương trình vô nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ;

3. Hệ phương trình có vô số nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

**Bài 1.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 3y = m \\ 2x - 6y = 8 \end{cases}$$
. Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm? vô số nghiệm?

**Bài 2.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ y = (2m - 4)x + 10 \end{cases}$$
. Tìm  $m$  để hệ phương trình đã cho:

a) Vô nghiệm?

b) Có nghiệm duy nhất?

**Bài 3.** Cho phương trình  $3x - 2y = 5$ . Hãy cho thêm một phương trình bậc nhất hai ẩn để được một hệ:

a) Có nghiệm duy nhất.

b) Vô nghiệm.

c) Vô số nghiệm.

**Bài 4.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$$
. Xác định các giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình:

a) Có nghiệm duy nhất;

b) Vô nghiệm;

c) Vô số nghiệm.

**Bài 5.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + 2y = 3 \\ m^2x - 4y = -6 \end{cases}$$
. Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình có vô số nghiệm.

**C. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:****BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>B</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>C</b> | <b>C</b> | <b>C</b> | <b>D</b> |
| 11       | 12       | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       |
| <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>B</b> |
| 21       | 22       | 23       | 24       | 25       | 26       | 27       | 28       | 29       | 30       |
| <b>A</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>D</b> | <b>D</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>D</b> | <b>C</b> |

**HƯỚNG DẪN****I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT**

**Câu 1:** Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **không** phải là phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $x - 2y = 3$

B.  $0x - 0y = 5$

C.  $0x + 3y = 1$

D.  $-3x + 0y = 3$

**Lời giải**

Do  $a, b$  đồng thời là bằng 0

**Câu 2:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $-2x = 13$  là:

A.  $a = -2; b = 0$  và  $c = 13$

B.  $a = -2; b = 13$  và  $c = 0$

C.  $a = 0; b = -2$  và  $c = 13$

D.  $a = 13; b = 0$  và  $c = -2$

**Lời giải**

Phương trình bậc nhất hai ẩn  $-2x = 13$  hay  $-2x + 0y = 13$

Nên  $a = -2, b = 0$  và  $c = 13$

**Câu 3:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $-y - 1 = 0$  là:

A.  $a = -1; b = 0$  và  $c = 1$

B.  $a = 0; b = -1$  và  $c = 1$

C.  $a = 1; b = -1$  và  $c = 1$

D.  $a = -1; b = -1$  và  $c = 0$

**Lời giải**

Phương trình bậc nhất hai ẩn  $-y - 1 = 0$  hay  $0x - y = 1$

Nên  $a = 0; b = -1$  và  $c = 1$

**Câu 4:** Hệ số  $a, b$  và  $c$  tương ứng của phương trình bậc nhất hai ẩn  $x - y + 5 = 0$  là:

A.  $a = 1; b = 1$  và  $c = 0$

B.  $a = 1; b = 1$  và  $c = -5$

C.  $a = 1; b = -1$  và  $c = -5$

D.  $a = 1; b = -1$  và  $c = 5$

**Lời giải**

Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x - y + 5 = 0$

Nên  $a = 1; b = -1$  và  $c = -5$

**Câu 5:** Cặp số  $(-2; 3)$  là nghiệm của phương trình nào dưới đây:

A.  $x - y = 1$

B.  $2x - y = -7$

C.  $2x + y = 2$

D.  $x - 3y = -10$

**Lời giải**

Ta có:  $x = -2$  và  $y = 3$

\* Thay vào phương trình  $x - y = 1$  ta được  $-2 - 3 = -5 \neq 1$  (không thỏa mãn)

Nên  $(-2; 3)$  không phải là nghiệm của phương trình.

\* Thay vào phương trình  $2x - y = -7$  ta được  $2(-2) - 3 = -7$  (thỏa mãn).

Nên  $(-2; 3)$  là nghiệm của phương trình.

\* Thay vào phương trình  $2x + y = 2$  ta được  $2(-2) + 3 = -1 \neq 2$  (không thỏa mãn)

Nên  $(-2; 3)$  không phải là nghiệm của phương trình.

\* Thay vào phương trình  $x - 3y = -10$  ta được  $-2 - 3 \cdot 3 = -11 \neq -10$  (không thỏa mãn)

Nên  $(-2; 3)$  không phải là nghiệm của phương trình.

**Câu 6:** Cặp số nào **không** là nghiệm của phương trình  $x + 2y = -3$ ?

A.  $(1; -2)$

B.  $(-2; -0,5)$

C.  $(3; 3)$

D.  $(-5; 1)$

**Lời giải**

\* Thay  $x = 1$  và  $y = -2$  vào phương trình  $x + 2y = -3$  ta được  $1 + 2 \cdot (-2) = -3$  (thỏa mãn)

Nên  $(1; -2)$  là nghiệm phương trình.

\* Thay  $x = -2$  và  $y = -0,5$  vào phương trình  $x + 2y = -3$  ta được  $-2 + 2(-0,5) = -3$  (thỏa mãn)

Nên  $(-2; -0,5)$  là nghiệm phương trình.

\* Tương tự thì cặp số  $(3; -3)$  không phải là nghiệm của phương trình.

\* Tương tự thì cặp số  $(-5; 1)$  là nghiệm của phương trình.

**Câu 7:** Cặp số nào là nghiệm của phương trình  $3x - 2y + 1 = 0$ ?

A.  $(0; 1)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(-1; -1)$

D.  $(5; 3)$

**Lời giải**

\* Thay  $x = 0$  và  $y = 1$  vào phương trình  $3x - 2y + 1 = 0$  ta được  $3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 + 1 = -1 \neq 0$  (không thỏa mãn)

Nên  $(0; 1)$  không phải là nghiệm phương trình.

\* Thay  $x = -1$  và  $y = 1$  vào phương trình  $3x - 2y + 1 = 0$  ta được  $3 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 + 1 = -4 \neq 0$  (không thỏa mãn)

Nên  $(-1; 1)$  không phải là nghiệm phương trình.

\* Thay  $x = -1$  và  $y = -1$  vào phương trình  $3x - 2y + 1 = 0$  ta được  $3 \cdot (-1) - 2(-1) + 1 = 0$  (thỏa mãn)

Nên  $(-1; -1)$  là nghiệm phương trình.

\* Tương tự  $(5;3)$  không phải là nghiệm phương trình.

**Câu 8:** Trong các hệ phương trình sau, hệ nào **không** phải là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} -3y = 6 \\ 3x + 5y = 15 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ 3x - 15 = 0 \end{cases}$

**Lời giải**

Từ hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$  ta thấy bậc của  $x, y$  là bậc 2

Nên không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn

**Câu 9:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$ , hệ số  $a, b, c$  và  $a', b', c'$  của hệ phương trình?

A.  $a = 3; b = 1; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c' = -5$

B.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c' = -5$

C.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c' = -5$

D.  $a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -1; b' = -2; c' = 5$

**Lời giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$  có hệ số  $a, b, c$  và  $a', b', c'$  là:

$a = 1; b = 3; c = 6$  và  $a' = -2; b' = -1; c' = -5$

**Câu 10:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ -x - y = 0 \end{cases}$ , cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình?

A.  $(2;1)$

B.  $(3;2)$

C.  $(6;0)$

D.  $(-3;3)$

**Lời giải**

\* Thay  $x = 2$  và  $y = 1$  vào phương trình  $x + 3y = 6$  ta được  $2 + 3 \cdot 1 = 5 \neq 6$  (không thỏa mãn)

Suy ra  $(2;1)$  không đồng thời thỏa mãn hai phương trình.

Nên  $(2;1)$  không phải là nghiệm hệ phương trình.

\* Thay  $x = 3$  và  $y = 2$  vào phương trình  $x + 3y = 6$  ta được  $3 + 3 \cdot 2 = 9 \neq 6$

Suy ra  $(3;2)$  không đồng thời thỏa mãn hai phương trình.

Nên  $(3;2)$  không phải là nghiệm hệ phương trình.

\* Thay  $x = 6$  và  $y = 0$

- Vào phương trình  $x + 3y = 6$  ta được  $6 + 3 \cdot 0 = 6$  (thỏa mãn)

- Vào phương trình  $-x - y = 0$  ta được  $-6 - 0 = -6 \neq 0$  (không thỏa mãn)

Suy ra  $(6;0)$  không đồng thời thỏa mãn hai phương trình.

Nên  $(6; 0)$  không phải là nghiệm hệ phương trình.

\* Thay  $x = -3$  và  $y = 3$

- Vào phương trình  $x + 3y = 6$  ta được  $-3 + 3 \cdot 3 = 6$  (thỏa mãn)

- Vào phương trình  $-x - y = 0$  ta được  $-(-3) - 3 = 0$  (thỏa mãn)

Suy ra  $(-3; 3)$  đồng thời thỏa mãn hai phương trình.

Nên  $(-3; 3)$  là nghiệm hệ phương trình.

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 11:** Tập nghiệm của phương trình  $4x - 3y = -1$  được biểu diễn bằng đường thẳng nào dưới đây?

A.  $y = -4x - 1$

B.  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

C.  $y = 4x + 1$

D.  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

**Lời giải**

Ta có:  $4x - 3y = -1$  suy ra  $3y = 4x + 1$  suy ra  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

Nên tập nghiệm của phương trình  $4x - 3y = -1$  được biểu diễn bằng đường thẳng  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

**Câu 12:** Tập nghiệm của phương trình  $5x + 0y = 2$  được biểu diễn bởi

A. đường thẳng  $y = 5x + 2$  B. đường thẳng  $y = \frac{2}{5}$

C. đường thẳng  $x = \frac{2}{5}$

D. đường thẳng  $y = 2 - 5x$

**Lời giải**

Ta có:  $5x + 0y = 2$  suy ra  $5x = 2$  suy ra  $x = \frac{2}{5}$

Nên tập nghiệm của phương trình  $5x + 0y = 2$  được biểu diễn bằng đường thẳng  $x = \frac{2}{5}$

**Câu 13:** Tập nghiệm của phương trình  $0x - 4y = 3$  được biểu diễn bởi

A. đồ thị hàm số  $x = 3 + 4y$  B. đồ thị hàm số  $y = 3$

C. đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{4}$

D. đồ thị hàm số  $y = -\frac{3}{4}$

**Lời giải**

Ta có:  $0x - 4y = 3$  suy ra  $-4y = 3$  suy ra  $y = -\frac{3}{4}$

Nên tập nghiệm của phương trình  $0x - 4y = 3$  được biểu diễn bằng đồ thị đường thẳng  $y = -\frac{3}{4}$

**Câu 14:** Giá trị nào của  $y_0$  để cặp số  $(0, 5; y_0)$  là nghiệm của phương trình  $-2x + 2y = 3$ ?

A.  $y_0 = -1$

B.  $y_0 = -2$

C.  $y_0 = 2$

D.  $y_0 = 3$

**Lời giải**

Do  $(0, 5; y_o)$  là nghiệm của phương trình  $-2x + 2y = 3$

Nên  $-2 \cdot 0,5 + 2y_o = 3$  suy ra  $2y_o = 4$  suy ra  $y_o = 2$

**Câu 15:** Giá trị nào của  $x_o$  để cặp số  $(x_o; -1)$  là nghiệm của phương trình  $3x + y = 2$ ?

A.  $x_o = -1$

**B.  $x_o = 1$**

C.  $x_o = 2$

D.  $x_o = 3$

**Lời giải**

Do  $(x_o; -1)$  là nghiệm của phương trình  $3x + y = 2$ .

Nên  $3x_o + (-1) = 2$  suy ra  $3x_o = 3$  suy ra  $x_o = 1$

**Câu 16:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + b_1y = 1 \\ -3x + b_2y = 5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi:

A.  $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{3}$

**B.  $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{-2}{3}$**

C.  $\frac{b_2}{b_1} = \frac{-2}{3}$

D.  $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{1}{5}$

**Lời giải**

Từ hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + b_1y = 1 \\ -3x + b_2y = 5 \end{cases}$

Ta có:  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$  thì hệ có nghiệm duy nhất, mà  $\frac{a}{a'} = \frac{-2}{3}$  suy ra  $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{-2}{3}$

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 17:** Nghiệm tổng quát của phương trình  $x - y + 2 = 0$  là:

A.  $(x; y)$  với  $x, y \in \mathbb{R}$

B.  $\{(x; x - 2) | x \in \mathbb{R}\}$

C.  $\{(y; x + 2) | y \in \mathbb{R}\}$

**D.  $\{(x; x + 2) | x \in \mathbb{R}\}$**

**Lời giải**

Ta có:  $x - y + 2 = 0$  suy ra  $y = x + 2$

Nên có nghiệm tổng quát là  $\{(x; x + 2) | x \in \mathbb{R}\}$

**Câu 18:** Phương trình  $3x + my = 5$  có nghiệm  $(1; 2)$  khi  $m$  có giá trị là:

A.  $m = 3$

**B.  $m = 1$**

C.  $m = 5$

D.  $m = 0$

**Lời giải**

Do phương trình  $3x + my = 5$  có nghiệm  $(1; 2)$

Nên  $3 \cdot 1 + m \cdot 2 = 5$  suy ra  $2m = 2$  suy ra  $m = 1$

**Câu 19:** Một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  thịt bò chứa 26g protein, một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  cá chứa 22g protein. Bác An định chỉ bổ sung 70g protein từ thịt bò và thịt cá trong một ngày. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò, số lạng thịt cá mà bác An ăn trong một ngày. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  biểu diễn nhu cầu bổ sung protein của bác An là :

A.  $x + 22y = 70$

B.  $70x - 22y = 26$

C.  $22x + 26y = 70$

**D.  $26x + 22y = 70$**

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò, số lạng thịt cá mà bác An ăn trong một ngày.

Do một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  thịt bò chứa 26g protein, một lạng  $(0,1 \text{ kg})$  cá chứa 22g protein.

Và bác An định chỉ bổ sung 70g protein từ thịt bò và thịt cá trong một ngày.

Nên ta có phương trình  $26x + 22y = 70$

**Câu 20:** Một số có hai chữ số có dạng  $\overline{xy}$ , biết hai lần chữ số thứ nhất nhiều hơn chữ số thứ hai 5 đơn vị. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  biểu diễn mối liên hệ trên là:

A.  $x + y = 5$

B.  $2x - y = 5$

C.  $x - 2y = 5$

D.  $2x + y = 5$

**Lời giải**

Theo đề ta có: Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  ( $x \neq 0$ ):  $2x - y = 5$

**Câu 21:** Hệ phương trình  $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$  có?

A. Nghiệm duy nhất

B. Hai nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

**Lời giải**

Từ hệ phương trình  $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

Ta có:  $\frac{3}{2} \neq \frac{-1}{-1} = 1$  hay  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

Nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất

**Câu 22:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  có?

A. Nghiệm duy nhất

B. Hai nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

**Lời giải**

Từ hệ phương trình  $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = -3 \end{cases}$

Ta có:  $\frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$  hay  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

Nên hệ phương trình vô nghiệm.

**Câu 23:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 4x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$  có?

A. Nghiệm duy nhất

B. Hai nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

**Lời giải**

Từ hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 4x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 4x - 2y = -6 \end{cases}$

Ta có:  $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{-3}{-6} \left( = \frac{1}{2} \right)$  hay  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Câu 24:** Để chuẩn bị cho buổi liên hoan của gia đình, bác Ngọc mua hai loại thực phẩm là thịt lợn và cá chép. Giá tiền thịt lợn là 130 nghìn đồng/kg, giá tiền cá chép là 50 nghìn đồng/kg. Bác Ngọc đã chi 295 nghìn để mua 3,5kg hai loại thực phẩm trên. Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số kilogram thịt lợn và cá chép mà bác Ngọc đã mua. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là:

A.  $\begin{cases} x + y = 3,5 \\ 130x + 50y = 295 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 130x + y = 295 \end{cases}$

$$C. \begin{cases} x + y = 3,5 \\ x + 50y = 295 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x + y = 295 \\ 130x + 50y = 3,5 \end{cases}$$

**Lời giải**

Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số kilogram thịt lợn và cá chép mà bác Ngọc đã mua.

Do bác Ngọc chỉ mua 3,5kg hai loại thực phẩm trên.

Ta có phương trình:  $x + y = 3,5$

Và giá tiền thịt lợn là 130 nghìn đồng/kg, giá tiền cá chép là 50 nghìn đồng/kg. Bác Ngọc đã chi 295 nghìn để mua 3,5kg hai loại thực phẩm trên

Ta có phương trình:  $130x + 50y = 295$

Vậy ta có hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 3,5 \\ 130x + 50y = 295 \end{cases}$

**III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO**

**Câu 25:** Các nghiệm nguyên dương của phương trình  $5x + 3y = 50$  là:

$$A. (x; y) = (5; 3), (3; 5), (3; 50)$$

$$B. (x; y) = (7; 5), (5; 3), (3; 5)$$

$$C. (x; y) = (13; -5), (4; 10), (-1; 15)$$

$$D. (x; y) = (7; 5), (4; 10), (1; 15)$$

**Lời giải**

Phương trình  $5x + 3y = 50$

Có  $50 : 5$  nên  $5x + 3y : 5$  mà  $5x : 5$  suy ra  $3y : 5$

Do  $(3; 5) = 1$  nên  $y : 5$  (1)

Vì  $x, y > 0$  nên  $3y < 50$  suy ra  $y < 17$  (2)

Từ (1) và (2) ta có:  $y = \{5; 10; 15\}$

Suy ra  $x = \{7; 4; 1\}$

Do đó nghiệm nguyên dương cần tìm là  $(x; y) = (7; 5), (4; 10), (1; 15)$

**Câu 26:** Các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm nguyên?

$$A. 2x - 4y = 7$$

$$B. 3x + 6y = 19$$

$$C. 5x - 10y = 14$$

$$D. 3x + 12y = 6$$

**Lời giải**

\* Phương trình  $2x - 4y = 7$  không có nghiệm nguyên, vì nếu có nghiệm  $x_o, y_o$  với  $x_o, y_o \in \mathbb{Z}$  thì:

$$2x_o - 4y_o = 7 \text{ suy ra } 2(x_o - 2y_o) = 7 \text{ suy ra } 2 \text{ là ước của } 7. \text{ Điều đó vô lí.}$$

\* Tương tự phương trình  $3x + 6y = 19$  và  $5x - 10y = 14$  không có nghiệm nguyên.

\* Phương trình  $3x + 12y = 6$  có nghiệm nguyên, vì nếu có nghiệm  $x_o, y_o$  với  $x_o, y_o \in \mathbb{Z}$  thì:

$$3x_o + 12y_o = 6 \text{ suy ra } 3(x_o + 4y_o) = 6 \text{ suy ra } 3 \text{ là ước của } 6. \text{ Điều đó đúng}$$

**Câu 27:** Các phương trình sau, phương trình nào không có nghiệm nguyên?

$$A. 3x - 9y = 6$$

$$B. 4x - 12y = 4$$

$$C. 5x - 10y = 14$$

$$D. -5x + 15y = 10$$

**Lời giải**

\* Phương trình  $3x - 9y = 6$  có nghiệm nguyên, vì nếu có nghiệm  $x_o, y_o$  với  $x_o, y_o \in \mathbb{Z}$  thì:

$$3x_o - 9y_o = 6 \text{ suy ra } 3(x_o - 3y_o) = 6 \text{ suy ra } 3 \text{ là ước của } 6. \text{ Điều đó đúng}$$

\* Tương tự phương trình  $4x - 12y = 4$  và  $-5x + 15y = 10$  đều có nghiệm nguyên.

\* Phương trình  $5x - 10y = 14$  không có nghiệm nguyên, vì nếu có nghiệm  $x_o, y_o$  với  $x_o, y_o \in \mathbb{Z}$  thì:

$$5x_o - 10y_o = 14 \text{ suy ra } 5(x_o - 2y_o) = 14 \text{ suy ra } 5 \text{ là ước của } 14. \text{ Điều đó vô lí.}$$

**Câu 28:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = -m \\ -4x + 2y = 10 \end{cases}$  có vô số nghiệm, khi  $m$  có giá trị:

**Lời giải**

**A.**  $m = 2$

**B.**  $m \neq -4$

**C.**  $m = -5$

**D.**  $m = 5$

Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = -m \\ -4x + 2y = 10 \end{cases}$  có vô số nghiệm

Khi  $\frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} = \frac{-m}{10}$  suy ra  $-2m = -1 \cdot 10$  suy ra  $m = 5$

**Câu 29:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = -3 \\ -4x + 2y = 6 \end{cases}$  vô nghiệm, khi  $m$  có giá trị:

**A.**  $m = 2$  và  $m \neq \frac{1}{2}$

**B.**  $m \neq 4$

**C.**  $m = -1$

**D.**  $m \neq 1$

**Lời giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = -3 \\ -4x + 2y = 6 \end{cases}$  vô nghiệm khi  $\frac{2}{-4} = \frac{-m}{2} \neq \frac{-3}{6}$  suy ra  $m \neq 1$

**Câu 30:** Đường thẳng  $d_1 : y = \frac{1}{2}x$  và  $d_2 : y = -x + 3$  cắt nhau tại điểm  $M$ . Tọa điểm  $M$  là cặp số nào

sau đây là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ ?

**A.**  $M(1; 2)$

**B.**  $M(2; 0)$

**C.**  $M(2; 1)$

**D.**  $M(2; -1)$

**Lời giải**

Vì  $d_1$  cắt  $d_2$  nên ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{2}x = -x + 3$$

$$x = -2x + 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \text{ suy } y = 1$$

Vậy  $d_1$  cắt  $d_2$  tại  $M(2; 1)$

Thay  $x = 2$  và  $y = 1$  vào

- Phương trình  $x - 2y = 0$  ta được  $2 - 2 \cdot 1 = 0$  (thỏa mãn)

- Phương trình  $x + y = 3$  ta được  $2 + 1 = 3$  (thỏa mãn)

Do cặp số  $(2; 1)$  đều thỏa mãn hai phương trình

Nên  $M(2; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

**E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Dạng 1. Xét xem một cặp số cho trước có là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn hay không**

**Bài 1.** Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 13$ ?  $(0; 2)$ ;  $(-1; -8)$ ;  $(1; 1)$ ;  $(3; 2)$ ;  $(1; -6)$

**Lời giải**

- Vì khi thay tọa độ điểm  $(0; 2)$  vào phương trình  $3x - 2y = 13$  ta có  $3.0 - 2.2 = 13$  (sai) nên  $(0; 2)$  không là nghiệm của phương trình.
- Vì khi thay tọa độ điểm  $(-1; -8)$  vào phương trình  $3x - 2y = 13$  ta có  $3(-1) - 2(-8) = 13$  (đúng) nên  $(-1; -8)$  là nghiệm của phương trình.
- Vì khi thay tọa độ điểm  $(1; 1)$  vào phương trình  $3x - 2y = 13$  ta có  $3(1) - 2(1) = 13$  (sai) nên  $(1; 1)$  không là nghiệm của phương trình.
- Vì khi thay tọa độ điểm  $(3; 2)$  vào phương trình  $3x - 2y = 13$  ta có  $3(3) - 2(2) = 13$  (sai) nên  $(3; 2)$  không là nghiệm của phương trình.
- Vì khi thay tọa độ điểm  $(1; -6)$  vào phương trình  $3x - 2y = 13$  ta có  $3(1) - 2(-6) = 13$  (sai) nên  $(1; -6)$  không là nghiệm của phương trình.

**Bài 2.** Tìm giá trị của  $m$  để

- a) Phương trình  $\sqrt{m-1}x - 3y = -1$  nhận cặp số  $(1; 1)$  làm nghiệm.
- b) Phương trình  $2x - (m-2)^2 y = 5$  nhận cặp số  $(-10; -1)$  làm nghiệm với  $m > 0$ .
- c) Đường thẳng có phương trình  $(m-1)x + (m+1)y = 2m+1$  đi qua điểm  $A(2; 3)$ .
- d) Đường thẳng có phương trình  $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$  song song với trục hoành.

**Lời giải**

- a) Phương trình  $\sqrt{m-1}x - 3y = -1$  nhận cặp số  $(1; 1)$  làm nghiệm khi và chỉ khi  $\sqrt{m-1}.1 - 3.1 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{m-1} = 2 \Leftrightarrow m-1 = 4 \Leftrightarrow m = 5$
- b) Phương trình  $2x - (m-2)^2 y = 5$  nhận cặp số  $(-10; -1)$  làm nghiệm khi và chỉ khi  $2(-10) - (m-2)^2(-1) = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 7 \end{cases}$ . Vì  $m > 0$  nên  $m = 7$ .
- c) Đường thẳng  $(m-1)x + (m+1)y = 2m+1$  đi qua điểm  $A(2; 3)$  khi và chỉ khi  $(m-1)2 + (m+1)3 = 2m+1 \Leftrightarrow m = 0$ .
- d) Đường thẳng có phương trình  $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$  song song với trục hoành khi và

$$\text{chỉ khi } \begin{cases} m-2=0 \\ 3m-1 \neq 0 \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

**Bài 3.** Cho hai phương trình  $x + y = 2$  và  $x - 2y = -1$ . Tìm cặp số  $(x; y)$  là nghiệm chung của hai phương trình.

**Lời giải**

Nghiệm chung  $(x; y)$  của hai phương trình là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $x + y = 2$  và  $x - 2y = -1$ .

Ta có:  $x + y = 2 \Rightarrow x = 2 - y$

$$x - 2y = -1 \Rightarrow x = -1 + 2y$$

Tung độ giao điểm là nghiệm của phương trình:  $2 - y = -1 + 2y \Leftrightarrow -3y = -3 \Leftrightarrow y = 1$

Vậy nghiệm chung của hai phương trình là cặp số  $(1; 1)$

**Bài 4.** Chứng tỏ rằng phương trình  $3x - 2y = 1$  luôn nhận cặp số  $(2m + 1; 3m + 1)$  là nghiệm khi  $m$  thay đổi.

**Lời giải**

Thay cặp số  $(2m + 1; 3m + 1)$  vào phương trình  $3x - 2y = 1$  ta được:

$$3(2m + 1) - 2(3m + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 6m + 3 - 6m - 2 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \text{ (luôn đúng mọi } m).$$

Vậy cặp số  $(2m + 1; 3m + 1)$  luôn là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 1$  khi  $m$  thay đổi.

**Bài 5.** Tìm các nghiệm nguyên của phương trình  $2x - 3y = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 2x - 3y = 1 \Rightarrow x = \frac{1 + 3y}{2} = y + \frac{y + 1}{2}$$

$$\text{Do } x, y \text{ nguyên } \frac{y + 1}{2} \in \mathbb{Z}, \text{ đặt } \frac{y + 1}{2} = t \text{ (} t \in \mathbb{Z} \text{)}$$

$$\Rightarrow y = 2t + 1 \Rightarrow x = 2t + 1 + t = 3t + 1$$

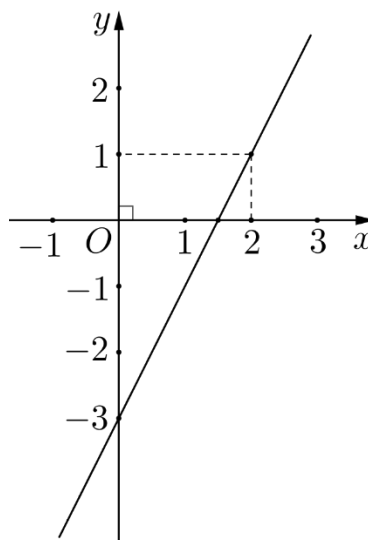
$$\text{Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: } \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 2t + 1 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{Z}$$

**Dạng 2. Viết nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình trên mặt phẳng tọa độ**

**Bài 1.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $2x - y = 3$ .

**Lời giải**

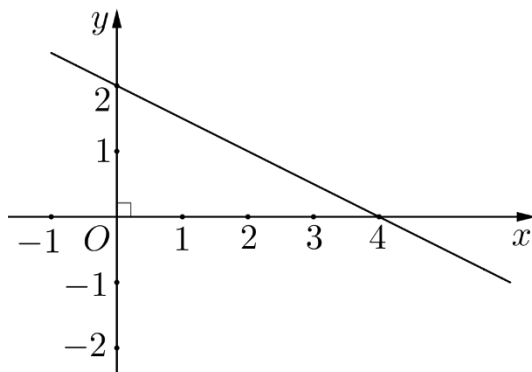
$$\text{Nghiệm tổng quát của phương trình là: } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$



**Bài 2.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $x + 2y = 4$ .

**Lời giải**

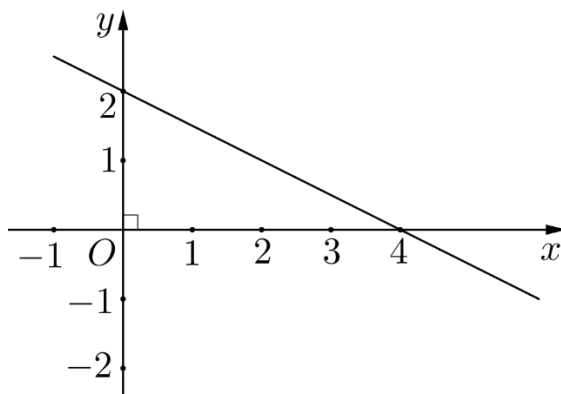
Nghiệm tổng quát của phương trình là:  $\begin{cases} x = -2y + 4 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$ .



**Bài 3.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $3x - 2y = 6$

**Lời giải**

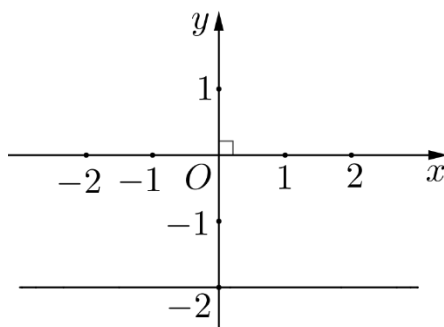
Nghiệm tổng quát của phương trình là:  $\begin{cases} y = \frac{3x - 6}{2} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$



**Bài 4.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $5y = -10$ .

**Lời giải**

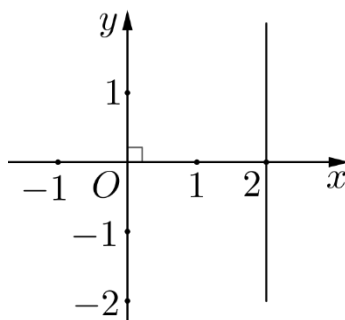
Nghiệm tổng quát của phương trình là:  $\begin{cases} y = -2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$ .



**Bài 5.** Viết nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $-4x = -12$ .

**Lời giải**

Nghiệm tổng quát của phương trình là:  $\begin{cases} x = 3 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$ .



**Dạng 3.** Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng  $ax + by = c$  thỏa mãn điều kiện cho trước

**Bài 1.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

a) điểm  $M(0;1)$  thuộc đường thẳng  $mx - 5y = 7$ .

b) điểm  $N(0;-3)$  thuộc đường thẳng  $2,5x + my = -21$ .

**Lời giải**

a) Điểm  $M(0;1)$  thuộc đường thẳng  $mx - 5y = 7$  khi và chỉ  $m \cdot 0 - 5 \cdot 1 = 7 \Leftrightarrow 0 = 12$  (không tìm được  $m$ )

b) Điểm  $N(0;-3)$  thuộc đường thẳng  $2,5x + my = -21$  khi và chỉ khi  $2,5 \cdot 0 + m(-3) = -21 \Leftrightarrow m = 7$ .

**Bài 2.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

a) điểm  $P(5;-3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 2y = -1$ .

b) điểm  $P(5;-3)$  thuộc đường thẳng  $3x - my = 6$ .

c) điểm  $Q(0,5;-3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 0y = 17,5$ .

**Lời giải**

a) Điểm  $P(5;-3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 2y = -1$  khi và chỉ khi  $5m + 2(-3) = -1 \Leftrightarrow m = 1$ .

b) Điểm  $P(5;-3)$  thuộc đường thẳng  $3x - my = 6$  khi và chỉ khi  $3 \cdot 5 - m(-3) = 6 \Leftrightarrow m = -3$ .

c) Điểm  $Q(0,5;-3)$  thuộc đường thẳng  $mx + 0y = 17,5$  khi và chỉ khi  $m = 35$ .

**Bài 3.** Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của  $m$  để

a) điểm  $S(4;0,3)$  thuộc đường thẳng  $0x + my = 1,5$ .

b) điểm  $A(2;-3)$  thuộc đường thẳng  $(m-1)x + (m+1)y = 2m+1$ .

**Lời giải**

a) Điểm  $S(4;0,3)$  thuộc đường thẳng  $0x + my = 1,5$  khi và chỉ khi  $m \cdot 0,3 = 1,5 \Leftrightarrow m = 5$ .

b) Điểm  $A(2;-3)$  thuộc đường thẳng  $(m-1)x + (m+1)y = 2m+1$  khi và chỉ khi  $(m-1)(2) + (m+1)(-3) = 2m+1 \Leftrightarrow m = -2$

**Bài 4.** Cho đường thẳng  $d$  có phương trình:  $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để:

- a)  $d$  đi qua điểm  $A(1; -1)$ ;  
 b)  $d$  song song với trục hoành.

**Lời giải**

- a)  $d$  đi qua điểm  $A(1; -1)$  khi và chỉ khi:

$$(m-2) \cdot 1 + (3m-1) \cdot (-1) = 6m-2$$

$$\Leftrightarrow m-2-3m+1=6m-2$$

$$\Leftrightarrow m-3m-6m=-2+2-1$$

$$\Leftrightarrow -8m=-1 \Leftrightarrow m=\frac{1}{8}$$

- b)  $d$  song song với trục hoành khi và chỉ khi:

$$m-2=0 \Leftrightarrow m=2$$

**Bài 5.** Cho đường thẳng  $d$  có phương trình:  $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để:

- a)  $d$  song song với trục tung;  
 b)  $d$  đi qua gốc tọa độ.

**Lời giải**

- a)  $d$  song song với trục tung khi và chỉ khi:

$$3m-1=0, 6m-2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}, m \neq \frac{1}{3} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

- b)  $d$  đi qua gốc tọa độ khi và chỉ khi:

$$6m-2=0 \Leftrightarrow 6m=2 \Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$$

**Dạng 4. Không giải hệ phương trình, đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn**

**Bài 1.** Không giải hệ phương trình, dựa vào vị trí của hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình hãy dự đoán số nghiệm của hệ:

a) 
$$\begin{cases} -2x+y=-3 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} y=2x+10 \\ y=x+100 \end{cases}$$

**Lời giải**

- a) Tập nghiệm phương trình  $-2x+y=-3$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $-2x+y=-3$

Tập nghiệm phương trình  $3x-2y=7$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $3x-2y=7$

Ta có  $\frac{-2}{3} \neq \frac{1}{-2}$ . Suy ra hệ phương trình có một nghiệm duy nhất

- b) Tập nghiệm của phương trình  $y=2x+10$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $d_1: y=2x+10$ .

Tập nghiệm của phương trình  $y=x+100$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $d_2: y=x+100$ .

Lại có: hệ số góc của hai đường thẳng  $d_1, d_2$  khác nhau ( $2 \neq 1$ ) nên hai đường thẳng này cắt nhau.

Suy ra, hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

**Bài 2.** Không giải hệ phương trình, dựa vào vị trí của hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình hãy dự đoán số nghiệm của hệ:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x = 2y - 4 \\ -x + \frac{2}{3}y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ -2x + \frac{3}{2}y = -5 \end{cases}$$

**Lời giải**

a) Tập nghiệm phương trình  $3x = 2y - 4$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $3x - 2y = -4$

Tập nghiệm phương trình  $-x + \frac{2}{3}y = 2$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $-3x + 2y = 6$

Ta có  $\frac{3}{-3} = \frac{-2}{2} \neq \frac{-4}{6}$ . Suy ra hệ phương trình vô nghiệm.

b) Tập nghiệm của phương trình  $4x - 3y = 10$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $4x - 3y = 10$ .

Tập nghiệm của phương trình  $-2x + \frac{3}{2}y = -5$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $-4x + 3y = -10$ .

Ta có  $\frac{4}{-4} = \frac{-3}{3} = \frac{10}{-10}$ . Suy ra hệ phương trình vô số nghiệm.

**Bài 3.** Dựa vào các hệ số  $a, b, c$  và  $a', b', c'$  dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 4\sqrt{2}x - 2y = 2 \\ \sqrt{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ -x + 11y = 5 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 4x + y = 3 \\ -3 - \frac{3}{4}y = 1 \end{cases} \end{array}$$

**Lời giải**

a) Hệ có vô số nghiệm do  $\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{3}{-6}$

b) Hệ có vô số nghiệm do  $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-2}{-1} = \frac{2}{1}$

c) Hệ có nghiệm duy nhất do  $\frac{2}{-1} \neq \frac{3}{11}$

d) Hệ vô nghiệm do  $\frac{4}{-3} = \frac{1}{-3} \neq \frac{3}{4}$

**Bài 4.** Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 0x + 4y = -8 \end{cases}; & \text{b) } \begin{cases} 0x - 5y = -11 \\ 2x - 0y = 2\sqrt{3} \end{cases}; \\ \text{c) } \begin{cases} -2x + y = \frac{1}{2} \\ -3x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{4} \end{cases}; & \text{d) } \begin{cases} 2\sqrt{2}x + 4y = 3 \\ -\sqrt{2}x - 2y = \frac{3}{2} \end{cases}. \end{array}$$

**Lời giải**

a) Hệ có nghiệm duy nhất vì  $\frac{0}{3} \neq \frac{4}{-2}$ .

b) Hệ có nghiệm duy nhất vì  $\begin{cases} 0x - 5y = -11 \\ 2x - 0y = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{5} \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$  là hai đường thẳng cắt nhau.

c) Hệ vô số nghiệm vì  $\frac{-2}{-3} = \frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{4}}$ .

d) Hệ vô nghiệm vì  $\frac{2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = \frac{4}{-2} \neq \frac{3}{\frac{2}{2}}$ .

**Bài 5.** Dựa vào các hệ số  $a, b, c, a', b', c'$  dự đoán số nghiệm của các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -6x + 4y = -8 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x - 5y = -11 \\ 3x - 0y = 2\sqrt{3} \end{cases}$

**Lời giải**

a) Ta có  $\frac{3}{-6} = \frac{-2}{4} = \frac{4}{-8} = \left(\frac{-1}{2}\right)$  suy ra hệ phương trình có vô số nghiệm.

b) Ta có  $\frac{-2}{3} \neq \frac{1}{-2}$  nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

c) Ta có  $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{-2}{-6} \neq \frac{3}{-7}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

d) Ta có  $\frac{3}{2} \neq \frac{0}{5}$  nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

**Dạng 5: Tìm điều kiện để hệ phương trình có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm.**

**Bài 1.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - 3y = m \\ 2x - 6y = 8 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm? vô số nghiệm?

**Lời giải**

Ta có  $\frac{1}{2} = \frac{-3}{-6}$

Nếu  $\frac{1}{2} = \frac{m}{8}$ , tức là  $m = 4$  thì hệ vô số nghiệm.

Nếu  $\frac{1}{2} \neq \frac{m}{8}$ , tức là  $m \neq 4$  thì hệ vô nghiệm.

**Bài 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} y = 2x + 20 \\ y = (2m - 4)x + 10 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hệ phương trình đã cho:

a) Vô nghiệm?

b) Có nghiệm duy nhất?

**Lời giải**

Nghiệm của phương trình  $y = 2x + 20$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $(d_1): y = 2x + 20$ .

Nghiệm của phương trình  $y = (2m - 4)x + 10$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $(d_2):$

$$y = (2m - 4)x + 10.$$

a) Hệ phương trình đã cho vô nghiệm khi  $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4 = 2 \\ 10 \neq 20 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$

Vậy với  $m = 3$  thì hệ đã cho vô nghiệm.

b) Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi hai đường thẳng  $d_1, d_2$  cắt nhau

$$\Leftrightarrow 2m - 4 \neq 2 \Leftrightarrow 2m \neq 6 \Leftrightarrow m \neq 3$$

Vậy  $m \neq 3$  thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất.

**Bài 3.** Cho phương trình  $3x - 2y = 5$ . Hãy cho thêm một phương trình bậc nhất hai ẩn để được một hệ:

a) Có nghiệm duy nhất.

b) Vô nghiệm.

c) Vô số nghiệm.

**Lời giải**

Ta có:  $3x - 2y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

a) Để được một hệ có nghiệm duy nhất thì cần thêm một phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số góc khác  $\frac{3}{2}$ . Ví dụ:  $y = x - 5$ .

b) Để được một hệ vô nghiệm thì cần thêm một phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số góc bằng  $\frac{3}{2}$  và tung độ góc khác  $-\frac{5}{2}$ . Ví dụ:  $y = \frac{3}{2}x + 1$ .

c) Để được một hệ có vô số nghiệm thì cần thêm một phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số góc bằng  $\frac{3}{2}$  và tung độ góc bằng  $-\frac{5}{2}$  và biến đổi cho nó khác phương trình ban đầu. Ví dụ:

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2y = 3x - 5.$$

**Bài 4.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ . Xác định các giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình:

a) Có nghiệm duy nhất;

b) Vô nghiệm;

c) Vô số nghiệm.

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + y = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx + y = 2m \\ x + y = 1 \end{cases}$

a) Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì  $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{1} \Leftrightarrow m \neq 1$ . Vậy  $m \neq 1$

b) Để hệ phương trình vô nghiệm thì  $\frac{m}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{2m}{1} \Leftrightarrow m = 1; m \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 1$ . Vậy  $m = 1$

c) Để hệ phương trình vô số nghiệm thì  $\frac{m}{1} = \frac{1}{1} = \frac{2m}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$ . Vậy không có giá trị nào của  $m$

**Bài 5.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} mx + 2y = 3 \\ m^2x - 4y = -6 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Lời giải**

Với  $m \neq 0$ , điều kiện để hệ phương trình có vô số nghiệm là

$$\frac{m}{m^2} = \frac{2}{-4} = \frac{3}{-6} \Leftrightarrow \frac{1}{m} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2.$$

Với  $m = 0$ , hệ phương trình có dạng  $\begin{cases} 0x + 2y = 3 \\ 0x - 4y = -6 \end{cases}$ . Hệ có vô nghiệm dạng  $\left(x; \frac{3}{2}\right)$  với  $x \in \mathbb{R}$ .

Vậy với  $m = -2$  hoặc  $m = 0$ , hệ phương trình có vô số nghiệm.



## BÀI 3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### Kiến thức cần nhớ

##### I. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

**Bước 1:** Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

**Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

##### II. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

**Bước 1:** Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ chứa một ẩn.

**Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

##### III. Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng hình học

Ta đã biết mỗi nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} (*)$

là một nghiệm chung của hai phương trình trong (\*). Nghiệm chung ấy tương ứng với điểm chung của hai đường thẳng  $d: ax + by = c$  và  $d': a'x + b'y = c'$ , tức là giao điểm của  $d$  và  $d'$ . Do đó ta có thể giải hệ (\*) bằng cách vẽ hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  rồi tìm tọa độ chung của chúng. Từ đó, ta thấy chỉ có thể xảy ra 3 trường hợp sau:

1)  $d$  và  $d'$  cắt nhau (có một điểm chung). Hệ (\*) có nghiệm duy nhất khi  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ .

2)  $d$  và  $d'$  song song với nhau (không có điểm chung). Hệ (\*) vô nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ .

3)  $d$  và  $d'$  trùng nhau. Hệ (\*) vô nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

### B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$  có nghiệm là

**A.**  $(x; y) = (1; 2)$

**B.**  $(x; y) = (1; -2)$

**C.**  $(x; y) = (-1; -2)$

**D.**  $(x; y) = (-1; 2)$

**Câu 2:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (3; -2)$

B.  $(x; y) = (3; 2)$

C.  $(x; y) = (-3; 2)$

D.  $(x; y) = (-3; -2)$

**Câu 3:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 5y = -2 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (-1; 1)$

B.  $(x; y) = (1; -1)$

C.  $(x; y) = (1; 1)$

D.  $(x; y) = (1; 2)$

**Câu 4:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ -3x + 4y = -2 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (2; 1)$

B.  $(x; y) = (2; -1)$

C.  $(x; y) = (-2; 1)$

D.  $(x; y) = (-2; -1)$

**Câu 5:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (-1; -2)$

B.  $(x; y) = (1; 2)$

C.  $(x; y) = (1; -2)$

D.  $(x; y) = (-1; 2)$

**Câu 6:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào có nghiệm duy nhất.

A.  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 3x - 6y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 2y = 17 \end{cases}$

**Câu 7:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào vô nghiệm.

A.  $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x - 10y = 2 \end{cases}$

**Câu 8:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào có vô số nghiệm.

A.  $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x - 3y = 17 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x - \sqrt{2}y = 17 \\ x - \sqrt{2}y = 17 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x - 5y = 2 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Biết hệ  $\begin{cases} ax + 3y = 1 \\ x + by = -2 \end{cases}$  nhận cặp số  $(-2; 3)$  là một nghiệm. Khi đó giá trị của  $a, b$  là

A.  $a = 4; b = 0$

B.  $a = 2; b = 2$

C.  $a = 0; b = 4$

D.  $a = -2; b = -2$

**Câu 10:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (1; -2)$

B.  $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$

C.  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$

D.  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{13}{2}\right)$

**Câu 11:** Gọi  $(x; y)$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$ . Giá trị biểu thức  $A = x + y$  là

A.  $\frac{31}{7}$

B.  $\frac{-31}{7}$

C.  $\frac{7}{31}$

D.  $\frac{-7}{31}$

**Câu 12:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (x-1)(y+1) = xy+4 \\ (x+2)(y-1) = xy-10 \end{cases}$ . Nghiệm của hệ phương trình trên là

A.  $(x; y) = (-2; -3)$

B.  $(x; y) = (2; -3)$

C.  $(x; y) = (2; 3)$

D.  $(x; y) = (-2; 3)$

**Câu 13:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$ . Khi đó  $x+y$  bằng

A. -1

B. -3

C. 3

D. 1

**Câu 14:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \end{cases}$ . Gọi  $(x; y)$  là nghiệm của hệ phương trình tính  $A = x^2 + y^2$ .

A. 5

B. 0

C. 2

D. 1.

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 15:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $\left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$

B.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$

C.  $\left(\frac{-13}{2}; \frac{-1}{2}\right)$

D.  $\left(\frac{13}{2}; \frac{1}{2}\right)$

**Câu 16:** Hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{6}{x} - \frac{7}{y} = -1 \end{cases}$  có nghiệm là

A. (2; 2)

B. (1; 1)

C. (-1; -1)

D. (-1; 1)

**Câu 17:** Với giá trị nào của  $a; b$  để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; 3)$  và điểm  $B(1; -4)$  là

A.  $a = \frac{7}{3}; b = \frac{-5}{3}$

B.  $a = \frac{-7}{3}; b = \frac{-5}{3}$

C.  $a = \frac{7}{3}; b = \frac{5}{3}$

D.  $a = \frac{-7}{3}; b = \frac{5}{3}$

**Câu 18:** Với giá trị nào của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 3x+y=4 \\ (2m+1)x+7y=8 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $x=y$

A.  $m=0$

B.  $m=10$

C.  $m=-10$

D.  $m=1$

### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 19:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} (m-1)x-my=3m-1 \\ 2x-y=m+5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$

sao cho  $A = x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $m=-1$

B.  $m=1$

C.  $m=2$

D.  $m=8$

**Câu 20:** Tìm giá trị nguyên lớn nhất của  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} mx + 2my = m + 1 \\ x + (m + 1)y = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$

sao cho  $A = x - y$  nhận giá trị nguyên.

A.  $m = 1$

B.  $m = -1$

C.  $m = 4$

D.  $m = 2$

### C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

#### Dạng 1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

##### Phương pháp giải

- **Bước 1:** Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn
- **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

**Bài 1.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$  bằng phương pháp thế.

**Bài 2.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)  $\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} -2x - 3y = 9 \\ -x - y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

**Bài 3.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ (a^2 + 1)x - 4y = 2a \end{cases}$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $a = -1$

b)  $a = 0$

c)  $a = 1$

**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)  $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

**Bài 5.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)  $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

#### Dạng 2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

##### Phương pháp giải

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

- **Bước 1:** Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.
- **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

**Bài 6.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số.

**Bài 7.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số.

**Bài 8.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số.

**Bài 9.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số:

a)  $\begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$

**Bài 10.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

a)  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ 6x + 15y = 6 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 3 \end{cases}$

### **Dạng 3. Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.**

#### **Phương pháp giải**

- **Bước 1:** Biến đổi hệ phương trình đã cho về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn
- **Bước 2:** Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.

**Bài 11.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x + 1 - y = 2x + y \\ 3x + y = x - y + 2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3(x + 1) - 2(y - 1) = 4 \\ 4(x - 2) + 3(y + 1) = 5 \end{cases}$

**Bài 12.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x(y + 2) - y(x + 1) = 3 \\ 2x(y + 1) - y(2x + 3) = 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2(x - 2y) + 3(x + 2y) = 4 \\ (x - y) + 2(x + y) = 1 \end{cases}$

**Bài 13.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$

**Bài 14.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x + y = \frac{4x - 3}{5} \\ x + 3y = \frac{15 - 9y}{14} \end{cases}$

b)  $\begin{cases} \frac{x - y - 1}{2} + \frac{x - 2y}{4} = 1 \\ \frac{x + 2y}{3} - \frac{y - x - 3}{6} = 2 \end{cases}$

**Bài 15.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} (2x - 1)(y + 1) = (x - 3)(2y - 5) \\ (3x + 1)(y - 1) = (x - 1)(3y + 1) \end{cases}$

b)  $\begin{cases} (2x - 1)(2y + 1) = (x - 3)(y - 5) + 3xy \\ (3x + 1)(y - 1) = (x - 1)(y + 1) + 2xy \end{cases}$

**Dạng 4. Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.****Phương pháp giải**

- **Bước 1:** Đặt ẩn phụ và điều kiện (nếu có).
- **Bước 2:** Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới thu được.
- **Bước 3:** Từ các giá trị của ẩn phụ vừa nhận được, giải tìm các ẩn của hệ ban đầu.
- **Bước 4:** Kiểm tra điều kiện (nếu có) và kết luận nghiệm.

**Bài 16.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2(x-y) + 4(x+2y) = 6 \\ 3(x-y) - (x+2y) = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + 4y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 9x - 8y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y+1} = -1 \end{cases}$$

**Bài 17.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{6}{x+1} - \frac{2}{y+1} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

**Bài 18.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x + \frac{1}{y} = \frac{-1}{2} \\ 2x - \frac{3}{y} = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

**Bài 19.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 16 \\ 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = -11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{6}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

**Bài 20.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + y = 18 \\ 2\sqrt{x-1} - 3y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{4y-8} = 8 \\ \sqrt{9x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

**Bài 21.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2|x+1| - 5y = 3 \\ |x+1| + 2y = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} |x+2| + 4\sqrt{y+1} = 5 \\ 3|x+2| - 2\sqrt{y+1} = 1 \end{cases}$$

**Bài 22.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 3|x+2| - \frac{2}{|2y-1|} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|1-2y|} = 3 \end{cases}$$

**Dạng 5. Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước.**

**Phương pháp giải**

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$  có nghiệm  $(x_0; y_0)$  khi  $\begin{cases} ax_0+by_0=c \\ a'x_0+b'y_0=c' \end{cases}$
- Đường thẳng  $d: ax+by=c$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0)$  khi  $ax_0+by_0=c$

**Bài 23.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x+by=-4 \\ bx-ay=4 \end{cases}$ . Tìm các giá trị của  $a, b$  để hệ phương trình có nghiệm  $(1; -2)$ .

**Bài 24.** Cho đường thẳng  $d: 2ax - (3b+1)y = a-1$ . Tìm các giá trị của  $a$  và  $b$  để  $d$  đi qua hai điểm  $M(-7; 6)$  và  $N(4; -3)$ .

**Bài 25.** Xác định  $a, b$  để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm:

a)  $A(2; -2)$  và  $B(-1; 3)$

b)  $A(2; 1)$  và  $B(1; 2)$

**Bài 26.** Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng  $(d_1): 2x - y = -1$ ;  $(d_2): x + y = -2$ ;  $(d_3): y = -2x - m$ . Xác định  $m$  để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

**Bài 27.** Cho ba đường thẳng  $(d_1): x - 2y = -3$ ;  $(d_2): \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2$ ;  $(d_m): mx - (1 - 2m)y = 5 - m$ .

- a) Xác định  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1); (d_2)$  và  $(d_m)$  đồng quy.
- b) Chứng minh rằng  $(d_m)$  luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ .

**C. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| Câu    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Đáp án | A  | B  | C  | A  | D  | A  | C  | B  | A  | D  |
| Câu    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | A  | B  | D  | A  | A  | B  | A  | A  | B  | D  |

**I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT**

**Câu 1:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (1; 2)$

B.  $(x; y) = (1; -2)$

C.  $(x; y) = (-1; -2)$

D.  $(x; y) = (-1; 2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\begin{cases} x+2y=5 & (1) \\ 2x+3y=8 & (2) \end{cases}$

Từ (1) suy ra  $x = 5 - 2y$ . Thay  $x = 5 - 2y$  vào phương trình (2) ta được:

$$2(5 - 2y) + 3y = 8$$

$$10 - 4y + 3y = 8$$

$$-4y + 3y = 8 - 10$$

$$-y = -2$$

$$y = 2$$

Thay  $y = 2$  vào  $x = 5 - 2y$  ta được  $x = 5 - 2.2 = 1$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; 2)$ .

**Câu 2:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (3; -2)$

B.  $(x; y) = (3; 2)$

C.  $(x; y) = (-3; 2)$

D.  $(x; y) = (-3; -2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\begin{cases} x+y=5 & (1) \\ x-y=1 & (2) \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(x+y) + (x-y) = 5+1$$

$$x+y+x-y=6$$

$$2x=6$$

$$x=3$$

Thay  $x=3$  và phương trình (1) ta được  $3+y=5$  suy ra  $y=2$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (3; 2)$ .

**Câu 3:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - 5y = -2 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (-1; 1)$

B.  $(x; y) = (1; -1)$

C.  $(x; y) = (1; 1)$

D.  $(x; y) = (1; 2)$

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 & (1) \\ 3x - 5y = -2 & (2) \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(3x + 2y) - (3x - 5y) = 5 - (-2)$$

$$3x + 2y - 3x + 5y = 7$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

Thay  $y = 1$  vào phương trình (1) ta được:  $3x + 2.1 = 5$  suy ra  $x = 1$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$ .

**Câu 4:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ -3x + 4y = -2 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (2; 1)$

B.  $(x; y) = (2; -1)$

C.  $(x; y) = (-2; 1)$

D.  $(x; y) = (-2; -1)$

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 & (1) \\ -3x + 4y = -2 & (2) \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(3x + 2y) + (-3x + 4y) = 8 + (-2)$$

$$3x + 2y - 3x + 4y = 6$$

$$6y = 6$$

$$y = 1$$

Thay  $y = 1$  vào phương trình (1) ta được  $3x + 2.1 = 8$  suy ra  $x = 2$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 1)$ .

**Câu 5:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (-1; -2)$

B.  $(x; y) = (1; 2)$

C.  $(x; y) = (1; -2)$

D.  $(x; y) = (-1; 2)$

Lời giải

**Chọn D**

Ta có: 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 & (1) \\ x + 4y = 7 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra  $x = 7 - 4y$ . Thay  $x = 7 - 4y$  vào phương trình (1) ta được

$$3(7 - 4y) + 2y = 1$$

$$21 - 12y + 2y = 1$$

$$-12y + 2y = 1 - 21$$

$$-10y = -20$$

$$y = 2$$

Thay  $y = 2$  vào  $x = 7 - 4y$  ta được  $x = 7 - 4.2 = -1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (-1; 2)$ .

**Câu 6:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào có nghiệm duy nhất.

A. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 3x - 6y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 2y = 17 \end{cases}$$

**Lời giải****Chọn A**

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$  có  $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{-4}$  nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$  có  $\frac{3}{3} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{-7}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 6y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$  có  $\frac{3}{1} = \frac{-6}{-2} \neq \frac{-1}{7}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 2y = 17 \end{cases}$  có  $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{17}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

**Câu 7:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào vô nghiệm.

A. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x - 10y = 2 \end{cases}$$

**Lời giải****Chọn C**

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$  có  $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{-4}$  nên hệ phương trình có một nghiệm duy nhất.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$  có  $\frac{5}{1} \neq \frac{-2}{-2}$  nên hệ phương trình có một nghiệm duy nhất.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x-3y=1 \\ x-3y=7 \end{cases}$  có  $\frac{1}{1} = \frac{-3}{-3} \neq \frac{1}{7}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 3x-5y=1 \\ 6x-10y=2 \end{cases}$  có  $\frac{3}{6} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$  nên hệ phương trình vô số nghiệm.

**Câu 8:** Trong các hệ phương trình sau hệ phương trình nào có vô số nghiệm.

A.  $\begin{cases} x-3y=2 \\ x-3y=17 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x-\sqrt{2}y=17 \\ x-\sqrt{2}y=17 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x-5y=2 \\ 2x-3y=2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ x-3y=4 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x-3y=2 \\ x-3y=17 \end{cases}$  có  $\frac{1}{1} = \frac{-3}{-3} \neq \frac{2}{17}$  nên hệ phương trình vô nghiệm.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x-\sqrt{2}y=17 \\ x-\sqrt{2}y=17 \end{cases}$  có  $\frac{1}{1} = \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = \frac{17}{17}$  nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x-5y=2 \\ 2x-3y=2 \end{cases}$  có  $\frac{1}{2} \neq \frac{-5}{-3}$  nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ x-3y=4 \end{cases}$  có  $\frac{2}{1} \neq \frac{-3}{-3}$  nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Biết hệ  $\begin{cases} ax+3y=1 \\ x+by=-2 \end{cases}$  nhận cặp số  $(-2;3)$  là một nghiệm. Khi đó giá trị của  $a, b$  là

A.  $a=4; b=0$

B.  $a=2; b=2$

C.  $a=0; b=4$

D.  $a=-2; b=-2$

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hệ phương trình  $\begin{cases} ax+3y=1 \\ x+by=-2 \end{cases}$  nhận cặp số  $(-2;3)$  là nghiệm nên  $\begin{cases} -2a+9=1 \\ -2+3b=-2 \end{cases}$

Suy ra  $\begin{cases} a=4 \\ b=0 \end{cases}$

Vậy  $a=4; b=0$  thì hệ phương trình  $\begin{cases} ax+3y=1 \\ x+by=-2 \end{cases}$  nhận cặp số  $(-2;3)$  là nghiệm.

**Câu 10:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$  có nghiệm là

A.  $(x; y) = (1; -2)$

B.  $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$

C.  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$

D.  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{13}{2}\right)$

Lời giải

Chọn D

Đặt  $x + y = a; x - y = b$  khi đó hệ phương trình có dạng  $\begin{cases} 2a + 3b = 4 \\ a + 2b = 5 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} 2a + 3b = 4 & (1) \\ 2a + 4b = 10 & (2) \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(2a + 3b) - (2a + 4b) = 4 - 10$$

$$2a + 3b - 2a - 4b = -6$$

$$-b = -6$$

$$b = 6$$

Suy ra  $a + 2.6 = 5$  suy ra  $a = -7$

Khi đó  $\begin{cases} x + y = -7 & (3) \\ x - y = 6 & (4) \end{cases}$

Từ (3) và (4) suy ra:

$$(x + y) + (x - y) = -7 + 6$$

$$x + y + x - y = -1$$

$$2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

Thay  $x = \frac{-1}{2}$  vào (3) ta được  $\frac{-1}{2} + y = -7$  suy ra  $y = \frac{13}{2}$

**Câu 11:** Gọi  $(x; y)$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$ . Giá trị biểu thức  $A = x + y$  là

A.  $\frac{31}{7}$

B.  $\frac{-31}{7}$

C.  $\frac{7}{31}$

D.  $\frac{-7}{31}$

Lời giải

Chọn A

Ta có  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 & (1) \\ x + 4y = 6 & (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra  $x = 6 - 2y$ . Thay  $x = 6 - 2y$  vào phương trình (1) ta được:

$$2(6 - 2y) - 3y = 1$$

$$12 - 4y - 3y = 1$$

$$-4y - 3y = 1 - 12$$

$$-7y = -11$$

$$y = \frac{11}{7}$$

Thay  $y = \frac{11}{7}$  vào  $x = 6 - 2y$  ta được  $x = 6 - 2 \cdot \frac{11}{7} = \frac{20}{7}$

Suy ra  $A = \frac{20}{7} + \frac{11}{7} = \frac{31}{7}$ .

Vậy  $A = \frac{31}{7}$

**Câu 12:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (x-1)(y+1) = xy+4 \\ (x+2)(y-1) = xy-10 \end{cases}$ . Nghiệm của hệ phương trình trên là

A.  $(x; y) = (-2; -3)$

B.  $(x; y) = (2; -3)$

C.  $(x; y) = (2; 3)$

D.  $(x; y) = (-2; 3)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\begin{cases} (x-1)(y+1) = xy+4 \\ (x+2)(y-1) = xy-10 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} xy+x-y-1 = xy+4 \\ xy-x+2y-2 = xy-10 \end{cases}$

Suy ra  $\begin{cases} x-y=5 & (1) \\ -x+2y=-8 & (2) \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(x-y) + (-x+2y) = 5-8$$

$$y = -3$$

Thay  $y = -3$  vào (1) ta được:  $x = -3 + 5 = 2$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; -3)$

**Câu 13:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$ . Khi đó  $x+y$  bằng

A. -1

B. -3

C. 3

D. 1

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\begin{cases} 2x+3y=4 & (1) \\ x-y=-3 & (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra  $x = y - 3$ . Thay  $x = y - 3$  vào (1) ta được:

$$2(y-3) + 3y = 4$$

$$2y - 6 + 3y = 4$$

$$5y = 10$$

$$y = 2$$

Suy ra  $x = 2 - 3 = -1$

Khi đó  $x + y = -1 + 2 = 1$

- Câu 14:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - y = -3 \end{cases}$ . Gọi  $(x, y)$  là nghiệm của hệ phương trình tính  $A = x^2 + y^2$ .
- A. 5                                      B. 0                                      C. 2                                      D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 & (1) \\ x - y = -3 & (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra  $x = y - 3$ . Thay  $x = y - 3$  vào (1) ta được

$$2(y - 3) + 3y = 4$$

$$2y - 6 + 3y = 4$$

$$5y = 10$$

$$y = 2$$

Suy ra  $x = 2 - 3 = -1$

Hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (-1; 2)$ .

Khi đó:  $A = (-1)^2 + 2^2 = 5$ .

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 15:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$  có nghiệm là

- A.  $\left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$                       B.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$                       C.  $\left(\frac{-13}{2}; \frac{-1}{2}\right)$                       D.  $\left(\frac{13}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta đặt  $x + y = a$ ;  $x - y = b$  thay vào hệ phương trình trên ta được:  $\begin{cases} 2a + 3b = 4 & (1) \\ a + 2b = 5 & (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra  $a = 5 - 2b$ . Thay  $a = 5 - 2b$  vào (1) ta được:

$$2(5 - 2b) + 3b = 4$$

$$10 - 4b + 3b = 4$$

$$-b = -6$$

$$b = 6$$

Suy ra  $a = 5 - 2.6 = -7$

Suy ra  $\begin{cases} x + y = -7 & (3) \\ x - y = 6 & (4) \end{cases}$

Từ (3) và (4) suy ra :

$$(x + y) + (x - y) = -7 + 6$$

$$2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

Thay  $x = \frac{-1}{2}$  vào (3) ta được:  $y = -7 + \frac{1}{2} = \frac{-13}{2}$

Vậy hệ có nghiệm  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$ .

**Câu 16.** Hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{6}{x} - \frac{7}{y} = -1 \end{cases}$$
 có nghiệm là

A. (2; 2)

B. (1; 1)

C. (-1; -1)

D. (-1; 1)

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có ĐKXĐ:  $x \neq 0; y \neq 0$ .

Đặt  $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$ , khi đó hệ phương trình trên có dạng: 
$$\begin{cases} 2a + b = 3 & (1) \\ 6a - 7b = -1 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra  $b = 3 - 2a$ . Thay  $b = 3 - 2a$  vào (2) ta được:

$$6a - 7(3 - 2a) = -1$$

$$6a - 21 + 14a = -1$$

$$20a = 20$$

$$a = 1$$

Suy ra  $b = 3 - 2.1 = 1$

Suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$

**Câu 17:** Với giá trị nào của  $a; b$  để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; 3)$  và điểm  $B(1; -4)$  là

A.  $a = \frac{7}{3}; b = \frac{-5}{3}$

B.  $a = \frac{-7}{3}; b = \frac{-5}{3}$

C.  $a = \frac{7}{3}; b = \frac{5}{3}$

D.  $a = \frac{-7}{3}; b = \frac{5}{3}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; 3)$  nên  $2a + b = 3$

Vì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $B(1; -4)$  nên  $-a + b = -4$

Suy ra 
$$\begin{cases} 2a + b = 3 & (1) \\ -a + b = -4 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$(2a + b) - (-a + b) = 3 - (-4)$$

$$2a + b + a - b = 7$$

$$3a = 7$$

$$a = \frac{7}{3}$$

$$\text{Suy ra } b = \frac{7}{3} - 4 = \frac{-5}{3}$$

**Câu 18:** Với giá trị nào của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ (2m + 1)x + 7y = 8 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $x = y$

A.  $m = 0$

B.  $m = 10$

C.  $m = -10$

D.  $m = 1$

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x + y = 4 & (1) \\ (2m + 1)x + 7y = 8 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra  $y = 4 - 3x$ . Thay  $y = 4 - 3x$  vào (2) ta được:

$$(2m + 1)x + 7(4 - 3x) = 8$$

$$(2m + 1)x + 28 - 21x = 8$$

$$(2m - 20)x = -20$$

$$(m - 10)x = -10$$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì  $m \neq 10$ , khi đó  $x = \frac{-10}{m - 10}$ .

$$\text{Suy ra } y = 4 + \frac{30}{m - 10} = \frac{4m - 10}{m - 10}$$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $x = y$  thì:

$$\frac{-10}{m - 10} = \frac{4m - 10}{m - 10}$$

Suy ra:

$$4m - 10 = -10$$

$$4m = 0$$

$$m = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $m = 0$ .

#### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 19:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} (m - 1)x - my = 3m - 1 \\ 2x - y = m + 5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$

sao cho  $A = x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $m = -1$

B.  $m = 1$

C.  $m = 2$

D.  $m = 8$

## Lời giải

## Chọn B

Ta có: 
$$\begin{cases} (m-1)x - my = 3m-1 & (1) \\ 2x - y = m+5 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra  $y = 2x - m - 5$ . Thay  $y = 2x - m - 5$  vào (1) ta được:

$$(m-1)x - m(2x - m - 5) = 3m - 1$$

$$(m-1)x - 2mx + m^2 + 5m = 3m - 1$$

$$-(m+1)x = -(m^2 + 2m + 1)$$

$$-(m+1)x = -(m+1)^2$$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì  $m+1 \neq 0$  suy ra  $m \neq -1$ .

Khi đó  $x = m+1$ , suy ra  $y = 2(m+1) - m - 5 = m-3$

$$\text{Ta có } A = (m+1)^2 + (m-3)^2 = m^2 + 2m + 1 + m^2 - 6m + 9 = 2m^2 - 4m + 10 = 2(m^2 - 2m + 5) = 2(m-1)^2 + 8$$

Suy ra  $A \geq 8$ , dấu bằng xảy ra khi  $m = 1$  (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy  $m = 1$ .

**Câu 20:** Tìm giá trị nguyên lớn nhất của  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} mx + 2my = m+1 \\ x + (m+1)y = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$

sao cho  $A = x - y$  nhận giá trị nguyên.

**A.**  $m = 1$

**B.**  $m = -1$

**C.**  $m = 4$

**D.**  $m = 2$

## Lời giải

## Chọn D

Ta có: 
$$\begin{cases} mx + 2my = m+1 & (1) \\ x + (m+1)y = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra  $x = 2 - (m+1)y$ . Thay  $x = 2 - (m+1)y$  vào (1) ta được:

$$m[2 - (m+1)y] + 2my = m+1$$

$$2m - m(m+1)y + 2my = m+1$$

$$-(m^2 + m - 2m)y = 1 - m$$

$$-(m^2 - m)y = 1 - m$$

$$-m(m-1)y = 1 - m$$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì  $m \neq 0; m \neq 1$ . Khi đó  $y = \frac{1}{m}$

$$\text{Suy ra } x = 2 - \frac{m+1}{m} = \frac{m-1}{m}$$

$$\text{Khi đó } A = \frac{m-1}{m} - \frac{1}{m} = \frac{m-2}{m} = 1 - \frac{2}{m}.$$

Để  $A$  nhận giá trị nguyên thì  $\frac{2}{m}$  nhận giá trị nguyên.

Suy ra  $m \in \{1; -1; 2; -2\}$ .

Kết hợp điều kiện  $m \neq 0; m \neq 1$  suy ra  $m \in \{1; 2; -2\}$  là thỏa mãn.

## E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Bài 1. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$  bằng phương pháp thế.

Lời giải

Từ phương trình thứ nhất ta biểu diễn  $x$  theo  $y$  (gọi là rút  $x$ ) ta có:  $x = 1 + 2y$

Thay  $x = 1 + 2y$  vào phương trình thứ hai ta được:  $3(1 + 2y) + 2y = 3$

Hay  $3 + 6y + 2y = 3$

Suy ra  $y = 0$

Từ đó  $x = 1 + 2.0 = 1$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; 0)$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)  $\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} -2x - 3y = 9 \\ -x - y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

Lời giải

a)  $\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $y = 2 - 4x$

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được :

$$8x + 3(2 - 4x) = 5.$$

$$8x + 6 - 12x = 5$$

$$-4x = -1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Suy ra  $y = 2 - 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$

b)  $\begin{cases} -2x - 3y = 9 \\ -x - y = 2 \end{cases}$

Từ phương trình thứ hai ta có  $x = -y - 2$

Thế vào phương trình thứ nhất của hệ ta được :

$$-2(-y - 2) - 3y = 9$$

$$2y + 4 - 3y = 9$$

$$-y = 5$$

$$y = -5$$

Suy ra  $x = -(-5) - 2 = 3$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(3; -5)$

$$c) \begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai ta có  $x = -2y$

Thế vào phương trình thứ nhất của hệ ta được :

$$3.(-2y) - y = 7$$

$$-6y - y = 7$$

$$-7y = 7$$

$$y = -1$$

Suy ra  $x = (-2).(-1) = 2$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -1)$

Bài 3. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ (a^2 + 1)x - 4y = 2a \end{cases}$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $a = -1$

b)  $a = 0$

c)  $a = 1$

Lời giải

a) Thay  $a = -1$  vào hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $x = 1 + 2y$

Thế vào phương trình thứ nhất của hệ ta được :

$$2.(1 + 2y) - 4y = -2$$

$$2 + 4y - 4y = -2$$

$$0y = -4(*)$$

Do không có giá trị nào của  $y$  thỏa mãn hệ thức  $(*)$  nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Thay  $a = 0$  vào hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 4y = 0 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $x = 1 + 2y$

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được :

$$(1 + 2y) - 4y = 0$$

$$1 - 2y = 0$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Suy ra  $x = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(2; \frac{1}{2}\right)$

c) Thay  $a = 1$  vào hệ phương trình ta được 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $x = 1 + 2y$

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được :

$$2.(1 + 2y) - 4y = 2$$

$$2 + 4y - 4y = 2$$

$$0y = 0(*)$$

Ta thấy mọi giá trị của  $y$  đều thỏa mãn hệ thức (\*)

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm

Hoặc hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1 + 2y; y)$  với  $y \in \mathbb{R}$  tùy ý.

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) 
$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5. \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

Lời giải

a) 
$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai ta có  $x = 5 + 3y$ . Thế vào phương trình thứ nhất, ta được

$$4(5 + 3y) + 5y = 3 \text{ hay } 17y = -17 \text{ suy ra } y = -1. \text{ Từ đó } x = 2.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x; y) = (2; -1)$ .

b) Từ phương trình thứ hai ta có  $y = 6 - 3x$ . Thế vào phương trình thứ nhất ta được

$$7x - 2(6 - 3x) = 1 \text{ hay } 13x = 13 \text{ suy ra } x = 1. \text{ Từ đó } y = 3.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x; y) = (1; 3)$ .

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) 
$$\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Lời giải

a) Từ phương trình thứ hai ta có  $y = -1 - 2x$ . Thế vào phương trình thứ nhất của hệ ta được

$$5x + 3(-1 - 2x) = 1 \text{ hay } x = -4. \text{ Từ đó } y = 7.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là  $(x; y) = (-4; 7)$ .

b) Từ phương trình thứ nhất ta có  $x = -y\sqrt{5}$ . Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được

$$-y\sqrt{5}.\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \text{ hay } y = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}. \text{ Từ đó } x = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{5}{2}.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{5}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)$ .

Dạng 2: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Bài 6. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(3x + y) + (2x - y) = 3 + 7$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

Thế  $x = 2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3.2 + y = 3$$

$$y = -3$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -3)$

Bài 7. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(2x + 5y) - (2x - 3y) = 8 - 0$$

$$8y = 8$$

$$y = 1$$

Thế  $y = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2x + 5.1 = 8$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{3}{2}; 1\right)$

Bài 8. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số

Lời giải

Cách 1: ( Cân bằng hệ số của ẩn x)

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 6, nhân hai vế phương trình thứ hai với 5. Ta được hệ

$$\text{phương trình mới: } \begin{cases} -30x + 12y = 24 \\ 30x - 15y = -35 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(-30x + 12y) + (30x - 15y) = 24 - 35$$

$$-3y = -11$$

$$y = \frac{11}{3}$$

Thế  $y = \frac{11}{3}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$-5x + 2 \cdot \frac{11}{3} = 4$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$

Cách 2: ( Cân bằng hệ số của ẩn y)

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3, nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ

$$\text{phương trình mới: } \begin{cases} -15x + 6y = 12 \\ 15x - 6y = -14 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(-15x + 6y) + (15x - 6y) = 12 - 14$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Thế  $x = \frac{2}{3}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$-5 \cdot \frac{2}{3} + 2y = 4$$

$$y = \frac{11}{3}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$

Bài 9. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(2x - 11y) + (10x + 11y) = -7 + 31$$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

Thế  $x = 2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2 \cdot 2 - 11y = -7$$

$$y = 1$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; 1)$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(3x + 2y) + (3x - 2y) = -2 - 3$$

$$6x = -5$$

$$x = \frac{-5}{6}$$

Thế  $x = \frac{-5}{6}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3 \cdot \frac{-5}{6} + 2y = -2$$

$$y = \frac{1}{4}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{-5}{6}; \frac{1}{4}\right)$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 4x - 6y = 22 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(4x - 6y) + (-4x + 6y) = 22 + 5$$

$$0x + 0y = 27$$

Do không có giá trị nào của  $x, y$  thỏa mãn hệ thức trên nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài 10. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ 6x + 15y = 6 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(3x + 2y) + (4x - 2y) = 1 + 6$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

Thế  $x = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3 \cdot 1 + 2y = 1$$

$$y = -1$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; -1)$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ 6x + 15y = 6 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 6x + 15y = 6 \\ 6x + 15y = 6 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(6x + 15y) - (6x + 15y) = 6 - 6$$

$$0x + 0y = 0$$

Hệ thức này luôn thỏa mãn với các giá trị tùy ý của  $x$  và  $y$ .

Với giá trị tùy ý của  $x$ , giá trị của  $y$  được tính nhờ hệ thức  $2x + 5y = 2$

$$\text{suy ra } y = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}x$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(x, \frac{2}{5} - \frac{2}{5}x\right)$  với  $x \in R$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 3 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 6x - 4y = 8 \\ 6x - 4y = 3 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(6x - 4y) - (6x - 4y) = 8 - 3$$

$$0x + 0y = 3$$

Do không có giá trị nào của  $x, y$  thỏa mãn hệ thức trên nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Dạng 3. Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 11. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 1 - y = 2x + y \\ 3x + y = x - y + 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3(x + 1) - 2(y - 1) = 4 \\ 4(x - 2) + 3(y + 1) = 5 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} x + 1 - y = 2x + y \\ 3x + y = x - y + 2 \end{cases}$$

Biến đổi chuyển vế đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} x - 2x - y - y = -1 \\ 3x - x + y + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - 2y = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(1; 0)$

$$\text{b) } \begin{cases} 3(x + 1) - 2(y - 1) = 4 \\ 4(x - 2) + 3(y + 1) = 5 \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển vế đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} 3x + 3 - 2y + 2 = 4 \\ 4x - 8 + 3y + 3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3, nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 9x - 6y = -3 \\ 8x + 6y = 20 \end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$(9x - 6y) + (8x + 6y) = -3 + 20$$

$$17x = 17$$

$$x = 1$$

Thế  $x = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3 \cdot 1 - 2y = -1$$

$$y = 2$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; 2)$

Bài 12. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 3 \\ 2x(y+1) - y(2x+3) = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2(x-2y) + 3(x+2y) = 4 \\ (x-y) + 2(x+y) = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 3 \\ 2x(y+1) - y(2x+3) = 1 \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển vế đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} xy + 2x - xy - y = 3 \\ 2xy + 2x - 2xy - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(2x - y) + (2x - 3y) = 3 - 1$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

Thế  $y = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2x - 1 = 3$$

$$x = 2$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; 1)$

$$\text{b) } \begin{cases} 2(x-2y) + 3(x+2y) = 4 \\ (x-y) + 2(x+y) = 1 \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển vế đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3x + 6y = 4 \\ x - y + 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 6x + 2y = 2 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$\begin{aligned} (5x + 2y) - (6x + 2y) &= 4 - 2 \\ -x &= 2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Thế  $x = -2$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-2) + y &= 1 \\ y &= 7 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(-2; 7)$

Bài 13. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } &\begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases} & \text{b) } &\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển vế đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 6xy - 9x + 4y - 6 = 6xy \\ 4xy + 20x + 5y - 25 = 4xy \end{cases} \\ &\begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -20x + 5y = 25 \end{cases} \end{aligned}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 5, nhân hai vế phương trình thứ hai với 4. Ta được hệ

$$\text{phương trình mới: } \begin{cases} -45x + 20y = 30 \\ -80x + 20y = 100 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$\begin{aligned} (-45x + 20y) - (-80x + 20y) &= 30 - 100 \\ 35x &= -70 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Thế  $x = -2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$\begin{aligned} (-9) \cdot (-2) + 4y &= 6 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(-2; -3)$

$$\text{b) } \begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới: 
$$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ 2(x+y)+4(x-y)=10 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$\begin{aligned} 2(x+y)+3(x-y)-2(x+y)-4(x-y) &= 4-10 \\ -(x-y) &= -6 \\ x-y &= 6 \end{aligned}$$

Thế  $x-y=6$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$\begin{aligned} 2(x+y)+3.6 &= 4 \\ x+y &= -7 \end{aligned}$$

Ta được hệ phương trình 
$$\begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=6 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ y = \frac{-13}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{13}{2}\right)$

Bài 14. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x-y-1}{2} + \frac{x-2y}{4} = 1 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{y-x-3}{6} = 2 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển về đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta

$$\text{được: } \begin{cases} \frac{5(x+y)}{5} = \frac{4x-3}{5} \\ \frac{14(x+3y)}{14} = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 5x+5y=4x-3 \\ 14x+42y=15-9y \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x+5y=-3 \\ 14x+51y=15 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $x=-3-5y$

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được :

$$14.(-3-5y)+51y=15.$$

$$-42-70y+51y=15$$

$$-19y=57$$

$$y=-3$$

Suy ra  $x=-3-5.(-3)=12$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(12;-3)$

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} (2x-1)(y+1)=(x-3)(2y-5) \\ (3x+1)(y-1)=(x-1)(3y+1) \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (2x-1)(2y+1)=(x-3)(y-5)+3xy \\ (3x+1)(y-1)=(x-1)(y+1)+2xy \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \begin{cases} (2x-1)(y+1)=(x-3)(2y-5) \\ (3x+1)(y-1)=(x-1)(3y+1) \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển về đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} 2xy+2x-y-1=2xy-5x-6y+15 \\ 3xy-3x+y-1=3xy+x-3y-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x+5y=16 \\ -4x+4y=0 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 4, phương trình thứ hai với 5. Ta được hệ phương trình

$$\text{mới: } \begin{cases} 28x+20y=64 \\ -20x+20y=0 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(28x+20y)-(-20x+20y)=64-0$$

$$48x=64$$

$$x=\frac{4}{3}$$

Thế  $x=\frac{4}{3}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$7.\frac{4}{3}+5y=16$$

$$y=\frac{4}{3}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$

$$b) \begin{cases} (2x-1)(2y+1)=(x-3)(y-5)+3xy \\ (3x+1)(y-1)=(x-1)(y+1)+2xy \end{cases}$$

Nhân khai triển, chuyển về đưa hệ phương trình đã cho thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta được:

$$\begin{cases} 4xy + 2x - 2y - 1 = xy - 5x - 3y + 15 + 3xy \\ 3xy - 3x + y - 1 = xy + x - y - 1 + 2xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + y = 16 \\ -4x + 2y = 0 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 14x + 2y = 32 \\ -4x + 2y = 0 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình ta được:

$$(14x + 2y) - (-4x + 2y) = 32 - 0$$

$$18x = 32$$

$$x = \frac{16}{9}$$

Thế  $x = \frac{16}{9}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$7 \cdot \frac{16}{9} + y = 16$$

$$y = \frac{32}{9}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{16}{9}; \frac{32}{9}\right)$

Dạng 4. Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Bài 16. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x - y) + 4(x + 2y) = 6 \\ 3(x - y) - (x + 2y) = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x - y) + 4(x + 2y) = 6 \\ 3(x - y) - (x + 2y) = 2 \end{cases}$$

Điều kiện:  $x, y \in R$

Đặt  $a = x - y$ ,  $b = x + 2y$

$$\text{Hệ phương trình trở thành : } \begin{cases} 2a + 4b = 6 \\ 3a - b = 2 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 4 ta được hệ phương trình  $\begin{cases} 2a + 4b = 6 \\ 12a - 4b = 8 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(2a + 4b) + (12a - 4b) = 6 + 8$$

$$14a = 14$$

$$a = 1$$

Thế  $a = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2.1 + 4b = 6$$

$$b = 1$$

Ta có  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=1 \end{cases}$

Do đó  $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1;0)$

b)  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$

Điều kiện:  $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt  $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ )

Hệ phương trình trở thành :  $\begin{cases} a-2b=-1 \\ 2a+b=3 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} a-2b=-1 \\ 4a+2b=6 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(a-2b) + (4a+2b) = -1+6$$

$$5a = 5$$

$$a = 1$$

Thế  $a = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$1-2b=-1$$

$$b=1$$

Ta có  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{x}=1 \\ \frac{1}{y}=1 \end{cases}$

Do đó  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1;1)$

Bài 17. Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{6}{x+1} - \frac{2}{y+1} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ \frac{6}{x+1} - \frac{2}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện:  $x \neq -1, y \neq -1$

Đặt  $a = \frac{1}{x+1}, b = \frac{1}{y+1} (a \neq 0, b \neq 0)$

Hệ phương trình trở thành :  $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 6a - 2b = 1 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ 6a - 2b = 1 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(4a + 2b) + (6a - 2b) = 4 + 1$$

$$10a = 5$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Thế  $a = \frac{1}{2}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + b = 2$$

$$b = 1$$

Ta có  $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x+1 = 2 \\ y+1 = 1 \end{cases}$

Do đó  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; 0)$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện:  $x \neq 2, y \neq \frac{1}{2}$

Đặt  $a = \frac{1}{x-2}, b = \frac{1}{2y-1} (a \neq 0, b \neq 0)$

Hệ phương trình trở thành :  $\begin{cases} a+b=2 \\ 2a-3b=1 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 3a+3b=6 \\ 2a-3b=1 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(3a+3b)+(2a-3b)=6+1$$

$$5a=7$$

$$a=\frac{7}{5}$$

Thế  $a=\frac{7}{5}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$\frac{7}{5}+b=2$$

$$b=\frac{3}{5}$$

Ta có  $\begin{cases} a=\frac{7}{5} \\ b=\frac{3}{5} \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=\frac{7}{5} \\ \frac{1}{2y-1}=\frac{3}{5} \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x-2=\frac{5}{7} \\ 2y-1=\frac{5}{3} \end{cases}$

Do đó  $\begin{cases} x=\frac{19}{7} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(\frac{19}{7}; \frac{4}{3}\right)$

Bài 18. Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=\frac{-1}{2} \\ 2x-\frac{3}{y}=\frac{-7}{2} \end{cases}$

b)  $\begin{cases} \frac{x}{x+1}-\frac{y}{y-1}=3 \\ \frac{x}{x+1}+\frac{3y}{y-1}=-1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{7}{x-y+2}-\frac{5}{x+y-1}=\frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2}+\frac{2}{x+y-1}=4 \end{cases}$

Lời giải

a)  $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=\frac{-1}{2} \\ 2x-\frac{3}{y}=\frac{-7}{2} \end{cases}$

Điều kiện  $y \neq 0$

Đặt  $a=x, b=\frac{1}{y} (b \neq 0)$

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} a+b=\frac{-1}{2} \\ 2a-3b=\frac{-7}{2} \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3. Ta được hệ phương trình mới: 
$$\begin{cases} 3a+3b=\frac{-3}{2} \\ 2a-3b=\frac{-7}{2} \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(3a+3b)+(2a-3b)=\frac{-3}{2}+\frac{-7}{2}$$

$$5a=-5$$

$$a=-1$$

Thế  $a=-1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$-1+b=\frac{-1}{2}$$

$$b=\frac{1}{2}$$

Ta có  $\begin{cases} a=-1 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} x=-1 \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{2} \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1;2)$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x}{x+1}-\frac{y}{y-1}=3 \\ \frac{x}{x+1}+\frac{3y}{y-1}=-1 \end{cases}$$

Điều kiện  $x \neq -1, y \neq 1$

Đặt  $a=\frac{x}{x+1}, b=\frac{y}{y-1}$

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} a-b=3 \\ a+3b=-1 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3. Ta được hệ phương trình mới: 
$$\begin{cases} 3a-3b=9 \\ a+3b=-1 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(3a-3b)+(a+3b)=9-1$$

$$4a=8$$

$$a=2$$

Thế  $a=2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2-b=3$$

$$b=-1$$

Ta có  $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{x}{x+1}=2 \\ \frac{y}{y-1}=-1 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$

c)  $\begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$

Điều kiện  $x-y+2 \neq 0, x+y-1 \neq 0$

Đặt  $a = \frac{1}{x-y+2}, b = \frac{1}{x+y-1} (a, b \neq 0)$

Hệ phương trình trở thành  $\begin{cases} 7a-5b=\frac{9}{2} \\ 3a+2b=4 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2, phương trình thứ hai với 5. Ta được hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} 14a-10b=9 \\ 15a+10b=20 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(14a-10b) + (15a+10b) = 9+20$$

$$29a = 29$$

$$a = 1$$

Thế  $a = 1$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$3.1 + 2b = 4$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Ta có  $\begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{x-y+2}=1 \\ \frac{1}{x+y-1}=\frac{1}{2} \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; 2)$

Bài 19. Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 16 \\ 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = -11 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{6}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 16 \\ 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = -11 \end{cases}$$

Điều kiện  $x \geq 0, y \geq 0$

Đặt  $a = \sqrt{x}, b = \sqrt{y} (a, b \geq 0)$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} 3a + 2b = 16 \\ 2a - 3b = -11 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 3, phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} 9a + 6b = 48 \\ 4a - 6b = -22 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(9a + 6b) + (4a - 6b) = 48 - 22$$

$$13a = 26$$

$$a = 2$$

Thế  $a = 2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3 \cdot 2 + 2b = 16$$

$$b = 5$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{y} = 5 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = 4 \\ y = 25 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(4; 25)$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

Điều kiện  $x \geq -3, y \geq -1$

Đặt  $a = \sqrt{x+3}, b = \sqrt{y+1} (a, b \geq 0)$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} a - 2b = 2 \\ 2a + b = 4 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} a - 2b = 2 \\ 4a + 2b = 8 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(a - 2b) + (4a + 2b) = 2 + 8$$

$$5a = 10$$

$$a = 2$$

Thế  $a = 2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2 - 2b = 2$$

$$b = 0$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \sqrt{x+3} = 2 \\ \sqrt{y+1} = 0 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1; -1)$

$$c) \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{6}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện  $x > -1, y > 1$

Đặt  $a = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, b = \frac{1}{\sqrt{y-1}} (a, b > 0)$

Hệ phương trình trở thành  $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 6a - 2b = 1 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình thứ nhất với 2. Ta được hệ phương trình mới:  $\begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ 6a - 2b = 1 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(4a + 2b) + (6a - 2b) = 4 + 1$$

$$10a = 5$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Thế  $a = \frac{1}{2}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + b = 2$$

$$b = 1$$

Ta có  $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(3; 2)$

Bài 20. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + y = 18 \\ 2\sqrt{x-1} - 3y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{4y-8} = 8 \\ \sqrt{9x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện  $x \geq \frac{1}{2}, x > y$

Đặt  $a = \sqrt{2x-1}, b = \frac{1}{\sqrt{x-y}} (a \geq 0, b > 0)$

Hệ phương trình trở thành  $\begin{cases} a+b=2 \\ 2a-b=1 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(a+b) + (2a-b) = 2+1$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

Thế  $a = 1$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$1+b=2$$

$$b=1$$

Ta có  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \sqrt{2x-1}=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(1;0)$

b)  $\begin{cases} 3\sqrt{x-1}+y=18 \\ 2\sqrt{x-1}-3y=1 \end{cases}$

Điều kiện  $x \geq 1$

Đặt  $a = \sqrt{x-1}, b = y (a \geq 0)$

Hệ phương trình trở thành  $\begin{cases} 3a+b=18 \\ 2a-3b=1 \end{cases}$

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 3 ta được hệ phương trình  $\begin{cases} 9a+3b=54 \\ 2a-3b=1 \end{cases}$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(9a+3b) + (2a-3b) = 54+1$$

$$11a = 55$$

$$a = 5$$

Thế  $a = 5$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$3.5+b=18$$

$$b=3$$

Ta có  $\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \sqrt{x-1}=5 \\ y=3 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x=26 \\ y=3 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(26;3)$

c)  $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{4y-8}=8 \\ \sqrt{9x}-\sqrt{y-2}=3 \end{cases}$

Biến đổi hệ đã cho thành 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-2} = 8 \\ 3\sqrt{x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

Điều kiện  $x \geq 0, y \geq 2$

Đặt  $a = \sqrt{x}, b = \sqrt{y-2} (a \geq 0, b \geq 0)$

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 3a - b = 3 \end{cases}$$

Nhân cả hai vế của phương trình thứ hai với 2 ta được hệ phương trình 
$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 6a - 2b = 6 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(a + 2b) + (6a - 2b) = 8 + 6$$

$$7a = 14$$

$$a = 2$$

Thế  $a = 2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2 + 2b = 8$$

$$b = 3$$

Ta có  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 11 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(4; 11)$

Bài 21. Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2|x+1| - 5y = 3 \\ |x+1| + 2y = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 3|x+2| - \frac{2}{|2y-1|} = 1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} |x+2| + 4|y-1| = 5 \\ 3|x+2| - 2|y-1| = 1 \end{cases}$$

Lời giải

a) 
$$\begin{cases} 2|x+1| - 5y = 3 \\ |x+1| + 2y = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

Điều kiện  $x, y \in \mathbb{R}$

Đặt  $a = |x+1|, b = y (a \geq 0)$

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} 2a - 5b = 3 \\ a + 2b = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2. Ta được hệ phương trình mới: 
$$\begin{cases} 2a - 5b = 3 \\ 2a + 4b = \frac{-6}{5} \end{cases}$$

Trừ hai vế của hai phương trình ta được:

$$(2a - 5b) - (2a + 4b) = 3 - \frac{-6}{5}$$

$$-9b = \frac{21}{5}$$

$$b = \frac{-7}{15}$$

Thế  $b = \frac{-7}{15}$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$2a - 5 \cdot \frac{-7}{15} = 3$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{-7}{15} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} |x+1| = \frac{1}{3} \\ y = \frac{-7}{15} \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ x = \frac{-4}{3} \\ y = \frac{-7}{15} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \left\{ \left( \frac{-2}{3}; \frac{-7}{15} \right); \left( \frac{-4}{3}; \frac{-7}{15} \right) \right\}$

$$\text{b) } \begin{cases} |x+2| + \frac{4}{|2y-1|} = 5 \\ 3|x+2| - \frac{2}{|2y-1|} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện  $y \neq \frac{1}{2}$

Đặt  $a = |x+2|, b = \frac{1}{|2y-1|} (a \geq 0, b > 0)$

Hệ phương trình trở thành  $\begin{cases} a + 4b = 5 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $a = 5 - 4b$

Thay  $a = 5 - 4b$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$3(5 - 4b) - 2b = 1$$

$$15 - 12b - 2b = 1$$

$$b = 1$$

Thế  $b = 1$  vào  $a = 5 - 4b$  ta được:

$$a = 5 - 4 \cdot 1 = 1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} |x+2|=1 \\ \frac{1}{|2y-1|}=1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \\ y=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \{(-1; 0); (-1; 1); (-3; 0); (-3; 1)\}$

$$\text{c) } \begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13 \end{cases}$$

$$\text{Biến đổi hệ đã cho thành } \begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 2\sqrt{4(x-1)^2}+5\sqrt{(y+2)^2}=13 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 4|x-1|+5|y+2|=13 \end{cases}$$

Điều kiện  $x, y \in R$

Đặt  $a=|x-1|, b=|y+2| (a \geq 0, b \geq 0)$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} 5a-3b=7 \\ 4a+5b=13 \end{cases}$$

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 5, phương trình thứ hai với 3 ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 25a-15b=35 \\ 12a+15b=39 \end{cases}$$

Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$$(25a-15b)+(12a+15b)=35+39$$

$$37a=74$$

$$a=2$$

Thế  $a=2$  vào phương trình thứ nhất ta được:

$$5.2-3b=7$$

$$b=1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} |x-1|=2 \\ |y+2|=1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \\ y=-1 \\ y=-3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \{(-1; -1); (-1; -3); (3; -1); (3; -3)\}$

$$\text{d) } \begin{cases} |x+2|+4|y-1|=5 \\ 3|x+2|-2|y-1|=1 \end{cases}$$

Điều kiện  $x, y \in R$

Đặt  $a=|x+2|, b=|y-1| (a \geq 0, b \geq 0)$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} a+4b=5 \\ 3a-2b=1 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $a=5-4b$

Thay  $a = 5 - 4b$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$3(5 - 4b) - 2b = 1$$

$$15 - 12b - 2b = 1$$

$$b = 1$$

Thế  $b = 1$  vào  $a = 5 - 4b$  ta được:

$$a = 5 - 4.1 = 1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} |x + 2| = 1 \\ |y - 1| = 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \\ y = 2 \\ y = 0 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \{(-1; 0); (-1; 2); (-3; 0); (-3; 2)\}$

Bài 22. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} |x + 2| + 4\sqrt{y + 1} = 5 \\ 3|x + 2| - 2\sqrt{y + 1} = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{|2y - 1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{|1 - 2y|} = 3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} |x + 2| + 4\sqrt{y + 1} = 5 \\ 3|x + 2| - 2\sqrt{y + 1} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện  $y \geq -1$

Đặt  $a = |x + 2|, b = \sqrt{y + 1} (a \geq 0, b \geq 0)$

$$\text{Hệ phương trình trở thành } \begin{cases} a + 4b = 5 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $a = 5 - 4b$

Thay  $a = 5 - 4b$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$3(5 - 4b) - 2b = 1$$

$$15 - 12b - 2b = 1$$

$$b = 1$$

Thế  $b = 1$  vào  $a = 5 - 4b$  ta được:

$$a = 5 - 4.1 = 1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} |x + 2| = 1 \\ \sqrt{y + 1} = 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \{(-1; 0); (-3; 0)\}$

$$b) \begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|1-2y|} = 3 \end{cases}$$

Biến đổi hệ phương trình ta được 
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|2y-1|} = 3 \end{cases}$$

Điều kiện:  $x \geq 0, x \neq 9; y \neq \frac{1}{2}$

Đặt  $\frac{1}{\sqrt{x}-3} = a, \frac{1}{|2y-1|} = b (b > 0)$

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} 8a + b = 5 \\ 4a + b = 3 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $b = 5 - 8a$

Thay  $b = 5 - 8a$  vào phương trình thứ hai ta được:

$$4a + 5 - 8a = 3$$

$$-4a = -2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Thế  $a = \frac{1}{2}$  vào  $b = 5 - 8a$  ta được:

$$a = 5 - 8 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Ta có  $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}-3} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{|2y-1|} = 1 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} x = 25 \\ y = 0 \\ y = -1 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x, y) \in \{(25; 0); (25; -1)\}$

Dạng 5. Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước.

Bài 23. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$ . Tìm các giá trị của  $a, b$  để hệ phương trình có nghiệm  $(1; -2)$

Lời giải

Thay  $x = 1$  và  $y = -2$  vào hệ phương trình đã cho ta được 
$$\begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = 4 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất ta có  $-2b = -6$  suy ra  $b = 3$

Thay  $b = 3$  vào phương trình thứ hai ta được:  $3 + 2a = 4$

Suy ra  $a = \frac{1}{2}$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{2}; b = 3$$

Bài 24. Cho đường thẳng  $d: 2ax - (3b + 1)y = a - 1$ . Tìm các giá trị của  $a$  và  $b$  để  $d$  đi qua hai điểm  $M(-7; 6)$  và  $N(4; -3)$

Lời giải

Thay  $x = -7, y = 6$  vào đường thẳng  $d$  ta có:

$$\begin{aligned} 2a \cdot (-7) - (3b + 1) \cdot 6 &= a - 1 \\ -14a - 18b - 6 &= a - 1 \\ -15a - 18b &= 5 \quad (1) \end{aligned}$$

Thay  $x = 4; y = -3$  vào đường thẳng  $d$  ta có:

$$\begin{aligned} 2a \cdot 4 - (3b + 1) \cdot (-3) &= a - 1 \\ 8a + 9b + 3 &= a - 1 \\ 7a + 9b &= -4 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} -15a - 18b = 5 \\ 7a + 9b = -4 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình thứ hai với 2 ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} -15a - 18b = 5 \\ 14a + 18b = -8 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được:

$$\begin{aligned} (-15a - 18b) + (14a + 18b) &= 5 - 8 \\ -a &= -3 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

Thay  $a = 3$  vào phương trình thứ nhất ta có:

$$\begin{aligned} -15 \cdot 3 - 18b &= 5 \\ -18b &= 50 \\ b &= \frac{-25}{9} \end{aligned}$$

Bài 25. Xác định  $a, b$  để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm

a)  $A(2; -2)$  và  $B(-1; 3)$

b)  $A(2; 1)$  và  $B(1; 2)$

Lời giải

a) Vì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua điểm  $A(2; -2)$  nên ta có phương trình  $2a + b = -2 \quad (1)$

Vì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua điểm  $B(-1; 3)$  nên ta có phương trình  $-a + b = 3 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$
. Giải hệ ta được 
$$\begin{cases} a = \frac{-5}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy khi  $a = -\frac{5}{3}; b = \frac{4}{3}$  thì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; -2)$  và  $B(-1; 3)$

b) Ta có hệ phương trình ẩn  $a, b$  là 
$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = 2 \end{cases}$$
. Nghiệm của hệ là: 
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy với  $a = -1; b = 3$  thì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2;1)$  và  $B(1;2)$

Bài 26. Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho ba đường thẳng  $(d_1): 2x - y = -1; (d_2): x + y = -2; (d_3): y = -2x - m$ .  
Xác định  $m$  để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}. \text{ Giải hệ phương trình này ta được } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ba đường thẳng đã cho đồng quy khi và chỉ khi  $(d_3)$  đi qua  $(-1; -1)$ . Tức là

$$-1 = -2 \cdot (-1) - m \Leftrightarrow m = 3. \text{ Vậy } m = 3 \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Bài 27. Cho ba đường thẳng  $(d_1): x - 2y = -3; (d_2): \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2; (d_m): mx - (1 - 2m)y = 5 - m$

a) Xác định  $m$  để ba đường thẳng  $(d_1); (d_2)$  và  $(d_m)$  đồng quy.

b) Chứng minh rằng  $(d_m)$  luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ .

Lời giải

a) Tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là  $M(1; 2)$ .

Ba đường thẳng  $(d_1); (d_2)$  và  $(d_m)$  đồng quy khi và chỉ khi:

$$M \in (d_m) \Leftrightarrow m \cdot 1 - (1 - 2m) \cdot 2 = 5 - m \Leftrightarrow m = \frac{7}{6}.$$

Vậy với  $m = \frac{7}{6}$  thì ba đường thẳng  $(d_1); (d_2)$  và  $(d_m)$  đồng quy.

b) Đặt  $E(x_0; y_0)$  là điểm cố định thuộc  $(d_m)$ . Khi đó

$$\begin{aligned} mx_0 - (1 - 2m)y_0 &= 5 - m, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow (x_0 + 2y_0 + 1)m &= y_0 + 5, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2y_0 + 1 = 0 \\ y_0 + 5 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 9 \\ y_0 = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định mà  $(d_m)$  luôn đi qua là  $E(9; -5)$ .

# ÔN TẬP CHƯƠNG I

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### Kiến thức cần nhớ

#### I. Phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là phương trình có dạng:  $ax + by = c$
- trong đó  $a, b, c$  là các số cho trước,  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$
- Nếu các số thực  $x_0, y_0$  thỏa mãn  $ax_0 + by_0 = c$  thì cặp số  $(x_0; y_0)$  được gọi là nghiệm của phương trình  $ax + by = c$
- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , mỗi nghiệm  $(x_0; y_0)$  của phương trình  $ax + by = c$  được biểu diễn bởi điểm có tọa độ  $(x_0; y_0)$
- Phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  luôn có vô số nghiệm.
- Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng  $(d): ax + by = c$

#### II. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương pháp thế.
- Phương pháp cộng đại số.
- Phương pháp đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

#### III. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

##### Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

- **Bước 1:** Lập hệ phương trình của bài toán:
  - ✓ Chọn hai ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
  - ✓ Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
  - ✓ Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- **Bước 2:** Giải hệ phương trình
- **Bước 3:** Trả lời:
 

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không thỏa, rồi kết luận.

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Trong các phương trình sau, có bao nhiêu phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$4x - 5y = 1; \quad x + y - z = 3; \quad 3x^2 - x - 2 = 0; \quad 0x + 6y = 8.$$

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 2:** Cặp số nào sau đây thỏa mãn phương trình  $4x - 5y = 0$ ?

- A.  $(0; 0)$ .                      B.  $(1; 0)$ .                      C.  $(0; 1)$ .                      D.  $(1; 1)$ .

**Câu 3:** Phương trình  $x + 2y = 3$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. vô số nghiệm. D. vô nghiệm.

**Câu 4:** Tập nghiệm của phương trình  $2x + 0y = 1$  được biểu diễn bởi đường thẳng

- A.  $x = 1$ . B.  $x = \frac{1}{2}$ . C.  $y = \frac{1}{2}$ . D.  $y = 1 - 2x$ .

**Câu 5:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$  nhận cặp số nào sau đây là nghiệm?

- A.  $(1; -1)$ . B.  $(-1; 1)$ . C.  $(1; 1)$ . D.  $(-1; -1)$ .

**Câu 6:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$  nhận cặp số nào sau đây là nghiệm?

- A.  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ . B.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . C.  $\left(1; \frac{-1}{2}\right)$ . D.  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 7:** Hệ phương trình nào sau đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $\begin{cases} x^2 - 3y = 1 \\ 4x - y = -3 \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x - 2y + z = 11 \\ x - 2y^2 = -1 \end{cases}$ .  
C.  $\begin{cases} -4x - 2y = 5 \\ 3x - y = -22 \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x - 2y^2 = 5 \\ -x - 2y = 6 \end{cases}$ .

**Câu 8:** Cho phương trình  $2x + y = 3$ . Giá trị của  $m$  để  $A(1; m)$  là một nghiệm của phương trình

- A.  $m = 0$ . B.  $m = 1$ . C.  $m = -1$ . D.  $m = 2$ .

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ . Khi giải hệ phương trình bằng phương pháp thế, ta được phương trình một ẩn là:

- A.  $y = 2x - 1$ . B.  $7x + 2 = 5$ . C.  $7x - 2 = 5$ . D.  $7x = -7$ .

**Câu 10:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ 2x + y = 3 & (2) \end{cases}$ . Khi giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

để được phương trình bậc nhất một ẩn, cách đơn giản nhất là:

- A. Trừ vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2).  
B. Cộng vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2).  
C. Nhân phương trình (1) với 2 rồi trừ vế với vế của phương trình mới cho phương trình (1).  
D. Nhân phương trình (1) với 2 rồi cộng vế với vế của phương trình mới cho phương trình (1).

**Câu 11:** Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm là  $(2; -3)$ ?

- A.  $\begin{cases} x + y = -1 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x + y = -1 \\ -x + 3y = -15 \end{cases}$ .  
C.  $\begin{cases} x + y = -1 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} -x + y = -5 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$ .

**Câu 12:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x - 5y = 6 \\ 2x + 7y = -5 \end{cases}$  có nghiệm là  $(x_0; y_0)$ . Giá trị của biểu thức  $2x_0 - 11y_0$  là

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

**Câu 13:** Xác định các hệ số  $a, b$  sao cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + ay = 3 \\ ax - 3by = 4 \end{cases}$

có nghiệm là  $(-1; 2)$

A.  $a = -2; b = -1$ .B.  $a = -2; b = 1$ .C.  $a = -1; b = -2$ .D.  $a = 2; b = -1$ .

**Câu 14:** Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong 1 ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Gọi lần lượt số áo tổ thứ nhất, tổ thứ hai may trong 1 ngày là  $x, y$  (áo). ĐK  $x, y \in \mathbb{N}^*$

Khi đó ta có hệ phương trình là

A.  $\begin{cases} 5x + 3y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} 5x + 3y = 1310 \\ -x + y = 10 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ -x + y = 10 \end{cases}$ .

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 15:** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - my = 1 \\ mx - 9y = -5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất là

A.  $m = \pm 6$ .B.  $m \neq \pm 6$ .C.  $m = -6$ .D.  $m = 6$ .

**Câu 16:** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm 300 sản phẩm. Trên thực tế, xí nghiệp I vượt mức 15%, xí nghiệp II vượt mức 10%, do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 336 sản phẩm. Số sản phẩm xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch là

A. 180 sản phẩm.

B. 160 sản phẩm.

C. 140 sản phẩm.

D. 120 sản phẩm.

**Câu 17:** Một ô tô xuất phát từ  $A$  dự định đến  $B$  lúc 11 giờ trưa. Cùng thời gian xuất phát từ  $A$ , nếu vận tốc tăng 10 km/h thì xe đến  $B$  lúc 10 giờ sáng; nếu vận tốc giảm 10 km/h thì xe đến  $B$  lúc 12 giờ 30 phút trưa. Xe xuất phát từ  $A$  lúc mấy giờ sáng?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

**Câu 18:** Cân bằng phương trình hoá học sau bằng phương pháp đại số:  $Fe + Cl_2 \rightarrow FeCl_3$

Gọi  $x, y$  lần lượt là hệ số của  $Fe$  và  $Cl_2$  thoả mãn cân bằng phương trình hoá học với  $x, y$  nguyên. Khi đó cặp số  $x; y$  thoả mãn là

A. 3; 2.

B. 2; 3.

C. 1; 3.

D. 3; 1.

### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 19:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất, biểu thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$  là

A.  $4x + y = 1$ .B.  $x + y = -1$ .C.  $x - y = 2$ .D.  $2x + y = 3$ .

**Câu 20:** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases} \quad (m \text{ là tham số}).$$

Khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  sao cho  $x$  và  $y$  đều nguyên thì tổng các giá trị nguyên của  $m$  bằng

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D. 2.

## B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

### Dạng 1. Giải phương trình bậc nhất hai ẩn.

#### Phương pháp giải

*Phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  trong đó  $a, b, c$  là các số cho trước,  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$  luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$*

**Bài 1:** Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:  $x + 5y = 3$ .

**Bài 2:** Xét phương trình  $x + 5y = 0$

- Hãy chỉ ra 3 nghiệm của phương trình.
- Viết tập nghiệm của phương trình.
- Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình.

**Bài 3:** Xác định  $a$  để phương trình  $ax - y = 1$  có nghiệm:  $(2; 5)$

Viết công thức nghiệm và biểu diễn tập nghiệm với  $a$  tìm được trên mặt phẳng tọa độ.

**Bài 4:** Cho phương trình  $11x + 18y = 120$ .

- Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.
- Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

**Bài 5:** Cho phương trình  $11x + 8y = 73$ .

- Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.
- Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

### Dạng 2. Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

#### Phương pháp giải

- *Sử dụng phương pháp thế.*
- *Sử dụng phương pháp cộng đại số.*

**Bài 1:** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

**Bài 3:** Giải hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x - 7y = -26 \\ 5x + 3y = -16 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases}$$

**Bài 4:** Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$a) \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 9 \end{cases}$$

**Bài 5:** Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{cases} (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 8 \\ (1 + \sqrt{3})x + (1 + \sqrt{3})y = 10 \end{cases}$$

### Dạng 3. Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

#### Phương pháp giải

- **Cách 1:** Biến đổi các phương trình của hệ về phương trình bậc nhất hai ẩn.
- **Cách 2:** Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ.

**Bài 1:** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases}$$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} (x - 2)(6y + 1) = (2x - 3)(3y + 1) \\ (2x + 1)(12y - 9) = (4x - 1)(6y - 5) \end{cases}$$

**Bài 3:** Giải hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2(x - 2) + 3(1 + y) = -2 \\ 3(x - 2) - 2(1 + y) = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$$

**Bài 4:** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y + 1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y + 1} = -7 \end{cases}$$

**Bài 5:** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \sqrt{x - 2} + \sqrt{y - 3} = 3 \\ 2\sqrt{x - 2} - 3\sqrt{y - 3} = -4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3x}{x + 1} + \frac{2}{y + 4} = 4 \\ \frac{2x}{x + 1} - \frac{5}{y + 4} = 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

**Dạng 4. Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước****Phương pháp giải****Phương pháp giải:** Ta thường sử dụng các kiến thức sau:

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  có nghiệm  $(x_0; y_0) \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 + by_0 = c \\ a'x_0 + b'y_0 = c' \end{cases}$ .

- Đường thẳng  $d: ax + by = c$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0)$

- $\Leftrightarrow ax_0 + by_0 = c$ .
- Điều kiện có nghiệm của hệ phương trình.
- Điều kiện để đường thẳng  $\Leftrightarrow ax_0 + by_0 = c$  đi qua một điểm có tọa độ cho trước.

**Bài 1:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + my = 4 \\ nx + y = -3 \end{cases}$

- a) Tìm  $m, n$  để hệ phương trình có nghiệm:  $(x; y) = (-2; 3)$ .
- b) Tìm  $m, n$  để hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Bài 2:** Tìm  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$  có vô số nghiệm

**Bài 3:** Tìm  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm.

**Bài 4:** Tìm  $m$  để hệ phương trình:  $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm.

**Bài 5:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases} (I)$  ( $m$  là tham số).

- b) Giải hệ phương trình  $(I)$  khi  $m = 1$ .
- c) Tìm  $m$  để hệ  $(I)$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x + y = -3$ .

**Bài 6:** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x - 2y = 5 & (1) \\ mx - y = 4 & (2) \end{cases}$

- a) Giải hệ phương trình với  $m = 2$ .
- b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  trong đó  $x, y$  trái dấu.
- c) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x = |y|$ .

**Bài 7:** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 & (1) \\ x + (a-1)y = 2 & (2) \end{cases}$  ( $a$  là tham số)

- d) Giải hệ phương trình khi  $a = 2$ .
- e) Tìm các số nguyên  $a$  để hệ phương trình có nghiệm nguyên
- f) Tìm  $a$  để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn  $x + y$  đạt GTNN.

**Dạng 5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình****Phương pháp giải**

- **Bước 1: Lập hệ phương trình:**
  - Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
  - Lập phương trình biểu thị quan hệ giữa các đại lượng.
- **Bước 2: Giải hệ phương trình.**
- **Bước 3: So sánh nghiệm tìm được với điều kiện rồi kết luận.**

**Bài 1:** Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

**Bài 2:** Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

**Bài 3:** Tháng giêng 2 tổ sản xuất 600 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 18%, tổ 2 vượt mức 21%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 720 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng giêng được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

**Bài 4:** Tháng giêng 2 tổ sản xuất 720 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 12%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng giêng được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

**Bài 5:** Tháng giêng 2 tổ sản xuất 900 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 10%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng giêng được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

**Bài 6:** Hai người cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì hai người làm được  $\frac{1}{4}$  công việc. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu thì xong.

**Bài 7:** Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình bao lâu xong công việc?

**Bài 8:** Hai đội A và B cùng làm chung một công việc trong 20 ngày thì xong. Mỗi ngày phân đội A làm gấp đôi đội B, Hỏi nếu làm một mình mỗi đội là bao nhiêu ngày thì xong?

**Bài 9:** Hai máy làm việc trên cánh đồng. Nếu cả hai máy cùng cày thì 4 ngày xong toàn bộ công việc. Nhưng thực tế, hai máy chỉ cùng làm việc với nhau trong hai ngày đầu. Sau đó, máy I đi cày nơi khác, máy II một mình cày nốt công việc còn lại trong 6 ngày nữa mới xong. Hỏi nếu mỗi máy cày một mình trong bao lâu sẽ xong toàn bộ công việc.

- Bài 10:** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 16 giờ bể đầy. Sau khi cho vòi 1 chảy 3 giờ rồi khóa lại, cho vòi 2 chảy tiếp trong 6 giờ thì được 25 % bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?
- Bài 11:** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?
- Bài 12:** Hai vòi nước cùng chảy chung vào một bể không có nước trong 12 giờ thì đầy bể. Nếu để vòi thứ nhất chảy một mình trong 5 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai chảy một mình trong 15 giờ thì được 75 % thể tích của bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể?
- Bài 13:** Hai ô tô cùng khởi hành cùng một lúc từ  $A$  đến  $B$  cách nhau  $150\text{ km}$ . Biết vận tốc ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc ô tô thứ hai là  $10\text{ km/h}$  và ô tô thứ nhất đến  $B$  trước ô tô thứ hai là 30 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô.
- Bài 14:** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ  $A$  đến  $B$  dài  $120\text{ km}$ . Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai  $10\text{ km/h}$  nên đến  $B$  trước ô tô thứ hai là  $\frac{2}{5}$  giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.
- Bài 15:** Hai xe ô tô cùng đi từ Tỉnh  $A$  đến Tỉnh  $B$ , xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ. Lúc trở về xe thứ nhất tăng vận tốc thêm  $5\text{ km}$  mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến Tỉnh  $A$  cùng lúc với xe thứ nhất. Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ tỉnh  $A$  đến tỉnh  $B$  là  $120\text{ km}$  và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.
- Bài 16:** Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh, cách nhau  $150\text{ km}$ , đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô  $A$  tăng thêm  $5\text{ km/h}$  và vận tốc của ô tô  $B$  giảm đi  $5\text{ km/h}$  thì vận tốc của ô tô  $A$  bằng 2 lần vận tốc của ô tô  $B$ .
- Bài 17:** Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh  $A$  và  $B$  cách nhau  $90\text{ km}$ , đi ngược chiều và gặp nhau sau 1,2 giờ (xe thứ nhất khởi hành từ  $A$ , xe thứ hai khởi hành từ  $B$ ). Tìm vận tốc của mỗi xe. Biết rằng thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường  $AB$  ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường  $AB$  giờ.
- Bài 18:** Một ô tô, 1 xe máy ở 2 địa điểm  $A$  và  $B$  cách nhau  $180\text{ km}$ , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau  $2\text{ h}$ . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy  $10\text{ km/h}$ . Tính vận tốc mỗi xe.
- Bài 19:** Một xe máy đi từ  $A$  đến  $B$  trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm  $20\text{ km/h}$  thì đến  $B$  sớm 1 giờ so với dự định, nếu vận tốc giảm đi  $10\text{ km/h}$  thì đến  $B$  muộn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường  $AB$ .
- Bài 20:** Một xe ô tô dự định đi từ  $A$  đến  $B$  trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn  $10\text{ km}$  thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ  $10\text{ km}$  thì đến nơi chậm nhất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường  $AB$ ?



Cộng theo về hai phương trình của hệ ta được  $4x = 4$  nên  $x = 1$

Thay  $x = 1$  vào phương trình  $3x + 2y = 4$  thì tìm được  $y = \frac{1}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 7:** Hệ phương trình nào sau đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn?

**A.**  $\begin{cases} x^2 - 3y = 1 \\ 4x - y = -3 \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x - 2y + z = 11 \\ x - 2y^2 = -1 \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} -4x - 2y = 5 \\ 3x - y = -22 \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x - 2y^2 = 5 \\ -x - 2y = 6 \end{cases}$

**Hướng dẫn giải**

Các hệ phương trình ở đáp án A, B, D đều chứa ẩn bậc hai.

**Câu 8:** Cho phương trình  $2x + y = 3$ . Giá trị của  $m$  để  $A(1; m)$  là một nghiệm của phương trình

**A.**  $m = 0$ .

**B.**  $m = 1$ .

**C.**  $m = -1$ .

**D.**  $m = 2$ .

**Hướng dẫn giải**

Đề  $A(1; m)$  là một nghiệm của phương trình  $2x + y = 3$  thì  $2.1 + m = 3$  nên  $m = 1$ .

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ . Khi giải hệ phương trình bằng phương pháp thế, ta được phương trình một ẩn là:

**A.**  $y = 2x - 1$ .

**B.**  $7x + 2 = 5$ .

**C.**  $7x - 2 = 5$ .

**D.**  $7x = -7$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ 3x + 2y = 5 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta có  $y = 2x - 1$  (3)

Thế (3) vào (2) ta được  $3x + 2(2x - 1) = 5$  hay  $3x + 4x - 2 = 5$  hay  $7x - 2 = 5$  hay  $7x = 7$ .

**Câu 10:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ 2x + y = 3 & (2) \end{cases}$ . Khi giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại

số để được phương trình bậc nhất một ẩn, cách đơn giản nhất là:

**A.** Trừ vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2).

**B.** Cộng vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2).

**C.** Nhân phương trình (1) với 2 rồi trừ vế với vế của phương trình mới cho phương trình (1).

**D.** Nhân phương trình (1) với 2 rồi cộng vế với vế của phương trình mới cho phương trình (1).

**Hướng dẫn giải**

Vì hệ số của ẩn  $y$  ở hai phương trình của hệ bằng nhau nên cách đơn giản nhất để giải hệ là trừ vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2).

**Câu 11:** Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm là  $(2; -3)$ ?

$$\text{A. } \begin{cases} x + y = -1 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x + y = -1 \\ -x + 3y = -15 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x + y = -1 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} -x + y = -5 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$$

**Hướng dẫn giải**

Thay  $x = 2; y = -3$  vào phương trình đầu tiên của mỗi hệ ta thấy phương trình nào cũng thỏa mãn.

Tiếp tục thay  $x = 2; y = -3$  vào phương trình thứ hai của mỗi hệ:

$$\text{A. } \begin{cases} x + y = -1 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases} \quad -2.2 + 3.(-3) = -13 \neq -3$$

$$\text{B. } \begin{cases} x + y = -1 \\ -x + 3y = -15 \end{cases} \quad -2 + 3.(-3) = -11 \neq -15$$

$$\text{C. } \begin{cases} x + y = -1 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \quad 3.2 - (-3) = 9$$

$$\text{D. } \begin{cases} -x + y = -5 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases} \quad 2.2 - 3.(-3) = 13 \neq -13$$

Vậy  $(2; -3)$  là nghiệm của hệ phương trình C.

**Câu 12:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x - 5y = 6 \\ 2x + 7y = -5 \end{cases}$  có nghiệm là  $(x_0; y_0)$ . Giá trị của biểu thức  $2x_0 - 11y_0$  là

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

**Hướng dẫn giải**

Giải hệ phương trình ta được  $x_0 = 1; y_0 = -1$ .

Do đó  $2x_0 - 11y_0 = 2.1 - 11.(-1) = 13$ .

**Câu 13:** Xác định các hệ số  $a, b$  sao cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + ay = 3 \\ ax - 3by = 4 \end{cases}$

có nghiệm là  $(-1; 2)$

A.  $a = -2; b = -1$ .

B.  $a = -2; b = 1$ .

C.  $a = -1; b = -2$ .

D.  $a = 2; b = -1$ .

**Hướng dẫn giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} x + ay = 3 \\ ax - 3by = 4 \end{cases}$  có nghiệm là  $(-1; 2)$  nên  $\begin{cases} -1 + 2a = 3 \\ -a - 6b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

**Câu 14:** Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong 1 ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Gọi lần lượt số áo tổ thứ nhất, tổ thứ hai may trong 1 ngày là  $x, y$  (áo). ĐK  $x, y \in \mathbb{N}^*$

Khi đó ta có hệ phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} 5x + 3y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} 5x + 3y = 1310 \\ -x + y = 10 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ -x + y = 10 \end{cases}$$

**Hướng dẫn giải**

Gọi lần lượt số áo tổ thứ nhất, tổ thứ hai may trong 1 ngày là  $x, y$  (áo). ĐK  $x, y \in \mathbb{N}^*$

Trong 3 ngày tổ thứ nhất may được là  $3x$  (chiếc áo).

Trong 5 ngày tổ thứ hai may được là  $5y$  (chiếc áo).

Khi đó cả hai tổ may được 1310 chiếc áo nên ta có phương trình  $3x + 5y = 1310$  (1)

Vì một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo nên ta có phương trình  $x - y = 10$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases}$

**III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG**

**Câu 15:** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - my = 1 \\ mx - 9y = -5 \end{cases}$

có nghiệm duy nhất là

**A.**  $m = \pm 6$ .

**B.**  $m \neq \pm 6$ .

**C.**  $m = -6$ .

**D.**  $m = 6$ .

**Hướng dẫn giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - my = 1 \\ mx - 9y = -5 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi  $\frac{4}{m} \neq \frac{-m}{-9}$  nên  $m^2 \neq 36$  nên  $m \neq \pm 6$ .

**Câu 16:** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm 300 sản phẩm. Trên thực tế, xí nghiệp I vượt mức 15%, xí nghiệp II vượt mức 10%, do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 336 sản phẩm. Số sản phẩm xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch là

**A.** 180 sản phẩm.

**B.** 160 sản phẩm.

**C.** 140 sản phẩm.

**D.** 120 sản phẩm.

**Hướng dẫn giải**

Gọi số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi xí nghiệp lần lượt là  $x; y$  sản phẩm,

$$0 < x, y < 300; x, y \in \mathbb{Z}.$$

Vì theo kế hoạch hai xí nghiệp sản xuất được 300 sản phẩm do đó ta có phương trình  $x + y = 300$  (1)

Vì thực tế, xí nghiệp I sản xuất vượt mức 15%, xí nghiệp sản xuất vượt mức 10%, cả hai tổ sản xuất được 336 sản phẩm do đó ta có phương trình  $1,15x + 1,1y = 336$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} x + y = 300 \\ 1,15x + 1,1y = 336 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 115x + 110y = 33600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 110x + 110y = 33000 \\ 115x + 110y = 33600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 120 & (\text{tm}) \\ y = 180 & (\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch xí nghiệp II phải làm 180 sản phẩm.

**Câu 17:** Một ô tô xuất phát từ  $A$  dự định đến  $B$  lúc 11 giờ trưa. Cùng thời gian xuất phát từ  $A$ , nếu vận tốc tăng 10 km/h thì xe đến  $B$  lúc 10 giờ sáng; nếu vận tốc giảm 10 km/h thì xe đến  $B$  lúc 12 giờ 30 phút trưa. Xe xuất phát từ  $A$  lúc mấy giờ sáng?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

**Hướng dẫn giải**

Gọi thời gian dự định đi từ  $A$  đến  $B$  là  $x$  (h),

Vận tốc dự định đi từ  $A$  đến  $B$  là  $y$  (km/h). Điều kiện:  $1 < x < 10$ ,  $y > 10$ .

Khi đó quãng đường từ  $A$  đến  $B$  là  $xy$  (km).

Theo đề ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)(y+10) = xy \\ (x+1,5)(y-10) = xy \\ 10x - y = 10 \\ -10x + 1,5y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 50 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Thời điểm xe xuất phát từ  $A$  là  $11 - 6 = 5$  (giờ).

**Câu 18:** Cân bằng phương trình hoá học sau bằng phương pháp đại số:  $Fe + Cl_2 \rightarrow FeCl_3$

Gọi  $x, y$  lần lượt là hệ số của  $Fe$  và  $Cl_2$  thoả mãn cân bằng phương trình hoá học với  $x, y$  nguyên. Khi đó cặp số  $x; y$  thoả mãn là

A. 3; 2.

B. 2; 3.

C. 1; 3.

D. 3; 1.

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $x, y$  lần lượt là hệ số của  $Fe$  và  $Cl_2$  thoả mãn cân bằng phương trình hoá học với  $x, y$  nguyên

Khi đó ta có phương trình cân bằng là  $xFe + yCl_2 \rightarrow FeCl_3$

Cân bằng số nguyên tử  $Fe$ , số nguyên tử  $Cl$  ở hai vế, ta được hệ

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2y = 3 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Đưa các hệ số tìm được vào phương trình hoá học, ta có  $Fe + \frac{3}{2}Cl_2 \rightarrow FeCl_3$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được  $2Fe + 3Cl_2 \rightarrow 2FeCl_3$ .

Vậy với  $x, y$  nguyên thì  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ .

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 19:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất, biểu thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$  là

A.  $4x + y = 1$ .

B.  $x + y = -1$ .

C.  $x - y = 2$ .

D.  $2x + y = 3$ .

**Hướng dẫn giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi  $\frac{2m}{1} \neq \frac{1}{2m}$  nên  $m \neq \pm \frac{1}{2}$ .

Với  $m \neq \pm \frac{1}{2}$ , ta có  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$

$$\begin{cases} 4m^2x + 2my = 4m \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4m^2 - 1)x = 8m - 4 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{8m - 4}{4m^2 - 1} \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{2m + 1} \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{2m + 1} \\ y = \frac{-4m + 2}{2m + 1} = -2 + \frac{4}{2m + 1} \end{cases}$$

Khi đó ta thấy  $x - y = \frac{4}{2m + 1} - \left(-2 + \frac{4}{2m + 1}\right) = 2$  là biểu thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$ .

**Câu 20:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

Khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  sao cho  $x$  và  $y$  đều nguyên thì tổng các giá trị nguyên của  $m$  bằng

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

**Hướng dẫn giải**

Hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi  $\frac{2m}{1} \neq \frac{1}{2m}$  hay  $m \neq \pm \frac{1}{2}$ .

Với  $m \neq \pm \frac{1}{2}$ , ta có 
$$\begin{cases} 2mx + y = 2 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4m^2x + 2my = 4m \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4m^2 - 1)x = 8m - 4 \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{8m - 4}{4m^2 - 1} \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{2m + 1} \\ x + 2my = 4 - 4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{2m + 1} \\ y = \frac{-4m + 2}{2m + 1} \end{cases}$$

Khi đó với  $m \in \mathbb{Z}$  để  $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}$  thì  $\begin{cases} \frac{4}{2m + 1} \in \mathbb{Z} \\ \frac{-4m + 2}{2m + 1} \in \mathbb{Z} \end{cases}$  hay  $\begin{cases} \frac{4}{2m + 1} \in \mathbb{Z} \\ -2 + \frac{4}{2m + 1} \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Do đó ta có  $\frac{4}{2m + 1} \in \mathbb{Z}$

$$(2m + 1) \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$$

Nên  $m \in \left\{0; -1; \frac{1}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-5}{2}\right\}$

Mà  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq \pm \frac{1}{2}$  nên  $m \in \{-1; 0\}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tổng các giá trị của  $m$  là  $-1 + 0 = -1$ .

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

#### Dạng 1. Giải phương trình bậc nhất hai ẩn.

##### Phương pháp giải

**Phương trình bậc nhất hai ẩn**  $ax + by = c$  trong đó  $a, b, c$  là các số cho trước,  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$  luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$

**Bài 1:** Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:  $x + 5y = 3$ .

**Lời giải**

Ta có :  $x + 5y = 3 \Leftrightarrow x = 3 - 5y$

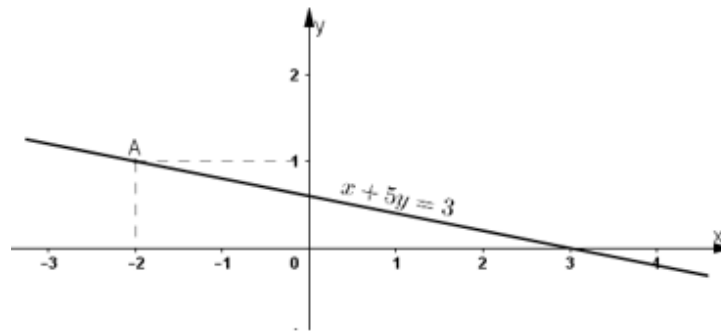
Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là  $(3 - 5y; y)$  ( $y \in \mathbb{R}$ )

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng  $x + 5y = 3$ .

+ Tại  $y = 0$  thì  $x = 3 \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua điểm  $(3; 0)$ .

+ Tại  $x = 0$  thì  $y = \frac{3}{5} \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua điểm  $(0; \frac{3}{5})$ .

Vậy đường thẳng  $x + 5y = 3$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(3; 0)$  và  $(0; \frac{3}{5})$ .



**Bài 2:** Xét phương trình  $x + 5y = 0$

- Hãy chỉ ra 3 nghiệm của phương trình.
- Viết tập nghiệm của phương trình.
- Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình.

**Lời giải**

a) Ba cặp số  $(-5; 1); (0; 0)$  và  $(5; -1)$  là ba nghiệm của phương trình.

b) Ta có  $x + 5y = 0 \Leftrightarrow x = -5y$ .

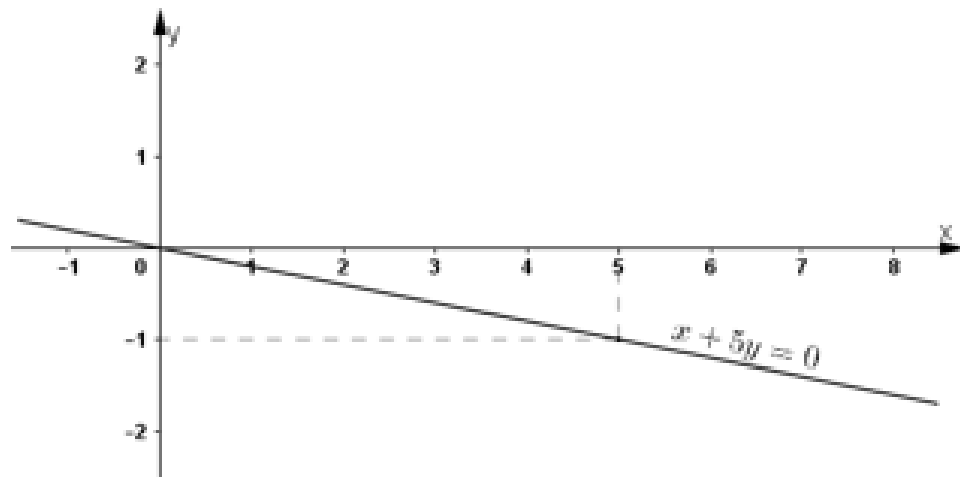
Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là  $(-5y; y)$  ( $y \in \mathbb{R}$ )

c) Đường thẳng biểu diễn nghiệm của phương trình là đường thẳng  $x + 5y = 0$ .

+ Tại  $x = 0$  thì  $y = 0 \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

+ Tại  $x = 5$  thì  $y = -1 \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua điểm  $(5; -1)$ .

Vậy đường thẳng  $x + 5y = 0$  đi qua gốc tọa độ và điểm  $(5; -1)$ .



**Bài 3:** Xác định  $a$  để phương trình  $ax - y = 1$  có nghiệm:  $(2; 5)$

Viết công thức nghiệm và biểu diễn tập nghiệm với  $a$  tìm được trên mặt phẳng tọa độ.

**Lời giải**

Phương trình  $ax - y = 1$  có nghiệm  $(2; 5)$

$$\Leftrightarrow 5 = a \cdot 2 - 1 \Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$$

Vậy khi  $a = 3$  thì phương trình  $ax - y = 1$  có nghiệm  $(2; 5)$ .

Với  $a = 3$  có  $3x - y = 1 \Rightarrow y = 3x - 1$

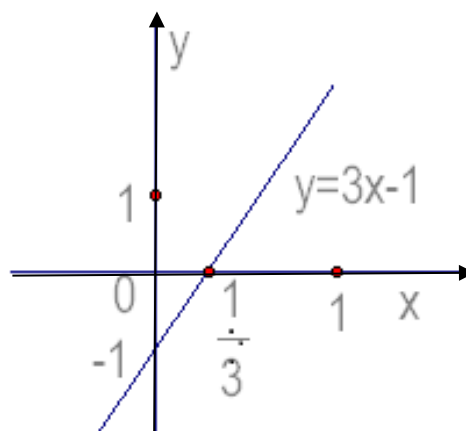
Công thức nghiệm của phương trình  $(x \in \mathbb{R}; y = 3x - 1)$

Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng  $y = 3x - 1$  trên mặt phẳng tọa độ.

+ Tại  $y = 0$  thì  $x = \frac{1}{3} \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua điểm  $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ .

+ Tại  $x = 0$  thì  $y = -1 \Rightarrow$  Đường thẳng đi qua điểm  $(0; -1)$ .

Vậy đường thẳng  $y = 3x - 1$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$  và  $(0; -1)$ .



**Bài 4:** Cho phương trình  $11x + 18y = 120$ .

- a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.  
b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

**Lời giải**

$$a) \quad 11x + 18y = 120 \Leftrightarrow 11x - 66 = -18y + 54 \Leftrightarrow 11(x - 6) = -18(y - 3) \Leftrightarrow \frac{x-6}{-18} = \frac{y-3}{11}$$

$$\text{Đặt } \frac{x-6}{-18} = \frac{y-3}{11} = t (t \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x-6 = -18t \\ y-3 = 11t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -18t + 6 \\ y = 11t + 3 \end{cases}$$

Nghiệm nguyên của phương trình là:  $(x = -18t + 6; y = 11t + 3) (t \in \mathbb{Z})$

- b) Nghiệm nguyên dương của phương trình thỏa mãn:

$$\begin{cases} x = -18t + 6 > 0 \\ y = 11t + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{1}{3} \\ t > -\frac{3}{11} \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 \text{ do } t \text{ nguyên} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

Nghiệm nguyên dương của phương trình là:  $(x; y) = (6; 3)$

**Bài 5:** Cho phương trình  $11x + 8y = 73$ .

- a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.  
b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.
- a)  $(x = 8t + 3; y = -11t + 5) \quad (t \in \mathbb{Z})$                       b)  $(x = 3; y = 5)$

**Dạng 2. Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.****Phương pháp giải**

- *Sử dụng phương pháp thế.*
- *Sử dụng phương pháp cộng đại số.*

Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương

**Bài 1:** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$a) \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y + 3) - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ -y + 9 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 3 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (8; 5)$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2(-2x + 5) = 4 \\ y = -2x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 10 = 4 \\ y = -2x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \cdot 2 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (2; 1)$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; 1)$ .

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 15x - 5y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = 17 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; -1)$ .**Bài 3:** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 7y = -26 \\ 5x + 3y = -16 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \begin{cases} x - 7y = -26 \\ 5x + 3y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 35y = -130 \\ 5x + 3y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -26 \\ -38y = -114 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (-5; 3)$ .

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 15y = 10 \\ -10x + 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 15y = 10 \\ -11y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 15 \cdot \frac{-16}{11} = 10 \\ y = -\frac{16}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{11} \\ y = -\frac{16}{11} \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(-\frac{13}{11}; -\frac{16}{11}\right)$ .**Bài 4:** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 9 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 + \sqrt{2})x = 1 + \sqrt{2} \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(1; \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}\right)$ .

$$b) \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 7\sqrt{2}x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ 2\sqrt{3}y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

**Bài 5:** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 8 \\ (1 + \sqrt{3})x + (1 + \sqrt{3})y = 10 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\begin{cases} (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 4 \\ (1 + \sqrt{3})x + (1 + \sqrt{3})y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 4 \\ 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3}) \cdot (-1) = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 + \sqrt{3})x = 3 + \sqrt{3} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (\sqrt{3}; 1)$ .

### Dạng 3. Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

#### Phương pháp giải

- **Cách 1:** Biến đổi các phương trình của hệ về phương trình bậc nhất hai ẩn.
- **Cách 2:** Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ.

**Bài 1:** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = -1 \\ -x + 15y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(15y + 16) + 10y = -1 \\ x = 15y + 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 40y = -33 \\ x = 15y + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ x = 16 - \frac{15 \cdot 33}{40} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ x = \frac{25}{8} \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = \left(\frac{25}{8}; -\frac{33}{40}\right)$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} (x - 2)(6y + 1) = (2x - 3)(3y + 1) \\ (2x + 1)(12y - 9) = (4x - 1)(6y - 5) \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\begin{cases} (x-2)(6y+1) = (2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9) = (4x-1)(6y-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x-3y = -1 \\ 2x+18y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (-2; 1)$

**Bài 3:** Giải hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x-2) + 3(1+y) = -2 \\ 3(x-2) - 2(1+y) = -3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

**Lời giải**

**Cách 1:** a)  $\begin{cases} 2(x-2) + 3(1+y) = -2 \\ 3(x-2) - 2(1+y) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4+3+3y = -2 \\ 3x-6-2-2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -1 \\ 3x-2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+9y = -3 \\ 6x-4y = 10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13y = -13 \\ 6x-4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 6x-4(-1) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; -1)$ .

**Cách 2:** Đặt  $x-2 = a$ ,  $1+y = b$  ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x-2) + 3(1+y) = -2 \\ 3(x-2) - 2(1+y) = -3 \end{cases}$  trở thành:

$$\begin{cases} 2a+3b = -2 \\ 3a-2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a+9b = -6 \\ 6a-4b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a+9b = -6 \\ 13b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a+9.0 = -6 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Hay  $\begin{cases} x-2 = -1 \\ 1+y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; -1)$ .

$$\text{b) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$ .

**Bài 4:** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y+1} = -7 \end{cases}$$

**Lời giải**

a) Điều kiện xác định:  $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt  $\frac{1}{x} = a$  và  $\frac{1}{y} = b$ . Khi đó ta có:

$$\begin{cases} a+b=\frac{1}{12} \\ 8a+15b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{12}-b \\ 8\left(\frac{1}{12}-b\right)+15b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=\frac{1}{12} \\ 7b+\frac{2}{3}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+\frac{1}{21}=\frac{1}{12} \\ b=\frac{1}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{28} \\ b=\frac{1}{21} \end{cases}$$

Trở lại cách đặt ta được  $\begin{cases} x=28 \\ y=21 \end{cases}$  (Thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (28; 21)$

b) Điều kiện xác định:  $y \geq -1$

Đặt  $x^2 - 2x = a$  và  $\sqrt{y+1} = b$  ( $b \geq 0$ ). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ 3a-2b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a \\ 3a-2(-2a)=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=-1 \end{cases}$$

Trở lại cách đặt ta có  $\begin{cases} x^2 - 2x = -1 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$  (Thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (1; 3)$

**Bài 5:** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} = 3 \\ 2\sqrt{x-2} - 3\sqrt{y-3} = -4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{y+4} = 4 \\ \frac{2x}{x+1} - \frac{5}{y+4} = 9 \end{cases}$$

**Lời giải**

a) Điều kiện xác định:  $x \geq 2, y \geq 3$

Đặt  $\sqrt{x-2} = u \geq 0; \sqrt{y-3} = v \geq 0$

Ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} u+v=3 \\ 2u-3v=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases}$  (Thỏa mãn điều kiện)

Trở lại cách đặt ta được  $\begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$

b) Điều kiện xác định:  $x \neq -1, y \neq -4$

Đặt  $\frac{x}{x+1} = u; \frac{1}{y+4} = v$

Ta có hpt: 
$$\begin{cases} 2u + v = 2 \\ 3u - 2v = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

**Bài 6:** Giải hệ phương trình sau bằng cách đặt ẩn phụ: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \neq 0; y \neq 0$ . Đặt  $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$  (\*)

Hệ phương trình đã cho tương đương với 
$$\begin{cases} a - b = 1 \\ 3a + 4b = 5 \end{cases}$$

Ta có: 
$$\begin{cases} a - b = 1 \\ 3a + 4b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 3 \\ 3a + 4b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7b = 2 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{7} \\ a = 1 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{7} \\ a = \frac{9}{7} \end{cases}$$

Thay  $\begin{cases} b = \frac{2}{7} \\ a = \frac{9}{7} \end{cases}$  vào (\*) ta có 
$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{2}{7} \\ \frac{1}{x} = \frac{9}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{2} \\ x = \frac{7}{9} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = \left(\frac{7}{9}; \frac{7}{2}\right)$

**Dạng 4. Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Phương pháp giải**

➤ **Điều kiện hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:** 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

**có nghiệm**  $(x_0; y_0) \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 + by_0 = c \\ a'x_0 + b'y_0 = c' \end{cases}$

➤ **Điều kiện để đường thẳng  $ax + by = c$  đi qua một điểm  $M(x_0, y_0)$  là:**  $ax_0 + by_0 = c$ .

**Bài 1:** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + my = 4 \\ nx + y = -3 \end{cases}$$

a) Tìm  $m, n$  để hệ phương trình có nghiệm:  $(x; y) = (-2; 3)$ .

b) Tìm  $m, n$  để hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Lời giải**

a) Do hệ phương trình nhận nghiệm :  $(x; y) = (-2; 3)$ , ta được:  $\begin{cases} -2 + 3m = 4 \\ -2n + 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases}$

Vậy  $m = 2; n = 3$  thì hệ phương trình có nghiệm :  $(x; y) = (-2; 3)$ .

b) Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x + my = 4 & (1) \\ nx + y = -3 & (2) \end{cases}$

Từ (1)  $\Rightarrow x = 4 - my$  (3)

Thế vào (2) ta được:  $n(4 - my) + y = -3 \Leftrightarrow 4n - mny + y = -3 \Leftrightarrow (mn - 1)y = 4n + 3$  (\*)

Nếu  $\begin{cases} mn - 1 = 0 \\ 4n + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{3}{4} \\ m = -\frac{4}{3} \end{cases}$  thì (\*) thỏa mãn với mọi  $y$ .

Khi đó  $x = 4 + \frac{4}{3}y$ .

Vậy  $m = -\frac{4}{3}$  và  $n = -\frac{3}{4}$  thì hệ có vô số nghiệm  $\left(4 + \frac{4}{3}y; y\right)$  với mọi  $y \in \mathbb{R}$ .

**Bài 2:** Tìm  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$  có vô số nghiệm

### Lời giải

Biến đổi hệ phương trình được phương trình  $(1 - m^2)x = (2 + m)(1 - m)$  (\*)

Để hệ phương trình có vô số nghiệm thì (\*) có vô số nghiệm

Suy ra  $\begin{cases} 1 - m^2 = 0 \\ (2 + m)(1 - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

Khi  $m = 1$  thì hệ PT đã cho trở thành  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = 2$

Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2 - x \end{cases}$

**Bài 3:** Tìm  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm.

### Lời giải

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - my = m^2 & (1) \\ x + y = 2 & (2) \end{cases}$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow x = 2 - y \quad (3)$$

$$\text{Thế (3) vào (1) ta được } 2(2 - y) - my = m^2 \Leftrightarrow 4 - 2y - my = m^2 \Leftrightarrow (2 + m)y = 4 - m^2 \quad (*)$$

$$\text{Xét pt } (*): (2 + m)y = 4 - m^2$$

$$* \text{ Nếu } 2 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2 \text{ thì } y = \frac{4 - m^2}{2 + m}.$$

$$\text{Khi đó } x = 2 - \frac{4 - m^2}{2 + m} = \frac{m^2 + 2m}{2 + m}.$$

$$\text{Hệ có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left( \frac{m^2 + 2m}{2 + m}; \frac{4 - m^2}{2 + m} \right)$$

$$* \text{ Nếu } m = -2 \text{ thì (2) trở thành } 0 \cdot y = 0 \Rightarrow (2) \text{ thỏa mãn với mọi } y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Khi đó } x = 2 - y.$$

$$\text{Hệ có vô số nghiệm } (2 - y; y) \text{ với mọi } y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Vậy, khi } m \neq -2 \text{ thì hệ có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left( \frac{m^2 + 2m}{2 + m}; \frac{4 - m^2}{2 + m} \right).$$

$$\text{Khi } m = -2 \text{ thì hệ có vô số nghiệm } (2 - y; y) \text{ với mọi } y \in \mathbb{R}.$$

Không có giá trị nào của  $m$  để hệ phương trình vô nghiệm.

**Bài 4** Tìm  $m$  để hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất, vô nghiệm, vô số nghiệm.

**Lời giải**

$$\text{- Nếu } m \neq \pm 2 \text{ thì hệ có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left( \frac{2m + 3}{m + 2}; -\frac{m}{m + 2} \right)$$

$$\text{- Nếu } m = 2 \text{ thì hệ có vô số nghiệm } (x; 2x - 4) \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{- Nếu } m = -2 \text{ thì hệ vô nghiệm}$$

**Bài 5:** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases} \quad (I) \quad (m \text{ là tham số}).$$

a) Giải hệ phương trình  $(I)$  khi  $m = 1$ .

b) Tìm  $m$  để hệ  $(I)$  có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x + y = -3$ .

**Lời giải**

$$\text{a) Với } m = 1, \text{ hệ phương trình } (I) \text{ có dạng: } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x, y) = (2; 1)$ .

$$b) \begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + m + 3 \\ 2(-2y + m + 3) - 3y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + m + 3 \\ 7y = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5m + 9}{7} \\ y = \frac{m + 6}{7} \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{5m + 9}{7}; \frac{m + 6}{7} \right)$ .

$$\text{Lại có } x + y = -3 \text{ hay } \frac{5m + 9}{7} + \frac{m + 6}{7} = -3 \Leftrightarrow 5m + 9 + m + 6 = -21 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6$$

Vậy với  $m = -6$  thì hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất  $(x, y)$  thỏa mãn  $x + y = -3$  **Bài 6**

Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 2y = 5 & (1) \\ mx - y = 4 & (2) \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với  $m = 2$ .

b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x, y)$  trong đó  $x, y$  trái dấu.

c) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x = |y|$ .

### Lời giải

a) Với  $m = 2$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 2(2y + 5) - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

b) Từ phương trình (1) ta có  $x = 2y + 5$ . Thay  $x = 2y + 5$  vào phương trình (2) ta được:  
 $m(2y + 5) - y = 4 \Leftrightarrow (2m - 1) \cdot y = 4 - 5m \quad (3)$

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất.

$$\text{Điều này tương đương với: } 2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Từ đó ta được: } \begin{cases} y = \frac{4 - 5m}{2m - 1} \\ x = 5 + 2y = \frac{3}{2m - 1} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x \cdot y = \frac{3(4 - 5m)}{(2m - 1)^2}.$$

$$\text{Do đó } x \cdot y < 0 \Leftrightarrow 4 - 5m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{4}{5} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

c) Ta có:  $x = |y| \Leftrightarrow \frac{3}{2m-1} = \left| \frac{4-5m}{2m-1} \right|$  (4)

Từ (4) suy ra  $2m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$ . Với điều kiện  $m > \frac{1}{2}$  ta có:

**Bài 7:** Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 & (1) \\ x + (a-1)y = 2 & (2) \end{cases} \quad (a \text{ là tham số})$$

- Giải hệ phương trình khi  $a = 2$ .
- Giải và biện luận hệ phương trình.
- Tìm các số nguyên  $a$  để hệ phương trình có nghiệm nguyên
- Tìm  $a$  để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn  $x + y$  đạt GTNN.

**Lời giải**

a) Khi  $a = 2$  hệ phương trình có dạng: 
$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 5 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy với  $a = 2$  hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = \left( \frac{5}{4}; \frac{3}{4} \right)$

b) Giải và biện luận:

Từ PT (1) ta có:  $y = (a+1)x - (a-1)$  (3) thế vào PT (2) ta được:

$$x + (a+1)[(a+1)x - (a-1)] = 2 \Leftrightarrow x + (a^2 - 1)x - (a^2 - 1) = 2 \Leftrightarrow a^2 x = a^2 + 1 \quad (4)$$

TH1:  $a \neq 0$ , phương trình (4) có nghiệm duy nhất  $x = \frac{a^2 + 1}{a^2}$ . Thay vào (3) ta có:

$$y = (a+1)\frac{a^2 + 1}{a^2} - (a-1) = \frac{(a+1)(a^2 + 1) - a^2(a-1)}{a^2} = \frac{a^3 + a + a^2 + 1 - a^3 + a^2}{a^2} = \frac{a+1}{a^2}$$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$

TH2: Nếu  $a = 0$ , phương trình (4) vô nghiệm. Suy ra hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

KL:  $a \neq 0$  hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$

$a = 0$  hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Với  $a \neq 0$  thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên:  $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a^2+1}{a^2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{a+1}{a^2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (a \in \mathbb{Z})$

Điều kiện cần:  $x = \frac{a^2+1}{a^2} = 1 + \frac{1}{a^2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$

Điều kiện đủ:

$a = -1 \Rightarrow y = 0 \in \mathbb{Z}$  (nhận)

$a = 1 \Rightarrow y = 2 \in \mathbb{Z}$  (nhận)

Vậy  $a = \pm 1$  hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

d) Với  $a \neq 0$  thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{a^2+1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$

Ta có  $x + y = \frac{a^2+1}{a^2} + \frac{a+1}{a^2} = \frac{a^2+a+2}{a^2} = 1 + \frac{1}{a} + \frac{2}{a^2}$ .

Đặt  $t = \frac{1}{a}$  ta được:

$$x + y = 2t^2 + t + 1 = 2\left(t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{1}{2}\right) = 2\left[\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{16}\right] = 2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \geq \frac{7}{8}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $t = -\frac{1}{4}$ , khi đó  $a = -4$

Vậy  $a = -4$  thì hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn  $x + y$  đạt GTNN bằng  $\frac{7}{8}$

$$(4) \Leftrightarrow |4-5m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-5m = 3 \\ 4-5m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{5} \\ m = \frac{7}{5} \end{cases} \quad \text{Vậy } m = \frac{7}{5}.$$

### Dạng 5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

#### Phương pháp giải

➤ **Bước 1:** - Lập hệ phương trình:

- Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết

- Lập phương trình biểu thị quan hệ giữa các đại lượng.

➤ **Bước 2:** Giải hệ phương trình.

➤ **Bước 3:** VậnSo sánh nghiệm tìm được với điều kiện rồi kết luận.

### Bài 1:

Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

#### Lời giải

Gọi số chữ số hàng chục và hàng đơn vị lần lượt là  $a$  và  $b$  (ĐK:  $a, b \in N, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$ )

Theo đề bài ta có số đã cho là :  $\overline{ab} = 10a + b$

Vì tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần nên ta có phương trình:  $10a + b = 6(a + b)$   
(1)

Nếu thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm nên ta có phương trình:  $ab + 25 = 10b + a$  (2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$\begin{cases} 10a + b = 6(a + b) \\ ab + 25 = 10b + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 5b \\ ab + 25 = 10b + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{4}b \\ b^2 - 9b + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{4} \text{ (loại)} \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 54

### Bài 2:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

#### Lời giải

##### Hướng dẫn giải

Gọi số áo tổ thứ nhất và tổ thứ 2 may trong 1 là  $a, b$  ( $a, b \in N$ )

Tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo

Ta có phương trình  $3a + 5b = 1310$

Tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo nên ta có phương trình  $a - b = 10$

Ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 3a + 5b = 1310 \\ a - b = 10 \end{cases}$

Giải phương trình ta được nghiệm  $\begin{cases} a = 170 \\ b = 160 \end{cases}$

Vậy số áo tổ thứ nhất và tổ thứ 2 may trong 1 ngày lần lượt là 170 và 160 chiếc.

### Bài 3:

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 600 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 18%, tổ 2 vượt mức 21%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 720 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng giêng **được** giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

### Lời giải

Gọi số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 1 là  $x$  (chi tiết máy,  $x \in N$ )

số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 2 là  $y$  (chi tiết máy,  $y \in N$ )

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 600 chi tiết máy nên ta có phương trình:  $x + y = 600$  (1)

Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 18%, tổ 2 vượt mức 21%. Vì vậy mà thời gian quy định họ đã sản xuất được 720 chi tiết máy.  $1,18x + 1,21y = 720$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 1,18x + 1,21y = 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,18x + 1,18y = 708 \\ 1,18x + 1,21y = 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} (tm)$$

Vậy số chi tiết máy được giao của tổ 1 là 200 chi tiết máy, số chi tiết máy được giao của tổ 2 là 400 chi tiết máy.

### Bài 4:

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 720 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 12%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng giêng được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

### Lời giải

Gọi số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 1 là  $x$  (chi tiết máy,  $x \in N$ )

số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 2 là  $y$  (chi tiết máy,  $y \in N$ )

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 720 chi tiết máy nên ta có phương trình:  $x + y = 720$  (1)

Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 12%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 819 chi tiết máy.  $1,15x + 1,12y = 819$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 1,15x + 1,12y = 819 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,15x + 1,15y = 828 \\ 1,15x + 1,12y = 819 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 420 \\ y = 300 \end{cases} (tm)$$

Vậy số chi tiết máy được giao của tổ 1 là 420 chi tiết máy, số chi tiết máy được giao của tổ 2 là 300 chi tiết máy.

### Bài 5:

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 900 chi tiết máy. Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 10%. Vì vậy mà tháng hai họ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi số chi tiết máy tháng **giêng** được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

### Lời giải

Gọi số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 1 là  $x$  (chi tiết máy,  $x \in N$ )

số chi tiết máy tháng giêng được giao của tổ 2 là  $y$  (chi tiết máy,  $y \in N$ )

Tháng giêng 2 tổ sản xuất 900 chi tiết máy nên ta có phương trình:  $x + y = 900$  (1)

Tháng hai do áp dụng khoa học kỹ thuật nên tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 10%. Vì vậy mà thời gian quy định họ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy.  $1,15x + 1,1y = 1010$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,15x + 1,1y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 990 \\ 1,15x + 1,1y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases} (tm)$$

Vậy số chi tiết máy được giao của tổ 1 là 400 chi tiết máy, số chi tiết máy được giao của tổ 2 là 500 chi tiết máy.

**Bài 6:**

Hai người cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì hai người làm được  $\frac{1}{4}$  công việc. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu thì xong.

**Lời giải**

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc ( $x > 6$ )

$y$  (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc ( $y > 6$ )

Khi người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai người làm chung trong 6 giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được  $\frac{1}{6}$

$$\text{công việc } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \quad (1)$$

Khi làm riêng

Người thứ nhất làm trong 3 giờ làm được:  $\frac{3}{x}$  công việc.

Người thứ hai làm trong 6 giờ làm được:  $\frac{6}{y}$  công việc.

$$\text{Khi đó cả hai người làm được } \frac{1}{4} \text{ công việc: } \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 24 giờ để làm xong công việc, người thứ hai cần 48 giờ để làm xong công việc.

**Bài 7:**

Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40 % công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình bao lâu xong công việc?

**Lời giải**

Gọi  $x$  (ngày) là thời gian để đội một làm riêng và làm xong công việc ( $x > 18$ )

$y$  (ngày) là thời gian để đội hai làm riêng và làm xong công việc ( $y > 18$ )

Khi đội một làm riêng thì mỗi ngày làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, đội hai làm riêng thì mỗi ngày

làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai đội làm chung trong 18 ngày thì xong công việc, nên mỗi ngày cả hai đội làm được  $\frac{1}{18}$

công việc  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$  (1)

Khi làm riêng

Đội thứ nhất làm trong 6 ngày làm được:  $\frac{6}{x}$  công việc.

Đội thứ hai làm trong 8 ngày làm được:  $\frac{8}{y}$  công việc.

Khi đó cả hai đội làm được 40% công việc:  $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5}$  (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu mỗi đội làm riêng thì đội thứ nhất cần 45 ngày để làm xong công việc, đội thứ hai cần 30 ngày để làm xong công việc.

### Bài 8:

Hai đội A và B cùng làm chung một công việc trong 20 ngày thì xong. Mỗi ngày phần đội A làm gấp đôi đội B, Hỏi nếu làm một mình mỗi đội là bao nhiêu ngày thì xong?

#### **Lời giải**

Gọi x là số ngày để đội A làm một mình hoàn thành toàn bộ công việc

y là số ngày để đội B làm một mình hoàn thành công việc đk:  $x, y > 0$

Mỗi ngày đội A làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc), đội B làm được  $\frac{1}{y}$  (công việc)

Do mỗi ngày phần việc đội A làm gấp đôi đội B nên ta có pt:  $\frac{1}{x} = 2 \cdot \frac{1}{y}$  (1)

Hai đội cùng làm trong 20 ngày thì xong công việc nên mỗi ngày cả hai đội cùng làm thì được  $\frac{1}{20}$  công việc. ta có pt:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ pt

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 2 \cdot \frac{1}{y} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{2}{y} \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{2}{y} \\ \frac{3}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{2}{60} \\ y = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 60 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu làm một mình thì đội A phải làm 30 ngày còn đội B phải làm 60 ngày mới xong công việc.

### Bài 9:

Hai máy làm việc trên cánh đồng. Nếu cả hai máy cùng cày thì 4 ngày xong toàn bộ công việc. Nhưng thực tế, hai máy chỉ cùng làm việc với nhau trong hai ngày đầu. Sau đó, máy I đi cày nơi khác, máy II một mình cày nốt công việc còn lại trong 6 ngày nữa mới xong. Hỏi nếu mỗi máy cày một mình trong bao lâu sẽ xong toàn bộ công việc.

#### **Lời giải**

- Gọi thời gian máy thứ nhất làm riêng xong toàn bộ công việc là  $x$  (giờ;  $x > 4$ )

- Gọi thời gian máy thứ hai làm riêng xong toàn bộ công việc là  $y$  (giờ;  $y > 4$ )

$$\text{Ta có hpt: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 2 + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian máy thứ nhất làm riêng xong toàn bộ công việc là 6 giờ, thời gian máy thứ hai làm riêng xong toàn bộ công việc là 12 giờ.

### Bài 10:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 16 giờ bể đầy. Sau khi cho vòi 1 chảy 3 giờ rồi khóa lại, cho vòi 2 chảy tiếp trong 6 giờ thì được 25 % bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

#### **Lời giải**

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là  $x$  (giờ;  $x > 16$ )

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là  $y$  (giờ;  $y > 16$ )

$$\text{Ta có hpt: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{4}{16} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian vòi 1, vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là 24 h; 48 h.

### Bài 11:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

#### **Lời giải**

Gọi thời gian vòi 1 và thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là  $x, y$  ( $x, y > 0$ )

1h vòi thứ nhất chảy được là  $\frac{1}{x}$

1h vòi thứ 2 chảy được là  $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước cùng chảy trong 4 giờ 48 phút

Ta có phương trình  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

Vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ

Ta có phương trình  $y = x + 1$

Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 10 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian vòi 1, vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là 9h; 10h.

### Bài 12:

Hai vòi nước cùng chảy chung vào một bể không có nước trong 12 giờ thì đầy bể. Nếu để vòi thứ nhất chảy một mình trong 5 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai chảy một mình trong 15 giờ thì được 75% thể tích của bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

#### **Lời giải**

Gọi thời gian vòi I và vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là  $x, y$  (giờ) ( $x, y > 12$ ).

1h vòi thứ nhất chảy được là  $\frac{1}{x}$

1h vòi thứ 2 chảy được là  $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước cùng chảy trong 12 giờ

Ta có phương trình 
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

Nếu để vòi thứ nhất chảy một mình trong 5 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai chảy một mình trong 15 giờ thì được 75% thể tích của bể nên ta có phương trình:

$$\frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{75}{100} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{75}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{5}{12} \\ \frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{75}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian vòi I và vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là 20 giờ và 30 giờ.

**Bài 13:** Hai ô tô cùng khởi hành cùng một lúc từ  $A$  đến  $B$  cách nhau 150 km. Biết vận tốc ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc ô tô thứ hai là 10 km/h và ô tô thứ nhất đến  $B$  trước ô tô thứ hai là 30 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

#### **Lời giải**

Gọi vận tốc xe ô tô thứ nhất là:  $x$  (km/h), ( $x > 10$ )

Vận tốc xe ô tô thứ hai là:  $y$  (km/h); ( $y > 0$ )

Vì vận tốc ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc ô tô thứ hai là 10 km/h nên:  $x - y = 10$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết  $AB$  là:  $\frac{150}{x}$  (giờ)

Thời gian ô tô thứ hai đi hết  $AB$  là:  $\frac{150}{y}$  (giờ)

Mà ô tô thứ nhất đến  $B$  trước ô tô thứ hai là 30 phút ( $\frac{1}{2}h$ ):  $\frac{150}{y} - \frac{150}{x} = \frac{1}{2}$

Giải hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{150}{y} - \frac{150}{x} = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 300x - 300y = xy \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 300(y + 10) - 300y = (y + 10)y \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y^2 + 10y - 3000 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y = 50 \\ y = -60 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 60 \end{cases} (TM) \end{aligned}$$

Vậy vận tốc ô tô thứ nhất là  $60(km/h)$ ; Vận tốc ô tô thứ hai là  $50(km/h)$

**Bài 14:** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ  $A$  đến  $B$  dài  $120 km$ . Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai  $10 km/h$  nên đến  $B$  trước ô tô thứ hai là  $\frac{2}{5}$  giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.

### Lời giải

Gọi vận tốc xe ô tô thứ nhất là:  $x(km/h)$  ( $x > 10$ )

Vận tốc xe ô tô thứ hai là:  $y(km/h)$  ( $y > 0$ )

Vì mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là  $10 km/h$  nên:  $x - y = 10$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết  $AB$  là:  $\frac{120}{x}$  (giờ)

Thời gian ô tô thứ hai đi hết  $AB$  là:  $\frac{120}{y}$  (giờ)

Mà ô tô thứ nhất đến  $B$  trước ô tô thứ hai là 30 phút ( $\frac{1}{2}h$ ):  $\frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{2}{5}$

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 300x - 300y = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 300(y + 10) - 300y = (y + 10)y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y^2 + 10y - 3000 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y = 50 \\ y = -60(\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 60 \end{cases} (TM)$$

Vậy: Vận tốc ô tô thứ nhất là  $60 \text{ (km/h)}$ ; Vận tốc ô tô thứ hai là  $50 \text{ (km/h)}$

**Bài 15:** Hai xe ô tô cùng đi từ Tỉnh A đến Tỉnh B, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ. Lúc trở về xe thứ nhất tăng vận tốc thêm  $5 \text{ km}$  mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến Tỉnh A cùng lúc với xe thứ nhất. Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ tỉnh A đến tỉnh B là  $120 \text{ km}$  và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

### Lời giải

Gọi vận tốc ban đầu của xe thứ nhất là  $x \text{ (km/h)}$ ,

Gọi vận tốc ban đầu của xe thứ hai là  $y \text{ (km/h)}$ ;  $x > 0$ ;  $y > 0$ .

Thời gian xe thứ nhất đi từ Tỉnh A đến Tỉnh B là  $\frac{120}{x} \text{ (h)}$ .

Thời gian xe thứ hai đi từ Tỉnh A đến Tỉnh B là  $\frac{120}{y} \text{ (h)}$ .

Vì xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ nên ta có phương trình:  $\frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1 \text{ (1)}$

Vận tốc lúc về của xe thứ nhất là  $x + 5 \text{ (km/h)}$ .

Thời gian xe thứ nhất về từ tỉnh A đến tỉnh B  $\frac{120}{x+5} \text{ (h)}$ .

Thời gian xe thứ hai về từ tỉnh B đến tỉnh A  $\frac{120}{y} \text{ (h)}$ .

Vì xe thứ hai dừng lại nghỉ hết  $40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ h}$ , sau đó về đến tỉnh A cùng lúc với xe thứ nhất nên

ta có phương trình:  $\frac{120}{x+5} - \frac{120}{y} = \frac{2}{3} \text{ (2)}$ .

Từ (1) và (2), ta có hpt:

$$\begin{cases} \frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1 \\ \frac{120}{x+5} - \frac{120}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 360(x+5) - 360x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(t/m) \\ x = -45(kot/m) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe thứ nhất là  $40(km/h)$

Vận tốc của xe thứ hai là  $60(km/h)$

trong  $2+10=12$  (giờ), ta có phương trình:  $\frac{2}{x} + \frac{12}{y} = 1$  (2).

**Bài 16:** Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh, cách nhau  $150\text{ km}$ , đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô  $A$  tăng thêm  $5\text{ km/h}$  và vận tốc của ô tô  $B$  giảm đi  $5\text{ km/h}$  thì vận tốc của ô tô  $A$  bằng 2 lần vận tốc của ô tô  $B$ .

### Lời giải

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là:  $x(km/h)$  ( $x > 0$ ); vận tốc ô tô thứ hai là:  $y(km/h)$  ( $y > 0$ )

Vì hai ô tô đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên:  $2x + 2y = 150 \Leftrightarrow x + y = 75$

Khi: Ô tô thứ nhất tăng  $5(km/h)$  thì vận tốc của nó là:  $x + 5(km/h)$

Ô tô thứ hai giảm  $5(km/h)$  thì vận tốc của nó là:  $y - 5(km/h)$

Vì vận tốc ô tô thứ nhất bằng 2 lần vận tốc ô tô thứ hai nên:  $x + 5 = 2(y - 5)$

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x + 5 = 2(y - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 75 \\ x - 2y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 90 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30(t/m) \\ x = 45(t/m) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe  $A$  là:  $45\text{ km/h}$ , xe  $B$  là:  $30\text{ km/h}$

**Bài 17:** Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh  $A$  và  $B$  cách nhau  $90\text{ km}$ , đi ngược chiều và gặp nhau sau 1,2 giờ (xe thứ nhất khởi hành từ  $A$ , xe thứ hai khởi hành từ  $B$ ). Tìm vận tốc của mỗi xe. Biết rằng thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường  $AB$  ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường  $AB$  giờ.

### Lời giải

Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất là  $x(km/h)$ ,  $x > 0$

Vận tốc của xe máy thứ hai là  $y(km/h)$ ,  $y > 0$

Thời gian xe máy thứ nhất đi hết quãng đường là  $\frac{90}{x}$  giờ

Thời gian xe máy thứ hai đi hết quãng đường là  $\frac{90}{y}$  giờ

Do thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường  $AB$  ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường  $AB$  1 giờ nên ta có phương trình:  $\frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1,2x + 1,2y = 90 \\ \frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được  $\begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là  $45\text{km/h}$ , vận tốc của xe thứ hai là  $30\text{km/h}$

**Bài 18:** Một ô tô, 1 xe máy ở 2 địa điểm  $A$  và  $B$  cách nhau  $180\text{ km}$ , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau  $2\text{ h}$ . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy  $10\text{km/h}$ . Tính vận tốc mỗi xe.

### Lời giải

Gọi vận tốc của 2 xe là  $a, b$  ( $a, b > 0, a, b \in \mathbb{Z}$ )

Điểm  $A$  và  $B$  cách nhau  $180\text{ km}$ , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau  $2\text{ h}$   
Ta có phương trình  $2a + 2b = 180$

Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy  $10\text{km/h}$  Ta có phương trình  $a - b = 10$

Ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 2a + 2b = 180 \\ a - b = 10 \end{cases}$

Giải phương trình ta được nghiệm  $\begin{cases} a = 50 \\ b = 40 \end{cases}$

**Bài 19:** Một xe máy đi từ  $A$  đến  $B$  trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm  $20\text{km/h}$  thì đến  $B$  sớm 1 giờ so với dự định, nếu vận tốc giảm đi  $10\text{km/h}$  thì đến  $B$  muộn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường  $AB$ .

### Lời giải

|         | Vận tốc | Thời gian | Quãng đường |
|---------|---------|-----------|-------------|
| Dự định | $x$     | $y$       | $xy$        |

|              |          |         |                   |
|--------------|----------|---------|-------------------|
| Trường hợp 1 | $x + 20$ | $y - 1$ | $(x + 20)(y - 1)$ |
| Trường hợp 2 | $x - 10$ | $y + 1$ | $(x - 10)(y + 1)$ |

Gọi vận tốc và thời gian dự định lần lượt là  $x$  ( $km/h$ ) và  $y$  (giờ).

Điều kiện  $x > 10, y > 1$ .

Quang đường  $AB$  là  $xy$  ( $km$ ).

**Trong trường hợp 1:** Vận tốc là  $x + 20$  ( $km/h$ ), thời gian là  $y - 1$  (giờ).

Suy ra quãng đường  $AB$  là  $(x + 20)(y - 1)$  ( $km$ )

Do quãng đường không đổi nên ta có phương trình

$$(x + 20)(y - 1) = xy \Leftrightarrow xy - x + 20y - 20 = xy \Leftrightarrow x - 20y = -20 \quad (1)$$

**Trong trường hợp 2:** Vận tốc là  $x - 10$  ( $km/h$ ), thời gian là  $y + 1$  (giờ).

Suy ra quãng đường  $AB$  là  $(x - 10)(y + 1)$  ( $km$ )

Do quãng đường không đổi nên ta có phương trình

$$(x - 10)(y + 1) = xy \Leftrightarrow xy + x - 10y - 10 = xy \Leftrightarrow x - 10y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 20y = -20 \\ x - 10y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 20y = -20 \\ 2x - 20y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy quãng đường  $AB$  là  $xy = 120$  ( $km$ ).

## Bài 20:

Một xe ô tô dự định đi từ  $A$  đến  $B$  trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn  $10 km$  thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ  $10 km$  thì đến nơi chậm nhất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường  $AB$ ?

### Lời giải

Gọi vận tốc xe lúc đầu là  $x$  ( $km/h$ ;  $x > 10$ ); thời gian dự định đi hết quãng đường  $AB$  là  $y$  ( $y > 3$ ) (giờ)

Quãng đường  $AB$  dài là:  $xy$  ( $km$ )

Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn  $10 km$  thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ nên ta có phương trình:

$$(x + 10)(y - 3) = xy \Leftrightarrow -3x + 10y = 30 \quad (1)$$

Nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ  $10 km$  thì đến nơi chậm nhất 5 giờ nên ta có phương trình:

$$(x - 10)(y + 5) = xy \Leftrightarrow 5x - 10y = 50 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3x + 10y = 30 \\ 5x - 10y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 80 \\ 5x - 10y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 15 \end{cases} (TM)$$

Vậy quãng đường dài  $600km$  và vận tốc của ô tô là:  $40km/h$ .

## D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**Bài 1:** Hai công nhân cùng làm chung 1 công việc trong 18 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 6 giờ, người thứ 2 làm 12 giờ thì chỉ hoàn thành 50% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

### Lời giải

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc ( $x > 18$ )

$y$  (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc ( $y > 18$ )

Khi đó người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai người làm chung trong 18 giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được  $\frac{1}{18}$

công việc nên ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$  (1)

Khi làm riêng

Người thứ nhất làm trong 6 giờ làm được:  $\frac{6}{x}$  công việc.

Người thứ hai làm trong 12 giờ làm được:  $\frac{12}{y}$  công việc.

Khi đó cả hai đội làm được 50% công việc:  $\frac{6}{x} + \frac{12}{y} = \frac{1}{2}$  (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{12}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{6}{x} + \frac{12}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 36 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 36 giờ để làm xong công việc, người thứ hai cần 36 giờ để làm xong công việc.

### Bài 2:

Hai vòi nước chảy cùng vào 1 bể không có nước thì sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 15 phút rồi khóa lại mở vòi 2 chảy trong 20 phút thì được  $\frac{1}{5}$  bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

### Lời giải

Đổi 1 giờ 30 phút =  $\frac{3}{2}$  giờ

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian vòi I chảy riêng thì đầy bể  $\left(x > \frac{3}{2}\right)$

$y$  (giờ) là thời gian vòi II chảy riêng thì đầy bể  $\left(y > \frac{3}{2}\right)$

Khi chảy một mình thì mỗi giờ vòi I chảy được  $\frac{1}{x}$  bể, vòi II chảy được  $\frac{1}{y}$  bể

Cả hai vòi cùng chảy thì  $\frac{3}{2}$  giờ thì đầy bể, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Vòi I chảy trong 15 phút, vòi II chảy trong 20 phút thì cả hai chảy  $\frac{1}{5}$  bể, ta có phương trình:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3,75 \\ y = 2,5 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu chảy riêng thì vòi I cần 3,75 giờ thì chảy đầy bể, vòi II cần 2,5 giờ thì chảy đầy bể.

### Bài 3:

Hai người thợ cùng làm 1 công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ 1 làm một mình trong 15 giờ rồi người thứ 2 làm tiếp 6 giờ thì hoàn thành 75% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó 1 mình hoàn thành trong bao lâu?

#### Lời giải

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc ( $x > 16$ )

$y$  (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc ( $y > 16$ )

Khi đó người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai người làm chung trong 16 giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được  $\frac{1}{16}$

công việc nên ta có phương trình: 
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \quad (1)$$

Khi làm riêng

Người thứ nhất làm trong 15 giờ làm được:  $\frac{15}{x}$  công việc.

Người thứ hai làm trong 6 giờ làm được:  $\frac{6}{y}$  công việc.

Khi đó cả hai đội làm được 75% công việc:  $\frac{15}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$  (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{15}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{6}{16} \\ \frac{6}{x} + \frac{12}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} (tm)$$

Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 24 giờ để làm xong công việc, người thứ hai cần 48 giờ để làm xong công việc.

#### Bài 4:

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành cùng một lúc từ Hà Nội đi Hải Phòng. Xe du lịch có vận tốc lớn hơn vận tốc xe khách là  $20 \text{ km/h}$  do đó đến Hải Phòng trước xe Khách là 25 phút. Tính vận tốc mỗi xe. Biết khoảng cách giữa Hà Nội và Hải phòng là  $100 \text{ km}$ .

#### Lời giải

Gọi vận tốc xe khách và xe du lịch lần lượt là:  $x$  và  $y$  ( $x > 0, y > 20, \text{ km/h}$ )

Xe du lịch có vận tốc lớn hơn vận tốc xe khách là  $20 \text{ km/h}$  nên ta có:  $y - x = 20$

Thời gian xe khách đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là:  $\frac{100}{x}$  (giờ)

Thời gian xe du lịch đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là:  $\frac{100}{y}$  (giờ)

Vì xe khách đến trước xe du lịch 25 phút ( $\frac{5}{12}$  giờ) nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{5}{12}$$

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 20 \\ 240y - 240x = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 20 \\ 240(x + 20) - 240x = x(x + 20) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 20 \\ x^2 + 20x - 4800 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 20 \\ \begin{cases} x = 60 \\ x = -80 (\text{loại}) \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 60 \text{ (t/m)} \\ y = 80 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Vậy: Vận tốc của xe khách là  $60 \text{ km/h}$  và vận tốc xe du lịch là  $80 \text{ km/h}$

**Bài 5:** Hàng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài  $10 \text{ km}$ . Nam tính toán và thấy rằng đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hàng ngày. Tuy nhiên, thực tế sáng nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa đầu quãng đường (dài  $5 \text{ km}$ ), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hàng ngày. Vì vậy thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hàng ngày và vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là  $\text{km/h}$ ).

### Lời giải

Gọi vận tốc đạp xe hàng ngày của Nam là  $x(\text{km/h})$ , ( $x > 0$ )

Vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam là  $y(\text{km/h})$ , ( $y > x$ )

Thời gian đi hàng ngày của Nam từ nhà đến trường là  $\frac{10}{x}(\text{h})$

Thời gian đi của Nam từ nhà đến trường với vận tốc lớn nhất là  $\frac{10}{y}(\text{h})$

Theo bài ra Nam tính toán và thấy rằng nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút ( $\frac{1}{6}(\text{h})$ ) nên ta có pt:  $\frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6}$

Thời gian đi học thực tế của Nam trong  $5 \text{ km}$  đầu là  $\frac{5}{y}(\text{h})$

Thời gian đi học thực tế của Nam trong  $5 \text{ km}$  cuối là  $\frac{5}{x}(\text{h})$

Theo bài ra vì thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút ( $\frac{7}{12}(\text{h})$ ) nên ta có phương

trình  $\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{7}{12}$

Giải hệ pt: 
$$\begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy vận tốc đạp xe hàng ngày của Nam là  $15 \text{ (km/h)}$

Vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam là  $20 \text{ (km/h)}$

### Bài 6:

Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài  $12\text{km}$  rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2 giờ 30 phút. Nếu cũng quãng đường sông ấy, ca nô xuôi dòng  $4\text{km}$  rồi ngược dòng  $8\text{km}$  thì hết 1 giờ 20 phút. Biết rằng vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước là không đổi, tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước.

#### Lời giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x \text{ (km/h)}$

Vận tốc riêng của dòng nước lần lượt là  $y \text{ (km/h; } 0 < y < x)$ .

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là:  $x + y \text{ (km/h)}$ .

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là:  $x - y \text{ (km/h)}$ .

Đổi: 2 giờ 30 phút  $= \frac{5}{2}$  giờ; 1 giờ 20 phút  $= \frac{4}{3}$  giờ.

Vì ca nô xuôi dòng một quãng sông dài  $12\text{km}$  rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2 giờ 30 phút

nên ta có phương trình:  $\frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = \frac{5}{2} \quad (1).$

Vì ca nô xuôi dòng  $4\text{km}$  rồi ngược dòng  $8\text{km}$  thì hết 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Đặt  $a = \frac{1}{x+y}; b = \frac{1}{x-y} \text{ (} a > 0; b > 0 \text{)}$ , ta có hệ 
$$\begin{cases} 12a + 12b = \frac{5}{2} \\ 4a + 8b = \frac{4}{3} \end{cases} \quad (I)$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: 
$$\begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Suy ra 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 10 km/h và vận tốc riêng của dòng nước là 2 km/h

### Bài 7 :

Một canô chạy trên sông trong 7h, xuôi dòng 108km và ngược dòng 63 km. Một lần khác, canô cũng chạy trong 7 h, xuôi dòng 81km và ngược dòng 84 km. Tính vận tốc dòng nước chảy và vận tốc thật của canô (vận tốc thật của canô không thay đổi)

#### Lời giải

Gọi vận tốc thật của cano là  $x(km/h)$

Vận tốc dòng nước chảy là  $y(km/h)$  (đk:  $x > y$ )

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là:  $x + y (km/h)$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là:  $x - y (km/h)$

Vì ca nô xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km trong 7 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7 \quad (1).$$

Vì ca nô xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km trong 7 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7 \\ \frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7 \end{cases}$$

Đặt  $a = \frac{1}{x+y}; b = \frac{1}{x-y}$  ( $a > 0; b > 0$ ), ta có hệ 
$$\begin{cases} 108a + 63b = 7 \\ 81a + 84b = 7 \end{cases} \quad (I)$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: 
$$\begin{cases} a = \frac{1}{27} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{27} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=27 \\ x-y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc thật của ca nô là 24 km/h và vận tốc của dòng nước chảy là 3 km/h

### Bài 8 :

Một chiếc thuyền xuôi, ngược dòng trên khúc sông dài 40 km hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5 km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km. Tính vận tốc dòng nước?

#### Lời giải

Gọi vận tốc của thuyền khi nước yên lặng là  $x$  (km/h)

Vận tốc dòng nước là  $y$  (km/h) (đk:  $x, y > 0$ )

Vì chiếc thuyền xuôi, ngược dòng trên khúc sông dài 40 km hết 4 giờ 30 phút ( $=\frac{9}{2}$  h) nên ta có

$$\text{phương trình : } \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \quad (1)$$

Vì thời gian thuyền xuôi dòng 5km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km nên ta có phương

$$\text{trình : } \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình : } \begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases}$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x+y}; b = \frac{1}{x-y} \quad (a > 0; b > 0), \text{ ta có hệ } \begin{cases} 40a + 40b = \frac{9}{2} \\ 5a - 4b = 0 \end{cases} \quad (I)$$

$$\text{Giải hệ phương trình (I) ta được: } \begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{1}{16} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc dòng nước là 2 km/h

### Bài 9 :

Đường sông từ A đến B ngắn hơn đường bộ 25 km. Để đi từ A đến B ô tô mất 2 giờ 30 phút, ca nô hết 4 giờ 10 phút, vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của ca nô 22 km/h. Tính vận tốc của ô tô và ca nô

**Lời giải**

Gọi quãng đường sông từ A đến B là  $a$  (km)

Quãng đường bộ từ A đến B là  $b$  (km) (ĐK:  $25 < a < b$ )

Vì đường sông từ A đến B ngắn hơn đường bộ 25km nên ta có phương trình:

$$a + 25 = b \text{ hay } a - b = -25 \quad (1)$$

$$\text{Đổi } 2 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = \frac{5}{2} \text{ h; } 4 \text{ giờ } 10 \text{ phút} = \frac{25}{6} \text{ (h)}$$

$$\text{Vận tốc của ca nô là : } \frac{a}{\frac{25}{6}} = \frac{6}{25}a \text{ (km/h)}$$

$$\text{Vận tốc của ô tô là } \frac{b}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}b \text{ (km/h)}$$

Vì vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của ca nô 22 km/h nên ta có phương trình :

$$-\frac{6}{25}a + \frac{2}{5}b = 22 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình : } \begin{cases} a - b = -25 \\ -\frac{6}{25}a + \frac{2}{5}b = 22 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được: } \begin{cases} a = 75 \\ b = 100 \end{cases}$$

**Bài 10:**

Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu viết thêm số 1 vào bên phải số này thì được một số có ba chữ số hơn số phải tìm 577 và số phải tìm hơn số đó nhưng viết theo thứ tự ngược lại là 18 đơn vị.

**Lời giải**

Gọi số chữ số hàng chục và hàng đơn vị lần lượt là  $a$  và  $b$  (ĐK:  $a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$ )

Theo đề bài ta có số đã cho là :  $\overline{ab} = 10a + b$

Nếu viết thêm số 1 vào bên phải số này thì được một số mới là:  $\overline{ab1} = 100a + 10b + 1$

Do số mới lớn hơn số phải tìm là 577 đơn vị nên ta có phương trình:

$$(100a + 10b + 1) - (10a + b) = 577 \quad (1)$$

Lại có số phải tìm hơn số đó nhưng viết theo thứ tự ngược lại là 18 đơn vị nên ta có phương trình:  
 $(10a + b) - (10b + a) = 18$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (100a + 10b + 1) - (10a + b) = 577 \\ (10a + b) - (10b + a) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + b = 64 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số cần tìm là 64.

