

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 07 tháng 6 năm 2025

(Đề thi gồm 02 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút (Không tính thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P).

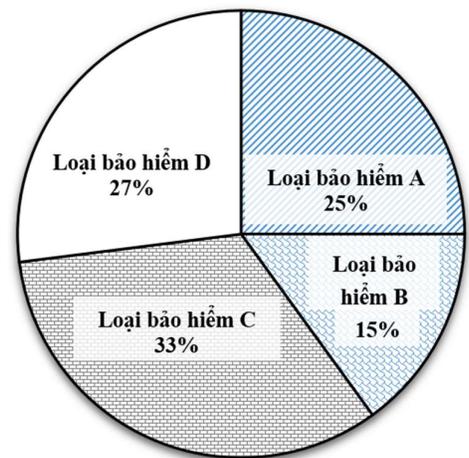
- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 18.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$.

- a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(3x_2 + x_1) + x_2^2$.

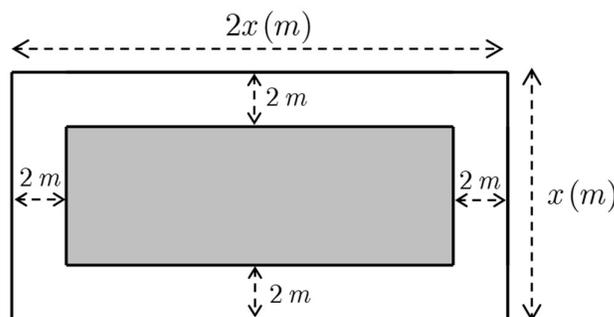
Bài 3. (1,5 điểm) Biểu đồ tròn cho biết tỉ lệ về số lượng các loại bảo hiểm đã bán được trong tháng 4/2025 của một công ty. Biết rằng trong tháng này, công ty đã bán được 300 gói bảo hiểm các loại cho 300 khách hàng khác nhau.

- a) Tính số lượng cụ thể của mỗi loại bảo hiểm mà công ty đã bán được trong tháng 4/2025?
- b) Bộ phận chăm sóc khách hàng chọn ngẫu nhiên một khách hàng đã mua bảo hiểm của công ty trong tháng 4/2025 để khảo sát. Tính xác suất của biến cố: “Khách hàng được chọn không mua loại bảo hiểm B”.



Bài 4. (1,0 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là $2x(m)$ và chiều rộng là $x(m), x > 4$.

Bác Ba làm một lối đi quanh khu vườn rộng 2 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại (phần in đậm) dùng để trồng hoa.



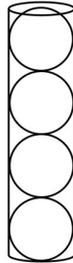
- a) Viết biểu thức theo x biểu diễn diện tích phần đất dùng để trồng hoa và thu gọn biểu thức đó.
- b) Giả sử diện tích phần đất trồng hoa là $4800 m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Bài 5. (1,0 điểm) Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít 4 quả bóng tennis có dạng hình cầu như *Hình 1*. Biết diện tích bề mặt mỗi quả bóng tennis là $132,67 (cm^2)$.

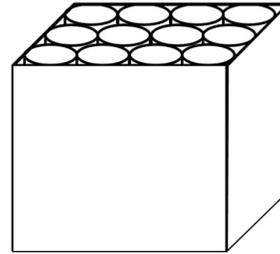
a) Tính bán kính của mỗi quả bóng tennis.

b) Nhà sản xuất thường sử dụng các thùng giấy hình hộp chữ nhật (có nắp) để chứa 12 hộp tennis sao cho các hộp tennis được xếp vừa khít trong thùng giấy như *Hình 2*. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu m^2 giấy để thiết kế một thùng như trên (giả sử các mép nối không đáng kể).

Các kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Hình 1



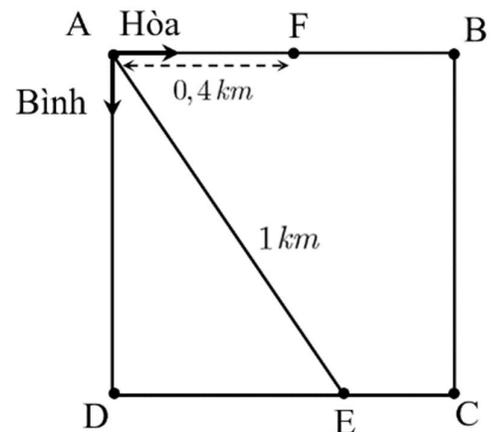
Hình 2

Cho biết diện tích bề mặt hình cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính hình cầu.

Diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật là $S_{tp} = 2(ab + bc + ca)$ với a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Bài 6. (1,0 điểm)

Từ vị trí A của một công viên có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $a (km)$, hai bạn Hòa và Bình bắt đầu chạy bộ cùng lúc với vận tốc không đổi dọc theo các cạnh của hình vuông và theo hai hướng khác nhau. Biết rằng, hai bạn gặp nhau lần thứ nhất tại vị trí E cách A một khoảng bằng $1 km$ và gặp lại nhau lần thứ hai tại vị trí F cách A một khoảng bằng $0,4 km$ như hình vẽ. Gọi $x, y (km/h)$ lần lượt là vận tốc của Hòa và Bình.



a) Chứng minh rằng $\frac{x}{y} = \frac{AB + BC + CE}{AD + DE}$.

b) Tìm giá trị của a .

Bài 7. (3,0 điểm) Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ với $OA = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O) . Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với (O) . Đường thẳng BC và AO cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng tam giác BED vuông và $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $OD^2 = OH.OA$ và $\widehat{HDO} = \widehat{HBE}$.

c) Tính theo R chu vi và diện tích tam giác DHE .

-HẾT-

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Lập đúng bảng giá trị.....0,25 điểm
Vẽ đúng đồ thị (P)0,5 điểm

b) Tung độ của điểm bằng 18 nên $18 = \frac{x^2}{2}$ 0,25 điểm

suy ra $x = 6; x = -6$

Vậy tọa độ các điểm thỏa yêu cầu đề bài là $(6;18)$ và $(-6;18)$ 0,5 điểm

Bài 2. (1,0 điểm)

a) Vì $\Delta = b^2 - 4ac = 17 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_20,25 điểm

b) Theo hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{7}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$ 0,25 điểm

$A = 3x_1 x_2 + x_1^2 + x_2^2 = 3x_1 x_2 + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$ 0,25 điểm

$= \frac{57}{4}$ 0,25 điểm

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Số lượng của loại bảo hiểm A là $300.25\% = 75$ (gói)0,25 điểm

Số lượng của loại bảo hiểm loại B là $300.15\% = 45$ (gói)0,25 điểm

Số lượng của loại bảo hiểm loại C là $300.33\% = 99$ (gói)0,25 điểm

Số lượng của loại bảo hiểm loại D là $300.27\% = 81$ (gói)0,25 điểm

b) Số các kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 300$ 0,25 điểm

Số kết quả thuận lợi của biến cố là: $75 + 99 + 81 = 255$

Vậy xác suất của biến cố là $\frac{255}{300} = \frac{17}{20}$ 0,25 điểm

Bài 4. (1,0 điểm)

a) Diện tích phần đất dùng để trồng hoa là $(x - 4)(2x - 4)$ 0,25 điểm

$= 2x^2 - 12x + 16 (m^2)$ 0,25 điểm

b) Diện tích phần đất trồng hoa là $4800 m^2$ suy ra $2x^2 - 12x + 16 = 4800$

hay $2x^2 - 12x - 4784 = 0$ suy ra $x = 52$ (nhận) hoặc $x = -46$ (loại)0,25 điểm

Vậy chiều dài bằng 104 (mét) và chiều rộng bằng 52 (mét).....0,25 điểm

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Diện tích bề mặt của quả bóng tennis là $132,67 cm^2$ nên

$4\pi R^2 = 132,67$ 0,25 điểm

suy ra $R \approx 3,25$ (cm).....0,25 điểm

b) Vì các hộp tennis được xếp khít trong thùng giấy nên chiều dài, chiều rộng, chiều cao thùng giấy lần lượt là $26 cm$; $19,5 cm$; $26 cm$.

Diện tích giấy tối thiểu cần để đóng một thùng hàng là

$S_{tp} = 2(26.19,5 + 26.19,5 + 26.26)$ 0,25 điểm

$= 3380 (cm^2) \approx 0,34(m^2)$ 0,25 điểm

Bài 6. (1,0 điểm)

a) Thời gian tính từ lúc bắt đầu đến khi gặp nhau lần thứ nhất là

$\frac{AB + BC + CE}{x} = \frac{AD + DE}{y}$ suy ra $\frac{x}{y} = \frac{AB + BC + CE}{AD + DE}$ (1)0,25 điểm

b) Cách 1.

Tương tự câu a) ta có $\frac{x}{y} = \frac{ED + DA + AF}{EC + CB + BF}$ (2)0,25 điểm

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AB + BC + CE}{AD + DE} + 1 = \frac{ED + DA + AF}{EC + CB + BF} + 1$

suy ra $\frac{4a}{AD + DE} = \frac{4a}{EC + CB + BF}$ suy ra $AD + DE = EC + CB + BF$

suy ra $a + DE = a - DE + a + a - 0,4$

suy ra $DE = a - 0,2$ 0,25 điểm

Xét tam giác ADE vuông tại D ta có $AD^2 + DE^2 = AE^2$ hay $a^2 + (a - 0,2)^2 = 1^2$

Suy ra $2a^2 - 0,4a - 0,96 = 0$ suy ra $a = 0,8(km)$ 0,25 điểm

Vậy $a = 0,8(km)$.

Cách 2.

Ta có $\frac{AB + BC + CE}{x} = \frac{AD + DE}{y} = \frac{4a}{x + y}$ 0,25 điểm

Tương tự, thời gian tính từ lúc bắt đầu đến khi gặp nhau lần thứ hai là $\frac{8a}{x + y}$ 0,25 điểm

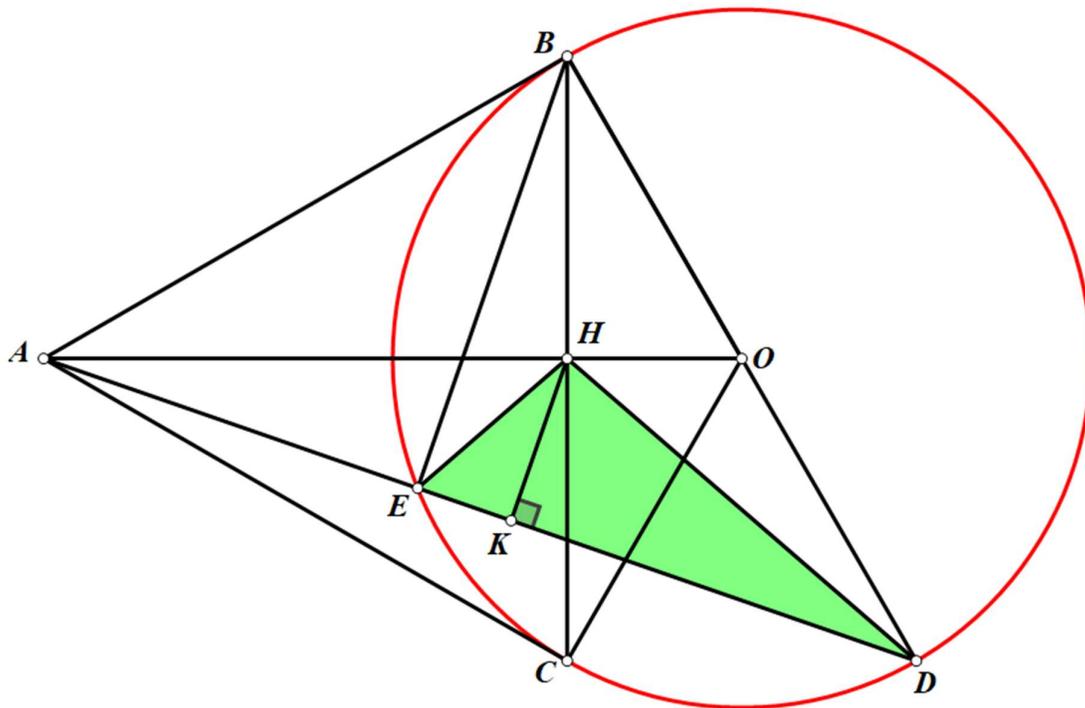
Do đó quãng đường của Bình từ A tới F gấp đôi quãng đường của Bình đi từ A tới E , suy ra $4a - 0,4 = 2(a + DE)$ hay $DE = a - 0,2$

Xét tam giác ADE vuông tại D ta có $AD^2 + DE^2 = AE^2$ hay $a^2 + (a - 0,2)^2 = 1^2$

Suy ra $2a^2 - 0,4a - 0,96 = 0$ suy ra $a = 0,8(km)$ 0,25 điểm

Vậy $a = 0,8(km)$.

Bài 7. (3,0 điểm)



a) Ta có \widehat{BED} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{BED} = 90^\circ$

Từ đó suy ra $\triangle BED$ vuông tại E 0,5 điểm

Ta có $AB = AC$ và $OB = OC = R$ nên OA là trung trực của BC

từ đó suy ra $OA \perp BC$ 0,25 điểm

Ta có $\triangle AHB$ vuông tại H nội tiếp đường tròn đường kính AB , $\triangle AEB$ vuông tại E nội tiếp đường tròn đường kính AB .

Từ đó suy ra A, B, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB 0,25 điểm

Vậy tứ giác $ABHE$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle OHB$ và $\triangle OBA$ có $\widehat{OHB} = \widehat{OBA} = 90^\circ$ và \widehat{BOH} chung

nên $\triangle OHB \sim \triangle OBA$ (g-g) suy ra $\frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OA}$, dẫn đến $OB^2 = OH.OA$ 0,25 điểm

Mà $OB = OD = R$ nên $OD^2 = OH.OA$ 0,25 điểm

suy ra $\frac{OD}{OH} = \frac{OA}{OD}$, mà \widehat{DOH} chung nên $\triangle ODH \sim \triangle OAD$ (c-g-c)

Từ đó suy ra $\widehat{HDO} = \widehat{OAD}$ 0,25 điểm

Vì tứ giác $ABHE$ nội tiếp nên $\widehat{HBE} = \widehat{OAD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{HE})

suy ra $\widehat{HDO} = \widehat{HBE}$ 0,25 điểm

c) Ta có $\cos \widehat{BOA} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$, suy ra $\widehat{BOA} = 60^\circ$

$$AB = OA \cdot \sin \widehat{BOA} = R\sqrt{3}, AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{3R^2 + 4R^2} = \sqrt{7}R$$

$$\cos \widehat{BDE} = \frac{DE}{BD} = \frac{BD}{AD} \text{ suy ra } DE = \frac{BD^2}{AD} = \frac{4R^2}{\sqrt{7}R} = \frac{4\sqrt{7}}{7}R \text{0,25 điểm}$$

$$HB = OB \cdot \sin \widehat{BOH} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

$$BE = \sqrt{BD^2 - ED^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{16}{7}R^2} = \frac{2\sqrt{21}}{7}R$$

Xét $\triangle HDB$ và $\triangle HBE$ có

$$\widehat{HDB} = \widehat{HBE} \text{ (cmt) và } \widehat{HEB} = \widehat{HBD} \text{ (cùng bằng } \widehat{BAO})$$

nên $\triangle HDB \sim \triangle HBE$ (g-g)

$$\text{suy ra } \frac{BE}{BD} = \frac{HE}{HB} = \frac{HB}{HD} \text{ hay } \frac{\frac{2\sqrt{21}}{7}R}{2R} = \frac{HE}{R\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{R\frac{\sqrt{3}}{2}}{HD}$$

$$\text{suy ra } HE = \frac{3\sqrt{7}}{14}R \text{ và } HD = \frac{\sqrt{7}}{2}R \text{0,25 điểm}$$

$$\text{Vậy chu vi tam giác } EDH = EH + HD + ED = \left(\frac{3\sqrt{7}}{14} + \frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{4\sqrt{7}}{7} \right) R = \frac{9\sqrt{7}}{7}R \text{0,25 điểm}$$

Kẻ đường cao HK của tam giác HED

$$\widehat{ABH} = \widehat{BOA} = 60^\circ \text{ (cùng phụ } \widehat{HBO}) \text{ và } \widehat{HED} = \widehat{ABH} \text{ (cùng bù } \widehat{AEH})$$

$$\text{Suy ra } \widehat{HED} = 60^\circ \text{ và } HK = HE \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{21}}{28}R.$$

$$\text{Vậy diện tích tam giác } HED \text{ bằng } \frac{1}{2}HK \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{21}}{28}R \cdot \frac{4\sqrt{7}}{7}R = \frac{3\sqrt{3}}{14}R^2 \text{0,25 điểm}$$

HẾT.