

Câu I: (6,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $\frac{2}{3} + \frac{19}{6} : 19 - \frac{1}{32} \cdot (-4)^2$.

2) $30 + 32 + 34 + \dots + 68$.

3) $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \dots \cdot \frac{400}{399}$.

4) $1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots - 98 - 99 + 100 - 101$

Câu II: (4,0 điểm) Tìm x, biết:

1) $\frac{2}{7} \cdot x - \frac{14}{21} = \frac{1616}{2121}$.

2) $(x + 2024) \cdot (x - 2025) = (11^3 + 9^3 + 7^3) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37)$

3) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$

Câu III: (2,0 điểm)

1) Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 30 lần, kết quả số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc sau mỗi lần gieo được thống kê lại như sau.

1	6	2	3	5	2	2	4	3	6
2	4	1	4	3	4	4	1	5	6
4	3	5	2	1	3	3	6	2	2

Hãy tính xác suất thực nghiệm: Số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc là số nguyên tố.

2) Một hộp có 4 quả bóng kích thước và khối lượng như nhau có màu xanh, đỏ, tím, vàng (hai quả bóng khác nhau thì màu khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ trong hộp. Hãy viết tập hợp các kết quả có thể xảy ra về màu của hai quả bóng được lấy ra.

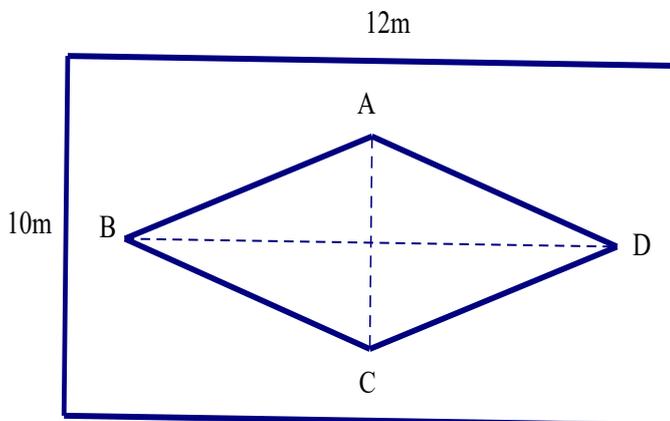
Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một trường học không có quá 600 học sinh. Biết rằng khi xếp thành 8 hàng, 12 hàng, 15 hàng thì lần lượt dư 6 học sinh, 10 học sinh, 13 học sinh còn nếu khi xếp thành 13 hàng thì vừa đủ. Tính số học sinh của trường này.

2) Tìm số nguyên tố \overline{ab} ($a > b > 0$), sao cho $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương.

Câu V: (3,0 điểm). (Học sinh không cần vẽ hình vào bài làm)

1) Một mảnh đất hình chữ nhật (hình 1) có chiều dài 12m, chiều rộng 10m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là 75m^2 . Tính độ dài đường chéo BD, biết $AC = 9\text{m}$.



Hình 1

2) Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết vẽ được tất cả 105 đường thẳng. Tính n.

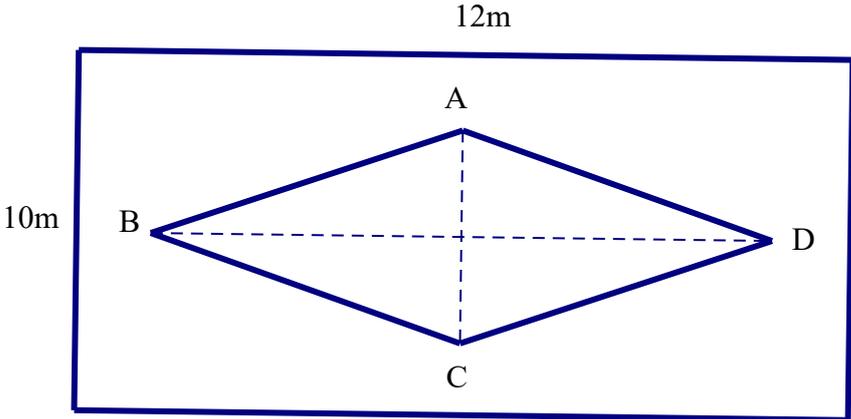
Câu VI: (1,0 điểm). Chứng tỏ: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} > \frac{13}{6}$

.....Hết.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu: (6,0 điểm)	1) (1,5 điểm)	
	$\frac{2}{3} + \frac{19}{6} : 19 - \frac{1}{32} \cdot (-4)^2$ $= \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$ $= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} - \frac{3}{6}$ $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	0,5
		0.5
		0.5
	2) (1,5 điểm)	
	$30 + 32 + 34 + \dots + 68.$ có $(68 - 30) : 2 + 1 = 20$ số hạng Vậy $30 + 32 + 34 + \dots + 68.$ $= (68 + 30) \cdot 20 : 2 = 980$	0,5
		1,0
	3) (1,5 điểm)	
	$\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \dots \cdot \frac{400}{399}$ $= \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \dots \cdot \frac{20 \cdot 20}{19 \cdot 21}$ $= \frac{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 20) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 20)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 19) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 21)}$ $= \frac{20 \cdot 2}{1 \cdot 21}$ $= \frac{40}{21}$	0,5
		0.5
	0.25	
	0.25	
4) (1,5 điểm)		
$1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots - 98 - 99 + 100 - 101$		

	<p>Số các số hạng dãy số là 101 số hạng</p> $1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots - 98 - 99 + 100 - 101$ $= (1-2-3+4) + (5-6-7+8) + (9-10-11+12) + \dots + (97-98-99+100) - 101$ $= 0 + 0 + 0 + \dots + 0 - 101$ $= -101$	0,75 0,5 0,25
Câu II: (4,0 điểm)	1) (1,5 điểm)	
	a) $\frac{2}{7} \cdot x - \frac{14}{21} = \frac{1616}{2121}$	
	$\frac{2}{7} \cdot x - \frac{2}{3} = \frac{16}{21}$	0,5
	$\frac{2}{7} \cdot x = \frac{16}{21} + \frac{2}{3}$	0,25
	$\frac{2}{7} \cdot x = \frac{16}{21} + \frac{14}{21}$	0,25
	$\frac{2}{7} \cdot x = \frac{10}{7}$	0,25
	$x = \frac{10}{7} : \frac{2}{7} \Rightarrow x = 5.$	
	Vậy x = 5.	0,25
	2) (1,5 điểm)	
	$6(x+11) - 7(2-x) = 26$	0,5
$6x + 66 - 14 + 7x = 26$		
$(6+7) \cdot x = -26$	0,5	
$13x = -26$	0,25	
$x = -2.$ Vậy x = -2.	0,25	
3) (1,0 điểm)		
$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$		
$2^x (1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 960$	0,25	
$2^x \cdot 15 = 960$		
$2^x = 64$	0,25	
$2^x = 2^6$	0,25	
x = 6	0,25	
1) (1,0 điểm)		

Câu III: (2,0 điểm)	Tổng số lần xuất hiện mặt 2 chấm, 3 chấm, 5 chấm là $7+6+3 = 16$ lần.	0,5
	Xác suất thực nghiệm xuất hiện số chấm trên mặt xúc xắc là số nguyên tố bằng $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$	0,5
	2) (1,0 điểm) Tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với màu của hai quả bóng được lấy ra là $A = \{ \text{Xanh- Đỏ; Xanh- Tím; Xanh – Vàng; Đỏ - Tím; Đỏ- Vàng; Tím – Vàng} \}$	1,0
Câu IV: (4,0 điểm)	1) (3,0 điểm)	
	Gọi số học sinh của trường đó có là a (học sinh) (a là số tự nhiên ; $a > 13$)	0,5
	Khi xếp hàng 8; 12;15 dư lần lượt là 6; 10; 13 học sinh nên ta có $a - 6$ chia hết cho 8; $a - 10$ chia hết cho 12 và $a - 13$ chia hết cho 15	0,5
	Do đó $a + 2$ chia hết cho 8; $a + 2$ chia hết cho 10; $a + 2$ chia hết cho 15 Nên $a + 2$ là BC(8, 12 ,15)	0,5
	Tìm BCNN(8,12,15) = 120 Vậy $a + 2 = 120.k$ (k là số tự nhiên) Nếu $k = 0$ thì $a = -2$ (loại) Nếu $k = 1$ thì $a = 118$ (loại) (vì 118 không chia hết cho 13) Nếu $k = 2$ thì $a = 238$ (loại) (vì 238 không chia hết cho 13) Nếu $k = 3$ thì $a = 358$ (loại) (vì 358 không chia hết cho 13) Nếu $k = 4$ thì $a = 478$ (loại) (vì 478 không chia hết cho 13) Nếu $k = 5$ thì $a = 598$ (Thỏa mãn ,Vì 598 chia hết cho 13)	1,0
	Vậy số học sinh của trường này là 598 học sinh	0,5
	2) (1,0 điểm) $\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b) = 3^2(a - b)$	0,25
	Vì $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vậy $1 \leq a - b \leq 8$ Để $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương thì $a - b = 1; 4$ +) $a - b = 1$ (mà $a > b$) ta có các số \overline{ab} là : 98 ; 87 ; 76; 65; 54 ; 43; 32; 21 Vì \overline{ab} là số nguyên tố nên chỉ có số 43 thỏa mãn +) $a - b = 4$ (mà $a > b$) ta có các số \overline{ab} là : 95 ; 84 ; 73; 62; 51	0,25

	<p>Vì \overline{ab} là số nguyên tố nên chỉ có số 73 thỏa mãn</p>	0,25
	<p>Kết luận : Vậy có hai số thỏa mãn điều kiện bài toán là 43 và 73</p>	0,25
<p>Câu V: (3,0 điểm)</p>	<p>2) (1,5 điểm)</p>  <p>Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $12 \cdot 10 = 120 (m^2)$</p> <p>Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120 - 75 = 45 (m^2)$</p> <p>Độ dài đường chéo BD là: $45 \cdot 2 : 9 = 10 (m)$</p>	0,5
	<p>2) (1,5 điểm)) Chọn một điểm. Nối điểm đó với từng điểm trong n điểm còn lại ta được n – 1 đường thẳng. Làm như vậy với n điểm ta được n(n – 1) đường thẳng. Nhưng mỗi đường thẳng lại được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có n(n – 1): 2 đường thẳng. Theo bài ra có 105 đường thẳng, do đó: $n(n – 1): 2 = 105$ $n(n – 1) = 105 \cdot 2$</p> <p>$n(n – 1) = 210$ $n(n – 1) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $n(n – 1) = 15 \cdot 14$ Vậy n = 15</p>	0,5

Câu VI (1,0 điểm)	$A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40}$ $= \left(\frac{2}{11} + \frac{2}{12}\right) + \left(\frac{2}{13} + \frac{2}{14} + \dots + \frac{2}{18}\right) + \left(\frac{2}{19} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{2}{24}\right) + \left(\frac{2}{25} + \frac{2}{36} + \dots + \frac{2}{36}\right)$ $+ \left(\frac{2}{37} + \frac{2}{38} + \frac{2}{39} + \frac{2}{40}\right)$	0,25
	$> 2 \cdot \frac{2}{12} + 6 \cdot \frac{2}{18} + 6 \cdot \frac{2}{24} + 12 \cdot \frac{2}{36} + \left(\frac{2}{37} + \frac{2}{38} + \frac{2}{39} + \frac{2}{40}\right)$	0,25
	$> 2 \cdot \frac{2}{12} + 6 \cdot \frac{2}{18} + 6 \cdot \frac{2}{24} + 12 \cdot \frac{2}{36}$ $= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{13}{6}$	0,25
	Vậy: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} > \frac{13}{6}$	0,25

Lưu ý:

- Lời giải trong hướng dẫn chấm chỉ trình bày tóm tắt, học sinh trình bày hoàn chỉnh, lý luận chặt chẽ mới cho điểm tối đa.

- Học sinh có thể trình bày nhiều cách giải khác nhau nếu đúng thì cho điểm tương ứng.

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 6**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-6>