

Bài I (1,5 điểm).

1) Bạn Minh hỏi 40 bạn học sinh bất kì về môn học mà bạn đó yêu thích nhất. Kết quả thống kê thống kê được ghi lại ở bảng sau

Môn học	Toán	Ngữ văn	Lịch sử	Thể dục
Số HS yêu thích	11	8	9	12

Hãy chỉ ra tần số và tính tần số tương đối của môn Lịch sử.

2) Trong một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, được ghi số từ 1 đến 20. Hai thẻ khác nhau ghi số khác nhau. Bạn Hà rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp rồi ghi lại số. Hãy tính xác suất của biến cố A: “Số ghi trên thẻ là số lớn hơn 15”.

Bài II (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{x + 1}{x - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$.

3) Tìm các giá trị x nguyên để A + B có giá trị nguyên.

Bài III (2,5 điểm).

1) Một tổ sản xuất được giao nhiệm vụ hoàn thành 300 sản phẩm trong một thời gian quy định. Khi thực hiện, tổ làm được nhiều hơn 5 sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong mỗi giờ theo kế hoạch. Tổ sản xuất đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 2 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất làm bao nhiêu sản phẩm?

2) Cho phương trình $x^2 + ax - 1 = 0$ (a là số thực)

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của a biết $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 2$

Bài IV (3,5 điểm).

1) Một chiếc cốc thủy tinh dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao 10 cm. Lượng nước hiện tại trong cốc có chiều cao bằng một nửa chiều cao của cốc. Hỏi cần rót thêm bao nhiêu mi-li-lít (ml) nước vào cốc để nước đầy tới miệng cốc, biết $1ml = 1cm^3$. (Bỏ qua độ dày của thành cốc và đáy cốc, lấy $\pi \approx 3,14$).

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm C sao cho $AC < BC$. Trên đoạn BC lấy điểm H, gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ H tới AB.

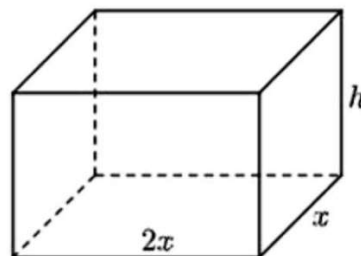
a) Chứng minh bốn điểm A, K, H, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng AC và đường thẳng HK cắt nhau tại D . Gọi I là trung điểm DH . Chứng minh $KA.KB = KH.KD$ và IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và HB và S là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICK . Chứng minh P, Q, S thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

Bác Hải cần xây một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có thể tích bằng $4\,500\text{ m}^3$ (phần xây dựng gồm đáy bể và các bức tường xung quanh bể). Đáy bể nước là hình chữ nhật có rộng là x (m, $x > 0$), chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí xây bể là 520.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định chi phí thấp nhất để đảm bảo xây được bể nước.

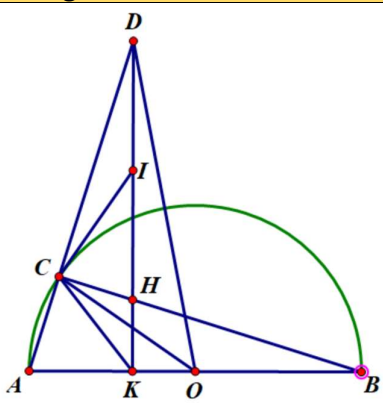


HẾT!

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
I	1	Hãy chỉ ra tần số và tính tần số tương đối của môn Lịch sử	1,0
		Tần số bằng 9	0,5
		Tần số tương đối là $\frac{9}{40} \cdot 100\% = 22,5\%$	0,5
	2	Trong một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, được ghi số từ 1 đến 20. Hai thẻ khác nhau ghi số khác nhau. Bạn Hà rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp rồi ghi lại số. Hãy tính xác suất của biến cố A: "Số ghi trên thẻ là số lớn hơn 15".	0,5
		Không gian mẫu của phép thử: $\Omega = \{1; 2; \dots; 20\}$ có 20 phần tử Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 16; 17; 18; 19; 20. Vậy $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.	0,25 0,25
II		Cho hai biểu thức $A = \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{x + 1}{x - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.	2,0
	1	Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.	0,5
		Thay $x = 4$ (tmdk) vào biểu thức: $A = \frac{3 - \sqrt{4}}{\sqrt{4} - 1}$ $A = 1$	0,25 0,25
	2	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	1
		$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{x + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
	3	Tìm các giá trị x nguyên để A + B có giá trị nguyên.	0,5
		$A + B = \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{3}{\sqrt{x} - 1}$ Để A + B có giá trị nguyên thì $\sqrt{x} - 1$ là số nguyên và là ước của 3 $\sqrt{x} - 1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$	0,25

		Kết hợp điều kiện, tìm được $x \in \{0; 4; 16\}$	0,25
III	1	Một tổ sản xuất được giao nhiệm vụ hoàn thành 300 sản phẩm trong một thời gian quy định. Khi thực hiện, tổ làm được nhiều hơn 5 sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong mỗi giờ theo kế hoạch. Tổ sản xuất đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 2 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất làm bao nhiêu sản phẩm?	1,5
		Gọi số sản phẩm phải làm mỗi giờ theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)	0,25
		Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{300}{x}$ (giờ)	
		Thực tế mỗi giờ tổ làm được nhiều hơn 5 sản phẩm nên thời gian hoàn thành thực tế là $\frac{300}{x+5}$ (giờ)	0,25
		Do hoàn thành sớm hơn kế hoạch 2 giờ nên ta có phương trình $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 2$	0,25
		Biến đổi đưa về phương trình: $x^2 + 5x - 750 = 0$	0,25
		Chỉ ra được 2 nghiệm: $x = 25; x = -30$	0,25
		Kết luận, theo kế hoạch mỗi giờ làm 25 sản phẩm.	0,25
	2	Cho phương trình $x^2 + ax - 1 = 0$ (a là số thực)	1,0
	a	Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt.	0,5
		Tính $\Delta = a^2 + 4$. Chỉ ra $a^2 + 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt	
	b	Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của a biết $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 2$.	0,5
		Theo định lý Viète: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$ $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1$ $= -1 + a + 1 = a$ Vậy $a = 2$	0,25 0,25
IV	1	Một chiếc cốc thủy tinh dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm, chiều cao 10 cm. Lượng nước hiện tại trong cốc có chiều cao bằng một nửa chiều cao của cốc. Hỏi cần rót thêm bao nhiêu mi-li-lít (ml) nước vào cốc để nước đầy tới miệng cốc, biết $1\text{ml} = 1\text{cm}^3$. (Bỏ qua độ dày của thành cốc và đáy cốc, lấy $\pi \approx 3,14$).	0,5
		Lượng nước cần đổ thêm vào cốc bằng lượng nước đang có trong cốc. Thể tích nước trong cốc là $\pi \times 3^2 \times \frac{10}{2} \approx 3,14 \times 3^2 \times 5$	0,25
		$= 141,3\text{cm}^3 = 141,3\text{ml}$. Vậy cần đổ thêm 141,3ml nước vào cốc	0,25

2	Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm C sao cho $AC < BC$. Trên đoạn BC lấy điểm H, gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ H tới AB.	3,0
a	Chứng minh bốn điểm A, K, H, C cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	 Vẽ hình đúng đến câu a Chỉ ra $\widehat{ACH} = \widehat{AKH} = 90^\circ$ Gọi E là trung điểm AH. $\triangle ACH$ vuông tại C nên 3 điểm A, C, H cùng thuộc đường tròn tâm E bán kính $\frac{AH}{2}$. $\triangle AKH$ vuông tại K nên 3 điểm A, K, H cùng thuộc đường tròn tâm E bán kính $\frac{AH}{2}$. Từ đó suy ra 4 điểm A, C, H, K cùng thuộc một đường tròn.	0,25 0,25 0,25 0,25
b	Đường thẳng AC và đường thẳng HK cắt nhau tại D. Gọi I là trung điểm DH. Chứng minh $KA \cdot KB = KH \cdot KD$	0,75
	Tứ giác AKHC nội tiếp nên $\widehat{CAK} + \widehat{CHK} = 180^\circ$ $\widehat{CHK}, \widehat{KHB}$ là 2 góc kề bù nên $\widehat{CHK} + \widehat{KHB} = 180^\circ$ Suy ra $\widehat{CAK} = \widehat{KHB}$ hay $\widehat{KAD} = \widehat{KHB}$. Chỉ ra được $\triangle KAD \sim \triangle KHB$ Dẫn đến $\frac{KA}{KH} = \frac{KD}{KB} \Rightarrow KA \cdot KB = KH \cdot KD$	0,25 0,25 0,25
	IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).	0,75
	$OB = OC \Rightarrow \triangle OBC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ $\triangle HCD$ vuông tại C và I là trung điểm DH nên $IC = ID = IH \Rightarrow \triangle ICH$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{ICH} = \widehat{IHC}$. Mà $\widehat{IHC} = \widehat{KHB}$ (2 góc đối đỉnh) Vậy $\widehat{ICH} + \widehat{OCB} = \widehat{KHB} + \widehat{OCB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ICO} = 90^\circ \Rightarrow IC \perp OC$ OC là bán kính của đường tròn nên IC là tiếp tuyến của đường tròn	0,25 0,25 0,25
c	Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và HB và S là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICK. Chứng minh P, Q, S thẳng hàng.	0,5

