

BÀI 1. ĐA GIÁC – ĐA GIÁC ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Kiến thức cần nhớ

1. Đa giác – đa giác lồi

- Đa giác: Đa giác $A_1A_2\dots A_n$ là hình gồm n đoạn thẳng A_1A_2 ; A_2A_3 ; $\dots$ A_nA_1 trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- Đa giác lồi: Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác.

2. Đa giác đều.

Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

VD1: Tam giác đều có 3 cạnh bằng nhau và ba góc bằng nhau bằng 60°

VD2: Tứ giác đều (Hình vuông) có 4 cạnh bằng nhau và bốn góc bằng nhau bằng 90°

3. Bổ sung

- Tổng các góc trong của đa giác n cạnh ($n > 2$) là $(n - 2) \cdot 180^\circ$
- Số đường chéo của một đa giác n cạnh ($n > 2$) là $\frac{(n - 3) \cdot n}{2}$.
- Tổng các góc ngoài của đa giác n cạnh ($n > 2$) là 360° (tại mỗi đỉnh chỉ chọn một góc ngoài).
- Trong một đa giác đều, giao điểm O của hai đường phân giác của hai góc kề một cạnh là tâm của đa giác đều. Tâm O cách đều các đỉnh, cách đều các cạnh của đa giác đều. Có một đường tròn tâm O đi qua các đỉnh của đa giác đều gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

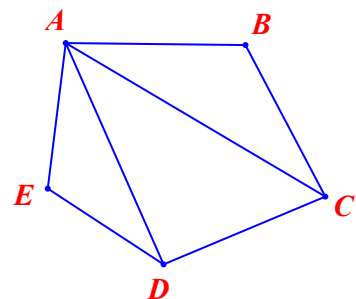
B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1: Cho ngũ giác $ABCDE$. Kẻ các đường chéo AC và AD .

Có bao nhiêu đa giác trong hình vẽ?

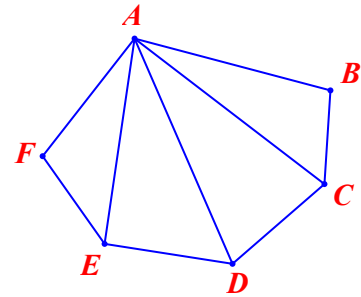
- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6



Câu 2: Cho lục giác $ABCDEF$. Kẻ các đường chéo AC, AD, AE .

Có bao nhiêu tứ giác trong hình vẽ?

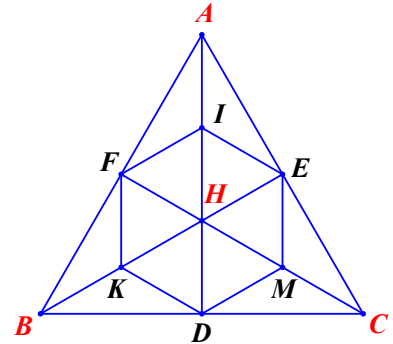
- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6



Câu 3: Cho tam giác đều ABC , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC .

$DKFIEM$ là hình gì?

- A. Ngũ giác B. Ngũ giác đều
C. Lục giác D. Lục giác đều



Câu 4: Tổng các góc của đa giác 17 cạnh là:

- A. 2300 B. 2500 C. 2700 D. 3000

Câu 5: Tổng các góc trong của đa giác n cạnh ($n > 2$) là

- A. $(n-2)$ B. $(n-2).180^\circ$ C. $(n-2).90^\circ$ D. $(n-2).360^\circ$

Câu 6: Số đo mỗi góc của n - giác đều là:

- A. $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$ B. $\frac{(n-2).180^\circ}{2n}$ C. $n(n-2)$ D. $\frac{(n+2).180^\circ}{n}$

Câu 7: Hình lục giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

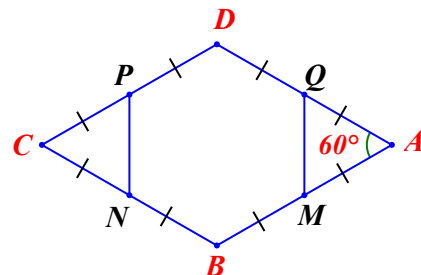
Câu 8: Đa giác trong tranh là hình gì?

- A. Tứ giác B. Ngũ giác đều
C. Lục giác đều D. Bát giác đều

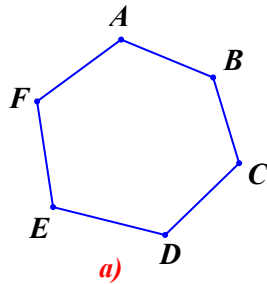


Câu 9: $PDQMBN$ là hình gì?

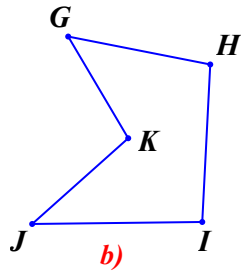
- A. Tứ giác B. Hình thoi
C. Ngũ giác đều D. Lục giác đều



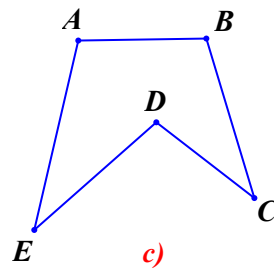
Câu 10: Chỉ ra đa giác lồi trong các hình trên?



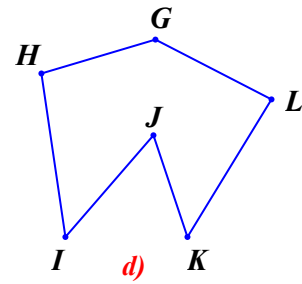
a)



b)



c)



d)

A. Hình a

B. Hình b

C. Hình c

D. Hình d

II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 11: Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 7.

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Câu 12: Tổng tất cả các góc trong và một góc ngoài của một đa giác có số đo là $47058,5^0$. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 260

B. 261

C. 262

D. 263

Câu 13: Tổng số đo các góc của một đa giác n - cạnh trừ đi góc A của nó bằng 570^0 . Tính $\hat{A} = ?$.

A. 100^0

B. 150^0

C. 200^0

D. 250^0

Câu 14: Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều

A. 100^0

B. 105^0

C. 108^0

D. 200^0

Câu 15: Tính số đường chéo của một hình lục giác.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Câu 16: Tính số đo của mỗi góc của lục giác đều

A. 100^0

B. 120^0

C. 140^0

D. 180^0

Câu 17: Phát biểu nào đúng trong các phát biểu sau?

A. Tam giác và tứ giác không phải là đa giác

B. Hình gồm n đoạn thẳng đôi một có một điểm chung được gọi là đa giác (với n là số tự nhiên lớn hơn 2)

C. Hình gồm n đoạn thẳng (n là số tự nhiên lớn hơn 2) trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng được gọi là đa giác.

D. Hình tạo bởi nhiều hình tam giác được gọi là đa giác

Câu 18: Tính số đường chéo của đa giác n cạnh

A. $n-1$.

B. $n-3$.

C. $n(n-3)$

D. $\frac{n(n-3)}{2}$

Câu 19: Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 42.

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Câu 20: Đa giác nào có số đường chéo bằng số cạnh?

A. Tứ giác

B. Ngũ giác

C. Lục giác

D. Tất cả các đa giác

III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 21: Góc ngoài của đa giác là góc kề bù với một góc của đa giác. Ta coi ở mỗi đỉnh của đa giác có một góc ngoài. Tổng các góc ngoài của đa giác bằng?

A. 180^0

B. 360^0

C. 420^0

D. 620^0

- Câu 22:** Tính số cạnh của một đa giác đều, biết mỗi góc của nó bằng 140°
 A. 8. B. 9. C. 10. D. 12.
- Câu 23:** Đa giác bao nhiêu cạnh thì có tổng các góc bằng 2160° ?
 A. 10 B. 12 C. 14 D. 16.
- Câu 24:** Một đa giác đều có n cạnh. Mỗi góc của nó bằng 156° . Tính số cạnh của đa giác đó.
 A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.
- Câu 25:** Tổng số đo các góc của một đa giác n - cạnh trừ đi góc A của nó bằng 570° . Tính số cạnh của đa giác đó
 A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 26:** Một đa giác có 27 đường chéo. Hỏi đa giác có bao nhiêu cạnh?
 A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.
- Câu 27:** Biết một đa giác lồi có 35 đường chéo, hỏi đa giác này có bao nhiêu cạnh?
 A. 9 B. 8 C. 10 D. 7.
- Câu 28:** Một đa giác lồi có số cạnh là n ($n \in \mathbb{N}^*$ và $n > 3$). Với giá trị nào của n thì đa giác có số đường chéo bằng ba lần số cạnh của đa giác?
 A. 7 B. 8 C. Không tồn tại D. 9.
- Câu 29:** Cho một đa giác lồi, biết rằng khi số cạnh của đa giác giảm đi 2 thì số đường chéo của đa giác giảm đi 13. Số cạnh của đa giác này là
 A. 10 B. 9 C. 8 D. 7.
- Câu 30:** Cho một đa giác lồi, biết số đường chéo của đa giác ấy lớn hơn 14 nhưng nhỏ hơn 36. Tổng số cạnh của các đa giác thỏa mãn là
 A. 25 B. 10 C. 27 D. 23.

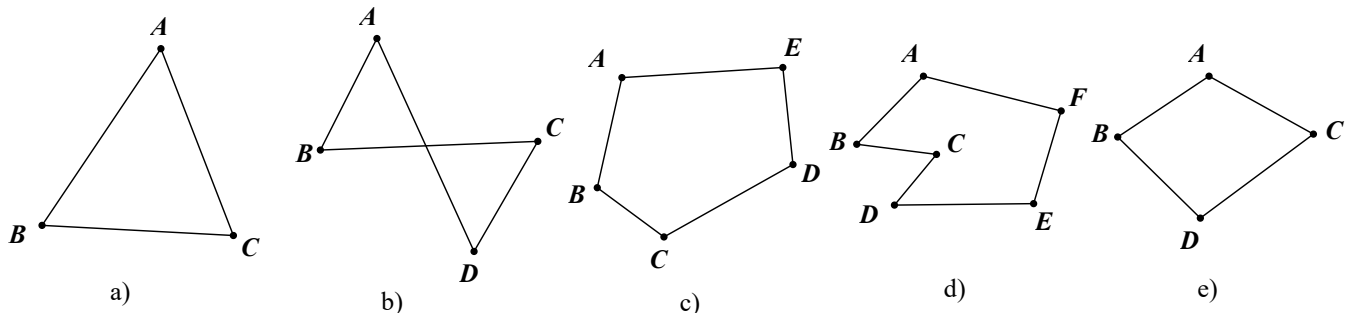
C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1 : Nhận dạng đa giác lồi, đa giác đều

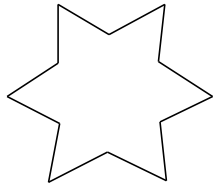
Phương pháp giải

Dựa vào khái niệm đa giác lồi

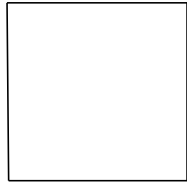
Bài 1. Tìm các đa giác lồi trong hình vẽ và giải thích.



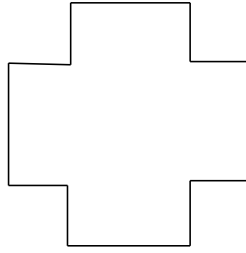
Bài 2. Trong các hình phẳng sau, hình nào là hình phẳng có dạng đa giác đều ?



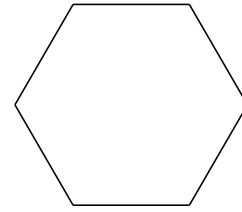
a)



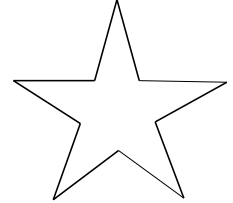
b)



c)

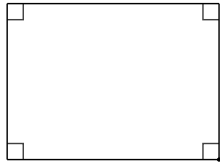


d)

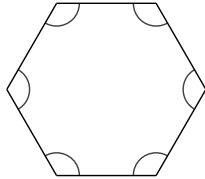


e)

Bài 3. Tìm và gọi tên các đa giác đều có trong hình vẽ dưới đây.



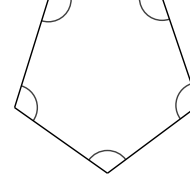
a)



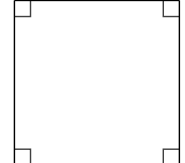
b)



c)



d)



e)

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$. Lấy các điểm A, B, C, D, E, F trên đường tròn $(O; R)$ sao cho số đo các cung $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \widehat{DE}, \widehat{EF}$ bằng nhau. Đa giác $ABCDEF$ có là đa giác đều không? Vì sao?

Bài 5. Cho ngũ giác $ABCDE$ có các cạnh bằng nhau và $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 108^\circ$. Ngũ giác $ABCDE$ có phải là ngũ giác đều không?

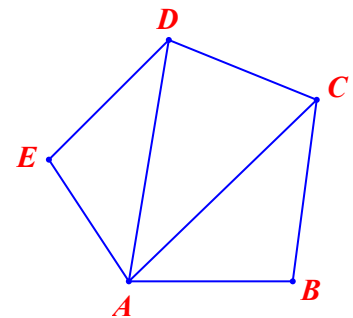
Bài 6. Cho hình thoi $ABCD$ có $\hat{A} = 60^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh lục giác $MBNPDQ$ là lục giác đều.

Dạng 2. Tính toán

Phương pháp giải

Bài 7. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ như hình vẽ.

- Tính tổng các góc trong của tam giác ABC, ACD, ADE , từ đó suy ra tổng các góc trong ngũ giác đều $ABCDE$.
- Tính số đo góc E .



Bài 8. Cho hình tròn $(O; R)$.

- Vẽ hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều có các đỉnh nằm trên $(O; R)$.
- Tính các cạnh của các hình vừa vẽ theo R .

Bài 9. Cho một hình lục giác đều và một hình vuông cùng nội tiếp một đường tròn. Biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3cm. Tính chu vi và diện tích của một hình lục giác đều đã cho.

Bài 10. Cho ngũ giác đều $ABCDE$. Về phía ngoài của ngũ giác đó dựng tam giác đều PDE . Tính số đo góc APC .

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	D	A	D	C	B	A	B	C	D	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	C	D	B	C	D	B	C	D	C	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	B	C	C	A	D	C	D	B	C

I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT**Câu 1:**

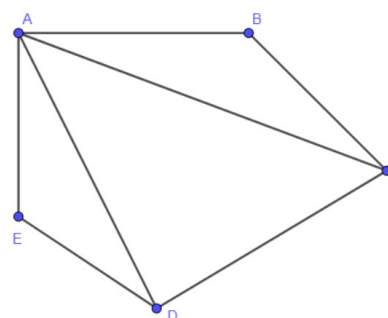
Cho ngũ giác ABCDE. Kẻ các đường chéo AC và AD. Có bao nhiêu đa giác trong hình vẽ?

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**Câu 2:**

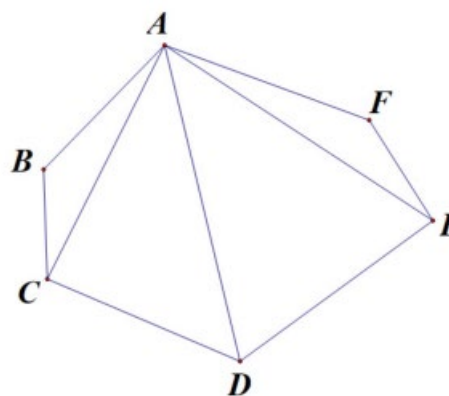
Cho lục giác ABCDEF. Kẻ các đường chéo AC, AD, AE. Có bao nhiêu tứ giác trong hình vẽ?

A. 3

B. 4

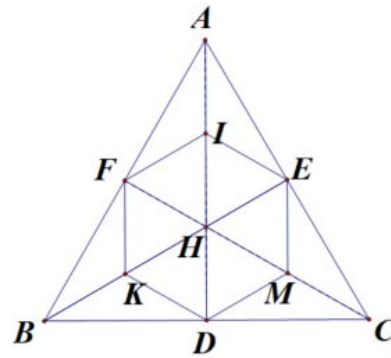
C. 5

D. 6

**Câu 3:**

Cho tam giác đều ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC. DKFIEM là hình gì?

- A. Ngũ giác B. Ngũ giác đều
C. Lục giác D. Lục giác đều



Câu 4:

Tổng các góc của đa giác 17 cạnh là:

- A. 2300 B. 2500 C. 2700 D. 3000

Câu 5:

Tổng các góc trong của đa giác n cạnh ($n > 2$) là

- A. $n-2$ B. $(n-2).180^\circ$ C. $(n-2).90^\circ$ D. $(n-2).360^\circ$

Câu 6:

Số đo mỗi góc của n - giác đều là:

- A. $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$ B. $\frac{(n-2).180^\circ}{2n}$ C. $n(n-2)$ D. $\frac{(n+2).180^\circ}{n}$

Câu 7:

Hình lục giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Câu 8:

Đa giác trong tranh là hình gì?

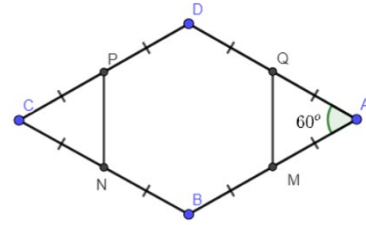
- A. Tứ giác B. Ngũ giác đều
C. Lục giác đều D. Bát giác đều



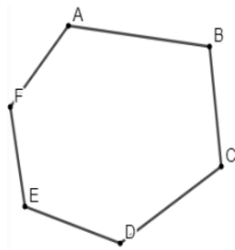
Câu 9:

PDQMBN là hình gì?

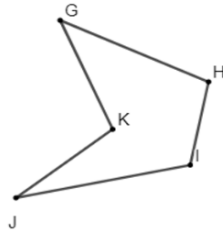
- A. Tứ giác B. Hình thoi
C. Ngũ giác đều D. Lục giác đều



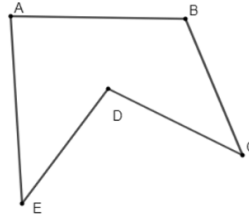
Câu 10:



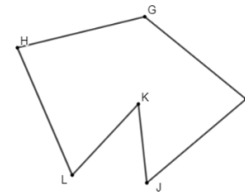
a



b



c



d

Chỉ ra đa giác lồi trong các hình trên?

- A. Hình a B. Hình b C. Hình c D. Hình d

II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 11: Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 7.

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Câu 12: Tổng tất cả các góc trong và một góc ngoài của một đa giác có số đo là $47058,5^\circ$. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

- A. 260 B. 261 C. 262 D. 263

Câu 13: Tổng số đo các góc của một đa giác n - cạnh trừ đi góc A của nó bằng 570° . Tính $\hat{A} = ?$.

- A. 100° B. 150° C. 200° D. 250°

Câu 14: Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều

- A. 100° B. 105° C. 108° D. 200°

Câu 15: Tính số đường chéo của một hình lục giác.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 16: Tính số đo của mỗi góc của lục giác đều

- A. 100° B. 120° C. 140° D. 180°

Câu 17: Phát biểu nào đúng trong các phát biểu sau?

- A. Tam giác và tứ giác không phải là đa giác
B. Hình gồm n đoạn thẳng đôi một có một điểm chung được gọi là đa giác (với n là số tự nhiên lớn hơn 2)

C. Hình gồm n đoạn thẳng (n là số tự nhiên lớn hơn 2) trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng được gọi là đa giác.

D. Hình tạo bởi nhiều hình tam giác được gọi là đa giác

Câu 18: Tính số đường chéo của đa giác n cạnh

A. $n-1$.

B. $n-3$.

C. $n(n-3)$

D. $\frac{n(n-3)}{2}$

Câu 19: Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 42.

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Câu 20: Đa giác nào có số đường chéo bằng số cạnh?

A. Tứ giác

B. Ngũ giác

C. Lục giác

D. Tất cả các đa giác

III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 21: Góc ngoài của đa giác là góc kề bù với một góc của đa giác. Ta coi ở mỗi đỉnh của đa giác có một góc ngoài. Tổng các góc ngoài của đa giác bằng?

A. 180^0

B. 360^0

C. 420^0

D. 620^0

Câu 22: Tính số cạnh của một đa giác đều, biết mỗi góc của nó bằng 140^0

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Câu 23: Đa giác bao nhiêu cạnh thì có tổng các góc bằng 2160^0 ?

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16.

Câu 24: Một đa giác đều có n cạnh. Mỗi góc của nó bằng 156^0 . Tính số cạnh của đa giác đó.

A. 5.

B. 10.

C. 15.

D. 20.

Câu 25: Tổng số đo các góc của một đa giác n - cạnh trừ đi góc A của nó bằng 570^0 . Tính số cạnh của đa giác đó

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 26: Một đa giác có 27 đường chéo. Hỏi đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Hướng dẫn giải:

Đáp án đúng là: D

Gọi số cạnh của đa giác là n (cạnh; $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$) thì số đường chéo là $\frac{n(n-3)}{2}$

Theo giả thiết đa giác có 27 đường chéo nên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{n(n-3)}{2} &= 27 \Leftrightarrow n^2 - 3n = 54 \\ \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -6(\text{loại}) \\ n = 9(\text{tm}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đa giác có 9 cạnh.

Câu 27: Biết một đa giác lồi có 35 đường chéo, hỏi đa giác này có bao nhiêu cạnh?

- A. 9 B. 8 C. 10 D. 7.

Hướng dẫn giải:

Đáp án đúng là: C

Gọi số cạnh của đa giác là $n (n \in \mathbb{N}^*, n > 3)$.

$$\text{Ta có: } \frac{n(n-3)}{2} = 35 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0$$

Suy ra $n = 10$ (thỏa mãn) hoặc $n = -7$ (loại).

Vậy $n = 10$.

Câu 28: Một đa giác lồi có số cạnh là n ($n \in \mathbb{N}^*$ và $n > 3$). Với giá trị nào của n thì đa giác có số đường chéo bằng ba lần số cạnh của đa giác?

- A. 7 B. 8 C. Không tồn tại D. 9.

Hướng dẫn giải:

Đáp án đúng là: D

$$\text{Ta có: } \frac{n(n-3)}{2} = 3n \Leftrightarrow n^2 - 3n = 6n$$

Suy ra $n = 0$ (loại) hoặc $n = 9$ (thỏa mãn).

Vậy đa giác lồi gồm 9 cạnh là đa giác thỏa mãn

Câu 29: Cho một đa giác lồi, biết rằng khi số cạnh của đa giác giảm đi 2 thì số đường chéo của đa giác giảm đi 13. Số cạnh của đa giác này là

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7.

Hướng dẫn giải:

Đáp án đúng là: B

Gọi số cạnh của đa giác cần tìm là $n (n \in \mathbb{N}^*, n > 5)$

$$\text{Số đường chéo của đa giác là: } \frac{n(n-3)}{2}$$

$$\text{Số đường chéo của đa giác lồi với số cạnh là } n-2 \text{ là: } \frac{(n-2)(n-5)}{2}$$

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-2)(n-5)}{2} = 13, \text{ do đó } 4n - 10 = 26$$

Suy ra $n = 9$

Câu 30: Cho một đa giác lồi, biết số đường chéo của đa giác ấy lớn hơn 14 nhưng nhỏ hơn 36. Tổng số cạnh của các đa giác thỏa mãn là

A. 25

B. 10

C. 27

D. 23.

Hướng dẫn giải:

Đáp án đúng là: C

Gọi số cạnh của đa giác là n ($n \in \mathbb{N}^*$ và $n > 3$)

Khi đó ta có: $14 < \frac{n(n-3)}{2} < 36$ nên $28 < n^2 - 3n < 72$

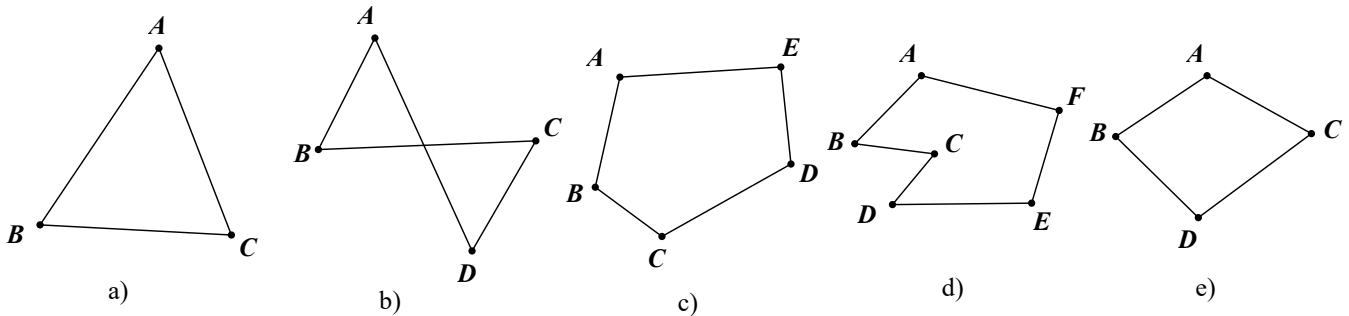
Tương đương $\begin{cases} n^2 - 3n - 28 > 0 \\ n^2 - 3n - 72 < 0 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} x < -4 \\ x > 7 \\ -7,12 < x < 10,12 \end{cases}$ suy ra $7 < x \leq 10$

Vậy $S = 8 + 9 + 10 = 27$

E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm các đa giác lồi trong hình vẽ và giải thích.



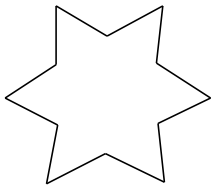
Lời giải

Các đa giác trong hình a, c, e là các đa giác lồi vì đa giác luôn nằm về một phía của đường thẳng chứa một cạnh bất kì của đa giác.

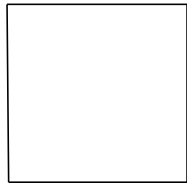
Đa giác ở hình b không phải là đa giác lồi vì không cùng nằm về một phía so với đường thẳng AD hoặc BC .

Ở hình d cũng không phải là đa giác lồi vì không cùng nằm về một phía so với đường thẳng BC hoặc DC .

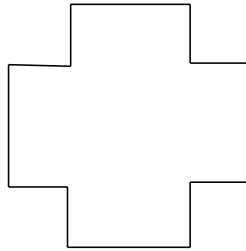
Bài 2. Trong các hình phẳng sau, hình nào là hình phẳng có dạng đa giác đều ?



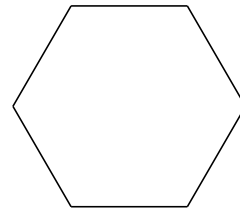
a)



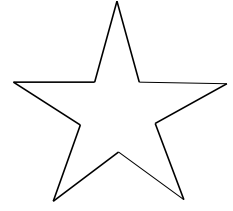
b)



c)



d)



e)

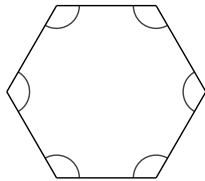
Lời giải

Hình phẳng có dạng đa giác đều là hình $b)$ và hình $d)$.

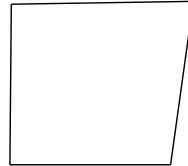
Bài 3. Tìm và gọi tên các đa giác đều có trong hình vẽ dưới đây.



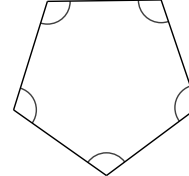
a)



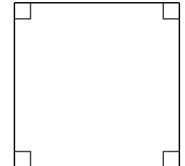
b)



c)



d)



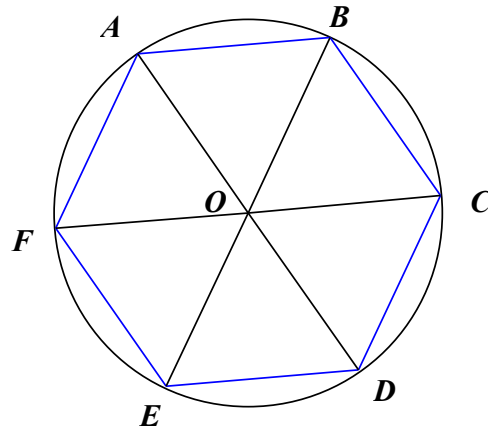
e)

Lời giải

Hình $b)$ là lục giác đều, hình $d)$ là ngũ giác đều, hình $e)$ là tứ giác đều.

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$. Lấy các điểm A, B, C, D, E, F trên đường tròn $(O; R)$ sao cho số đo các cung $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \widehat{DE}, \widehat{EF}$ bằng nhau. Đa giác $ABCDEF$ có là đa giác đều không ? Vì sao ?

Lời giải



Các cung $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \widehat{DE}, \widehat{EF}$ chia đường tròn $(O; R)$ thành sáu cung có số đo bằng nhau, suy ra mỗi cung có số đo bằng $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

Ta có $\widehat{AOB}$ là góc ở tâm chắn cung AB , $\widehat{BOC}$ là góc ở tâm chắn cung BC .

Suy ra $\widehat{AOB} = sd \widehat{AB} = 60^\circ, \widehat{BOC} = sd \widehat{BC} = 60^\circ$.

Xét tam giác OAB đều, do đó $AB = OA = R$ và $\widehat{ABO} = 60^\circ$. (1)

Tương tự, tam giác BOC có $OB = OC = R$ và $\widehat{BOC} = 60^\circ$.

Suy ra tam giác OBC đều, do đó $BC = OB = R$ và $\widehat{OBC} = 60^\circ$. (2)

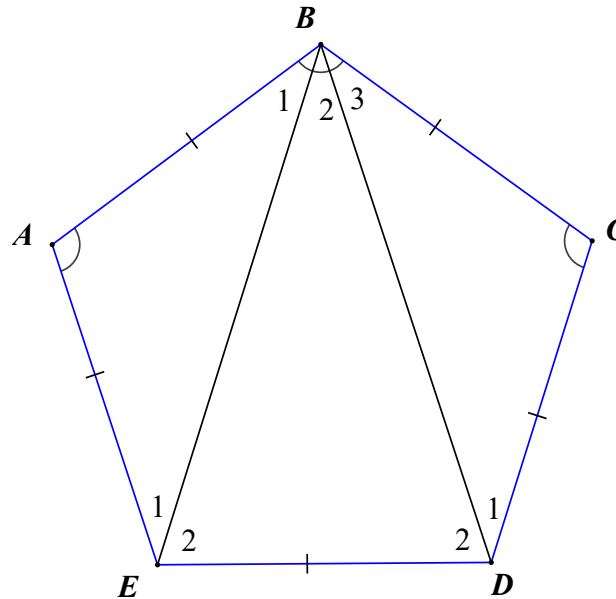
Từ (1) và (2) suy ra $AB = BC = R$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.

Chứng minh tương tự, ta có đa giác $ABCDEF$ có các cạnh đều bằng R và các góc đều bằng 120° .

Vậy $ABCDEF$ là một đa giác đều.

Bài 5. Cho ngũ giác $ABCDE$ có các cạnh bằng nhau và $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 108^\circ$. Ngũ giác $ABCDE$ có phải là ngũ giác đều không?

Lời giải



Ta có : $AB = BC = CD = DE = EA$ (gt) (*)

Xét tam giác ABE có $AB = AE$ (gt)

Nên $\triangle ABE$ cân tại A có $\widehat{A} = 108^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

Tương tự với tam giác BCD , ta có : $\widehat{B}_3 = \widehat{D}_1 = 36^\circ$

Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 = 108^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{B}_2 = 108^\circ - (\widehat{B}_1 + \widehat{B}_3) = 108^\circ - (36^\circ + 36^\circ) = 36^\circ$$

Dễ thấy $\triangle ABE = \triangle CBD$ (c.g.c)

$\Rightarrow BE = BD$ hay tam giác EBD cân tại B có $\widehat{B}_2 = 36^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{D}_2 = \frac{180^\circ - \widehat{B}_2}{2} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$$

Khi đó $\widehat{AED} = \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$

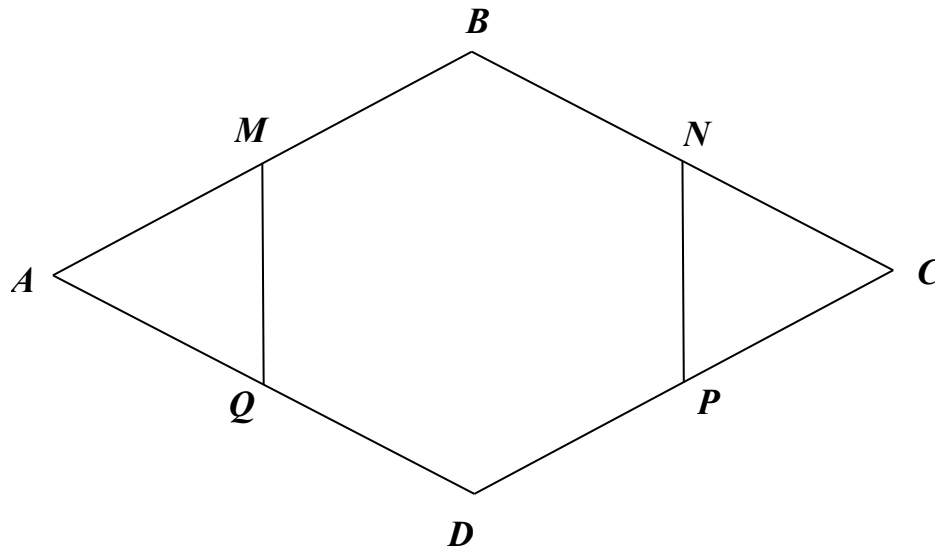
Tương tự $\widehat{CDE} = 108^\circ$.

Vậy $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{E} = 108^\circ$ (**)

Từ (*) và (**) ta có ngũ giác $ABCDE$ là ngũ giác đều (các cạnh bằng nhau, các góc bằng nhau).

Bài 6. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh lục giác $MBNPDQ$ là lục giác đều.

Lời giải



Gọi độ dài cạnh hình thoi $ABCD$ là a . Do hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60^\circ$ và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA nên $\widehat{C} = \widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = \widehat{D} = 120^\circ$ và

$$AM = MB = BN = NC = CP = PD = DQ = QA = \frac{a}{2} \quad (1).$$

Do đó, ta có các tam giác AMQ và CND là các tam giác đều (vì chúng là các tam giác cân và có một góc bằng 60°). Suy ra : $\widehat{AQM} = \widehat{AMQ} = \widehat{CPN} = \widehat{CNP} = 60^\circ$ và $MQ = NP = AM = \frac{a}{2}$ (2). Từ đó :

$$\widehat{DQM} = \widehat{BMQ} = \widehat{DPN} = \widehat{BNP} = 120^\circ \quad (3).$$

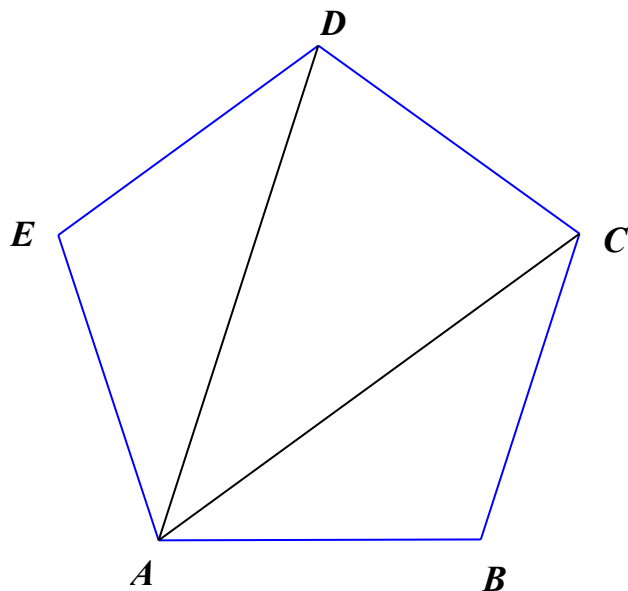
Từ (1), (2) và (3) suy ra lục giác $MBNPDQ$ là lục giác đều vì có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

Dạng 2. Tính toán

Bài 7. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ như hình vẽ.

- a) Tính tổng các góc trong của tam giác ABC, ACD, ADE , từ đó suy ra tổng các góc trong ngũ giác đều $ABCDE$.
- b) Tính số đo góc E .

Lời giải



a) Tổng các góc trong của tam giác ABC bằng 180° . Tương tự với hai tam giác còn lại ACD và ADE .

Vậy tổng các góc trong của ba tam giác ABC , ACD và ADE là : $3.180^\circ = 540^\circ$

Do đó tổng các góc trong của ngũ giác đều $ABCDE$ là 540° .

b) Vì $ABCDE$ là ngũ giác đều nên tất cả các góc đều bằng nhau nên số đo mỗi góc của ngũ giác đều bằng $\frac{540}{5} = 108^\circ$.

Vậy số đo góc E bằng 108° .

Bài 8. Cho hình tròn $(O; R)$.

a) Vẽ hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều có các đỉnh nằm trên $(O; R)$.

b) Tính các cạnh của các hình vừa vẽ theo R .

Lời giải

a)

* Vẽ tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$.

Vẽ đường cao AH ta có :

$$AB = AC; OB = OC = R \text{ nên } A, O, H$$

thuộc đường trung trực của BC . Vì $\triangle ABC$

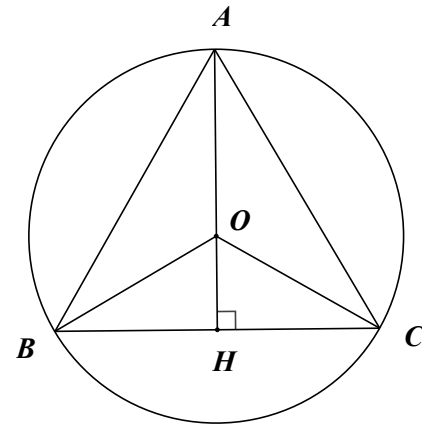
đều nên O là trọng tâm của tam giác.

$$\text{Ta có } AH = \frac{3}{2} AO = \frac{3}{2} R \quad (1) \text{ (tính chất trọng tâm)}$$

$$\text{Lại có } AH \text{ là đường cao của } \triangle ABC \text{ đều nên } AH = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2): } \frac{3}{2} R = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}R.$$

Vậy cạnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn $(O; R)$ là $\sqrt{3}R$.



*Vẽ hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$.

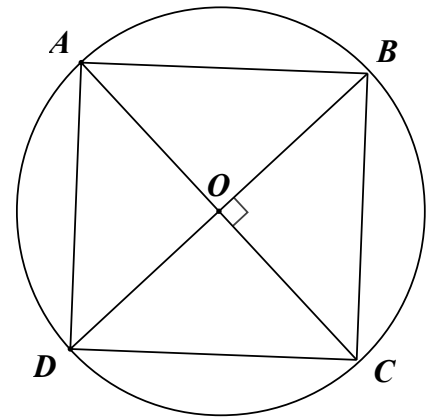
Ta có : $AC \perp BD$ (tính chất hai đường chéo hình vuông)

Xét tam giác AOB vuông tại O . Theo định lý Pythagore, ta có :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}.$$

Vậy cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn $(O; R)$ là $R\sqrt{2}$.



*Vẽ lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$.

Vì $ABCDEF$ là lục giác đều nên $AB = BC = CD = DE = EF = FA$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA}$$

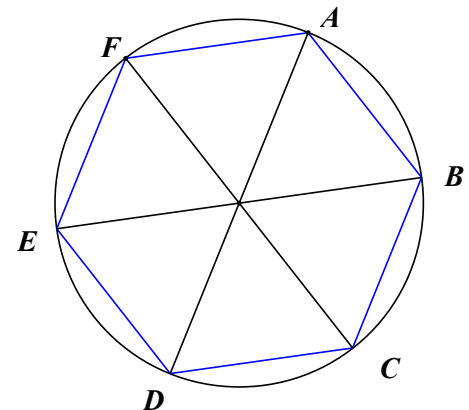
$$\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \widehat{FOA} = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

Xét tam giác AOB cân tại O có $\widehat{AOB} = 60^\circ$

nên $\triangle AOB$ đều $\Rightarrow AB = R$

Chứng minh tương tự, ta có $BC = CD = DE; EF = FA = AB = R$.

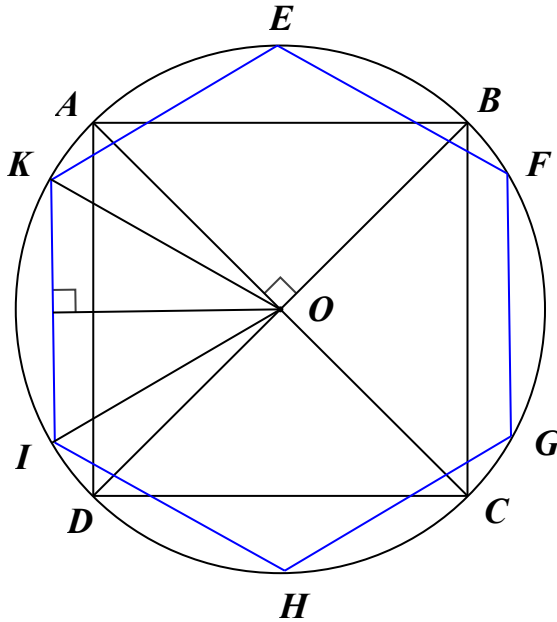
Vậy cạnh của hình lục giác đều nội tiếp đường tròn $(O; R)$ là R .



Bài 9. Cho một hình lục giác đều và một hình vuông cùng nội tiếp một đường tròn. Biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3 cm. Tính chu vi và diện tích của một hình lục giác đều đã cho.

Lời giải

Xem hình vẽ dưới.



Ta có tam giác AOB vuông tại O .

Theo định lí Pythagore, ta có : $OA^2 + OB^2 = AB^2$

Hay $R^2 + R^2 = 9$

$$2R^2 = 9$$

$$R = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (cm)}$$

Ta có cạnh của hình lục giác đều bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp.

Gọi P là chu vi của hình lục giác đều : $P = 6 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

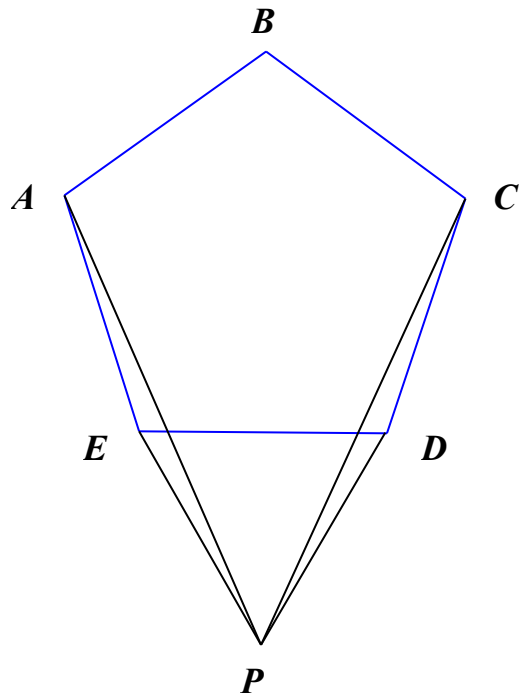
Xét tam giác đều KOI cạnh $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ nên đường cao $ON = OK \cdot \sin \widehat{OKN} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Do đó diện tích tam giác KOI là : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình lục giác đều là : $S = 6 \cdot \frac{18\sqrt{3}}{8} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 10. Cho ngũ giác đều $ABCDE$. Về phía ngoài của ngũ giác đó dựng tam giác đều PDE . Tính số đo góc APC .

Lời giải



Ta có $ABCDE$ là ngũ giác đều suy ra các góc của nó đều bằng 108° . Do đó :

$$\widehat{AEP} = \widehat{AED} + \widehat{DEP} = 108^\circ + 60^\circ = 168^\circ;$$

$$\widehat{CDP} = \widehat{CDE} + \widehat{EDP} = 108^\circ + 60^\circ = 168^\circ.$$

Mà $PE = PD = DE = EA = DC$ nên các tam giác EAP, DCP là các tam giác cân lần lượt tại các đỉnh

E và D . Suy ra $\widehat{EPA} = \widehat{DPC} = \frac{180^\circ - 168^\circ}{2} = 6^\circ$.

Vì vậy ta có :

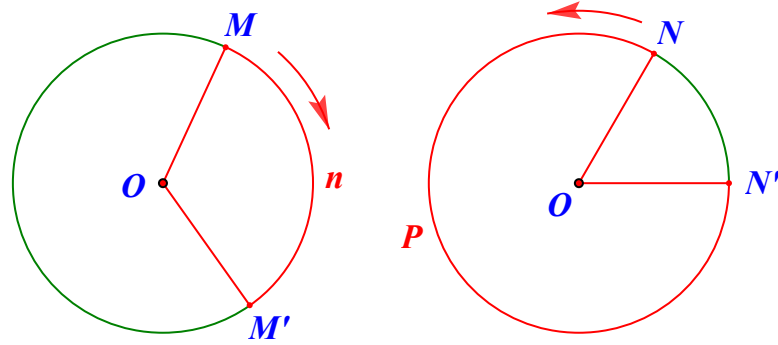
$$\widehat{APC} = \widehat{EPD} - \widehat{EPA} - \widehat{DPC} = 60^\circ - 6^\circ - 6^\circ = 48^\circ.$$

BÀI 2. PHÉP QUAY

A. LÝ THUYẾT

Kiến thức cần nhớ

1. Khái niệm



Phép quay thuận chiều α° ($0^\circ < \alpha^\circ < 360^\circ$) tâm O giữ nguyên điểm O , biến điểm M (khác điểm O) thành điểm M' thuộc đường tròn $(O; OM)$ sao cho OM quay thuận chiều kim đồng hồ đến tia OM' thì điểm M tạo nên cung MM' có số đo α° . Phép quay ngược chiều α° tâm O được phát biểu tương tự.

Lưu ý rằng phép quay 0° và phép quay 360° giữ nguyên mọi điểm.

2. Phép quay giữ nguyên hình đa giác

Cho hình đa giác đều $A_1A_2...A_n$ ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$) có tâm O .

Phép quay giữ nguyên hình đa giác đều $A_1A_2...A_n$ là phép quay tâm O biến mỗi đỉnh của hình đa giác đều thành một đỉnh của hình đa giác đều đó.

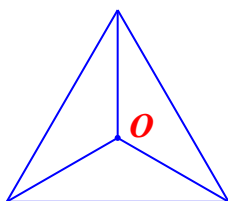
C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1. Xác định phép quay

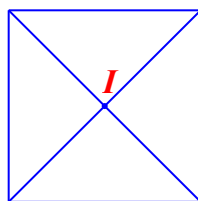
Phương pháp giải

Dựa vào khái niệm phép quay và phép quay giữ nguyên hình đa giác

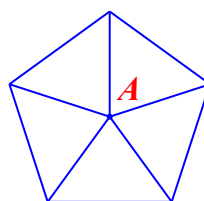
Bài 1. Gọi tên đa giác đều trong mỗi hình sau và tìm các phép quay có thể biến mỗi hình dưới đây thành chính nó.



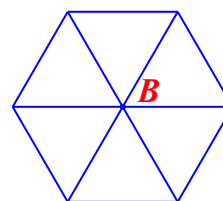
a)



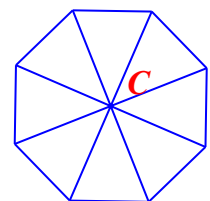
b)



c)



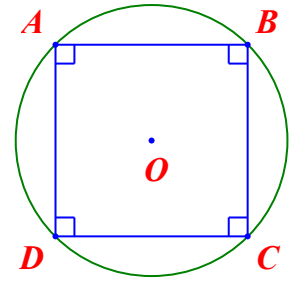
d)



e)

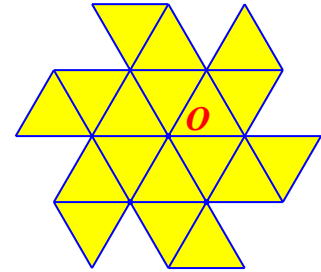
Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ sau:

- Phép quay thuận chiều 90° tâm O biến các điểm A, B, C, D thành những điểm nào? Phép quay này có giữ nguyên hình vuông $ABCD$ không?
- Hãy liệt kê thêm ba phép quay khác với tâm O theo chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình vuông $ABCD$.

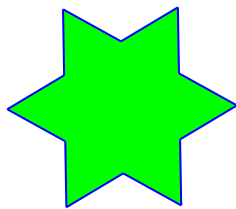


Bài 3. Vẽ trên giấy 18 hình tam giác đều bằng nhau và ở vị trí như vẽ bên (còn gọi là hình chong chóng).

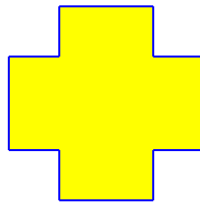
- Hãy đánh dấu 6 điểm mút của hình chong chóng sao cho 6 điểm mút đó là các đỉnh của một hình lục giác đều tâm O .
- Hãy chỉ ra những phép quay tâm O giữ nguyên hình chong chóng.



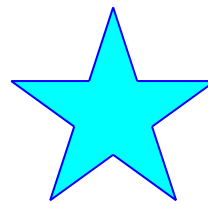
Bài 4. Cho các hình phẳng sau: Hãy xác định tâm quay và phép quay biến các hình phẳng đã cho thành chính nó



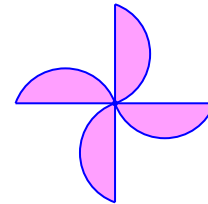
a)



b)

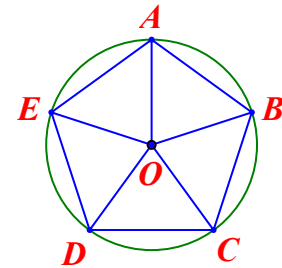


c)



d)

Bài 5. Liệt kê năm phép quay giữ nguyên một ngũ giác đều nội tiếp một đường tròn tâm O .



Bài 6. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong vẽ bên được làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó.

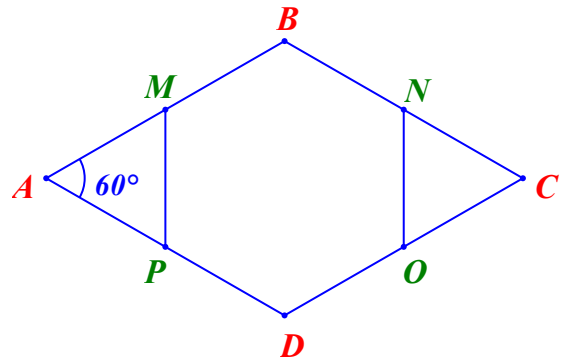


Dạng 2. Vận dụng phép quay để giải các bài toán liên quan

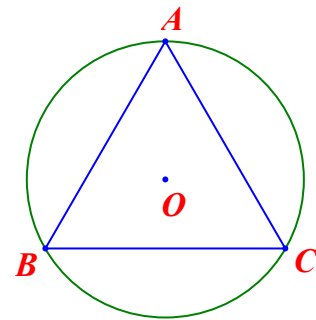
Phương pháp giải:

- Sử dụng phép quay thuận chiều và ngược chiều
- Tính chất về góc của đa giác đều

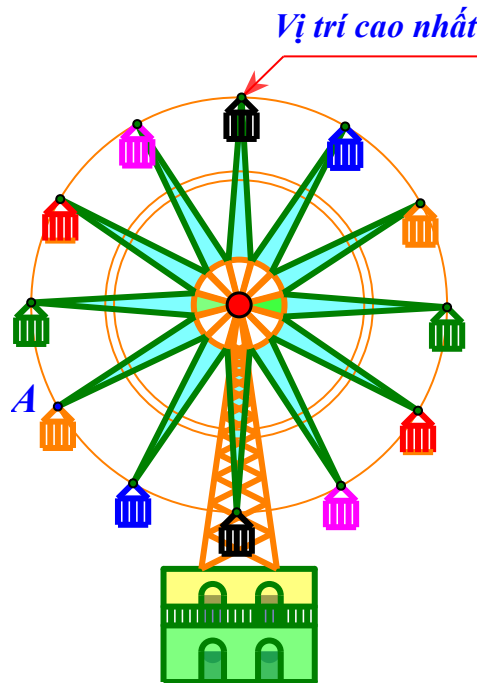
Bài 1. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $MBNPDQ$ là lục giác đều.



Bài 2. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ sau. Phép quay ngược chiều 60° tâm O biến các điểm A, B, C lần lượt thành các điểm D, E, F . Chứng minh rằng là một lục giác đều.



Bài 3. Cho vòng quay mặt trời gồm mười hai cabin như vẽ bên dưới. Hỏi để cabin A di chuyển đến vị trí cao nhất thì vòng quay phải quay thuận chiều kim đồng hồ quanh tâm bao nhiêu độ?

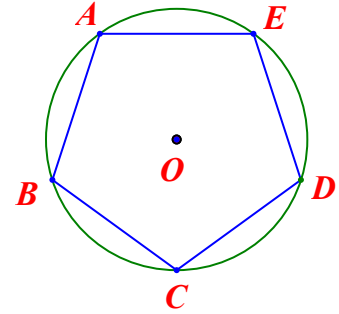


Bài 4. Biết rằng bốn đỉnh A, B, C, D của một hình vuông cùng nằm trên một đường tròn (O) theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ. Phép quay thuận chiều 45° biến các điểm A, B, C, D lần lượt thành các điểm E, F, G, H .

- Vẽ đa giác $EAFBGCHD$.
- Đa giác $EAFBGCHD$ có phải là một bát giác đều hay không? Vì sao?

Bài 5. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ bên.

- Hãy tìm một phép quay thuận chiều tâm O biến điểm A thành điểm C .
- Phép quay trên sẽ biến các điểm B, C, D, E lần lượt thành những điểm nào? Phép quay này có giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ không?



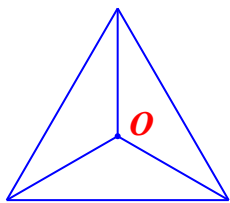
E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Xác định phép quay

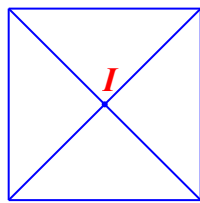
Phương pháp giải

Dựa vào khái niệm phép quay và phép quay giữ nguyên hình đa giác

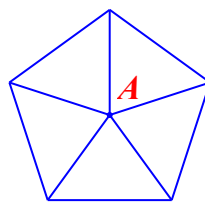
Bài 1. Gọi tên đa giác đều trong mỗi hình sau và tìm các phép quay có thể biến mỗi hình dưới đây thành chính nó.



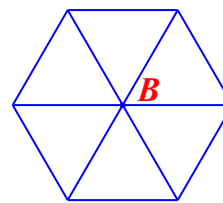
a)



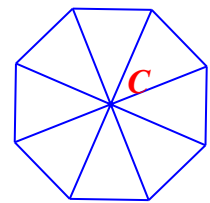
b)



c)



d)

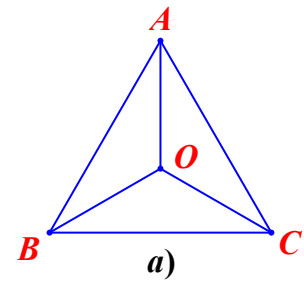


e)

Lời giải

- a) Hình a) là tam giác đều.

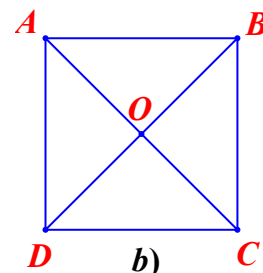
Gọi các đỉnh của tam giác đều đã cho là A, B, C . Phép quay ngược chiều 120° tâm O sẽ biến điểm A thành điểm B , biến điểm B thành điểm C , và điểm C thành điểm A qua tâm O . Tức biến $\triangle ABC$ thành chính nó
Phép quay thuận chiều 120° cũng tương tự.



a)

- b) Hình b) là hình vuông.

Gọi các đỉnh của hình vuông đã cho là A, B, C, D . Điểm đối xứng với mỗi điểm A, B, C, D qua tâm O lần lượt là: C, D, A, B .
Phép quay 180° tâm O sẽ biến mỗi điểm A, B, C, D thành điểm đối xứng với nó qua tâm O . Tức biến $ABCD$ thành chính nó
Hoặc ta có: $AC \perp BD$. Phép quay 90° tâm O sẽ biến hình vuông $ABCD$ thành chính nó.

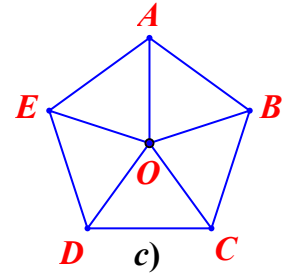


b)

c) Hình c) là hình ngũ giác đều.

Gọi các đỉnh của hình ngũ giác đều đã cho là A, B, C, D, E .

a) Ta có: $\widehat{AOE} = \widehat{EOD} = \widehat{DOC} = \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 360^\circ : 5 = 72^\circ$. Phép quay thuận chiều 72° tâm O sẽ biến lần lượt mỗi điểm A, B, C, D, E thành các điểm B, C, D, E, A qua tâm O . Tức biến $ABCDE$ thành chính nó. Phép quay ngược chiều tương tự:



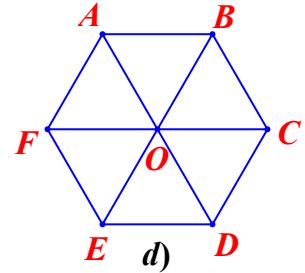
d) Hình c) là hình lục giác đều.

b) Gọi các đỉnh của lục giác đều đã cho là A, B, C, D, E, F . Điểm đối xứng mới mỗi điểm A, B, C, D, E, F qua tâm O lần lượt là: D, E, F, A, B, C .

Phép quay 180° tâm O sẽ biến mỗi điểm A, B, C, D, E, F thành điểm đối xứng với nó qua tâm O . Tức biến $ABCDEF$ thành chính nó

c) Phép quay 60° tâm O sẽ biến lục giác đều $ABCDEF$ thành chính nó.

d) Phép quay 120° tâm O sẽ biến lục giác đều $ABCDEF$ thành chính nó.



e) Hình c) là hình bát giác đều.

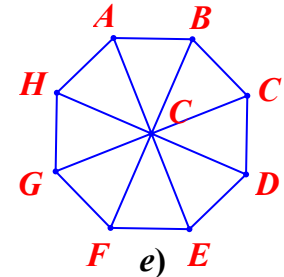
g) Gọi các đỉnh của bát giác đều đã cho là A, B, C, D, E, F, G, H .

Điểm đối xứng mới mỗi điểm A, B, C, D, E, F, G, H qua tâm O lần lượt là: E, F, G, H, A, B, C, D .

Phép quay 180° tâm O sẽ biến mỗi điểm A, B, C, D, E, F, G, H thành điểm đối xứng với nó qua tâm O . Tức biến bát giác đều thành chính nó

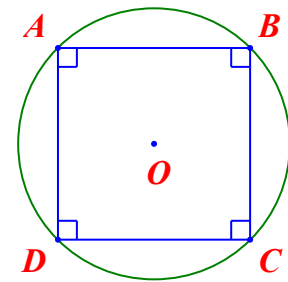
f) Phép quay 45° tâm O sẽ biến bát giác đều $ABCDEFGH$ thành chính nó.

Phép quay 90° tâm O sẽ biến bát giác đều $ABCDEFGH$ thành chính nó.



Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ sau:

- Phép quay thuận chiều 90° tâm O biến các điểm A, B, C, D thành những điểm nào? Phép quay này có giữ nguyên hình vuông $ABCD$ không?
- Hãy liệt kê thêm ba phép quay khác với tâm O theo chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình vuông $ABCD$.

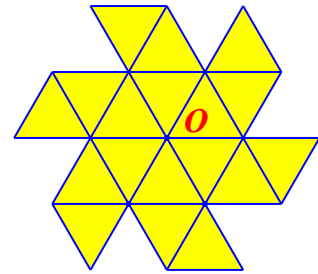


Lời giải

- Phép quay thuận chiều 90° tâm O biến các điểm A, B, C, D thành những điểm B, C, D, A . Phép quay này giữ nguyên hình vuông $ABCD$
- Phép quay 360° tâm A theo chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình vuông $ABCD$.
Phép quay 360° tâm B theo chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình vuông $ABCD$.
Phép quay 360° tâm C theo chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình vuông $ABCD$.

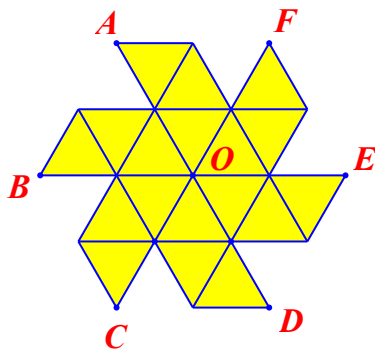
Bài 3. Vẽ trên giấy 18 hình tam giác đều bằng nhau và ở vị trí như vẽ bên (còn gọi là hình chong chóng).

- Hãy đánh dấu 6 điểm nút của hình chong chóng sao cho 6 điểm nút đó là các đỉnh của một hình lục giác đều tâm O .
- Hãy chỉ ra những phép quay tâm O giữ nguyên hình chong chóng.

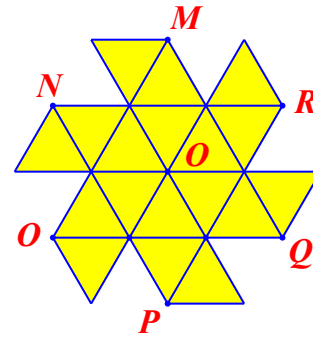


Lời giải

a) Trường hợp 1

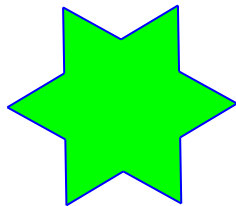


Trường hợp 2

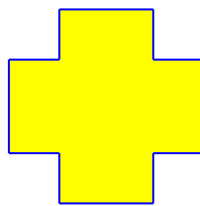


- Phép quay 60° tâm O theo chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình chong chóng.
Phép quay 120° tâm O theo chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ giữ nguyên hình chong chóng.

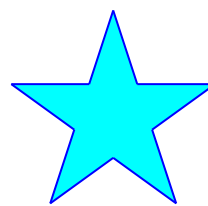
Bài 4. Cho các hình phẳng sau: Hãy xác định tâm quay và phép quay biến các hình phẳng đã cho thành chính nó



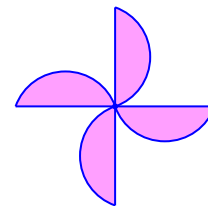
a)



b)

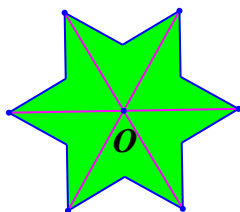


c)

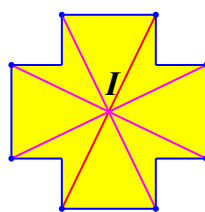


d)

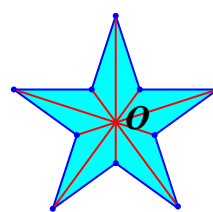
Lời giải



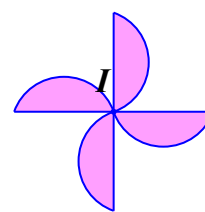
a)



b)



c)



d)

- Hình a) tâm quay là giao điểm các đường chéo.
Phép quay 60° tâm O biến hình ngôi sao sáu cạnh thành chính nó
- Hình b) tâm quay là giao điểm các đường chéo.
Phép quay 90° tâm I biến hình chữ thập thành chính nó
- Hình c) tâm quay là điểm O được xác định như hình vẽ trên

Phép quay 72° tâm O biến hình ngôi sao năm cánh thành chính nó

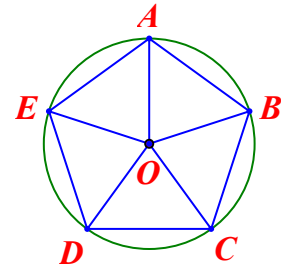
d) Hình d) tâm quay là giao điểm I như hình vẽ.

Phép quay 90° tâm I hoặc phép quay 180° tâm I biến hình chong chóng thành chính nó

Bài 5. Liệt kê năm phép quay giữ nguyên một ngũ giác đều nội tiếp một đường tròn tâm O .

Lời giải

1. Phép quay 72° tâm O giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn tâm O
2. Phép quay 144° tâm O giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn tâm O
3. Phép quay 360° tâm A giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn tâm O
4. Phép quay 360° tâm B giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn tâm O
5. Phép quay 360° tâm C giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn tâm O



Bài 6. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong vẽ bên được làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó.

Lời giải

Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong vẽ bên được làm theo hình bát giác đều

Phép quay 45° tâm đồng hồ biến đa giác này thành chính nó.



Dạng 2. Vận dụng phép quay để giải các bài toán liên quan

Phương pháp giải:

- Sử dụng phép quay thuận chiều và ngược chiều
- Tính chất về góc của đa giác đều

Bài 1. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $MBNPDQ$ là lục giác đều.

Lời giải

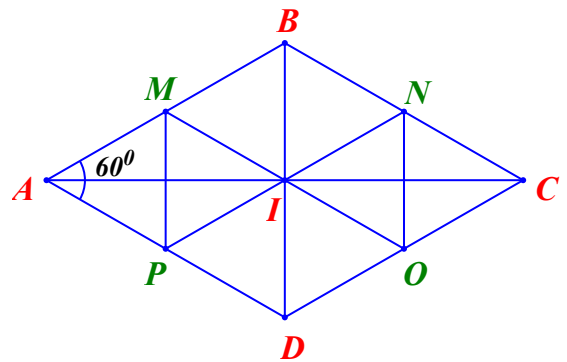
Gọi I là giao điểm của BD và AC , khi đó ta có I cũng là giao điểm của PN và MO

Suy ra I là trung điểm của BD , PN và MO

Theo đề $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ$

Tương tự ta cũng có: $\widehat{MID} = \widehat{DIN} = \widehat{BIP} = \widehat{PON} = \widehat{OIB} = 120^\circ$

Một phép quay 120° tâm I biến lần lượt các điểm B, M, P, D, O, N thành các điểm P, D, O, N, B, M . Suy ra $MBNPDQ$ là một lục giác đều



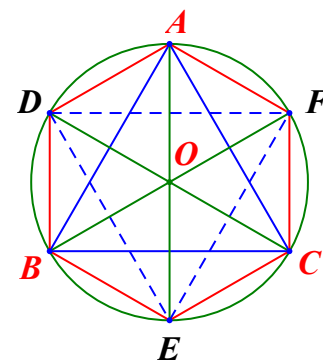
Bài 2. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ sau. Phép quay ngược chiều 60° tâm O biến các điểm A, B, C lần lượt thành các điểm D, E, F . Chứng minh rằng là một lục giác đều.

Lời giải

Phép quay ngược chiều 60° tâm O biến các điểm A, B, C lần lượt thành các điểm $D, E, F \Rightarrow$ các tam giác AOD, DOB, BOE, EOC, COF là các tam giác đều

$\Rightarrow AD = DB = BE = EC = CF$ và $\widehat{ADB} = \widehat{DBE} = \widehat{BEC} = \widehat{ECF} = \widehat{CFA} = \widehat{FAD} = 120^\circ$

Do đó $ADBECF$ là một lục giác đều.

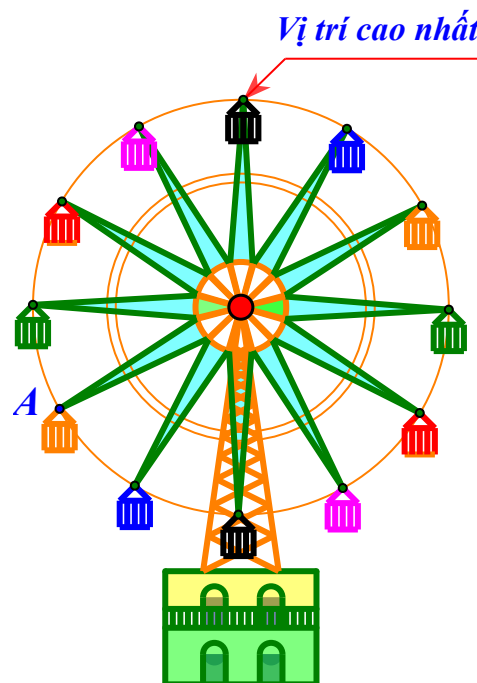


Bài 3. Cho vòng quay mặt trời gồm mười hai cabin như vẽ bên dưới. Hỏi để cabin A di chuyển đến vị trí cao nhất thì vòng quay phải quay thuận chiều kim đồng hồ quanh tâm bao nhiêu độ?

Lời giải

Vì vòng quay mặt trời gồm mười hai cabin nên hai cabin liền kề cách nhau một góc bằng: $360^\circ : 12 = 30^\circ$

Do vậy để cabin A di chuyển đến vị trí cao nhất thì vòng quay thuận chiều kim đồng hồ quanh tâm một góc bằng: $30^\circ \cdot 4 = 120^\circ$



Bài 4. Biết rằng bốn đỉnh A, B, C, D của một hình vuông cùng nằm trên một đường tròn (O) theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ. Phép quay thuận chiều 45° biến các điểm A, B, C, D lần lượt thành các điểm E, F, G, H .

a) Vẽ đa giác $AEDFCGBH$.

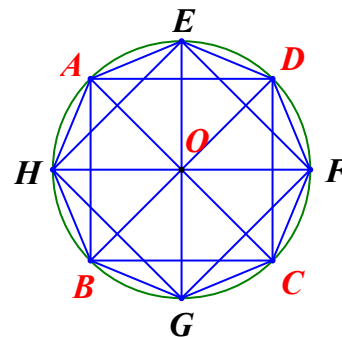
b) Đa giác $AEDFCGBH$ có phải là một bát giác đều hay không? Vì sao?

Lời giải

b) Ta có $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOA} = 90^\circ$

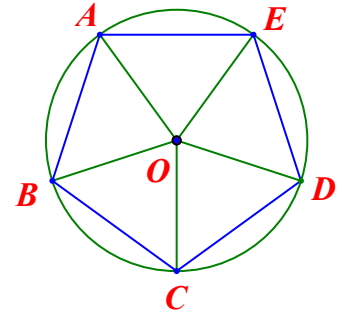
Phép quay thuận chiều 45° biến các điểm A, B, C, D lần lượt thành các điểm E, F, G, H . Suy ra các điểm E, F, G, H lần lượt là điểm chính giữa của cung AD, DC, CB và BA

Suy ra Đa giác $AEDFCGBH$ là một bát giác đều



Bài 5. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ nội tiếp đường tròn (O) như hình vẽ bên.

- Hãy tìm một phép quay thuận chiều tâm O biến điểm A thành điểm C .
- Phép quay trên sẽ biến các điểm B, C, D, E lần lượt thành những điểm nào? Phép quay này có giữ nguyên ngũ giác đều $ABCDE$ không?



Lời giải

- Ta có: $\widehat{AOC} = \frac{360^\circ}{5} \cdot 2 = 144^\circ$. Suy ra phép quay 144° tâm O biến điểm A thành điểm C .
- Phép quay sẽ biến các điểm B, C, D, E lần lượt thành các điểm D, E, A, B . Phép quay này giữ nguyên đa giác đều $ABCDE$

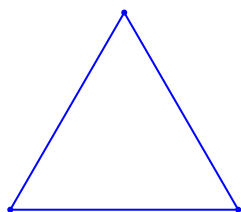
BÀI TẬP CHƯƠNG IX

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

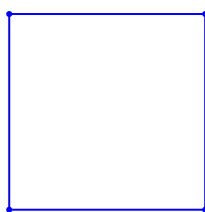
Kiến thức cần nhớ

1. Đa giác đều.

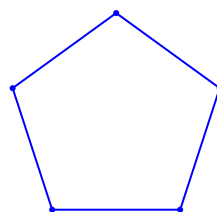
- ★ **Đa giác:** Đa giác $A_1A_2...A_n$ ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$) là một hình gồm n đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_{n-1}A_n, A_nA_1$, sao cho mỗi điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ là điểm chung của đúng hai đoạn thẳng và không có hai đoạn thẳng nào nằm trên cùng một đường thẳng. Trong đa giác $A_1A_2...A_n$, các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ là các đỉnh, các đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_{n-1}A_n, A_nA_1$ là các cạnh.
- ★ **Đa giác lồi:** Nếu với một cạnh bất kì, các đỉnh đa giác không thuộc cạnh đó đều nằm về một phía đối với đường thẳng chứa cạnh đó thì đa giác được gọi là đa giác lồi.
- ★ **Đa giác đều:** Đa giác đều là một đa giác lồi có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau. Một đa giác đều có n đỉnh được gọi n - giác đều. Ví dụ: tam giác đều, tứ giác đều (Hình vuông), ngũ giác đều, thập giác đều, ..., 100 - giác đều.



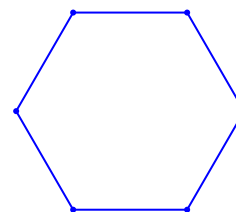
Tam giác đều



Tứ giác đều



Ngũ giác đều



Lục giác đều

★ Các tính chất liên quan đến cạnh, góc, đường chéo của Đa giác, Đa giác đều:

- Tổng các góc trong của đa giác n cạnh ($n > 2$) là $(n-2) \cdot 180^\circ$. Số đo mỗi góc trong của một n - giác đều là $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.
- Tổng các góc ngoài của đa giác n cạnh ($n > 2$) là 360° (tại mỗi đỉnh chỉ chọn một góc ngoài). Điều này cũng đúng với các đa giác đều.
- Đường chéo của đa giác là các đoạn thẳng nối hai đỉnh không kề nhau của đa giác đó. Số đường chéo của một đa giác n cạnh ($n > 2$) là $\frac{(n-3) \cdot n}{2}$. Điều này cũng đúng với các đa giác đều.
- Các đỉnh của mỗi đa giác đều luôn cùng nằm trên một đường tròn, được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác, tâm đường tròn được gọi là tâm của đa giác và đa giác được gọi là nội tiếp đường tròn đó.

2. Phép quay

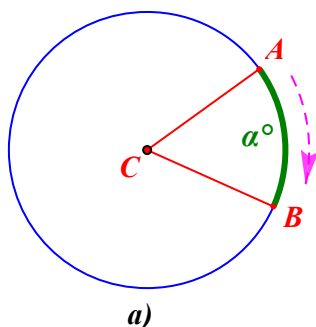
Cho điểm O cố định và số thực α .

Phép quay thuận α° ($0^\circ < \alpha^\circ < 360^\circ$) tâm O giữ nguyên điểm O , biến điểm A khác điểm O thành điểm B thuộc đường tròn (O, OA) sao cho tia OA quay cùng chiều kim đồng hồ đến tia

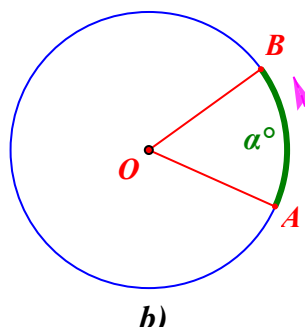
OB thì điểm A tạo nên cung AB có số đo α° (Hình a).

Định nghĩa tương tự cho phép quay ngược chiều α° tâm O (Hình b).

Phép quay 0° và phép quay 360° giữ nguyên mọi điểm.



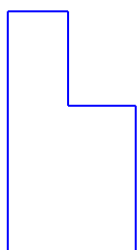
a)



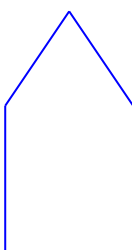
b)

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

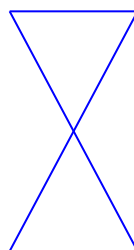
Câu 1. Trong các hình sau hình nào là đa giác lồi?



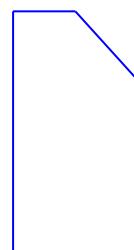
Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

A. Hình a và hình b.

B. Hình b và hình c.

C. Hình b và hình d.

D. Hình c và hình d.

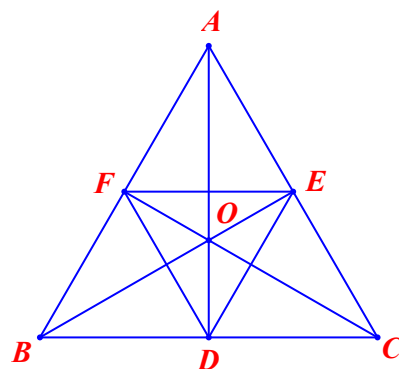
Câu 2. Cho tam giác ABC đều có O là trọng tâm, gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 120° biến điểm F thành điểm nào dưới đây?

A. Điểm E .

B. Điểm A .

C. Điểm B .

D. Điểm D .



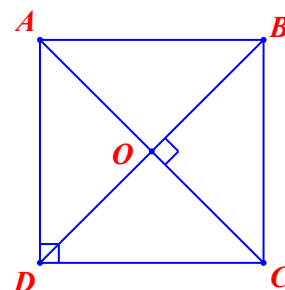
Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phép quay ngược chiều tâm A góc quay 90° biến điểm B thành điểm D .

B. Phép quay ngược chiều tâm C góc quay 90° biến điểm B thành điểm D .

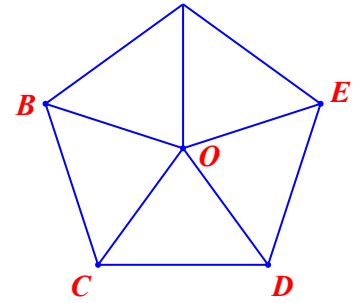
C. Phép quay thuận chiều tâm A góc quay 45° biến điểm B thành điểm C .

D. Phép quay ngược chiều tâm C góc quay 45° biến điểm B thành điểm A .



Câu 4. Cho hình ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 144° biến điểm A thành điểm nào dưới đây?

- A. Điểm B . B. Điểm D .
C. Điểm E . D. Điểm C



Câu 5. Trong các câu sau câu nào đúng

- A. Tam giác và tứ giác không phải là đa giác.
B. Hình tạo bởi nhiều tam giác gọi là đa giác.
C. Hình gồm hai đa giác lồi cho trước là một đa giác lồi.
D. Hình gồm n đoạn thẳng trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không nằm trên cùng một đường thẳng được gọi là đa giác.

Câu 6. Trong các câu sau câu nào đúng

- A. Tam giác và tứ giác là các đa giác đều.
B. Hình thoi và hình vuông là các đa giác đều.
C. Tam giác đều và hình vuông là các đa giác đều.
D. Hình chữ nhật và hình vuông là các đa giác đều.

Câu 7. Trong các hình: tam giác cân; tam giác đều; hình chữ nhật; hình vuông; Hình thoi. Số các đa giác đều trong các hình đó là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 8. Mỗi góc trong của một đa giác đều n cạnh có số đo là

- A. $(n-1).180^\circ$. B. $(n-2).180^\circ$. C. $\frac{(n-1).180^\circ}{2}$. D. $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$.

Câu 9. Tổng số đo các góc trong đa giác n cạnh là

- A. $n.180^\circ$. B. $(n-1).180^\circ$. C. $(n-2).180^\circ$. D. $(n-3).180^\circ$.

Câu 10. Cho tam giác đều ABC có tâm O và các đường cao AA', BB', CC' . Qua phép quay ngược chiều tâm O góc quay 240° biến A và A' thành:

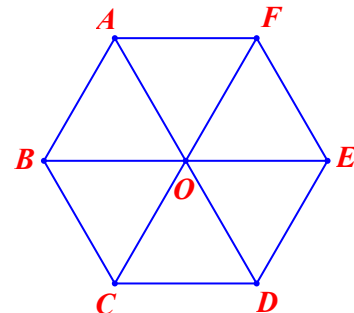
- A. A và A' . B. B và B' . C. C và C' . D. B và C

Câu 11. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Qua phép quay ngược chiều tâm A góc quay 60° biến C và D thành:

- A. A và B . B. B và C . C. C và D . D. D và A

Câu 12. Cho hình lục giác $ABCDEF$, tâm O . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 60° biến $\triangle BCD$ thành $\triangle CDE$.
B. Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 120° biến $\triangle OEC$ thành $\triangle OEA$.
C. Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 60° biến $\triangle AFD$ thành $\triangle FEC$.
D. Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 120° biến $\triangle BCD$ thành $\triangle AFC$.



Câu 13. Một đa giác có số đường chéo là 54 số cạnh của đa giác đó là

- A. 5. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 14. Một đa giác đều 9 cạnh, mỗi cạnh có độ dài 4 cm chu vi của đa giác đó là

- A. 27 cm. B. 36 cm. C. 18 cm. D. 13 cm.

Câu 15. Một đa giác đều có tổng số đo tất cả các góc ngoài và một góc trong của đa giác đó bằng 468° .

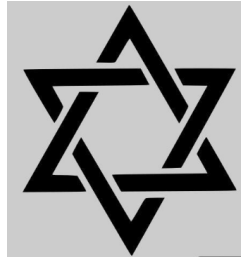
Đa giác đó có số cạnh là

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 16. Đa giác có số đường chéo bằng số cạnh là

- A. tứ giác. B. ngũ giác. C. lục giác. D. bát giác.

Câu 17. Xét phép quay góc α có tâm là tâm của đa giác đều trên hình. Để biến hình trên thành chính nó thì α không thể bằng:



- A. 60° . B. 90° . C. 120° . D. 180°

Câu 18. Xét phép quay góc α có tâm là tâm của đa giác đều trên hình. Để biến hình trên thành chính nó thì α có thể bằng:

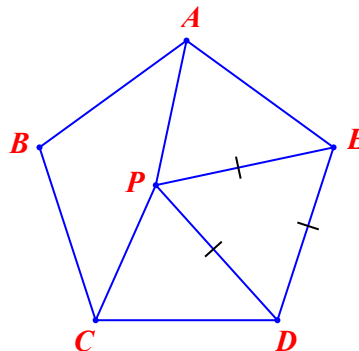


- A. 60° . B. 90° . C. 144° . D. 70°

Câu 19. Tổng số đo các góc ngoài của một đa giác bằng

- A. 90° . B. 180° . C. 360° . D. 540° .

Câu 20. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ và một điểm P sao cho $\triangle DPE$ đều. Số đo $\widehat{APC}$ bằng



- A. 168° . B. 172° . C. 180° . D. 120° .

C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1. Góc nội tiếp, Đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác**Phương pháp giải**

- Áp dụng định nghĩa và các tính chất góc nội tiếp
- Chỉ ra điểm cách đều ba cạnh của tam giác tâm đường tròn nội tiếp
- Chỉ điểm cách đều ba đỉnh là tâm đường tròn ngoại tiếp.

Bài 1. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB và S là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. SA và SB lần lượt cắt đường tròn tại M, N . Gọi H là giao điểm của BM và AN . Chứng minh rằng SH vuông góc với AB .

Bài 2: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ các đường kính AC và AD của hai đường tròn. Chứng minh rằng ba điểm C, B, D thẳng hàng.

Bài 3. Cho AB, BC, CA là ba dây của đường tròn (O) . Từ điểm chính giữa M của cung AB vẽ dây MN song song với dây BC . Gọi giao điểm của MN và AC là S . Chứng minh $SM = SC$ và $SN = SA$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC . Tia AM cắt BC tại N . Chứng minh rằng:

- $AB^2 = AM \cdot AN$
- $\widehat{ACM} = \widehat{ANC}$

Bài 5: Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M bên trong đường tròn đó. Qua M kẻ hai dây cung AB và CD vuông góc với nhau (C thuộc cung nhỏ AB). Vẽ đường kính DE . Chứng minh rằng:

- $MA \cdot MB = MC \cdot MD$
- Tứ giác $ABEC$ là hình thang cân.
- Tổng có giá trị không đổi khi M thay đổi vị trí trong đường tròn (O)

Dạng 2. Tứ giác nội tiếp**Phương pháp giải**

- Áp dụng định nghĩa tứ giác có 4 đỉnh cùng thuộc một đường tròn
- Chú ý tính chất: Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.

Bài 1: Cho tam giác đều ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A , lấy điểm D sao cho $DB = DC$ và $\widehat{DCB} = \frac{1}{2} \widehat{ACB}$

- Chứng minh tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.
- Xác định tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C, D

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB, M là một điểm trên đường tròn; C là một điểm nằm giữa A và B . qua M kẻ đường thẳng vuông góc với CM , đường thẳng này cắt các tiếp tuyến của (O) kẻ từ A và B lần lượt tại E và F . Chứng minh rằng:

- Các tứ giác: $AEMC, BCMF$ nội tiếp

b) Tam giác ECF vuông tại C

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao AH . Các điểm M và N lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ H trên AB, AC . Chứng minh rằng:

- Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp
- $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm (O) với đường kính AB và C là một điểm nằm trên đường tròn (O) sao cho $AC > BC$. Gọi I là trung điểm của OA , đường thẳng d đi qua I vuông góc với AB cắt đường thẳng BC tại M và cắt đoạn thẳng AC tại P . Đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là điểm K .

- Chứng minh tứ giác $BCPI$ là tứ giác nội tiếp;
- Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng;

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB > AC$) đường cao AH . Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A , vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E . Vẽ nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F .

- Chứng minh tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật.
- Chứng minh: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

Dạng 3. Đa giác đều – Phép quay

Phương pháp giải

- Chứng minh đa giác có các cạnh và các góc bằng nhau
- Trong phép quay:
 - Chiều dương là chiều ngược kim đồng hồ, chiều âm là chiều cùng chiều kim đồng hồ
 - Góc quay 180° là phép đối xứng tâm.

Bài 1. Cho tam giác đều ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Chứng minh DEF là tam giác đều.

Bài 2: Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều, lục giác đều, bát giác đều (đa giác đều 8 cạnh).

Bài 3: Cho tam giác đều ABC , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC . Chứng minh rằng $DKFIEM$ là lục giác đều.

Bài 4. Tìm phép quay biến hình ngũ giác đều tâm I thành chính nó

Bài 5. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong Hình 13 được làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó



Hình 13

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

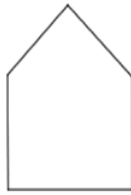
CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ĐÁP ÁN	C	A	B	C	D	C	B	D	C	B
CÂU	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ĐÁP ÁN	B	A	D	B	A	B	B	C	C	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT.

Câu 1. Trong các hình sau hình nào là đa giác lồi?



Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

A. Hình a và hình b.

B. Hình b và hình c.

C. Hình b và hình d.

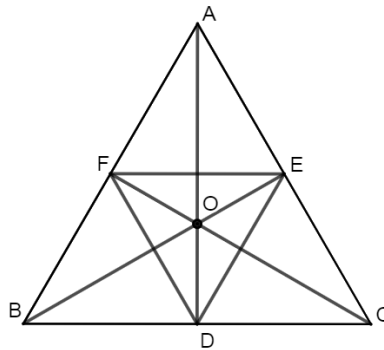
D. Hình c và hình d.

Lời giải

Chọn C

Ở hình b; hình d khi lấy bất kỳ cạnh nào của đa giác làm bờ thì đa giác đều nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng chứa cạnh đó.

Câu 2. Cho tam giác ABC đều có O là trọng tâm, gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 120° biến điểm F thành điểm nào dưới đây?



A. Điểm E .

B. Điểm A .

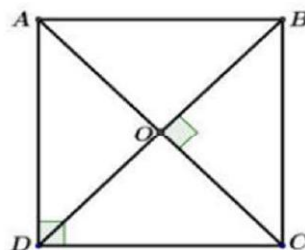
C. Điểm B .

D. Điểm D .

Lời giải

Chọn A.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Phép quay ngược chiều tâm A góc quay 90° biến điểm B thành điểm D .

B. Phép quay ngược chiều tâm C góc quay 90° biến điểm B thành điểm D .

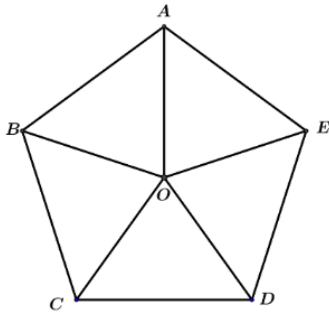
C. Phép quay thuận chiều tâm A góc quay 45° biến điểm B thành điểm C .

D. Phép quay ngược chiều tâm C góc quay 45° biến điểm B thành điểm A .

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. Cho hình ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 144° biến điểm A thành điểm nào dưới đây?



A. Điểm B .

B. Điểm D .

C. Điểm E .

D. Điểm C .

Lời giải

Chọn C.

Câu 5. Trong các câu sau câu nào đúng

A. Tam giác và tứ giác không phải là đa giác.

B. Hình tạo bởi nhiều tam giác gọi là đa giác.

C. Hình gồm hai đa giác lồi cho trước là một đa giác lồi.

D. Hình gồm n đoạn thẳng ($n > 2$, n là số tự nhiên) trong đó bất kỳ hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không nằm trên cùng một đường thẳng được gọi là đa giác.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa về đa giác lồi.

Câu 6. Trong các câu sau câu nào đúng

A. Tam giác và tứ giác là các đa giác đều.

B. Hình thoi và hình vuông là các đa giác đều.

C. Tam giác đều và hình vuông là các đa giác đều.

D. Hình chữ nhật và hình vuông là các đa giác đều.

Lời giải

Chọn C

Vì hình vuông là tứ giác đều.

Câu 7. Trong các hình: tam giác cân; tam giác đều; hình chữ nhật; hình vuông; Hình thoi. Số các đa giác đều trong các hình đó là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Vì trong các hình đó thì tam giác đều và hình vuông là các đa giác đều.

Câu 8. Mỗi góc trong của một đa giác đều n cạnh có số đo là

- A. $(n-1).180^\circ$. B. $(n-2).180^\circ$. C. $\frac{(n-1).180^\circ}{2}$. D. $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$.

Lời giải

Chọn D

Hình n -giác đều có n góc bằng nhau nên mỗi góc có số đo bằng $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$.

Câu 9. Tổng số đo các góc trong đa giác n cạnh là

- A. $n.180^\circ$. B. $(n-1).180^\circ$. C. $(n-2).180^\circ$. D. $(n-3).180^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Đa giác lồi n cạnh có số đường chéo xuất phát từ một đỉnh là $n-3$ đường.

Số tam giác không có điểm trong chung của n -giác là: $n-2$ tam giác

Tổng các góc trong của n -giác lồi bằng tổng các góc của $n-2$ tam giác.

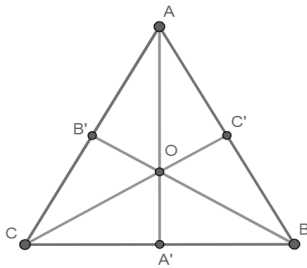
Vậy tổng các góc trong của n -giác lồi có số đo bằng $(n-2).180^\circ$.

Câu 10. Cho tam giác đều ABC có tâm O và các đường cao AA', BB', CC' (các đỉnh của tam giác ghi theo chiều kim đồng hồ). Qua phép quay ngược chiều tâm O góc quay 240° biến A và A' thành:

- A. A và A' . B. B và B' . C. C và C' . D. B và C

Lời giải

Chọn B



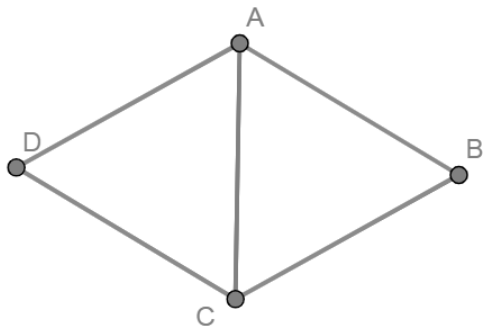
Qua phép quay ngược chiều tâm O góc quay 240° biến A và A' thành B và B' .

Câu 11. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh của hình thoi ghi theo chiều kim đồng hồ).

Qua phép quay ngược chiều tâm A góc quay 60° biến C và D thành:

- A. A và B . B. B và C . C. C và D . D. D và A

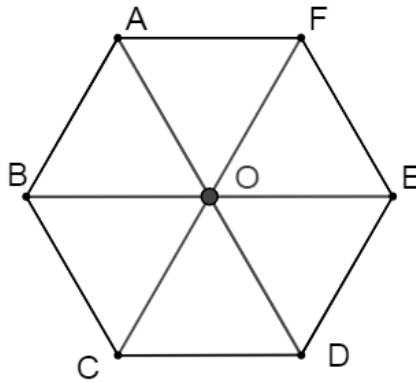
Lời giải



Chọn B

Qua phép quay ngược chiều tâm A góc quay 60° biến C và D thành B và C .

Câu 12. Cho hình lục giác $ABCDEF$, tâm O . Khẳng định nào sau đây là sai?



- A. Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 60° biến tam giác BCD thành tam giác CDE .
- B. Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 120° biến tam giác OEC thành tam giác OEA .
- C. Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 60° biến tam giác AFD thành tam giác FEC .
- D. Phép quay thuận chiều tâm O góc quay 120° biến tam giác BCD thành tam giác AFC .

Lời giải

Chọn A

Phép quay ngược chiều tâm O góc quay 60° biến tam giác BCD thành tam giác ABC .

Câu 13. Một đa giác có số đường chéo là 54 số cạnh của đa giác đó là

- A. 5.
- B. 9.
- C. 10.
- D. 12.

Lời giải

Chọn D

Số đường chéo của n -giác là $\frac{(n-3) \cdot n}{2}$

$$\text{Ta có } \frac{(n-3) \cdot n}{2} = 54$$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$n = 12 \text{ (nhận) hoặc } n = -9 \text{ (loại)}$$

Vậy đa giác có 54 đường chéo có số cạnh là 12.

Câu 14. Một đa giác đều 9 cạnh, mỗi cạnh có độ dài 4 cm chu vi của đa giác đó là

- A. 27 cm.
- B. 36 cm.
- C. 18 cm.
- D. 13 cm.

Lời giải

Chọn B

Đa giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau nên mỗi cạnh của đa giác có số đo bằng 4 cm

Chu vi của đa giác đều 9 cạnh, mỗi cạnh có độ dài 4 cm là $9 \cdot 4 = 36$ (cm).

Câu 15. Một đa giác đều có tổng số đo tất cả các góc ngoài và một góc trong của đa giác đó bằng 468° .

Đa giác đó có số cạnh là

A. 5.

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Tổng số đo các góc ngoài của đa giác bằng 360°

Số đo một góc của đa giác đều đó là $468^\circ - 360^\circ = 108^\circ$

Mà mỗi góc của n - giác đều có số đo là: $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$

Suy ra $\frac{(n-2).180^\circ}{n} = 108^\circ$

$$n = 5$$

Vậy đa giác cần tìm có số cạnh là 5.

Câu 16. Đa giác có số đường chéo bằng số cạnh là

A. tứ giác.

B. ngũ giác.

C. lục giác.

D. bát giác.

Lời giải

Chọn B

Số đường chéo của hình n - giác là $\frac{(n-3).n}{2}$

Để số đường chéo bằng số cạnh ta có: $\frac{(n-3).n}{2} = n$

$$(n-3).n = 2n$$

$$n(n-5) = 0$$

$$n = 0 \text{ (loại) hoặc } n = 5 \text{ (nhận)}$$

Vậy ngũ giác là đa giác có số đường chéo bằng số cạnh.

Câu 17. Xét phép quay góc α có tâm là tâm của đa giác đều trên hình. Để biến hình trên thành chính nó thì α không thể bằng:



A. 60° .

B. 90° .

C. 120° .

D. 180°

Lời giải

Chọn B

Các đỉnh của hình trên tạo thành đa giác đều 6 cạnh. Mỗi góc ở tâm có số đo $360^\circ : 6 = 60^\circ$

Các góc quay biến hình trên là chính nó là bội số của 60° .

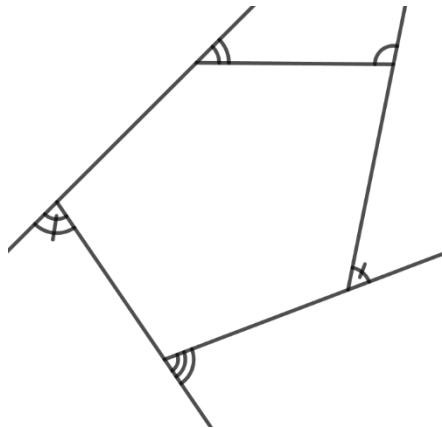
Câu 18. Xét phép quay góc α có tâm là tâm của đa giác đều trên hình. Để biến hình trên thành chính nó thì α có thể bằng:

A. 60° .B. 90° .C. 144° .D. 70° **Lời giải****Chọn C**

Các đỉnh của hình trên tạo thành đa giác đều 5 cạnh. Mỗi góc ở tâm có số đo $360^\circ : 5 = 72^\circ$

Các góc quay biến hình trên là chính nó là bội số của 72° .

Câu 19. Tổng số đo các góc ngoài của một đa giác bằng

A. 90° .B. 180° .C. 360° .D. 540° .**Lời giải****Chọn C**

Tổng số đo của góc trong và góc ngoài ở mỗi đỉnh của hình n -giác là 180°

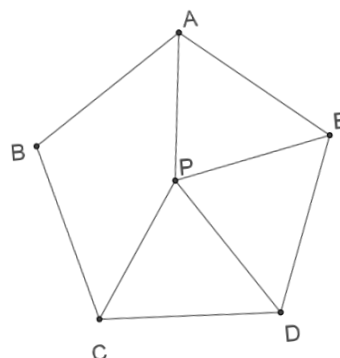
Hình n -giác có n đỉnh nên tổng số đo các góc trong và

Các góc ngoài của đa giác là $n.180^\circ$

Mà tổng số đo các góc trong của hình n -giác là $(n-2).180^\circ$

Tổng số đo các góc ngoài của đa giác là: $n.180^\circ - (n-2).180^\circ = 360^\circ$.

Câu 20. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ và một điểm P sao cho $\triangle DPE$ đều (Hình vẽ). Số đo $\widehat{APC}$ bằng

A. 168° .B. 172° .C. 180° .D. 120° .

Lời giải

Chọn A

Số đo mỗi góc của ngũ giác đều là $\frac{(5-2).180^\circ}{5} = 108^\circ$

Vì $\triangle DPE$ đều nên số đo góc $\widehat{EDP} = \widehat{DEP} = 60^\circ$

Ta có $\widehat{AEP} = \widehat{CDP} = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$

Vì $ABCDE$ là ngũ giác đều và $\triangle DPE$ đều suy ra $AE = ED = EP = PD = DC$

Do đó $\triangle AEP; \triangle CDP$ cân ta có $\widehat{APE} = \widehat{CPD} = (180^\circ - 48^\circ) : 2 = 66^\circ$

Vậy $\widehat{APC} = 360^\circ - 60^\circ - 2.66^\circ = 168^\circ$.

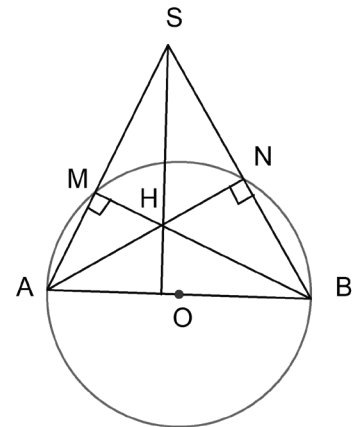
E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Góc nội tiếp, Đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác

Bài 1. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB và S là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. SA và SB lần lượt cắt đường tròn tại M, N . Gọi H là giao điểm của BM và AN . Chứng minh rằng SH vuông góc với AB .

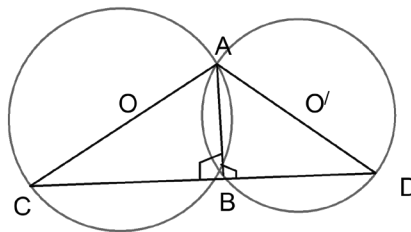
Giải:

Ta có: $\widehat{AMB} = \widehat{BNA} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
nên $BM \perp SA, AN \perp SB$ do đó H là trực tâm của tam giác SAB
Vậy $SH \perp AB$.



Bài 2: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ các đường kính AC và AD của hai đường tròn. Chứng minh rằng ba điểm C, B, D thẳng hàng.

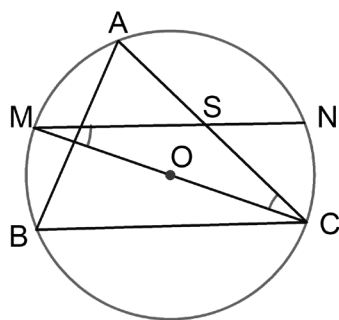
Giải:



Ta có $\widehat{CBA}$ và $\widehat{DBA}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) và (O')
Nên $\widehat{CBA} = \widehat{DBA} = 90^\circ$ (Hệ quả của góc nội tiếp)
nên $\widehat{CBA} + \widehat{DBA} = 180^\circ$
Hay $\widehat{CBD} = 180^\circ$ Vậy C, B, D thẳng hàng

Bài 3. Cho AB, BC, CA là ba dây của đường tròn (O) . Từ điểm chính giữa M của cung AB vẽ dây MN song song với dây BC . Gọi giao điểm của MN và AC là S . Chứng minh $SM = SC$ và $SN = SA$.

Giải:



Ta có: $\widehat{SMC} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{NC}$ và

góc nội tiếp)

Ta lại có : $\widehat{NC} = \widehat{MA}$ (Do $MN \parallel BC$)

Và: $\widehat{MA} = \widehat{MB}$ (gt)

Do đó : $\widehat{MA} = \widehat{MC} \Rightarrow \widehat{SMC} = \widehat{SCM}$

Tam giác MSC cân tại S

Vậy $SM = SC$

Ta có: $\widehat{NAC} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{NC}$ và $\widehat{ANM} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{MA}$ (định lý về của góc nội tiếp)

mà $\widehat{NC} = \widehat{MA}$ (Do $MN \parallel BC$) nên: $\widehat{NAC} = \widehat{ANM}$

Hay $\widehat{NAS} = \widehat{ANS}$

Tam giác ASN cân tại S

Vậy $SA = SN$

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A nội tiếp đường tròn (O). M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC. Tia AM cắt BC tại N. Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = AM.AN$

b) $\widehat{ACM} = \widehat{ANC}$

Giải:

a) Chứng minh $AB^2 = AM.AN$

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Lại có $\widehat{ACB} = \widehat{AMB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

nên $\widehat{ABN} = \widehat{AMB}$

Do đó: $\triangle ABM \sim \triangle ANB$ (g.g) nên $\frac{AB}{AN} = \frac{AM}{MB}$

hay $AB^2 = AN.AM$

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ANC}$

Vì $\triangle ABM \sim \triangle ANB$ nên $\widehat{ABM} = \widehat{ANB}$

Do đó: $\widehat{ACM} = \widehat{ANC}$

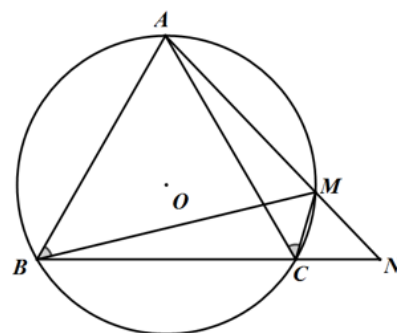
Bài 5: Cho đường tròn (O; R) và một điểm M bên trong đường tròn đó. Qua M kẻ hai dây cung AB và CD vuông góc với nhau (C thuộc cung nhỏ AB). Vẽ đường kính DE. Chứng minh rằng:

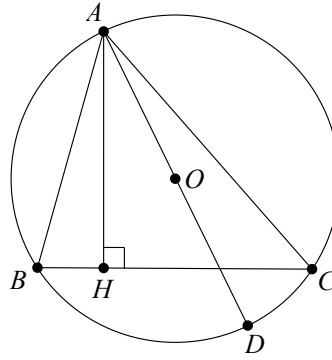
a) $MA.MB = MC.MD$.

b) Tứ giác ABEC là hình thang cân.

c) Tổng có giá trị không đổi khi M thay đổi vị trí trong đường tròn (O).

Giải:





a) Chứng minh $MA.MB = MC.MD$.

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMB$ có:

$$\widehat{ACD} = \widehat{ABD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AD)}$$

$$\widehat{AMC} = \widehat{BMD} = 90^\circ$$

nên $\triangle AMC \sim \triangle DMB$ (g.g)

$$\text{suy ra } MA.MB = MC.MD$$

b) Chứng minh tứ giác $ABEC$ là hình thang cân.

Vì $\widehat{DCE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên $CD \perp CE$ $CD \perp AB$ (gt) do đó $AB \parallel CE$.

suy ra Tứ giác $ABEC$ là hình thang (1).

Mặt khác: CE và AB là hai dây song song của đường tròn (O) chắn hai cung AC và BE

$$\widehat{AC} = \widehat{BE}; \widehat{AE} = \widehat{BC}; \widehat{ABE} = \widehat{BAC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $ABEC$ là hình thang cân.

c) Tổng có giá trị không đổi khi M thay đổi vị trí trong đường tròn (O) .

Ta có $\widehat{AE} = \widehat{BC}$ (cmt) suy ra $EA = BC$.

Mặt khác: $\widehat{DAE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (MA^2 + MD^2) + (MB^2 + MC^2) \\ &= AD^2 + BC^2 = DE^2 = 4R^2 \text{ không đổi} \end{aligned}$$

Dạng 2. Tứ giác nội tiếp

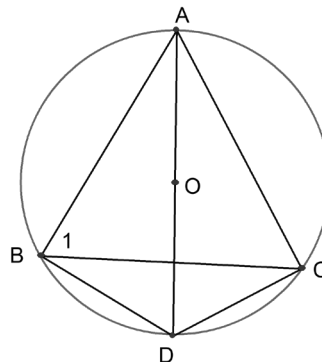
Bài 1: Cho tam giác đều ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A , lấy điểm D sao cho $DB =$

$$DC \text{ và } \widehat{DCB} = \frac{1}{2} \widehat{ACB}$$

a) Chứng minh tứ giác $ABDC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xác định tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, B, D, C .

Giải



a) Theo gt: $\widehat{DCB} = \frac{1}{2} \widehat{ACB} = 30^\circ$

$$\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD}; \widehat{ACD} = 90^\circ. (1)$$

Do $BD = CD$ nên tam giác BDC cân

$$\text{suy ra } \widehat{DBC} = \widehat{DCB} = 30^\circ$$

$$\text{Từ đó: } \widehat{ABD} = 90^\circ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{ACD} + \widehat{ABD} = 180^\circ$ nên tứ giác $ABCD$ nội tiếp được.

b) vì $\widehat{ABD} = 90^\circ$. nên AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDC$. Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDC$ là trung điểm của AD .

Bài 2. Cho đ tròn (O) đường kính AB , M là một điểm trên đường tròn; C là một điểm nằm giữa A và B . qua M kẻ đường thẳng vuông góc với CM , đường thẳng này cắt các tiếp tuyến của (O) kẻ từ A và B lần lượt tại E và F . Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác: $AEMC$, $BCMF$ nội tiếp

b) Tam giác ECF vuông tại C

Giải:

a) Xét tứ giác $AEMC$ có:

$\widehat{EAC}$ là góc vuông nên điểm A thuộc đường tròn đường kính EC

$\widehat{EMC}$ là góc vuông nên điểm M thuộc đường tròn đường kính EC

Do đó tứ giác $AEMC$ nội tiếp

Chứng minh tương tự ta cũng có tứ giác $BCMF$ nội tiếp

b) Vì tứ giác $ACME$ nội tiếp nên $\widehat{A_1} = \widehat{E_1}$ (cùng chắn cung MC)

(1)

tứ giác $BCMF$ nội tiếp suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{F_1}$ (cùng chắn cung MC) (2)

ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đ tròn) $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 90^\circ$ (3)

từ (1); (2) và (3) suy ra $\widehat{E_1} + \widehat{F_1} = 90^\circ$

xét tam giác ECF , có: $\widehat{E_1} + \widehat{F_1} = 90^\circ$; $\widehat{ECF} = 90^\circ$ suy ra ΔECF vuông tại C

Bài 3: Cho ΔABC nhọn, đường cao AH . Các điểm M và N lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ H trên AB , AC . Chứng minh rằng:

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

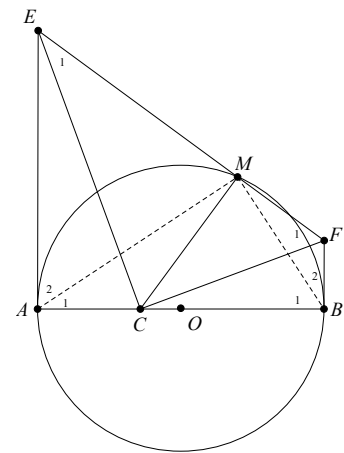
b) $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

Giải

a) Ta có: $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$ (gt)

=> các điểm M, N cùng thuộc đường tròn đường kính AH .

Vậy tứ giác $AMHN$ nội tiếp



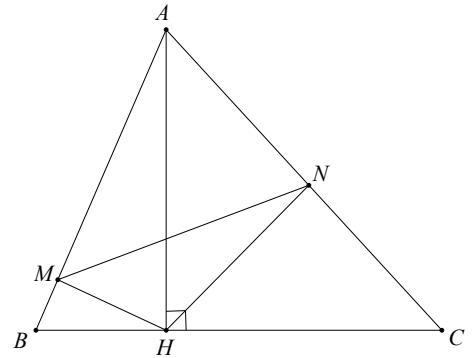
b) Ta có: $\widehat{AMN} = \widehat{AHN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

Mặt khác: $\widehat{AHN} = \widehat{ACH}$

Do đó $\triangle AMN \sim \triangle ACB$ (g.g)

Suy ra $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ hay $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm (O) với đường kính AB và C là một điểm nằm trên đường tròn (O) sao cho $AC > BC$. Gọi I là trung điểm của OA , đường thẳng d đi qua I vuông góc với AB cắt đường thẳng BC tại M và cắt đoạn thẳng AC tại P . Đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là điểm K .



a) Chứng minh tứ giác $BCPI$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng;

Giải:

a) Ta có $\widehat{PCB} = 90^\circ$ (1) (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên điểm C thuộc đường tròn đường kính BP

Ta có $\widehat{PIB} = 90^\circ$ (2) (giả thiết)

Nên điểm I thuộc đường tròn đường kính BP

Do đó 4 điểm $B; I; P; C$ cùng thuộc đường tròn đường kính BP

Vậy tứ giác $BCPI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác MAB có:

MI vuông góc với AB tại điểm I .

AC vuông góc với BC tại điểm C (do AB là đường kính của đường tròn (O))

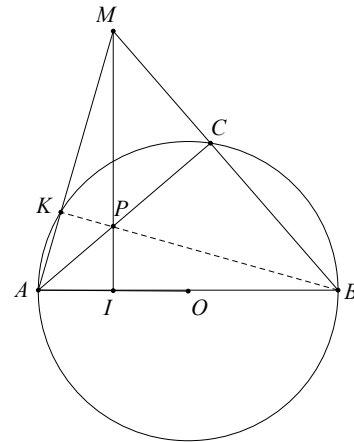
Mà $MI \cap AC = \{P\}$, suy ra P là trực tâm của tam giác MAB .

Ta lại có $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra $BK \perp AM$, hay BK là đường cao của tam giác MAB .

Suy ra BK đi qua điểm P .

Vậy ba điểm B, P, K thẳng hàng.

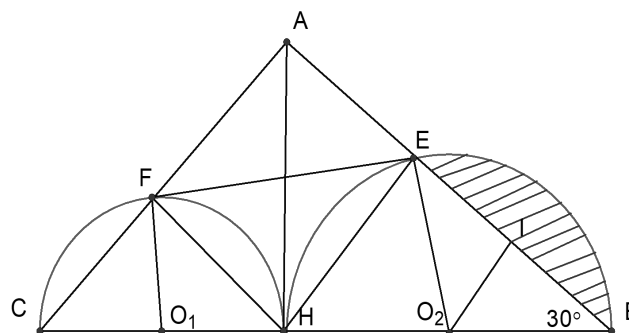


Bài 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB > AC$) đường cao AH . Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A , vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E . Vẽ nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

Giải:



a) Ta có $\widehat{HEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{HEA} = 90^\circ$

$\widehat{HFC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{HFA} = 90^\circ$

Mà $\widehat{A} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow AEHF$ là hình chữ nhật (có ba góc vuông)

b) ΔAHC ($\widehat{H} = 90^\circ$) có $AH^2 = AF \cdot AC$

ΔAHB ($\widehat{A} = 90^\circ$) có $AH^2 = AE \cdot AB$ Suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

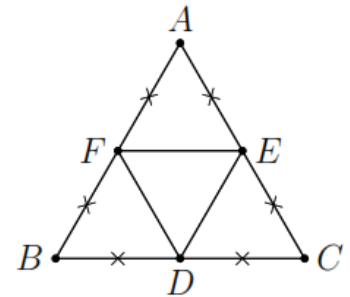
Dạng 3. Đa giác đều – Phép quay

Bài 1. Cho tam giác đều ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Chứng minh DEF là tam giác đều.

Giải

Trong tam giác ABC có EF là đường trung bình nên $EF = \frac{1}{2} BC$.

Dùng tính chất đường trung bình chứng minh tương tự, ta được $DE = EF = FD$. nên ΔDEF đều.



Bài 2: Tính số đo của mỗi góc của ngũ giác đều, lục giác đều, bát giác đều (đa giác đều 8 cạnh).

Giải

Mỗi góc của ngũ giác đều bằng: $\frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$

Mỗi góc của ngũ lục đều bằng: $\frac{(6-2) \cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$

Mỗi góc của bát giác đều bằng: $\frac{(8-2) \cdot 180^\circ}{8} = 135^\circ$

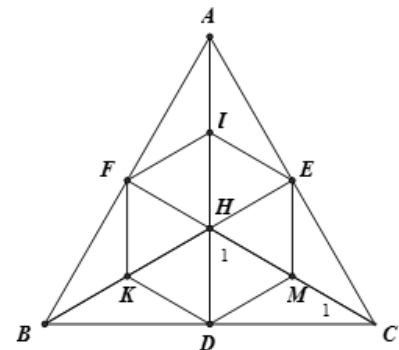
Bài 3: Cho tam giác đều ABC , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC . Chứng minh rằng $DKFIEM$ là lục giác đều.

Giải:

Xét ΔHDC vuông tại D , DM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $DM = HM$. Ta lại có $\widehat{C_1} = 30^\circ$ nên $\widehat{H_1} = 60^\circ$. Do đó ΔHDM là tam giác đều.

Tương tự các tam giác HME, HEI, HIF, HFK, HKD là các tam giác đều.

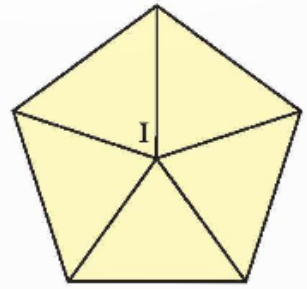
Lục giác $DKFIEM$ có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau (bằng 120°) nên là lục giác đều.



Bài 4. Tìm phép quay biến hình ngũ giác đều tâm I thành chính nó

Giải:

Do I đỉnh của ngũ giác đều chia đường tròn (I) thành 5 cung bằng nhau, mỗi cung đo có số đo 72° . Từ đó, các phép quay biến ngũ giác đều thành chính nó là các phép quay 72° , 144° , 216° , 288° hoặc 360° tâm I cùng chiều kim đồng hồ hay ngược chiều kim đồng hồ.



Bài 5. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong Hình 13 được làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó

Giải:

- Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong Hình 13 được làm theo hình bát giác đều.

- 8 đỉnh của đa giác được chia thành 8 phần bằng nhau, mỗi cung có số đo 45° . Do đó, các phép quay biến bát giác đều thành chính nó là $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ, 350^\circ$ theo chiều hoặc ngược chiều kim đồng hồ.



Hình 13