

Câu 1 (4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y$ b) $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) - 72$

2. Tìm hai số x, y thỏa mãn: $2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$

Câu 2 (4,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2 - x} \right)$ (với $x \neq 0; x \neq \pm 1$)

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

c) Với $x > 1$. Tính giá trị biểu thức A khi $(x-1)^2 = 9$.

Câu 3 (3,5 điểm)

1. Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + m + 1$.

a) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho đi qua $M(3; -1)$.

b) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -3x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 4.

2. Một hộp có 12 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1; 2; 3; ...; 12; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Bạn Ngân “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 1”.

Câu 4 (7,5 điểm)

1. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm E, gọi F là điểm đối xứng của điểm C qua E.

a) Chứng minh tứ giác AFBD là hình thang.

b) Gọi G và H lần lượt là hình chiếu của điểm F trên đường thẳng AB, AD. Chứng minh ba điểm E, G, H thẳng hàng.

c) Giả sử CE vuông góc với BD và $CE = 2,4$ cm, $\frac{ED}{EB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

2. Một vật đựng nước có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao bằng 9 dm, diện tích toàn phần bằng 204 dm^2 và diện tích xung quanh bằng 168 dm^2 . Người ta sử dụng hình chóp này để chứa nước tưới cho cây hoa. Biết rằng cứ một ngày phải tưới nước một lần, mỗi lần tưới hết 6 lít nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày sẽ dùng hết số nước trong khối hình chóp đó?

Câu 5 (1,0 điểm) Với x, y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x \cdot y = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$.

..... Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Câu 1 (4,0 điểm).		
1) Phân tích đa thức thành nhân tử.		
a)	$x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y$	b) $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) - 72$
2) Tìm hai số x, y thỏa mãn: $2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$		
1	a) Ta có: $x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y = (x-3y)^2 - (x-3y)$	0,5
	$= (x-3y)(x-3y-1)$	0,5
	b) Ta có $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) - 72$	0,25
	$= (x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) - 72$	
	$= (x^2 - 9x + 17 - 3)(x^2 - 9x + 17 + 3) - 72$	0,25
	$= (x^2 - 9x + 17)^2 - 9 - 72$	0,25
	$= (x^2 - 9x + 17)^2 - 81$	0,25
	$= (x^2 - 9x + 17 - 9)(x^2 - 9x + 17 + 9)$	0,25
2	$= (x^2 - 9x + 8)(x^2 - 9x + 26)$	0,25
	$= (x-1)(x-8)(x^2 - 9x + 26)$	0,25
	2) $2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$	0,25
	$(x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 4xy + 4y^2) = 0$	0,25
	$(x+1)^2 + (x-2y)^2 = 0$	0,25
	Ta có $(x+1)^2 \geq 0$ với mọi x và $(x-2y)^2 \geq 0$ với mọi x, y	0,25
	Do đó $(x+1)^2 + (x-2y)^2 = 0$ khi $(x+1)^2 = 0$ và $(x-2y)^2 = 0$	0,25
	Tìm ra x = -1 và $y = \frac{-1}{2}$	0,25
Câu 2 (4,0 điểm).		
Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ (với $x \neq 0; x \neq \pm 1$)		
1) Rút gọn biểu thức A.		
2) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị là số nguyên		
3) Với $x > 1$. Tính giá trị biểu thức A khi $(x-1)^2 = 9$.		

1 2,0đ	$A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ $A = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right)$ $A = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left(\frac{x^2-1+x+2-x^2}{x(x-1)} \right)$ $A = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$ $A = \frac{x^2}{x-1}$	0,5 0,5 0,5 0,5
2 1,0đ	$A = \frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$ Biểu thức A có giá trị là số nguyên khi $\frac{1}{x-1}$ có giá trị là số nguyên Suy ra (x-1) là ước của 1 hay $(x-1) \in \{-1; 1\}$ Tìm ra x = 2; x = 0. Độ ĐK và KL x = 2	0,25 0,25 0,25 0,25
3 1,0đ	$(x-1)^2 = 9$ giải ra x = 4 (TM $x > 1$ và TMĐKXĐ); x = -2 (loại) Thay x = 4 vào biểu thức đã rút gọn. tính được $A = \frac{16}{3}$	0,5 0,5

Câu 3. (3,5 điểm).

1. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + m + 1$.

a) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho đi qua M(3; -1).

b) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -3x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 4.

2. Một hộp có 12 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1; 2; 3; ...; 12; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Bạn Ngân “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 1”.

1) 2,5đ	a) - Lập luận hàm số trên là hàm số bậc nhất nên ta có $m \neq 2$ (1)	0,25
	đồ thị hàm số đã cho đi qua M(3; -1) nên ta có:	0,25
	$-1 = (m - 2) \cdot 3 + m + 1$.	0,25
	Tìm ra $m = 1$ TMĐK (1)	0,25
	b) - Đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m + 1$ cắt đường thẳng $y = -3x + 1$ được $m \neq 1$	0,25
	- Lập luận thay $y = 4$ và $x = -1$ vào công thức $y = (m - 2)x + m - 1$ để tìm m.	0,5
	Độ ĐK $m \neq 2$, $m \neq 1$ và KL	0,25

2) 2,0đ	Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là: $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}$. Có 12 kết quả	0,5
	Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố sau: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 1” là: 1; 4; 7; 10	0,5
	Vậy xác suất của biến cố là $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.	0,5

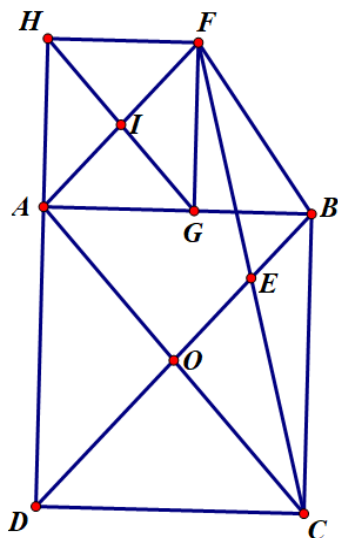
Câu 5. (7,5 điểm).

1. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm F, gọi E là điểm đối xứng của điểm C qua F.

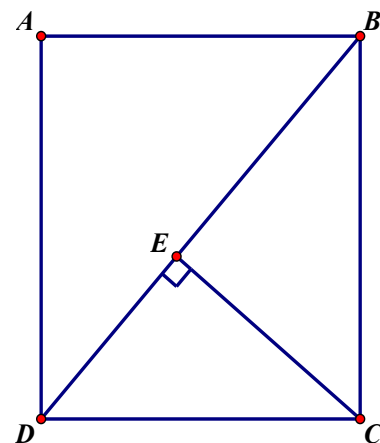
- Chứng minh tứ giác AEDB là hình thang.
- Gọi G và H lần lượt là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng AB, AD. Chứng minh ba điểm G, H, F thẳng hàng.
- Giả sử CF vuông góc với BD và $CF = 2,4 \text{ cm}$, $\frac{FD}{FB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

2. Một vật đựng nước có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao bằng 9 dm, diện tích toàn phần bằng 204 dm^2 và diện tích xung quanh bằng 168 dm^2 . Người ta sử dụng khối chóp này để chứa nước tưới cho cây hoa. Biết rằng cứ một ngày phải tưới nước một lần, mỗi lần tưới hết 6 lít nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày sẽ dùng hết số nước trong khối chóp?

Hình câu 5.1.a,b



Hình câu 5.1.c



1.	a) Gọi O là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật ABCD. PO là đường trung bình của tam giác CAM. AM//PO	0,5
	$\Rightarrow$ tứ giác AMDB là hình thang.	0,5
	b) Do AM //BD nên góc OBA = góc MAE (đồng vị)	0,5
	Tam giác AOB cân ở O nên góc OBA = góc OAB	0,5
	Gọi I là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật AEMF thì tam giác	

2.	AIE cân ở I nên góc IAE = góc IEA.	0,5
	Từ chứng minh trên : có góc FEA = góc OAB, do đó EF//AC (1)	0,5
	Mặt khác IP là đường trung bình của tam giác MAC nên IP // AC (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng.	0,5
	c) Từ $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$	0,25
	Biến đổi và đặt $\frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k \Rightarrow PD = 9k, PB = 16k$	
	Nếu $CP \perp BD$ thì C/m được $\triangle CBD \sim \triangle DCP (g - g) \Rightarrow \frac{CP}{PD} = \frac{PB}{CP}$	
	do đó $CP^2 = PB \cdot PD$	
	hay $(2,4)^2 = 9 \cdot 16 k^2 \Rightarrow k = 0,2$	
	PD = 9k = 1,8(cm)	0,5
	PB = 16k = 3,2 (cm)	0,25
	BD = 5 (cm)	
	C/m $BC^2 = BP \cdot BD = 16$	
	do đó BC = 4 (cm), CD = 3 (cm)	
	+) Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} \Rightarrow 204 = 168 + S_{đáy}$	0,25
	$\Rightarrow S_{đáy} = a \cdot a = 204 - 168 = 36 dm^2$	0,25
	+) Thể tích của hình chóp bằng: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 9 = 108 dm^3$	0,5
	+) Ta có $1 dm^3 = 1$ lít nên $108 dm^3 = 108$ lít nước	0,25
	Vì một ngày mới tưới nước một lần nên tổng số ngày sử dụng hết 108 lít nước là: $108:6 = 18$ ngày.	0,25
Câu 5. (1,0 điểm)		
Xét x, y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x \cdot y = 1$.		
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$.		
1,0đ	$P = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x^3 + y^3 + x^3 + y^3}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x^3 + y^3 + 1 \cdot (x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$	

	$= \frac{x^3 + y^3 + xy \cdot (x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{y \cdot (x^4 + y^2) + x \cdot (x^2 + y^4)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{x^2 + y^4}$	0,25
	Ta có $(x^2 - y)^2 \geq 0 \quad \forall x, y \Rightarrow x^4 + y^2 \geq 2x^2y \quad \forall x, y$	
	Vậy $\frac{x}{x^4 + y^2} \leq \frac{x}{2x^2y} = \frac{1}{2xy} = \frac{1}{2}$ (do $x, y > 0$)	0,25
	Chúng minh tương tự $\frac{y}{x^2 + y^4} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow A \leq 1$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x^2 = y \\ x = y^2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của $A = 1$ khi	
	$x = y = 1$	0,25

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 8**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-8>