



TRẦN ĐỨC HUYỀN (Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

Bài tập TOÁN



TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN ĐỨC HUYỀN (Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

Bài tập **TOÁN**



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



LỜI NÓI ĐẦU

Cùng với **Sách giáo khoa Toán 7** và **Sách giáo viên Toán 7** (bộ sách Chân trời sáng tạo), nhóm tác giả bộ sách giáo khoa biên soạn cuốn Bài tập Toán 7 (tập một, tập hai) nhằm giúp học sinh rèn luyện kiến thức và các kỹ năng cơ bản phù hợp với Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành năm 2018.

Nội dung sách **Bài tập Toán 7** bám sát theo Sách giáo khoa, đặc biệt thể hiện tinh thần tích hợp và phát triển phẩm chất và năng lực của học sinh.

Cấu trúc sách tương ứng với Sách giáo khoa Toán 7. Tập hai bao gồm bốn chương:

Chương 6: Đại lượng tỉ lệ

Chương 7: Biểu thức đại số

Chương 8: Hình học phẳng – Tam giác

Chương 9: Một số yếu tố xác suất

Mỗi chương bao gồm nhiều bài học. Mỗi bài học gồm các phần như sau:

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

BÀI TẬP MẪU

BÀI TẬP

Cuối mỗi chương là phần LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ.

Rất mong nhận được góp ý của quý thầy cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 6. CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ5

Bài 1. Tỉ lệ thức – dãy tỉ số bằng nhau	5
Bài 2. Đại lượng tỉ lệ thuận	9
Bài 3. Đại lượng tỉ lệ nghịch.....	13
Bài tập cuối chương 6.....	17
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	19

CHƯƠNG 7. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ24

Bài 1. Biểu thức số, biểu thức đại số.....	24
Bài 2. Đa thức một biến.....	26
Bài 3. Phép cộng và phép trừ đa thức một biến	28
Bài 4. Phép nhân và phép chia đa thức một biến.....	31
Bài tập cuối chương 7.....	33
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	34

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẪNG

CHƯƠNG 8. TAM GIÁC39

Bài 1. Góc và cạnh của một tam giác.....	39
Bài 2. Tam giác bằng nhau	42
Bài 3. Tam giác cân	46
Bài 4. Đường vuông góc và đường xiên.....	50
Bài 5. Đường trung trực của một đoạn thẳng	53
Bài 6. Tính chất ba đường trung trực của tam giác.....	56
Bài 7. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác.....	58
Bài 8. Tính chất ba đường cao của tam giác	61
Bài 9. Tính chất ba đường phân giác của tam giác	63
Bài tập cuối chương 8	65
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	66

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

CHƯƠNG 9. MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT79

Bài 1. Làm quen với biến cố ngẫu nhiên.....	79
Bài 2. Làm quen với xác suất của biến cố ngẫu nhiên.....	82
Bài tập cuối chương 9.....	87
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	89

Phần SỐ và ĐẠI SỐ

Chương 6.

CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

Bài 1. TỈ LỆ THỨC – DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ lệ thức

– Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

– Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết là $a : b = c : d$.

Ta gọi a, b, c, d là các *số hạng* của tỉ lệ thức, a và d là các số hạng ngoài hay *ngoại tỉ*, b và c là các số hạng trong hay *trung tỉ*.

2. Tính chất của tỉ lệ thức

Tính chất 1:

Trong một tỉ lệ thức, tích hai ngoại tỉ luôn bằng tích hai trung tỉ: Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

Tính chất 2:

Ta có thể suy ra nhiều tỉ lệ thức từ đẳng thức có dạng $ad = bc$.

Nếu $ad = bc$ và $a, b, c, d \neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}.$$

3. Dãy tỉ số bằng nhau

– Ta gọi dãy các đẳng thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ là một dãy các tỉ số bằng nhau.

– Khi có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f và có thể ghi là $a : c : e = b : d : f$.

4. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

Tính chất 1: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ (với $b+d \neq 0, b-d \neq 0$).

Tính chất 2:

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ta viết được:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(với các tỉ số đều có nghĩa).

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1.

- a) Từ các tỉ số $\frac{6}{5} : 2$ và $\frac{12}{5} : 4$ có lập được một tỉ lệ thức hay không?
- b) Lập một tỉ lệ thức từ bốn số hạng $x, y, 3, 2$, trong đó hai ngoại tỉ là $x, 2$ và hai trung tỉ là $y, 3$.

Giải

a) Ta có: $\frac{6}{5} : 2 = \frac{3}{5}; \frac{12}{5} : 4 = \frac{3}{5}$.

Vậy ta có tỉ lệ thức $\frac{6}{5} : 2 = \frac{12}{5} : 4$.

b) Ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.

Bài 2.

a) Tìm x trong tỉ lệ thức $\frac{5}{3} = \frac{x}{9}$.

b) Hãy viết một tỉ lệ thức từ đẳng thức $x = 2y$.

Giải

a) Ta có $\frac{5}{3} = \frac{x}{9}$, suy ra $3x = 5 \cdot 9$. Vậy $x = \frac{5 \cdot 9}{3} = 15$.

b) Ta có $x = 2y$, suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y}{1}$.

Bài 3. Gọi m, n, p, q lần lượt là số quyển vở được chia của bốn bạn Mai, Ngọc, Phú, Quang. Cho biết tuổi của bốn bạn lần lượt là 12; 13; 14; 15 và số vở được chia tỉ lệ với số tuổi. Viết dãy tỉ số bằng nhau tương ứng.

Giải

Ta có dãy tỉ số bằng nhau tương ứng là: $\frac{m}{12} = \frac{n}{13} = \frac{p}{14} = \frac{q}{15}$.

Bài 4.

a) Tìm hai số a, b biết rằng $a + b = 28$ và $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$.

b) Tìm hai số x và y cho biết $x - y = 100$ và $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.

c) Tìm hai số x, y biết rằng $3x + 2y = 168$ và $3x = 5y$.

Giải

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ suy ra $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.

Ta có: $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{a+b}{3+4} = \frac{28}{7} = 4$.

Vậy $a = 3 \cdot 4 = 12$ và $b = 4 \cdot 4 = 16$.

b) Từ $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x-y}{2-3} = \frac{100}{-1} = -100$.

Suy ra $x = 2 \cdot (-100) = -200$ và $y = 3 \cdot (-100) = -300$.

c) Từ $3x = 5y$ ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{3x}{15} = \frac{2y}{6} = \frac{3x+2y}{15+6} = \frac{168}{21} = 8$.

Suy ra $x = 5 \cdot 8 = 40$ và $y = 3 \cdot 8 = 24$.

Bài 5. Tìm ba số x, y, z , biết $x + y + z = 72$ và $x : y : z = 3 : 4 : 5$.

Giải

Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{72}{12} = 6$.

Vậy ta có: $x = 3 \cdot 6 = 18$; $y = 4 \cdot 6 = 24$; $z = 5 \cdot 6 = 30$.

C. BÀI TẬP

1. Viết các tỉ số sau dưới dạng phân số:

a) $4,5 : 6,15$;

b) $5\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$;

c) $2,4 : \frac{2}{3}$.

2. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau đây rồi lập các tỉ lệ thức.

$$5 : 15; \quad 0,2 : 0,5; \quad 25\% : 75\%; \quad 9,9 : 3,3; \quad \frac{2}{9} : \frac{5}{9}.$$

3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau:

a) $5x = 7y$;

b) $a \cdot b = x \cdot y$.

4. Tìm hai số x, y biết rằng $\frac{x}{3} = \frac{y}{13}$ và $x + y = 48$.

5. Tìm hai số a, b biết rằng $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$ và $a - b = -18$.

6. Tìm hai số x, y biết rằng $3x = 4y$ và $2x + 5y = 69$.

7. Tìm ba số a, b, c biết rằng $a : b : c = 3 : 2 : 2$ và $a + b - c = 99$.

8. Tính diện tích của hình chữ nhật có chu vi là 34 cm và độ dài hai cạnh tỉ lệ với các số 5; 12.

9. Tại một xí nghiệp lắp ráp xe đạp, trong một ngày số sản phẩm làm được của ba tổ A, B, C tỉ lệ với các số 6; 7; 8 và tổng sản phẩm của ba tổ trong một ngày là 84. Tính số sản phẩm của mỗi tổ làm được trong một ngày.

10. Đầu năm các bác Ân, Bình, Cường góp vốn làm ăn theo thứ tự lần lượt là 200 triệu đồng, 400 triệu đồng và 400 triệu đồng. Tiền lời thu được sau một năm là 900 triệu đồng. Hãy tìm số tiền lời mỗi bác được chia, biết rằng tiền lời được chia tỉ lệ với số vốn đã góp.

Bài 2. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đại lượng tỉ lệ thuận

Cho k là hằng số khác 0, ta nói đại lượng y *tỉ lệ thuận* với đại lượng x theo *hệ số tỉ lệ* k nếu y liên hệ với x theo công thức: $y = kx$.

Từ $y = kx$ ($k \neq 0$) ta suy ra $x = \frac{1}{k}y$. Vậy nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì x cũng tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$ và ta nói hai đại lượng x, y tỉ lệ thuận với nhau.

2. Tính chất của các đại lượng tỉ lệ thuận

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau thì:

– Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots$$

– Tỉ số hai giá trị tùy ý của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1.

- Cho hai đại lượng a và b liên hệ với nhau theo công thức $a = 9b$. Hãy cho biết đại lượng a có tỉ lệ thuận với đại lượng b hay không. Hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?
- Cho đại lượng m tỉ lệ thuận với đại lượng v theo hệ số tỉ lệ $d = 11,3$. Hãy viết công thức tính m theo v .

Giải

a) Từ công thức $a = 9b$ ta suy ra đại lượng a tỉ lệ thuận với đại lượng b theo hệ số tỉ lệ là 9.

b) Nếu đại lượng m tỉ lệ thuận với đại lượng v theo hệ số tỉ lệ $d = 11,3$ thì ta có công thức: $m = 11,3v$.

Bài 2. Cho biết khối lượng mỗi mét khối của một số kim loại như sau:

a) Đồng: 8 900 kg; b) Vàng: 19 300 kg; c) Bạc: 10 500 kg.

Hãy viết công thức tính khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3) của mỗi kim loại và cho biết m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu.

Giải

Kim loại	Công thức tính khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3)	m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ
Đồng	$m = 8\,900V$	8 900
Vàng	$m = 19\,300V$	19 300
Bạc	$m = 10\,500V$	10 500

Bài 3. Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem hai đại lượng m và n có tỉ lệ thuận với nhau hay không.

a)

m	2	4	6	8	10
n	4	16	36	64	100

b)

m	1	2	3	4	5
n	-5	-10	-15	-20	-25

Giải

a) Ta có $\frac{2}{4} \neq \frac{4}{16}$. Vậy m không tỉ lệ thuận với n .

b) Ta có $\frac{1}{-5} = \frac{2}{-10} = \frac{3}{-15} = \frac{4}{-20} = \frac{5}{-25} = -\frac{1}{5}$.

Vậy m tỉ lệ thuận với n theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{1}{5}$.

Bài 4. Cho biết hai đại lượng m và n tỉ lệ thuận với nhau. Hãy tìm giá trị của a và b .

m	2	3	4	b
n	-6	-9	a	-18

Giải

Ta có $\frac{4}{a} = \frac{b}{-18} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$. Suy ra $a = -12$; $b = 6$.

Bài 5. Các bác Xuân, Yên, Dung cùng gói bánh tét cho một lò bánh. Năng suất của mỗi bác theo thứ tự lần lượt là 15 bánh/giờ; 20 bánh/giờ; 25 bánh/giờ. Tổng số bánh cả ba bác gói được là 240 cái. Tính số bánh gói được của mỗi bác.

Giải

Gọi số bánh gói được của các bác Xuân, Yên, Dung lần lượt là x, y, z .
Do số bánh gói được tỉ lệ thuận với năng suất nên ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{25}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{25} = \frac{x+y+z}{15+20+25} = \frac{240}{60} = 4.$$

Ta suy ra: $x = 60$; $y = 80$; $z = 100$.

Vậy số bánh gói được của các bác Xuân, Yên, Dung lần lượt là: 60; 80 và 100.

C. BÀI TẬP

- Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau. Biết rằng khi $x = 3$ thì $y = 9$.
 - Tìm hệ số tỉ lệ của x đối với y .
 - Tính giá trị của y khi $x = -7$.
- Cho hai đại lượng a và b tỉ lệ thuận với nhau. Biết rằng khi $a = 5$ thì $b = -10$.
 - Tìm hệ số tỉ lệ của b đối với a và biểu diễn b theo a .
 - Tìm hệ số tỉ lệ của a đối với b và biểu diễn a theo b .
- Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Hãy tính các giá trị còn thiếu trong bảng sau rồi viết công thức tính y theo x .

x	-3	-2	-1	1	2
y	9	?	?	?	?

4. Cho biết hai đại lượng P và V tỉ lệ thuận với nhau:

V	1	2	3	4	5
P	8,9	?	?	?	?

- a) Tính các giá trị còn thiếu trong bảng trên.
b) Viết công thức tính P theo V.
5. Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k và y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ q.
- a) Hãy tính x theo y, tính y theo z.
b) Hãy tính x theo z.
6. Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem hai đại lượng đã cho có tỉ lệ thuận với nhau hay không.

a)

u	3	4	5	6
v	-1,2	-1,6	-2	-2,4

b)

m	-1	0	1	2	3
n	3	0	-3	-6	-8

7. Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem hai đại lượng đã cho có tỉ lệ thuận với nhau hay không.

a)

x	-4	-3	-2	1	2
y	8	6	4	-2	-4

b)

z	1	2	3	4	5
t	2	4	6	8	15

8. Cúc và Trúc cùng nhau nuôi thỏ, Cúc nuôi 5 con, Trúc nuôi 4 con. Hai bạn bán được tổng cộng 1,8 triệu đồng. Tính số tiền mỗi bạn nhận được nếu chia tỉ lệ theo số thỏ mỗi bạn đã nuôi.
9. Hai lớp 7A và 7B quyên góp được một số sách tỉ lệ thuận với số học sinh của lớp, biết số học sinh của hai lớp lần lượt là 32 và 36. Lớp 7A quyên góp được ít hơn lớp 7B 8 quyển sách. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách?

- 10.** Một tam giác có ba cạnh tỉ lệ với 5; 12; 13 và có chu vi là 120 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác đó.
- 11.** Tùng, Huy và Minh cùng trồng hoa cúc trong chậu để chuẩn bị bán tết. Tùng trồng được 6 chậu hoa, Huy trồng được 4 chậu hoa và Minh trồng được 5 chậu hoa. Bác Tư giúp các bạn bán hết số chậu hoa được tổng cộng 1,5 triệu đồng. Ba bạn quyết định chia tiền tỉ lệ với số chậu hoa trồng được. Hỏi mỗi bạn được chia bao nhiêu tiền?
- 12.** Cho biết mỗi lít nước tương có khối lượng 1,2 kg.
- a) Giả sử x lít nước tương có khối lượng y kg. Hãy viết công thức tính y theo x.
- b) Tính thể tích của 800 g nước tương.

Bài 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đại lượng tỉ lệ nghịch

Cho a là một hằng số khác 0. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ thì ta nói y *tỉ lệ nghịch* với x theo *hệ số tỉ lệ* a.

Chú ý: Khi y tỉ lệ nghịch với x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

2. Tính chất của các đại lượng tỉ lệ nghịch

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

– Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots \text{ hay } \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots$$

– Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \quad \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tìm các đại lượng tỉ lệ nghịch trong mỗi công thức sau:

STT	Công thức
1	$t = \frac{120}{v}$
2	$a = 9b$
3	$P = \frac{-4}{T}$
4	$y = \frac{1}{x}$

Giải

t tỉ lệ nghịch với v theo hệ số tỉ lệ là 120.

P tỉ lệ nghịch với T theo hệ số tỉ lệ là -4.

y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ là 1.

Bài 2. Trong mỗi trường hợp sau, hãy cho biết hai đại lượng a và b có tỉ lệ nghịch với nhau hay không.

a)

a	-2	-1	1	2	3
b	6	12	-12	-6	-4

b)

a	2	4	6	8	10
b	12	6	4	3	2

Giải

a) Ta có $(-2) \cdot 6 = (-1) \cdot 12 = 1 \cdot (-12) = 2 \cdot (-6) = 3 \cdot (-4)$.

Vậy a và b tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Ta có $8 \cdot 3 \neq 10 \cdot 2$. Vậy a và b không tỉ lệ nghịch với nhau.

Bài 3. Trong một động cơ có hai bánh răng a, b ăn khớp nhau với số răng của mỗi bánh răng theo thứ tự là: 10; 20. Cho biết mỗi phút bánh răng a quay được 10 vòng, hãy tính số vòng quay trong một phút của bánh răng b.

Giải

Gọi x và y lần lượt là số vòng quay của các bánh răng a và b trong một phút ($x > 0, y > 0$). Do các bánh răng ăn khớp với nhau nên số răng quay trong một phút của hai bánh răng bằng nhau. Như vậy số vòng quay trong một phút của mỗi bánh răng tỉ lệ nghịch với số răng của nó.

Ta có: $10x = 20y = 10 \cdot 10 = 100$.

Suy ra $y = \frac{100}{20} = 5$. Vậy trong một phút bánh răng b quay được 5 vòng.

Bài 4. Ba phân xưởng in có tổng cộng 11 máy in (có cùng công suất in) và mỗi phân xưởng được giao in một số trang in bằng nhau. Phân xưởng thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, phân xưởng thứ hai trong 6 ngày và phân xưởng thứ ba trong 9 ngày. Hỏi mỗi phân xưởng có bao nhiêu máy in?

Giải

Ta gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số máy của các phân xưởng thứ nhất, thứ hai, thứ ba.

Tổng số máy của ba phân xưởng là: $x_1 + x_2 + x_3 = 11$.

Vì số ngày hoàn thành công việc tỉ lệ nghịch với số máy nên ta có:

$$3x_1 = 6x_2 = 9x_3 \text{ hay } \frac{x_1}{\frac{1}{3}} = \frac{x_2}{\frac{1}{6}} = \frac{x_3}{\frac{1}{9}}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{3}} = \frac{x_2}{\frac{1}{6}} = \frac{x_3}{\frac{1}{9}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{11}{\frac{11}{18}} = 18.$$

Suy ra: $x_1 = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$; $x_2 = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3$; $x_3 = \frac{1}{9} \cdot 18 = 2$.

Vậy số máy in của ba phân xưởng lần lượt là 6; 3; 2.

Bài 5. Cho biết một đội công nhân (năng suất làm việc của mỗi người đều bằng nhau) dự kiến xây một trường học trong 180 ngày. Hỏi nếu chuyển $\frac{1}{6}$ số công nhân sang công trình khác thì số công nhân còn lại sẽ xây ngôi trường đó trong bao nhiêu ngày?

Giải

Nếu chuyển $\frac{1}{6}$ số công nhân sang công trình khác thì số công nhân còn lại chỉ bằng $\frac{5}{6}$ số công nhân lúc đầu.

Gọi y_1 và y_2 là số ngày để công nhân hoàn thành ngôi trường lúc đầu và lúc sau; Gọi x_1, x_2 là số lượng công nhân tương ứng trong hai trường hợp. Do số công nhân và số ngày hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$.

Do $\frac{x_2}{x_1} = \frac{5}{6}$ và $y_1 = 180$ nên $\frac{5}{6} = \frac{180}{y_2}$.

Suy ra: $y_2 = \frac{180}{\frac{5}{6}} = 180 \cdot \frac{6}{5} = 216$.

Vậy số công nhân còn lại sẽ xây xong ngôi trường trong 216 ngày.

C. BÀI TẬP

- Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 2$ thì $y = 9$.
 - Tìm hệ số tỉ lệ nghịch.
 - Hãy biểu diễn x theo y .
 - Tính giá trị của x khi $y = 3, y = 12$.
- Cho hai đại lượng a và b tỉ lệ nghịch với nhau:

a	-3	-2	-1	1	?	3
b	?	?	-12	?	6	?

- Tính $a \cdot b$.
 - Tìm các giá trị còn thiếu trong bảng trên.
- Có 30 công nhân với năng suất làm việc như nhau xây một ngôi nhà trong 4 tháng. Hỏi nếu chỉ còn 15 công nhân thì họ phải xây ngôi nhà đó trong bao nhiêu tháng?

4. Đội sản xuất Công Nông dùng m máy cày (có cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết t giờ. Hai đại lượng m và t có tỉ lệ nghịch với nhau không?
5. Cho biết c (mét) là chu vi của bánh xe, v là số vòng quay được của bánh xe trên đoạn đường 200 m. Hỏi c và v có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?
6. Lớp 7A có 6 bạn làm vệ sinh xong lớp học hết 3 giờ. Hỏi nếu có 9 bạn sẽ làm vệ sinh xong lớp học trong bao lâu? (Biết rằng các bạn có năng suất làm việc như nhau.)
7. Một xưởng in có 6 máy in (công suất in như nhau) hằng ngày in một số bao bì trong 4 giờ. Hỏi nếu hôm nay bị hỏng hết 2 máy in thì xưởng in sẽ in số bao bì đó trong bao nhiêu giờ?
8. Bạn Canh muốn cắt một hình chữ nhật có diện tích bằng 18 cm^2 . Gọi x (cm) và y (cm) là hai cạnh của hình chữ nhật. Hãy chứng tỏ x và y tỉ lệ nghịch với nhau và tính x theo y .
9. Bạn Chúc muốn chia đều nửa kilôgam đường vào n túi. Gọi p (g) là khối lượng đường trong mỗi túi. Hãy chứng tỏ n , p là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính p theo n .
10. Một đoàn tàu lửa chuyển động đều trên quãng đường 150 km với vận tốc v (km/h) trong thời gian t (h). Hãy chứng tỏ v , t tỉ lệ nghịch và tính v theo t .

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

1. Tìm a , b , c biết:

a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{3}$ và $a + b + c = 48$;

b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$; $\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$ và $a + c = 26$.

2. Dựa theo bảng giá trị tương ứng trong mỗi trường hợp sau, hãy cho biết hai đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau hay không.

a)

a	1	2	3	4	5
b	60	30	20	15	12

b)

m	-2	-1	1	2	3
n	-12	-24	24	12	9

3. Thay số thích hợp vào dấu ? trong bảng sau sao cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

x	5	?	3	2	-4	-5
y	?	-12	?	?	?	8

4. a) Tìm ba số x, y, z thỏa mãn $x : y : z = 1 : 2 : 2$ và $x + y + z = 25$.
b) Tìm ba số a, b, c thỏa mãn $a : b : c = 3 : 4 : 5$ và $a + b - c = 100$.
5. Một nông trường có 4 máy gặt (cùng năng suất) đã gặt xong một cánh đồng hết 6 giờ. Hỏi nếu có 6 máy gặt như thế sẽ gặt xong cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian?
6. Bạn Cúc muốn cắt một hình chữ nhật có diện tích 100 cm^2 . Gọi d (cm) và r (cm) là hai kích thước của hình chữ nhật. Em hãy viết công thức thể hiện mối quan hệ giữa hai đại lượng d và r.
7. Cho biết a tỉ lệ thuận với b theo hệ số tỉ lệ m và b tỉ lệ thuận với c theo hệ số tỉ lệ n.
a) Hãy tính a theo b, tính b theo c.
b) Hãy tính a theo c.
8. Lớp 7A có 4 bạn làm vệ sinh xong lớp học hết 2 giờ. Hỏi nếu có 16 bạn sẽ làm vệ sinh xong lớp học trong bao lâu? (Biết rằng các bạn có năng suất làm việc như nhau.)
9. Hoa muốn chia đều 1 kg đường vào n túi. Gọi p (g) là lượng đường trong mỗi túi. Hãy chứng tỏ n, p là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính p theo n.
10. Lớp 7C có 2 bạn dọn xong cỏ vườn trường trong 3 giờ. Hỏi nếu có 6 bạn sẽ dọn xong cỏ vườn trường trong bao lâu? (Biết rằng các bạn có năng suất làm việc như nhau.)

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. TỈ LỆ THỨC – DÂY TỈ SỐ BẰNG NHAU

1. a) $4,5 : 6,15 = \frac{30}{41}$; b) $5\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{22}{3}$; c) $2,4 : \frac{2}{3} = \frac{18}{5}$.

2. $\frac{5}{15} = \frac{25\%}{75\%}$; $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{0,2}{0,5}$.

3. a) $\frac{5}{7} = \frac{y}{x}$; $\frac{5}{y} = \frac{7}{x}$; $\frac{x}{7} = \frac{y}{5}$; $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$.

b) $\frac{a}{x} = \frac{y}{b}$; $\frac{a}{y} = \frac{x}{b}$; $\frac{b}{x} = \frac{y}{a}$; $\frac{b}{y} = \frac{x}{a}$.

4. $x = 9$; $y = 39$.

5. $a = -45$; $b = -27$.

6. Ta có $3x = 4y$, do đó $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{2x+5y}{8+15} = \frac{69}{23} = 3$.

Suy ra $x = 12$; $y = 9$.

7. Ta có $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{2} = \frac{a+b+c}{3+2+2} = \frac{99}{3} = 33$.

Suy ra $a = 99$; $b = 66$; $c = 66$.

8. Gọi x, y là độ dài hai cạnh của hình chữ nhật ta có: $\frac{x}{12} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{12+5} = \frac{17}{17} = 1$.

Suy ra $x = 12$; $y = 5$.

Diện tích hình chữ nhật là: $S = x \cdot y = 60 \text{ cm}^2$.

9. Tổ A làm được 24 sản phẩm, Tổ B làm được 28 sản phẩm. Tổ C làm được 32 sản phẩm.

10. Bác Ân: 180 triệu đồng; Bác Bình: 360 triệu đồng; Bác Cường: 360 triệu đồng.

Bài 2. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

1. a) Ta có: $\frac{x}{y} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Vậy hệ số tỉ lệ của x đối với y là $\frac{1}{3}$.

b) Khi $x = -7$ ta có $y = 3 \cdot (-7) = -21$.

2. a) Hệ số tỉ lệ của b đối với a là -2 . Biểu diễn b theo a: $b = -2a$.

b) Hệ số tỉ lệ của a đối với b là $-\frac{1}{2}$. Biểu diễn a theo b: $a = -\frac{1}{2}b$.

3.

x	-3	-2	-1	1	2
y	9	6	3	-3	-6

Ta có công thức tính y theo x: $y = (-3)x$.

4. a)

V	1	2	3	4	5
P	8,9	17,8	26,7	35,6	44,5

b) $P = 8,9V$.

5. a) $x = ky$; $y = qz$.

b) $x = kqz$.

6. a) Ta có $\frac{3}{-1,2} = \frac{4}{-1,6} = \frac{5}{-2} = \frac{6}{-2,4} = -2,5$. Vậy u và v tỉ lệ thuận.

b) Ta có $\frac{2}{-6} \neq \frac{3}{-8}$. Vậy m và n không tỉ lệ thuận.

7. a) Ta thấy: $\frac{-4}{8} = \frac{-3}{6} = \frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{2}{-4}$. Vậy hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau.

b) Ta thấy: $\frac{4}{8} \neq \frac{5}{15}$. Vậy hai đại lượng z và t không tỉ lệ thuận với nhau.

8. Gọi số tiền nhận được của Cúc và Trúc lần lượt là C và T.

Do số tiền và số thỏ nuôi của hai bạn là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau, nên ta có:

$$\frac{C}{5} = \frac{T}{4}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{C}{5} = \frac{T}{4} = \frac{C+T}{5+4} = \frac{1,8}{9} = 0,2.$$

Ta suy ra: $C = 5 \cdot 0,2 = 1$ và $T = 4 \cdot 0,2 = 0,8$.

Vậy Cúc nhận được 1 triệu đồng và Trúc được chia 800 nghìn đồng.

9. Gọi số sách quyền góp của hai lớp 7A và 7B lần lượt là a và b , ta có:

$$\frac{a}{32} = \frac{b}{36} = \frac{b-a}{36-32} = \frac{8}{4} = 2, \text{ suy ra } a = 64; b = 72.$$

Vậy lớp 7A quyền góp 64 quyển sách, lớp 7B quyền góp 72 quyển sách.

10. Gọi a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác, ta có:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{a+b+c}{5+12+13} = \frac{120}{30} = 4, \text{ suy ra } a = 20; b = 48; c = 52.$$

11. Gọi số tiền được chia của Tùng, Huy và Minh lần lượt là $a; b; c$. Ta có:

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{6+4+5} = \frac{1,5}{15} = 0,1, \text{ suy ra } a = 0,6; b = 0,4; c = 0,5.$$

Vậy số tiền được chia của Tùng, Huy và Minh lần lượt là: 600 nghìn đồng, 400 nghìn đồng và 500 nghìn đồng.

12. a) Công thức tính y theo x là: $y = 1,2x$.

b) Đổi đơn vị $800 \text{ g} = 0,8 \text{ kg}$.

Ta có $y = 1,2x$, suy ra $x = \frac{y}{1,2}$.

Do đó, khi $y = 0,8$, $x = \frac{0,8}{1,2} = \frac{2}{3} \approx 0,67$.

Vậy thể tích của 800 g nước tương là khoảng 0,67 lít.

Bài 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

1. a) Hệ số tỉ lệ nghịch là $x \cdot y = 18$.

b) Biểu diễn x theo y : $x = \frac{18}{y}$.

c) Khi $y = 3$ thì $x = 6$, khi $y = 12$ thì $x = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5$.

2. a) $a \cdot b = 12$.

b)

a	-3	-2	-1	1	2	3
b	-4	-6	-12	12	6	4

3. Do thời gian hoàn thành công việc và số công nhân là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên 15 người còn lại phải xây ngôi nhà đó trong $4 \cdot \frac{30}{15} = 8$ tháng.
4. Ta có thời gian để một máy cày cày xong cánh đồng là $m \cdot t = a$ không đổi, vậy hai đại lượng m và t tỉ lệ nghịch với nhau.
5. Ta có $c \cdot v = 200$, vậy c và v là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.
6. 9 bạn sẽ làm vệ sinh xong lớp học trong $3 \cdot \frac{6}{9} = 2$ giờ.
7. Xưởng in sẽ in số bao bì đó trong $4 \cdot \frac{6}{4} = 6$ giờ.
8. Ta có $x \cdot y = 18$, vậy x và y tỉ lệ nghịch với nhau và ta có $x = \frac{18}{y}$.
9. Ta có $n \cdot p = 500$, vậy n và p tỉ lệ nghịch với nhau và ta có $p = \frac{500}{n}$.
10. Ta có $v \cdot t = 150$, vậy v và t tỉ lệ nghịch với nhau và ta có $v = \frac{150}{t}$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

1. a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} = \frac{48}{6} = 8$. Suy ra $a = 16$; $b = 8$; $c = 24$.

b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$; $\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$, do đó $\frac{b}{3} = \frac{2c}{9} = \frac{c}{4,5}$.

Suy ra $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4,5} = \frac{a+c}{6,5} = \frac{26}{6,5} = 4$.

Vậy $a = 8$; $b = 12$; $c = 18$.

2. a) Ta có $1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12$, suy ra hai đại lượng a , b tỉ lệ nghịch với nhau.
- b) Ta có $(-2) \cdot (-12) \neq 3 \cdot 9$, suy ra hai đại lượng m , n không tỉ lệ nghịch với nhau.

3.

x	5	$\frac{10}{3}$	3	2	-4	-5
y	-8	-12	$-\frac{40}{3}$	-20	10	8

4. a) Ta có $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{5} = \frac{25}{5} = 5$.

Suy ra $x = 5$; $y = 10$; $z = 10$.

b) Ta có $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{100}{2} = 50$.

Suy ra $a = 150$; $b = 200$; $c = 250$.

5. Nếu có 6 máy gặt như thế sẽ gặt xong cánh đồng đó trong 4 giờ.

6. d. $r = 100$.

7. Cho biết a tỉ lệ thuận với b theo hệ số tỉ lệ m và b tỉ lệ thuận với c theo hệ số tỉ lệ n.

a) $a = m \cdot b$; $b = n \cdot c$.

b) $a = m \cdot n \cdot c$.

8. Ta có $4 \cdot 2 : 16 = \frac{1}{2}$.

Vậy nếu có 16 bạn sẽ làm vệ sinh xong lớp học trong 30 phút.

9. Ta có $n = \frac{1000}{p}$.

Vậy n và p là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

10. Nếu có 6 bạn sẽ dọn xong cỏ vườn trường trong $3 \cdot \frac{2}{6} = 1$ giờ.

Bài 1. BIỂU THỨC SỐ, BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Biểu thức số

Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa tạo thành một *biểu thức*. Chẳng hạn: $3 + 7 - 2$; $4 \cdot 5 : 2$; $2(5 + 8)$; $2 \cdot 34 + 9$; $5 \cdot 23 - 4 \cdot 32$ là những biểu thức. Những biểu thức như trên còn được gọi là *biểu thức số*.

2. Biểu thức đại số

Biểu thức gồm các số và các chữ (đại diện cho các số), được nối với nhau bởi các kí hiệu phép toán cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa được gọi là biểu thức đại số.

Các chữ trong biểu thức đại số được gọi là *biến số* (hay gọi tắt là *biến*).

3. Giá trị của biểu thức đại số

Để tính *giá trị của một biểu thức đại số* tại những giá trị cho trước của biến, ta thay các giá trị cho trước đó vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Hãy viết biểu thức số biểu thị diện tích hình chữ nhật có độ dài hai cạnh bằng 5 cm và 8 cm.

Giải

Biểu thức số biểu thị diện tích hình chữ nhật là: $5 \cdot 8 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 2. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị diện tích của một hình thoi có đường chéo thứ nhất dài hơn đường chéo thứ hai 6 cm.

Giải

Gọi $x \text{ (cm)}$ là độ dài của đường chéo thứ nhất, thì độ dài đường chéo thứ hai bằng $x - 6 \text{ (cm)}$.

Diện tích hình thoi được biểu thị bởi: $\frac{1}{2}x(x-6)$ (cm²).

Bài 3. Rút gọn biểu thức sau: $2(4y - 5x) - 5(2x - 3y)$.

Giải

$$\begin{aligned}2(4y - 5x) - 5(2x - 3y) &= 2.4y + 2(-5x) - 5.2x - 5(-3y) \\&= 8y - 10x - 10x + 15y \\&= (8y + 15y) + (-10x - 10x) \\&= 23y - 20x.\end{aligned}$$

Bài 4. Cho biểu thức $M = x^2 - 2y + 3xy$. Tính giá trị của M khi $x = 2$, $y = 3$.

Giải

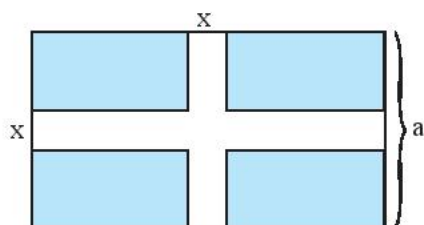
$$\text{Khi } x = 2, y = 3 \text{ thì } M = 2^2 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3 = 16.$$

C. BÀI TẬP

1. Hãy viết biểu thức số biểu thị diện tích hình bình hành có độ dài cạnh đáy bằng 6 cm và chiều cao bằng 5 cm.
2. Hãy viết biểu thức số biểu thị số quả cam được xếp trong 4 lớp trên cùng của khối trong Hình 1.
3. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị diện tích của một hình thoi có đường chéo thứ nhất dài hơn đường chéo thứ hai 4 cm.
4. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6 cm và hơn chiều cao 3 cm.
5. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị:
 - a) Tổng của $3x^2 + 1$ và $5(y - 2)$;
 - b) Tổng các bình phương của $a + 2$ và $b - 1$.
6. Nhiệt độ vào buổi sáng ở một thị trấn là x °C, tới trưa thì tăng thêm y °C, và đến tối thì giảm t °C so với buổi trưa. Hãy viết biểu thức biểu thị nhiệt độ vào buổi tối. Tính nhiệt độ vào buổi tối khi biết $x = 25$; $y = 5$; $t = 7$.
7. Rút gọn các biểu thức sau:
 - a) $4(2y - 3x) - 3(x - 2y)$;
 - b) $x^2 + 5y - 2y - 7x^2$.

Hình 1

8. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều rộng bằng a (m), chiều dài hơn chiều rộng 6 m. Người ta làm lối đi rộng x (m) (xem Hình 2). Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích phần còn lại của mảnh vườn. Tính diện tích ấy khi $a = 30$ m, $x = 1$ m.



Hình 2

9. Mỗi buổi sáng bạn Thu tập đi bộ kết hợp với chạy. Biết vận tốc đi bộ là 4km/giờ và chạy là 8km/giờ.
- Viết biểu thức biểu thị quãng đường mà bạn Thu đã đi bộ x giờ và chạy y giờ.
 - Tính quãng đường khi $x = 15$ phút và $y = 30$ phút.

Bài 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đa thức một biến

Đơn thức một biến là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và biến đó.

Chú ý: Ta chỉ thực hiện phép cộng, phép trừ hai đơn thức cùng một biến khi số mũ của biến là bằng nhau. Đối với phép chia ta chỉ thực hiện khi số mũ của biến trong đơn thức bị chia lớn hơn hoặc bằng số mũ của biến trong đơn thức chia.

Đa thức một biến là tổng của những đơn thức cùng một biến.

Đơn thức cũng là đa thức một biến.

2. Cách biểu diễn đa thức một biến

Để thuận tiện cho việc tính toán đối với các đa thức một biến, người ta thường sắp xếp các đơn thức của chúng theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến.

Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không) là số mũ lớn nhất của biến trong đa thức đó khi ở dạng thu gọn. Chẳng hạn, đa thức $P(x) = 5x^2 + 7x - 3$ có bậc là 2.

3. Giá trị của đa thức một biến

Để tìm giá trị của một đa thức một biến khi biết giá trị của biến người ta thế giá trị của biến vào rồi thực hiện các phép tính.

4. Nghiệm của đa thức một biến

Nếu đa thức $P(x)$ có giá trị bằng 0 tại $x = a$ thì ta nói a (hoặc $x = a$) là một nghiệm của đa thức đó.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho đa thức $P(x) = 3x^2 + 5x^3 - 10x + 2x^3 - 8x^2 + 9 + 6x$.

Hãy sắp xếp đa thức theo các đơn thức có lũy thừa giảm dần và nêu bậc, các hệ số của đa thức $P(x)$.

Giải

$$P(x) = (5x^3 + 2x^3) + (-8x^2 + 3x^2) + (6x - 10x) + 9 = 7x^3 - 5x^2 - 4x + 9.$$

Đa thức $P(x)$ có bậc là 3.

Hệ số bậc 3 là 7; hệ số bậc 2 là -5; hệ số bậc 1 là -4; hệ số tự do là 9.

Bài 2. Cho đa thức $Q(x) = 3x^2 + 6x - 9$.

a) Tính giá trị của $Q(x)$ khi $x = 1$ và $x = -3$.

b) Tìm $x \in \{1; 3; -3\}$ là nghiệm của $Q(x)$.

Giải

a) Khi $x = 1$ thì $Q(1) = 0$; khi $x = -3$ thì $Q(-3) = 0$.

b) Ta có $Q(1) = Q(-3) = 0$ và $Q(3) = 36$ nên $x = 1, x = -3$ là các nghiệm cần tìm của đa thức $Q(x)$.

C. BÀI TẬP

1. Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đa thức một biến:

$$A = -4; \quad B = 2t + 9; \quad C = \frac{3x-4}{2x+1}; \quad N = \frac{1-2y}{3}; \quad M = 4 + 7y - 2y^3.$$

2. Cho đa thức $P(x) = 3x^2 + 8x^3 - 2x + 4x^3 - 2x^2 + 9$. Hãy sắp xếp các đơn thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

3. Cho đa thức $P(x) = 4x^2 + 2x^3 - 15x + 7x^3 - 9x^2 + 6 + 5x$. Hãy nêu bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức $P(x)$.

4. Hãy tính giá trị của các đa thức:

a) $P(x) = -3x^3 + 8x^2 - 2x + 1$ khi $x = -3$;

b) $Q(y) = 7y^3 - 6y^4 + 3y^2 - 2y$ khi $y = 2$.

5. Hỏi $x = -\frac{4}{5}$ có phải là một nghiệm của $P(x) = 5x + 4$ không?

6. Cho đa thức $Q(t) = 3t^2 + 15t + 12$. Hãy cho biết các số nào trong tập hợp $\{1; -4; -1\}$ là nghiệm của $Q(t)$.

7. Đa thức $M(t) = -8 - 3t^2$ có nghiệm không? Tại sao?
8. Trong môn bóng chuyền, một cú phát bóng có thể được mô tả bởi biểu thức $h = -4,9t^2 + 3,8t + 1,6$, trong đó h là chiều cao của quả bóng so với mặt sân được tính bằng mét và t là thời gian kể từ khi phát bóng được tính bằng giây. Tính chiều cao h khi $t = 0,4$ giây.
9. Cho một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 80 mét với chiều dài bằng x mét. Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích mảnh vườn. Tính diện tích mảnh vườn khi $x = 25$ m.
10. Chiều cao của một pháo hoa so với mặt đất được mô tả bởi biểu thức $h = -4,8t^2 + 21,6t + 156$, trong đó h tính bằng mét và thời gian t kể từ khi bắn được tính bằng giây (chỉ xét $0 < t < 2,2$). Tính chiều cao h khi $t = 2$ giây.

Bài 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phép cộng đa thức một biến

Để cộng hai đa thức một biến ta thực hiện như sau:

Bước 1: Sắp xếp các đơn thức của hai đa thức cùng theo thứ tự lũy thừa tăng dần (hoặc giảm dần) của biến.

Bước 2: Thực hiện phép tính theo hàng ngang hoặc theo cột dọc.

Ví dụ: Cho $P = 3x^2 - 4x + 1$ và $Q = -5 - 2x^2 + 7x$. Tính $P + Q$.

Bước 1: $P = 3x^2 - 4x + 1$ và $Q = -2x^2 + 7x - 5$.

Bước 2: $P + Q = 3x^2 - 4x + 1 + (-2x^2 + 7x - 5)$

$$= 3x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 7x - 5$$

$$= (3x^2 - 2x^2) + (-4x + 7x) + (1 - 5) = x^2 + 3x - 4.$$

Nếu cộng theo cột dọc thì làm như sau:

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4x + 1 \\ + \quad -2x^2 + 7x - 5 \\ \hline x^2 + 3x - 4 \end{array}$$

2. Phép trừ đa thức một biến

Để trừ hai đa thức một biến ta thực hiện như sau:

Bước 1: Sắp xếp các đơn thức của hai đa thức cùng theo thứ tự lũy thừa tăng dần (hoặc giảm dần) của biến.

Bước 2: Thực hiện phép tính theo hàng ngang hoặc theo cột dọc.

Ví dụ: Cho $P = 3x^2 - 4x + 1$ và $Q = -5 - 2x^2 + 7x$. Tính $P - Q$.

Bước 1: $P = 3x^2 - 4x + 1$ và $Q = -2x^2 + 7x - 5$

$$\begin{aligned}\text{Bước 2: } P - Q &= 3x^2 - 4x + 1 - (-2x^2 + 7x - 5) \\ &= 3x^2 - 4x + 1 + 2x^2 - 7x + 5 \\ &= (3x^2 + 2x^2) + (-4x - 7x) + (1 + 5) = 5x^2 - 11x + 6.\end{aligned}$$

Nếu trừ theo cột dọc thì làm như sau:

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4x + 1 \\ - \quad -2x^2 + 7x - 5 \\ \hline 5x^2 - 11x + 6 \end{array}$$

(Khi giải toán ta thường chọn cách tính theo hàng ngang. Ít khi ta tính theo cột dọc).

3. Tính chất của phép cộng đa thức một biến

Cho A, B, C là các đa thức theo cùng một biến thì:

$$A + B = B + A; A + (B + C) = (A + B) + C.$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho hai đa thức $P(x) = -2x^4 - 5x^2 + 3$ và $Q(x) = 3x^4 - 6x^2 + 4x - 2$.

Hãy tính $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$ bằng 2 cách.

Giải

$$\begin{aligned}\text{Cách 1: } P(x) + Q(x) &= -2x^4 - 5x^2 + 3 + (3x^4 - 6x^2 + 4x - 2) \\ &= (-2x^4 + 3x^4) + (-5x^2 - 6x^2) + 4x + (3 - 2) \\ &= x^4 - 11x^2 + 4x + 1.\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r} -2x^4 - 5x^2 + 3 \\ + \quad 3x^4 - 6x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^4 - 11x^2 + 4x + 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{Cách 1: } P(x) - Q(x) &= -2x^4 - 5x^2 + 3 - (3x^4 - 6x^2 + 4x - 2) \\ &= -2x^4 - 5x^2 + 3 - 3x^4 + 6x^2 - 4x + 2 \\ &= (-2x^4 - 3x^4) + (-5x^2 + 6x^2) - 4x + (3 + 2) \\ &= -5x^4 + x^2 - 4x + 5.\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r} -2x^4 - 5x^2 + 3 \\ - \quad 3x^4 - 6x^2 + 4x - 2 \\ \hline -5x^4 + x^2 - 4x + 5 \end{array}$$

Bài 2. Cho đa thức $P(x) = -2x^4 - 5x^2 + 3$. Tìm các đa thức $M(x), N(x)$ sao cho $M(x) - P(x) = 3x^2 - 7x + 1$; $N(x) + P(x) = 4x^2 - 2x + 3$.

Giải

$$M(x) - P(x) = 3x^2 - 7x + 1 \text{ thì}$$

$$M(x) = 3x^2 - 7x + 1 + P(x) = 3x^2 - 7x + 1 + (-2x^4 - 5x^2 + 3) \\ = -2x^4 - 2x^2 - 7x + 4.$$

$$N(x) + P(x) = 4x^2 - 2x + 3 \text{ thì}$$

$$N(x) = 4x^2 - 2x + 3 - P(x) = 4x^2 - 2x + 3 - (-2x^4 - 5x^2 + 3) \\ = 4x^2 - 2x + 3 + 2x^4 + 5x^2 - 3 = 2x^4 + 9x^2 - 2x.$$

Bài 3. Tính $A = 3x + 5 + [(x^2 - 4x + 3) + (6 - 3x)]$.

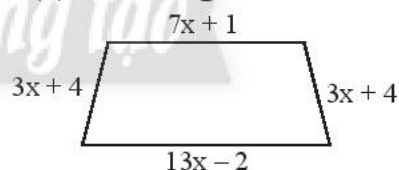
Giải

$$A = 3x + 5 + (6 - 3x) + (x^2 - 4x + 3) = [3x + 5 + (6 - 3x)] + (x^2 - 4x + 3) \\ = 11 + (x^2 - 4x + 3) = x^2 - 4x + 14.$$

C. BÀI TẬP

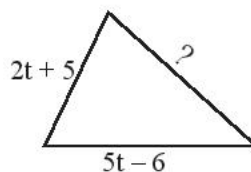
1. Cho hai đa thức $P(x) = -4x^4 - 3x^2 + 7$ và $Q(x) = 2x^4 - 5x^2 + 8x - 1$. Hãy tính $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.
2. Cho đa thức $A(t) = 2t^4 - 8t^3 + 9t + 3$.
Tìm đa thức $B(t)$ sao cho $B(t) - A(t) = -4t^3 + 3t^2 + 8t$.
3. Cho đa thức $M(x) = 4x^3 - 7x^2 + 2x - 9$.
Tìm đa thức $N(x)$ sao cho $M(x) + N(x) = 2x^3 - 6x$.
4. Cho ba đa thức $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 8x - 10$; $Q(x) = 4x^3 - 6x^2 + 7x - 1$ và $R(x) = -3x^4 + 5x^2 - 8x - 5$. Tính $P(x) + Q(x) + R(x)$ và $P(x) - Q(x) - R(x)$.
5. Cho đa thức $P(x) = -3x^2 + 7x - 5$. Hãy viết $P(x)$ thành tổng của hai đa thức bậc bốn.

6. Viết biểu thức biểu thị chu vi của hình thang cân trong Hình 1.



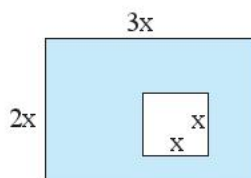
Hình 1

7. Cho tam giác (xem Hình 2) có chu vi bằng $12t - 6$. Hãy tìm cạnh chưa biết của tam giác đó.



Hình 2

8. Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích của phần được tô đậm trong Hình 3.



Hình 3

9. Số lượng xe du lịch được bán ra tại một nước từ năm 1983 tới năm 1996 được mô tả theo công thức $C = -0,016t^4 + 0,49t^3 - 4,8t^2 + 14t + 70$ (tính bằng đơn vị nghìn chiếc), trong khi đó số xe tải thì tính theo $T = -0,01t^4 + 0,31t^3 - 3t^2 + 11t + 23$, với t là số năm tính từ 1983. Viết biểu thức biểu thị số xe (cả xe du lịch và xe tải) được bán ra trong khoảng thời gian nêu trên. Tính số xe được bán ra vào năm 1990 (ứng với $t = 7$).

10. Dân số nước Mỹ từ năm 1980 tới 1996 được tính theo công thức:

$$P = -0,8t^4 + 27t^3 - 262t^2 + 3\,010t + 227\,000.$$

Và số người từ 85 tuổi trở lên thì tính theo công thức:

$$S = 0,02t^4 - 0,7t^3 + 6,4t^2 + 213t + 7\,740.$$

Trong đó P , S tính theo đơn vị nghìn người, t là số năm tính từ 1980.

Viết biểu thức biểu thị số người Mỹ dưới 85 tuổi và tính số người đó vào năm 1995 (ứng với $t = 15$).

Bài 4. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phép nhân đa thức một biến

Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi số hạng của đa thức này với từng số hạng của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ: Thực hiện phép nhân $(4x + 2) \cdot (3x^2 - 6x + 5)$.

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } (4x + 2) \cdot (3x^2 - 6x + 5) &= 4x \cdot (3x^2 - 6x + 5) + 2 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \\ &= 12x^3 - 24x^2 + 20x + 6x^2 - 12x + 10 \\ &= 12x^3 - 18x^2 + 8x + 10.\end{aligned}$$

2. Phép chia đa thức một biến

Cho hai đa thức P và Q ($Q \neq 0$). Ta nói đa thức P chia hết cho đa thức Q nếu có đa thức M sao cho $P = Q \cdot M$.

Nếu $P = Q \cdot M + R$ thì ta nói đa thức P chia cho đa thức Q thì được thương là đa thức M và dư là đa thức R (với bậc của R bé hơn bậc của Q).

3. Tính chất của phép nhân đa thức một biến

Cho A , B , C là các đa thức của cùng một biến thì:

$$A \cdot B = B \cdot A; (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C).$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Thực hiện phép nhân $(4x - 3)(2x^2 - 5x + 6)$.

Giải

$$\begin{aligned}(4x - 3)(2x^2 - 5x + 6) &= 4x(2x^2 - 5x + 6) - 3(2x^2 - 5x + 6) \\&= 8x^3 - 20x^2 + 24x - 6x^2 + 15x - 18 \\&= 8x^3 - 26x^2 + 39x - 18.\end{aligned}$$

Bài 2. Thực hiện phép chia $(3x^2 - 7x - 10) : (3x - 10)$.

Giải

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 7x - 10 & 3x - 10 \\ \underline{3x^2 - 10x} & x + 1 \\ 3x - 10 & \\ \underline{3x - 10} & \\ 0 & \end{array}$$

Vậy $(3x^2 - 7x - 10) : (3x - 10) = x + 1$.

Bài 3. Thực hiện phép chia $(2x^2 - 5x + 1) : (x - 1)$

Giải

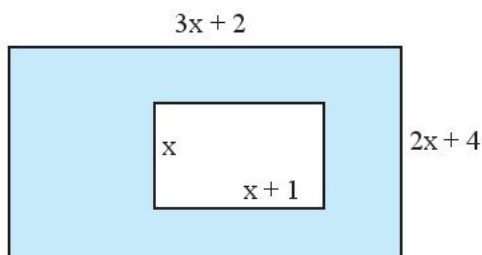
$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 5x + 1 & x - 1 \\ \underline{2x^2 - 2x} & 2x - 3 \\ -3x + 1 & \\ \underline{-3x + 3} & \\ -2 & \end{array}$$

Vậy $\frac{2x^2 - 5x + 1}{x - 1} = 2x - 3 - \frac{2}{x - 1}$.

C. BÀI TẬP

1. Thực hiện phép nhân $(7x - 2)(-2x + 5)$.
2. Thực hiện phép nhân $(3x - 4)(-2x^2 + 7x + 4)$.
3. Thực hiện phép nhân $(4x^2 - 2x + 1)(-2x^2 + 5x + 3)$.

4. Hãy lập biểu thức có dạng đa thức theo biến x biểu thị diện tích của phần được tô đậm trong Hình 1.



Hình 1

5. Thực hiện phép chia $(9x^5 - 15x^4 + 27x^3 - 12x^2) : 3x^2$.
6. Thực hiện phép chia $(2x^2 - 5x + 3) : (2x - 3)$.
7. Thực hiện phép chia $(4x^2 - 5) : (x - 2)$.
8. Thực hiện phép chia $(4x^3 - 7x + 2) : (2x^2 - 3)$.
9. Tính chiều dài của một hình chữ nhật có diện tích bằng $4y^2 + 4y - 3$ (cm²) và chiều rộng bằng $(2y - 1)$ (cm).
10. Cho hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $V = 3x^3 + 8x^2 - 45x - 50$ (cm³), chiều dài bằng $(x + 5)$ cm và chiều cao $(x + 1)$ cm. Hãy tính chiều rộng của hình hộp chữ nhật.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

1. Cho $B = xy^3 + 4xy - 2x^2 + 3$. Tính giá trị của biểu thức B khi $x = -1$, $y = 2$.
2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức một biến?
a) $2y$; b) $3x + 5$; c) 12 ; d) $\frac{1}{3}t^2$.
3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức một biến?
 $5 - 2x$; $6x^2 + 8x^3 + 3x - 2$; $\frac{2}{x-1}$; $\frac{1}{4}t - 5$.
4. Hãy viết một đa thức một biến bậc bốn có 5 số hạng.
5. Hãy nêu bậc của các đa thức sau:
 $A = 5x^2 - 2x^4 + 7$; $B = 17$; $C = 3x - 4x^3 + 2x^2 + 1$.
6. Cho đa thức $P(x) = x^3 + 64$. Tìm nghiệm của $P(x)$ trong tập hợp $\{0; 4; -4\}$.
7. Tam giác có độ dài hai cạnh là $3y + 2$; $6y - 4$ và chu vi bằng $23y - 5$. Tìm cạnh chưa biết trong tam giác đó.

8. Cho đa thức $M(x) = 3x^5 - 4x^3 + 9x + 2$. Tìm các đa thức $N(x)$, $Q(x)$ sao cho:
 $N(x) - M(x) = -5x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 8x$ và $Q(x) + M(x) = 3x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 7$.
9. Thực hiện phép nhân.
 a) $(4x - 5)(3x + 4)$; b) $(2x^2 - 3x + 5)(4x + 3)$.
10. Thực hiện phép chia.
 a) $(64y^2 - 16y^4 + 8y^5) : 4y$; b) $(5t^2 - 8t + 3) : (t - 1)$.
11. Thực hiện phép chia.
 a) $(x^4 + 6x^2 + 8) : (x^2 + 2)$; b) $(3x^3 - 2x^2 + 3x - 2) : (x^2 + 1)$.
12. Thực hiện phép chia.
 a) $(2x^2 - 7x + 4) : (x - 2)$; b) $(2x^3 + 3x^2 + 3x + 4) : (x^2 + 2)$.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. BIỂU THỨC SỐ, BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

1. Biểu thức số biểu thị diện tích hình bình hành là: $6 \cdot 5 \text{ (cm}^2\text{)}$.
2. Biểu thức cần tìm là: $1 + 2^2 + 3^2 + 4^2$.
3. Gọi $a \text{ (cm)}$ là độ dài của đường chéo thứ nhất, thì độ dài đường chéo thứ hai bằng $a - 4 \text{ (cm)}$.
 Diện tích hình thoi được biểu thị bởi: $\frac{1}{2}a(a - 4) \text{ (cm}^2\text{)}$.
4. Gọi $x \text{ (cm)}$ là chiều dài của hình hộp chữ nhật thì $x - 6 \text{ (cm)}$ là chiều rộng và $x - 3 \text{ (cm)}$ là chiều cao.
 Thể tích của hình hộp chữ nhật được biểu thị bởi: $x(x - 6)(x - 3) \text{ (cm}^3\text{)}$.
5. a) $3x^2 + 1 + 5(y - 2)$; b) $(a + 2)^2 + (b - 1)^2$.
6. Nhiệt độ vào buổi tối biểu thị bởi: $x + y - t \text{ (}^\circ\text{C)}$.
 Tại $x = 25$, $y = 5$, $t = 7$ thì nhiệt độ buổi tối là: $25 + 5 - 7 = 23 \text{ }^\circ\text{C}$.
7. a) $4(2y - 3x) - 3(x - 2y) = 14y - 15x$;
 b) $x^2 + 5y - 2y - 7x^2 = -6x^2 + 3y$.
8. Chiều dài mảnh vườn là $a + 6$. Diện tích mảnh vườn là: $a(a + 6)$.
 Diện tích lối đi là: $x \cdot a + x(a + 6) - x^2$.
 Diện tích phần còn lại của mảnh vườn là:
 $a(a + 6) - [x \cdot a + x(a + 6) - x^2] = a^2 + 6a - 2ax - 6x + x^2$.
 Khi $a = 30$ và $x = 1$ thì diện tích nói trên bằng: $1\,015 \text{ m}^2$.

9. Quãng đường được biểu thị bởi: $4x + 8y$.

Khi $x = 15$ phút $= \frac{1}{4}$ giờ và $y = 30$ phút $= \frac{1}{2}$ giờ thì quãng đường cần tìm

$$\text{là: } 4 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{1}{2} = 1 + 4 = 5 \text{ (km)}.$$

Bài 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN

1. C không phải là đa thức một biến, còn lại đều là đa thức một biến.
2. $P(x) = (8x^3 + 4x^3) + (3x^2 - 2x^2) - 2x + 9 = 12x^3 + x^2 - 2x + 9$.
3. $P(x) = (7x^3 + 2x^3) + (-9x^2 + 4x^2) + (5x - 15x) + 6$
 $= 9x^3 - 5x^2 - 10x + 6$.
 $P(x)$ có bậc là 3, hệ số cao nhất là 9, hệ số tự do là 6.
4. a) Khi $x = -3$ thì $P(x)$ có giá trị là $P(-3) = -3(-3)^3 + 8(-3)^2 - 2(-3) + 1 = 160$.
b) Khi $y = 2$ thì $Q(y)$ có giá trị là $Q(2) = 7 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = -32$.
5. Vì $P\left(\frac{-4}{5}\right) = 5\left(\frac{-4}{5}\right) + 4 = -4 + 4 = 0$ nên $x = \frac{-4}{5}$ là nghiệm của $P(x)$.
6. Ta có $Q(-1) = 0$, $Q(1) = 30$, $Q(-4) = 0$ nên $x = -1$ và $x = -4$ là các nghiệm của $Q(t)$.
7. Ta có $-3t^2 \leq 0$ nên $M(t) = -8 - 3t^2 \leq -8$, do đó $M(t) \neq 0$ với mọi t .
Vậy $M(t)$ không có nghiệm.
8. Ta có $h(0,4) = -4,9 \cdot (0,4)^2 + 3,8 \cdot 0,4 + 1,6 \approx 2,34$.
Vậy chiều cao h là khoảng 2,34 m.
9. Chiều rộng mảnh vườn là: $(80 : 2) - x = 40 - x$.
Diện tích mảnh vườn là: $S = x(40 - x) = -x^2 + 40x$.
Khi $x = 25$ thì $S = -(25)^2 + 40 \cdot 25 = 375$.
Vậy khi $x = 25$ m thì mảnh vườn có diện tích là 375 m^2 .
10. $h(2) = -4,8 \cdot 2^2 + 21,6 \cdot 2 + 156 = 180$.
Vậy khi $t = 2$ thì chiều cao $h = 180$ m.

Bài 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

- $P(x) + Q(x) = -4x^4 - 3x^2 + 7 + (2x^4 - 5x^2 + 8x - 1)$
 $= -2x^4 - 8x^2 + 8x + 6.$
 $P(x) - Q(x) = -4x^4 - 3x^2 + 7 - (2x^4 - 5x^2 + 8x - 1)$
 $= -6x^4 + 2x^2 - 8x + 8.$
- Ta có $B(t) - A(t) = -4t^3 + 3t^2 + 8t$, suy ra $B(t) = -4t^3 + 3t^2 + 8t + A(t)$.
Do đó $B(t) = -4t^3 + 3t^2 + 8t + (2t^4 - 8t^3 + 9t + 3)$
 $= 2t^4 - 12t^3 + 3t^2 + 17t + 3.$
- Ta có $M(x) + N(x) = 2x^3 - 6x$, suy ra $N(x) = 2x^3 - 6x - M(x)$.
Do đó $N(x) = 2x^3 - 6x - (4x^3 - 7x^2 + 2x - 9)$
 $= -2x^3 + 7x^2 - 8x + 9.$
- $P(x) + Q(x) + R(x)$
 $= (3x^4 - 2x^2 + 8x - 10) + (4x^3 - 6x^2 + 7x - 1) + (-3x^4 + 5x^2 - 8x - 5)$
 $= [3x^4 - 2x^2 + 8x - 10 + (-3x^4 + 5x^2 - 8x - 5)] + 4x^3 - 6x^2 + 7x - 1$
 $= 3x^2 - 15 + 4x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 16.$
 $P(x) - Q(x) - R(x)$
 $= (3x^4 - 2x^2 + 8x - 10) - (4x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (-3x^4 + 5x^2 - 8x - 5)$
 $= 6x^4 - 4x^3 - x^2 + 9x - 4.$
- Ta có $P(x) = (5x^4 + 2x) + (-3x^2 + 7x - 5) - (5x^4 + 2x)$
 $= (5x^4 - 3x^2 + 2x) + (-5x^4 - 2x + 7x - 5)$
 $= M(x) + N(x)$
với $M(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x$, $N(x) = -5x^4 - 2x + 7x - 5$.
Nhận xét: Bài này có nhiều cách trả lời.
- Chu vi hình thang là: $(7x + 1) + (13x - 2) + (3x + 4) + (3x + 4) = 26x + 7.$
- Độ dài cạnh cần tìm là: $12t - 6 - [(2t + 5) + (5t - 6)] = 5t - 5.$
- Diện tích của hình chữ nhật có độ dài cạnh $2x$ và $3x$ là: $2x \cdot 3x = 6x^2$;
Diện tích của hình vuông cạnh x là: x^2 ;
Diện tích cần tìm là: $6x^2 - x^2 = 5x^2.$
- Tổng số xe được bán ra biểu thị bởi:
 $C + T = -0,016t^4 + 0,49t^3 - 4,8t^2 + 14t + 70 + (-0,01t^4 + 0,31t^3 - 3t^2 + 11t + 23)$
 $= -0,026t^4 + 0,8t^3 - 7,8t^2 + 25t + 93.$

Khi $t = 7$ thì $C + T = -0,026 \cdot (7)^4 + 0,8 \cdot (7)^3 - 7,8 \cdot (7)^2 + 25 \cdot 7 + 93 = 97,774$.

Vậy số xe bán ra vào năm 1990 là 97 774 chiếc.

10. Số người Mỹ dưới 85 tuổi được tính bởi:

$$P - S = -0,8t^4 + 27t^3 - 262t^2 + 3010t + 227000 - (0,02t^4 - 0,7t^3 + 6,4t^2 + 213t + 7740) \\ = -0,82t^4 + 27,7t^3 - 268,4t^2 + 2797t + 219260.$$

Khi $t = 15$ thì

$$P - S = -0,82 \cdot (15)^4 + 27,7 \cdot (15)^3 - 268,4 \cdot (15)^2 + 2797 \cdot 15 + 219260 \\ = 252800.$$

Vậy vào năm 1995, số người Mỹ dưới 85 tuổi là vào khoảng 252 800 000 người.

Bài 4. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

1. $(7x - 2)(-2x + 5) = 7x(-2x + 5) - 2(-2x + 5) \\ = -14x^2 + 39x - 10.$

2. $(3x - 4)(-2x^2 + 7x + 4) = 3x(-2x^2 + 7x + 4) - 4(-2x^2 + 7x + 4) \\ = -6x^3 + 29x^2 - 16x - 16.$

3. $(4x^2 - 2x + 1)(-2x^2 + 5x + 3) \\ = 4x^2(-2x^2 + 5x + 3) - 2x(-2x^2 + 5x + 3) + (-2x^2 + 5x + 3) \\ = -8x^4 + 24x^3 - x + 3.$

4. Diện tích hình chữ nhật lớn là: $(2x + 4)(3x + 2) = 6x^2 + 16x + 8$.
Diện tích hình chữ nhật nhỏ là: $x(x + 1) = x^2 + x$.
Diện tích cần tìm là: $6x^2 + 16x + 8 - (x^2 + x) = 5x^2 + 15x + 8$.

5. $(9x^5 - 15x^4 + 27x^3 - 12x^2) : 3x^2 \\ = (9x^5 : 3x^2) + (-15x^4 : 3x^2) + (27x^3 : 3x^2) + (-12x^2 : 3x^2) \\ = 3x^3 - 5x^2 + 9x - 4.$

6.

$2x^2 - 5x + 3$	$2x - 3$
$2x^2 - 3x$	$x - 1$
$-2x + 3$	
$-2x + 3$	
0	

Vậy $(2x^2 - 5x + 3) : (2x - 3) = x - 1$.

$$\begin{array}{r|l}
 4x^2 & -5 \\
 4x^2 - 8x & \\
 \hline
 8x & -5 \\
 8x - 16 & \\
 \hline
 & 11
 \end{array}$$

Vậy $\frac{4x^2-5}{x-2} = 4x+8 + \frac{11}{x-2}$.

$$\begin{array}{r|l}
 4x^3 - 7x + 2 & 2x^2 - 3 \\
 4x^3 - 6x & \\
 \hline
 -x + 2 &
 \end{array}$$

Vậy $\frac{4x^3-7x+2}{2x^2-3} = 2x + \frac{-x+2}{2x^2-3}$.

9. Chiều dài của hình chữ nhật là: $\frac{4y^2+4y-3}{2y-1} = 2y+3$ (cm).

10. Gọi b là chiều rộng của hình hộp chữ nhật, ta có: $V = (x+5)(x+1)b$.

Suy ra: $b = \frac{V}{(x+5)(x+1)} = \frac{3x^3+8x^2-45x-50}{x^2+6x+5} = 3x-10$ (cm).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

1. $B = -15$.

2. Chọn a) c) d).

3. Chọn $5-2x$; $6x^2+8x^3+3x-2$; $\frac{1}{4}t-5$.

4. $3x^4-5x^3+2x^2-7x+6$.

5. A có bậc là 4; B có bậc là 0; C có bậc là 3.

6. -4 là nghiệm.

7. $14y-3$.

8. $N = 3x^5 - 5x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 17x + 2$; $Q = -3x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 9x - 9$.

9. a) $(4x-5)(3x+4) = 12x^2 + x - 20$;

b) $(2x^2-3x+5)(4x+3) = 8x^3 - 6x^2 + 11x + 15$.

10. a) $16y - 4y^3 + 2y^4$; b) $5t - 3$.

11. a) $x^2 + 4$; b) $3x - 2$.

12. a) $\frac{2x^2-7x+4}{x-2} = 2x-3 - \frac{2}{x-2}$; b) $\frac{2x^3+3x^2+3x+4}{x^2+2} = 2x+3 - \frac{x+2}{x^2+2}$.

Phần HÌNH HỌC và ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẪNG

Chương 8.

TAM GIÁC

Bài 1. GÓC VÀ CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tổng ba góc của một tam giác

Định lý: Tổng số đo ba góc của một tam giác bằng 180° .

Chú ý:

- Tam giác có 3 góc nhọn được gọi là *tam giác nhọn*.
- Tam giác có 1 góc vuông được gọi là *tam giác vuông*.
- Tam giác có 1 góc tù được gọi là *tam giác tù*.

Nhận xét: Trong một tam giác vuông, tổng hai góc nhọn bằng 90° .

2. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác

Định lý: Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

Xét một tam giác ABC bất kì, ta luôn có các bất đẳng thức sau:

$$AB + AC > BC; \quad AB + BC > AC; \quad AC + BC > AB.$$

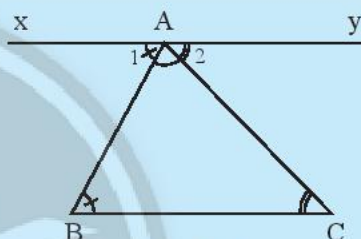
Các bất đẳng thức trên được gọi là *bất đẳng thức tam giác*.

Nhận xét: Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng độ dài của hai cạnh còn lại.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC, với cạnh AB, ta có:

$$AC - BC < AB < AC + BC \text{ hay } BC - AC < AB < AC + BC.$$

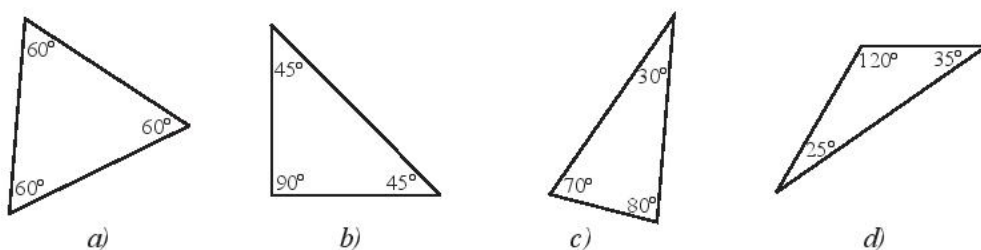
Lưu ý: Khi xét độ dài ba đoạn thẳng có thoả mãn bất đẳng thức tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất với tổng của hai độ dài còn lại, hoặc so sánh độ dài nhỏ nhất với hiệu hai độ dài còn lại.



Hình 1

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tìm tổng ba góc của các tam giác trong Hình 2.

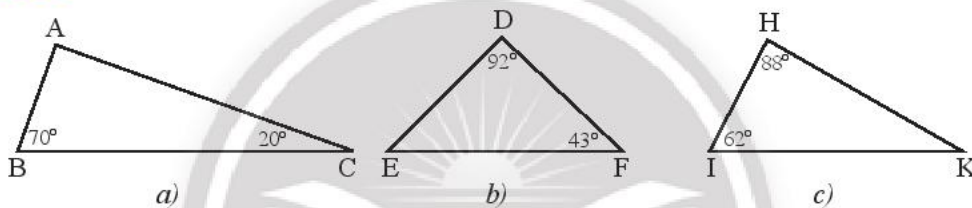


Hình 2

Giải

Tổng số đo của các góc trong tam giác luôn bằng 180° .

Bài 2. Tìm số đo các góc chưa biết trong Hình 3.



Hình 3

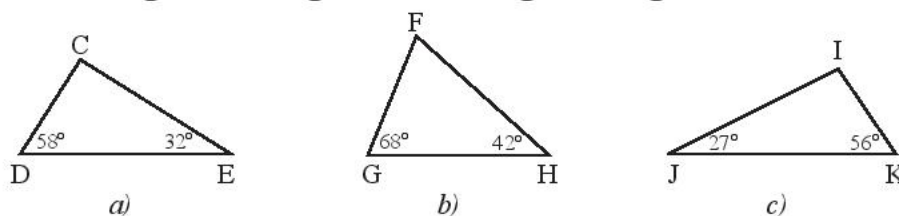
Giải

a) $\hat{A} = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ$.

b) $\hat{E} = 180^\circ - 92^\circ - 43^\circ = 45^\circ$.

c) $\hat{K} = 180^\circ - 62^\circ - 88^\circ = 30^\circ$.

Bài 3. Trong các tam giác ở Hình 4, tam giác nào là tam giác nhọn, tam giác nào là tam giác tù, tam giác nào là tam giác vuông? Giải thích.



Hình 4

Giải

a) Ta có $\hat{C} = 180^\circ - 32^\circ - 58^\circ = 90^\circ$ nên tam giác CDE là tam giác vuông.

b) Ta có $\hat{F} = 180^\circ - 68^\circ - 42^\circ = 70^\circ$.

Vì tam giác FGH có ba góc đều nhọn nên là tam giác nhọn.

c) Ta có $\hat{I} = 180^\circ - 27^\circ - 56^\circ = 97^\circ > 90^\circ$ nên tam giác IJK là tam giác tù.

Bài 4. Cho ba đoạn thẳng $MN = 2$ cm, $NP = 6$ cm, $MP = 3$ cm. Theo em, ba đoạn thẳng trên có thể tạo thành một tam giác không?

Giải

Ta có $MN + MP = 2 + 3 = 5 < 6 = NP$. Ba đoạn thẳng trên không thỏa mãn bất đẳng thức tam giác nên không thể tạo thành một tam giác.

Bài 5. Cho tam giác ABC với độ dài ba cạnh là ba số nguyên. Nếu $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm thì cạnh BC có thể có độ dài là bao nhiêu?

Giải

Ta có bất đẳng thức tam giác đối với ba cạnh của tam giác ABC:

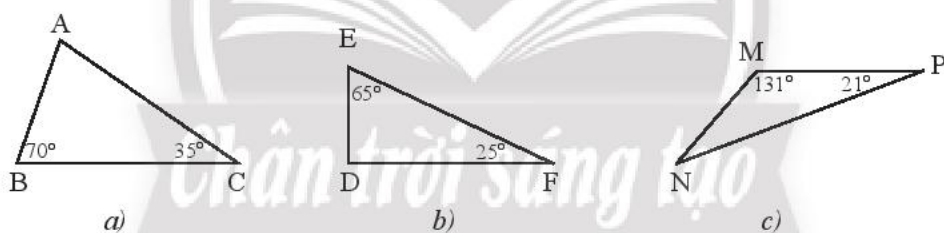
$$AB - AC < BC < AB + AC$$

$$2 < BC < 8$$

Do độ dài BC là số nguyên nên độ dài BC chỉ có thể là: 3; 4; 5; 6; 7 (cm).

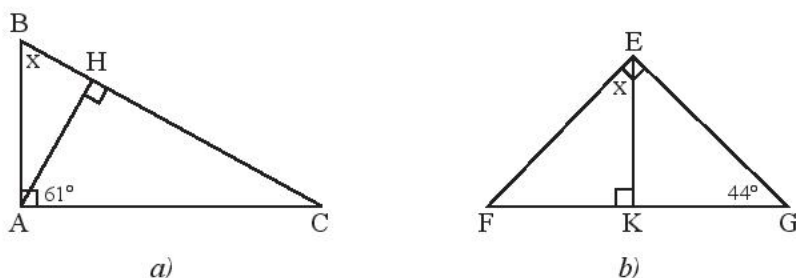
C. BÀI TẬP

1. Tìm số đo các góc còn chưa biết của các tam giác trong Hình 5.



Hình 5

2. Tính số đo x trong Hình 6.



Hình 6

3. Hãy tính tổng 4 góc trong một hình thoi ABCD.
4. Trong các bộ ba đoạn thẳng dưới đây, bộ ba nào có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?
 - a) 1 cm, 7 cm, 9 cm; b) 2 cm, 6 cm, 8 cm; c) 5 cm, 6 cm, 10 cm.
5. Cho tam giác ABC có $BC = 9$ cm, $AB = 1$ cm. Tìm độ dài cạnh AC, biết rằng độ dài này là một số nguyên.
6. Trong một trạm nghiên cứu, người ta đánh dấu ba khu vực M, N, P là ba đỉnh của một tam giác, biết các khoảng cách $MN = 30$ m, $MP = 90$ m.
 - a) Nếu đặt ở khu vực P một trạm phát sóng có bán kính hoạt động 60 m thì tại khu vực N có nhận được tín hiệu không? Vì sao?
 - b) Cùng câu hỏi như trên với bán kính hoạt động 120 m.

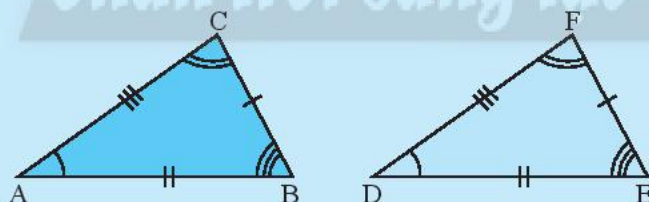
Bài 2. TAM GIÁC BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hai tam giác bằng nhau

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

Hai tam giác ABC và DEF bằng nhau được kí hiệu là $\triangle ABC = \triangle DEF$.



Hình 1

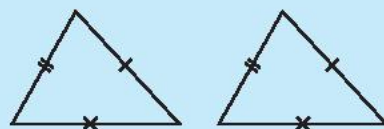
Chú ý:

- Khi vẽ hình hai tam giác bằng nhau, các cạnh hoặc các góc bằng nhau được đánh dấu bởi những kí hiệu giống nhau.
- Khi dùng kí hiệu hai tam giác bằng nhau, ta phải viết các đỉnh tương ứng theo cùng thứ tự.

2. Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác

Trường hợp bằng nhau thứ nhất: cạnh – cạnh – cạnh (c.c.c)

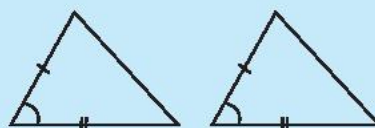
Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Hình 2

Trường hợp bằng nhau thứ hai: cạnh – góc – cạnh (c.g.c)

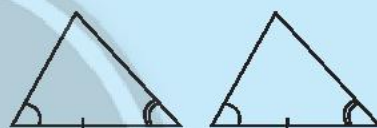
Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Hình 3

Trường hợp bằng nhau thứ ba: góc – cạnh – góc (g.c.g)

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

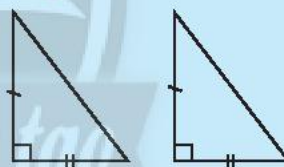


Hình 4

3. Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông

Trường hợp hai cạnh góc vuông

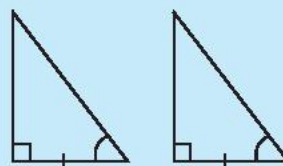
Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 5

Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy

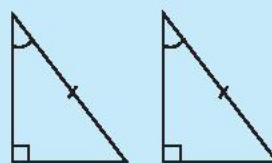
Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 6

Trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn

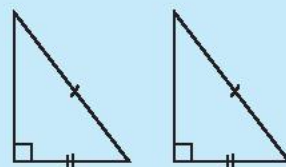
Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 7

Trường hợp cạnh huyền và một cạnh góc vuông

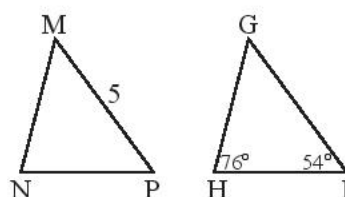
Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 8

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Trong Hình 9, cho biết $\triangle MNP = \triangle GHI$. Hãy tính số đo góc M và độ dài cạnh GI.



Hình 9

Giải

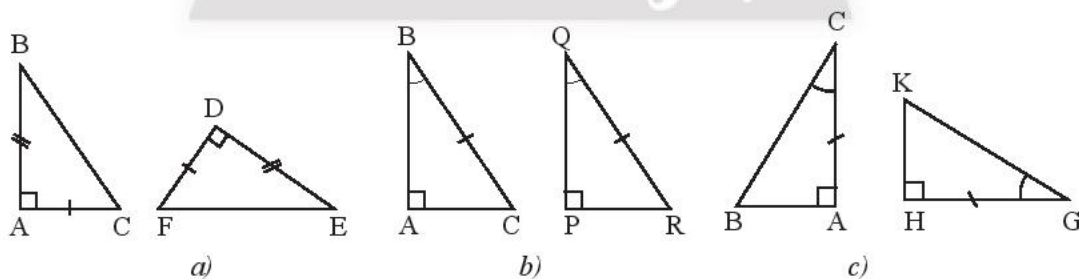
Ta có $\triangle MNP = \triangle GHI$, suy ra $\widehat{M} = \widehat{G} = 180^\circ - \widehat{H} - \widehat{I} = 180^\circ - 76^\circ - 54^\circ = 50^\circ$.
Ta có $\triangle GHI = \triangle MNP$, suy ra $GI = MP = 5$.

Bài 2. Cho hai tam giác bằng nhau ABC và DEF, trong đó $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$.
Tìm các cặp cạnh bằng nhau, cặp góc tương ứng bằng nhau còn lại.

Giải

Ta có $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$, suy ra $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{E} - \widehat{D} = \widehat{F}$.
Ta lại có $\triangle ABC = \triangle EFD$, suy ra $AB = EF$; $AC = ED$; $BC = FD$.

Bài 3. Tìm các cặp tam giác vuông bằng nhau trong Hình 10 và cho biết chúng bằng nhau theo các trường hợp nào.



Hình 10

Giải

- Tam giác vuông ABC bằng tam giác vuông DEF theo trường hợp hai cạnh góc vuông.
- Tam giác vuông ABC bằng tam giác vuông PQR theo trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn.

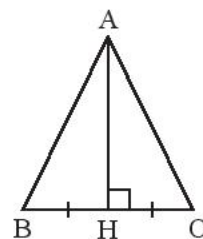
c) Tam giác vuông ABC bằng tam giác vuông HKG theo trường hợp một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh góc vuông đó.

Bài 4. Cho tam giác ABC có $AH \perp BC$ và H là trung điểm của BC. Chứng minh rằng $\triangle AHB = \triangle AHC$.

Giải

Xét hai tam giác vuông AHB và AHC ta có:
Cạnh AH chung, $HB = HC$ (vì H là trung điểm của BC).

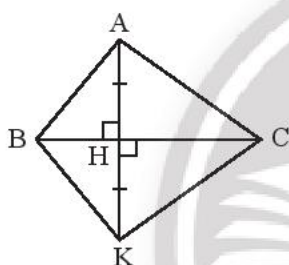
Suy ra $\triangle AHB = \triangle AHC$ theo trường hợp hai cạnh góc vuông của hai tam giác vuông bằng nhau.



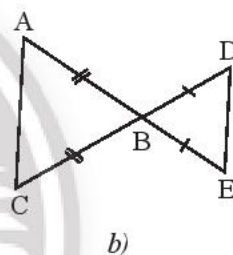
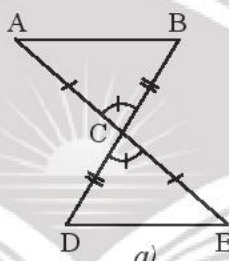
Hình 11

C. BÀI TẬP

1. Trong Hình 12, tìm tam giác bằng tam giác ABH.



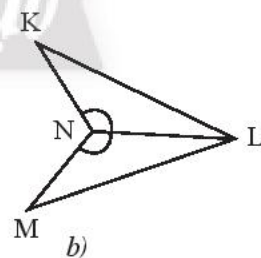
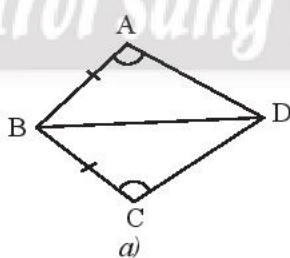
Hình 12



Hình 13

2. Hai tam giác trong Hình 13a, 13b có bằng nhau không? Vì sao?

3. Nêu thêm điều kiện để hai tam giác trong Hình 14a, 14b bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.



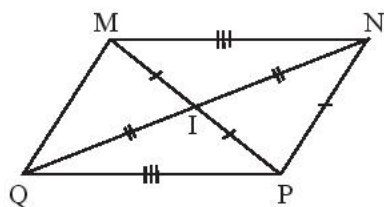
Hình 14

4. Quan sát Hình 15 rồi thay dấu ? bằng tên tam giác thích hợp.

a) $\triangle MNI = \triangle ?$;

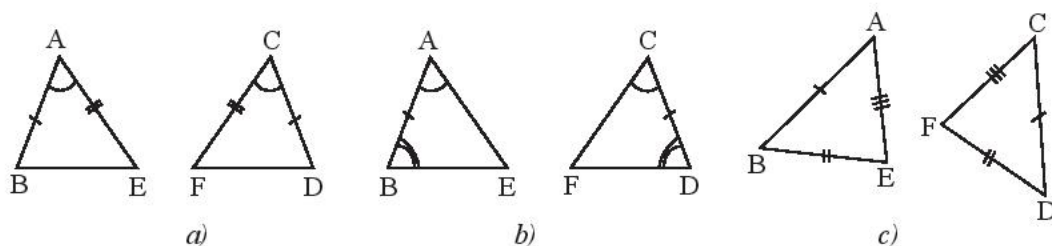
b) $\triangle INM = \triangle ?$;

c) $\triangle ? = \triangle QIP$.



Hình 15

5. Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$ và $\widehat{A} = 44^\circ$, $EF = 7 \text{ cm}$, $ED = 15 \text{ cm}$. Tính số đo $\widehat{D}$ và độ dài BC , BA .
6. Các cặp tam giác trong Hình 16 có bằng nhau không? Nếu có, chứng bằng nhau theo trường hợp nào?



Hình 16

7. Cho biết $\triangle ABC = \triangle DEF$ và $AB = 9 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$, $EF = 10 \text{ cm}$. Tính chu vi tam giác ABC .
8. Cho tam giác ABC có $AB = AC$, lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = CM$. Chứng minh hai tam giác ABM và ACM bằng nhau.
9. Cho góc xOy . Lấy hai điểm A, B thuộc tia Ox sao cho $OA < OB$. Lấy hai điểm C, D thuộc tia Oy sao cho $OA = OC$, $OB = OD$. Gọi M là giao điểm của AD và CB . Chứng minh rằng:
- $AD = CB$;
 - $\triangle MAB = \triangle MCD$.

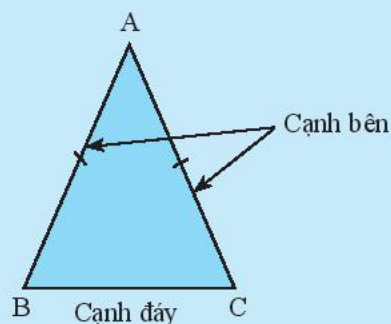
Bài 3. TAM GIÁC CÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tam giác cân

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Với tam giác ABC có $AB = AC$, ta gọi AB, AC là các *cạnh bên*, BC là *cạnh đáy*, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là các *góc ở đáy*, $\widehat{A}$ là *góc ở đỉnh*. Tam giác nói trên còn được gọi là *tam giác ABC cân tại A* .



Hình 1

2. Tính chất của tam giác cân

Định lý 1: Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Định lý 2: Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Chú ý:

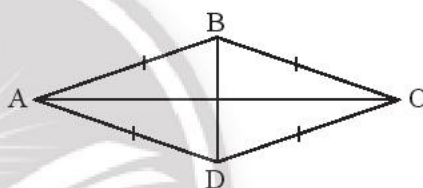
- Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.
- Tam giác vuông cân là tam giác vuông và cân.

Nhận xét:

- Tam giác cân có một góc bằng 60° là *tam giác đều*.
- Tam giác cân có hai góc đáy bằng 45° cũng đồng thời là tam giác vuông và được gọi là *tam giác vuông cân*.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Trong Hình 2 có bao nhiêu tam giác cân? Kể tên các cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đỉnh, góc ở đáy của mỗi tam giác cân đó.



Hình 2

Giải

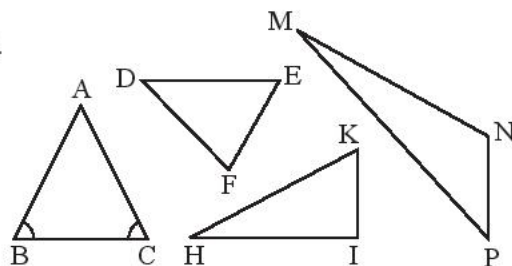
Trong Hình 2 có 4 tam giác cân:

- Tam giác ABC cân tại B: cạnh bên là BA, BC; cạnh đáy là AC; góc ở đỉnh là góc B; hai góc ở đáy là A và C.
- Tam giác ADC cân tại D: cạnh bên là DA, DC; cạnh đáy là AC; góc ở đỉnh là góc D; hai góc ở đáy là A và C.
- Tam giác ABD cân tại A: cạnh bên là AB, AD; cạnh đáy là BD; góc ở đỉnh là góc A; hai góc ở đáy là B và D.
- Tam giác CBD cân tại C: cạnh bên là CB, CD; cạnh đáy là BD; góc ở đỉnh là góc C; hai góc ở đáy là B và D.

Bài 2. Tìm tam giác cân trong Hình 3.

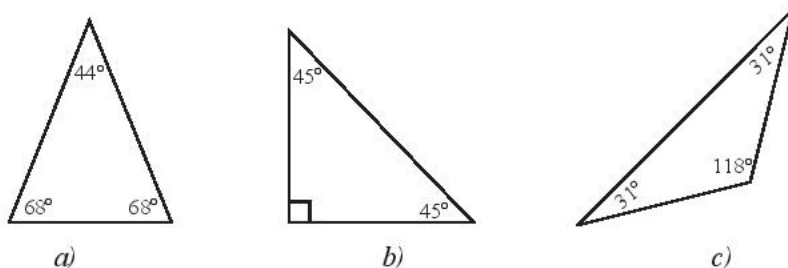
Giải

Tam giác ABC là tam giác cân.



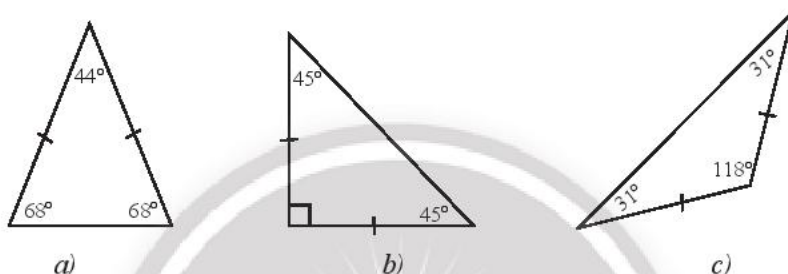
Hình 3

Bài 3. Tìm các tam giác cân trong Hình 4 và đánh dấu các cạnh bằng nhau.

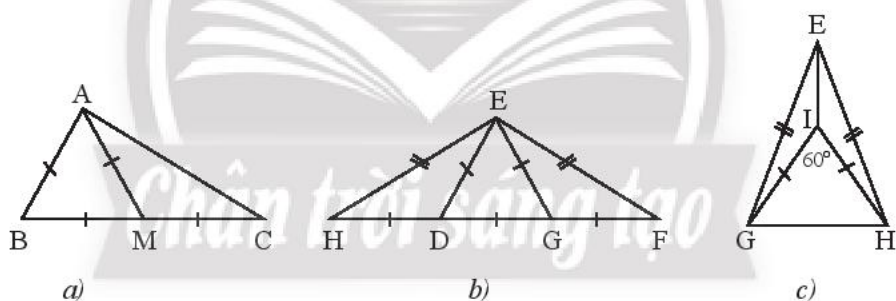


Hình 4

Giải



Bài 4. Tìm các tam giác cân và tam giác đều trong Hình 5. Giải thích.



Hình 5

Giải

Trong Hình 5a, ta có:

- tam giác AMB là tam giác đều vì có ba cạnh bằng nhau;
- tam giác MAC là tam giác cân tại M vì có $MA = MC$.

Trong Hình 5b, ta có:

- tam giác EDG là tam giác đều vì có ba cạnh bằng nhau;
- tam giác DHE là tam giác cân tại D vì có $DH = DE$;
- tam giác GEF là tam giác cân tại G vì có $GE = GF$;
- tam giác EHF là tam giác cân tại E vì có $EH = EF$.

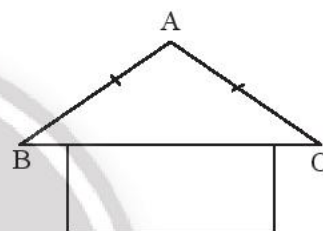
Trong Hình 5c, ta có:

- tam giác IGH là tam giác đều vì có hai cạnh bằng nhau và một góc bằng 60° ;
- tam giác EGH là tam giác cân tại E vì có $EG = EH$.

C. BÀI TẬP

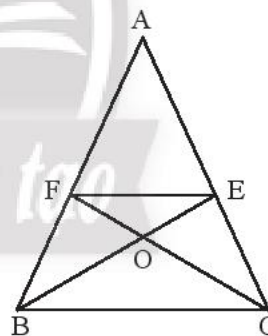
1. Cho tam giác MNP cân tại M. Kể tên các cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đỉnh, góc ở đáy của tam giác cân đó.
2. a) Tam giác có hai góc bằng 60° có phải là tam giác cân hay không? Hãy tìm góc còn lại của tam giác này.
b) Tam giác có hai góc bằng 45° có phải là tam giác cân hay không? Hãy tìm góc còn lại của tam giác này.

3. Trong Hình 6, tính góc B và góc C biết $\widehat{A} = 138^\circ$.



Hình 6

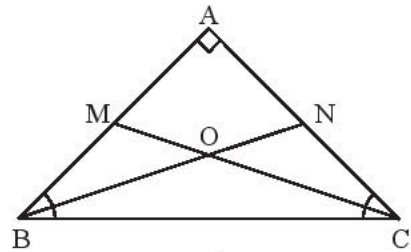
4. Cho Hình 7, biết $AB = AC$ và BE là tia phân giác của $\widehat{ABC}$; CF là tia phân giác của $\widehat{ACB}$. Chứng minh rằng:
a) $\triangle ABE = \triangle ACF$;
b) Tam giác OEF cân.



Hình 7

5. Cho tam giác MEF cân tại M có $\widehat{M} = 80^\circ$.
a) Tính $\widehat{E}$, $\widehat{F}$.
b) Gọi N, P lần lượt là trung điểm của ME, MF. Chứng minh rằng tam giác MNP cân.
c) Chứng minh rằng $NP \parallel EF$.

6. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Tia phân giác của góc B cắt AC tại N, tia phân giác của góc C cắt AB tại M. Gọi O là giao điểm của BN và CM.



Hình 8

- Tính số đo các góc OBC, OCB.
- Chứng minh rằng tam giác OBC cân.
- Tính số đo góc BOC.

Bài 4. ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

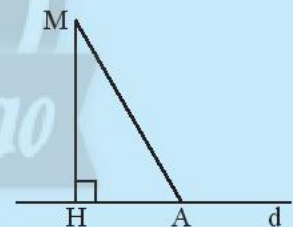
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quan hệ giữa cạnh và góc trong một tam giác

Trong một tam giác, đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn và ngược lại đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

2. Đường vuông góc và đường xiên

Từ một điểm M không nằm trên đường thẳng d, kẻ một đường thẳng vuông góc với d tại H (Hình 1). Trên d lấy điểm A không trùng với điểm H. Khi đó:



Hình 1

– Đoạn thẳng MH gọi là *đoạn vuông góc* hay *đường vuông góc* kẻ từ điểm M đến đường thẳng d.

– Đoạn thẳng MA gọi là một *đường xiên* kẻ từ điểm M đến đường thẳng d.

– Độ dài đoạn MH được gọi là *khoảng cách* từ điểm M đến đường thẳng d.

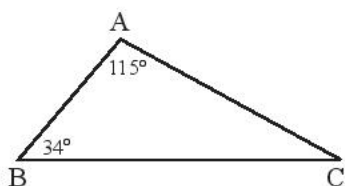
3. Mối quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên

Định lý: Trong số các đoạn thẳng nối từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến các điểm trên đường thẳng đó, đường vuông góc luôn ngắn hơn tất cả các đường xiên.

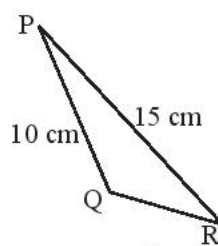
B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. a) So sánh hai cạnh CB và CA của tam giác ABC.

b) So sánh hai góc $\widehat{Q}$ và $\widehat{R}$ của tam giác PQR.



a)



b)

Hình 2

Giải

a) Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A} > \widehat{B}$, suy ra $CB > CA$.

b) Trong tam giác PQR ta có $PR > PQ$, suy ra $\widehat{Q} > \widehat{R}$.

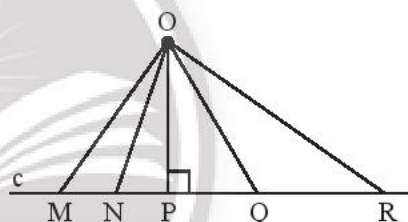
Bài 2. Trong Hình 3, tìm đường vuông góc và đường xiên vẽ từ điểm O đến đường thẳng c. Trong số các đường này, đường nào ngắn nhất?

Giải

Ta có: OP là đường vuông góc.

OM, ON, OQ, OR là các đường xiên.

Vì thế, trong số các đường này, OP ngắn nhất.

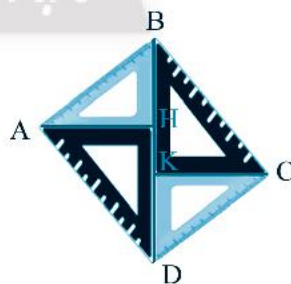


Hình 3

Bài 3. Trong Hình 4,

a) tìm đường vuông góc và đường xiên xuất phát từ A; đường vuông góc và đường xiên xuất phát từ C xuống đường thẳng BD;

b) so sánh AH với AB và AD; so sánh CK với CB và CD.



Hình 4

Giải

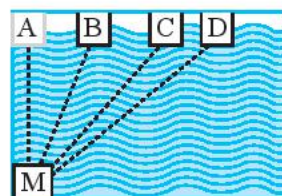
a) Ta có: AH là đường vuông góc, AB và AD là hai đường xiên xuất phát từ A xuống BD; CK là đường vuông góc, CB và CD là hai đường xiên xuất phát từ C xuống BD.

b) Ta có: $AH < AB$; $AH < AD$; $CK < CB$; $CK < CD$.

Bài 4. Bạn Bình xuất phát từ điểm M bên hồ bơi như Hình 5. Bạn ấy muốn tìm đường ngắn nhất để bơi qua thành hồ đối diện. Theo em, bạn Bình phải bơi theo đường nào?

Giải

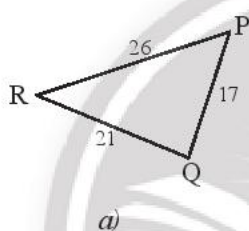
Bình phải bơi theo đường vuông góc MA vì ta có đường vuông góc là đường ngắn nhất.



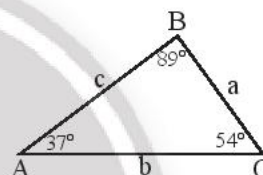
Hình 5

C. BÀI TẬP

- Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn số đo các góc của tam giác PQR ở Hình 6a.
 - Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn độ dài các cạnh của tam giác ABC ở Hình 6b.



a)



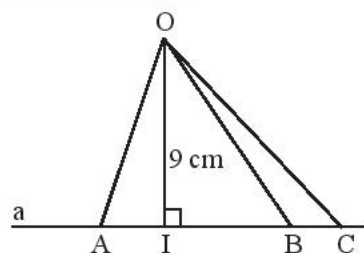
b)

Hình 6

- Cho tam giác DEF có góc F là góc tù. Theo em, cạnh nào là cạnh có độ dài lớn nhất trong ba cạnh của tam giác DEF?
 - Cho tam giác ABC vuông tại A. Theo em, cạnh nào là cạnh có độ dài lớn nhất trong ba cạnh của tam giác ABC?

- Trong Hình 7,

- tìm đường ngắn nhất trong các đường OA, OI, OB, OC;
- tìm khoảng cách từ O đến đường thẳng a.



Hình 7

- Cho tam giác MNP có $\widehat{M} = 120^\circ$, $\widehat{N} = 30^\circ$.
 - Tìm cạnh lớn nhất của tam giác MNP.
 - Tam giác MNP là tam giác gì? Vì sao?

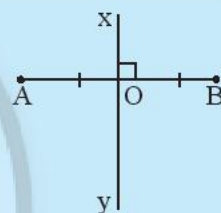
5. Cho tam giác OHK vuông tại O có $\widehat{H} = 42^\circ$.
- So sánh các cạnh của tam giác.
 - Lấy điểm M bất kì thuộc đoạn thẳng OH. So sánh độ dài KM và KH.
6. Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của $\widehat{B}$ cắt AC ở D. So sánh độ dài AD và DC.

Bài 5. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường trung trực của một đoạn thẳng

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là *đường trung trực* của đoạn thẳng ấy.



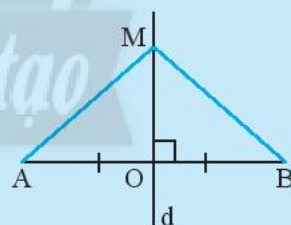
Hình 1

2. Tính chất của đường trung trực

Định lý 1: Điểm nằm trên trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

Điều ngược lại cũng đúng, ta có:

Định lý 2: Điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

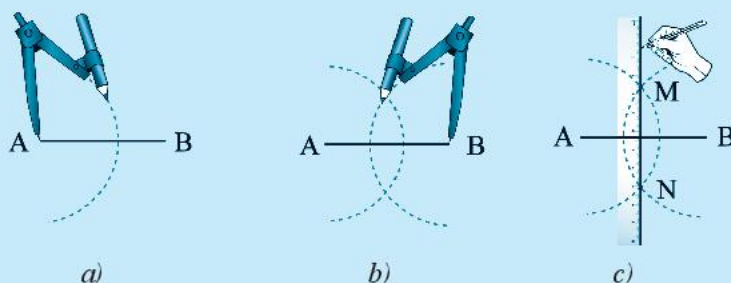


Hình 2

3. Cách vẽ đường trung trực

Để vẽ đường trung trực của đoạn thẳng AB bằng thước thẳng và compa ta thực hiện các bước sau:

- Lấy A làm tâm vẽ cung tròn bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}AB$.
- Lấy B làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng bán kính ở trên.
- Hai cung tròn này cắt nhau tại M và N. Dùng thước vẽ đường thẳng MN.



Hình 3

Ta được MN chính là đường trung trực của đoạn thẳng AB (Hình 3).

Chú ý:

- Khi vẽ hai cung tròn trên, ta phải lấy bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}AB$ thì hai cung tròn đó mới có hai điểm chung.
- Giao điểm của đường thẳng MN với đoạn thẳng AB là trung điểm của đoạn thẳng AB nên cách vẽ trên cũng là cách dựng trung điểm của đoạn thẳng bằng thước và compa.

B. BÀI TẬP MẪU

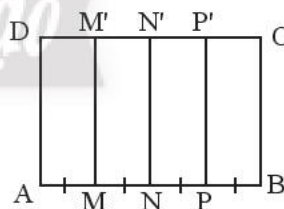
Bài 1. Cho hình chữ nhật ABCD, trên cạnh AB lấy các điểm M, N, P và trên cạnh DC lấy các điểm M', N', P'. Cho biết $AM = MN = NP = PB$ và cho biết MM', NN', PP' đều song song với BC. Tìm đường trung trực của mỗi đoạn thẳng AB, AN và NB.

Giải

Ta có BC vuông góc với AB và MM', NN', PP' đều song song với BC, suy ra MM', NN', PP' cùng vuông góc với AB.

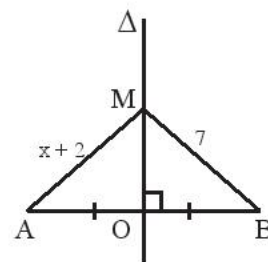
Ta lại có các điểm N, M, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AN và NB.

Suy ra NN', MM', PP' lần lượt là trung trực của các đoạn thẳng AB, AN và NB.



Hình 4

Bài 2. Trong Hình 5, cho biết Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB, điểm M thuộc đường thẳng Δ , $MA = x + 2$ và $MB = 7$. Tìm x.



Hình 5

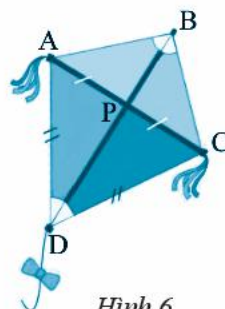
Giải

Điểm M thuộc trung trực của đoạn AB nên ta có $MA = MB$. Do đó $x + 2 = 7$. Suy ra $x = 5$.

Bài 3. Trong Hình 6, hãy cho biết BD có là đường trung trực của đoạn thẳng AC hay không. Tại sao?

Giải

Ta có $PA = PC$ và $DA = DC$, suy ra hai điểm D, P thuộc đường trung trực của AC. Đường thẳng BD đi qua D, P nên BD chính là đường trung trực của đoạn thẳng AC.

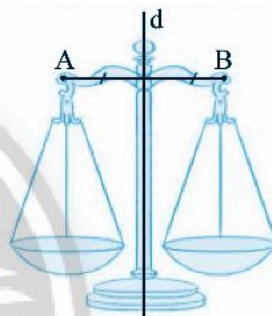


Hình 6

Bài 4. Chiếc cân thăng bằng trong Hình 7 cho ta hình ảnh đoạn thẳng AB và đường thẳng d. Tìm mối liên hệ giữa đường thẳng d và đoạn thẳng AB.

Giải

Đường thẳng d vuông góc với đoạn thẳng AB tại trung điểm, vậy d là trung trực của AB.



Hình 7

C. BÀI TẬP

- Cho ba tam giác cân MAB, NAB, PAB có chung đáy AB. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.
- Cho góc xOy bằng 45° và điểm M nằm trong góc xOy. Vẽ điểm N sao cho Ox là trung trực của MN, vẽ điểm P sao cho Oy là trung trực của MP.
 - Chứng minh $ON = OP$.
 - Tính số đo góc NOP.
- Cho hai điểm A, B là vị trí của hai nhà máy cùng ở về một phía bờ sông là đường thẳng a. Vẽ điểm C sao cho a là trung trực của AC. Lấy điểm M tùy ý trên a.
 - Chứng minh $MA + MB \geq BC$.
 - Tìm vị trí của địa điểm M_0 trên bờ sông để xây dựng một trạm bơm sao cho tổng chiều dài đường ống dẫn nước từ trạm bơm về hai nhà máy là ngắn nhất.

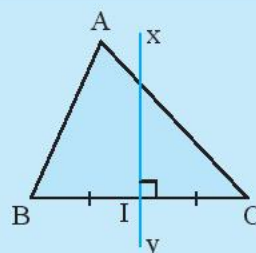
Bài 6. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường trung trực của tam giác

Đường trung trực của mỗi cạnh trong tam giác gọi là đường trung trực ứng với cạnh đó của tam giác.

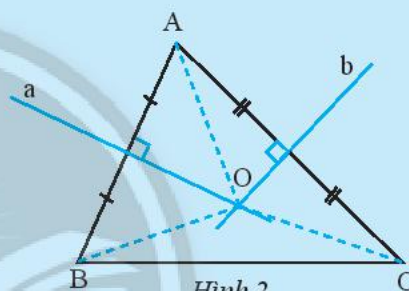
Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường trung trực.



Hình 1

2. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

Định lý: Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

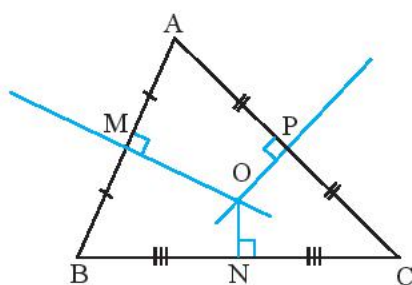


Hình 2

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Vẽ ba đường trung trực của tam giác ABC.

Giải

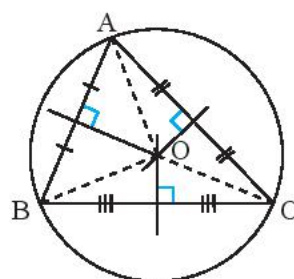


Hình 3

Bài 2. Gọi O là giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC. Hãy dùng compa vẽ đường tròn tâm O bán kính OA và cho biết đường tròn này có đi qua hai điểm B và C hay không.

Giải

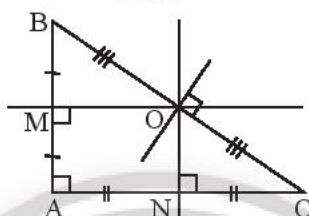
O là giao điểm của hai đường trung trực của hai cạnh AB và AC nên ta có $OA = OB$ và $OA = OC$. Vậy đường tròn tâm O bán kính OA phải đi qua hai điểm B và C.



Hình 4

Bài 3. Vẽ ba đường trung trực của tam giác ABC vuông tại A.

Giải

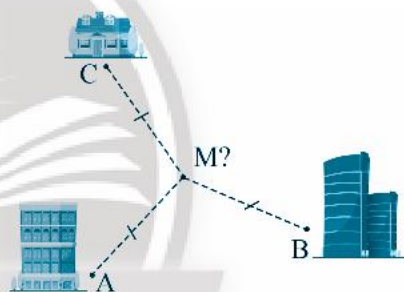


Hình 5

Bài 4. Trên bản đồ quy hoạch một khu dân cư có ba điểm dân cư A, B, C, tìm địa điểm M để xây một trường học sao cho trường học này cách đều ba điểm dân cư đó.

Giải

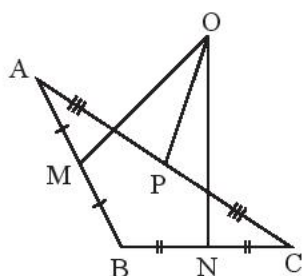
Điểm M cần tìm là giao điểm của hai đường trung trực của hai đoạn AB và AC.



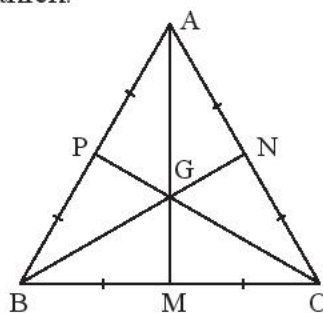
Hình 6

C. BÀI TẬP

1. Điểm O trong Hình 7 có phải là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC hay không? Hãy giải thích.



Hình 7



Hình 8

2. Cho tam giác đều ABC và điểm G như trong Hình 8. Hãy chứng minh $GA = GB = GC$.

3. Cho tam giác ABC có góc A bằng 120° . Các đường trung trực của AB và AC lần lượt cắt BC tại M và N. Tính số đo góc MAN.
4. Cho tam giác ABC có góc A là góc tù. Các đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại O và lần lượt cắt BC tại E và F. Hãy chứng minh:
 - a) $\triangle EOA = \triangle EOB$; $\triangle FOA = \triangle FOC$.
 - b) Chứng minh rằng AO là tia phân giác của góc EAF.
5. Cho tam giác ABC có đường trung trực của cạnh AC đi qua đỉnh B, chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.

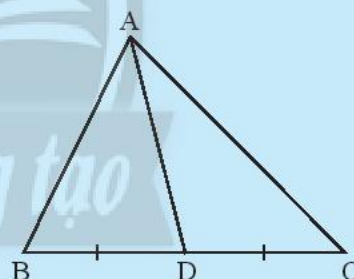
Bài 7. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường trung tuyến của tam giác

Đường trung tuyến của tam giác là đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tam giác đến trung điểm cạnh đối diện.

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

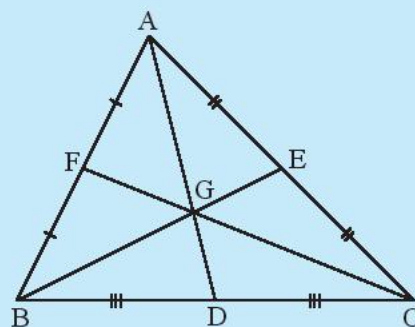


Hình 1

2. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

Định lý: Ba đường trung tuyến của một tam giác cắt nhau tại một điểm gọi là *trọng tâm* của tam giác. Trọng tâm của tam giác cách mỗi đỉnh một

khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

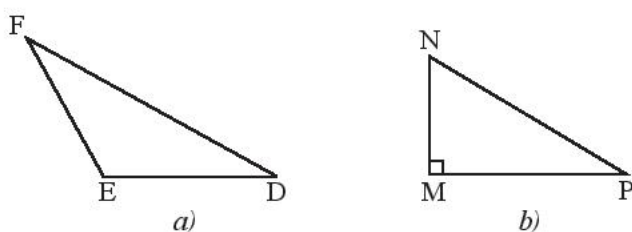


Hình 2

B. BÀI TẬP MẪU

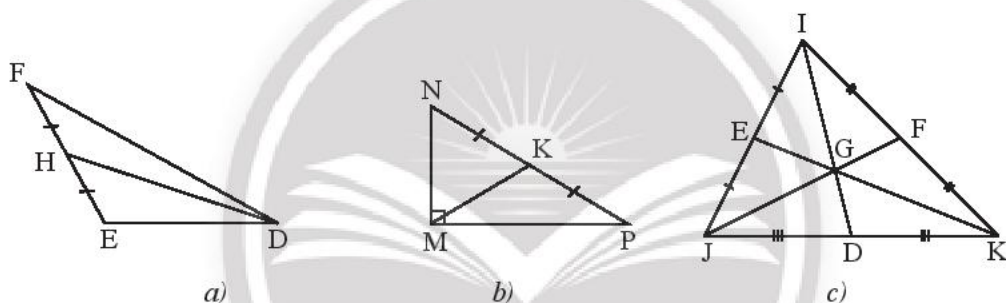
Bài 1.

- Vẽ đường trung tuyến DH của tam giác DEF (Hình 3a).
- Vẽ đường trung tuyến MK của tam giác vuông MNP (Hình 3b).
- Vẽ tam giác nhọn IJK và tất cả các đường trung tuyến của nó.



Hình 3

Giải



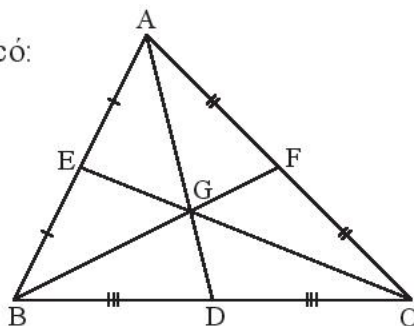
- Bài 2.** Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến AD, BF, CE cùng đi qua điểm G. Tính các tỉ số: $\frac{AG}{AD}$; $\frac{FG}{GB}$; $\frac{EG}{EC}$.

Giải

G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có:

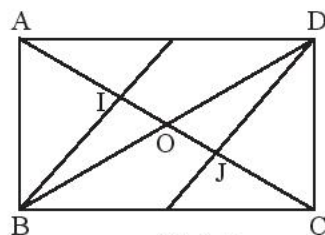
$$\frac{AG}{AD} = \frac{BG}{BF} = \frac{CG}{CE} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $\frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}$; $\frac{FG}{GB} = \frac{1}{2}$; $\frac{EG}{EC} = \frac{1}{3}$.



Hình 4

Bài 3. Cho hình chữ nhật ABCD có I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và CBD. Chứng minh $AI = IJ = JC$.



Hình 5

Giải

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật, ta có $AO = BO$.

Ta có I là trọng tâm tam giác ABD, suy ra $AI = \frac{2}{3}AO$; $IO = \frac{1}{3}AO$.

Ta có J là trọng tâm tam giác CBD, suy ra

$$JC = \frac{2}{3}CO = \frac{2}{3}AO; OJ = \frac{1}{3}CO = \frac{1}{3}AO.$$

Suy ra $AI = IJ = JC = \frac{2}{3}AO$.

C. BÀI TẬP

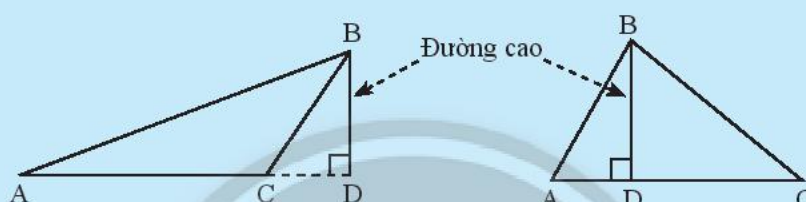
- Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và G là trọng tâm. Chứng minh:
 - $S_{AMB} = S_{AMC}$;
 - $S_{ABG} = 2S_{BMG}$;
 - $S_{GAB} = S_{GBC} = S_{GAC}$.
- Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác góc A. Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.
- Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AM và CN cắt nhau tại G.
 - Biết $AM = 12$ cm, tính AG.
 - Biết $GN = 3$ cm, tính CN.
 - Tìm x biết $AG = 3x - 4$, $GM = x$.
- Cho tam giác ABC có ba trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại G. Chứng minh: $GA + GB + GC = \frac{2}{3}(AM + BN + CP)$.
- Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM và BN cắt nhau tại G. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Cho biết $HB = HM$. Chứng minh:
 - $\triangle ABH = \triangle AMH$;
 - $AG = \frac{2}{3}AB$.

Bài 8. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường cao trong tam giác

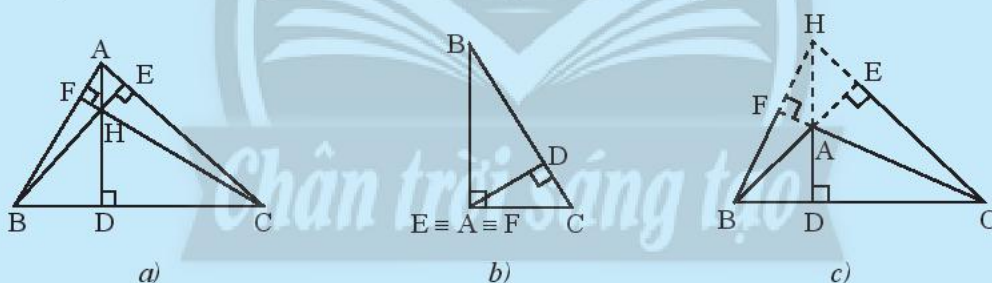
Đoạn thẳng vuông góc kẻ từ một đỉnh của một tam giác đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là *đường cao* của tam giác đó.



Hình 1

2. Tính chất ba đường cao của tam giác

Định lý: Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm.



Hình 2

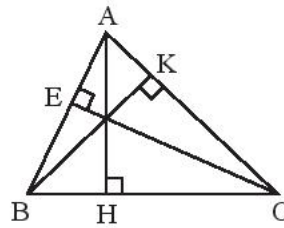
Chú ý:

- Ta còn nói ba đường cao AD, BE, CF *đồng quy* tại H. Điểm H được gọi là *trực tâm* của tam giác ABC.
- Tam giác tù có trực tâm nằm ngoài tam giác.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Vẽ ba đường cao AH, BK, CE của tam giác nhọn ABC.

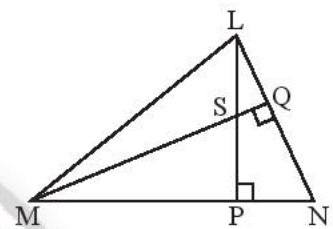
Giải



Bài 2. Cho tam giác LMN có đường cao LP và MQ cắt nhau tại S. Chứng minh rằng NS vuông góc với ML.

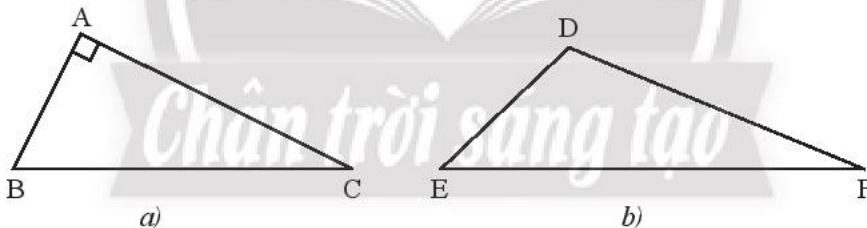
Giải

Ta có S là giao điểm của hai đường cao LP và MQ của tam giác LMN, suy ra S là trực tâm của tam giác LMN. Đường thẳng NS nối đỉnh N và trực tâm S nên là đường cao ứng với cạnh LM, suy ra NS vuông góc với ML.



Hình 3

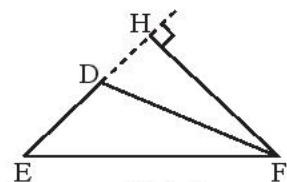
Bài 3. a) Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác vuông ABC (Hình 4a).
b) Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh F của tam giác tù DEF (Hình 4b).



Hình 4

Giải

- a) Cạnh BA chính là đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác vuông ABC.
b) FH chính là đường cao xuất phát từ đỉnh F của tam giác tù DEF.



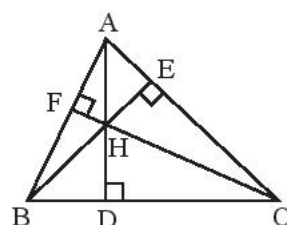
Hình 5

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Tìm điểm đồng quy của ba đường cao của tam giác HBC.

Giải

Tam giác HBC có BF là đường cao ứng với cạnh HC, và có CE là đường cao ứng với cạnh HB. BF cắt CE tại A.

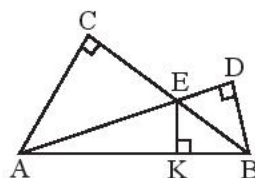
Vậy điểm A là điểm đồng quy của ba đường cao của tam giác HBC.



Hình 6

C. BÀI TẬP

1. Trong Hình 7. Hãy chứng minh AC, EK và BD cùng đi qua một điểm.
2. Cho tam giác ABC cân tại A, vẽ đường trung tuyến AM. Qua A vẽ đường thẳng d vuông góc với AM. Chứng minh $d \parallel BC$.
3. Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ điểm D sao cho A là trung điểm của BD. Vẽ hai đường cao AE và AF của hai tam giác ABC và ACD. Chứng minh góc EAF vuông.
4. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 65^\circ$, $\widehat{B} = 54^\circ$. Vẽ trực tâm H của tam giác ABC. Tính góc AHB.
5. Cho tam giác ABC cân tại A có góc A nhọn và H là trực tâm. Cho biết $\widehat{BHC} = 150^\circ$. Tìm các góc của tam giác ABC.



Hình 7

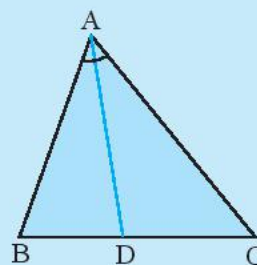
Bài 9. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường phân giác của tam giác

Cho tam giác ABC, vẽ tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D. Khi đó đoạn thẳng AD được gọi là đường phân giác (của góc A) của tam giác ABC. Đôi khi, ta cũng gọi đường thẳng AD là đường phân giác của tam giác ABC.

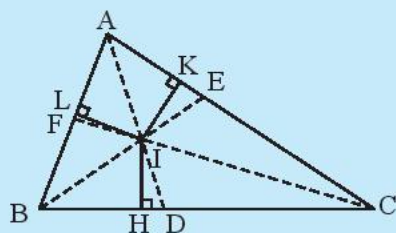
Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường phân giác.



Hình 1

2. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

Định lý: Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác.



Hình 2

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba đường phân giác đồng quy tại I. Biết góc BIC bằng 125° . Tính góc A.

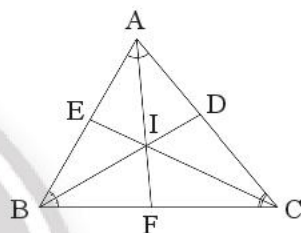
Giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \widehat{IBC} + \widehat{ICB} &= 180^\circ - \widehat{BIC} \\ &= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ. \end{aligned}$$

Do BI và CI là phân giác các góc B và C của tam giác ABC nên ta có:

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 2(\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 2 \cdot 55^\circ = 110^\circ.$$

$$\text{Ta có } \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$



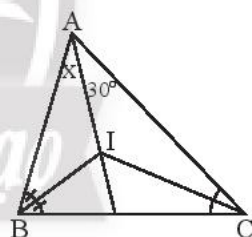
Hình 3

Bài 2. Tìm số đo x trong Hình 4.

Giải

Ta có điểm I là giao điểm của hai phân giác góc B và C của tam giác ABC, suy ra AI cũng là phân giác góc A.

Vậy ta có $x = 30^\circ$.



Hình 4

Bài 3. Một nông trại nằm trên mảnh đất hình tam giác có ba cạnh tường rào tiếp giáp với ba con đường. Hỏi phải đặt trạm quan sát ở đâu để cách đều ba cạnh tường rào?

Giải

Vẽ hai đường phân giác của mảnh đất hình tam giác, giao điểm I của hai đường phân giác là nơi đặt trạm quan sát vì I cách đều ba cạnh tường rào.



Hình 5

C. BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm của tam giác và gọi I là giao điểm của các đường phân giác của tam giác. Chứng minh ba điểm A, I, G thẳng hàng.
2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 62^\circ$, ba đường phân giác đồng quy tại I. Tính số đo góc BIC.
3. Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ đường phân giác AD. Gọi H và K là chân các đường vuông góc kẻ từ D đến AB và AC. Chứng minh rằng $DH = DK$.
4. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác. Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

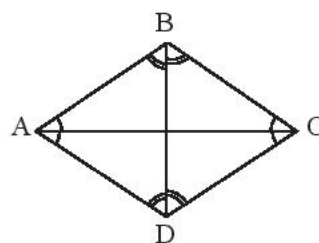
1. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$. Hai đường phân giác của góc B và C cắt nhau tại O.
 - a) Tính số đo góc A.
 - b) Tính số đo góc BOC.
2. Cho tam giác ABC có M là điểm đồng quy của ba đường phân giác. Qua M vẽ đường thẳng song song với BC và cắt AB, AC lần lượt tại N và P. Chứng minh rằng $NP = BN + CP$.
3. Cho tam giác ABC có M là giao điểm của hai phân giác của góc B và góc C. Cho biết $\widehat{BMC} = 132^\circ$. Tính số đo các góc $\widehat{MAB}$ và $\widehat{MAC}$.
4. Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $BM = BA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $CN = CA$.
 - a) Hãy so sánh các góc $\widehat{AMB}$ và $\widehat{ANC}$.
 - b) Hãy so sánh các đoạn AM và AN.
5. Cho hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Tìm điểm M sao cho $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất.
6. a) Chứng minh trong một tam giác, đường cao không lớn hơn đường trung tuyến phát xuất từ cùng một đỉnh.

- b) Chứng minh trong một tam giác, đường cao không lớn hơn đường phân giác phát xuất từ cùng một đỉnh.
7. Cho tam giác ABC có ba đường phân giác AD, BE, CF đồng quy tại I. Vẽ IH vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng $\widehat{BIH} = \widehat{CID}$.
8. Cho tam giác ABC cân tại A và cho $\widehat{A} = 124^\circ$. Vẽ đường cao BH và phân giác BK ứng với đỉnh B của tam giác ABC. Tính số đo các góc của tam giác BHK.
9. Cho tam giác ABC cân tại A, hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Chứng minh AH là đường trung trực của BC.
10. Cho tam giác nhọn ABC. Hãy nêu cách tìm các điểm sau đây bên trong tam giác ABC.
- Điểm M cách đều ba đỉnh của tam giác ABC.
 - Điểm N cách đều ba cạnh của tam giác ABC.
 - Điểm P là trọng tâm của tam giác ABC.
 - Điểm Q là trực tâm của tam giác ABC.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. GÓC VÀ CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

1. a) $\widehat{A} = 180^\circ - 70^\circ - 35^\circ = 75^\circ$.
 b) $\widehat{D} = 180^\circ - 65^\circ - 25^\circ = 90^\circ$.
 c) $\widehat{N} = 180^\circ - 131^\circ - 21^\circ = 28^\circ$.
2. a) $x = 61^\circ$; b) $x = 44^\circ$.
3. Đường chéo AC chia hình thoi thành hai tam giác, ta có tổng 4 góc trong một hình thoi ABCD bằng tổng các góc của hai tam giác ABC và ADC và bằng 360° .



Hình 1

4. Chỉ có bộ ba 5 cm, 6 cm, 10 cm có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác vì thỏa mãn bất đẳng thức tam giác $6 - 5 < 10 < 6 + 5$.
5. Ta có: $9 - 1 = 8 < AC < 10 = 9 + 1$, AC là số nguyên, suy ra $AC = 9$ cm.

6. a) Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta được:

$$MP + MN > PN > MP - MN$$

$$90 + 30 > PN > 90 - 30$$

$$120 > PN > 60$$

Như vậy, với bán kính phát sóng 60 m, khu vực N không thể nhận được tín hiệu.

b) Với bán kính phát sóng 120 m, khu vực N nhận được tín hiệu.

Bài 2. TAM GIÁC BẰNG NHAU

1. $\triangle ABH = \triangle KBH$ (c.g.c).

2. a) $\triangle ABC = \triangle EDC$ (c.g.c).

b) Hai tam giác ABC và EBD không bằng nhau.

3. a) Thêm điều kiện $AD = CD$.

b) Thêm điều kiện $NK = NM$.

4. a) $\triangle MNI = \triangle PQI$.

b) $\triangle INM = \triangle IQP$.

c) $\triangle NIM = \triangle QIP$.

5. Ta có $\triangle ABC = \triangle DEF$.

Suy ra $\widehat{D} = \widehat{A} = 44^\circ$; $BC = EF = 7$ (cm); $BA = ED = 15$ (cm).

6. a) Bằng nhau theo trường hợp c.g.c.

b) Bằng nhau theo trường hợp g.c.g.

c) Bằng nhau theo trường hợp c.c.c.

7. Vì $\triangle ABC = \triangle DEF$ nên $BC = EF = 10$ (cm).

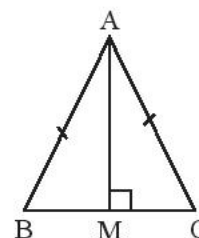
Do đó, chu vi tam giác ABC = $9 + 7 + 10 = 26$ (cm).

8. Xét hai tam giác ABM và ACM, ta có:

$AB = AC$, $BM = CM$ (giả thiết),

AM là cạnh chung.

Suy ra $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c).



Hình 1

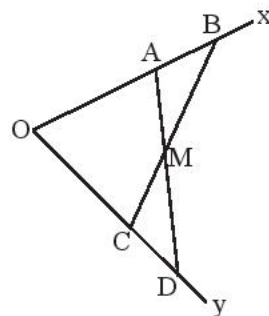
9. a) Ta có $\triangle AOD = \triangle COB$ (c.g.c), suy ra $AD = CB$.

b) Ta có $\triangle AOD = \triangle COB$ (chứng minh trên).

Do đó $\widehat{MBA} = \widehat{MDC}$; $\widehat{MAB} = \widehat{MCD}$ (cùng bù hai góc bằng nhau).

Ta lại có $OA = OC$, $OB = OD$, do đó $AB = CD$.

Suy ra $\triangle MAB = \triangle MCD$ (g.c.g).



Hình 2

Bài 3. TAM GIÁC CÂN

1. Tam giác MNP cân tại M có: các cạnh bên là MN và MP, cạnh đáy là NP, góc ở đỉnh là $\widehat{M}$, góc ở đáy là $\widehat{N}$ và $\widehat{P}$.

2. a) Góc còn lại là 60° . Tam giác này vừa là tam giác đều vừa là tam giác cân tại cả ba đỉnh.

b) Góc còn lại là 90° . Tam giác này vừa là tam giác cân vừa là tam giác vuông và gọi tắt là tam giác vuông cân.

3. Ta có $\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{180^\circ - 138^\circ}{2} = 21^\circ$.

4. a) Ta có $AB = AC$, do tam giác ABC cân tại A nên

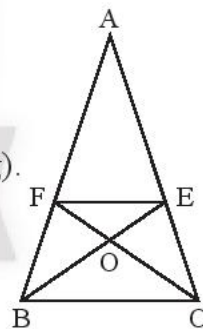
$\widehat{B} = \widehat{C}$. Do đó $\widehat{FCA} = \widehat{EBA}$. Vậy $\triangle ACF = \triangle ABE$ (g.c.g).

b) Ta có $\triangle ABE = \triangle ACF$, suy ra $BE = CF$ (1).

Ta lại có tam giác OBC cân tại O, suy ra $OB = OC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $OE = OF$.

Vậy tam giác OEF cân tại O.



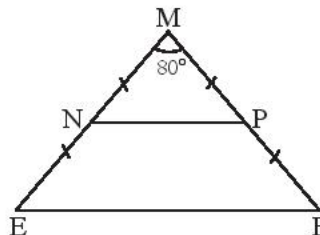
Hình 1

5. a) $\widehat{E} = \widehat{F} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$.

b) Ta có tam giác MEF cân tại M, do đó $ME = MF$.

Suy ra $MN = \frac{ME}{2} = \frac{MF}{2} = MP$.

Vậy tam giác MNP cân tại M.



Hình 2

c) Trong tam giác cân MEF, ta có $\widehat{N} = \widehat{P} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$.

Ta lại có $\widehat{MNP} = \widehat{NEF} = 50^\circ$, suy ra $NP \parallel EF$ (vì có hai góc đồng vị bằng nhau).

6. a) Ta có $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$.

b) Tam giác OBC có $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ nên là tam giác cân tại O.

c) Ta có $\widehat{BOC} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

Bài 4. ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

1. a) Ta có $PR > RQ > QP$. Suy ra $\widehat{Q} > \widehat{P} > \widehat{R}$.

b) Ta có $\widehat{B} > \widehat{C} > \widehat{A}$. Suy ra $b > c > a$.

2. a) Góc F tù là góc lớn nhất suy ra cạnh đối diện DE là cạnh dài nhất.

b) Góc A vuông là góc lớn nhất suy ra cạnh huyền BC là cạnh dài nhất.

3. a) Đường OI ngắn nhất.

b) Khoảng cách từ O đến a bằng $OI = 9$ cm.

4. a) Ta có M là góc lớn nhất nên NP là cạnh lớn nhất của tam giác MNP.

b) Ta có $\widehat{P} = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ = \widehat{N}$, suy ra MNP là tam giác cân tại M.

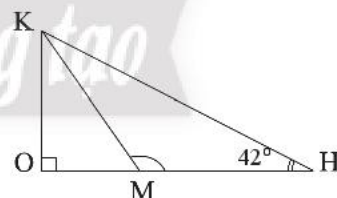
5. a) Ta có $\widehat{K} = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

Do đó $\widehat{O} > \widehat{K} > \widehat{H}$.

Suy ra $KH > OH > OK$.

b) Xét tam giác KMH, ta có góc KMH là góc tù, suy ra cạnh KH là cạnh dài nhất.

Vậy $KH > KM$.



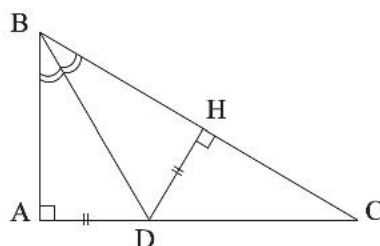
Hình 1

6. Vẽ DH vuông góc với BC.

Ta có $DH = DA$.

Trong tam giác vuông DHC ta có DC là cạnh huyền, suy ra $DC > DH$.

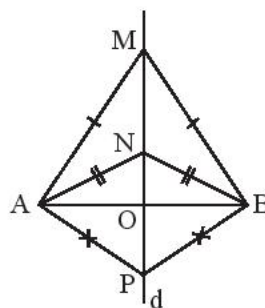
Vậy $DC > AD$.



Hình 2

Bài 5. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

1. Ta có các tam giác cân MAB , NAB , PAB có chung đáy AB , suy ra $MA = MB$; $NA = NB$; $PA = PB$. Các điểm M ; N ; P cùng thuộc trung trực của AB nên thẳng hàng.



Hình 1

2. a) Ta có Ox là trung trực của MN , suy ra $OM = ON$.

Ta có Oy là trung trực của MP , suy ra $OM = OP$.

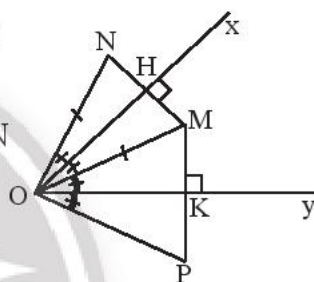
Vậy $ON = OP$.

- b) Gọi H và K lần lượt là trung điểm của MN và MP .

Ta có $\triangle OHM = \triangle OHN$; $\triangle OKM = \triangle OKP$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{NOP} = \widehat{NOM} + \widehat{MOP}$

$$= 2(\widehat{xOM} + \widehat{MOy}) = 2 \widehat{xOy} = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ.$$



Hình 2

3. a) Ta có điểm M nằm trên trung trực của AC , suy ra $MA = MC$.

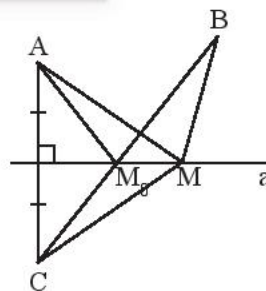
Với ba điểm tùy ý M , B , C ta luôn có

$$MB + MC \geq BC.$$

Vậy $MA + MB \geq BC$.

- c) Ta có $MA + MB \geq BC$, suy ra $MA + MB$ ngắn nhất khi B , C , M thẳng hàng.

Vậy điểm M_0 cần tìm là giao điểm của đường thẳng BC và đường thẳng a .

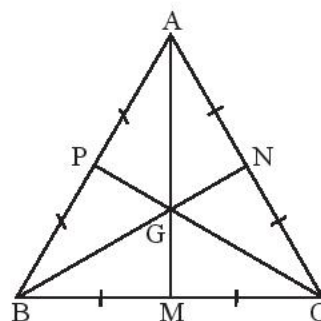


Hình 3

Bài 6. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

1. Vì OM không vuông góc với AB nên O không phải là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC.

2. Ta có $AB = AC$, $MB = MC$, suy ra AM là trung trực của cạnh BC. Tương tự, ta cũng có BN là trung trực của AC, CP là trung trực của AB. Điểm G là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC nên ta có $GA = GB = GC$.



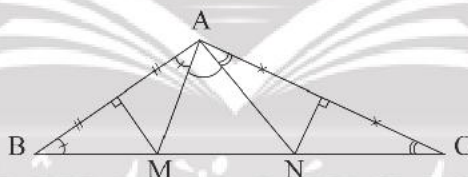
Hình 1

3. Ta có $MA = MB$, suy ra tam giác MAB cân tại M suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = \widehat{B}$.

Tương tự, ta có tam giác NAC cân tại N, suy ra $\widehat{NAC} = \widehat{NCA} = \widehat{C}$.

Ta có: $\widehat{MAN} = \widehat{BAC} - (\widehat{MAB} + \widehat{NAC})$

$$= 120^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$$



Hình 2

4. a) E và O nằm trên trung trực của AB nên ta có $EA = EB$; $OA = OB$.

F và O nằm trên trung trực của AC nên ta có $FA = FC$; $OA = OC$.

Suy ra: $\triangle EOA = \triangle EOB$ (c.c.c); $\triangle FOA = \triangle FOC$ (c.c.c).

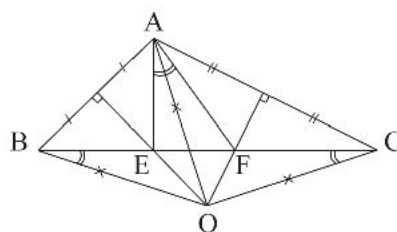
b) Ta có $OA = OC$ và $OA = OB$, do đó tam

giác OBC cân tại O, suy ra $\widehat{OBE} = \widehat{OCF}$. (1)

Ta có $\triangle EOA = \triangle EOB$; $\triangle FOA = \triangle FOC$,

do đó: $\widehat{OAE} = \widehat{OBE}$; $\widehat{OAF} = \widehat{OCF}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{OAE} = \widehat{OAF}$, suy ra AO là tia phân giác của góc EAF.



Hình 3

5. Điểm B nằm trên trung trực của AC, do đó $BA = BC$. Suy ra tam giác ABC cân tại B.

Bài 7. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

1. a) Vẽ đường cao AH của tam giác ABC.

Hai tam giác AMB và AMC có cùng đường cao AH và có cạnh đáy bằng nhau: $BM = CM$.

Suy ra $S_{AMB} = S_{AMC}$.

- b) Vẽ đường cao BK của tam giác BGM.

Hai tam giác ABG và BMG có cùng đường cao BK và có cạnh đáy $AG = 2MG$.

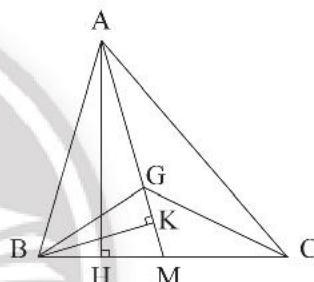
Suy ra $S_{ABG} = 2S_{BMG}$.

c) Ta có $S_{ABG} = \frac{2}{3} S_{ABM} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Tương tự $S_{ACG} = \frac{2}{3} S_{ACM} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Suy ra $S_{BCG} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Vậy $S_{GAB} = S_{GBC} = S_{GAC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.



Hình 1

2. Vẽ đường cao MH của tam giác AMB và vẽ đường cao MK của tam giác AMC.

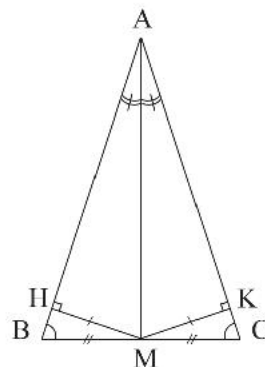
Ta có $\triangle AMH = \triangle AMK$ (hai tam giác vuông có chung cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $MH = MK$.

Từ đó, ta có $\triangle MBH = \triangle MCK$ (hai tam giác vuông có cạnh huyền và một cạnh góc vuông bằng nhau).

Suy ra $\hat{B} = \hat{C}$.

Vậy ABC là tam giác cân.



Hình 2

3. a) $AM = 12 \text{ cm}$, suy ra $AG = \frac{2}{3} AM = 8 \text{ cm}$.

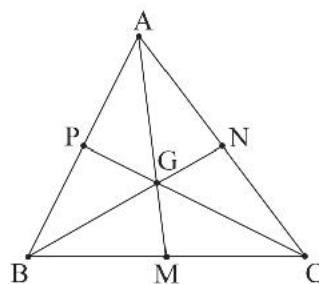
b) $GN = 3 \text{ cm}$, suy ra $CN = 3GN = 9 \text{ cm}$.

c) $AG = 2GM$, suy ra $3x - 4 = 2x$, vậy $x = 4$.

4. Ta có G là trọng tâm tam giác ABC , do đó ta có:

$$GA = \frac{2}{3} AM; GB = \frac{2}{3} BN; GC = \frac{2}{3} CP.$$

$$\text{Suy ra } GA + GB + GC = \frac{2}{3} (AM + BN + CP).$$



Hình 3

5. a) Ta có AH là trung trực của đoạn BM , suy ra $AB = AM$.

Xét hai tam giác ABH và AMH có: Cạnh AH chung; $HB = HM$; $AB = AM$.

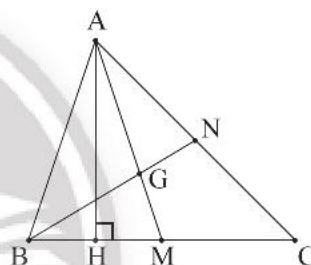
Suy ra $\triangle ABH = \triangle AMH$ (c.c.c).

b) G là trọng tâm tam giác ABC ,

$$\text{suy ra } AG = \frac{2}{3} AM.$$

Theo câu a) ta có $AB = AM$,

$$\text{suy ra: } AG = \frac{2}{3} AB.$$



Hình 4

Bài 8. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

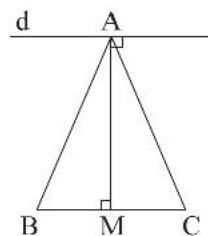
1. Gọi M là giao điểm của AC và BD . Xét tam giác MAB có E là giao điểm của hai đường cao AD và BC , do đó E là trực tâm của tam giác MAB . Suy ra EK phải là đường cao thứ ba ứng với cạnh AB . Dẫn đến EK phải đi qua M .

Vậy AC , EK và BD cùng đi qua điểm M .

2. Ta có $\triangle AMB = \triangle AMC$ (c.c.c),

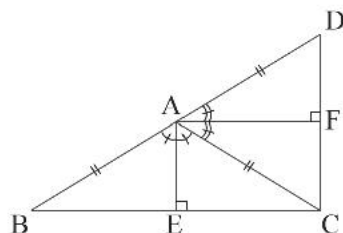
$$\text{suy ra } \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Ta có d và BC cùng vuông góc với AM , suy ra $d \parallel BC$.



Hình 1

3. Hai tam giác cân BAC và CAD có hai đường cao AE và BF cũng là đường phân giác của các góc $\widehat{BAC}$ và $\widehat{CAD}$. Do hai góc này kề bù nên AF vuông góc với AE . Suy ra góc EAF vuông.



Hình 2

4. Ta có H là giao điểm của hai đường cao AE và BF .

Trong tam giác vuông ABE ta có

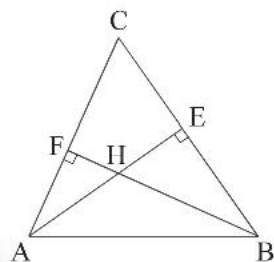
$$\widehat{EAB} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ.$$

Trong tam giác vuông BAF ta có

$$\widehat{FBA} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ.$$

Trong tam giác AHB ta có

$$\widehat{AHB} = 180^\circ - 36^\circ - 25^\circ = 119^\circ.$$



Hình 3

5. Vẽ hai đường cao BE và CF của tam giác ABC .

Xét tam giác BHC , ta có:

$$\widehat{HBC} + \widehat{HCB} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

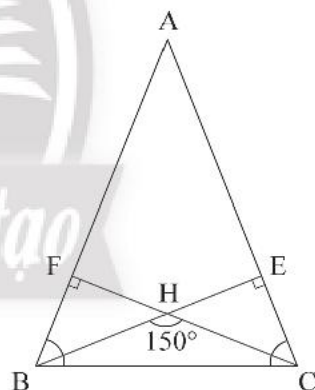
Xét hai tam giác vuông BCF và CBE ta có:

$$\begin{aligned} \widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ - (\widehat{HBC} + \widehat{HCB}) \\ &= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ. \end{aligned}$$

Do tam giác ABC cân tại A nên ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ;$$

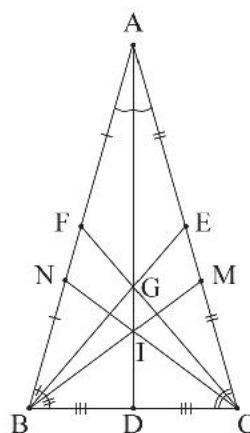
$$\widehat{A} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$



Hình 4

Bài 9. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

1. Vẽ phân giác AD của tam giác ABC. Ta có tam giác ABC cân tại A nên AD vừa là phân giác vừa là trung tuyến, suy ra hai điểm I và G đều thuộc AD, suy ra ba điểm A, I, G thẳng hàng (Hình 1).



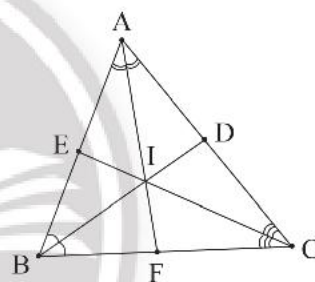
Hình 1

2. Ta có: $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$.

Do BI và CI là phân giác các góc B và C của tam giác ABC nên ta có:

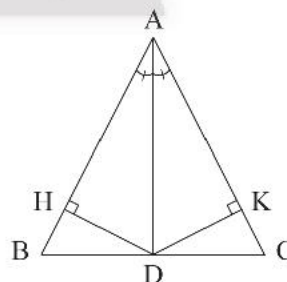
$$\widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{118^\circ}{2} = 59^\circ.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ.$$



Hình 2

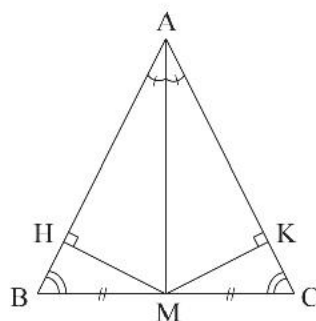
3. Hai tam giác vuông ADH và ADK có chung cạnh huyền AD và một cặp góc nhọn BAD và CAD bằng nhau nên ta có $\triangle ADH = \triangle ADK$, suy ra $DH = DK$.



Hình 3

4. Gọi H và K là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB và AC. Do AM là phân giác góc BAC nên ta có $MH = MK$. Hai tam giác vuông BMH và CMK có cạnh huyền BM bằng cạnh huyền CM và một cạnh góc vuông bằng nhau: $MH = MK$, do đó ta có $\triangle BMH = \triangle CMK$. Suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Vậy tam giác ABC cân tại A.



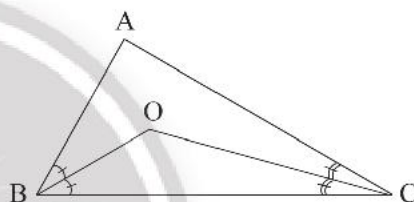
Hình 4

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

1. a) $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

b) Trong tam giác OBC ta có:

$$\begin{aligned}\widehat{BOC} &= 180^\circ - \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \\ &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.\end{aligned}$$



Hình 1

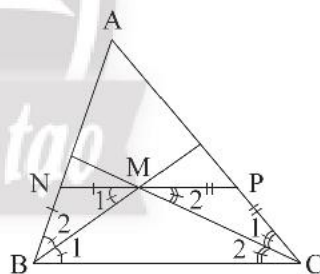
2. Ta có $MN \parallel BC$, do đó $\widehat{M}_1 = \widehat{B}_1$ (so le trong)

Dẫn đến $\widehat{M}_1 = \widehat{B}_2$, suy ra $MN = BN$.

Ta có $MP \parallel BC$, do đó $\widehat{M}_2 = \widehat{C}_2$ (so le trong)

Dẫn đến $\widehat{M}_2 = \widehat{C}_1$, suy ra $MP = CP$.

Ta có $NP = MN + MP = BN + CP$.



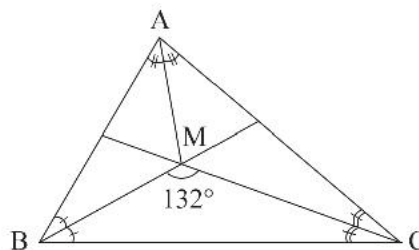
Hình 2

3. Ta có: $\widehat{MBC} + \widehat{MCB} = 180^\circ - \widehat{BMC}$
 $= 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$.

Do BM và CM là phân giác các góc $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ của tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{aligned}\widehat{B} + \widehat{C} &= 2(\widehat{MBC} + \widehat{MCB}) \\ &= 2 \cdot 48^\circ = 96^\circ\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ.$$



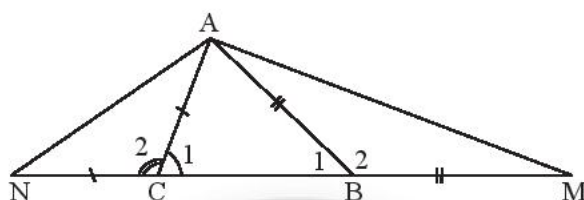
Hình 3

Do AM là phân giác góc A của tam giác ABC nên ta có:

$$\widehat{MAB} = \widehat{MAC} = \frac{\widehat{A}}{2} = \frac{84^\circ}{2} = 42^\circ.$$

4. a) Ta có $AB > AC$, do đó $\widehat{ACB} > \widehat{ABC}$ suy ra $\widehat{ACN} < \widehat{ABM}$
 Vậy $\widehat{ANC} > \widehat{AMB}$.

b) Trong tam giác ANM, ta có $\widehat{ANC} > \widehat{AMB}$, suy ra $AM > AN$.



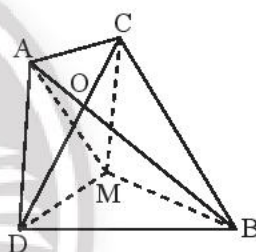
Hình 4

5. Ta có $MA + MB \geq AB$; $MC + MD \geq CD$.

Suy ra $MA + MB + MC + MD \geq AB + CD$.

$MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA + MB + MC + MD = AB + CD$.

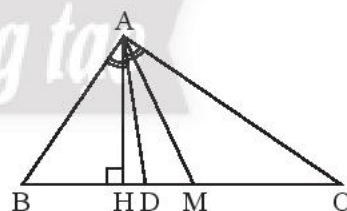
Điều này chỉ xảy ra khi M trùng với điểm O.



Hình 5

6. a) Cho tam giác ABC. Vẽ đường cao AH và đường trung tuyến AM, ta có AH là đường vuông góc, suy ra $AH \leq AM$.

b) Cho tam giác ABC. Vẽ đường cao AH và đường phân giác AD, ta có AH là đường vuông góc, suy ra $AH \leq AD$.



Hình 6

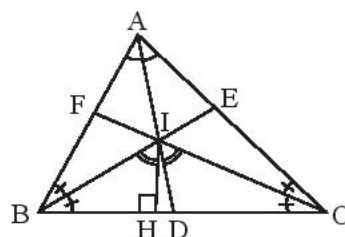
7. Ta có

$$\widehat{DIC} = 180^\circ - \widehat{AIC} = \widehat{IAC} + \widehat{ICA} = \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \widehat{BIH} = 90^\circ - \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{B}}{2}$$

$$= \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2} = \widehat{DIC}.$$

Suy ra $\widehat{BIH} = \widehat{CID}$.

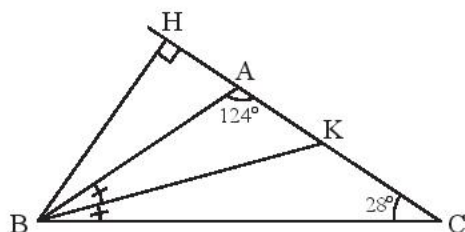


Hình 7

8. Trong tam giác ABC ta có $\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 124^\circ}{2} = 28^\circ$.

Ta có $\widehat{HKB} = \widehat{AKB} = 180^\circ - 124^\circ - 14^\circ = 42^\circ$.

Trong tam giác vuông BHK ta có $\widehat{BHK} = 90^\circ$; $\widehat{HBK} = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

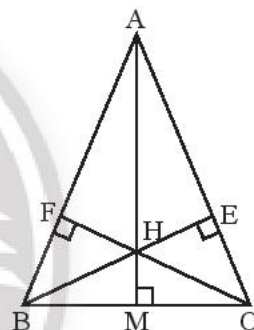


Hình 8

9. Ta có AH là đường cao vuông góc với cạnh BC tại M.

Ta có $\triangle ABM = \triangle ACM$ (hai tam giác vuông có cạnh huyền bằng nhau: $AB = AC$ và cạnh góc vuông AM chung), suy ra $MB = MC$.

Vậy AH là đường trung trực của BC.



Hình 9

10. a) Điểm M là giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC.
 b) Điểm N là giao điểm của hai đường phân giác trong của tam giác ABC.
 c) Điểm P là giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC.
 d) Điểm Q là giao điểm của hai đường cao của tam giác ABC.

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 9.

MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

Bài 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các sự kiện, hiện tượng xảy ra trong tự nhiên hay trong một phép thử nghiệm được gọi là một biến cố.

- Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra.
- Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra.
- Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước là nó có xảy ra hay không.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Gieo một con xúc xắc và thấy xuất hiện mặt 4 chấm ở trên cùng. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?

- A: “Gieo được mặt có số chấm là số lẻ”;
- B: “Gieo được mặt có số chấm là số chính phương”;
- C: “Mặt bị úp xuống có 3 chấm”.

Giải

Vì 4 là số chẵn nên biến cố A không xảy ra.

Vì 4 là số chính phương nên biến cố B xảy ra.

Tổng số chấm ở hai mặt đối diện của con xúc xắc luôn bằng 7 nên mặt úp xuống có 3 chấm. Vậy biến cố C xảy ra.



Hình 1

Bài 2. Trong hộp có 10 quả bóng được in số lần lượt từ 1 đến 10. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp và quan sát số in trên đó. Liệt kê các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra.

- A: “Bóng lấy ra được in số chẵn”;
- B: “Bóng lấy ra được in số không là số nguyên tố”.

Giải

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố A xảy ra là $\{2; 4; 6; 8; 10\}$.

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố B xảy ra là $\{1; 4; 6; 8; 9; 10\}$.

Bài 3. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh và 1 quả bóng màu đỏ. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 bóng từ hộp. Trong các biến cố sau, chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: “Hai bóng được lấy ra đều có màu đỏ”;

B: “Hai bóng được lấy ra đều có màu xanh”;

C: “Có ít nhất 1 bóng màu xanh trong hai bóng được lấy ra”.

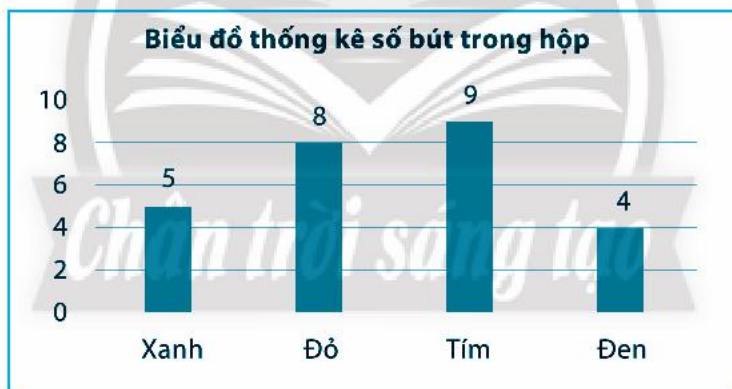
Giải

A là biến cố không thể vì trong hộp chỉ có 1 bóng đỏ.

B là biến cố ngẫu nhiên vì nếu lấy được 1 bóng xanh, 1 bóng đỏ thì B không xảy ra; lấy được 2 bóng xanh thì B xảy ra.

C là biến cố chắc chắn vì chỉ có 1 bóng đỏ và 3 bóng xanh nên nếu lấy ra 2 bóng thì phải có ít nhất 1 bóng xanh.

Bài 4. Biểu đồ sau thống kê số bút trong một hộp.



Lấy ra ngẫu nhiên 1 bút từ hộp, xem màu, trả lại hộp rồi lại lấy ra ngẫu nhiên 1 bút. Trong các biến cố sau, chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: “Bút lấy ra lần thứ nhất là bút xanh”;

B: “Hai bút lấy ra có cùng màu”;

C: “Bút lấy lần thứ hai là bút vàng”.

Giải

A và B là biến cố ngẫu nhiên. C là biến cố không thể.

C. BÀI TẬP

1. Một hộp có 5 quả bóng màu xanh và 4 quả bóng màu đỏ. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc hai bóng từ hộp, thấy chúng đều có màu đỏ. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?
A: “Có ít nhất 1 bóng màu đỏ trong hai bóng lấy ra”;
B: “Có ít nhất 1 bóng màu xanh trong hai bóng lấy ra”;
C: “Không có bóng nào màu xanh trong hai bóng lấy ra”.
2. Gieo một con xúc xắc. Viết tập hợp các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra:
A: “Gieo được mặt có số chấm là số chẵn”;
B: “Gieo được mặt có số chấm là số nguyên tố”;
C: “Mặt bị úp xuống có 6 chấm”.
3. Gieo hai con xúc xắc 6 mặt cân đối. Viết tập hợp các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra:
A: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4”;
B: “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”;
C: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 10”.
4. Một hộp có 100 tấm thẻ được in số lần lượt từ 1 đến 100. Lấy ra ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp và quan sát số trên đó. Trong các biến cố sau, chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.
A: “Tổng các số trên hai thẻ lấy ra lớn hơn 2”;
B: “Tích các số trên hai thẻ lấy ra lớn hơn 2”;
C: “Hai số trên hai thẻ lấy ra bằng nhau”;
D: “Tích hai số ghi trên thẻ là 10 000”.
5. Hộp bút của Xuân có 5 đồ dùng học tập gồm 3 bút mực, 1 bút chì và 1 bút bi. Xuân lấy ra ba dụng cụ học tập từ hộp bút. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.
A: “Xuân chọn được ba chiếc bút thuộc 3 loại khác nhau”;
B: “Xuân chọn được ba chiếc bút cùng loại”;
C: “Xuân không chọn chiếc bút mực nào”;
D: “Xuân chọn được 2 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi”.
6. Gieo hai con xúc xắc 6 mặt cân đối. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến

cổ nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: “Tích số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 36”;

B: “Tích số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 14”;

C: “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 13”.

7. Mỗi quyển vở có giá 10 000 đồng, mỗi cái bút chì có giá 6 000 đồng. Thái mua một vài quyển vở và một vài cái bút. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: “Số tiền Thái mua vở và bút là 22 000 đồng”;

B: “Số tiền Thái mua vở và bút là 23 000 đồng”;

C: “Thái đã dùng ít nhất 16 000 đồng để mua vở và bút”.

Bài 2. LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Để đánh giá khả năng xảy ra của các biến cố, ta dùng một con số có giá trị từ 0 đến 1, gọi là *xác suất của biến cố*. Biến cố có khả năng xảy ra cao hơn sẽ có xác suất lớn hơn.

Biến cố không thể có xác suất xảy ra bằng 0.

Biến cố chắc chắn có xác suất xảy ra bằng 1.

Xác suất của biến cố A được kí hiệu là $P(A)$.

– Khi gieo một con xúc xắc cân đối thì 6 mặt của nó có khả năng xuất hiện bằng nhau. Ta nói xác suất xuất hiện của mỗi mặt đều bằng $\frac{1}{6}$.

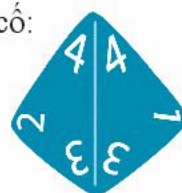
– Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm ngẫu nhiên đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của mỗi kết quả đều là $\frac{1}{n}$, trong đó n là số các kết quả.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Gieo một con xúc xắc 4 mặt cân đối (Hình 1) và quan sát số ghi ở đỉnh

nằm phía trên của con xúc xắc. Tính xác suất của các biến cố:

- A: “Gieo được đỉnh ghi số 4”;
 B: “Gieo được đỉnh ghi số chia hết cho 3”;
 C: “Gieo được đỉnh ghi số chia hết cho 5”;
 D: “Gieo được đỉnh ghi số nhỏ hơn 5”.



Hình 1

Giải

Vì con xúc xắc cân đối nên 4 đỉnh của nó có cùng khả năng nằm phía trên.

Do chỉ có đúng 1 đỉnh ghi số 4 nên $P(A) = \frac{1}{4}$.

Vì chỉ có đúng 1 đỉnh ghi số chia hết cho 3 nên $P(B) = \frac{1}{4}$.

Vì không có đỉnh nào ghi số chia hết cho 5 nên C là biến cố không thể, do đó $P(C) = 0$.

Vì cả 4 đỉnh đều ghi số nhỏ hơn 5 nên D là biến cố chắc chắn, do đó $P(D) = 1$.

Bài 2. Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 10 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 10 như Hình 2. Củng quay mũi tên ở tâm và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố:

- A: “Mũi tên chỉ vào ô số 9”;
 B: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số chẵn”;
 C: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 10”.



Hình 2

Giải

Vì 10 hình quạt bằng nhau nên khả năng mũi tên chỉ vào mỗi hình quạt đều bằng nhau. Do đó $P(A) = \frac{1}{10}$.

Do phần các hình quạt ghi số chẵn có kích thước bằng phần các hình quạt ghi số lẻ nên xác suất xảy ra của biến cố B là $P(B) = \frac{1}{2}$.

Do biến cố C là không thể nên $P(C) = 0$.

Bài 3. Tổ 5 gồm bốn bạn Thanh, Tú, Tùng, Tiến. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn từ danh sách các bạn Tổ 5. Biết mỗi bạn đều có cùng khả năng được chọn, tính xác suất của các biến cố:

- A: “Bạn được chọn tên là Thanh”;

B: “Bạn được chọn có tên bắt đầu bằng chữ cái T”;

C: “Bạn được chọn tên là Tuấn”.

Giải

Do chỉ có 1 bạn tên Thanh nên $P(A) = \frac{1}{4}$.

Do cả 4 bạn đều có tên bắt đầu bằng chữ cái T nên $P(B) = 1$.

Do không có bạn nào ở Tổ 5 có tên là Tuấn nên $P(C) = 0$.

Bài 4. Trong hộp có 100 viên bi có kích thước và trọng lượng bằng nhau, trong đó có 1 viên màu đỏ và 99 viên màu trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

A: “Viên bi lấy ra có màu đỏ”;

B: “Viên bi lấy ra có màu xanh”.

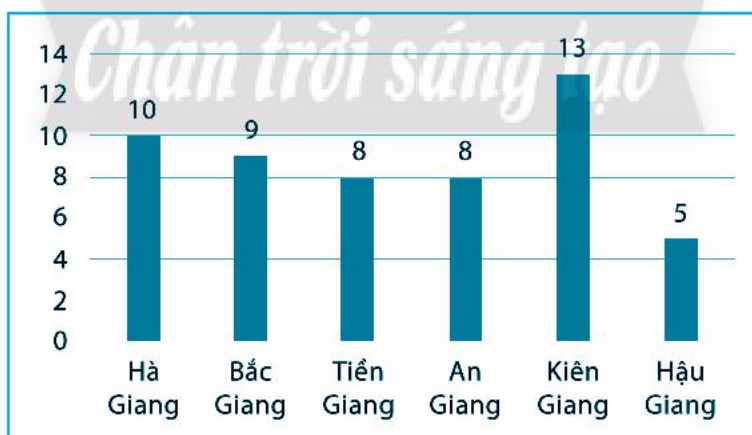
Giải

Vì các viên bi có kích thước và trọng lượng bằng nhau nên các viên bi đều có cùng khả năng được chọn.

Do chỉ có 1 viên bi màu đỏ nên $P(A) = \frac{1}{100}$.

Do không có viên bi nào màu xanh nên $P(B) = 0$.

Bài 5. Biểu đồ sau thống kê số huyện của 6 tỉnh ở Việt Nam.



Việt chọn ngẫu nhiên 1 tỉnh trong 6 tỉnh trên. Biết rằng mỗi tỉnh đều có cùng khả năng được chọn. Tính xác suất của các biến cố:

A: “Tỉnh được chọn có trên 12 huyện”;

- B: “Tỉnh được chọn có đúng 10 huyện”;
 C: “Tỉnh được chọn có ít hơn 5 huyện”;
 D: “Tỉnh được chọn có không quá 13 huyện”.

Giải

Theo giả thiết mỗi tỉnh đều có cùng khả năng được chọn là $\frac{1}{6}$.

Do chỉ có đúng 1 tỉnh là Kiên Giang có trên 12 huyện nên $P(A) = \frac{1}{6}$.

Do chỉ có đúng 1 tỉnh là Hà Giang có đúng 10 huyện nên $P(B) = \frac{1}{6}$.

Do không có tỉnh nào có ít hơn 5 huyện nên C là biến cố không thể, $P(C) = 0$.

Do cả 6 tỉnh đều có không quá 13 huyện nên D là biến cố chắc chắn, $P(D) = 1$.

C. BÀI TẬP

1. Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau.

- A: “Xuất hiện mặt có 2 chấm”;
 B: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 4”;
 C: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 7”;
 D: “Xuất hiện mặt có số chấm là ước của 60”.

2. Trên tường có một đĩa hình tròn có cấu tạo đồng chất và cân đối (Hình 3). Mặt đĩa được chia thành 12 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12. Hoàng quay đĩa quanh trục gắn ở tâm và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố sau:

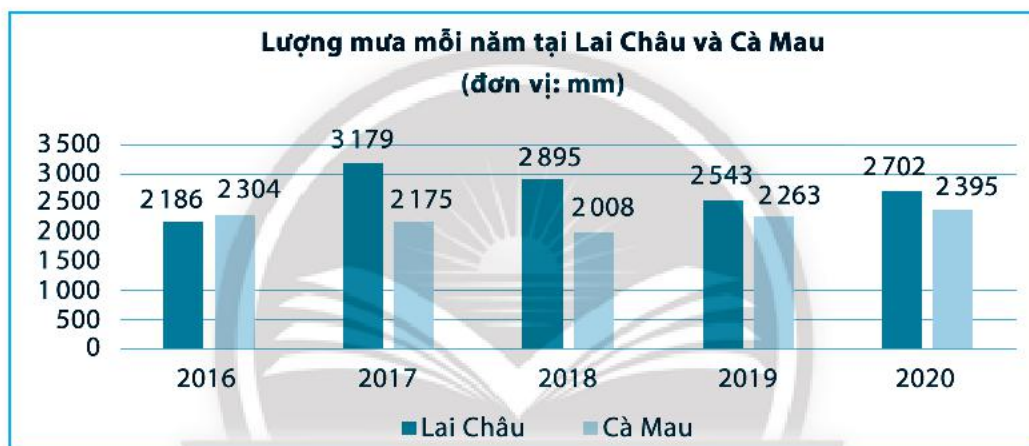
- A: “Mũi tên chỉ vào ô số 7”;
 B: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số lẻ”;
 C: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 11”.



Hình 3

3. Một chiếc hộp kín có chứa 5 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau, và được ghi lần lượt các số 5; 10; 15; 20; 25. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của các biến cố sau.
- A: “Quả bóng lấy ra được ghi số nguyên tố”;
 B: “Quả bóng lấy ra ghi số chia hết cho 5”;
 C: “Quả bóng lấy ra ghi số chia hết cho 3”;
 D: “Quả bóng lấy ra ghi số là bội của 6”.

4. Một chiếc hộp kín có chứa 5 quả bóng màu xanh, 5 quả bóng màu đỏ và 5 quả bóng màu trắng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của biến cố bóng lấy ra có màu xanh.
5. Trong hộp có 1 viên bi màu xanh, 1 viên bi màu trắng và 1 viên bi màu đỏ có kích thước và trọng lượng như nhau. Lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố sau.
 A: “Hai viên bi lấy ra có cùng màu”;
 B: “Không có viên bi nào có màu xanh hay trắng trong hai viên bi được chọn”.
6. Biểu đồ dưới đây biểu diễn lượng mưa (đơn vị: mm) của hai tỉnh Lai Châu và Cà Mau trong các năm 2016 – 2020. Chọn ngẫu nhiên 1 năm trong 6 năm đó. Tính xác suất của các biến cố sau.



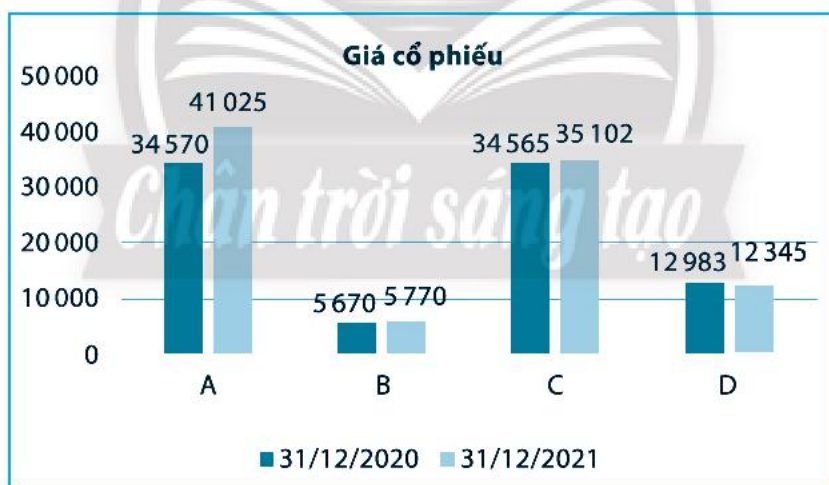
(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- A: “Tại năm được chọn lượng mưa ở Cà Mau cao hơn ở Lai Châu”;
 B: “Tại năm được chọn, lượng mưa ở Cà Mau thấp hơn 25 m”;
 C: “Tại năm được chọn, lượng mưa ở Lai Châu gấp hai lần lượng mưa ở Cà Mau”.
7. Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất. Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:
 A: “Có không quá hai đồng sấp”;
 B: “Cả hai đồng đều sấp”;
 C: “Có ít nhất một đồng sấp”.
8. Mật khẩu mở máy tính của Cường gồm 8 kí tự, trong đó 2 kí tự đầu là chữ số, 6 kí tự sau là chữ cái. Không may Cường quên mất kí tự đầu tiên. Cường chọn ra 2 chữ số một cách ngẫu nhiên và thử mở máy tính. Tính xác suất để Cường mở được máy tính.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

1. Một hộp có 4 cây bút xanh và 1 cây bút đen. Mạnh chọn ra ngẫu nhiên 2 cây bút từ hộp và thấy hai bút có cùng màu. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?
A: “Hai bút lấy ra đều có màu xanh”;
B: “Hai bút lấy ra đều có màu đỏ”;
C: “Có ít nhất 1 bút đỏ trong hai bút lấy ra”.
2. Tổ 3 có 6 bạn là Hà, Hiền, Hiệp, Hương, Hùng và Khánh. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn trong tổ. Hãy nêu tập hợp các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra.
A: “Tên của bạn được chọn bắt đầu bằng chữ cái ‘H’”;
B: “Tên của bạn được chọn không chứa chữ ‘g’”;
C: “Tên của bạn được chọn có chứa dấu huyền”.
Kết quả nào làm cho cả 3 biến cố trên cùng xảy ra?
3. Một hộp có 4 lá thăm được đánh số 3; 5; 7; 9. Lấy ra từ hộp 2 lá thăm. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?
A: “Tổng các số ghi trên hai lá thăm bằng 11”;
B: “Tích các số ghi trên hai lá thăm là số lẻ”;
C: “Số ghi trên một lá thăm bằng bình phương số ghi trên lá thăm kia”.
4. Lúc đầu Hương có 2 tờ 5000 đồng và 3 tờ 10 000 đồng. Hương đánh rơi 2 tờ tiền. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?
A: “Số tiền Hương đánh rơi là 30000 đồng”;
B: “Số tiền Hương đánh rơi là 10000 đồng”;
C: “Hương còn lại ít nhất 20000 đồng”.
5. Một doanh nghiệp chọn ngẫu nhiên 1 tháng trong năm 2022 để thực hiện chương trình khuyến mãi tri ân khách hàng. Tính xác suất doanh nghiệp đó chọn được tháng có ít hơn 30 ngày, biết rằng tất cả các tháng đều có cùng khả năng được chọn.
6. Bác Luân rút ngẫu nhiên 1 quân bài từ bộ bài tây 52 lá.
 - a) Tính xác suất của biến cố: “Bác Luân rút được lá bài Át cơ”.
 - b) Tính xác suất của biến cố: “Bác Luân rút được lá bài đỏ”.

7. Chính gọi điện cho mẹ nhưng quên mất chữ số tận cùng bên phải của số điện thoại. Chính chọn ngẫu nhiên 1 số cho chữ số tận cùng đó và thực hiện cuộc gọi.
- Tính xác suất Chính gọi đúng số của mẹ.
 - Chính phải gọi ít nhất bao nhiêu lần để chắc chắn xác định được đúng số điện thoại của mẹ.
8. Các nhà trong dãy phố nhà An được đánh số chẵn, lần lượt từ số 26 đến số 84. Bác Phúc chọn ngẫu nhiên 1 nhà trong dãy phố nhà An để đến chúc Tết. Tính xác suất của biến cố nhà An được chọn.
9. Một hộp chứa 10 viên bi có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 1 viên màu xanh, 3 viên màu đỏ và 6 viên màu trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:
- “Viên bi lấy ra có màu xanh”;
 - “Viên bi lấy ra có màu đỏ”;
 - “Viên bi lấy ra có màu trắng”;
 - “Viên bi lấy ra có màu tím”.
10. Giá bán ra của 4 loại cổ phiếu A, B, C, D vào cuối ngày 31/12 các năm 2020 và 2021 được cho ở biểu đồ sau.



- Bà Thuý chọn mua ngẫu nhiên 1 trong 4 loại cổ phiếu trên vào ngày 1/6/2021. Tính xác suất của các biến cố sau khi so sánh giữa hai thời điểm trên:
- “Cổ phiếu được chọn có giá bán ra giảm”;
 - “Cổ phiếu được chọn có giá bán ra tăng hơn 5000 đồng”.
 - “Cổ phiếu được chọn có giá bán ra tăng hơn 25%”.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

1. Biến cố A và C xảy ra, biến cố B không xảy ra.
2. $A = \{2; 4; 6\}; B = \{2; 3; 5\}; C = \{1\}$.
3. Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả con xúc xắc thứ nhất xuất hiện i chấm, con xúc xắc thứ hai xuất hiện j chấm.
 $A = \{(1; 3); (2; 2); (3; 1)\};$
 $B = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\};$
 $C = \{(1; 5); (3; 5); (5; 5); (5; 3); (5; 1)\}.$
4. A là biến cố chắc chắn; B là biến cố ngẫu nhiên; C, D là biến cố không thể.
5. A, B là biến cố ngẫu nhiên; C, D là biến cố không thể.
6. A là biến cố ngẫu nhiên; B, C là biến cố không thể.
7. A là biến cố ngẫu nhiên; B là biến cố không thể; C là biến cố chắc chắn.

Bài 2. LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

1. $P(A) = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{1}{6}; P(C) = 0; P(D) = 1.$
2. $P(A) = \frac{1}{12}; P(B) = \frac{1}{2}; P(C) = \frac{1}{12}.$
3. $P(A) = \frac{1}{5}; P(B) = 1; P(C) = \frac{1}{5}; P(D) = 0.$
4. Do số bóng màu xanh, đỏ và trắng là bằng nhau và các bóng đều có cùng kích thước và khối lượng nên cả 3 màu đều có cùng khả năng được chọn.
Do đó xác suất của biến cố bóng lấy ra có màu xanh là $\frac{1}{3}.$
5. $P(A) = 0; P(B) = 0.$
6. $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = 1, P(C) = 0.$

7. Biến cố A luôn xảy ra nên $P(A) = 1$.
 Vì khi B xảy ra thì C cũng xảy ra nên khả năng xảy ra của C cao hơn của B.
 Do đó $P(B) < P(C)$.
 Vậy $P(B) < P(C) < P(A)$.
8. Do từ 00 đến 99 có 100 số nên có 100 khả năng cho 2 kí tự đầu tiên. Xác suất để Cường mở được máy tính là $\frac{1}{100}$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

- Sự kiện A xảy ra. Các sự kiện B, C không xảy ra.
- $A = \{\text{Hà; Hiền; Hiệp; Hương; Hùng}\},$
 $B = \{\text{Hà; Hiền; Hiệp; Khánh}\},$
 $C = \{\text{Hà; Hiền; Hùng}\}.$
 Các kết quả Hà và Hiền làm cho cả 3 sự kiện trên cùng xảy ra.
- A là biến cố không thể vì tổng các số ghi trên hai lá thăm phải là số chẵn.
 B là biến cố chắc chắn vì các số ghi trên thăm đều là số lẻ nên tích hai số cũng là số lẻ.
 C là biến cố ngẫu nhiên, nó xảy ra khi lấy được thăm số 3 và số 9.
- A là biến cố không thể vì tổng số tiền đánh rơi không vượt quá 20 000 đồng.
 B là biến cố ngẫu nhiên, nó xảy ra khi Hương đánh rơi 2 tờ 5 000 đồng.
 C là biến cố chắc chắn vì nếu rơi 2 tờ tiền có mệnh giá cao nhất là 10 000 đồng thì số tiền còn lại là 20 000 đồng.
- Chỉ có tháng 2 là có ít hơn 30 ngày nên xác suất doanh nghiệp đó chọn được tháng có ít hơn 30 ngày là $\frac{1}{12}$.
- a) $\frac{1}{52}$.
 b) Do có 26 lá bài đỏ và 26 lá bài đen nên khả năng rút được lá bài đỏ bằng khả năng rút được lá bài đen. Vậy xác suất rút được lá bài đỏ là $\frac{1}{2}$.
- a) Do có 10 chữ số tận cùng bên phải khác nhau nên xác suất Chính gọi đúng số điện thoại của mẹ là $\frac{1}{10}$.

b) Chính phải gọi ít nhất 9 lần để chắc chắn xác định được đúng số điện thoại của mẹ.

8. Do từ 26 đến 84 có 30 số chẵn nên đây phố nhà An có 30 nhà. Xác suất bác Phúc chọn nhà An là $\frac{1}{30}$.

9. Do không có viên bi nào màu tím nên $P(D) = 0$.

Do các viên bi có cùng khả năng được chọn, mà số bi xanh ít hơn số bi đỏ, số bi đỏ ít hơn bi vàng nên $0 < P(A) < P(B) < P(C)$.

Vậy $P(D) < P(A) < P(B) < P(C)$.

10. $P(A) = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{1}{4}$; $P(C) = 0$.



*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng,
trích dẫn trong cuốn sách này.*

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: ĐẶNG THỊ THUỶ – TRẦN HÀ SƠN

Thiết kế sách: BÙI THỊ NGỌC LAN

Trình bày bìa: THÁI HỮU DƯƠNG

Sửa bản in: VŨ NHÂN KHÁNH – MÃ TRƯỜNG VINH

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

BÀI TẬP TOÁN 7 TẬP HAI (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2BH7T002M22

In bản, (QĐ) khổ 17 x 24 cm.

Đơn vị in: địa chỉ

Cơ sở in: địa chỉ

Số ĐKXB: 593-2022/CXBIPH/20-397/GD

Số QĐXB: .../QĐ- GD - HN ngày ... tháng ... năm 20...

In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...

Mã số: 978-604-0-31979-1



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



BỘ BÀI TẬP LỚP 7 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. Bài tập
NGŨ VĂN 7, TẬP MỘT
2. Bài tập
NGŨ VĂN 7, TẬP HAI
3. Bài tập
TOÁN 7, TẬP MỘT
4. Bài tập
TOÁN 7, TẬP HAI
5. TIẾNG ANH 7
Friends Plus - Workbook
6. Bài tập
GIÁO DỤC CÔNG DÂN 7
7. Bài tập
LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 7 (PHẦN LỊCH SỬ)
8. Bài tập
LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 7 (PHẦN ĐỊA LÍ)
9. Bài tập
KHOA HỌC TỰ NHIÊN 7
10. Bài tập
CÔNG NGHỆ 7
11. Bài tập
TIN HỌC 7
12. Bài tập
ÂM NHẠC 7
13. Bài tập
MĨ THUẬT 7 (BẢN 1)
14. Bài tập
MĨ THUẬT 7 (BẢN 2)
15. Bài tập
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
HƯỚNG NGHIỆP 7 (BẢN 1)
16. Bài tập
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
HƯỚNG NGHIỆP 7 (BẢN 2)

Chân trời sáng tạo

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
 - **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
 - **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
 - **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long
- Sách điện tử:** <http://hanhtrangso.nxbgd.vn>

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập <http://hanhtrangso.nxbgd.vn> và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.



ISBN 978-604-0-31979-1



9 786040 319791

Giá: 14.000 đ