

Thời gian: 120 phút không kể thời gian phát đề

Bài I (1,5 điểm)

1) Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được biểu diễn như bảng sau:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

a) Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu đại biểu tham dự trại hè thanh thiếu niên quốc tế?

b) Tính tần số tương đối cho số đại biểu chỉ sử dụng được 2 ngoại ngữ.

2) Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; ...; 20; hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lẻ và chia hết cho 3”.

Bài II (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x-2}}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Đặt $P = AB$. So sánh P và P^2

Bài III (2,5 điểm)

1) Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B. Biết quãng đường AB dài 90 km và vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 15km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút (biết vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường). Tính vận tốc mỗi xe?

2) Cô An tiết kiệm được 500 triệu đồng, cô chia số tiền của mình cho hai khoản đầu tư. Lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 5%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 6%/năm. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 29 triệu đồng. Tính số tiền cô An đã đầu tư cho mỗi khoản.

3) Cho phương trình $x^2 + mx - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = 2024$.

Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài IV (4,0 điểm)

1) Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có đường kính là 6,2 cm và có kích thước như nhau. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

a) Tính thể tích hộp đựng bóng tennis.

b) Tính thể tích phần không gian còn trống bên trong hộp đựng bóng tennis? (Bỏ qua độ dày của vỏ hộp)



2) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD , CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BFHD$ nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn đó.

b) Gọi E là trung điểm của AC . Chứng minh: $\widehat{FBH} = \widehat{FCA}$ và FE là tiếp tuyến của đường tròn (I).

c) Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại M . Chứng minh BM vuông góc với ME .

Bài V (0,5 điểm)

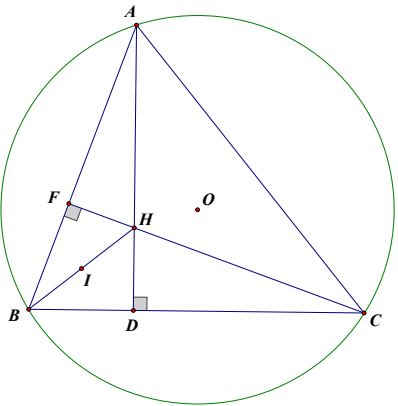
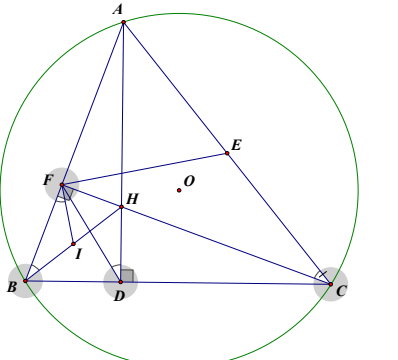
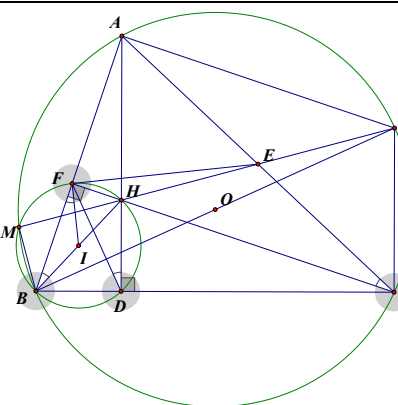
Một phân xưởng sản xuất những chiếc thùng giấy có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp với các kích thước là x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích của thùng bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu làm thùng nhất thì các kích thước của thùng là bao nhiêu?

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9 BÀI THI THỬ 27/5/2025

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I (1,5 điểm)	1a	Tổng số đại biểu tham dự trại hè thanh thiếu niên quốc tế là: $84 + 64 + 24 + 16 + 12 = 200$ (đại biểu)	0,5
	1b	Tần số tương đối cho số đại biểu chỉ sử dụng được 2 ngoại ngữ là: $\frac{64}{200} \cdot 100\% = 32\%$	0,5
	2	Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là: $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$ Tập hợp Ω có 20 phần tử Vì các thẻ cùng loại nên kết quả xảy ra là đồng khả năng.	0,25
		Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 3; 9; 15 Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{20}$	0,25
Bài II (1,5 điểm)		Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$	
	1)	Tính giá trị của A khi $x = 9$ Thay $x = 9$ (TMĐK) vào A ta có: $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = 5$	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25đ
		$= \frac{x+4-2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25đ
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$	0,25đ
	3)	Đặt $P = AB$. So sánh P và P^2 $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$. Xét hiệu $P^2 - P = P(P-1) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - 1 \right) = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)^2}$	0,25
		Ta có: $\begin{matrix} x \geq 0 \\ 2\sqrt{x} \geq 0 \end{matrix}$ với x thuộc ĐKXĐ $(\sqrt{x}-2)^2 > 0$ với x thuộc ĐKXĐ Nên $\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)^2} \geq 0$ với x thuộc ĐKXĐ Suy ra $P^2 - P \geq 0$ hay $P^2 \geq P$	0,25

Bài III (2,5 điểm)	1)	Gọi vận tốc của xe máy là x ($x > 0$, km/h) Vận tốc của ô tô là $x + 15$ (km/h)	0,25
		Thời gian xe máy đi từ A đến B là: $\frac{90}{x}$ (h) Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\frac{90}{x+15}$ (h) Đổi 30 phút = $\frac{1}{2}$ (h)	0,25
		Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+15} = \frac{1}{2}$ Biến đổi được phương trình: $x^2 + 15x - 2700 = 0$	0,25
		Giải phương trình ta được $x = -60$ (loại); $x = 45$ (tmđk) Vậy vận tốc của xe máy là 45 km/h; vận tốc của ô tô là $45 + 15 = 60$ km/h	0,25
	2)	Gọi x (triệu đồng), y (triệu đồng) lần lượt là số tiền mà cô An đầu tư cho khoản đầu tư thứ nhất và khoản đầu tư thứ hai ($x > 0$; $y > 0$). Theo đề bài ta có phương trình: $x + y = 500$ (1)	0,25
		Sau một năm: Số tiền lãi cho khoản đầu tư thứ nhất là: $5\%.x = 0,05x$ (triệu đồng) Số tiền lãi cho khoản đầu tư thứ hai là: $6\%.y = 0,06y$ (triệu đồng) Theo đề bài ta có phương trình: $0,05x + 0,06y = 29$ (2)	0,25
		Từ (1) (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,05x + 0,06y = 29 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được: $x = 100$ (tmđk) và $y = 400$ (tmđk) Vậy số tiền cô An đầu tư cho khoản thứ nhất là 100 triệu đồng; số tiền đầu tư cho khoản thứ hai là 400 triệu đồng	0,25
	3)	Xét phương trình: $x^2 + mx - 2 = 0$ Có $a.c = -2 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Áp dụng định lý Viète $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1.x_2 = -2 \neq 0 \end{cases}$ $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = 2024$ $x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 2024$ $-2.(-m) = 2024$ $m = 1012$	0,25
		Tổng nghịch đảo hai nghiệm là $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-1012}{-2} = 506$	0,25
1.a	Chiều cao của hộp đựng bóng hình trụ là: $6,2.3 = 18,6$ (cm) Bán kính đáy của hộp hình trụ là: $6,2 : 2 = 3,1$ (cm)	0,25	
	Thể tích hộp đựng bóng tennis là: $\pi.3,1^2.18,6 \approx 561,3$ cm ³	0,25	

Bài IV (4,0 điểm)	1.b	Thể tích của 3 quả bóng tennis là: $V = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,1^3 \approx 374,2 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25	
		Thể tích phần không gian còn trống bên trong là: $561,3 - 374,2 = 187,1 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25	
	2.a		Vẽ hình đúng đến câu a)	0,25
		Chỉ ra ΔFHB vuông tại F, từ đó suy ra 3 điểm F, H, B nằm trên đường tròn đường kính BH (1)	0,25	
		Chỉ ra ΔDHB vuông tại D, từ đó suy ra 3 điểm D, H, B nằm trên đường tròn đường kính BH (2)	0,25	
		Từ (1)(2) suy ra tứ giác BFHD nội tiếp Tâm I của đường tròn là trung điểm của BH	0,25	
	2.b	Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh: $\widehat{FBH} = \widehat{FCA}$ và FE là tiếp tuyến của đường tròn (I).		
	b1)		Chứng minh tứ giác AFDC nội tiếp	0,25
			Chỉ ra $\widehat{FDH} = \widehat{FCA}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AF)	0,25
			Chỉ ra $\widehat{FDH} = \widehat{FBH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HF)	0,25
		Suy ra $\widehat{FBH} = \widehat{FCA}$	0,25	
b2)	Chỉ ra ΔEFA cân tại E suy ra $\widehat{EFA} = \widehat{EAF}$ Chỉ ra ΔIFB cân tại I suy ra $\widehat{IBF} = \widehat{IFB}$ Ta có $\widehat{FBH} = \widehat{FCA}$ (cmt) suy ra $\widehat{IFB} = \widehat{FCA}$ Mà $\widehat{FCA} + \widehat{FAC} = 90^\circ$ Suy ra $\widehat{IFB} + \widehat{AFE} = 90^\circ$ Suy ra $\widehat{EFI} = 90^\circ$ hay $FE \perp FI$ suy ra FE là tiếp tuyến của đường tròn (I)		0,25	
			0,25	
c)		Kẻ đường kính BP của đường tròn (O) C/m APCH là hình bình hành suy ra 3 điểm H, E, P thẳng hàng (3) Chỉ ra $\widehat{BMP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) suy ra $MP \perp BM$ Chỉ ra $\widehat{BMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (I)) suy ra $MH \perp BM$	0,25	
		Suy ra M, H, P thẳng hàng (4) Từ (3)(4) suy ra M, H, E, P thẳng hàng Suy ra $ME \perp MB$ (đpcm)	0,25	

Bài 5 (0,5 điểm)	<p>Vi $x : y = 1 : 3$ nên $y = 3x$.</p> <p>Thể tích của thùng là 18 nên $xyz = 18$ suy ra $3x^2z = 18$ hay $z = \frac{6}{x^2}$</p> <p>Ta có diện tích giấy cần dùng là: $S = S_{xq} + S_d = 2(x + 3x)\frac{6}{x^2} + x \cdot 3x = \frac{48}{x} + 3x^2$</p> <p>Ta có $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ với a, b là các số dương</p> <p>Suy ra $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b$</p>	0,25
	<p>Áp dụng bất đẳng thức trên ta có</p> $S = \frac{48}{x} + 3x^2 = \frac{48}{x} + (3x^2 + 12) - 12 \geq \frac{48}{x} + 2\sqrt{3x^2 \cdot 12} - 12$ $= \frac{48}{x} + 12x - 12 \geq 2\sqrt{\frac{48}{x} \cdot 12x} - 12 = 48 - 12 = 36$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $x = 2$, suy ra $y = 6$; $z = \frac{3}{2}$</p> <p>Vậy để tốn ít vật liệu làm thùng nhất thì chiếc thùng có chiều dài đáy là 6 dm; chiều rộng đáy là 2 dm; chiều cao là $\frac{3}{2}$ dm</p>	0,25

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>