

Bài I. (3,5 điểm)

- Cho hai hộp kín, trong đó: Hộp thứ nhất chứa 6 thẻ ghi đủ các số từ 1 đến 6, hộp thứ hai có 9 thẻ được ghi đủ các số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Tính xác suất chọn được hai thẻ mà tích hai số chọn được trên hai thẻ là một số chia hết cho 5.
- Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 - 6y^2 + xy + 2y - x - 5 = 0$.

Bài II. (5,5 điểm)

- Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ với $x \neq 0, x \neq \pm 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 - 7x - \frac{1}{x-1} + P + 2033$.

- Cho hệ phương trình: (I) $\begin{cases} mx + (m+1)y = 38 \\ (m+1)x - my = 19m + 7 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình (I) với $m = 1$

b) Chứng tỏ rằng với bất kỳ giá trị nào của tham số m thì hệ phương trình (I) luôn có nghiệm duy nhất.

Bài III. (4,0 điểm)

- Tìm đa thức $f(x)$ biết $f(x)$ chia cho $(x-3)$ dư 2; $f(x)$ chia cho $(x+4)$ dư 9 và $f(x)$ chia cho $(x^2 + x - 12)$ được thương là $(x^2 + 3)$ và còn dư.

2. Một xe vận chuyển đồ ăn tự động trong một nhà hàng được lập trình di chuyển từ vị trí A đến vị trí B theo cách sau: Sau khi đi được 4m dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp 8m dừng lại 2 giây, đi tiếp 12 m dừng lại 3 giây, ... Cứ như vậy mỗi lượt xe đi từ vị trí A đến vị trí B kể cả dừng hết tất cả 155 giây. Tính quãng đường xe đã di chuyển từ vị trí A đến vị trí B trong nhà hàng. Biết rằng khi đi xe vận chuyển luôn có tốc độ ổn định là 2m/s.

Bài IV. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC là tam giác nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$.

b) Chứng minh: $\frac{AE \cdot BF}{DE \cdot EF} = \frac{FD}{CD}$.

c) Trên tia đối của tia DH lấy K sao cho $DK = DH$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DE và KC. Chứng minh rằng $\widehat{BMN} = 90^\circ$.

Bài V. (2,0 điểm)

- Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng: Nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5.
- Tìm số nguyên x sao cho $x^2 + 13x + 32$ là số chính phương.

Hết

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :
Trường THCS :

HƯỚNG DẪN CHẤM - BIỂU ĐIỂM

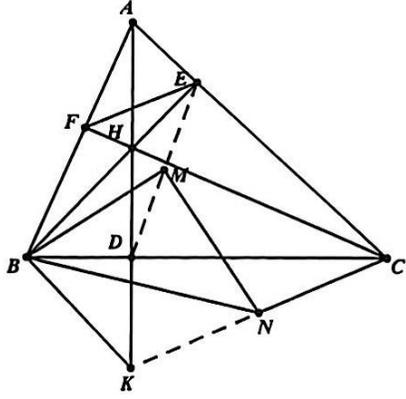
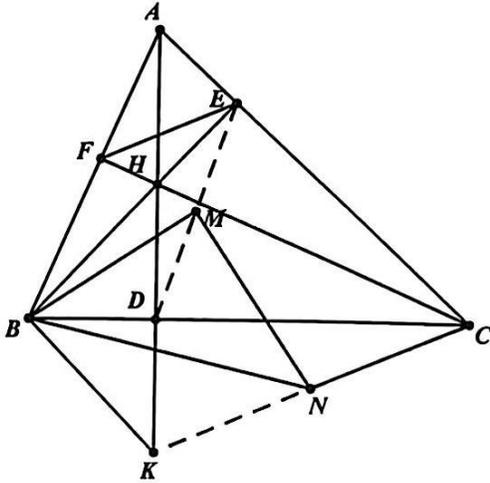
TOÁN 9

Nội dung	Điểm																				
Bài I.	3,5																				
<p>1. Gọi biến cố E “Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ, chọn được hai thẻ mà tích hai số chọn được trên hai thẻ là một số chia hết cho 5” Do hộp thứ nhất có 6 thẻ, hộp thứ hai có 9 thẻ nên số phần tử của không gian mẫu là:</p> $6 \cdot 9 = 54 \text{ (phần tử)}$ <p>Vì 5 nguyên tố và trong mỗi hộp chỉ có 1 thẻ ghi số chia hết cho 5. Cặp thẻ 5-5 lặp lại hai lần nên số kết quả thuận lợi cho biến cố “Tích hai số trên 2 thẻ chia hết cho 5” là</p> $9 + 6 - 1 = 14$ <p>Vậy xác suất cần tìm là: $P(E) = \frac{14}{54} = \frac{7}{27}$</p>	<p>1,5</p> <p>0,25</p> <p>1,0</p> <p>0,25</p>																				
<p>2. Ta có</p> $x^2 - 6y^2 + xy + 2y - x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 24y^2 + 4xy + 8y - 4x - 20 = 0$ $\Leftrightarrow (2x)^2 + 4x(y-1) + (y-1)^2 - (y-1)^2 - 24y^2 + 8y - 20 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + y - 1)^2 - 25y^2 + 10y - 21 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + y - 1)^2 - (25y^2 - 10y + 1) = 20$ $\Leftrightarrow (2x + y - 1)^2 - (5y - 1)^2 = 20$ $\Leftrightarrow (2x + 6y - 2)(2x - 4y) = 20$ $\Leftrightarrow (x + 3y - 1)(x - 2y) = 5$	<p>2,0</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>																				
<p>Do $x; y \in Z$ nên $\begin{cases} x - 2y \in Z \\ x + 3y - 1 \in Z \end{cases}$</p> <p>Mà $5 = 1 \cdot 5 = (-1) \cdot (-5)$</p> <p>Bảng giá trị nguyên tương ứng:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td>$x - 2y$</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>$x + 3y - 1$</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>3</td> <td><i>Loại</i></td> <td><i>Loại</i></td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td><i>Loại</i></td> <td><i>Loại</i></td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	$x - 2y$	1	5	-1	-5	$x + 3y - 1$	5	1	-5	-1	x	3	<i>Loại</i>	<i>Loại</i>	-3	y	1	<i>Loại</i>	<i>Loại</i>	1	<p>0,25</p> <p>0,5</p>
$x - 2y$	1	5	-1	-5																	
$x + 3y - 1$	5	1	-5	-1																	
x	3	<i>Loại</i>	<i>Loại</i>	-3																	
y	1	<i>Loại</i>	<i>Loại</i>	1																	
<p>Thử lại với $(x = 3; y = 1); (x = -3; y = 1)$ đều thỏa mãn: Vậy $(x; y) \in \{(3; 1); (-3; 1)\}$.</p>	<p>0,25</p>																				

Bài II.	5,5
1. $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ với $x \neq 0, x \neq \pm 1$	3,0
a)	
$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$	
$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left[\frac{x^2-1}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right]$	0,5
$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)}$	0,25
$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$	0,25
$P = \frac{x^2}{x-1}$	0,5
b) Ta có: $P = \frac{x^2}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$	0,25
$\Rightarrow M = x^2 - 7x - \frac{1}{x-1} + x+1 + \frac{1}{x-1} + 2033 = x^2 - 6x + 2034$	0,25
$M = x^2 - 6x + 9 + 2025 = (x-3)^2 + 2025$	0,25
Vì $(x-3)^2 \geq 0, \forall x$ nên $M \geq 2025$	0,25
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ (TMĐK)	0,25
Vậy $\min M = 2025 \Leftrightarrow x=3$	0,25
2. (I) $\begin{cases} mx + (m+1)y = 38 \\ (m+1)x - my = 19m + 7 \end{cases}$	2,5
a) Với $m=1$ thì hệ phương trình (I) là	
$\begin{cases} x + 2y = 38 \\ 2x - y = 26 \end{cases}$	
Tìm đúng và có đủ kết luận: Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 18 \\ y = 10 \end{cases}$	1,0
b) Xét đường thẳng (a): $mx + (m+1)y = 38$ (b): $(m+1)x - my = 19m + 7$	
- Với $m=0$, (a): $y=38$; (b): $x=7$ nên a cắt b (vuông góc) (1)	0,25
- Với $m=-1$, (a): $x=-38$; (b): $y=-12$ nên a cắt b (vuông góc) (2)	0,25
- Với $m \neq 0, -1$, khi đó:	
(a): $y = -\frac{m}{m+1}x + \frac{38}{m+1}$; (b): $y = \frac{m+1}{m}x - \frac{19m+7}{m}$	0,25
Giả sử $-\frac{m}{m+1} = \frac{m+1}{m} \Rightarrow -m^2 = m^2 + 2m + 1$ $2m^2 + 2m + 1 = 0$	

$2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 0$ (không có giá trị m thỏa mãn)	0,25
nên $-\frac{m}{m+1} \neq \frac{m+1}{m}$, suy ra a cắt b (3)	0,25
Từ (1), (2) và (3) suy ra: Đường thẳng a luôn cắt đường thẳng b với bất kỳ giá trị nào của m . Vậy hệ phương trình (I) luôn có nghiệm duy nhất.	0,25
Bài III.	4,0
1.	2,0
Ta có: $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$	0,25
Do $f(x)$ chia cho $x^2 + x - 12$ được thương là $x^2 + 3$ còn dư nên ta có:	
$f(x) = (x-3)(x+4)(x^2 + 3) + ax + b$	0,25
Cho $x = -4 \Rightarrow f(x) = -4a + b = 9$	
Cho $x = 3 \Rightarrow f(x) = 3a + b = 2$	0,5
Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} -4a + b = 9 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$	0,5
Thay a, b tìm được và tìm đúng $f(x) = x^4 + x^3 - 9x^2 + 2x + 5 - 31$	0,5
2.	2,0
Gọi số lần đi của xe vận chuyển là x ($x \in N^*$)	0,25
Thời gian xe di chuyển từ lúc xuất phát ở A đến khi đến B là	
$\frac{4}{2} + \frac{8}{2} + \frac{12}{2} + \dots + \frac{4x}{2} = 2 + 4 + 6 + \dots + 2x = x(x+1)$ (giờ)	0,25
Thời gian nghỉ giữa các lần di chuyển là	
$1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = \frac{x(x-1)}{2}$ (giờ)	0,25
Từ đề bài có phương trình:	
$x(x+1) + \frac{x(x-1)}{2} = 155$	0,25
$2x^2 + 2x + x^2 - x - 310 = 0$	
$3x^2 + x - 310 = 0$	
$(x-10)(3x+31) = 0$	
Tìm đúng $x = 10$ (TMĐK)	0,5
Thời gian đi của xe vận chuyển là: $10 \cdot 11 = 110$ (giờ)	
Quãng đường di chuyển từ A đến B là: $110 \cdot 2 = 220$ (m)	0,25
Vậy xe vận chuyển đã đi 220m để di chuyển được từ A đến B.	0,25

Bài IV.	5,0
<p>Vẽ hình đúng</p> <p>a) Xét $\triangle AEB$ và $\triangle AFC$ có</p> $\widehat{BAE} = \widehat{CAF}$ $\widehat{BEA} = \widehat{CFA} = 90^\circ$ <p>Suy ra $\triangle AEB \sim \triangle AFC$ (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ (cặp cạnh tương ứng)}$ <p>Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có</p> $\widehat{FAE} = \widehat{CAB} \text{ (chung góc)}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ (chứng minh trên)}$ <p>Suy ra $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c)</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
<p>b) Ta có $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (CM phần a) $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ (1)</p> <p>Hoàn toàn tương tự ta có</p> $\triangle BFD \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{FD}{AC} \text{ (2)}$ $\triangle CED \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{ED}{AB} \text{ (3)}$ <p>Từ (1) (2) (3) ta được $AE \cdot BF \cdot CD = EF \cdot FD \cdot ED$</p> $\Rightarrow \frac{AE \cdot BF}{DE \cdot EF} = \frac{FD}{CD}$	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>c) Ta có K và H đối xứng nhau qua BC nên $\widehat{HBD} = \widehat{KBD}$</p> <p>Suy ra $\triangle BEC \sim \triangle BDK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BK}$</p> <p>Ta được $\triangle BED \sim \triangle BCK$ (c.g.c)</p> <p>Do M, N lần lượt là trung điểm của DE và KC</p> <p>Nên $\triangle BEM \sim \triangle BCN$ (cg.c)</p> $\Rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{EBM} \Rightarrow \widehat{NBM} = \widehat{CBE} \text{ (cùng cộng } \widehat{CBM} \text{)}$ <p>Kết hợp với $\frac{BE}{BC} = \frac{BM}{BN}$ (Do $\triangle BEM \sim \triangle BCN$ (cg.c))</p> <p>Suy ra $\triangle BEC \sim \triangle BMN$ (cg.c) nên $\widehat{NMB} = \widehat{CEB} = 90^\circ$</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>



Bài V.	2,0
1.	1,0
Ta có: $4a^2 + 3ab - 11b^2 \div 5$; $5a^2 + 5ab - 10b^2 \div 5$	0,25
$\Rightarrow (5a^2 + 5ab - 10b^2) - (4a^2 + 3ab - 11b^2) \div 5$	0,25
$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 \div 5 \Rightarrow (a+b)^2 \div 5$	
$\Rightarrow a+b \div 5$ (Vì 5 là số nguyên tố)	0,25
$\Rightarrow a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \div 5$	0,25
2.	1,0
Với $x^2 + 13x + 32$ là số chính phương, gọi y nguyên thỏa mãn: $x^2 + 13x + 32 = y^2$	
$\Leftrightarrow (2x - 2y + 13)(2x + 2y + 13) = 41$	0,25
Do x, y nguyên nên $2x - 2y + 13; 2x + 2y + 13$ nguyên; $41 = 1.41 = (-1).(-41)$	
Từ đó ta có các hệ phương trình sau	
$\begin{cases} 2x - 2y + 13 = 1 \\ 2x + 2y + 13 = 41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 10 \end{cases}$	
$\begin{cases} 2x - 2y + 13 = -1 \\ 2x + 2y + 13 = -41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -10 \end{cases}$	0,25
$\begin{cases} 2x - 2y + 13 = -1 \\ 2x + 2y + 13 = -41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -17 \\ y = -10 \end{cases}$	
$\begin{cases} 2x - 2y + 13 = -41 \\ 2x + 2y + 13 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -17 \\ y = 10 \end{cases}$	0,25
Vậy với $x = 4$ hoặc $x = -17$ thì $x^2 + 13x + 32$ là số chính phương.	0,25

* Học sinh làm theo cách khác, đúng, đủ thì tính điểm tương đương.
 Bài IV. Hình vẽ đúng đến ý nào thì chấm ý đó.