

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm 06 câu, 02 trang)

Câu 1. (1,5 điểm)

- Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{121} - \sqrt{64}$; $B = 1 + \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2}$.
- Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 9$.
 - Rút gọn biểu thức P .
 - Tìm x để $P = \frac{1}{3}$.

Câu 2. (1,5 điểm)

- Trên khu đất của mình, bác Sơn trồng rau trên mảnh vườn hình chữ nhật với tổng chiều dài hàng rào bao quanh là 50 mét (tính cả cửa ra vào vườn). Để mở rộng diện tích trồng rau, bác dự định kéo dài thêm chiều dài mảnh vườn 2 mét và giữ nguyên chiều rộng. Khi đó, chiều dài mới của mảnh vườn sẽ gấp đôi chiều rộng. Tính diện tích mảnh vườn ban đầu của Bác Sơn.
- Giải bất phương trình: $2x + (5x + 1) > 3(2x + 3)$.

Câu 3. (1,5 điểm)

- Lớp 9B của một trường THCS có 40 học sinh. Bảng thống kê sau cho biết số lượng học sinh của lớp 9B theo mức độ cận thị:

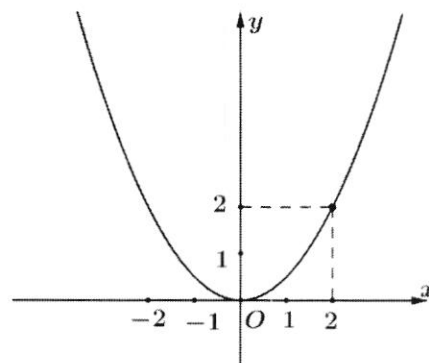
Mức độ	Không cận thị	Cận thị nhẹ	Cận thị nặng
Số học sinh	20	12	8

Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên.

- Tổ 1 của lớp 9A có 4 học sinh nam là An, Bình, Cường, Dũng và 5 học sinh nữ là Hoa, Lan, Mai, Ngọc, Phương. Giáo viên ghi tên từng bạn vào các lá thăm giống nhau, trộn đều rồi rút ngẫu nhiên một lá thăm để chọn ra một bạn tham gia hoạt động trải nghiệm của nhà trường.
Gọi E là biến cố “bạn được chọn là bạn nam”, F là biến cố “bạn được chọn là bạn nữ”.
 - Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra khi chọn một bạn?
 - Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố E và F ?
 - Tính xác suất của mỗi biến cố E và F .

Câu 4. (1,5 điểm)

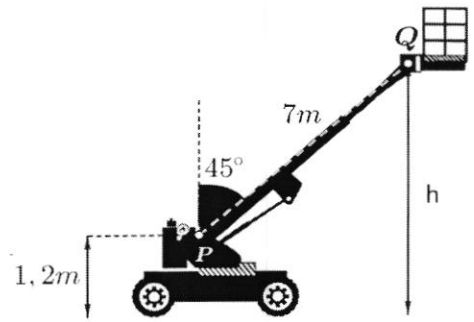
- Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị là một parabol với đỉnh O như hình bên. Tìm giá trị của a .



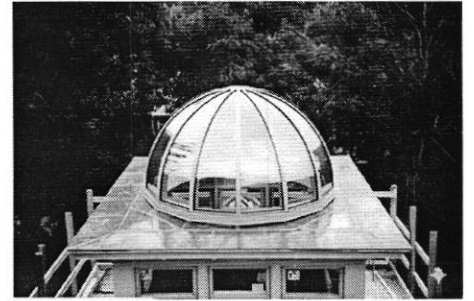
- Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ (1)
 - Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $\frac{2}{x_2 + 1} + \frac{2}{x_1 + 1}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

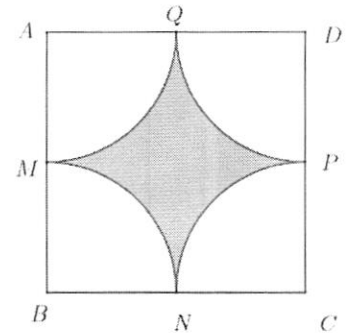
1. Một công nhân đang sử dụng thang nâng để sửa chữa một bảng hiệu trên tòa nhà. Thang nâng có chiều dài 7 mét và tạo một góc 45° so với phương thẳng đứng. Điểm thấp nhất P của thang nâng cách mặt đất 1,2 mét. Tính chiều cao h từ mặt đất đến điểm Q trên thang nâng, nơi công nhân đang đứng để sửa chữa bảng hiệu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).



2. Một mái vòm kính có hình dạng nửa hình cầu được đặt trên một tòa nhà, như trong hình. Biết rằng phần đế của nửa hình cầu (phần tiếp xúc với mái nhà) là một hình tròn có đường kính 6 mét. Tính diện tích bề mặt ngoài của vòm kính (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét vuông).



3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tại mỗi đỉnh của hình vuông vẽ một cung tròn có tâm tại đỉnh đó và đi qua trung điểm của cạnh hình vuông. Bốn cung tròn này tạo thành một hình được tô đậm ở giữa hình vuông (tham khảo hình vẽ). Hãy tính diện tích phần hình được tô đậm này.



4. Một nhà thiết kế đang tạo ra chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh với hình dạng của hai hình nón giống hệt nhau được đặt chồng lên nhau như hình vẽ. Mỗi hình nón có bán kính đáy là 4 cm và chiều cao là 12 cm. Biết rằng hình nón phía trên được đổ đầy cát và tốc độ chảy của cát không đổi, nhà thiết kế cần xác định tốc độ chảy của cát để mỗi lần cát chảy hết từ hình nón phía trên xuống hình nón phía dưới mất 10 phút. Em hãy giúp nhà thiết kế tính tốc độ chảy của cát theo đơn vị centimet khối mỗi giây (lấy $\pi \approx 3,14$, độ dày phần thủy tinh làm đồng hồ không đáng kể).



Câu 6. (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm C (C khác A và B). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại M .

1. Chứng minh tứ giác $OAMC$ là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi H là giao điểm của MO và AC . Chứng minh $MO \perp AC$ và $MH \cdot MO = MA^2$.
3. Gọi I là giao điểm của MB và đường tròn (O) (I khác B). Tia IO cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K . Chứng minh $KC \parallel HI$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

(Hướng dẫn chấm có 05 trang)

Lưu ý:

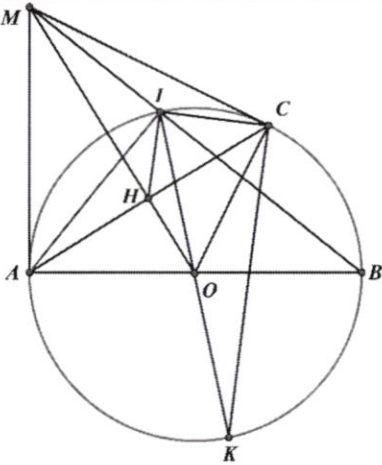
- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- Điểm toàn bài lấy đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Câu	Đáp án	Điểm
1 (1,5 điểm)	1. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{121} - \sqrt{64}$; $B = 1 + \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2}$.	
	$A = \sqrt{121} - \sqrt{64} = \sqrt{11^2} - \sqrt{8^2} = 11 - 8 = 3.$	0,25
	$B = 1 + \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} = 1 + 2\sqrt{3} - 1 = 1 + 2\sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}.$	0,25
	2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$.	
	a. Rút gọn biểu thức P .	
	b. Tìm x để $P = \frac{1}{3}$.	
	a. $P = \left(\frac{1 \cdot (\sqrt{x} + 1) - 2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}}$ $P = \left(\frac{\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}}$	0,25
	$P = \frac{3 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}}$ $P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}.$	0,25
	b. Ta có $P = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{3}$ $\sqrt{x} + 1 = 3$	0,25
	$\sqrt{x} = 2$ $x = 4.$ Vậy để $P = \frac{1}{3}$ thì $x = 4$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm								
2 (1,5 điểm)	1. Trên khu đất của mình, bác Sơn trồng rau trên mảnh vườn hình chữ nhật với tổng chiều dài hàng rào bao quanh là 50 mét (tính cả cửa ra vào vườn). Để mở rộng diện tích trồng rau, bác dự định kéo dài thêm chiều dài mảnh vườn 2 mét và giữ nguyên chiều rộng. Khi đó, chiều dài mới của mảnh vườn sẽ gấp đôi chiều rộng. Tính diện tích mảnh vườn ban đầu của Bác Sơn.									
	Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn ban đầu lần lượt là x, y (m) ($0 < x, y < 25$).	0,25								
	Theo giả thiết, chu vi mảnh vườn là 50 m, ta có phương trình: $2(x + y) = 50$ suy ra $x + y = 25$.	0,25								
	Nếu tăng chiều dài thêm 2 m, khi đó chiều dài mới gấp đôi chiều rộng, ta có phương trình: $x + 2 = 2y$ suy ra $x - 2y = -2$.									
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 25 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được: $x = 16, y = 9$.	0,25								
	Vậy diện tích mảnh vườn là: $S = x.y = 16.9 = 144\text{m}^2$.	0,25								
	2. Giải bất phương trình: $2x + (5x + 1) > 3(2x + 3)$.									
3 (1,5 điểm)	$2x + 5x + 1 > 6x + 9$ $7x - 6x > 9 - 1$ $x > 8$.	0,25								
	Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > 8$.	0,25								
	1. Lớp 9B của một trường THCS có 40 học sinh. Bảng thống kê sau cho biết số lượng học sinh của lớp 9B theo mức độ cận thị:									
	<table><tr><td>Mức độ</td><td>Không cận thị</td><td>Cận thị nhẹ</td><td>Cận thị nặng</td></tr><tr><td>Số học sinh</td><td>20</td><td>12</td><td>8</td></tr></table>	Mức độ	Không cận thị	Cận thị nhẹ	Cận thị nặng	Số học sinh	20	12	8	
	Mức độ	Không cận thị	Cận thị nhẹ	Cận thị nặng						
	Số học sinh	20	12	8						
	Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên.									
Ta có bảng tần số tương đối như sau:										
<table><tr><td>Mức độ cận thị</td><td>Không cận thị</td><td>Cận thị nhẹ</td><td>Cận thị nặng</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>50%</td><td>30%</td><td>20%</td></tr></table>	Mức độ cận thị	Không cận thị	Cận thị nhẹ	Cận thị nặng	Tần số tương đối	50%	30%	20%	0,5	
Mức độ cận thị	Không cận thị	Cận thị nhẹ	Cận thị nặng							
Tần số tương đối	50%	30%	20%							
2. Tổ 1 của lớp có học sinh nam là An, Bình, Cường, Dũng và học sinh nữ là Hoa, Lan, Mai, Ngọc, Phương. Giáo viên ghi tên từng bạn vào các lá thăm giống nhau, trộn đều rồi rút ngẫu nhiên một lá thăm để chọn ra một bạn tham gia hoạt động trải nghiệm của nhà trường.										
Gọi E là biến cố “bạn được chọn là bạn nam”, F là biến cố “bạn được chọn là bạn nữ”.										
a. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra khi chọn một bạn?										
b. Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố E và F ?										
c. Tính xác suất của mỗi biến cố E và F .										
a. Số kết quả có thể xảy ra khi chọn một bạn Mỗi bạn đều có thể được chọn, nên số kết quả có thể xảy ra là: $n(\Omega) = 9$	0,25									
b. Số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố - Biến cố E : “bạn được chọn là bạn nam”	0,25									

Câu	Đáp án	Điểm
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố E là: $n(E) = 4$ (An, Bình, Cường, Dũng). - Biến cố F : “bạn được chọn là bạn nữ” Số kết quả thuận lợi cho biến cố F là: $n(F) = 5$ (Hoa, Lan, Mai, Ngọc, Phương).	
	c. - Xác suất của biến cố E : $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}.$	0,25
	- Xác suất của biến cố F : $P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{5}{9}.$	0,25
4 (1,5 điểm)	1. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị là một parabol với đỉnh O như hình bên. Tìm giá trị của a .	
	Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm có tọa độ $(2; 2)$.	0,25
	Suy ra: $2 = a.2^2$ $a = \frac{1}{2}.$	0,25
	2. Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ (1) a. Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . b. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $\frac{2}{x_2 + 1} + \frac{2}{x_1 + 1}$.	
	a. Ta có $\Delta = 16 - 4.1.1 = 12$.	0,25
	Vì $\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25
	b. Theo hệ thức Viète, $x_1 + x_2 = 4; x_1.x_2 = 1$. Từ đó $\frac{2}{x_2 + 1} + \frac{2}{x_1 + 1} = \frac{2x_1 + 2 + 2x_2 + 2}{x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1} = \frac{2.4 + 4}{1 + 4 + 1} = 2.$	0,25
	1. Một công nhân đang sử dụng thang nâng để sửa chữa một bảng hiệu trên tòa nhà. Thang nâng có chiều dài 7 mét và tạo một góc 45° so với phương thẳng đứng. Điểm thấp nhất P của thang nâng cách mặt đất 1,2 mét. Tính chiều cao h từ mặt đất đến điểm Q trên thang nâng, nơi công nhân đang đứng để sửa chữa bảng hiệu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).	
	Xét tam giác vuông PQH có $\hat{P} = 45^\circ$ nên nó là tam giác vuông cân tại H . $PQ = 7 \text{ m}$ suy ra $QH = \frac{7\sqrt{2}}{2} \text{ m}.$	0,25
	Vậy chiều cao từ mặt đất đến điểm Q là	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
5 (2,0 điểm)	$h = QH + AP = \frac{7\sqrt{2}}{2} + 1,2 \approx 6,1\text{m}.$	
	2. Một mái vòm kính có hình dạng nửa hình cầu được đặt trên một tòa nhà, như trong hình. Biết rằng phần đế của nửa hình cầu (phần tiếp xúc với mái nhà) là một hình tròn có đường kính 6 mét. Tính diện tích bề mặt ngoài của vòm kính (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét vuông).	
	Bán kính của hình cầu là: $R = \frac{6}{2} = 3\text{m}.$	0,25
	Diện tích bề mặt ngoài của vòm kính là: $S = \frac{4\pi R^2}{2} = 2.3,14.3^2 \approx 57\text{m}^2.$	0,25
	3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tại mỗi đỉnh của hình vuông vẽ một cung tròn có tâm tại đỉnh đó và đi qua trung điểm của cạnh hình vuông. Bốn cung tròn này tạo thành một hình được tô đậm ở giữa hình vuông (tham khảo hình vẽ). Hãy tính diện tích phần hình được tô đậm này.	
	Hình vuông được tạo thành bởi hình tô đậm và 4 hình quạt có có góc ở tâm bằng 90° và bán kính bằng 2.	0,25
	Diện tích hình tô đậm bằng diện tích hình vuông cạnh 4 trừ đi diện tích hình tròn bán kính bằng 2. Diện tích hình tô đậm là: $S = 4^2 - \pi.2^2 = 16 - 4\pi$ (ĐVDT).	0,25
	4. Một nhà thiết kế đang tạo ra chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh với hình dạng của hai hình nón giống hệt nhau được đặt chồng lên nhau như hình vẽ. Mỗi hình nón có bán kính đáy là 4 cm và chiều cao là 12 cm. Biết rằng hình nón phía trên được đổ đầy cát và tốc độ chảy của cát không đổi, nhà thiết kế cần xác định tốc độ chảy của cát để mỗi lần cát chảy hết từ hình nón phía trên xuống hình nón phía dưới mất 10 phút. Em hãy giúp nhà thiết kế tính tốc độ chảy của cát theo đơn vị centimet khối mỗi giây (lấy $\pi \approx 3,14$, độ dày phần thủy tinh làm đồng hồ không đáng kể).	
6 (2,0 điểm)	Thể tích cát có trong phần trên của chiếc đồng hồ là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}.3,14.4^2.12 = \frac{5024}{25}\text{cm}^3.$ Đổi đơn vị: 10 phút = 600 giây.	0,25
	Tốc độ chảy của cát: $\frac{5024}{25} : 600 = \frac{628}{1875} (\text{cm}^3/\text{giây}).$	0,25
	Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm C (C khác A và B). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại M . 1. Chứng minh tứ giác $OAMC$ là tứ giác nội tiếp. 2. Gọi H là giao điểm của MO và AC . Chứng minh $MO \perp AC$ và $MH.MO = MA^2$. 3. Gọi I là giao điểm của MB và đường tròn (O) (I khác B). Tia IO cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K . Chứng minh $KC \parallel HI$.	

Câu	Đáp án	Điểm
		
a.	Vẽ đúng hình đủ để chứng minh ý a)	0,25
	Vì MA, MC là các tiếp tuyến tại A và C nên $MA \perp AO; MC \perp CO$.	0,25
	Xét tứ giác $OAMC$ có $\widehat{MAO} = \widehat{MCO} = 90^\circ$. Suy ra tứ giác $OAMC$ nội tiếp đường tròn đường kính MO .	0,25
b.	Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $MA = MC$ mà $OA = OC$ từ đó ta có MO là trung trực của AC . Nên ta suy ra được $MO \perp AC$.	0,25
	Dễ thấy $\triangle MAO$ và $\triangle MHA$ là hai tam giác đồng dạng nên ta có:	0,25
	$\frac{MA}{MH} = \frac{MO}{MA}$ suy ra $MH \cdot MO = MA^2$.	0,25
c.	Ta có: $\widehat{AIB} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{MIA} = 90^\circ$ Vì tứ giác $MIHA$ có $\widehat{MIA} = \widehat{MHA} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{MHI} = \widehat{MAI}$. Ta có $\widehat{MAI} + \widehat{IAB} = 90^\circ, \widehat{ABI} + \widehat{IAB} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{MAI} = \widehat{ABI}$. Lại có $\widehat{ABI} = \widehat{ACI}$ nên suy ra được $\widehat{MHI} = \widehat{ACI}$.	0,25
	Ta có $\widehat{MHI} + \widehat{IHC} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{ACI} + \widehat{IHC} = 90^\circ$ hay $\widehat{HCI} + \widehat{IHC} = 90^\circ$. Vậy suy ra được $\widehat{HIC} = 90^\circ$ mà $\widehat{KCI} = 90^\circ$ do đó KC, HI cùng vuông góc với IC . Suy ra $KC \parallel HI$.	0,25

-----HẾT-----

Xem thêm: **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 MÔN TOÁN**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan>