

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Phương trình $3x + 9 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = -9$.

Câu 2. Với $x \geq 0$, biểu thức $2(\sqrt{x})^3 \sqrt{x^5}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $2x^3$ B. $2(\sqrt{x})^{15}$ C. $2x^2 \sqrt{x}$ D. $2x^4$.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua điểm có tọa độ $(-1; 2)$?

- A. $y = -x^2$. B. $y = 2x^2$. C. $y = -2x^2$. D. $y = -\frac{1}{4}x^2$.

Câu 4. Bất phương trình $-2x + 1 \geq -5$ có nghiệm là

- A. $x \geq 3$. B. $x \geq 2$. C. $x \leq 2$. D. $x \leq 3$.

Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 3cm$, $BC = 4cm$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin B = \frac{2}{3}$. B. $\tan B = \frac{1}{2}$. C. $\cos B = \frac{2}{3}$. D. $\cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 6. Bán kính của đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác vuông có một cạnh góc vuông bằng $3cm$, và độ cạnh huyền bằng hai lần độ dài cạnh góc vuông còn lại bằng

- A. $\sqrt{2} cm$. B. $3 cm$. C. $\sqrt{3} cm$. D. $1 cm$.

Câu 7. Chiều cao (đơn vị centimet) của các em học sinh trong một lớp được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau

Chiều cao(cm)	[145;155)	[155;165)	[165;175)
Số học sinh	20	17	8

Số học sinh có chiều cao từ $155cm$ trở lên bằng

- A. 20. B. 25. C. 17. D. 45.

Câu 8. Bạn Minh gieo hai đồng xu 2 lần liên tiếp. Xác suất để có đúng 1 lần hai đồng xu cùng xuất hiện mặt ngửa là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{16}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a. (0,75 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 8x - 9 = 0$.

b. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 & (1) \\ 2x + 3y = 3 & (2) \end{cases}$$

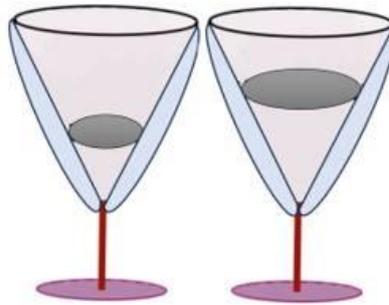
Câu 10. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x+2}} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x+8}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Câu 11. (1,0 điểm) Tìm m để phương trình: $x^2 - 6x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 > 24$.

Câu 12. (1,0 điểm) Bác Tuấn gửi tiết kiệm vào ngân hàng kỳ hạn 12 tháng với lãi suất 5%/năm và gửi trong hai năm. Tuy nhiên sau năm thứ nhất Bác Tuấn làm việc và tích lũy được 50 triệu đồng nên sau khi hết kỳ hạn thứ nhất Bác Tuấn không rút tiền ra mà gửi thêm vào 50 triệu đồng. Sau hai năm Bác Tuấn rút tiết kiệm được cả gốc lẫn lãi là 273 triệu đồng. Tính số tiền Bác Tuấn gửi tiết kiệm ban đầu (đơn vị triệu đồng).

Câu 13. (1,0 điểm) Một chiếc ly thủy tinh có lòng trong là một hình nón, có chiều cao từ lòng đáy ly đến miệng ly bằng 10(cm), đường kính lòng trong miệng ly bằng 8(cm).

- Phải rót bao nhiêu lít nước vào ly để ly có đầy nước? (làm tròn sau dấu phẩy ba chữ số).
- Ban đầu người ta rót vào ly (chưa chứa nước) một lượng nước có thể tích V bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước mà ly có thể chứa đầy, sau đó người ta đổ thêm vào ly một lượng nước có thể tích bằng V . Hỏi sau khi đổ thêm mực nước tăng so với lúc chưa đổ thêm bao nhiêu cm? (làm tròn sau dấu phẩy hai chữ số).



Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A ở bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi M, I lần lượt là trung điểm AB và OA .

- (1,0 điểm) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
- (1,0 điểm) Gọi G là trọng tâm tam giác ACM , G' là giao điểm của CM và OA .

Chứng minh $GI \perp CM$. Khi tam giác IGG' cân đỉnh I , hãy tính BC theo R .

Câu 15. Có hai con kiến bò trên 2 đường thẳng a và b song song với nhau. Con kiến thứ nhất xuất phát từ điểm A bò với vận tốc 2cm/s , con kiến thứ hai xuất phát từ điểm B bò ngược chiều với con kiến thứ nhất và bò với vận tốc $1,5\text{cm/s}$. Biết độ dài $AB = 30\text{cm}$ và khoảng cách gần nhất từ A đến đường thẳng b bằng 8cm . Biết hai con kiến xuất phát cùng thời điểm, tính khoảng thời dài nhất kể từ khi xuất phát để hai con kiến cách nhau một khoảng bằng 12cm (tính theo đơn vị giây, làm tròn sau dấu phẩy một chữ số).



-----Hết-----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Phương trình $3x+9=0$ có nghiệm là

- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=-3$. D. $x=-9$.

Lời giải

Phương trình $3x+9=0$ trở thành $3x=-9$, giải được $x=-3$.

Câu 2. Với $x \geq 0$, biểu thức $2(\sqrt{x})^3 \sqrt{x^5}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $2x^3$ B. $2(\sqrt{x})^{15}$ C. $2x^2\sqrt{x}$ D. $2x^4$.

Lời giải

Biểu thức $2(\sqrt{x})^3 \sqrt{x^5} = 2x\sqrt{x}.x^2\sqrt{x} = 2x^4$ (vì $x \geq 0$).

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua điểm có tọa độ $(-1;2)$?

- A. $y=-x^2$. B. $y=2x^2$. C. $y=-2x^2$. D. $y=-\frac{1}{4}x^2$.

Lời giải

Thay $x=-1, y=2$ vào các phương án trên, chỉ có phương án **B** đúng.

Câu 4. Bất phương trình $-2x+1 \geq -5$ có nghiệm là

- A. $x \geq 3$. B. $x \geq 2$. C. $x \leq 2$. D. $x \leq 3$.

Lời giải

Bất phương trình $-2x+1 \geq -5$ trở thành $-2x \geq -6$, giải được $x \leq 3$.

Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB=AC=3cm, BC=4cm$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin B = \frac{2}{3}$. B. $\tan B = \frac{1}{2}$. C. $\cos B = \frac{2}{3}$. D. $\cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Tam giác ABC cân tại A nên gọi H là trung điểm BC thì $AH \perp BC \Rightarrow \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{2}{3}$.

Câu 6. Bán kính của đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác vuông có một cạnh góc vuông bằng $3cm$, và độ cạnh huyền bằng hai lần độ dài cạnh góc vuông còn lại bằng

- A. $\sqrt{2} cm$. B. $3cm$. C. $\sqrt{3} cm$. D. $1cm$.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh góc vuông còn lại là $a \Rightarrow$ độ dài cạnh huyền bằng $2a$. Theo định lý Pytago:

$(2a)^2 - a^2 = 9 \Leftrightarrow 3a^2 = 9 \Leftrightarrow a = \sqrt{3}$. Tam giác vuông có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{1}{2}$ độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{3} cm$.

Câu 7. Chiều cao (đơn vị centimet) của các em học sinh trong một lớp được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau

Chiều cao(cm)	[145;155)	[155;165)	[165;175)
Số học sinh	20	17	8

Số học sinh có chiều cao từ 155cm trở lên bằng

- A. 20. **B. 25.** C. 17. D. 45.

Lời giải

Số học sinh có chiều cao từ 155cm trở lên bằng $17 + 8 = 25$ (học sinh).

Câu 8. Bạn Minh gieo hai đồng xu 2 lần liên tiếp . Xác suất để có đúng 1 lần hai đồng xu cùng xuất hiện mặt ngửa là

- A. $\frac{3}{8}$.** B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải

Một đồng xu có 2 khả năng sấp hoặc ngửa nên các khả năng có thể xảy ra khi gieo hai đồng xu 2 lần liên tiếp là $2^4 = 16$.

Xét 1 lần gieo hai đồng xu, xảy ra các khả năng: NN, SN, NS, SS

Để có đúng 1 lần hai xu cùng xuất hiện mặt ngửa, xảy ra 2 trường hợp

TH1: Gieo lần 1 hai xu cùng xuất hiện mặt ngửa, lần 2 hai xu không cùng ngửa

Có $1.3 = 3$ khả năng .

TH2: Gieo lần 2 hai xu cùng xuất hiện mặt ngửa, lần 1 hai xu không cùng ngửa

Có $1.3 = 3$ khả năng .

Vậy xác suất là $\frac{3+3}{16} = \frac{3}{8}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a. (0,75 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 8x - 9 = 0$.

Lời giải

Phương trình có $a + b + c = 1 + 8 - 9 = 0$ -----0,25

nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = -9$.-----0,5

b. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = -1 & (1) \\ 2x + 3y = 3 & (2) \end{cases}$.

Lời giải

Lấy phương trình $3.(1) + 2.(2)$ theo vế ta được $13x = 3$ nên $x = \frac{3}{13}$.-----0,25

Thay $x = \frac{3}{13}$ vào (1) ta có $\frac{9}{13} - 2y = -1$ hay $2y = \frac{22}{13}$, nên $y = \frac{11}{13}$ -----0,25

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{3}{13}; \frac{11}{13}\right)$.-----0,25

Câu 10. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x+2}} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x+8}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{2}{\sqrt{x+2}} - \frac{4}{\sqrt{x-2}} + \frac{2x+8}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \text{-----}0,25$$

$$P = \frac{2(\sqrt{x-2}) - 4(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} + \frac{2x+8}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \text{-----}0,25$$

$$P = \frac{2x - 2\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \text{-----}0,25$$

$$P = \frac{2(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} = \frac{2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}} \text{-----}0,25$$

Câu 11. (1,0 điểm) Tìm m để phương trình: $x^2 - 6x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 > 24$.

Lời giải

Phương trình $x^2 - 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' = 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$.-----0,25

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$.-----0,25

Ta có $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 > 24$ trở thành $x_1 x_2 (x_1 + x_2) > 24$ hay $6m > 24 \Leftrightarrow m > 4$ -----0,25

Đổi chiều điều kiện $m < 9$, suy ra $4 < m < 9$ là các giá trị cần tìm-----0,25

Câu 12. (1,0 điểm) Bác Tuấn gửi tiết kiệm vào ngân hàng kỳ hạn 12 tháng với lãi suất 5%/ năm và gửi trong hai năm. Tuy nhiên sau năm thứ nhất Bác Tuấn làm việc và tích lũy được 50 triệu đồng nên sau khi hết kỳ hạn thứ nhất Bác Tuấn không rút tiền ra mà gửi thêm vào 50 triệu đồng. Sau hai năm Bác Tuấn rút tiết kiệm được cả gốc lẫn lãi là 273 triệu đồng. Tính số tiền Bác Tuấn gửi tiết kiệm ban đầu (đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Gọi A (triệu đồng) là số tiền Bác Tuấn gửi ban đầu ($A > 0$)

Sau năm thứ nhất, Bác Tuấn có cả gốc và lãi là $A(1+0,05)$ (triệu đồng)-----0,25

Đầu năm thứ hai Bác Tuấn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 50 triệu đồng nên đầu năm thứ hai số tiền gửi vào ngân hàng là $A(1+0,05) + 50$ (triệu đồng)

Do đó sau năm thứ hai Bác Tuấn có cả gốc và lãi là

$$(A(1+0,05) + 50)(1+0,05) = A(1,05)^2 + 50 \cdot 1,05 \text{ (triệu đồng)-----}0,25$$

Theo giả thiết ta có $A(1,05)^2 + 50 \cdot 1,05 = 273$.-----0,25

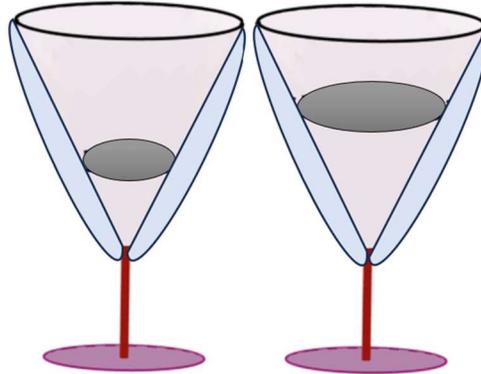
Giải phương trình trên được $A = 200$

Vậy số tiền Bác Tuấn gửi tiết kiệm ban đầu là 200 (triệu đồng)-----0,25

Câu 13. (1,0 điểm) Một chiếc ly thủy tinh có lòng trong là một hình nón, có chiều cao từ lòng đáy ly đến miệng ly bằng 10(cm), đường kính lòng trong miệng ly bằng 8(cm).

a. Phải rót bao nhiêu lít nước vào ly để ly có đầy nước? (làm tròn sau dấu phẩy ba chữ số).

b. Ban đầu người ta rót vào ly (chưa chứa nước) một lượng nước có thể tích V bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước mà ly có thể chứa đầy, sau đó người ta đổ thêm vào ly một lượng nước có thể tích bằng V . Hỏi sau khi đổ thêm mực nước tăng so với lúc chưa đổ thêm bao nhiêu cm ? (làm tròn sau dấu phẩy hai chữ số).



Lời giải

a) Lòng trong của cốc thủy tinh là một hình nón có bán kính đáy $R = 4cm$, chiều cao $h = 10cm$.

Thể tích của nước khi đổ đầy ly là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = \frac{160\pi}{3} \text{-----}0,25$$

$$\approx 168(cm^3) \text{ (lít)} = 0,168(dm^3) = 0,168 \text{ lít}$$

Vậy thể tích của nước khi đổ đầy ly là $0,168(lít)$.-----0,25

b) Ta có $V = \frac{40\pi}{3}$

Lần đầu rót vào ly (chưa chứa nước) một lượng nước có thể tích V thì chiều cao của nước là h_1 , bán kính của hình tròn bề mặt trên của nước là r_1

Lần thứ hai rót thêm vào ly một lượng nước có thể tích V thì chiều cao của nước là h_2 , bán kính của hình tròn bề mặt trên của nước là r_2

Ta có $\frac{r_1}{r_2} = \frac{h_1}{h_2} = t$

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{40\pi}{3}, 2V = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{80\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} r_1^2 h_1 = 40 \\ r_2^2 h_2 = 80 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\text{Lại có } \frac{r_1}{h_1} = \frac{R}{h} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \left(\frac{2h_1}{5}\right)^2 h_1 = 40 \Leftrightarrow h_1^3 = 250 \Leftrightarrow h_1 = 5 \cdot \sqrt[3]{2} \text{-----}0,25$$

$$\text{Suy ra } h_2 - h_1 = \frac{h_1}{t} - h_1 = h_1 \left(\frac{1}{t} - 1\right) = 5 \cdot \sqrt[3]{2} (\sqrt[3]{2} - 1) \approx 1,64(cm) \text{-----}0,25$$

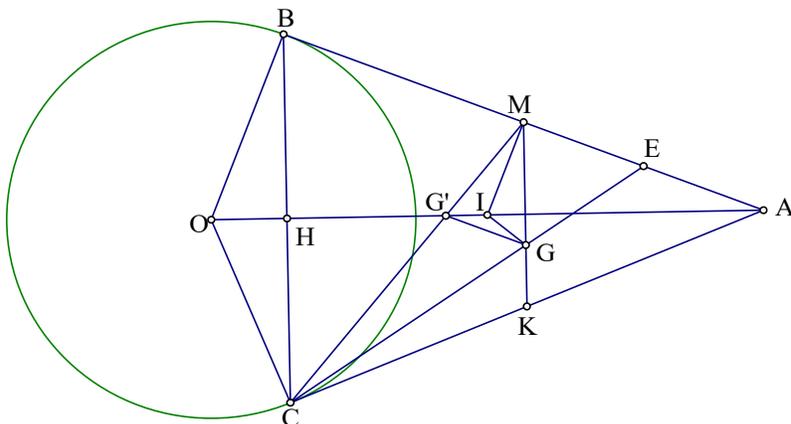
Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A ở bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi M, I lần lượt là trung điểm AB và OA .

a) (1,0 điểm) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) (1,0 điểm) Gọi G là trọng tâm tam giác ACM , G' là giao điểm của CM và OA .

Chứng minh $GI \perp CM$. Khi tam giác IGG' cân đỉnh I , hãy tính BC theo R .

Lời giải



a) Do AB, AC là hai tiếp tuyến cắt nhau của đường tròn (O) nên $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$

Khi đó $\Delta ABO; \Delta ACO$ là các tam giác vuông có cạnh huyền OA 0,5

nên $IO = IA = IB = IC$

Suy ra tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính OA có tâm I0,5

b) Gọi K là trung điểm AC , do G là trọng tâm ΔCMA nên $G \in MK$.

Do MK là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MK \parallel BC$ hay $MG \parallel BC \Rightarrow MG \perp G'I$ (*)

Gọi E là trung điểm MA , do G là trọng tâm ΔCMA nên $G \in CE$ và $\frac{GE}{CE} = \frac{1}{3}$.

Vì G' là trọng tâm của ΔABC nên $\frac{G'M}{CM} = \frac{1}{3} = \frac{GE}{CE}$.

Theo định lý Ta-lét đảo $GG' \parallel ME$ (1)0,25

MI là đường trung bình trong $\Delta OAB \Rightarrow MI \parallel OB$, mà $AB \perp OB$ (cmt)

$\Rightarrow MI \perp AB$, nghĩa là $MI \perp ME$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $MI \perp GG'$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra I là trực tâm $\Delta MGG' \Rightarrow GI \perp G'M$ tức $GI \perp CM$ 0,25

Khi tam giác IGG' cân đỉnh I thì tam giác MGG' cân đỉnh $M \Rightarrow MG = MG' \Rightarrow MC = BC = x (x > 0)$

$$\text{suy ra } \frac{3}{2}G'C = x \Rightarrow G'C = \frac{2x}{3} \Rightarrow G'H = \sqrt{G'C^2 - CH^2} = \sqrt{\left(\frac{2x}{3}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{7}}{6}.$$

$$\Rightarrow AH = 3G'H = \frac{x\sqrt{7}}{2} \text{-----}0,25$$

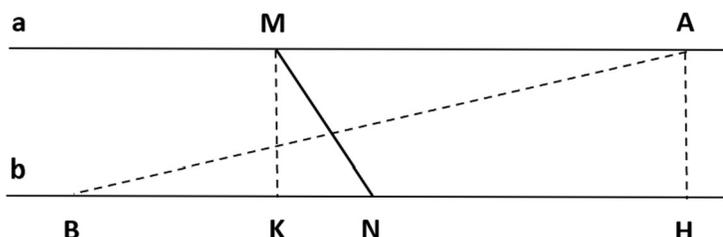
Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông: $OH.HA = BH^2 \Rightarrow \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot \frac{x\sqrt{7}}{2} = \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot \sqrt{7} = \frac{x}{2}$

$$\Leftrightarrow \left(R^2 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot 7 = \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow 7(4R^2 - x^2) = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{14}}{2} \text{ Vậy } BC = \frac{R\sqrt{14}}{2} \text{-----}0,25$$

Câu 15. Có hai con kiến bò trên 2 đường thẳng a và b song song với nhau. Con kiến thứ nhất xuất phát từ điểm A bò với vận tốc 2cm/s , con kiến thứ hai xuất phát từ điểm B bò ngược chiều với con kiến thứ nhất và bò với vận tốc $1,5\text{cm/s}$. Biết độ dài $AB = 30\text{cm}$ và khoảng cách gần nhất từ A đến đường thẳng b bằng 8cm . Biết hai con kiến xuất phát cùng thời điểm, tính khoảng thời dài nhất kể từ khi xuất phát để hai con kiến cách nhau một khoảng bằng 12cm (tính theo đơn vị giây, làm tròn sau dấu phẩy một chữ số).



Lời giải



Sau một khoảng thời gian $t(s)$ con kiến 1 di chuyển đến điểm M , con kiến 2 di chuyển đến điểm N .

Khi đó ta có $AM = 2t, BN = 1,5t$

Kẻ $AH \perp b (H \in b), MK \perp b (K \in b)$

Ta có $AB = 30, AH = 8 \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{30^2 - 8^2} = 2\sqrt{209}$

Ta có $MN = 12, MK = 8 \Rightarrow NK = \sqrt{MN^2 - MK^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$

Khoảng thời gian dài nhất kể từ khi xuất phát hai con kiến cách nhau một khoảng bằng 12cm khi và chỉ khi $AM + BN = BH + KN$ -----0,25

$$\Leftrightarrow 3,5t = 2\sqrt{209} + 4\sqrt{5} \Leftrightarrow t = \frac{2\sqrt{209} + 4\sqrt{5}}{3,5} \approx 10,8(s) \text{-----}0,25$$

-----Hết-----