

## CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TẾ

### BÀI 31. HÌNH TRỤ VÀ HÌNH NÓN

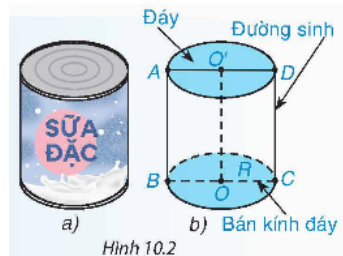
#### A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

##### 1. HÌNH TRỤ

###### *Nhận biết hình trụ*

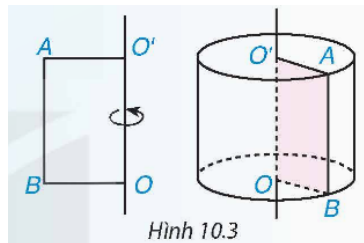
1. Hộp sữa (H.10.2a) có dạng một hình trụ.

Một số yếu tố của hình trụ được chỉ ra trên Hình 10.2b.



Hình 10.2

2. Khi quay hình chữ nhật  $O'ABO$  một vòng quanh  $OO'$  cố định thì ta được một hình trụ (H.10.3), trong đó:

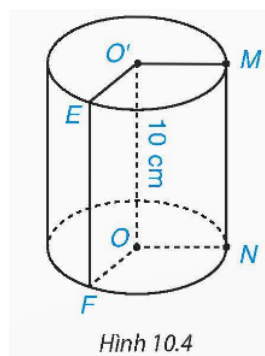


Hình 10.3

- Hai đáy của hình trụ là hai hình tròn bằng nhau  $(O; O'A)$  và  $(O; OB)$ .
- Mỗi đường sinh là một vị trí của  $AB$  khi quay. Vậy hình trụ có vô số đường sinh.  
 $R = O'A = OB$  gọi là bán kính đáy của hình trụ.
- Độ dài của đoạn  $OO'$  gọi là chiều cao của hình trụ. Các đường sinh bằng nhau và bằng  $OO'$ .

**Ví dụ 1.** Hãy kể tên một bán kính đáy và một đường sinh của hình trụ trong Hình 10.4. Cho biết chiều cao của hình trụ này.

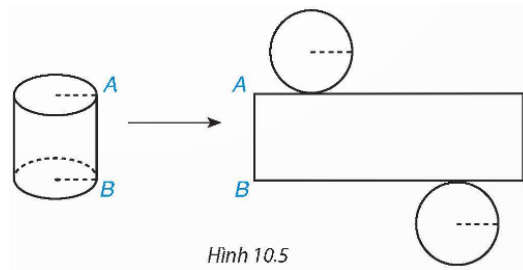
###### *Lời giải*



Hình 10.4

$O'M$  là một bán kính đáy của hình trụ.  $EF$  là một đường sinh của hình trụ. Chiều cao  $O'O = 10 \text{ cm}$ .

**Chú ý.** Từ một hình trụ, nếu ta cắt rời hai đáy và cắt theo một đường sinh nào đó rồi trải phẳng ra thì ta được một hình phẳng (gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật) như Hình 10.5 gọi là hình khai triển của hình trụ đã cho.



Hình 10.5

### Diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ

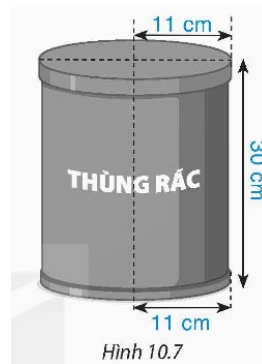
Ta có công thức tính diện tích mặt xung quanh (gọi tắt là diện tích xung quanh, kí hiệu là  $S_{xq}$ ) của hình trụ như sau:  $S_{xq} = 2\pi Rh$ , trong đó  $R$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 h$ , trong đó  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy,  $R$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

**Ví dụ 2.** Bác Khôi dự định sơn lại một thùng rác có dạng hình trụ (sơn mặt ngoài và một đáy là nắp) có bán kính đáy bằng 11 cm, chiều cao bằng 30 cm (H.10.7).

a) Tính diện tích phần cần sơn của thùng rác.

b) Tính thể tích của thùng rác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).



Hình 10.7

### Lời giải

a) Phần cần sơn bao gồm mặt xung quanh và một đáy của hình trụ. Theo đề bài, ta có  $R = 11\text{cm}$  và  $h = 30\text{cm}$ .

Do đó:  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 11 \cdot 30 = 660\pi (\text{cm}^2)$ ;  $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = \pi \cdot 11^2 = 121\pi (\text{cm}^2)$

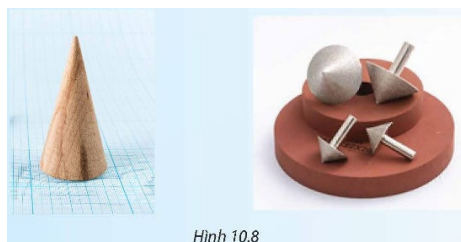
Vậy diện tích cần sơn là  $S = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = (660 + 121)\pi = 781\pi (\text{cm}^2)$ .

b) Thể tích của thùng rác là  $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 121\pi \cdot 30 = 3630\pi \approx 11404 (\text{cm}^3)$ .

## 2. HÌNH NÓN

### Nhận biết hình nón

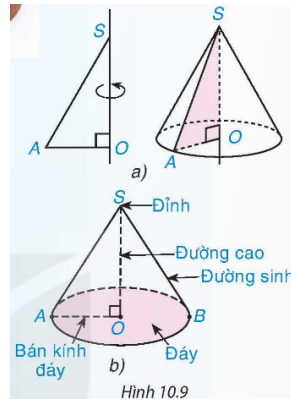
1. Đồ chơi, chi tiết cơ khí (H.10.8) có dạng một hình nón. Một số yếu tố của hình nón được thể hiện trên Hình 10.9b.



Hình 10.8

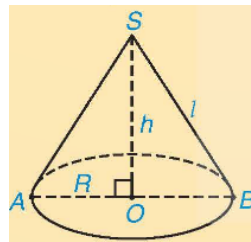
2. Khi quay tam giác vuông  $SOA$  (vuông ở  $O$ ) một vòng quanh  $SO$  cố định thì ta được một hình nón đỉnh  $S$

(H.10.9a), trong đó:



- Đáy của hình nón là hình tròn  $(O; OA)$ ,  $R = OA$  gọi là bán kính đáy của hình nón.
- Mỗi đường sinh là một vị trí của SA khi quay. Vậy hình nón có vô số đường sinh dài bằng nhau.
- SO gọi là đường cao của hình nón. Độ dài đoạn SO được gọi là chiều cao của hình nón.

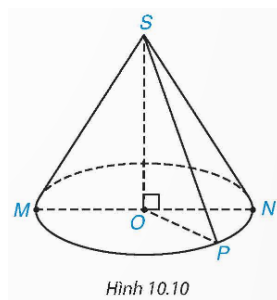
**Một số yếu tố của hình nón:**



Đỉnh: S. Chiều cao:  $h = SO$ . Đường sinh:  $l = SA = SB$ . Bán kính đáy:  $R = OA$ .

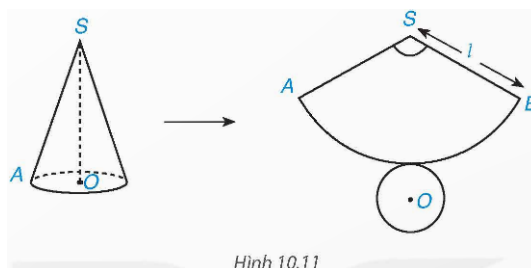
**Ví dụ 3.** Hãy kể tên đỉnh, đường cao, một bán kính đáy và một đường sinh của hình nón trong Hình 10.10.

**Lời giải**



Đỉnh: S. Đường cao: SO. Một bán kính đáy: OM. Một đường sinh: SM.

**Chú ý.** Cho một hình nón. Nếu ta cắt rời đáy và cắt mặt xung quanh của nó theo đường sinh SA rồi trải phẳng ra thì được một hình phẳng (gồm một hình tròn và một hình quạt tròn) như Hình 10.11 gọi là hình khai triển của hình nón đã cho.



**Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón**

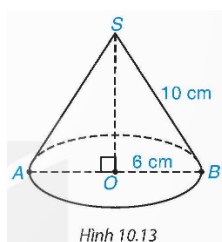
$S_{xq} = \pi r l$ , trong đó  $r$  là bán kính đáy,  $l$  là độ dài đường sinh.

$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ , trong đó  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy,  $r$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

**Ví dụ 4.** Cho một hình nón có độ dài đường sinh bằng 10 cm, bán kính đáy bằng 6 cm (H.10.13).

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.



**Lời giải**

a) Diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ .

b) Tam giác  $SOB$  vuông tại  $O$  nên theo định lý Pythagore ta có:

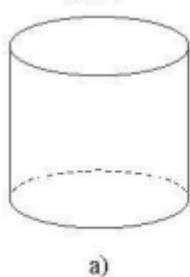
$$OB^2 + SO^2 = SB^2 \text{ hay } 6^2 + SO^2 = 10^2 \text{ suy ra } SO^2 = 100 - 36 = 64 \text{ suy ra } SO = 8 \text{ cm}$$

Thể tích của hình nón là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

### DẠNG 1. NHẬN DẠNG VÀ TẠO LẬP HÌNH TRỤ, HÌNH NÓN

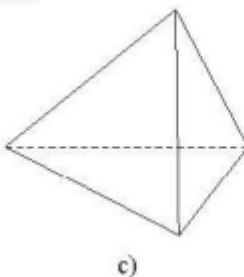
**Ví dụ 1.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình trụ?



a)



b)



c)



d)

**Ví dụ 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ?



a)



b)



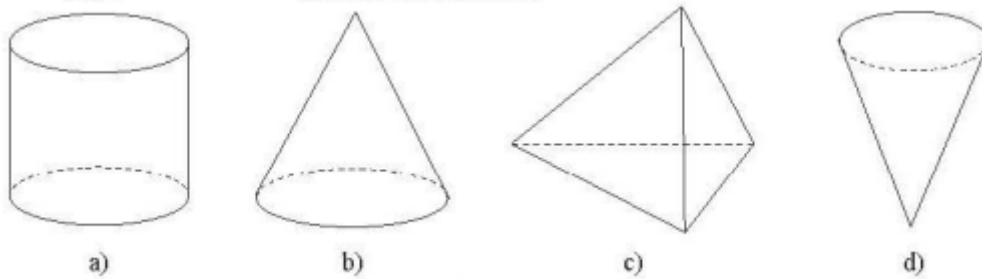
c)



d)

**Ví dụ 3.** Tạo lập hình trụ có bán kính đáy  $r = 5 \text{ (cm)}$  và chiều cao  $h = 8 \text{ (cm)}$

**Ví dụ 4.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình nón?



**Ví dụ 5.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình nón?



## DẠNG 2. TÍNH BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA HÌNH TRỤ

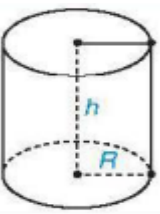
### 1. Phương pháp

Cho hình trụ có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$ .

- Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = 2\pi rh$
- Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = 2\pi r(h + r)$
- Thể tích:  $V = \pi r^2 h$

### 2. Ví dụ

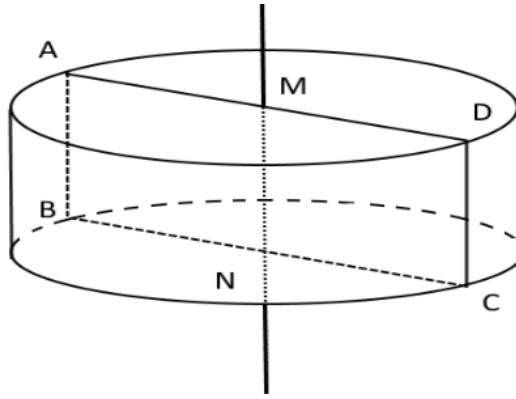
**Ví dụ 1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình trụ                                                                            | Bán kính đáy<br>(cm) | Chiều cao<br>(cm) | Diện tích xung<br>quanh (cm <sup>2</sup> ) | Diện tích toàn<br>phần (cm <sup>2</sup> ) | Thể tích<br>(cm <sup>3</sup> ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------|
|  | 3                    | 7                 | ?                                          | ?                                         | ?                              |
|                                                                                     | 4                    | ?                 | $20\pi$                                    | ?                                         | ?                              |
|                                                                                     | ?                    | 8                 | ?                                          | $18\pi$                                   | ?                              |
|                                                                                     | ?                    | 5                 | ?                                          | ?                                         | $150\pi$                       |

**Ví dụ 2.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $5(dm)$ . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao hình trụ.

**Ví dụ 3.** Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

**Ví dụ 4.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 1(cm)$ ,  $AD = 2(cm)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục  $MN$  ta được một hình trụ như hình vẽ.



a) Tính diện tích toàn phần  $S_{tp}$  của hình trụ đó.

b) Tính thể tích hình trụ đó.

### DẠNG 3. TÍNH BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA HÌNH NÓN

#### 1. Phương pháp

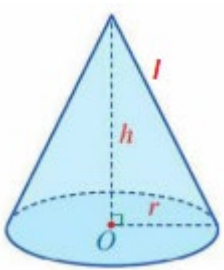
Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , đường cao  $h$  và đường sinh  $l$ .

- Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \frac{1}{2}Cl = \pi rl$
- Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$
- Thể tích:  $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

**Chú ý:** Hình nón và hình trụ có cùng chiều cao  $h$  và cùng bán kính đáy  $r$  thì:  $V_{nón} = \frac{1}{3}V_{trụ}$

#### 2. Ví dụ

**Ví dụ 1.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , đường cao  $h$  và đường sinh  $l$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình nón                                                                            | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Đường sinh (cm) | Diện tích xung quanh (cm <sup>2</sup> ) | Diện tích toàn phần (cm <sup>2</sup> ) | Thể tích (cm <sup>3</sup> ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|-----------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|
|  | 3                 | 4              | ?               | ?                                       | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | ?                 | 8              | 10              | ?                                       | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | 2                 | ?              | ?               | $14\pi$                                 | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | 4                 | ?              | 9               | ?                                       | ?                                      |                             |

**Ví dụ 2.** Nếu giữ nguyên bán kính đáy của một hình nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của hình nón này thay đổi như thế nào so với ban đầu?

**Ví dụ 3.** Cho tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$  có  $OI = 4\text{cm}$  và  $IM = 3\text{cm}$ . Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón.

- Tính độ dài đường sinh hình nón.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.
- Tính diện tích toàn phần hình nón.
- Tính thể tích hình nón.

**Ví dụ 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại cân  $A$ , gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $BC = 2dm$ . Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AI$  ta được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh hình nón.

b) Tính thể tích hình nón.

#### DẠNG 4. ỨNG DỤNG CỦA HÌNH TRỤ TRONG THỰC TIỄN

**Ví dụ 1.** Một khúc gỗ hình trụ có đường kính đáy bằng  $1,2\text{ m}$ , chiều cao bằng bán kính đáy (như hình vẽ).



a) Tính diện tích xung quanh của khúc gỗ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Với thành hiện tại,  $1\text{ m}^3$  gỗ trên bán được 5 triệu đồng. Hãy tính giá thành khúc gỗ trên nếu đem đi bán.

**Ví dụ 2.** Một bồn nước inox Đại Thanh có dạng hình trụ với chiều cao  $1,75\text{ m}$  và diện tích đáy là  $0,32\text{ m}^2$ .



a) Tính bán kính đáy của bồn nước inox Đại Thanh (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn).

**Ví dụ 3.** Người ta dự định làm dự định làm một chiếc bồn chứa dầu bằng sắt hình trụ có chiều cao  $1,8\text{ m}$ , đường kính đáy  $1,2\text{ m}$ . Hỏi chiếc bồn đó chứa đầy được bao nhiêu lít dầu, biết rằng  $1\text{ m}^3 = 1000\text{ lít}$  (Bỏ qua bề dày của bồn, lấy  $\pi = 3,14$  )



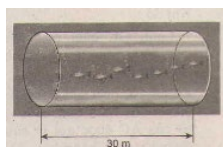
**Ví dụ 4.** Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ, có chiều cao bằng  $12\text{ cm}$ . Biết thể tích của hộp là  $192\pi\text{ cm}^3$ . Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10 000 vỏ hộp sữa ông thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là  $80\text{ 000 đồng/m}^2$ . (làm tròn kết quả đến phần ngàn).



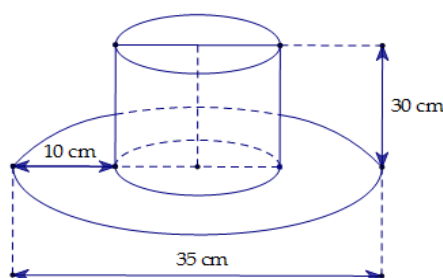
**Ví dụ 5.** Khi uống nước giải khát, người ta hay sử dụng ống hút nhựa dạng hình trụ đường kính đáy là  $0,4\text{ cm}$ , chiều dài ống hút là  $18\text{ cm}$ . Hỏi khi thải ra môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm cho môi trường do 100 ống hút này gây ra là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần ngàn).



**Ví dụ 6.** Đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung miền nam nước Pháp có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là  $30\text{ m}$ . Dung tích của đường ống nói trên là  $1\,800\,000\text{ lít}$ . Tính diện tích đáy của đường ống.



**Ví dụ 7.** Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật có dạng hình trụ và với kích thước mô phỏng như hình vẽ.



a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hãy tính thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

**Ví dụ 8.** Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng  $12\text{ (cm)}$ , chiều cao bằng  $6\text{ (cm)}$ , chiều dài tạ bằng  $30\text{ (cm)}$  và bán kính tay cầm là  $2\text{ (cm)}$ . Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).



## DẠNG 5. ỨNG DỤNG CỦA HÌNH NÓN TRONG THỰC TIỄN

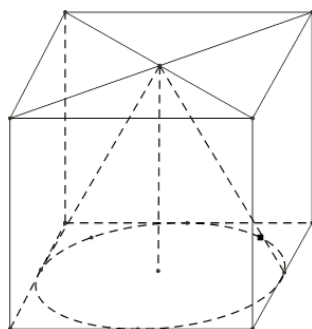
**Ví dụ 1.** Một chiếc nón có bán kính đáy bằng  $15\text{ cm}$  và chiều cao bằng  $20\text{ cm}$ . Hỏi chiếc nón mức đầy được bao nhiêu  $\text{cm}^3$  nước (lấy  $\pi = 3,14$ ).



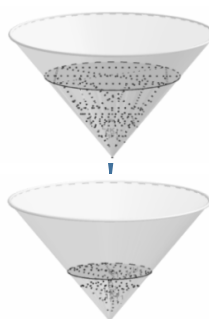
**Ví dụ 2.** Thầy Nam có một đồng cát hình nón cao  $2\text{ m}$ , đường kính đáy  $6\text{ m}$ . Thầy Nam tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần  $30\text{ m}^3$  cát. Hỏi thầy Nam cần mua bổ sung bao nhiêu  $\text{m}^3$  cát nữa để đủ cát sửa nhà (lấy  $\pi = 3,14$  và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



**Ví dụ 3.** Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

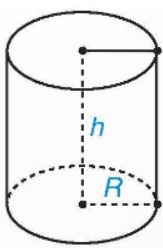


**Ví dụ 4.** Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm được đặt như hình vẽ bên (mỗi hình đều đặt thẳng đứng với đỉnh nằm phía dưới). Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.



## C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**10.1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

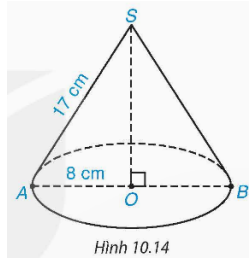
| Hình                                                                                | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Diện tích xung quanh ( $cm^2$ ) | Thể tích ( $cm^3$ ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|---------------------------------|---------------------|
|  | 4                 | 6              | ?                               | ?                   |
|                                                                                     | 3                 | 5              | ?                               | ?                   |
|                                                                                     | ?                 | 10             | ?                               | $50\pi$             |
|                                                                                     | 8                 | ?              | $192\pi$                        | ?                   |

**10.2.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $BC = 4\text{ cm}$ . Quay hình chữ nhật quanh cạnh  $AB$  một vòng, ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ tạo thành.

**10.3.** Khi cho tam giác  $SOA$  vuông tại  $O$  quay quanh cạnh  $SO$  một vòng, ta được một hình nón. Biết  $OA = 8\text{ cm}$ ,  $SA = 17\text{ cm}$  (H.10.14).

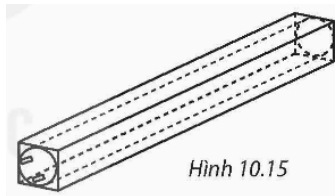
a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.



Hình 10.14

**10.4.** Một bóng đèn huỳnh quang có dạng hình trụ được đặt khít vào một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật (H.10.15). Hộp giấy có chiều dài bằng 0,6 m, đáy là hình vuông cạnh 4 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của bóng đèn (giả sử bề dày của hộp giấy không đáng kể).

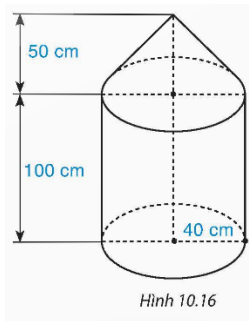


Hình 10.15

**10.5.** Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ và một phần có dạng hình nón với các kích thước như Hình 10.16.

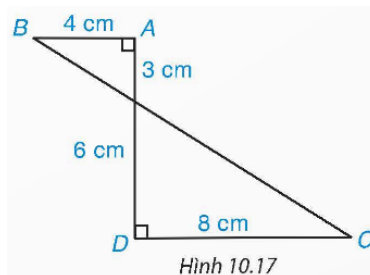
a) Tính thể tích của dụng cụ này.

b) Tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ).



Hình 10.16

**10.6.** Tính thể tích của hình tạo thành khi cho hình  $ABCD$  quay quanh  $AD$  một vòng (H.10.17).

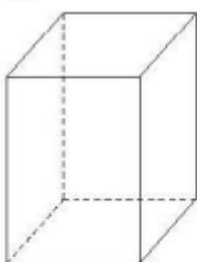


Hình 10.17

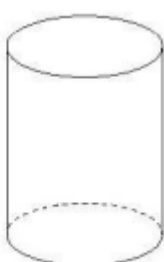
Vậy thể tích của hình tạo thành khi cho hình  $ABCD$  quay quanh  $AD$  một vòng là  $144\pi \text{ cm}^3$ .

## D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

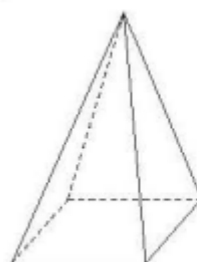
**Bài 1.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình trụ?



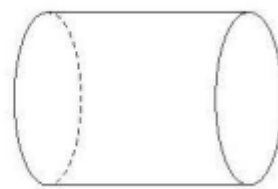
a)



b)



c)



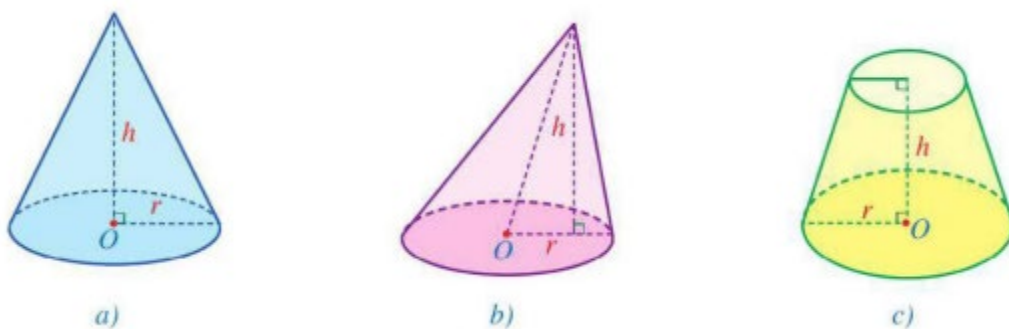
d)

**Bài 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ?

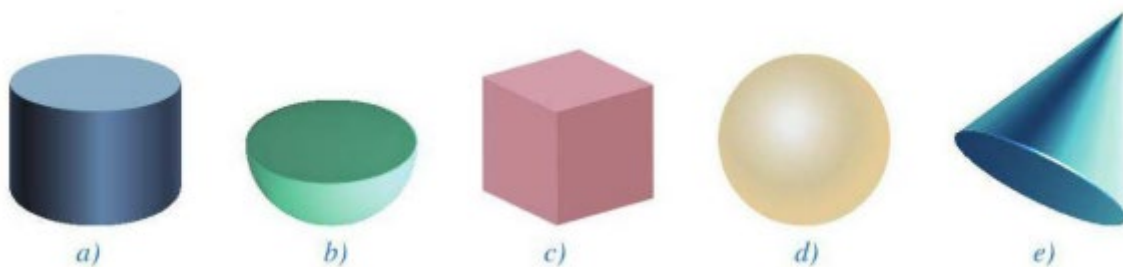


**Bài 3.** Tạo lập hình trụ có bán kính đáy  $r = 4(cm)$  và thể tích  $V = 224\pi(cm)$

**Bài 4.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình nón có  $O$  là tâm của mặt đáy,  $r$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao?



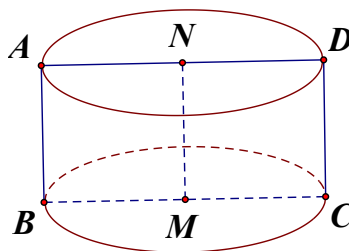
**Bài 5.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình nón?



**Bài 6.** Cho hình trụ có bán kính hình tròn đáy bằng  $r$  và chiều cao bằng  $h$ . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 4 lần và giảm bán kính đáy 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng hay giảm?

**Bài 7.** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi(dm^2)$  và bán kính đáy bằng nửa chiều cao. Tính thể tích hình trụ?

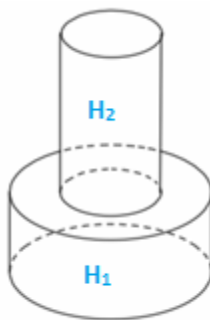
**Bài 8.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $AD$ . Khi quay hình chữ nhật trên quanh đường thẳng  $MN$  ta nhận được một hình trụ như hình vẽ.



a) Tính diện tích toàn phần của hình trụ theo  $a$ .

b) Tính thể tích của hình trụ theo  $a$ .

**Bài 9.** Một khối đồ chơi gồm hai hình trụ  $(H_1), (H_2)$  xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$  (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng  $30\text{cm}^3$ . Tính thể tích khối trụ  $(H_1)$ .



**Bài 10.** Một thùng nước hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng  $1\text{ m}$ . Thùng nước này có thể đựng được  $1\text{ m}^3$  nước không? Tại sao? (lấy  $\pi = 3,14$ )



**Bài 11.** Một bể nước hình trụ có chiều cao  $2,5\text{ m}$  và diện tích đáy là  $4,8\text{ m}^2$ . Một vòi nước được đặt phai trên miệng bể và chảy được  $4.800$  lít nước mỗi giờ. Hỏi vòi nước chảy sau bao lâu đầy bể (Biết ban đầu bể cạn nước, bỏ qua bề dày của thành bể và  $1\text{ m}^3 = 1000\text{ lít}$ )



**Bài 12.** Một hộp đựng chè hình trụ có đường kính đáy bằng  $8\text{ cm}$  và chiều cao bằng  $12\text{ cm}$ . Tính diện tích giấy carton để làm một hộp chè đó, biết tỉ lệ giấy carton hao hụt khi làm một hộp chè là  $5\%$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).



**Bài 13.** Một đoạn ống nước hình trụ dài  $5\text{ m}$ , có dung tích  $32\text{ m}^3$ . Tính diện tích đáy của ống nước đó.



**Bài 14.** Một hộp phô mai gồm có 8 miếng, độ dày mỗi miếng là  $2\text{ cm}$ . Nếu xếp chúng lại trên một đĩa thì tạo thành chiếc bánh hình trụ có đường kính đáy bằng  $10\text{ cm}$ . Hỏi mỗi miếng phô mai có thể tích bao nhiêu  $\text{cm}^3$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).



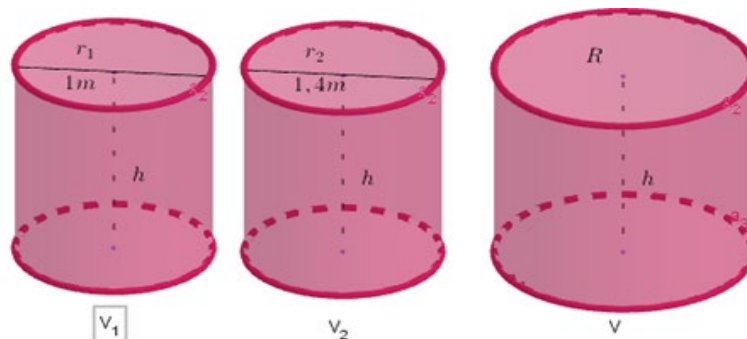
**Bài 15.** Một lọ thuốc hình trụ có chiều cao  $10\text{ cm}$  và bán kính đáy bằng  $5\text{ cm}$ . Nhà sản xuất phủ kín mặt xung quanh của lọ thuốc bằng giấy in các thông tin về loại thuốc ấy. Hãy tính diện tích phần giấy cần dùng của lọ thuốc đó (Độ dày của giấy in và lọ thuốc không đáng kể)?



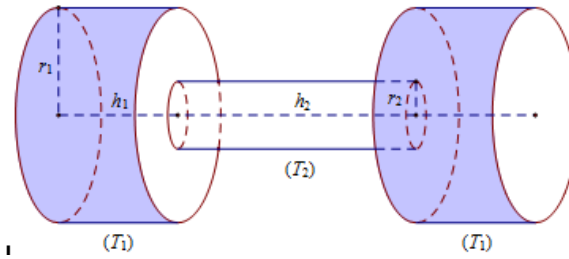
**Bài 16.** Để hưởng ứng cuộc vận động “Nói không với rác thải nhựa dùng một lần”, một nhà hàng dùng hộp giấy để đựng sữa chua. Hộp giấy có dạng hình trụ có đường kính đáy là  $6\text{ cm}$ ; chiều cao  $7\text{ cm}$  và có nắp đáy làm bằng nhựa. Tính số  $\text{m}^2$  giấy để sản xuất 100 hộp giấy trên. (Biết  $1\text{ m}^2 = 10.000\text{ cm}^2$ ; lấy  $\pi = 3,14$  và bỏ qua các mép dán vỏ hộp).



**Bài 17.** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng  $1\text{ m}$  và  $1,4\text{ m}$ . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên (như hình vẽ). Tính bán kính đáy của bể nước dự định làm (làm tròn kết quả đến phần trăm).



**Bài 18.** Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là  $(T_1)$  và khối trụ làm tay cầm là  $(T_2)$  lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$  (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm  $(T_2)$  bằng  $30 \text{ (cm}^3\text{)}$  và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là  $D = 7,7 \text{ g/cm}^3$ . Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

**Bài 19.** Cho tam giác vuông  $ABC$  tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $AC = a\sqrt{3}$ . Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AB$ , ta thu được hình nón.

- Tính độ dài đường sinh  $l$  của hình nón
- Tính thể tích hình nón.

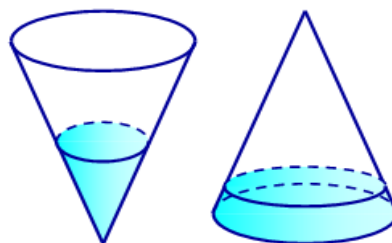
**Bài 20.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của hình nón nhận được khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ .

**Bài 21.** Một chiếc nón có đường kính đáy bằng  $28 \text{ cm}$  và đường sinh bằng  $30 \text{ cm}$ . Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết tỉ lệ hao hụt là  $10\%$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).



**Bài 22.** Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ  $1 \text{ kg}$  lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là  $6,13 \text{ m}^2$ . Hỏi nếu muốn làm ra  $1000$  chiếc nón lá giống nhau có đường trình vành nón  $50 \text{ cm}$ , chiều cao  $30 \text{ cm}$  thì cần bao nhiêu khối lượng lá? (coi mỗi chiếc nón có hình dạng là một hình nón)

**Bài 23.** Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là  $20 \text{ cm}$ . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu là  $10 \text{ cm}$ . Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược lên thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng bao nhiêu?



## BÀI 32. HÌNH CẦU

### A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

#### 1. MẶT CẦU VÀ HÌNH CẦU

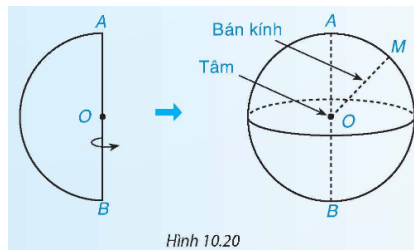
*Nhận biết mặt cầu và hình cầu*

1. Ta đã biết quả bóng (H.10.19) có dạng hình cầu.



Hình 10.19

Một số yếu tố của hình cầu được chỉ ra trên Hình 10.20.



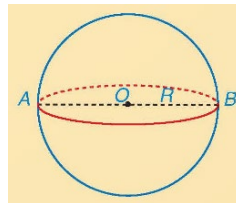
Hình 10.20

2. - Khi quay nửa đường tròn quanh đường kính  $AB$  cố định của nó, ta được một mặt cầu.

- Khi quay nửa hình tròn quanh đường kính  $AB$  cố định của nó, ta được một hình cầu.

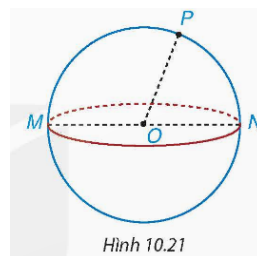
Tâm và bán kính của nửa đường tròn (hình tròn) cũng là tâm và bán kính của mặt cầu (hình cầu).

**Một số yếu tố của mặt cầu:**



Tâm mặt cầu:  $O$ . Bán kính mặt cầu:  $R = OB$ .

**Ví dụ 1.** Hãy kể tên tâm và một bán kính của mặt cầu trong Hình 10.21.



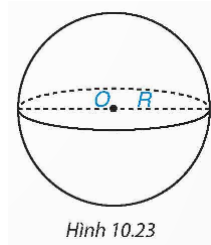
Hình 10.21

**Lời giải**

Tâm mặt cầu:  $O$ . Một bán kính:  $OP$ .

1. Nếu cắt một hình cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và hình cầu (còn gọi là mặt cắt) là một hình tròn.

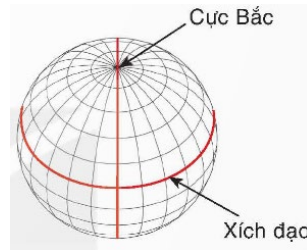
2. Nếu cắt một mặt cầu bán kính  $R$  bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và mặt cầu là một đường tròn (H.10.23).



Hình 10.23

- Khi mặt phẳng đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính  $R$  và được gọi là đường tròn lớn.
- Khi mặt phẳng không đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính nhỏ hơn  $R$ .

**Ví dụ 2.** Trái Đất của chúng ta được xem là có dạng hình cầu (nên còn gọi là “Địa Cầu”) và đường Xích đạo là một đường tròn lớn, dài khoảng 40075 km. Tính đường kính của Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của km).



### Lời giải

Do đường Xích đạo là một đường tròn lớn nên bán kính của nó bằng bán kính của Trái Đất.

Nếu gọi  $R$  là bán kính Trái Đất thì độ dài của đường Xích đạo là  $2R\pi \approx 40075(\text{km})$ . Do đó, đường kính của Trái Đất là  $2R \approx 40075 : \pi \approx 12756,27(\text{km})$ .

## 2. DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH HÌNH CẦU

Người ta chứng minh được công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính  $R$  là:

$$S = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

**Ví dụ 3.** Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính bằng 10 cm.

### Lời giải

Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi (\text{cm}^2)$ .

Thể tích hình cầu là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4000\pi}{3} (\text{cm}^3)$ .

**Ví dụ 4.** Bạn Trang có một bể cá có dạng một phần hình cầu với đường kính bằng 20 cm (H.10.26). Khi nuôi cá, Trang thường đổ vào bể lượng nước có thể tích bằng  $\frac{2}{3}$  thể tích của hình cầu. Tính thể tích nước bạn Trang đã đổ vào bể cá. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).



Hình 10.26

### Lời giải

Bán kính của hình cầu là  $20 : 2 = 10(\text{cm})$ .

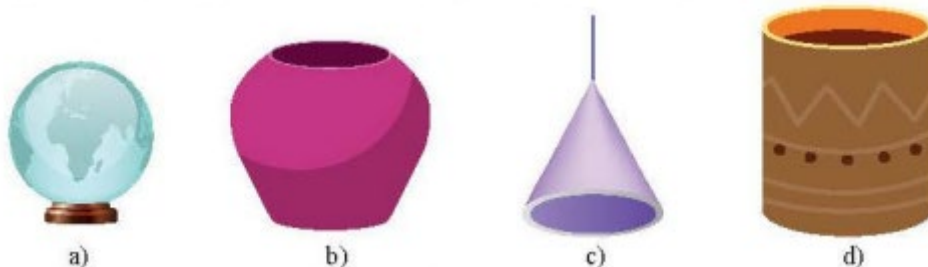
Thể tích của hình cầu là  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4000\pi}{3} (\text{cm}^3)$ .

Thể tích nước bạn Trang sử dụng để đổ vào bể cá là:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4000\pi}{3} = \frac{8000\pi}{9} \approx 2793 (\text{cm}^3)$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

### DẠNG 1. NHẬN DẠNG MẶT CẦU

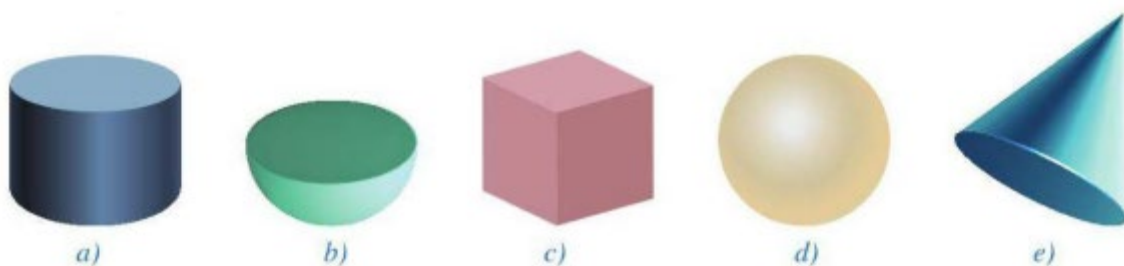
**Bài 1.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



**Bài 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



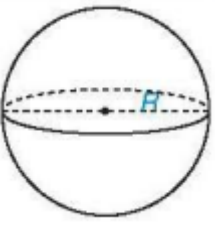
**Bài 3.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



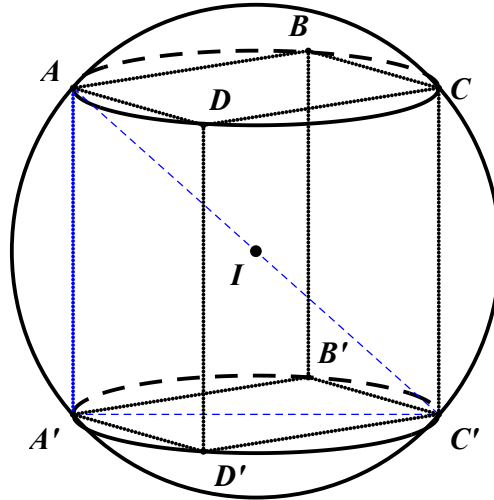
### DẠNG 2. TÍNH BÁN KÍNH, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA MẶT CẦU

- Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2$
- Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

**Bài 1.** Cho hình cầu có bán kính  $R$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình cầu                                                                            | Bán kính (dm) | Diện tích mặt cầu ( $\text{dm}^2$ ) | Thể tích hình cầu ( $\text{dm}^3$ ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
|  | 4             | ?                                   | ?                                   |
|                                                                                     | ?             | $144\pi$                            | ?                                   |
|                                                                                     | ?             | ?                                   | $36\pi$                             |
|                                                                                     | ?             | $196\pi$                            |                                     |

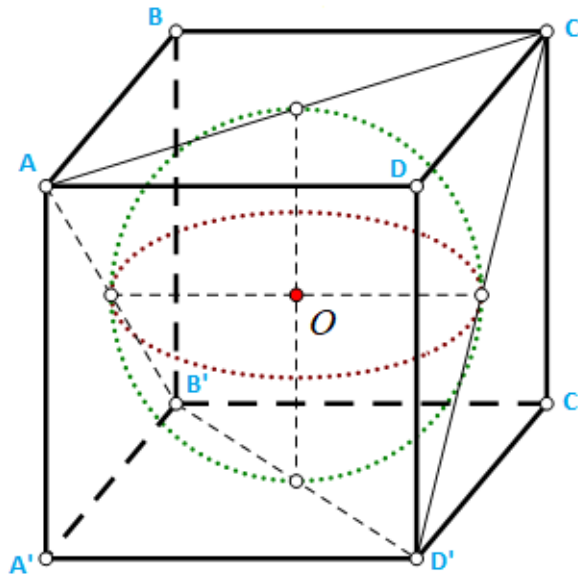
**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $2cm$ . Một mặt cầu đi qua tám đỉnh  $A, B, C, D, A', B', C', D'$  của hình lập phương đó (như hình vẽ).



a) Tính bán kính hình cầu trên.

b) Tính thể tích hình cầu trên.

**Bài 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $3cm$ . Một mặt cầu tiếp xúc sáu mặt của hình lập phương tại trung điểm các đường chéo của sáu mặt hình lập phương (như hình vẽ).

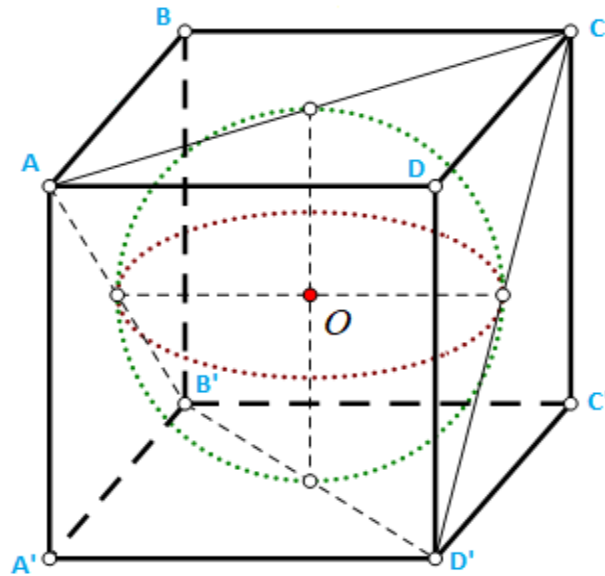


a) Tính diện tích mặt cầu trên.

b) Tính thể tích hình cầu trên.

**Bài 4.** Cho hình cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương (như hình vẽ). Gọi  $V_1$ ;  $V_2$  lần

lượt là thể tích của hình cầu và hình lập phương đó. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



### DẠNG 3. ỨNG DỤNG CỦA MẶT CẦU TRONG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Một quả bóng bàn dạng một hình cầu có bán kính bằng  $2\text{ cm}$ . Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



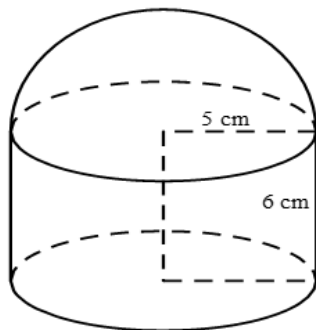
**Bài 2.** Một quả pha lê hình cầu có diện tích mặt cầu bằng  $144\pi\text{ cm}^2$ . Tính thể tích quả pha lê đó.



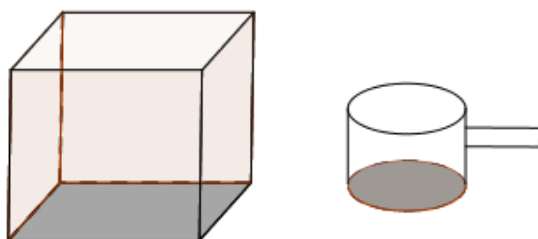
**Bài 3.** Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là  $6370\text{ km}$ . Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác. Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước (Lấy  $\pi = 3,14$ ; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



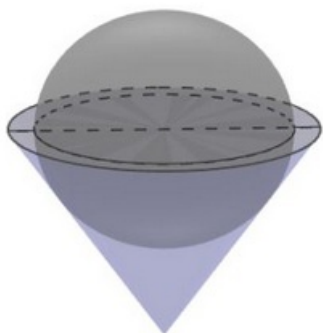
**Bài 4.** Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy  $r = 5\text{ cm}$ , chiều cao  $h = 6\text{ cm}$  và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích  $S$  cần sơn là bao nhiêu?



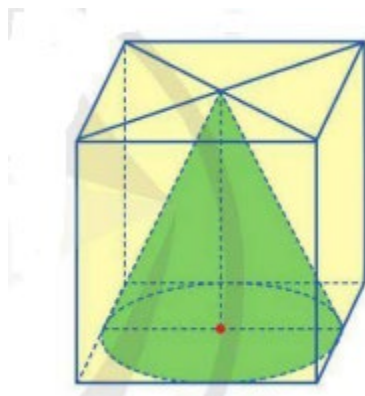
**Bài 5.** Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2m, 3m, 2m của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày bạn Đạt lấy nước ra ở trong bể bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là 5cm và bán kính đường tròn đáy là 4cm. Trung bình một ngày bạn Đạt múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là múc đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?



**Bài 6.** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $18\pi \text{ dm}^3$ . Biết rằng hình cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của hình cầu chìm trong nước (hình bên dưới). Tính thể tích  $V$  của nước còn lại trong bình.

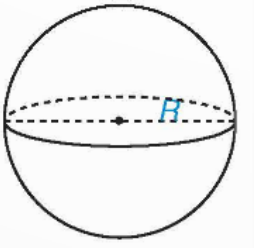


**Bài 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh 5m. Đặt một hình nón có đỉnh trùng tâm của hình vuông và đáy là hình tròn tiếp xúc các cạnh của hình vuông như hình vẽ. Người ta đổ đầy nước vào hình lập phương, tính lượng nước cần đổ (giả sử hình nón đặc, không bị rỗng).



### C. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**10.7.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

| Hình                                                                              | Bán kính (cm) | Diện tích mặt cầu ( $cm^2$ ) | Thể tích hình cầu ( $cm^3$ ) |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------|
|  | 3             | ?                            | ?                            |
|                                                                                   | ?             | $100\pi$                     | ?                            |
|                                                                                   | ?             | ?                            | $972\pi$                     |

**10.8.** Một cốc đựng ba viên kem có dạng hình cầu, mỗi viên đều có bán kính bằng 3 cm. Tính thể tích của kem đựng trong cốc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $cm^3$  ).

**10.9.** Một quả bóng đá có chu vi của đường tròn lớn bằng 68,5 cm . Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da

hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích bằng  $49,83cm^2$  . Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng

da để làm quả bóng trên? (Coi phần mép khâu không đáng kể).

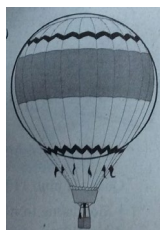
**10.10.** Hằng năm cứ dịp Tết đến Xuân về, dân làng Thuý Lĩnh, phường Lĩnh Nam, quận Hoàng Mai, Hà Nội lại tổ chức lễ hội vật cầu truyền thống. Trong lễ hội có sử dụng một quả cầu được tiện bằng gỗ, đường kính khoảng 35 cm , sơn đỏ mặt ngoài. Tính diện tích mặt ngoài của quả cầu gỗ nói trên.

### D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Một quả bóng bằng da có đường kính 22 cm. Tính diện tích da cần dùng để làm quả bóng nếu không tính tỉ lệ hao hụt (lấy  $\pi = 3,14$ ).



**Bài 2.** Ngày 4 – 6 – 1783, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11 m và được làm bằng vải dù. Hãy tính diện tích vải dù để làm khinh khí cầu đó (lấy  $\pi = 3,14$  và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



**Bài 3.** Một tháp nước có bể chứa hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 m.

a) Tính thể tích của tháp nước đó?

b) Biết rằng lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư có 1304 người. Hỏi trong một ngày mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước (lấy  $\pi = 3,14$ ; biết  $1 m^3 = 1000 \text{ lít}$ ).



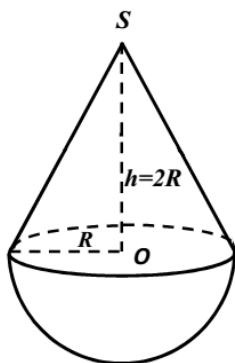
**Bài 4.** Một cốc thủy tinh hình trụ đựng đầy nước có chiều cao bằng  $10\text{ cm}$  và thể tích bằng  $90\pi\text{ cm}^3$ . Người ta thả vào cốc một viên bi sắt hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy cốc nước, viên bi sắt ngập toàn bộ trong nước. Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?



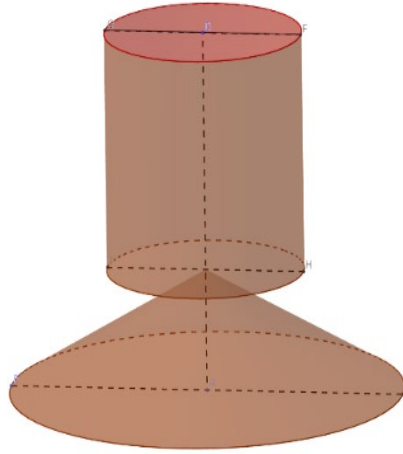
**Bài 5.** Người ta thả một quả trứng vào một cốc thủy tinh có nước, hình trụ; thấy trứng chìm hoàn toàn xuống đáy và nằm ngang thì chứng tỏ quả trứng đó còn tươi, mới được để từ một đến hai ngày. Hãy tính thể tích quả trứng đó, biết diện tích đáy của cột nước hình trụ là  $16,7\text{ cm}^2$  và nước trong lọ dâng lên  $0,82\text{ cm}$  khi quả trứng chìm hoàn toàn trong nước.



**Bài 6.** Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên dưới. Biết hình nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng  $36\pi\text{ cm}^3$ . Tính diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó.



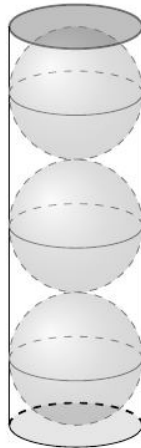
**Bài 7.** Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ ( $T$ ) gắn chồng lên một khối hình nón ( $N$ ), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$  (hình vẽ). Biết rằng thể tích của hình nón ( $N$ ) bằng  $20\text{ cm}^3$ . Tính thể tích của toàn bộ khối đồ chơi.



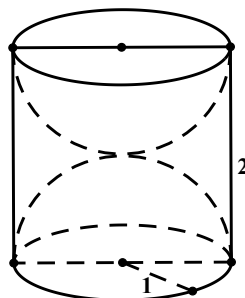
**Bài 8.** Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 (cm) vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên dưới). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 (cm). Tính thể tích (theo đơn vị  $\text{cm}^3$ ) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.



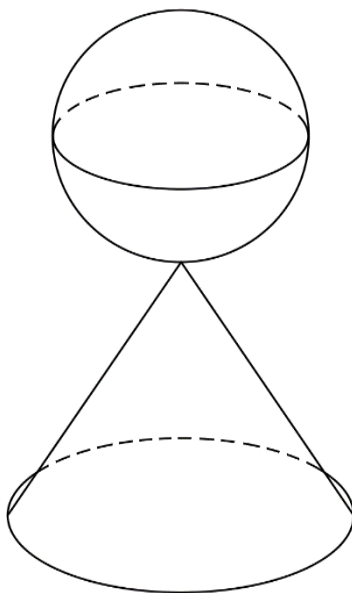
**Bài 9.** Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ  $a\%$  so với hộp đựng bóng tennis. Tính  $a$  gần.



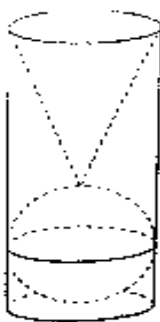
**Bài 10.** Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa hình cầu. Tính tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu.



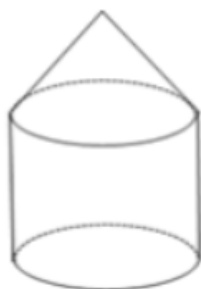
**Bài 11.** Một khối cầu pha lê gồm một hình cầu ( $H_1$ ) bán kính  $R$  và một hình nón ( $H_2$ ) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là  $r, l$  thỏa mãn  $r = \frac{1}{2}l$  và  $l = \frac{3}{2}R$  xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu ( $H_1$ ) và diện tích toàn phần của hình nón ( $H_2$ ) là  $91\text{cm}^2$ . Tính diện tích của mặt cầu ( $H_1$ )



**Bài 12.** Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy; một viên bi và một hình nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh)

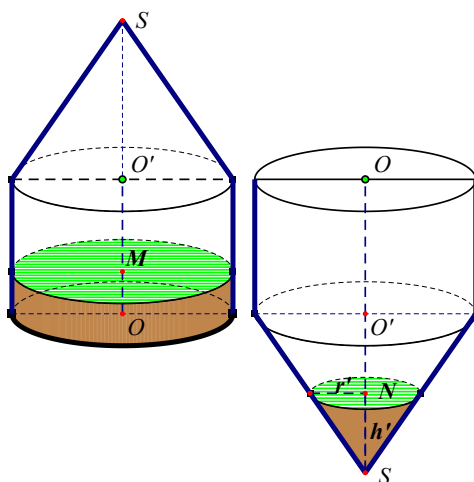


**Bài 13.** Một khối đồ chơi gồm một hình trụ và một hình nón có cùng bán kính được chồng lên nhau, độ dài đường sinh hình trụ bằng độ dài đường sinh hình nón và bằng đường kính hình trụ, hình nón (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích toàn bộ khối đồ chơi là  $50\text{cm}^3$ , tính thể tích hình trụ.



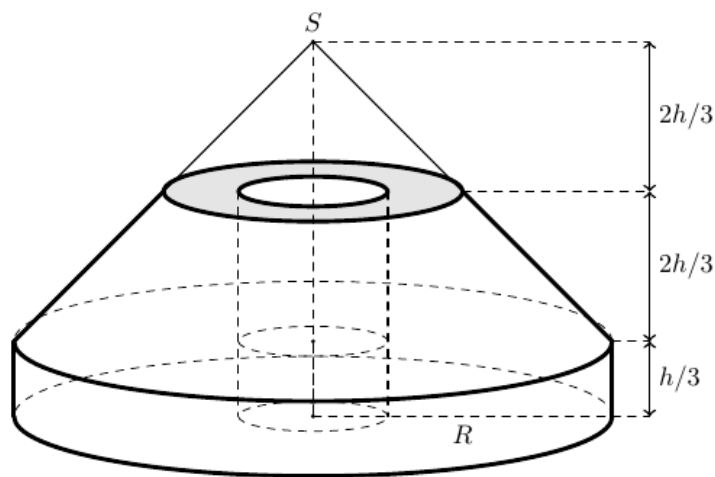
**Bài 14.** Cho một dụng cụ đựng chất lỏng được tạo bởi một hình trụ và hình nón được lắp đặt như hình bên. Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đáy hình trụ. Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình nón và bằng  $h$ .

Trong bình, lượng chất lỏng có chiều cao bằng  $\frac{1}{24}$  chiều cao hình trụ. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất. Tính độ cao phần chất lỏng trong hình nón theo  $h$ .



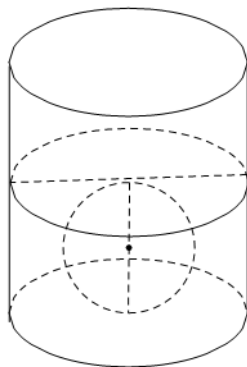
**Bài 15.** Để định vị một trụ điện, người ta cần đúc một khối bê tông có chiều cao  $h = 1,5$  m gồm:

- Phần dưới có dạng hình trụ bán kính đáy  $R = 1$  m và có chiều cao bằng  $\frac{1}{3}h$  ;
- Phần trên có dạng hình nón bán kính đáy bằng  $R$  đã bị cắt bỏ bớt một phần hình nón có bán kính đáy bằng  $\frac{1}{2}R$  ở phía trên (người ta thường gọi hình đó là hình nón cụt);
- Phần ở giữa rỗng có dạng hình trụ bán kính đáy bằng  $\frac{1}{4}R$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).

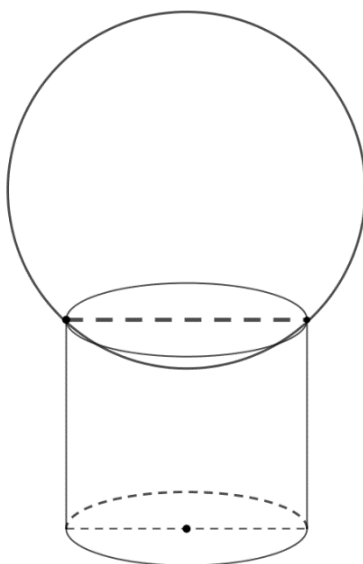


Tính thể tích của khối bê tông (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

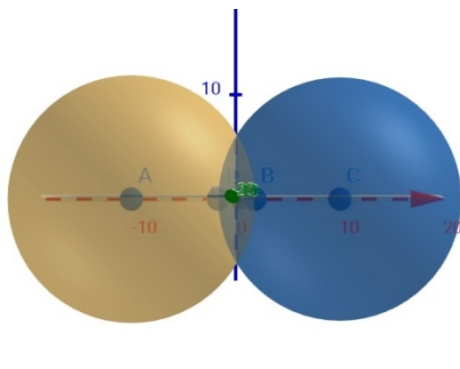
**Bài 16.** Người ta thả một viên bi có dạng hình cầu có bán kính  $2,7$  cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước (tham khảo hình vẽ dưới). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng  $5,4$  cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng  $4,5$  cm . Khi đó chiều cao của mực nước trong cốc là bao nhiêu?



**Bài 17.** Một trái banh và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt trái banh lên hình trụ thấy phần ở bên ngoài của quả bóng có chiều cao bằng  $\frac{3}{4}$  chiều cao của nó. Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



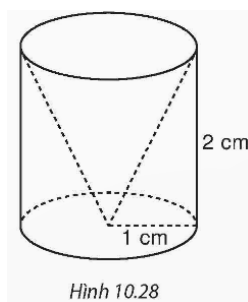
**Bài 18.** Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính  $25cm$  khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là  $40cm$ . Giá mạ vàng  $1m^2$  là  $470.000$  đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó.



## LUYỆN TẬP CHUNG

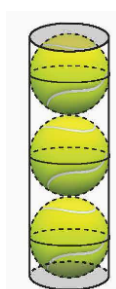
### A. VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**Ví dụ 1.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm và chiều cao bằng 2 cm. Người ta khoan đi một phần có dạng hình nón như Hình 10.28 thì thể tích phần còn lại của hình trụ bằng bao nhiêu?



Hình 10.28

**Ví dụ 2.** Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (H.10.29). Các quả bóng tennis có dạng hình cầu, đường kính 6,4 cm .



Hình 10.29

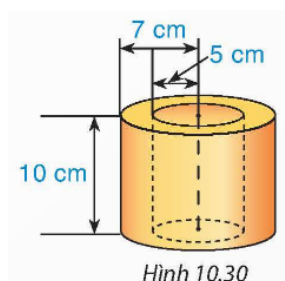
- Tính thể tích hộp đựng bóng (bỏ qua bề dày của vỏ hộp, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$  ).
- Tính thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis.

### BÀI TẬP

**10.11.** Cho một hình trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao và có thể tích bằng  $2\pi \text{ cm}^3$  .

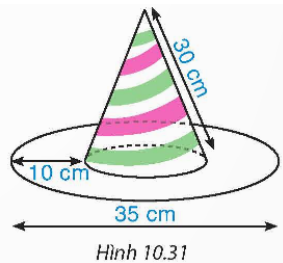
- Tính chiều cao của hình trụ.
- Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ trên.

**10.12.** Một vòng bi bằng thép (phần thép giữa hai hình trụ) có hình dạng và kích thước như Hình 10.30. Tính thể tích của vòng bi đó.



Hình 10.30

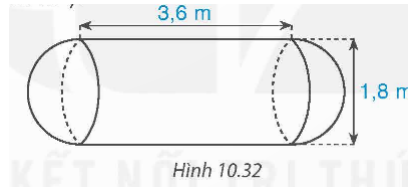
**10.13.** Chiếc mũ của chú hề với các kích thước như Hình 10.31. Hãy tính tổng diện tích vải cần để làm chiếc mũ (coi mép khâu không đáng kể và làm tròn kết quả đến hàng phần mười của  $\text{cm}^2$  ).



Hình 10.31

**10.14.** Người ta nhấn chìm hoàn toàn 5 viên bi có dạng hình cầu vào một chiếc cốc hình trụ đựng đầy nước, mỗi viên bi có đường kính 2 cm. Tính lượng nước tràn ra khỏi cốc.

**10.15.** Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính bằng 1,8 m và một hình trụ có chiều cao bằng 3,6 m (H.10.32). Tính thể tích của bồn chứa xăng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của  $m^3$ ).



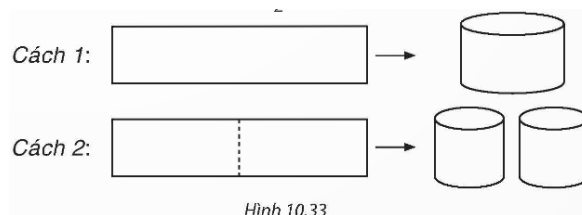
Hình 10.32

**10.16.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước  $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$ , người ta làm mặt xung quanh của các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (H.10.33):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng nước hình trụ.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm hình chữ nhật bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  $V_1$  là thể tích của thùng gò được theo Cách 1 và  $V_2$  là tổng thể tích của hai thùng gò được theo

Cách 2. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  (giả sử các mối hàn là không đáng kể).



Hình 10.33

## B. BÀI TẬP THÊM

**Bài 1.** Một cốc thủy tinh hình trụ có chiều cao bằng 10 cm và thể tích bằng  $90\pi\text{ cm}^3$ . Tính bán kính của đáy cốc thủy tinh đó?



**Bài 2.** Một ống đong hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đong bằng  $40\pi\text{ cm}^3$ . Tính chiều cao của ống đong đó.

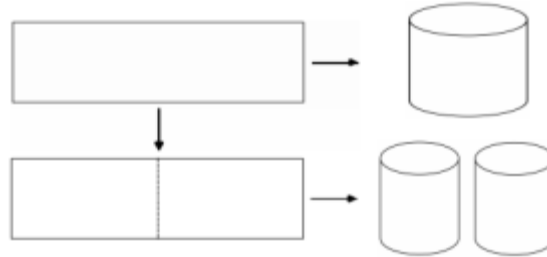


**Bài 3.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước  $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$ , người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng  $50\text{ cm}$ , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  $V_1$  là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và  $V_2$  là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách

2. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



**Bài 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính diện tích toàn phần của hình nón thu được khi quay tam giác  $AA'C$  quanh trục  $AA'$ .

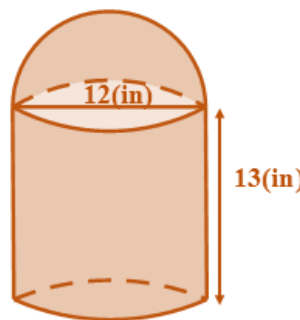
**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , cạnh  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  và  $M$  là trung điểm của cạnh  $AC$ . Tính thể tích của hình nón thu được do tam giác  $BMC$  quay quanh  $AB$ .

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 8\text{ cm}$ . Gọi  $V_1$  là thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AB$  và  $V_2$  là thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ . Tính tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

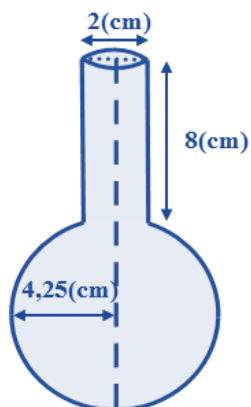
**Bài 7.** Chiếc nón do một làng nghề ở Việt Nam sản xuất là hình nón có đường sinh bằng  $30\text{ cm}$ , đường kính đáy bằng  $40\text{ cm}$ . Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng làm 5000 chiếc nón.



**Bài 8.** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của một khối linh kiện máy (gồm một hình trụ và một nửa hình cầu có cùng đáy) với các kích thước đã cho ở hình vẽ sau theo đơn vị  $\text{in}^2$ .



**Bài 9.** Người ta đổ đầy nước vào một bình đựng với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính thể tích của phần nước trong bình (giả sử bề dày của ống nghiệm không đáng kể).

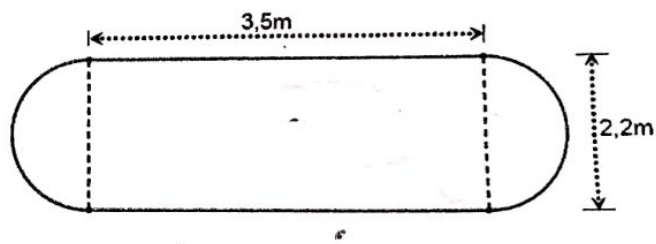


**Bài 10.** Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính  $1,6 \text{ (cm)}$ . Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn, bán kính  $0,2 \text{ (cm)}$  cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng tiện sử dụng.

- Tính thể tích phần ống nhựa hình trụ cắm vào phân nửa viên kẹo.
- Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào.



**Bài 11.** Một bồn chứa xăng đặt trên xe gồm hai nửa hình cầu có đường kính là  $2,2 \text{ m}$  và một hình trụ có chiều dài  $3,5 \text{ m}$  (hình 2). Tính thể tích của bồn chứa xăng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Hình 2

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG X

### PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

#### A. TRẮC NGHIỆM

**10.17.** Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  một vòng quanh cạnh  $AB$  ta được một hình trụ có bán kính đáy bằng độ dài đoạn thẳng

- A.  $AB$ .                      B.  $CD$ .                      C.  $AD$ .                      D.  $AC$ .

**10.18.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 4\text{ cm}$ ,  $BC = 5\text{ cm}$ . Khi quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $AC$  ta được một hình nón có chiều cao bằng

- A.  $4\text{ cm}$ .                      B.  $3\text{ cm}$ .                      C.  $5\text{ cm}$ .                      D.  $9\text{ cm}$ .

**10.19.** Diện tích mặt cầu có đường kính  $10\text{ cm}$  là

- A.  $10\pi\text{ cm}^2$ .                      B.  $400\pi\text{ cm}^2$ .                      C.  $50\pi\text{ cm}^2$ .                      D.  $100\pi\text{ cm}^2$ .

**10.20.** Cho hình nón có bán kính đáy  $R = 2\text{ cm}$ , độ dài đường sinh  $l = 5\text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $\frac{10\pi}{3}\text{ cm}^2$ .                      B.  $\frac{50\pi}{3}\text{ cm}^2$ .                      C.  $20\pi\text{ cm}^2$ .                      D.  $10\pi\text{ cm}^2$ .

**10.21.** Một mặt phẳng đi qua tâm hình cầu, cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích  $9\pi\text{ cm}^2$ . Thể tích của hình cầu bằng

- A.  $972\pi\text{ cm}^3$ .                      B.  $36\pi\text{ cm}^3$ .                      C.  $6\pi\text{ cm}^3$ .                      D.  $81\pi\text{ cm}^3$ .

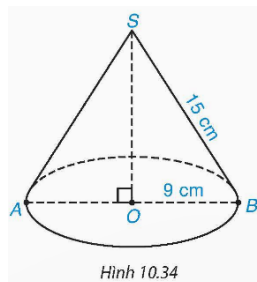
#### B. TỰ LUẬN

**10.22.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $20\text{ cm}$ , chiều cao bằng  $30\text{ cm}$ .

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

b) Tính thể tích của hình trụ.

**10.23.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $9\text{ cm}$ , độ dài đường sinh bằng  $15\text{ cm}$  (H.10.34).



a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.

c) Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy. Tính diện tích toàn phần của hình nón đã cho.

**10.24.** Quả bóng rổ sử dụng trong thi đấu có dạng hình cầu với đường kính bằng  $24\text{ cm}$  (H.10.35). Hãy tính:

a) Diện tích bề mặt quả bóng.

b) Thể tích của quả bóng.

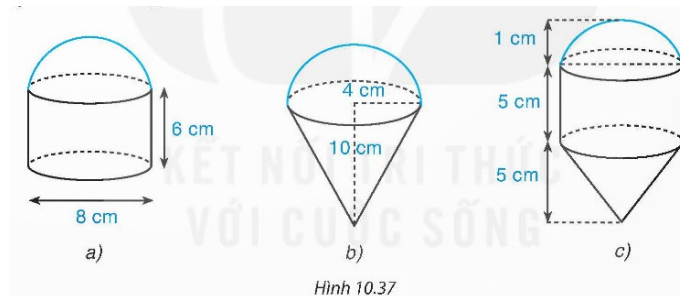


**10.25.** Đèn trời có dạng hình trụ không có một đáy với đường kính đáy bằng 0,8m và thân đèn cao 1 m (H.10.36). Tính diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời (coi các mép dán không đáng kể).



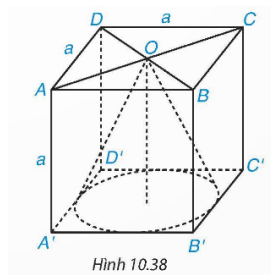
Hình 10.36

**10.26.** Các hình dưới đây ( H.10.37) được tạo thành từ các nửa hình cầu, hình trụ và hình nón (có cùng bán kính đáy). Tính thể tích của các hình đó theo kích thước đã cho.



Hình 10.37

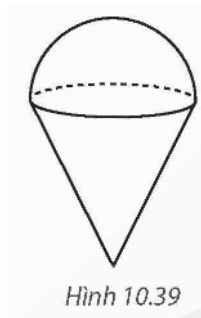
**10.27.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính thể tích của hình nón có đỉnh là tâm  $O$  của hình vuông  $ABCD$  và đáy là hình tròn tiếp xúc với các cạnh của hình vuông  $A'B'C'D'$  (H.10.38).



Hình 10.38

**10.28.** Bạn Khôi cho một hòn đá cảnh vào một bể nuôi cá hình trụ có đường kính đáy bằng 20 cm thì nước trong bể dâng lên 3 cm . Hỏi hòn đá cảnh đó có thể tích bằng bao nhiêu?

**10.29.** Một chiếc kem ốc quế gồm hai phần: Phần phía dưới dạng hình nón có chiều cao gấp đôi bán kính đáy, phần trên là nửa hình cầu có đường kính bằng đường kính đáy của hình nón phía dưới (H.10.39). Thể tích phần kem phía trên bằng  $200\text{cm}^3$  . Tính thể tích của cả chiếc kem.



Hình 10.39

**10.30.** Mái nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm Văn hoá Nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng ba chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam (H.10.40). Tính diện tích một mái nhà hình nón có đường kính bằng 45 m và chiều cao bằng 24 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{m}^2$  ).



Hình 10.40

## PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM

**Bài 1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình trụ | Bán kính đáy<br>( $cm$ ) | Chiều cao<br>( $cm$ ) | Diện tích xung<br>quanh ( $cm^2$ ) | Diện tích toàn<br>phần ( $cm^2$ ) | Thể tích<br>( $cm^3$ ) |
|----------|--------------------------|-----------------------|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------|
|          | 3                        | 7                     | ?                                  | ?                                 | ?                      |
|          | 4                        | ?                     | $20\pi$                            | ?                                 | ?                      |
|          | ?                        | 8                     | ?                                  | $18\pi$                           | ?                      |
|          | ?                        | 5                     | ?                                  | ?                                 | $150\pi$               |

**Bài 2.** Điền đầy đủ các kết quả vào bảng sau

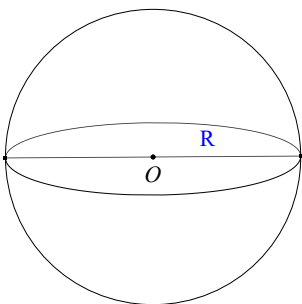
| Hình | Bán kính<br>đáy ( $cm$ ) | Chiều cao<br>( $cm$ ) | Chu vi đáy<br>( $cm$ ) | Diện tích<br>đáy ( $cm^2$ ) | Diện tích xung<br>quanh ( $cm^2$ ) | Thể tích<br>( $cm^3$ ) |
|------|--------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------------|------------------------------------|------------------------|
|      | 2                        | 20                    |                        |                             |                                    |                        |
|      | 10                       | 8                     |                        |                             |                                    |                        |
|      |                          | 16                    | $8\pi$                 |                             |                                    |                        |

**Bài 3.** Cho hình nón có bán kính  $r$ , đường kính đáy là  $d$ , chiều cao  $h$ , đường sinh  $l$ , thể tích  $V$ , diện tích xung quanh  $S_{xq}$ , diện tích toàn phần  $S_{tp}$ . Hoàn thành bảng sau:

| $r$ (cm) | $d$ (cm) | $h$ (cm) | $l$ (cm) | $S_{xq}$ ( $cm^2$ ) | $S_{tp}$ ( $cm^2$ ) | $V$ ( $cm^3$ ) |
|----------|----------|----------|----------|---------------------|---------------------|----------------|
| 3        |          |          | 5        |                     |                     |                |
|          |          | 8        |          |                     |                     | $96\pi$        |
|          | 10       |          |          | $65\pi$             |                     |                |
| 15       |          | 20       |          |                     |                     |                |

**Bài 4.** Cho hình cầu có bán kính  $R$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình cầu | Bán kính (dm) | Diện tích mặt cầu ( $dm^2$ ) | Thể tích hình cầu ( $dm^3$ ) |
|----------|---------------|------------------------------|------------------------------|
|          | 4             | ?                            | ?                            |
|          | ?             | $144\pi$                     | ?                            |

|                                                                                   |   |          |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---|----------|---------|
|  | ? | ?        | $36\pi$ |
|                                                                                   | ? | $196\pi$ |         |

**Bài 5.** Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 2 cm, chiều cao là 6 cm. Hãy tính:

- Diện tích xung quanh của hình trụ.
- Diện tích toàn phần của hình trụ.
- Thể tích hình trụ.

### Lời giải

- Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi \approx 24 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 24\pi + 8\pi = 32\pi \approx 32 \cdot 3,14 = 100,48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- Thể tích hình trụ là:  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi \approx 24 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Bài 6.** Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính của đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là  $314 \text{ cm}^2$ . Tính:

- Bán kính của đường tròn đáy (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- Thể tích của khối trụ.

**Bài 7.** Một hình trụ có bán kính của đường tròn đáy là 16 cm, chiều cao là 9 cm. Tính

- Diện tích xung quanh của hình trụ.
- Thể tích của hình trụ. (Lấy  $\pi = 3,142$  làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Bài 8.** Một hình trụ có diện tích xung quanh là  $20\pi \text{ cm}^2$  và diện tích toàn phần là  $28\pi \text{ cm}^2$ . Tính thể tích của hình trụ đó.

**Bài 9.** Một hình trụ có chiều cao bằng 5 cm. Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính thể tích hình trụ.

**Bài 10.** Một thùng phuy hình trụ có số đo diện tích xung quanh (tính bằng mét vuông) đúng bằng số đo thể tích (tính bằng mét khối). Tính bán kính đáy của hình trụ.

**Bài 11.** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ . Quay hình chữ nhật đó quanh AB thì được hình trụ có thể tích  $V_1$ ; quay quanh BC thì được hình trụ có thể tích  $V_2$ . Trong các đẳng thức dưới đây đẳng thức nào đúng?

- A.**  $V_1 = V_2$ .      **B.**  $V_1 = 2V_2$ .      **C.**  $V_2 = 2V_1$ .      **D.**  $V_2 = 3V_1$ .

**Bài 12.** Cho hình chữ nhật ABCD cạnh  $AB = 6 \text{ cm}$ ;  $AD = 4 \text{ cm}$

- Quay quanh cạnh AB ta được 1 hình trụ có diện tích xung quanh bằng ?
- Quay quanh cạnh AD ta được 1 hình trụ có thể tích bằng ?

c) Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AB, CD$ . Nếu quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh trục  $MN$ , ta được một hình trụ có diện tích toàn phần là?

**Bài 13.** Một lọ hình trụ được "đặt khít" trong một hộp giấy hình hộp chữ nhật. Biết thể tích của lọ hình trụ là  $270\text{cm}^3$ , tính thể tích của hộp giấy.

**Bài 14.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AB = 2a, BC = a$ . Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  một vòng thì được hình trụ có thể tích  $V_1$  và khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $BC$  một vòng thì được hình trụ có thể tích  $V_2$ . Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

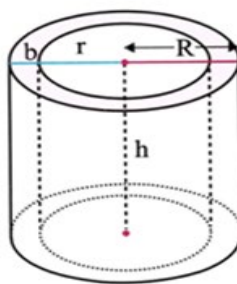
**Bài 15.** Một hộp sữa hình trụ có chiều cao hơn đường kính là  $3\text{cm}$ . Biết diện tích vỏ hộp (kể cả nắp) là  $292,5\pi\text{cm}^2$ . Tính thể tích của hộp sữa đó.

**Bài 16.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB > BC$ . Biết diện tích hình chữ nhật là  $48\text{cm}^2$ , chu vi là  $28\text{cm}$ . Cho hình chữ nhật quay quanh cạnh  $AB$  một vòng ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ này.

**Bài 17.** Hiện nay các văn phòng thường sử dụng loại thùng rác văn phòng, màu sắc, chất liệu thân thiện với môi trường. Trong ảnh là một thùng rác văn phòng có đường cao  $0,8\text{m}$ , đường kính  $0,4\text{m}$ . Tính thể tích của thùng rác này (Coi thùng rác văn phòng là hình trụ).



**Bài 18.** Người ta xây một bể ga hình trụ có bán kính  $R = 1\text{m}$  (tính từ tâm bể đến mép ngoài), chiều dày của thành bể là  $b = 0,05\text{m}$ , chiều cao của bể là  $h = 1,5\text{m}$ . Tính dung tích của bể ga (làm tròn đến hai chữ số thập phân).



**Bài 19.** Cho tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$  có  $OI = 4\text{cm}$  và  $IM = 3\text{cm}$ . Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón.

- Tính độ dài đường sinh hình nón.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.
- Tính diện tích toàn phần hình nón.
- Tính thể tích hình nón.

**Bài 20.** Cho tam giác  $\triangle SO'A$  vuông tại  $S$ ,  $\triangle SOB$ , gọi  $\frac{R'}{R} = \frac{SO'}{SO}$  là trung điểm của

$$\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}} = \frac{R'^2 \cdot SO'}{R^2 \cdot SO} = \left( \frac{SO'}{SO} \right)^3 = \frac{1}{8}, \quad BC = 2dm.$$

Khi quay tam giác  $60^\circ$  xung quanh trục  $30\text{ cm}$  ta được

hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh hình nón.

b) Tính thể tích hình nón.

**Bài 21.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $r$ , diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy.

Tính theo  $r$

a) Diện tích xung quanh của hình nón;

b) Thể tích của hình nón.

**Bài 22.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BC = 10\text{ cm}$ , đường cao  $AH = 4\text{ cm}$ . Quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $BC$ . Tính thể tích hình tạo thành.

**Bài 23.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $20\text{ cm}$ , số đo thể tích (tính bằng  $\text{cm}^3$ ) bằng bốn lần số đo diện tích xung quanh (tính bằng  $\text{cm}^2$ ). Tính chiều cao của hình nón.

**Bài 24.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $r$ , đường sinh bằng  $l$ . Khai triển mặt xung quanh hình nón ta được một hình quạt. Tính số đo cung của hình quạt theo  $r$  và  $l$ .

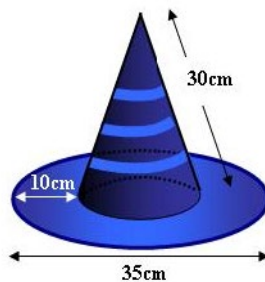
**Bài 25.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $7\text{ cm}$ , chiều cao bằng  $24\text{ cm}$ .

a) Tính số đo cung hình quạt khi khai triển mặt xung quanh của hình nón;

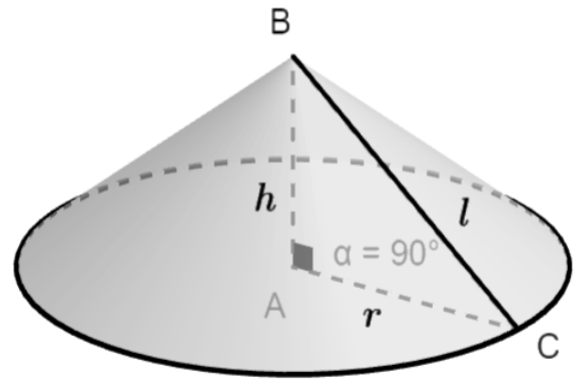
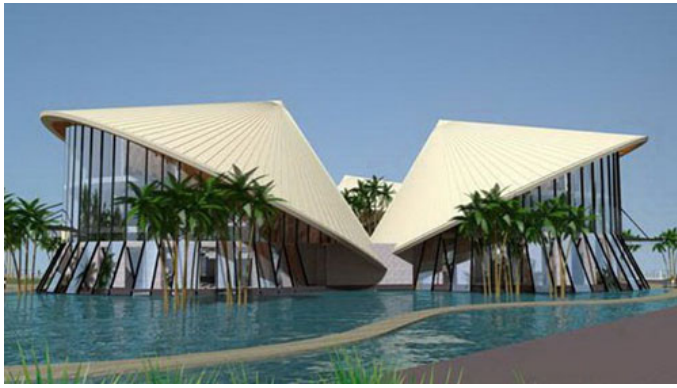
b) Tính diện tích toàn phần của hình nón.

**Bài 26.** Một chiếc nón có đường kính đáy bằng  $28\text{ cm}$  và đường sinh bằng  $30\text{ cm}$ . Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết tỉ lệ hao hụt là  $10\%$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).

**Bài 27.** Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú Hề trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ khấu hao vải khi may nón là  $15\%$ .

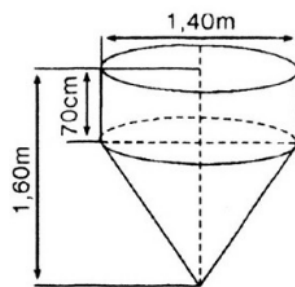


**Bài 28.** Nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính diện tích xung quanh và thể tích của mái nhà hình nón biết đường kính là  $45\text{ m}$  và chiều cao là  $24\text{ m}$  (lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Bài 29.** Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình bên. Hãy tính:

- Thể tích của dụng cụ này.
- Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy).



**Bài 30.** Một phao cơ hình cầu tự động đóng nước chảy vào bể khi bể đầy. Biết diện tích bề mặt của phao là  $804\text{ cm}^2$ , tính bán kính của phao.

**Bài 31.** Một trái dưa có dạng hình cầu. Bỏ đôi trái dưa này ra thì mặt cắt có diện tích là  $314\text{ cm}^2$ . Tính thể tích của trái dưa đó.

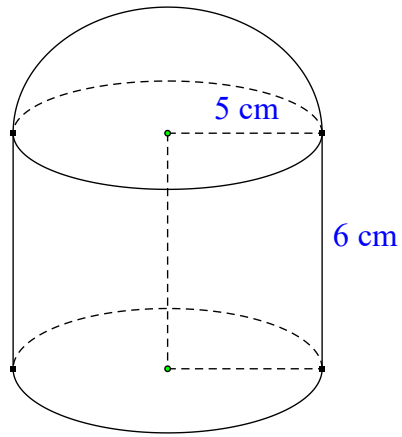
**Bài 32.** Trái đất có bán kính  $6400\text{ km}$ . Diện tích biển và đại dương chiếm  $\frac{3}{4}$  bề mặt Trái đất. Hãy tính diện tích biển và đại dương của Trái đất (làm tròn đến triệu  $\text{km}^2$ ).

**Bài 33.** Bạn An lấy thước dây đo vòng theo đường xích đạo của quả địa cầu trong thư viện được độ dài  $94,2\text{ cm}$ . Hãy tính

- Diện tích mặt ngoài của quả địa cầu.
- Thể tích của quả địa cầu.

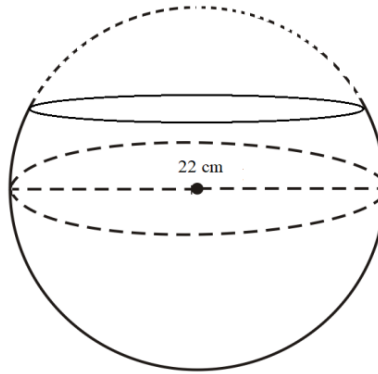
**Bài 34.** Hình bên minh họa bộ phận lọc của một bình nước. Bộ phận này gồm một hình trụ và một nửa hình cầu với kích thước ghi trên hình. Hãy tính:

- Thể tích của bộ phận đó;
- Diện tích mặt ngoài của bộ phận này.



**Bài 35.** Một hình cầu đặt vừa khít trong một hình trụ có chiều cao là 18 cm . Tính thể tích phần không gian nằm trong hình trụ nhưng nằm bên ngoài hình cầu.

**Bài 36.** Cần phải có ít nhất bao nhiêu lít nước để thay nước ở liễn nuôi cá cảnh ? Liễn được xem như một phần mặt cầu có đường kính 22cm. Lượng nước đổ vào liễn chiếm  $\frac{2}{3}$  thể tích của hình cầu. (lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



## CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TẾ

### BÀI 31. HÌNH TRỤ VÀ HÌNH NÓN

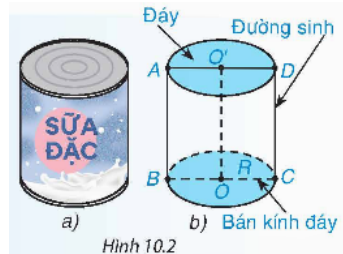
#### A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

##### 1. HÌNH TRỤ

###### *Nhận biết hình trụ*

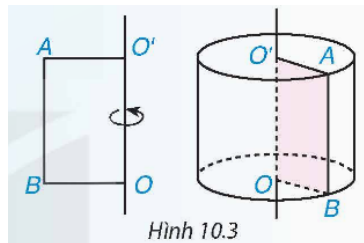
1. Hộp sữa (H.10.2a) có dạng một hình trụ.

Một số yếu tố của hình trụ được chỉ ra trên Hình 10.2b.



Hình 10.2

2. Khi quay hình chữ nhật  $O'ABO$  một vòng quanh  $OO'$  cố định thì ta được một hình trụ (H.10.3), trong đó:

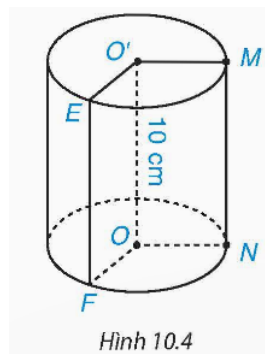


Hình 10.3

- Hai đáy của hình trụ là hai hình tròn bằng nhau  $(O; O'A)$  và  $(O; OB)$ .
- Mỗi đường sinh là một vị trí của  $AB$  khi quay. Vậy hình trụ có vô số đường sinh.  
 $R = O'A = OB$  gọi là bán kính đáy của hình trụ.
- Độ dài của đoạn  $OO'$  gọi là chiều cao của hình trụ. Các đường sinh bằng nhau và bằng  $OO'$ .

**Ví dụ 1.** Hãy kể tên một bán kính đáy và một đường sinh của hình trụ trong Hình 10.4. Cho biết chiều cao của hình trụ này.

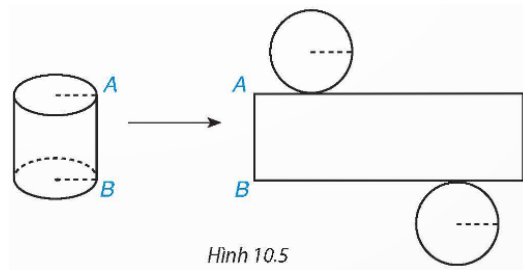
###### *Lời giải*



Hình 10.4

$O'M$  là một bán kính đáy của hình trụ.  $EF$  là một đường sinh của hình trụ. Chiều cao  $O'O = 10$  cm.

**Chú ý.** Từ một hình trụ, nếu ta cắt rời hai đáy và cắt theo một đường sinh nào đó rồi trải phẳng ra thì ta được một hình phẳng (gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật) như Hình 10.5 gọi là hình khai triển của hình trụ đã cho.



Hình 10.5

### Diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ

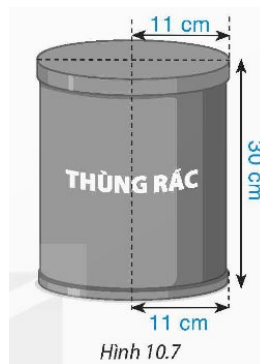
Ta có công thức tính diện tích mặt xung quanh (gọi tắt là diện tích xung quanh, kí hiệu là  $S_{xq}$ ) của hình trụ như sau:  $S_{xq} = 2\pi Rh$ , trong đó  $R$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 h$ , trong đó  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy,  $R$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

**Ví dụ 2.** Bác Khôi dự định sơn lại một thùng rác có dạng hình trụ (sơn mặt ngoài và một đáy là nắp) có bán kính đáy bằng 11 cm, chiều cao bằng 30 cm (H.10.7).

a) Tính diện tích phần cần sơn của thùng rác.

b) Tính thể tích của thùng rác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).



Hình 10.7

### Lời giải

a) Phần cần sơn bao gồm mặt xung quanh và một đáy của hình trụ. Theo đề bài, ta có  $R = 11\text{cm}$  và  $h = 30\text{cm}$ .

Do đó:  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 11 \cdot 30 = 660\pi (\text{cm}^2)$ ;  $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = \pi \cdot 11^2 = 121\pi (\text{cm}^2)$

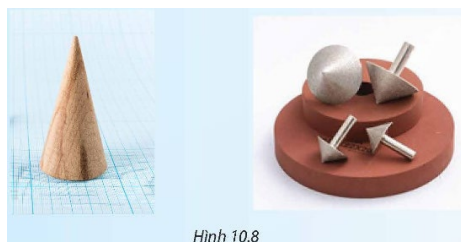
Vậy diện tích cần sơn là  $S = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = (660 + 121)\pi = 781\pi (\text{cm}^2)$ .

b) Thể tích của thùng rác là  $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 121\pi \cdot 30 = 3630\pi \approx 11404 (\text{cm}^3)$ .

## 2. HÌNH NÓN

### Nhận biết hình nón

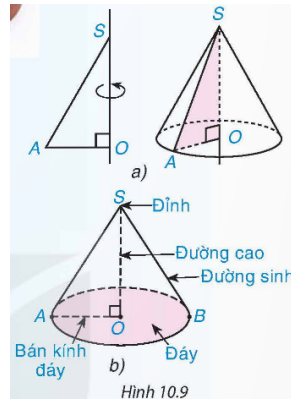
1. Đồ chơi, chi tiết cơ khí (H.10.8) có dạng một hình nón. Một số yếu tố của hình nón được thể hiện trên Hình 10.9b.



Hình 10.8

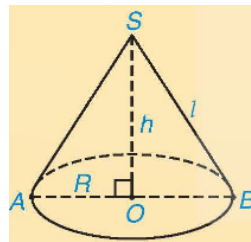
2. Khi quay tam giác vuông  $SOA$  (vuông ở  $O$ ) một vòng quanh  $SO$  cố định thì ta được một hình nón đỉnh  $S$

(H.10.9a), trong đó:



- Đáy của hình nón là hình tròn  $(O; OA)$ ,  $R = OA$  gọi là bán kính đáy của hình nón.
- Mỗi đường sinh là một vị trí của SA khi quay. Vậy hình nón có vô số đường sinh dài bằng nhau.
- SO gọi là đường cao của hình nón. Độ dài đoạn SO được gọi là chiều cao của hình nón.

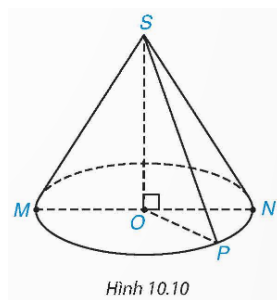
**Một số yếu tố của hình nón:**



Đỉnh: S. Chiều cao:  $h = SO$ . Đường sinh:  $l = SA = SB$ . Bán kính đáy:  $R = OA$ .

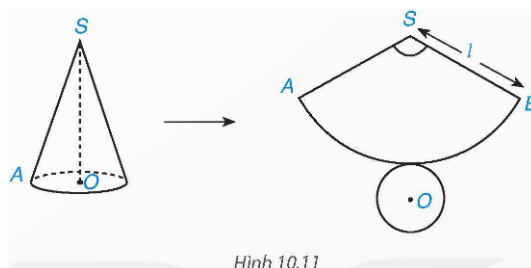
**Ví dụ 3.** Hãy kể tên đỉnh, đường cao, một bán kính đáy và một đường sinh của hình nón trong Hình 10.10.

**Lời giải**



Đỉnh: S. Đường cao: SO. Một bán kính đáy: OM. Một đường sinh: SM.

**Chú ý.** Cho một hình nón. Nếu ta cắt rời đáy và cắt mặt xung quanh của nó theo đường sinh SA rồi trải phẳng ra thì được một hình phẳng (gồm một hình tròn và một hình quạt tròn) như Hình 10.11 gọi là hình khai triển của hình nón đã cho.



**Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón**

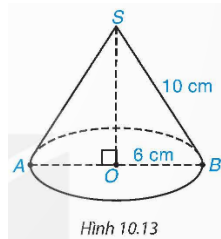
$S_{xq} = \pi rl$ , trong đó  $r$  là bán kính đáy,  $l$  là độ dài đường sinh.

$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ , trong đó  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy,  $r$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao.

**Ví dụ 4.** Cho một hình nón có độ dài đường sinh bằng 10 cm, bán kính đáy bằng 6 cm (H.10.13).

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.



**Lời giải**

a) Diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ .

b) Tam giác  $SOB$  vuông tại  $O$  nên theo định lý Pythagore ta có:

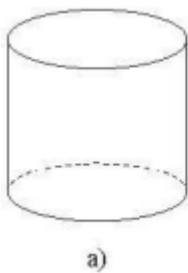
$$OB^2 + SO^2 = SB^2 \text{ hay } 6^2 + SO^2 = 10^2 \text{ suy ra } SO^2 = 100 - 36 = 64 \text{ suy ra } SO = 8 \text{ cm}$$

Thể tích của hình nón là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

### DẠNG 1. NHẬN DẠNG VÀ TẠO LẬP HÌNH TRỤ, HÌNH NÓN

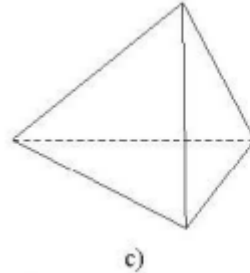
**Ví dụ 1.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình trụ?



a)



b)



c)



d)

**Lời giải**

+ Hình a) là hình trụ

**Ví dụ 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ?



a)



b)



c)



d)

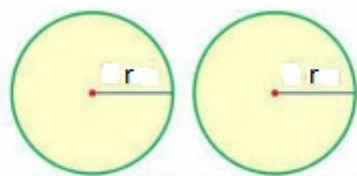
**Lời giải**

+ Vật thể a) là vật thể có dạng hình trụ

**Ví dụ 3.** Tạo lập hình trụ có bán kính đáy  $r = 5 \text{ (cm)}$  và chiều cao  $h = 8 \text{ (cm)}$

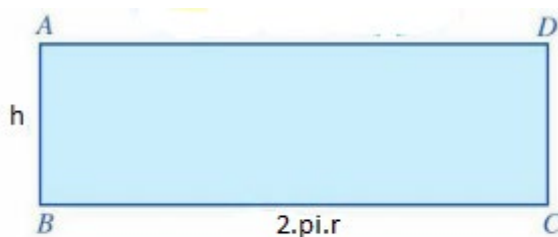
**Lời giải**

**Bước 1:** Cắt hai miếng bìa có dạng hình tròn với bán kính  $r = 5 \text{ (cm)}$  (hình 1).



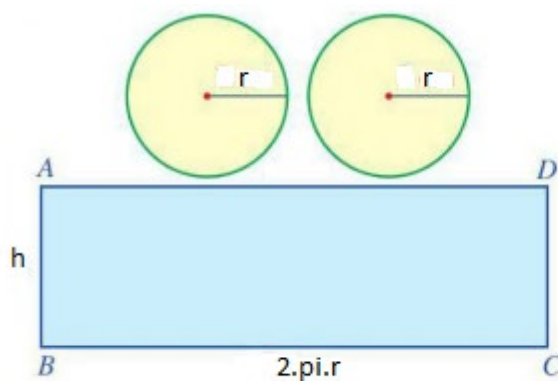
Hình 1

**Bước 2:** Cắt một tấm bìa hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $h = 8(cm)$  và cạnh  $2\pi.r = 2\pi.5 \approx 31,4(cm)$  (hình 2).

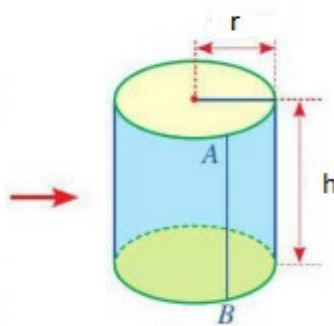


Hình 2

**Bước 3:** Ghép và dán các miếng bìa vừa cắt ở bước 1, bước 2 (hình 3), ta được một hình trụ có bán kính đáy  $r = 5(cm)$  và chiều cao  $h = 8(cm)$  (hình 4).

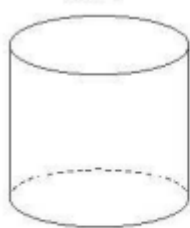


Hình 3



Hình 4

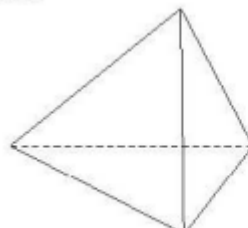
**Ví dụ 4.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình nón?



a)



b)



c)



d)

**Lời giải**

+ Hình b) và hình c) là hình nón

**Ví dụ 5.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình nón?



### Lời giải

+ Vật thể d) là vật thể có dạng hình nón

## DẠNG 2. TÍNH BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA HÌNH TRỤ

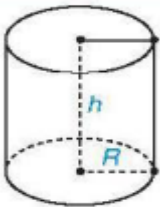
### 1. Phương pháp

Cho hình trụ có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$ .

- Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = 2\pi rh$
- Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = 2\pi r(h + r)$
- Thể tích:  $V = \pi r^2 h$

### 2. Ví dụ

**Ví dụ 1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình trụ                                                                            | Bán kính đáy<br>(cm) | Chiều cao<br>(cm) | Diện tích xung<br>quanh ( $\text{cm}^2$ ) | Diện tích toàn<br>phần ( $\text{cm}^2$ ) | Thể tích<br>( $\text{cm}^3$ ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------|
|  | 3                    | 7                 | ?                                         | ?                                        | ?                             |
|                                                                                     | 4                    | ?                 | $20\pi$                                   | ?                                        | ?                             |
|                                                                                     | ?                    | 8                 | ?                                         | $18\pi$                                  | ?                             |
|                                                                                     | ?                    | 5                 | ?                                         | ?                                        | $150\pi$                      |

### Lời giải

- Với  $r = 3, h = 7$

$$S_{xq} = 2\pi rh = 42\pi (\text{cm}^2)$$

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 60\pi (\text{cm}^2)$$

$$V = \pi r^2 h = 63\pi (\text{cm}^3)$$

- Với  $r = 3, S_{xq} = 20\pi (\text{cm}^2)$

$$S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi r} = 2,5 (\text{cm})$$

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 52\pi (\text{cm}^2)$$

$$V = \pi r^2 h = 40\pi (\text{cm}^3)$$

- Với  $h = 8, S_{xq} = 18\pi (\text{cm}^2)$

$$S_{tp} = 2\pi r(h+r)$$

$$18\pi = 2\pi r(h+r)$$

$$r^2 + 8r - 9 = 0$$

$$\Rightarrow r = 1$$

$$S_{xq} = 2\pi rh = 16\pi (cm^2)$$

$$V = \pi r^2 h = 8\pi (cm^3)$$

• Với  $h = 5, V = 150\pi$

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{150\pi}{25\pi} = 6 (cm)$$

$$S_{xq} = 2\pi rh = 60\pi (cm^2)$$

$$S_{tp} = 2\pi r(h+r) = 110\pi (cm^2)$$

**Ví dụ 2.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $5(dm)$ . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao hình trụ.

**Lời giải**

Ta có:  $S_{tp} = 2S_{xq}$

$$2\pi r(h+r) = 2.2\pi rh$$

$$2\pi.5(h+5) = 2.2\pi.5h$$

$$5(h+5) = 10h$$

$$h = 5(dm)$$

**Ví dụ 3.** Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

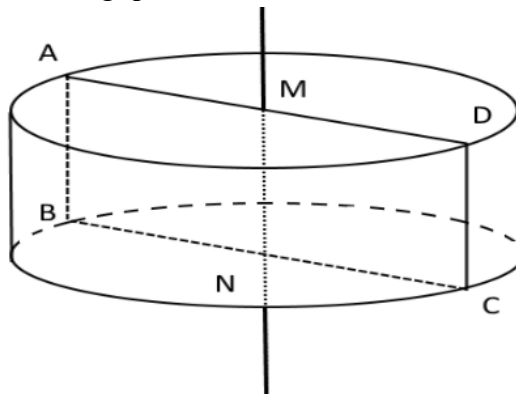
**Lời giải**

Giả sử ban đầu khối trụ có chiều cao  $h_1$  và bán kính  $r_1$ . Khi đó, khối trụ có thể tích là  $V_1 = \pi r_1^2 h_1$ .

Sau khi tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì khối trụ có chiều cao  $2h_1$  và bán kính  $3r_1$ . Khi đó, khối trụ mới có thể tích là  $V_2 = \pi (3r_1)^2 .2h_1 = 18\pi r_1^2 h_1 = 18V_1$ .

Vậy thể tích của khối trụ mới sẽ tăng 18 lần so với khối trụ ban đầu

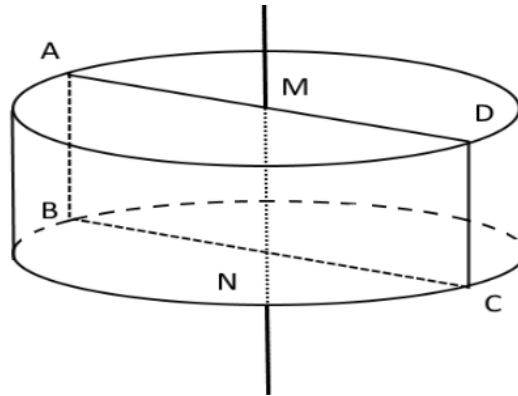
**Ví dụ 4.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 1(cm)$ ,  $AD = 2(cm)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục  $MN$  ta được một hình trụ như hình vẽ.



a) Tính diện tích toàn phần  $S_{tp}$  của hình trụ đó.

b) Tính thể tích hình trụ đó.

**Lời giải**



Hình trụ đã cho có chiều cao là  $h = AB = 1(\text{cm})$  và đáy là hình tròn tâm  $M$  bán kính  $r = \frac{AD}{2} = 1(\text{cm})$ .

a)  $S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 2\pi \cdot 1(1 + 1) = 4\pi(\text{cm}^2)$

a)  $V = \pi r^2 h = \pi(\text{cm})$

### DẠNG 3. TÍNH BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA HÌNH NÓN

#### 1. Phương pháp

Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , đường cao  $h$  và đường sinh  $l$ .

• Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \frac{1}{2}Cl = \pi rl$

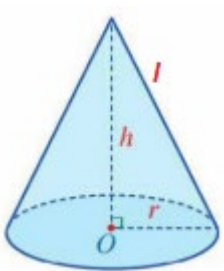
• Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

• Thể tích:  $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

**Chú ý:** Hình nón và hình trụ có cùng chiều cao  $h$  và cùng bán kính đáy  $r$  thì:  $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}V_{\text{trụ}}$

#### 2. Ví dụ

**Ví dụ 1.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , đường cao  $h$  và đường sinh  $l$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình nón                                                                            | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Đường sinh (cm) | Diện tích xung quanh (cm <sup>2</sup> ) | Diện tích toàn phần (cm <sup>2</sup> ) | Thể tích (cm <sup>3</sup> ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|-----------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|
|  | 3                 | 4              | ?               | ?                                       | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | ?                 | 8              | 10              | ?                                       | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | 2                 | ?              | ?               | $14\pi$                                 | ?                                      | ?                           |
|                                                                                     | 4                 | ?              | 9               | ?                                       | ?                                      |                             |

**Lời giải**

• Với  $r = 3, h = 4$

Đường sinh của hình nón:  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi rl = 15\pi (cm^2)$

Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = \pi r(l + r) = 24\pi (cm^2)$

Thể tích:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi (cm^3)$

• Với  $h = 4, l = 10$

Bán kính của hình nón:  $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi rl = 60\pi (cm^2)$

Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = \pi r(l + r) = 64\pi (cm^2)$

Thể tích:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{144}{3}\pi (cm^3)$

• Với  $r = 2, S_{xq} = 14\pi$

Đường sinh của hình nón:  $S_{xq} = \pi rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{14\pi}{2\pi} = 7cm$

Chiều cao của hình nón:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}cm$

Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = \pi r(l + r) = 18\pi (cm^2)$

Thể tích:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 4\sqrt{5}\pi (cm^3)$

• Với  $r = 4, l = 9$

Chiều cao của hình nón:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{81 - 16} = \sqrt{65}cm$

Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi rl = 36\pi (cm^2)$

Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = \pi r(l + r) = 42\pi (cm^2)$

Thể tích:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{16\sqrt{65}\pi}{3} (cm^3)$

**Ví dụ 2.** Nếu giữ nguyên bán kính đáy của một hình nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của hình nón này thay đổi như thế nào so với ban đầu?

### Lời giải

Gọi  $r, h$  lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón ban đầu.

Thể tích hình nón ban đầu là  $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

Giữ nguyên bán kính đáy của hình nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của hình nón này là

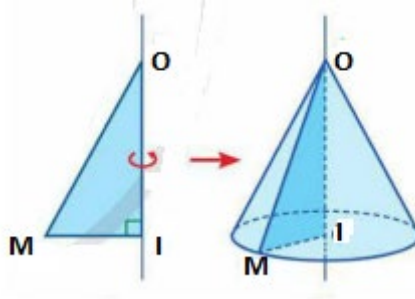
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2}V_1. V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 \frac{h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{2}V_1$$

Thể tích của hình nón này giảm 2 lần so với ban đầu

**Ví dụ 3.** Cho tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$  có  $OI = 4cm$  và  $IM = 3cm$ . Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón.

- Tính độ dài đường sinh hình nón.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.
- Tính diện tích toàn phần hình nón.
- Tính thể tích hình nón.

**Lời giải**



a) Xét tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$ , Theo pythagore ta có :

$$OM^2 = IM^2 + OI^2$$

$$OM^2 = 3^2 + 4^2$$

$$OM^2 = 25$$

$$\Rightarrow OM = 5$$

Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón có bán kính đáy  $r = IM = 3cm$ , chiều cao  $h = OI = 4cm$  và đường sinh là cạnh huyền  $l = OM = 5cm$ .

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là  $5cm$ .

b) Diện tích xung quanh hình nón là:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi (cm^2)$

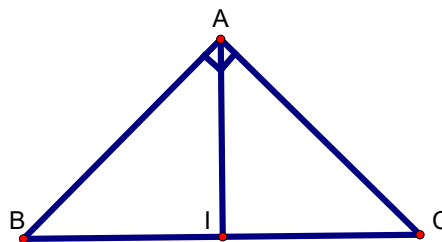
c) Diện tích toàn phần hình nón là:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r (l + r) = \pi \cdot 3 (5 + 3) = 24\pi (cm^2)$

d) Thể tích hình nón là:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi (cm^3)$

**Ví dụ 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $BC = 2dm$ . Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AI$  ta được hình nón.

- Tính diện tích xung quanh hình nón.
- Tính thể tích hình nón.

**Lời giải**



a) khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AI$ , tạo ra hình nón có:

bán kính đáy  $r = \frac{BC}{2} = 1dm$ , đường sinh là  $l = AB = AC = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ .

Diện tích xung quanh hình nón là:  $S_{xq} = \pi R = \sqrt{2}\pi$

b) Chiều cao của hình nón:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1} = 1dm$

thể tích hình nón:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{3}\pi (dm^3)$

#### DẠNG 4. ỨNG DỤNG CỦA HÌNH TRỤ TRONG THỰC TIỄN

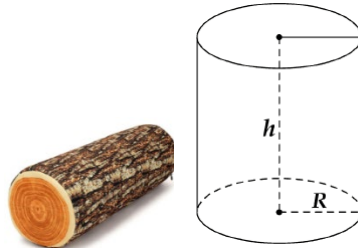
**Ví dụ 1.** Một khúc gỗ hình trụ có đường kính đáy bằng 1,2 m, chiều cao bằng bán kính đáy (như hình vẽ).



a) Tính diện tích xung quanh của khúc gỗ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Với thành hiện tại, 1 m<sup>3</sup> gỗ trên bán được 5 triệu đồng. Hãy tính giá thành khúc gỗ trên nếu đem đi bán.

**Lời giải**



a) Vì khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy  $r = \frac{1,2}{2} = 0,6m$  và chiều cao  $r = h = 0,6m$  nên diện tích xung quanh của khúc gỗ là:

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 0,6 \cdot 0,6 \approx 2,26m^2$$

Vậy diện tích xung quanh khúc gỗ là 2,26m<sup>2</sup>

b) Thể tích khúc gỗ là:  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot (0,6)^2 \cdot 0,6 \approx 0,68m^3$

1 m<sup>3</sup> gỗ trên bán được 5 triệu đồng nên 0,68m<sup>3</sup> gỗ sẽ bán được 0,68.5 = 3,4 triệu đồng

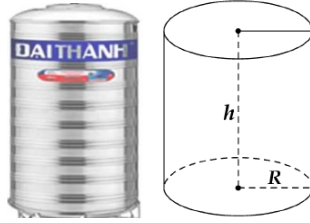
**Ví dụ 2.** Một bồn nước inox Đại Thanh có dạng hình trụ với chiều cao 1,75 m và diện tích đáy là 0,32 m<sup>2</sup>.



a) Tính bán kính đáy của bồn nước inox Đại Thanh (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn).

**Lời giải**



a) Vì đáy của bồn nước inox là đường tròn nên bán kính đáy là:

$$S_{\text{đáy}} = \pi \cdot r^2$$

$$r^2 = \frac{S_{\text{đáy}}}{\pi} = \frac{0,32}{\pi}$$

$$r \approx 0,32m$$

b) Vì bồn nước hình trụ có chiều cao  $h = 1,75m$  và diện tích đáy  $S_{\text{đáy}} = 0,32m^2$  nên thể tích của bồn là:

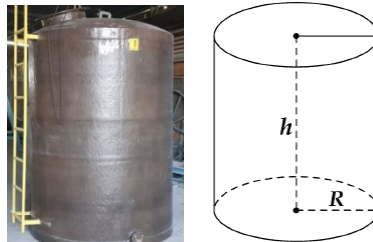
$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 0,32 \cdot 1,75 = 0,56m^3$$

Vậy bồn đựng đầy được  $0,56m^3$  nước.

**Ví dụ 3.** Người ta dự định làm dự định làm một chiếc bồn chứa dầu bằng sắt hình trụ có chiều cao  $1,8m$ , đường kính đáy  $1,2m$ . Hỏi chiếc bồn đó chứa đầy được bao nhiêu lít dầu, biết rằng  $1m^3 = 1000 \text{ lít}$  (Bỏ qua bề dày của bồn, lấy  $\pi = 3,14$ )



**Lời giải**



Thể tích hình trụ:  $V = \pi r^2 h$

Vì chiếc bồn hình trụ có chiều cao  $h = 1,8m$  và bán kính đáy  $r = 1,2 : 2 = 0,6m$  nên thể tích chiếc bồn là:

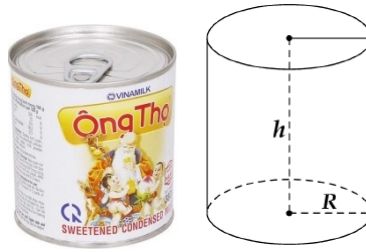
$$V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot (0,6)^2 \cdot 1,8 = 2,03m^3 = 2030(\text{lít})$$

Vậy chiếc bồn đó chứa đầy được 2030 lít dầu.

**Ví dụ 4.** Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ, có chiều cao bằng  $12cm$ . Biết thể tích của hộp là  $192\pi cm^3$ . Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10 000 vỏ hộp sữa ông thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là  $80\,000 \text{ đồng}/m^2$ . (làm tròn kết quả đến phần ngàn).



### Lời giải



Vì hộp sữa hình trụ có chiều cao  $h = 12 \text{ cm}$  và thể tích  $V_{\text{hộp}} = 192\pi \text{ cm}^3$  nên:

$$V = \pi r^2 h$$

$$192\pi = 12\pi r^2$$

$$r^2 = 16$$

$$\Rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

Vì hộp sữa hình trụ có  $r = 4 \text{ cm}$  và chiều cao  $h = 12 \text{ cm}$  nên diện tích toàn phần của hộp sữa là:

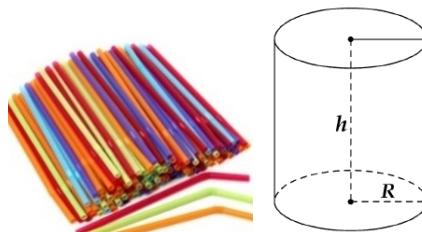
$$S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 2\pi \cdot 4(12 + 4) \approx 402,124(\text{cm}^2) \approx 0,04 \text{ m}^2$$

Chi phí sản xuất 10 000 vỏ hộp sữa là :  $0,04 \cdot 10000 \cdot 80000 = 32000000$  đồng

**Ví dụ 5.** Khi uống nước giải khát, người ta hay sử dụng ống hút nhựa dạng hình trụ đường kính đáy là  $0,4 \text{ cm}$ , chiều dài ống hút là  $18 \text{ cm}$ . Hỏi khi thải ra môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm cho môi trường do 100 ống hút này gây ra là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần ngàn).



### Lời giải

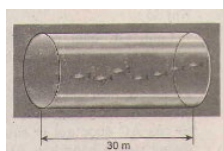


Vì ống hút hình trụ có bán kính đáy  $R = 0,4 : 2 = 0,2 \text{ cm}$  và chiều cao  $h = 18 \text{ cm}$  nên diện tích xung quanh của ống hút là:

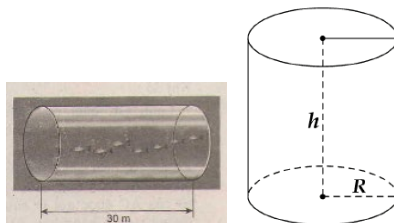
$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 0,2 \cdot 18 \approx 22,608(\text{cm}^2)$$

Vậy khi thải ra môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm cho môi trường do 100 ống hút này gây ra là  $100 \cdot 22,608 = 2260,8 \text{ cm}^2$ .

**Ví dụ 6.** Đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung miền nam nước Pháp có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là 30 m. Dung tích của đường ống nối trên là 1 800 000 lít. Tính diện tích đáy của đường ống.



**Lời giải**



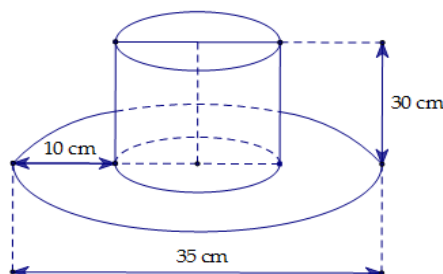
Vì ống nối hình trụ thể tích  $V_{\text{ống nối}} = 1.800.000 \text{ lít} = 1.800 \text{ m}^3$  và chiều cao  $h = 30 \text{ m}$  nên:

$$V_{\text{ống nối}} = S_{\text{đáy}} \cdot h$$

$$\Rightarrow S_{\text{đáy}} = \frac{V_{\text{ống nối}}}{h} = \frac{1.800}{30} = 60 \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy diện tích đáy của đường ống là  $60 \text{ m}^2$ .

**Ví dụ 7.** Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật có dạng hình trụ và với kích thước mô phỏng như hình vẽ.



a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hãy tính thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

**Lời giải**

a) Bán kính hình trụ của cái mũ là  $r = \frac{35 - 10 - 10}{2} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$ .

Đường cao hình trụ của cái mũ là  $30 \text{ cm}$ .

Diện tích xung hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{15}{2} \cdot 30 = 450\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Diện tích vành mũ là:  $S_v = \pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 - \pi \left( \frac{15}{2} \right)^2 = 250\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Vậy tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) là:

$$S = S_{xq} + S_v = 450\pi + 250\pi = 700\pi \approx 2199,11 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ là

$$V = \pi r^2 h = \pi \left( \frac{15}{2} \right)^2 \cdot 30 = \frac{3375}{2} \pi \approx 5301,44 (\text{cm}^3)$$

**Ví dụ 8.** Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng  $12(\text{cm})$ , chiều cao bằng  $6(\text{cm})$ , chiều dài tạ bằng  $30(\text{cm})$  và bán kính tay cầm là  $2(\text{cm})$ . Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).



### Lời giải

Gọi  $h_1$ ,  $R_1$ ,  $V_1$  lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích khối trụ nhỏ mỗi đầu.

$$V_1 = h_1 \cdot \pi \cdot R_1^2 = 6 \cdot \pi \cdot 6^2 = 216\pi.$$

Gọi  $h_2$ ,  $R_2$ ,  $V_2$  lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích của tay cầm.

$$V_2 = h_2 \cdot \pi \cdot R_2^2 = (30 - 2 \cdot 6) \cdot \pi \cdot 2^2 = 72\pi.$$

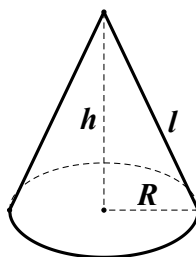
Thể tích vật liệu làm nên tạ tay bằng  $V = 2V_1 + V_2 = 504\pi \approx 1583,36(\text{cm}^2)$ .

## DẠNG 5. ỨNG DỤNG CỦA HÌNH NÓN TRONG THỰC TIỄN

**Ví dụ 1.** Một chiếc nón có bán kính đáy bằng  $15\text{ cm}$  và chiều cao bằng  $20\text{ cm}$ . Hỏi chiếc nón mức đầy được bao nhiêu  $\text{cm}^3$  nước (lấy  $\pi = 3,14$ ).



### Lời giải



Vì chiếc nón hình nón có bán kính đáy  $R = 15\text{cm}$  và chiều cao  $h = 20\text{cm}$  nên thể tích của chiếc nón là:

$$\begin{aligned} V_{\text{chiếc nón}} &= \frac{1}{3} \pi R^2 h \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 15^2 \cdot 20 = 4710 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Vậy chiếc nón mức đầy được  $4710\text{cm}^3$  nước.

**Ví dụ 2.** Thầy Nam có một đống cát hình nón cao  $2\text{m}$ , đường kính đáy  $6\text{ m}$ . Thầy Nam tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần  $30\text{ m}^3$  cát. Hỏi thầy Nam cần mua bổ sung bao nhiêu  $\text{m}^3$  cát nữa để đủ cát sửa nhà (lấy  $\pi = 3,14$  và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



### Lời giải



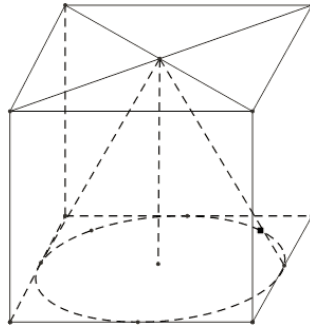
Thể tích hình nón:  $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} V_{\text{trụ}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

Vì đồng cát hình nón có chiều cao  $h = 2m$  và bán kính đáy  $R = 6:2 = 3m$  nên thể tích của đồng cát là:

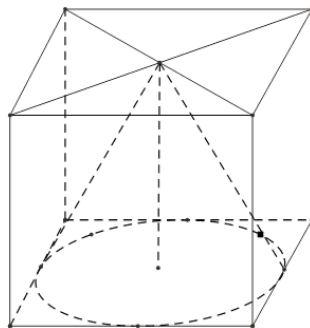
$$V_{\text{đồng cát}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 2 = 18,84 \text{ (m}^3\text{)}$$

Vậy để đủ cát sửa nhà, thầy Nam cần mua bổ sung thêm số cát là  $30 - 18,84 = 11,16 \text{ m}^3$ .

**Ví dụ 3.** Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



### Lời giải



Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là  $V = 1$ .

Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao  $h = 1$ , bán kính đáy  $r = \frac{1}{2}$ .

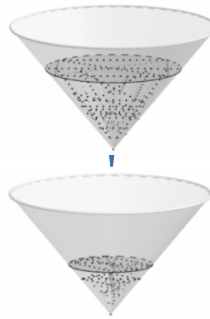
Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích  $V_1$  của khối nón.

Ta có:  $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{12}$ .

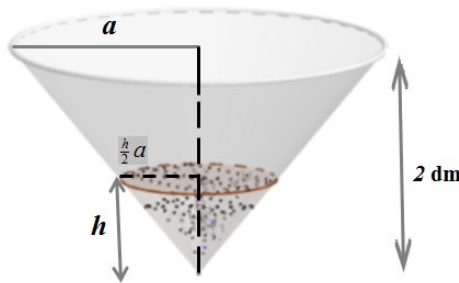
Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là:  $V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - \pi}{12}$ .

Do đó:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12 - \pi}$ .

**Ví dụ 4.** Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm được đặt như hình vẽ bên (mỗi hình đều đặt thẳng đứng với đỉnh nằm phía dưới). Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.



**Lời giải**



Gọi  $a$  là bán kính đáy hình nón;

$V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của hình nón trên lúc chứa đầy nước và khi chiều cao của nước bằng 1 dm;

$h, V_3$  lần lượt là chiều cao của nước, thể tích của hình nón dưới khi chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm;

$R, r$  lần lượt là bán kính của hình nón trên của nước, bán kính của hình nón dưới của nước khi chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.

Ta có:  $\frac{R}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = \frac{a}{2}$ .

Thể tích nước của hình nón trên khi chiều cao bằng 1 là  $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \pi \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{\pi a^2}{12}$ .

Mặt khác:  $\frac{r}{a} = \frac{h}{2} \Rightarrow r = \frac{ah}{2}$ .

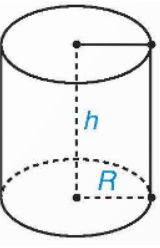
Do đó thể tích nước hình nón dưới  $V_3 = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \left(\frac{h}{2}a\right)^2 = \frac{\pi a^2 h^3}{12}$ .

Thể tích nước của hình nón trên khi đầy nước  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \pi a^2$ .

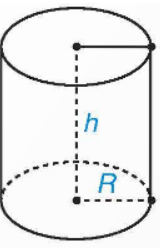
Lại có:  $V_3 = V_1 - V_2 \Rightarrow \frac{\pi a^2 h^3}{12} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \pi a^2 - \frac{\pi a^2}{12} \Leftrightarrow 1 + h^3 = 8 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7}$ .

## C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**10.1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

| Hình                                                                              | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Diện tích xung quanh ( $cm^2$ ) | Thể tích ( $cm^3$ ) |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|---------------------------------|---------------------|
|  | 4                 | 6              | ?                               | ?                   |
|                                                                                   | 3                 | 5              | ?                               | ?                   |
|                                                                                   | ?                 | 10             | ?                               | $50\pi$             |
|                                                                                   | 8                 | ?              | $192\pi$                        | ?                   |

**Lời giải**

| Hình                                                                               | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Diện tích xung quanh ( $cm^2$ ) | Thể tích ( $cm^3$ ) |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|---------------------------------|---------------------|
|  | 4                 | 6              | $48\pi$                         | $96\pi$             |
|                                                                                    | 3                 | 5              | $30\pi$                         | $45\pi$             |
|                                                                                    | $\sqrt{5}$        | 10             | $20\sqrt{5}\pi$                 | $50\pi$             |
|                                                                                    | 8                 | 12             | $192\pi$                        | $768\pi$            |

**10.2.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $BC = 4\text{ cm}$ . Quay hình chữ nhật quanh cạnh  $AB$  một vòng, ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ tạo thành.

**Lời giải**

Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh  $AB$  một vòng, ta được hình trụ có chiều cao  $h = 3\text{ cm}$  và bán kính  $R = 4\text{ cm}$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi (\text{cm}^2)$ .

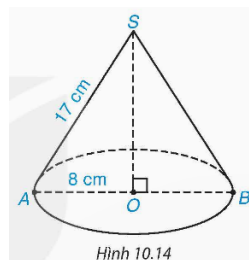
Thể tích của hình trụ là:  $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi (\text{cm}^3)$ .

Vậy hình trụ được tạo thành có diện tích xung quanh bằng  $24\pi \text{ cm}^2$  và thể tích bằng  $48\pi \text{ cm}^3$ .

**10.3.** Khi cho tam giác  $SOA$  vuông tại  $O$  quay quanh cạnh  $SO$  một vòng, ta được một hình nón. Biết  $OA = 8\text{ cm}$ ,  $SA = 17\text{ cm}$  (H.10.14).

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.



**Lời giải**

a) Diện tích xung quanh của hình nón là:  $S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 136\pi (\text{cm}^2)$ .

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là  $136\pi \text{ cm}^2$ .

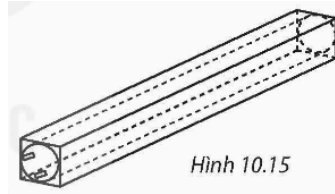
b) Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác SAO vuông tại O có:  $SO^2 + AO^2 = SA^2$

Suy ra  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$ .

Thể tích của hình nón là:  $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AO^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 320\pi (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của hình nón là  $320\pi \text{ cm}^3$ .

**10.4.** Một bóng đèn huỳnh quang có dạng hình trụ được đặt khít vào một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật (H.10.15). Hộp giấy có chiều dài bằng 0,6 m, đáy là hình vuông cạnh 4 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của bóng đèn (giả sử bề dày của hộp giấy không đáng kể).



**Lời giải**

Bóng đèn huỳnh quang đó có chiều cao bằng  $h = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$  và đường kính đáy 4 cm nên bán kính đáy là  $R = 2 \text{ m}$ .

Diện tích xung quanh của bóng đèn là:  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 60 \cdot 2 = 240\pi (\text{cm}^2)$ .

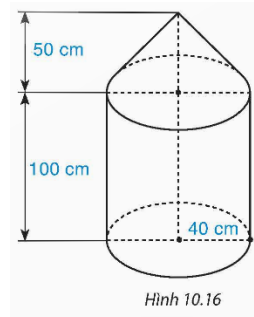
Thể tích của bóng đèn là:  $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 60 = 240\pi (\text{cm}^3)$ .

Vậy bóng đèn có diện tích xung quanh bằng  $240\pi \text{ cm}^2$  và thể tích bằng  $240\pi \text{ cm}^3$

**10.5.** Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ và một phần có dạng hình nón với các kích thước như Hình 10.16.

a) Tính thể tích của dụng cụ này.

b) Tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ).



**Lời giải**

Dụng cụ trong Hình 10.16 gồm:

- Hình nón có chiều cao là 50 cm, bán kính đáy bằng 40 cm.
- Hình trụ có chiều cao là 100 cm, bán kính đáy bằng 40 cm.

a) Thể tích của hình nón là:  $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 40^2 \cdot 50 = \frac{80000\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Thể tích của hình trụ là:  $V_2 = \pi \cdot 40^2 \cdot 100 = 160000\pi (\text{cm}^3)$

$$\text{Thể tích của dụng cụ là: } V = V_1 + V_2 = \frac{80000\pi}{3} + 160000\pi = \frac{560000\pi}{3} (\text{cm}^3)$$

$$\text{Vậy thể tích của dụng cụ đã cho là } \frac{560000\pi}{3} \text{cm}^3.$$

$$\text{b) Đường sinh của hình nón là: } \sqrt{50^2 + 40^2} = 10\sqrt{41} (\text{cm})$$

$$\text{Diện tích xung quanh của của hình nón là: } S_1 = \pi \cdot 10\sqrt{41} \cdot 40 = 400\sqrt{41}\pi (\text{cm}^2).$$

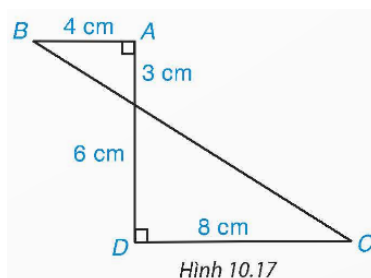
$$\text{Diện tích xung quanh của của hình trụ là: } S_2 = 2\pi \cdot 40 \cdot 100 = 8000\pi (\text{cm}^2)$$

Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ) là:

$$S = S_1 + S_2 = 400\sqrt{41}\pi + 8000\pi = 400\pi(\sqrt{41} + 20) (\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ) là  $400\pi(\sqrt{41} + 20) \text{cm}^2$

**10.6.** Tính thể tích của hình tạo thành khi cho hình  $ABCD$  quay quanh  $AD$  một vòng (H.10.17).



### Lời giải

Trong Hình 10.17, khi quay hình  $ABCD$  quanh cạnh  $AD$  một vòng thì ta được một hình gồm hai hình nón có:

+ Hình nón thứ nhất có chiều cao bằng 3 cm , bán kính đáy bằng 4 cm .

+ Hình nón thứ hai có chiều cao bằng 6 cm , bán kính đáy bằng 8 cm .

$$\text{Thể tích hình nón thứ nhất là: } V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi (\text{cm}^3)$$

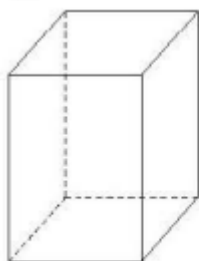
$$\text{Thể tích hình nón thứ hai là: } V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi (\text{cm}^3)$$

$$\text{Thể tích hình cần tìm là: } V = V_1 + V_2 = 16\pi + 128\pi = 144\pi (\text{cm}^3)$$

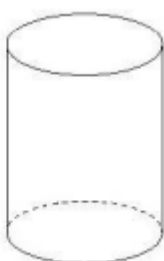
Vậy thể tích của hình tạo thành khi cho hình  $ABCD$  quay quanh  $AD$  một vòng là  $144\pi \text{cm}^3$ .

## D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

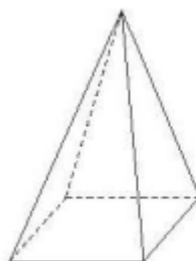
**Bài 1.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình trụ?



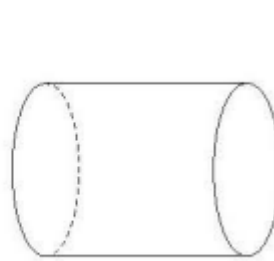
a)



b)



c)



d)

### Lời giải

+ Hình b) và hình d) là hình trụ

**Bài 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ?



**Lời giải**

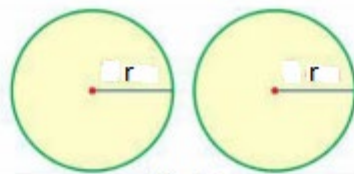
+ Vật thể e) là vật thể có dạng hình trụ

**Bài 3.** Tạo lập hình trụ có bán kính đáy  $r = 4(cm)$  và thể tích  $V = 224\pi(cm)$

**Lời giải**

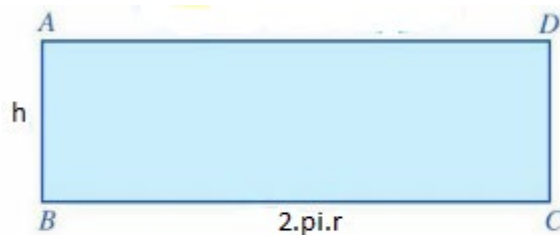
Chiều cao hình trụ là:  $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{224\pi}{16\pi} = 14(cm)$

**Bước 1:** Cắt hai miếng bìa có dạng hình tròn với bán kính  $r = 4(cm)$  (hình 1).



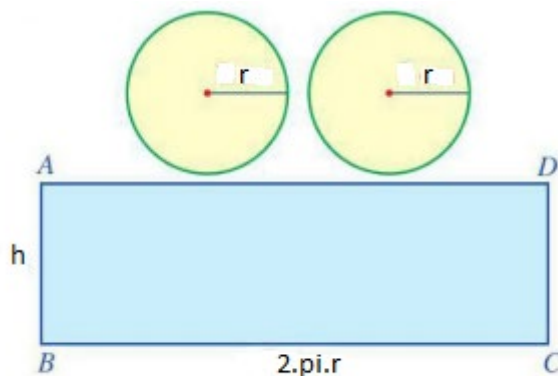
Hình 1

**Bước 2:** Cắt một tấm bìa hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $h = 14(cm)$  và cạnh  $2\pi.r = 2\pi.4 \approx 25,1(cm)$  (hình 2).

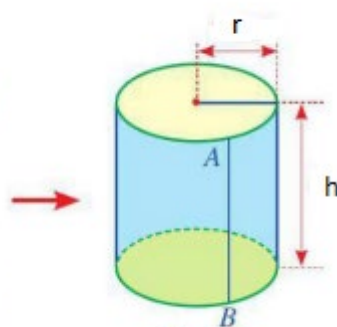


Hình 2

**Bước 3:** Ghép và dán các miếng bìa vừa cắt ở bước 1, bước 2 (hình 3), ta được một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4(cm)$  và chiều cao  $h = 14(cm)$  hay một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4(cm)$  và thể tích  $V = 224\pi(cm)$  (hình 4).

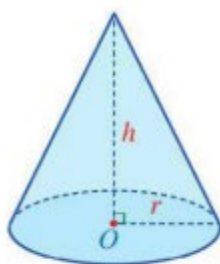


Hình 3

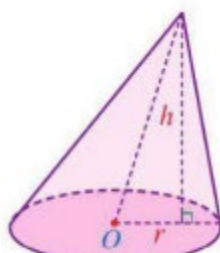


Hình 4

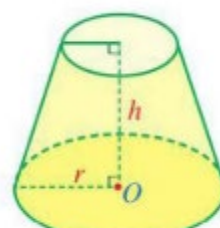
**Bài 4.** Trong các hình sau đây, hình nào là hình nón có  $O$  là tâm của mặt đáy,  $r$  là bán kính đáy,  $h$  là chiều cao?



a)



b)



c)

**Lời giải**

+ Hình a) là hình nón

**Bài 5.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình nón?



a)



b)



c)



d)



e)

**Lời giải**

+ Vật thể e) là vật thể có dạng hình nón

**Bài 6.** Cho hình trụ có bán kính hình tròn đáy bằng  $r$  và chiều cao bằng  $h$ . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 4 lần và giảm bán kính đáy 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng hay giảm?

**Lời giải**

Giả sử ban đầu khối trụ có chiều cao  $h_1$  và bán kính  $r_1$ . Khi đó, khối trụ có thể tích là  $V_1 = \pi r_1^2 h_1$ .

Sau khi tăng chiều cao của khối trụ lên 4 lần, bán kính của nó giảm 2 lần thì khối trụ có chiều cao  $4h_1$  và

bán kính  $\frac{1}{2}r_1$ . Khi đó, khối trụ mới có thể tích là  $V_2 = \pi \left(\frac{1}{2}r_1\right)^2 \cdot 4h_1 = \pi r_1^2 h_1 = V_1$ .

Vậy thể tích của khối trụ mới không thay đổi so với khối trụ ban đầu

**Bài 7.** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi(dm^2)$  và bán kính đáy bằng nửa chiều cao. Tính thể tích hình trụ?

### Lời giải

Hình trụ có bán kính đáy bằng nửa chiều cao suy ra:  $h = 2r$

Hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  suy ra:

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r)$$

$$4\pi = 2\pi \cdot r(2r + r)$$

$$4\pi = 6\pi \cdot r^2$$

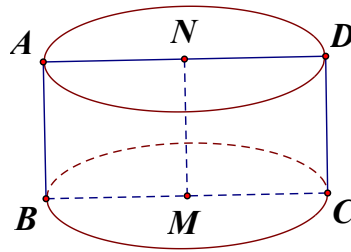
$$r^2 = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}(dm)$$

$$\text{Nên } r = \frac{\sqrt{6}}{3}(dm), l = h = \frac{2\sqrt{6}}{3}(dm)$$

$$\text{Thể tích hình trụ: } V = \pi r^2 \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}(dm^3)$$

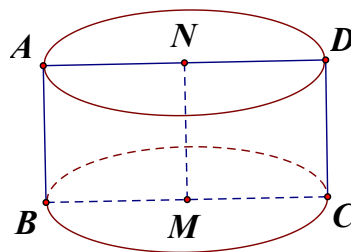
**Bài 8.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $AD$ . Khi quay hình chữ nhật trên quanh đường thẳng  $MN$  ta nhận được một hình trụ như hình vẽ.



a) Tính diện tích toàn phần của hình trụ theo  $a$ .

b) Tính thể tích của hình trụ theo  $a$ .

### Lời giải

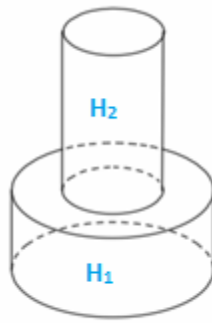


Quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh trục  $MN$  ta được hình trụ có đường cao là  $h = AB = a$ , bán kính đường tròn đáy là  $R = BM = \frac{1}{2}BC = a$ .

a) Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là:  $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi a^2$  (đvdt)

b) Thể tích khối tròn xoay ( $T$ ) là:  $V = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$  (đvtt)

**Bài 9.** Một khối đồ chơi gồm hai hình trụ  $(H_1), (H_2)$  xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$  (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng  $30cm^3$ . Tính thể tích khối trụ  $(H_1)$ .



### Lời giải

Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích khối trụ  $(H_1), (H_2)$

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \left( \frac{1}{2} r_1 \right)^2 2h_1 = \frac{V_1}{2}$$

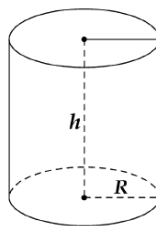
$$\Rightarrow V_1 = 2V_2$$

$$\text{mà } V_1 + V_2 = 30 \Rightarrow V_1 = 20 \text{ cm}^3$$

**Bài 10.** Một thùng nước hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng 1 m. Thùng nước này có thể đựng được 1 m<sup>3</sup> nước không? Tại sao? (lấy  $\pi = 3,14$ )



### Lời giải



Vì thùng nước hình trụ có chiều cao  $h = 1 \text{ m}$  và bán kính đáy  $r = 1 : 2 = 0,5 \text{ m}$  nên:

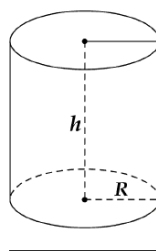
$$V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot (0,5)^2 \cdot 1 = 0,785 \text{ m}^3$$

Vì  $V = 0,785 \text{ m}^3 < 1 \text{ m}^3$  nên thùng nước không đựng được 1 m<sup>3</sup> nước.

**Bài 11.** Một bể nước hình trụ có chiều cao 2,5 m và diện tích đáy là 4,8 m<sup>2</sup>. Một vòi nước được đặt phải trên miệng bể và chảy được 4.800 lít nước mỗi giờ. Hỏi vòi nước chảy sau bao lâu đầy bể (Biết ban đầu bể cạn nước, bỏ qua bề dày của thành bể và 1 m<sup>3</sup> = 1000 lít)



### Lời giải



Vì bể hình trụ có chiều cao  $h = 2,5 \text{ m}$  và diện tích đáy  $S_{\text{đáy}} = 4,8 \text{ m}^2$  nên thể tích của bể là:

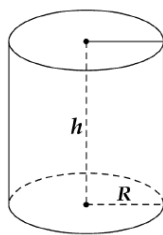
$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 4,8 \cdot 2,5 = 12 \text{ m}^3 = 12000 (\text{lit})$$

Vậy vòi nước chảy sau  $12.000 : 4.800 = 2,5$  giờ thì đầy bể.

**Bài 12.** Một hộp đựng chè hình trụ có đường kính đáy bằng 8 cm và chiều cao bằng 12 cm. Tính diện tích giấy carton để làm một hộp chè đó, biết tỉ lệ giấy carton hao hụt khi làm một hộp chè là 5% (lấy  $\pi = 3,14$ ).



### Lời giải



Vì hộp đựng chè hình trụ có bán kính đáy  $R = 8 : 2 = 4 \text{ cm}$  và chiều cao  $h = 12 \text{ cm}$  nên diện tích toàn phần của hộp chè là:

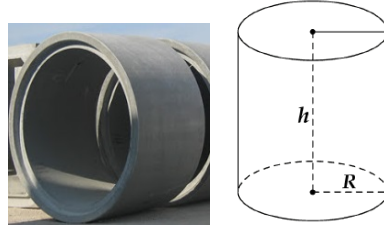
$$\begin{aligned} S_{tp} &= S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi R h + 2\pi R^2 \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 12 + 2 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = 401,92 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Vậy diện tích giấy carton cần dụng để làm hộp chè là 105%.  $401,92 = 422,016 \text{ cm}^2$ .

**Bài 13.** Một đoạn ống nước hình trụ dài 5 m, có dung tích  $32 \text{ m}^3$ . Tính diện tích đáy của ống nước đó.



### Lời giải



Vì ống nước hình trụ có chiều cao  $h = 5m$  và dung tích  $V_{\text{ống}} = 32m^3$  nên:

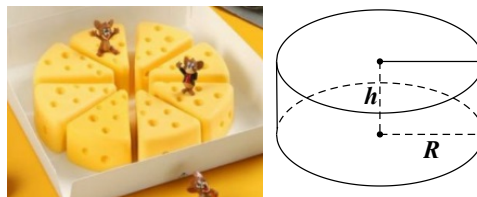
$$V_{\text{ống}} = S_{\text{đáy}} \cdot h \Rightarrow S_{\text{đáy}} = \frac{V}{h} = \frac{32}{5} = 6,4 (m^2)$$

Vậy diện tích đáy của ống là  $6,4m^2$ .

**Bài 14.** Một hộp phô mai gồm có 8 miếng, độ dày mỗi miếng là  $2\text{ cm}$ . Nếu xếp chúng lại trên một đĩa thì tạo thành chiếc bánh hình trụ có đường kính đáy bằng  $10\text{ cm}$ . Hỏi mỗi miếng phô mai có thể tích bao nhiêu  $cm^3$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).



### Lời giải



Vì chiếc bánh hình trụ có  $h = 2cm$  và bán kính đáy  $R = 10 : 2 = 5cm$  nên thể tích của chiếc bánh là:

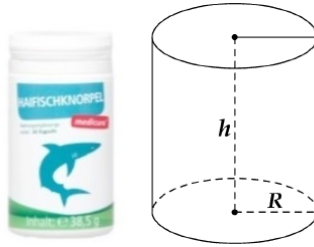
$$V_{\text{bánh}} = \pi R^2 h = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 2 = 157 (cm^3)$$

Vậy mỗi miếng phô mai có thể tích là  $157 : 8 = 19,625\text{ cm}^3$ .

**Bài 15.** Một lọ thuốc hình trụ có chiều cao  $10\text{ cm}$  và bán kính đáy bằng  $5\text{ cm}$ . Nhà sản xuất phủ kín mặt xung quanh của lọ thuốc bằng giấy in các thông tin về loại thuốc ấy. Hãy tính diện tích phần giấy cần dùng của lọ thuốc đó (Độ dày của giấy in và lọ thuốc không đáng kể)?



### Lời giải



Vì lọ thuốc hình trụ có chiều cao  $h = 10\text{cm}$  và bán kính đáy  $R = 5\text{cm}$  nên diện tích xung quanh của lọ thuốc là:

$$S_{\text{xq}} = P_{\text{đáy}} \cdot h = 2\pi Rh$$

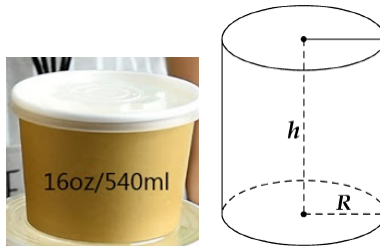
$$= 2.3,14.5.10 = \mathbf{314\text{ (cm}^2\text{)}}$$

Vậy diện tích phần giấy cần dùng là của lọ thuốc là  $314\text{cm}^2$ .

**Bài 16.** Để hưởng ứng cuộc vận động “*Nói không với rác thải nhựa dùng một lần*”, một nhà hàng dùng hộp giấy để đựng sữa chua. Hộp giấy có dạng hình trụ có đường kính đáy là  $6\text{ cm}$ ; chiều cao  $7\text{ cm}$  và có nắp đáy làm bằng nhựa. Tính số  $\text{m}^2$  giấy để sản xuất 100 hộp giấy trên. (Biết  $1\text{ m}^2 = 10.000\text{ cm}^2$ ; lấy  $\pi = 3,14$  và bỏ qua các mép dán vỏ hộp).



**Lời giải**



Vì hộp giấy hình trụ có bán kính đáy  $R = 6:2 = 3\text{cm}$  và chiều cao  $h = 7\text{cm}$  nên diện tích hộp giấy không có nắp là:

$$S_{\text{không nắp}} = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = 2\pi Rh + \pi R^2$$

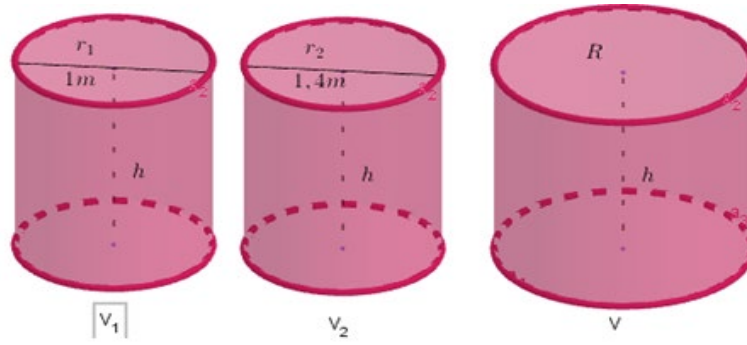
$$= 2.3,14.3.7 + 3,14.3^2$$

$$= 160,14\text{ (cm}^2\text{)}$$

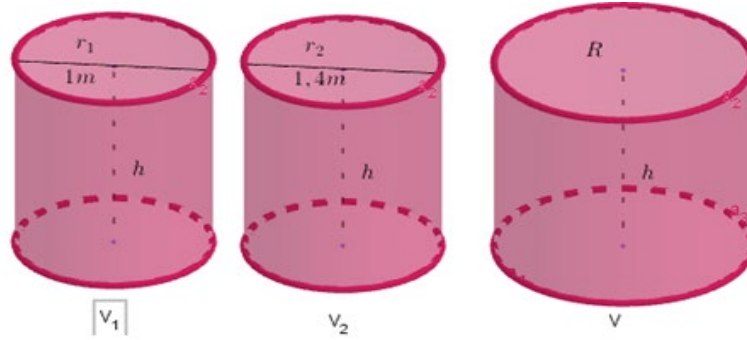
Vậy diện tích giấy để làm 100 hộp sữa chua là:

$$160,14 \cdot 100 = \mathbf{16014\text{ (cm}^2\text{)}} = \mathbf{1,6014\text{ m}^2}$$

**Bài 17.** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng  $1\text{ m}$  và  $1,4\text{ m}$ . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên (như hình vẽ). Tính bán kính đáy của bể nước dự định làm (làm tròn kết quả đến phần trăm).



**Lời giải**



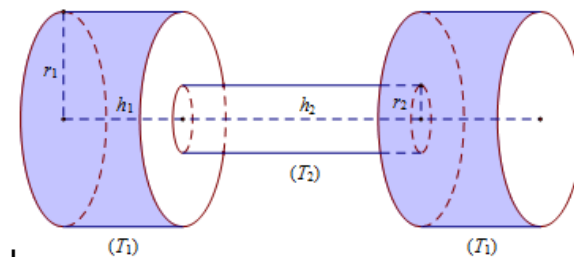
Ta có:

$$V = V_1 + V_2$$

$$h\pi R^2 = h\pi r_1^2 + h\pi r_2^2.$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \approx 1,72 \text{ m}.$$

**Bài 18.** Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là  $(T_1)$  và khối trụ làm tay cầm là  $(T_2)$  lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$  (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm  $(T_2)$  bằng  $30 \text{ (cm}^3\text{)}$  và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là  $D = 7,7 \text{ g/cm}^3$ . Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

**Lời giải**

Thể tích của hai khối trụ làm đầu tạ  $(T_1)$ :  $V_1 = 2\pi r_1^2 h_1 = 2\pi (4r_2)^2 \frac{1}{2} h_2 = 16\pi r_2^2 h_2 = 16 \cdot 30 = 480 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

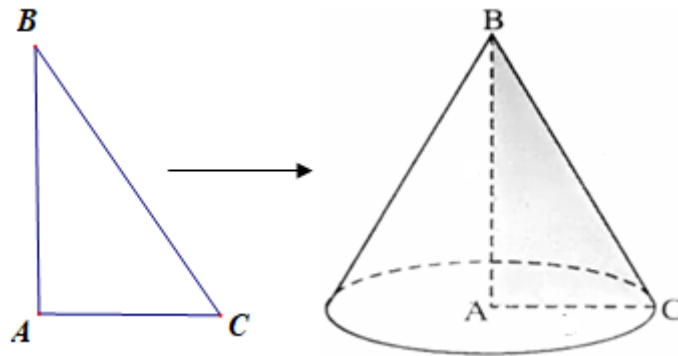
Tổng thể tích của chiếc tạ tay:  $V = V_1 + V_2 = 480 + 30 = 510 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Khối lượng của chiếc tạ:  $m = D \cdot V = 7,7 \cdot 510 = 3927 \text{ (g)} = 3,927 \text{ (kg)}$ .

**Bài 19.** Cho tam giác vuông  $ABC$  tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $AC = a\sqrt{3}$ . Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AB$ , ta thu được hình nón.

- a) Tính độ dài đường sinh  $l$  của hình nón  
b) Tính thể tích hình nón.

**Lời giải**



a) Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AB$ , ta thu được hình nón có bán kính đáy  $r = AC = a$ , chiều cao  $h = AB = a\sqrt{3}$  và đường sinh là cạnh huyền  $l = BC$ .

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , theo pythagore, ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 2a^2$$

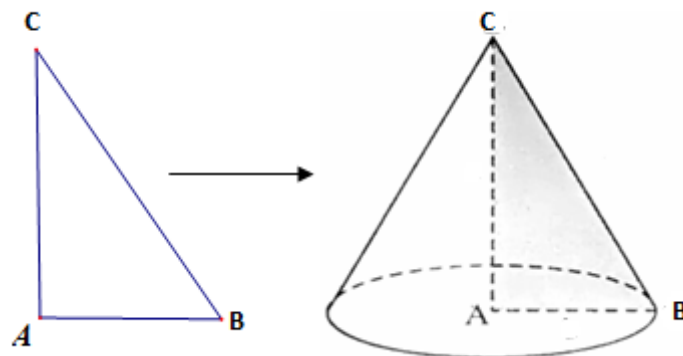
$$\Rightarrow BC = 2a \Rightarrow l = 2a$$

Đường sinh của hình nón  $2a$  (đvdd)

b) Thể tích hình nón là:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3} \pi}{3}$  (đvtt)

**Bài 20.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của hình nón nhận được khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ .

**Lời giải**



Khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AC$ , ta thu được hình nón có bán kính đáy  $r = AB = a$ , chiều cao  $h = AC$  và đường sinh là cạnh huyền  $l = BC$ .

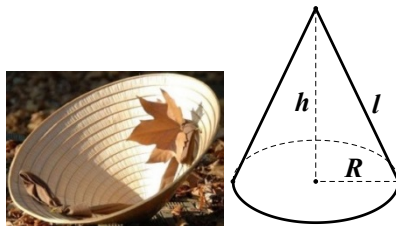
Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , ta có  $AC = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$ .

Vậy thể tích hình nón là:  $V = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

**Bài 21.** Một chiếc nón có đường kính đáy bằng  $28\text{ cm}$  và đường sinh bằng  $30\text{ cm}$ . Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết tỉ lệ hao hụt là  $10\%$  (lấy  $\pi = 3,14$ ).



### Lời giải



Vì chiếc nón hình nón có bán kính đáy  $R = 28 : 2 = 14\text{cm}$  và đường sinh  $l = 30\text{cm}$  nên diện tích xung quanh của chiếc nón là:

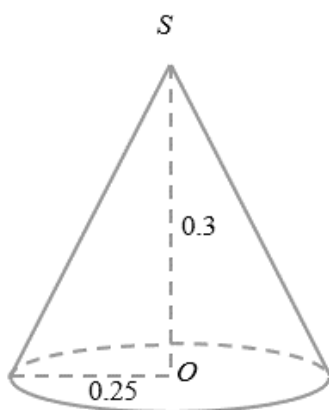
$$S_{xq} = \pi Rl = 3,14 \cdot 14 \cdot 30 = 1318,8 (\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích lá dùng để làm nón là  $110\% \cdot 1318,8 = 1450,68 \text{cm}^2$ .

**Bài 22.** Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ  $1\text{kg}$  lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là  $6,13\text{m}^2$ . Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường trình vành nón  $50\text{cm}$ , chiều cao  $30\text{cm}$  thì cần bao nhiêu khối lượng lá? (coi mỗi chiếc nón có hình dạng là một hình nón)

### Lời giải

Theo giả thiết mỗi chiếc nón lá là một hình nón có bán kính đáy  $R = \frac{50}{2} = 25(\text{cm}) = 0,25(\text{m})$  và đường cao  $h = 30(\text{cm}) = 0,3(\text{m})$ .



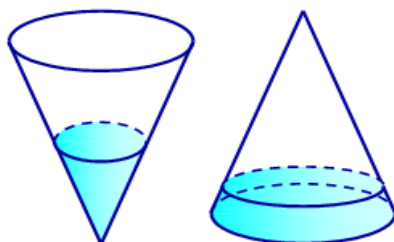
Gọi  $l$  là chiều cao của hình nón  $\Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \frac{\sqrt{61}}{20} (\text{m})$ .

Diện tích xung quanh của 1 chiếc nón lá là  $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 0,25 \cdot \frac{\sqrt{61}}{20} = \frac{\pi\sqrt{61}}{80} (\text{m}^2)$

Tổng diện tích xung quanh của 1000 chiếc nón là  $S = 1000 \cdot \frac{\pi\sqrt{61}}{80} = \frac{25\pi\sqrt{61}}{2} (\text{m}^2)$

Do đó khối lượng lá cần dùng là  $\frac{S}{6,13} \approx 50,03(\text{kg})$ .

**Bài 23.** Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là  $20\text{cm}$ . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu là  $10\text{cm}$ . Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược lên thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng bao nhiêu?



### Lời giải

Gọi  $R$  là bán kính đáy của cái phễu ta có  $\frac{R}{2}$  là bán kính của đáy chứa cột nước

Ta có thể tích phần nón không chứa nước là  $V = \frac{1}{3}\pi(R)^2 \cdot 20 - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 10 = \frac{35}{6}\pi R^2$ .

Khi lật ngược phễu Gọi  $h$  chiều cao của cột nước trong phễu. phần thể tích phần nón không chứa nước là

$$V = \frac{1}{3}\pi(20-h)\left(\frac{R(20-h)}{20}\right)^2 = \frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2.$$

$$\frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2 = \frac{35}{6}\pi R^2 \Rightarrow (20-h)^3 = 7000 \Rightarrow h \approx 0,87$$

## BÀI 32. HÌNH CẦU

### A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

#### 1. MẶT CẦU VÀ HÌNH CẦU

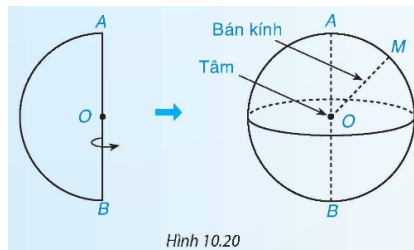
##### *Nhận biết mặt cầu và hình cầu*

1. Ta đã biết quả bóng (H.10.19) có dạng hình cầu.



Hình 10.19

Một số yếu tố của hình cầu được chỉ ra trên Hình 10.20.



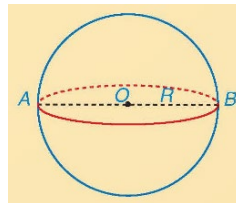
Hình 10.20

2. - Khi quay nửa đường tròn quanh đường kính  $AB$  cố định của nó, ta được một mặt cầu.

- Khi quay nửa hình tròn quanh đường kính  $AB$  cố định của nó, ta được một hình cầu.

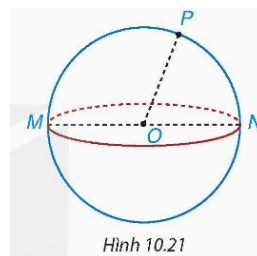
Tâm và bán kính của nửa đường tròn (hình tròn) cũng là tâm và bán kính của mặt cầu (hình cầu).

##### **Một số yếu tố của mặt cầu:**



Tâm mặt cầu:  $O$ . Bán kính mặt cầu:  $R = OB$ .

**Ví dụ 1.** Hãy kể tên tâm và một bán kính của mặt cầu trong Hình 10.21.



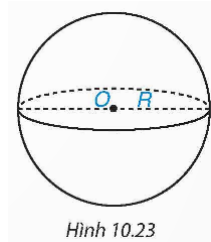
Hình 10.21

##### **Lời giải**

Tâm mặt cầu:  $O$ . Một bán kính:  $OP$ .

1. Nếu cắt một hình cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và hình cầu (còn gọi là mặt cắt) là một hình tròn.

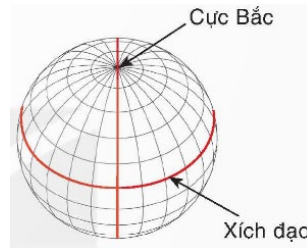
2. Nếu cắt một mặt cầu bán kính  $R$  bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và mặt cầu là một đường tròn (H.10.23).



Hình 10.23

- Khi mặt phẳng đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính  $R$  và được gọi là đường tròn lớn.
- Khi mặt phẳng không đi qua tâm thì đường tròn đó có bán kính nhỏ hơn  $R$ .

**Ví dụ 2.** Trái Đất của chúng ta được xem là có dạng hình cầu (nên còn gọi là “Địa Cầu”) và đường Xích đạo là một đường tròn lớn, dài khoảng 40075 km. Tính đường kính của Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của km).



### Lời giải

Do đường Xích đạo là một đường tròn lớn nên bán kính của nó bằng bán kính của Trái Đất.

Nếu gọi  $R$  là bán kính Trái Đất thì độ dài của đường Xích đạo là  $2R\pi \approx 40075(\text{km})$ . Do đó, đường kính của Trái Đất là  $2R \approx 40075 : \pi \approx 12756,27(\text{km})$ .

## 2. DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH HÌNH CẦU

Người ta chứng minh được công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính  $R$  là:

$$S = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

**Ví dụ 3.** Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính bằng 10 cm .

### Lời giải

Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi (\text{cm}^2)$ .

Thể tích hình cầu là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4000\pi}{3} (\text{cm}^3)$ .

**Ví dụ 4.** Bạn Trang có một bể cá có dạng một phần hình cầu với đường kính bằng 20 cm (H.10.26). Khi nuôi cá, Trang thường đổ vào bể lượng nước có thể tích bằng  $\frac{2}{3}$  thể tích của hình cầu. Tính thể tích nước bạn Trang đã đổ vào bể cá. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).



Hình 10.26

### Lời giải

Bán kính của hình cầu là  $20 : 2 = 10(\text{cm})$ .

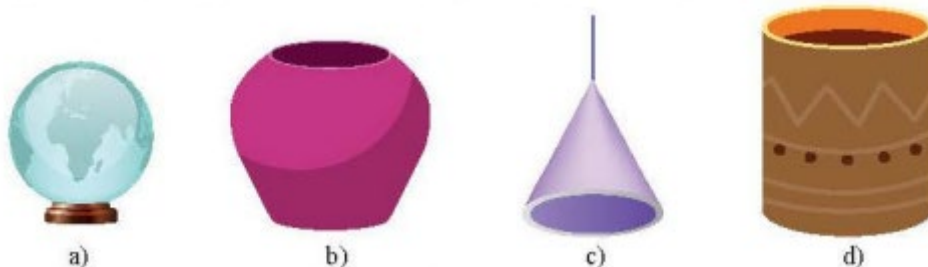
Thể tích của hình cầu là  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4000\pi}{3} (\text{cm}^3)$ .

Thể tích nước bạn Trang sử dụng để đổ vào bể cá là:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4000\pi}{3} = \frac{8000\pi}{9} \approx 2793 (\text{cm}^3)$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

### DẠNG 1. NHẬN DẠNG MẶT CẦU

**Bài 1.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



**Lời giải**

- + Hình d) là dạng hình trụ
- + Hình c) là dạng hình nón
- + Hình a) là dạng hình cầu

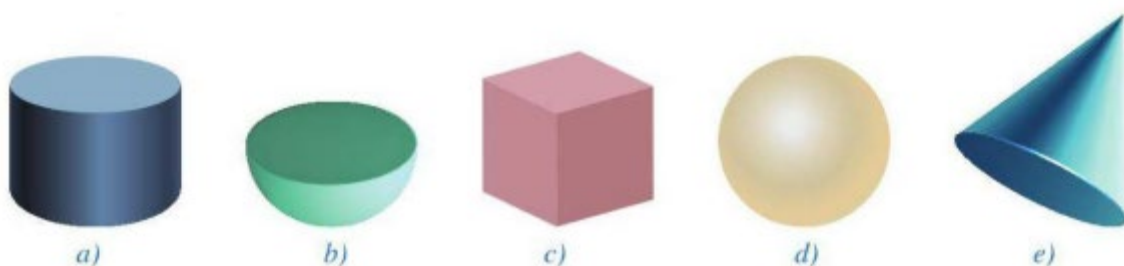
**Bài 2.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



**Lời giải**

- + Hình e) là dạng hình trụ
- + Hình d) là dạng hình nón
- + Hình b) là dạng hình cầu

**Bài 3.** Trong các vật thể ở các hình dưới đây, vật thể nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



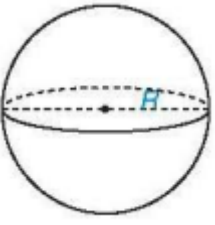
**Lời giải**

- + Hình a) là dạng hình trụ
- + Hình e) là dạng hình nón
- + Hình d) là dạng hình cầu

## DẠNG 2. TÍNH BÁN KÍNH , DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA MẶT CẦU

- Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2$
- Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

**Bài 1.** Cho hình cầu có bán kính  $R$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình cầu                                                                          | Bán kính (dm) | Diện tích mặt cầu (dm <sup>2</sup> ) | Thể tích hình cầu (dm <sup>3</sup> ) |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|  | 4             | ?                                    | ?                                    |
|                                                                                   | ?             | $144\pi$                             | ?                                    |
|                                                                                   | ?             | ?                                    | $36\pi$                              |
|                                                                                   | ?             | $196\pi$                             |                                      |

### Lời giải

- Với  $R = 3$

+ Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi \text{ (dm}^2\text{)}$

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

- Với  $S = 144\pi$

+ Bán kính mặt cầu là:

$$S = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{S}{4\pi}$$

$$R^2 = \frac{144\pi}{4\pi}$$

$$R^2 = 36$$

$$\Rightarrow R = 6 \text{ (dm)}$$

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

- Với  $V = 36\pi$

+ Bán kính mặt cầu là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$R^3 = \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi}$$

$$R^3 = 27$$

$$R = 3 \text{ (dm)}$$

+ Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi (dm^2)$

• Với  $S = 196\pi$

+ Bán kính mặt cầu là:

$$S = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{S}{4\pi}$$

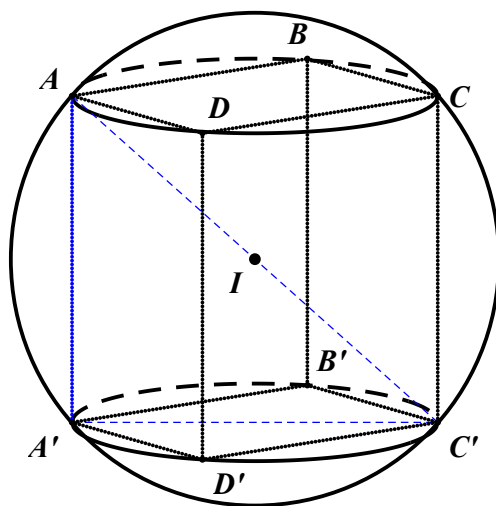
$$R^2 = \frac{196\pi}{4\pi}$$

$$R^2 = 49$$

$$\Rightarrow R = 7(dm)$$

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 = \frac{1372}{3}\pi (dm^3)$

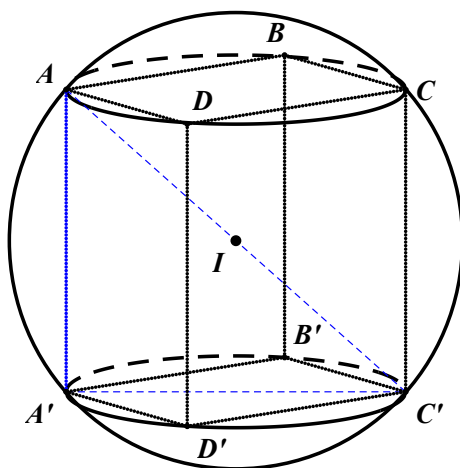
**Bài 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $2cm$ . Một mặt cầu đi qua tám đỉnh  $A, B, C, D, A', B', C', D'$  của hình lập phương đó (như hình vẽ).



a) Tính bán kính hình cầu trên.

b) Tính thể tích hình cầu trên.

**Lời giải**



a) Tâm  $I$  của mặt cầu ngoại tiếp lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  là trung điểm của đường chéo  $AC'$  và

$$R = IA = \frac{AC'}{2}$$

Khối lập phương cạnh  $a$  nên:

$$AA' = 2\text{cm}, A'C' = 2\sqrt{2}\text{cm}$$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{3}$$

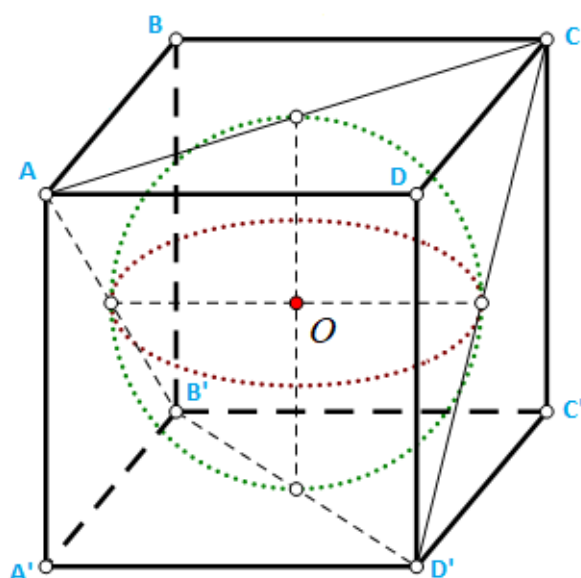
$$\Rightarrow R = \frac{AC'}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Vậy bán kính hình cầu trên là  $R = \sqrt{3}\text{cm}$

b) Vậy thể tích khối cầu cần tính là:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (\sqrt{3})^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\pi (\text{cm}^3)$$

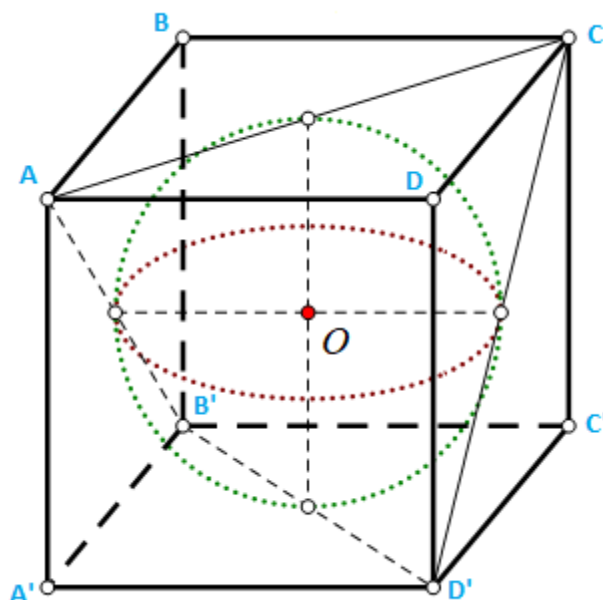
**Bài 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $3\text{cm}$ . Một mặt cầu tiếp xúc sáu mặt của hình lập phương tại trung điểm các đường chéo của sáu mặt hình lập phương (như hình vẽ).



a) Tính diện tích mặt cầu trên.

b) Tính thể tích hình cầu trên.

**Lời giải**

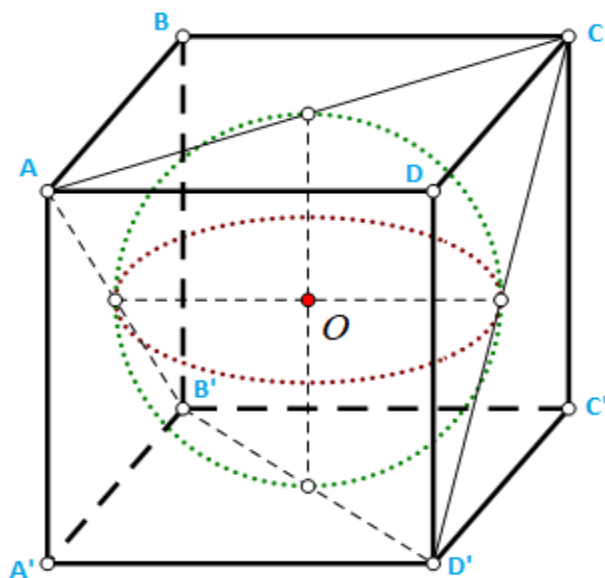


a) Do mặt cầu tiếp xúc hết sáu mặt của hình lập phương tại trung điểm các đường chéo của sáu mặt hình lập phương nên bán kính của hình cầu bằng nửa cạnh hình lập phương hay  $R = \frac{3}{2} \text{ cm}$ .

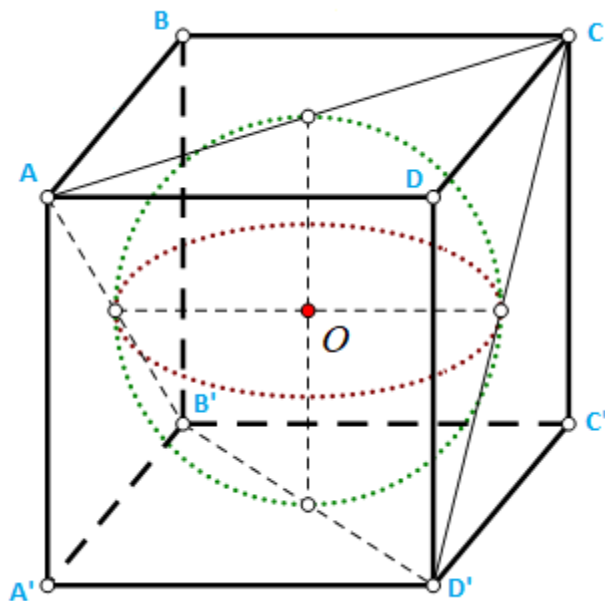
Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$

b) Thể tích hình cầu  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 9\pi (\text{cm}^3)$ .

**Bài 4.** Cho hình cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương (như hình vẽ). Gọi  $V_1$ ;  $V_2$  lần lượt là thể tích của hình cầu và hình lập phương đó. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



**Lời giải**



Gọi  $a$  là cạnh của hình lập phương đã cho.

Bán kính của khối cầu là  $R = \frac{a}{2}$ , nên thể tích của nó là  $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$ .

Thể tích khối lập phương là  $V_2 = a^3$ .

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}.$$

### DẠNG 3. ỨNG DỤNG CỦA MẶT CẦU TRONG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Một quả bóng bàn dạng một hình cầu có bán kính bằng  $2\text{ cm}$ . Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



Lời giải



Vì quả bóng bàn hình cầu có bán kính  $R = 2\text{ cm}$  nên diện tích bề mặt quả bóng là:

$$S = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 2^2 = 50,24 (\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích bề mặt quả bóng bàn là  $50,24\text{ cm}^2$ .

**Bài 2.** Một quả pha lê hình cầu có diện tích mặt cầu bằng  $144\pi\text{ cm}^2$ . Tính thể tích quả pha lê đó.



Lời giải



Vì quả pha lê hình cầu có diện tích  $S_{\text{mặt cầu}} = 144\pi\text{ cm}^2$  nên:

$$S = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{S}{4\pi}$$

$$R^2 = \frac{144\pi}{4\pi}$$

$$R^2 = 36$$

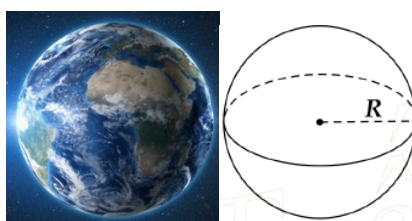
$$\Rightarrow R = 6 (\text{cm})$$

Vậy thể tích quả pha lê là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 228\pi \text{ cm}^3$ .

**Bài 3.** Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là  $6370 \text{ km}$ . Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác. Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước (Lấy  $\pi = 3,14$ ; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



**Lời giải**

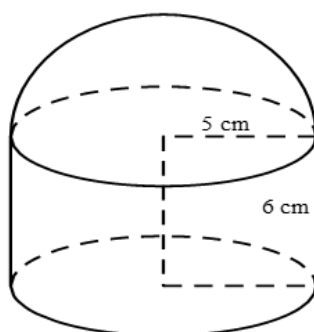


Vì Trái Đất hình cầu có bán kính  $R = 6370 \text{ km}$  nên diện tích bề mặt Trái Đất là:

$$\begin{aligned} S_{\text{bề mặt}} &= 4\pi R^2 \\ &= 4 \cdot 3,14 \cdot 6370^2 \\ &= 509.645.864 \text{ (km}^2\text{)} \end{aligned}$$

Vậy diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước là  $(100\% - 29\%) \cdot 509.645.864 = 361.848.563 \text{ (km}^2\text{)}$

**Bài 4.** Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy  $r = 5 \text{ cm}$ , chiều cao  $h = 6 \text{ cm}$  và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích  $S$  cần sơn là bao nhiêu?



**Lời giải**

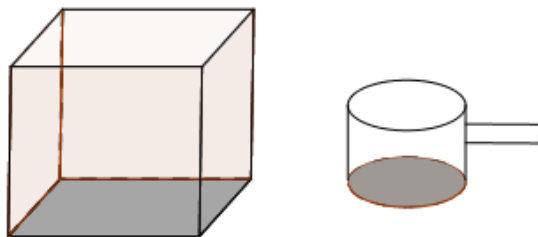
Diện tích nắp hộp cần sơn là:  $S_1 = \frac{4\pi r^2}{2} = 50\pi \text{ cm}^2$ .

Diện tích thân hộp cần sơn là:  $S_2 = 2\pi rh = 60\pi \text{ cm}^2$ .

Diện tích  $S$  cần sơn là:  $S = S_1 + S_2 = 50\pi + 60\pi = 110\pi \text{ cm}^2$ .

**Bài 5.** Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước  $2 \text{ m}$ ,  $3 \text{ m}$ ,  $2 \text{ m}$  của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày bạn Đạt lấy nước ra ở trong bể bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là  $5 \text{ cm}$  và bán kính

đường tròn đáy là 4cm . Trung bình một ngày bạn Đạt mức ra 170 gáo nước để sử dụng (*Biết mỗi lần mức là mức đầy gáo*). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?



### Lời giải

+ Thể tích nước được đựng đầy trong bể là  $V = 2.2.2 = 8 \text{ (m}^3\text{)}$ .

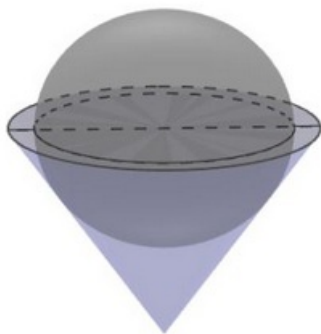
+ Thể tích nước đựng đầy trong gáo là  $V_g = \pi 4^2.5 = 80\pi \text{ (cm}^3\text{)} = \frac{\pi}{12500} \text{ (m}^3\text{)}$ .

+ Mỗi ngày bể được mức ra 170 gáo nước tức là trong một ngày lượng nước được lấy ra bằng.

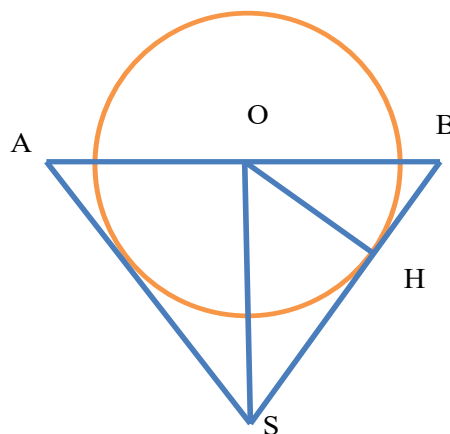
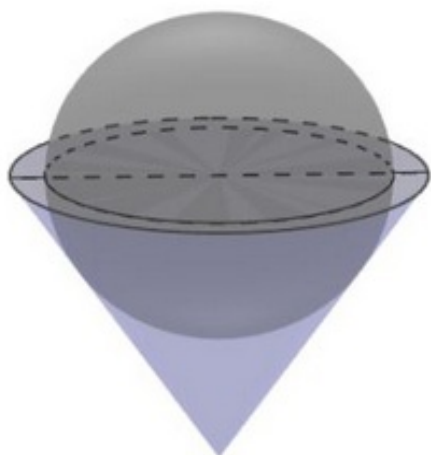
$$V_m = 170.V_g = \frac{170}{12500} \pi \text{ (m}^3\text{)}.$$

+ Ta có  $\frac{V}{V_m} = \frac{8}{\frac{170}{12500} \pi} \approx 280,8616643 \Rightarrow$  sau 281 ngày bể sẽ hết nước.

**Bài 6.** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $18\pi \text{ dm}^3$  . Biết rằng hình cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của hình cầu chìm trong nước (hình bên dưới). Tính thể tích  $V$  của nước còn lại trong bình.



### Lời giải



Đường kính của hình cầu bằng chiều cao của bình nước nên  $OS = 2OH$  .

Ta có thể tích nước tràn ra ngoài là thể tích của nửa quả cầu chìm trong bình nước:

$$18\pi = \frac{V_c}{2} = \frac{2\pi OH^3}{3}$$

$$\Rightarrow OH = 3.$$

Lại có:

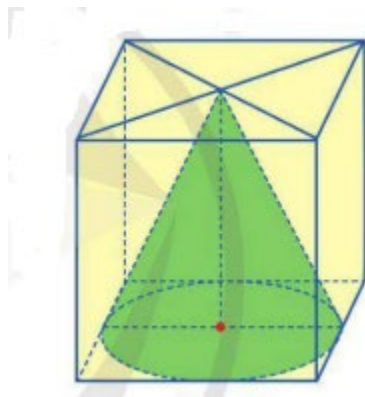
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OB^2}$$

$$\Rightarrow OB^2 = 12.$$

$$\text{Thể tích bình nước ( thể tích nước ban đầu): } V_n = \frac{\pi \cdot OS \cdot OB^2}{3} = 24\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$$

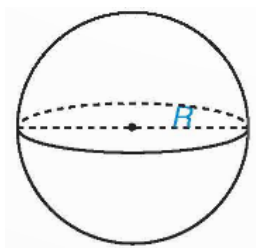
$$\text{Thể tích nước còn lại là: } 24\pi - 18\pi = 6\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$$

**Bài 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $5m$ . Đặt một hình nón có đỉnh trùng tâm của hình vuông và đáy là hình tròn tiếp xúc các cạnh của hình vuông như hình vẽ. Người ta đổ đầy nước vào hình lập phương, tính lượng nước cần đổ (giả sử hình nón đặc, không bị rỗng).



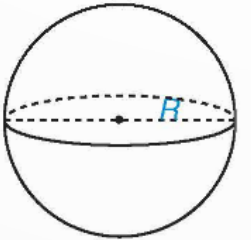
## C. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**10.7.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

| Hình                                                                               | Bán kính (cm) | Diện tích mặt cầu ( $cm^2$ ) | Thể tích hình cầu ( $cm^3$ ) |
|------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------|
|  | 3             | ?                            | ?                            |
|                                                                                    | ?             | $100\pi$                     | ?                            |
|                                                                                    | ?             | ?                            | $972\pi$                     |

*Lời giải*

| Hình | Bán kính (cm) | Diện tích mặt cầu ( $cm^2$ ) | Thể tích hình cầu ( $cm^3$ ) |
|------|---------------|------------------------------|------------------------------|
|      | 3             | $36\pi$                      | $36\pi$                      |

|                                                                                   |   |          |                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---|----------|--------------------|
|  | 5 | $100\pi$ | $\frac{500}{3}\pi$ |
|                                                                                   | 9 | $324\pi$ | $972\pi$           |

**10.8.** Một cốc đựng ba viên kem có dạng hình cầu, mỗi viên đều có bán kính bằng 3 cm. Tính thể tích của kem đựng trong cốc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).

*Lời giải*

Thể tích của ba viên kem là:  $3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 108\pi (\text{cm}^3) \approx 339 (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của kem đựng trong cốc khoảng  $339 \text{cm}^3$ .

**10.9.** Một quả bóng đá có chu vi của đường tròn lớn bằng 68,5 cm. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da

hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích bằng  $49,83 \text{cm}^2$ . Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng

da để làm quả bóng trên? (Coi phần mép khâu không đáng kể).

*Lời giải*

Bán kính đường tròn lớn chính là bán kính quả bóng.

Bán kính quả bóng là:  $R = 68,5 : \pi : 2 = \frac{137}{4\pi} (\text{cm})$ .

Diện tích mặt quả bóng là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{137}{4\pi}\right)^2 = \frac{18769}{4\pi} (\text{cm}^2)$ .

Số miếng da cần dùng là:  $\frac{18769}{4\pi} : 49,83 \approx 29,97$  (miếng)

Vậy cần ít nhất 30 miếng da để làm quả bóng trên.

**10.10.** Hằng năm cứ dịp Tết đến Xuân về, dân làng Thuý Lĩnh, phường Lĩnh Nam, quận Hoàng Mai, Hà Nội lại tổ chức lễ hội vật cầu truyền thống. Trong lễ hội có sử dụng một quả cầu được tiện bằng gỗ, đường kính khoảng 35 cm, sơn đỏ mặt ngoài. Tính diện tích mặt ngoài của quả cầu gỗ nói trên.

*Lời giải*

Bán kính hình cầu là:  $\frac{35}{2} = 17,5 (\text{cm})$ .

Diện tích mặt ngoài của quả cầu gỗ là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 17,5^2 = 1225\pi (\text{cm}^2)$

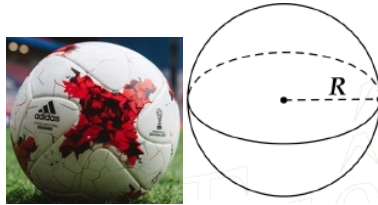
Vậy diện tích mặt ngoài của quả cầu gỗ  $1225\pi \text{cm}^2$ .

## D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Một quả bóng bằng da có đường kính 22 cm. Tính diện tích da cần dùng để làm quả bóng nếu không tính tỉ lệ hao hụt (lấy  $\pi = 3,14$ ).



**Lời giải**



Vì quả bóng da hình cầu có bán kính  $R = 22 : 2 = 11$  cm nên diện tích bề mặt của quả bóng là:

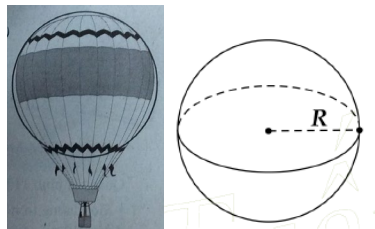
$$S = 4\pi R^2 = 4.3,14.11^2 = 1519,8 (cm^2)$$

Vậy diện tích da cần dùng để làm quả bóng là  $1519,8 (cm^2)$

**Bài 2.** Ngày 4 – 6 – 1783, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11 m và được làm bằng vải dù. Hãy tính diện tích vải dù để làm khinh khí cầu đó (lấy  $\pi = 3,14$  và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



**Lời giải**



Vì khinh khí cầu hình cầu có bán kính  $R = 11 : 2 = 5,5$  m nên:

$$S = 4\pi R^2 = 4.3,14.(5,5)^2 = 379,94 (m^2)$$

Vậy diện tích vải dù dùng để làm khinh khí cầu là  $379,94 m^2$

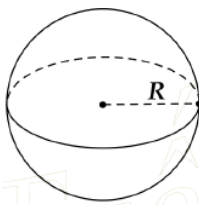
**Bài 3.** Một tháp nước có bể chứa hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 m.

a) Tính thể tích của tháp nước đó?

b) Biết rằng lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư có 1304 người. Hỏi trong một ngày mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước (lấy  $\pi = 3,14$ ; biết  $1 m^3 = 1000$  lít).



### Lời giải



a) Vì tháp nước hình cầu có  $R = 6 : 2 = 3 \text{ m}$  nên thể tích của tháp nước là:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4.3.14.3^2 = 113,04 (m^3) = 113040 (lit)$$

Vậy thể tích của tháp nước là 113040 lít.

b) Một ngày khu dân cư dùng hết số nước là:  $113040 : 5 = 22608 (lit)$

Vậy trong một ngày mức bình quân mỗi người dùng  $22608 : 1304 = 13,34 \text{ lít}$ .

**Bài 4.** Một cốc thủy tinh hình trụ đựng đầy nước có chiều cao bằng 10 cm và thể tích bằng  $90\pi \text{ cm}^3$ . Người ta thả vào cốc một viên bi sắt hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy cốc nước, viên bi sắt ngập toàn bộ trong nước. Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?



### Lời giải

Vì cốc nước hình trụ có chiều cao  $h = 10 \text{ cm}$  và thể tích

$V_{\text{cốc}} = 160\pi \text{ cm}^3$  nên:

$$V_{\text{cốc}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{V_{\text{cốc}}}{\pi h} = \frac{90\pi}{\pi \cdot 10} = 9 \Rightarrow R = 3 (cm)$$

Vì viên bi sắt hình cầu có  $R = 3 \text{ cm}$  nên:

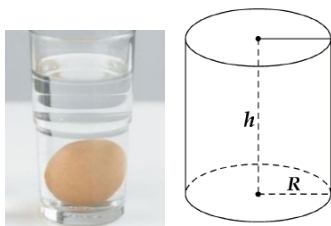
$$V_{\text{viên bi}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi (cm^3)$$

Vậy lượng nước bị tràn ra ngoài là  $36\pi \text{ cm}^3$ .

**Bài 5.** Người ta thả một quả trứng vào một cốc thủy tinh có nước, hình trụ; thấy trứng chìm hoàn toàn xuống đáy và nằm ngang thì chứng tỏ quả trứng đó còn tươi, mới được để từ một đến hai ngày. Hãy tính thể tích quả trứng đó, biết diện tích đáy của cột nước hình trụ là  $16,7 \text{ cm}^2$  và nước trong lọ dâng lên  $0,82 \text{ cm}$  khi quả trứng chìm hoàn toàn trong nước.



### Lời giải



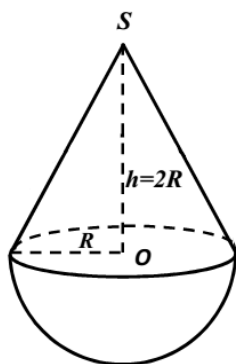
Vì phần nước dâng lên hình trụ có diện tích đáy

$S_{\text{đáy}} = 16,7 \text{ cm}^2$  và chiều cao  $h = 0,82 \text{ cm}$  nên thể tích phần nước dâng lên là:

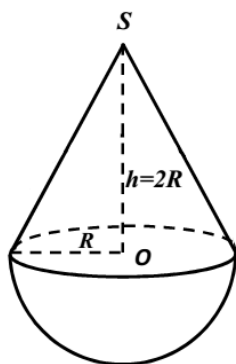
$$V_{\text{phần nước dâng}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = 16,7 \cdot 0,82 = 13,694 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích quả trứng đó là  $13,694 \text{ cm}^3$ .

**Bài 6.** Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên dưới. Biết hình nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng  $36\pi \text{ cm}^3$ . Tính diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó.



### Lời giải



Thể tích hình nón là  $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot 2R = \frac{2}{3} \pi \cdot R^3$

Thể tích nửa hình cầu là  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot R^3$

Thể tích của toàn bộ khối đồ vật là:

$$V_1 + V_2 = 36\pi$$

$$\frac{4}{3}\pi.R^3 = 36\pi$$

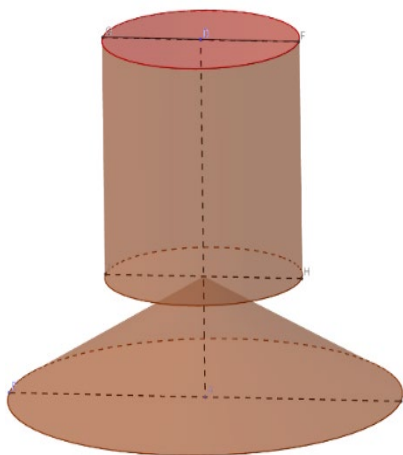
$$\Rightarrow R = 3$$

Diện tích xung quanh của mặt nón là  $S_1 = \pi R.\sqrt{4R^2 + R^2} = \pi R^2\sqrt{5} = 9\sqrt{5}\pi$

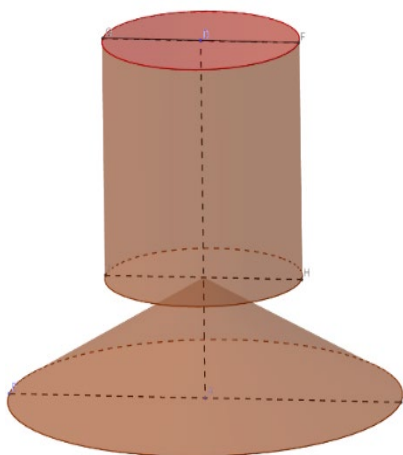
Diện tích của nửa mặt cầu là  $S_2 = \frac{1}{2}.4\pi R^2 = 18\pi$

Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật bằng  $S_1 + S_2 = 9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$ .

**Bài 7.** Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ ( $T$ ) gắn chồng lên một khối hình nón ( $N$ ), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$  (hình vẽ). Biết rằng thể tích của hình nón ( $N$ ) bằng  $20 \text{ cm}^3$ . Tính thể tích của toàn bộ khối đồ chơi.



**Lời giải**



Ta có thể tích hình trụ là  $V_1 = \pi.r_1^2.h_1$ , mà  $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$

$$V_1 = \pi.\left(\frac{r_2}{2}\right)^2.2h_2 = \frac{1}{2}\pi.r_2^2.h_2.$$

Mặt khác thể tích hình nón là  $V_2 = \frac{1}{3}\pi.r_2^2.h_2 = 20 \Rightarrow \pi.r_2^2.h_2 = 60 \text{ (cm}^3\text{)}.$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{2}.60 = 30 \text{ cm}^3.$$

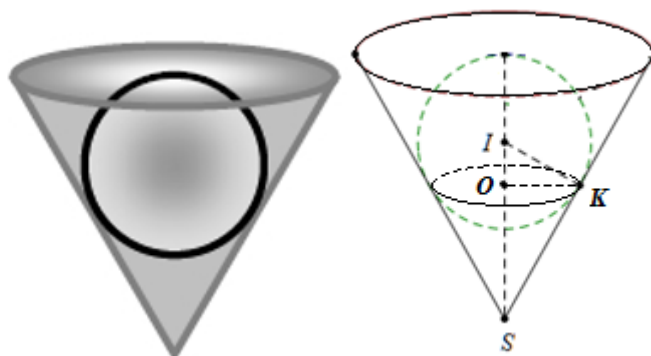
Vậy thể tích toàn bộ khối đồ chơi bằng  $V_1 + V_2 = 30 + 20 = 50 \text{ cm}^3$ .

**Bài 8.** Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 (cm) vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên dưới). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 (cm). Tính thể tích (theo đơn vị  $\text{cm}^3$ ) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.



### Lời giải

Xét hình nón và quả cầu như hình vẽ bên dưới.



$$OI = \frac{IK^2}{SI} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} \text{ (cm)}.$$

Thể tích chỏm cầu tâm  $I$  có bán kính  $OK$  là:

$$V_2 = \pi \cdot (IK - OI)^2 \cdot \left( IK - \frac{IK - OI}{3} \right) = \pi \cdot \left( 3 - \frac{9}{5} \right)^2 \cdot \left( 3 - \frac{3 - \frac{9}{5}}{3} \right) = \frac{468\pi}{125} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

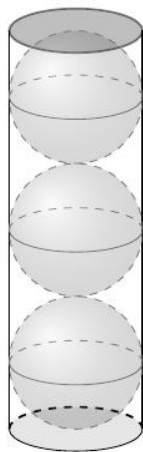
Thể tích hình nón có đỉnh  $S$ , đáy hình tròn tâm  $O$ , bán kính đáy  $OK$  là:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{(O;OK)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{5} \cdot \pi \cdot \left( \frac{12}{5} \right)^2 = \frac{768\pi}{125} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

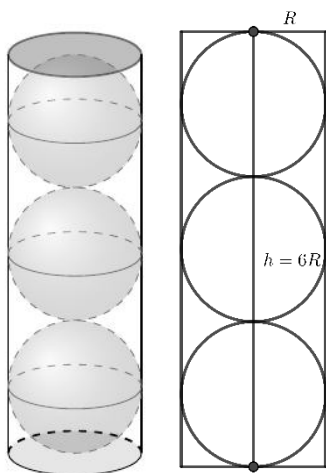
Thể tích phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón là:

$$V_1 - V_2 = \frac{768\pi}{125} - \frac{468\pi}{125} = \frac{12\pi}{5} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

**Bài 9.** Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ  $a\%$  so với hộp đựng bóng tennis. Tính  $a$  gần.



### Lời giải



Đặt  $h$ ,  $R$  lần lượt là đường cao và bán kính hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis.

Dễ thấy mỗi quả bóng tennis có cùng bán kính  $R$  với hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis và  $h = 6R$ .

Do đó ta có:

Tổng thể tích của ba quả bóng là  $V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi R^3$ ;

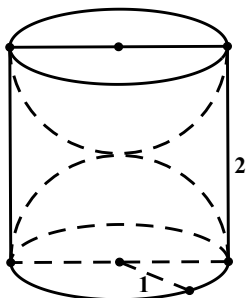
Thể tích của hình trụ (hộp đựng bóng) là  $V_0 = \pi R^2 h = 6\pi R^3$ ;

Thể tích phần còn trống của hộp đựng bóng là  $V_2 = V_0 - V_1 = 2\pi R^3$ .

Khi đó tỉ lệ phần không gian còn trống so với hộp đựng bóng là  $\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{3} \approx 0,33$ .

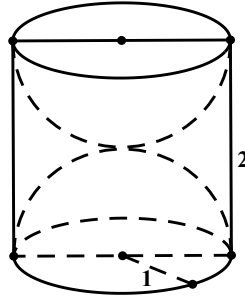
Suy ra  $a \approx 33$ .

**Bài 10.** Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa hình cầu. Tính tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu.



### Lời giải

Theo bài toán ta có hình vẽ



Thể tích của hình trụ là  $V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$ .

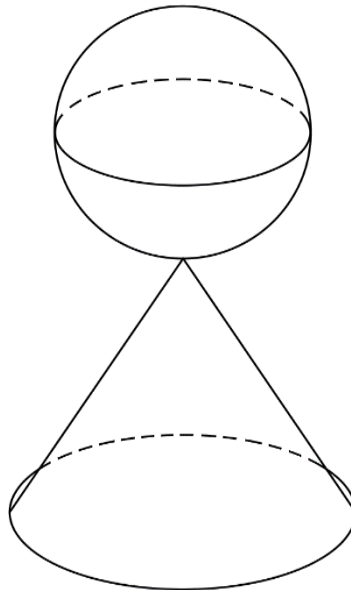
Vì đường tròn đáy của hình trụ là đường tròn lớn của mỗi nửa hình cầu nên bán kính của mỗi nửa hình cầu là  $R = 1$ .

Thể tích của hai nửa hình cầu bị khoét đi là  $V_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = \frac{4\pi}{3}$ .

Thể tích của phần còn lại của khối gỗ là  $V_2 = V - V_1 = 2\pi - \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ .

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là  $\frac{V_2}{V} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi} = \frac{1}{3}$ .

**Bài 11.** Một khối cầu pha lê gồm một hình cầu ( $H_1$ ) bán kính  $R$  và một hình nón ( $H_2$ ) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là  $r, l$  thỏa mãn  $r = \frac{1}{2}l$  và  $l = \frac{3}{2}R$  xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu ( $H_1$ ) và diện tích toàn phần của hình nón ( $H_2$ ) là  $91\text{cm}^2$ . Tính diện tích của mặt cầu ( $H_1$ )



### Lời giải

$$r = \frac{1}{2}l = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}R = \frac{3}{4}R.$$

Diện tích mặt cầu  $S_1 = 4\pi R^2$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình nón } S_2 = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot \frac{3}{4} R \cdot \frac{3}{2} R + \pi \cdot \frac{9}{16} R^2 = \frac{27\pi R^2}{16}$$

$$\text{Theo giả thiết: } 4\pi R^2 + \frac{27\pi R^2}{16} = 91 \Leftrightarrow \frac{91\pi R^2}{16} = 91 \Leftrightarrow \pi R^2 = 16$$

$$\text{Vậy } S_1 = 4\pi R^2 = 64\text{cm}^2$$

**Bài 12.** Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy; một viên bi và một hình nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó ( như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu ( bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh)



**Lời giải**

Gọi  $R, h$  lần lượt là bán kính đáy và là chiều cao của hình trụ

$$h = 6R$$

$$\text{Thể tích của hình trụ } V_T = \pi 6R^3.$$

$$\text{Khối cầu bên trong hình trụ có bán kính } R \text{ nên hình cầu có thể tích } V_C = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

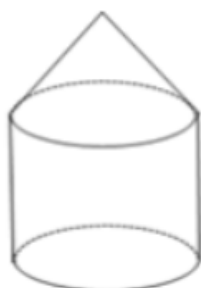
$$\text{Khối nón bên trong hình trụ có bán kính } R \text{ và chiều cao } h = 4R \text{ nên hình nón có thể tích } V_N = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Thể tích lượng nước còn lại bên trong hình trụ

$$V = V_T - (V_C + V_N) = 6\pi R^3 - \frac{8}{3}\pi R^3 = \frac{10}{3}\pi R^3.$$

$$\text{Vậy } \frac{V}{V_T} = \frac{5}{9}.$$

**Bài 13.** Một khối đồ chơi gồm một hình trụ và một hình nón có cùng bán kính được chồng lên nhau, độ dài đường sinh hình trụ bằng độ dài đường sinh hình nón và bằng đường kính hình trụ, hình nón (tham khảo hình vẽ ). Biết thể tích toàn bộ khối đồ chơi là  $50\text{cm}^3$ , tính thể tích hình trụ.



**Lời giải**

Gọi  $l; r$  lần lượt là độ dài đường sinh và bán kính đáy hình trụ.

Khi đó ta có:  $l = 2r$ .

Suy ra thể tích hình trụ là  $V_t = \pi r^2 l = 2\pi r^3$ .

Gọi  $h_n; l_n$  lần lượt là chiều cao và đường sinh của hình nón.

Theo giả thiết ta có  $\begin{cases} l_n = l \\ h_n = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3}r \end{cases}$ .

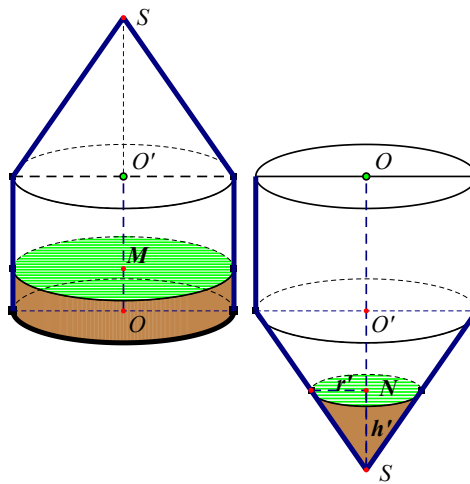
Khi đó thể tích hình nón là  $V_n = \frac{1}{3} \pi r^2 h_n = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi r^3$ .

Do thể tích toàn bộ khối đồ chơi là  $50\text{cm}^3$  nên

$$V_t + V_n = 2\pi r^3 + \frac{\sqrt{3}}{3} \pi r^3 = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \pi r^3 = 50 \Rightarrow \pi r^3 = \frac{150}{6 + \sqrt{3}}.$$

Khi đó thể tích hình trụ là  $V_t = \pi r^2 l = 2\pi r^3 \approx 38,8\text{cm}^3$ .

**Bài 14.** Cho một dụng cụ đựng chất lỏng được tạo bởi một hình trụ và hình nón được lắp đặt như hình bên. Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đáy hình trụ. Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình nón và bằng  $h$ . Trong bình, lượng chất lỏng có chiều cao bằng  $\frac{1}{24}$  chiều cao hình trụ. Lật ngược dụng cụ theo phương vuông góc với mặt đất. Tính độ cao phần chất lỏng trong hình nón theo  $h$ .



**Lời giải**

Thể tích chất lỏng  $V = \pi r^2 \cdot \frac{1}{24} h = \frac{1}{24} \pi r^2 h$ .

Khi lật ngược bình, thể tích phần hình nón chứa chất lỏng là  $V' = \frac{1}{3} \pi r'^2 h'$ .

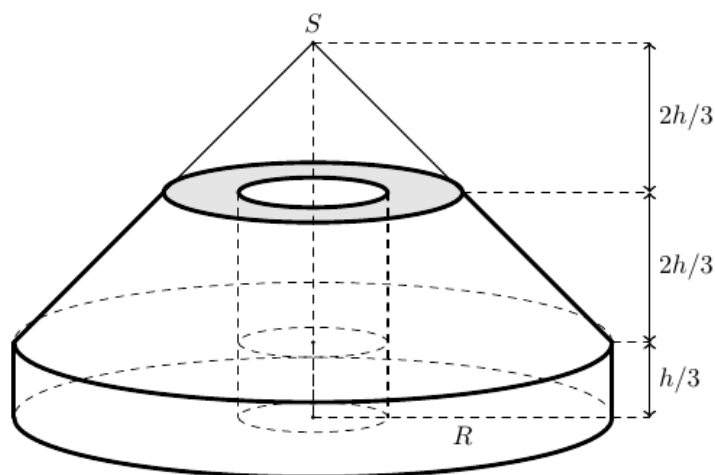
Mà  $\frac{r'}{r} = \frac{h'}{h} \Rightarrow r' = \frac{h'}{h} r$ . Do đó  $V' = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{h'}{h} r\right)^2 h' = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot \frac{h'^3}{h^2}$ .

Theo bài ra,  $V' = V \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot \frac{h'^3}{h^2} = \frac{1}{24} \pi r^2 h \Leftrightarrow h'^3 = \frac{1}{8} h^3 \Leftrightarrow h' = \frac{h}{2}$ .

**Bài 15.** Để định vị một trụ điện, người ta cần đúc một khối bê tông có chiều cao  $h = 1,5\text{m}$  gồm:

- Phần dưới có dạng hình trụ bán kính đáy  $R = 1\text{m}$  và có chiều cao bằng  $\frac{1}{3} h$ ;

- Phần trên có dạng hình nón bán kính đáy bằng  $R$  đã bị cắt bỏ bớt một phần hình nón có bán kính đáy bằng  $\frac{1}{2}R$  ở phía trên (người ta thường gọi hình đó là hình nón cụt);
- Phần ở giữa rỗng có dạng hình trụ bán kính đáy bằng  $\frac{1}{4}R$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Tính thể tích của khối bê tông (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

### Lời giải

Thể tích hình trụ bán kính đáy  $R$  và có chiều cao bằng  $\frac{h}{3}$ :

$$V_1 = \pi R^2 \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

Thể tích hình nón cụt bán kính đáy lớn  $R$ , bán kính đáy bé  $\frac{R}{2}$  và có chiều cao bằng  $\frac{2h}{3}$ :

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \frac{4h}{3} - \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \frac{2h}{3} = \frac{7}{18} \pi R^2 h.$$

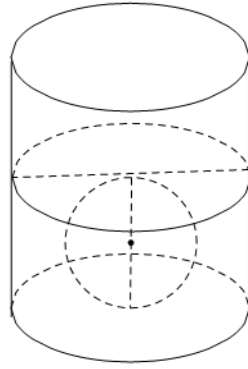
Thể tích hình trụ bán kính đáy  $\frac{R}{4}$  và có chiều cao bằng  $h$  (phần rỗng ở giữa):

$$V_3 = \pi \left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot h = \frac{1}{16} \pi R^2 h.$$

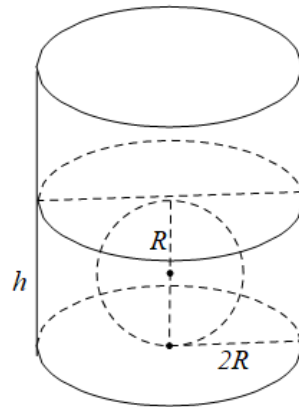
Thể tích của khối bê tông bằng:

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = \pi R^2 h \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{7}{18} - \frac{1}{16} \right) = \frac{95}{144} \pi R^2 h \approx 3,109 \text{ m}^3.$$

**Bài 16.** Người ta thả một viên bi có dạng hình cầu có bán kính  $2,7 \text{ cm}$  vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước (tham khảo hình vẽ dưới). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng  $5,4 \text{ cm}$  và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng  $4,5 \text{ cm}$ . Khi đó chiều cao của mực nước trong cốc là bao nhiêu?



**Lời giải**



Gọi  $R = 2,7 \text{ cm}$  là bán kính của viên bi. Ta có bán kính phần trong đáy cốc là  $2R$ .

Thể tích nước ban đầu là:  $V_1 = \pi(2R)^2 \cdot 4,5 = 18\pi R^2$ .

Thể tích viên bi là:  $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

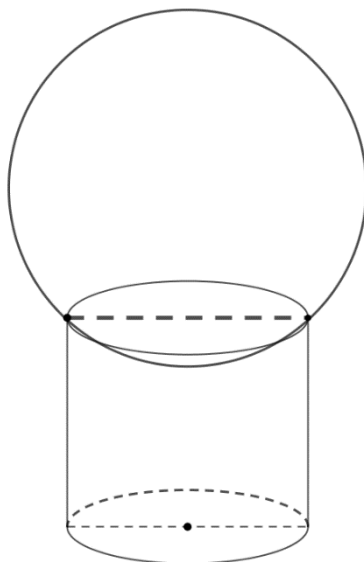
Thể tích nước sau khi thả viên bi là:  $V = V_1 + V_2 = 18\pi R^2 + \frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi R^2 \left(9 + \frac{2}{3}R\right)$ .

Gọi  $h$  là chiều cao mực nước sau khi thả viên bi vào.

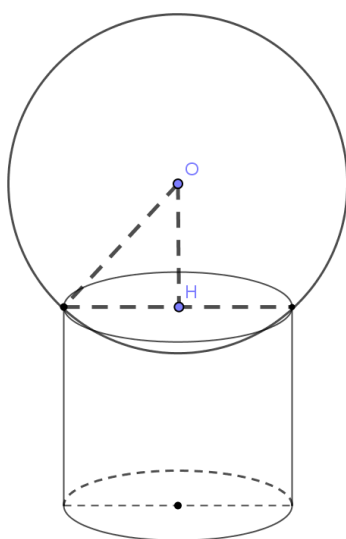
$$\text{Ta có: } V = 2\pi R^2 \left(9 + \frac{2}{3}R\right) = \pi(2R)^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{2\pi R^2 \left(9 + \frac{2}{3}R\right)}{\pi(2R)^2} = \frac{\left(9 + \frac{2}{3}R\right)}{2} = 5,4(\text{cm}).$$

**Bài 17.** Một trái banh và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt trái banh lên hình trụ thấy phần ở bên ngoài của quả bóng có chiều cao bằng  $\frac{3}{4}$  chiều cao của nó. Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của

quả bóng và chiếc chén, tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



**Lời giải**



Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu,  $r, h$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao hình trụ.

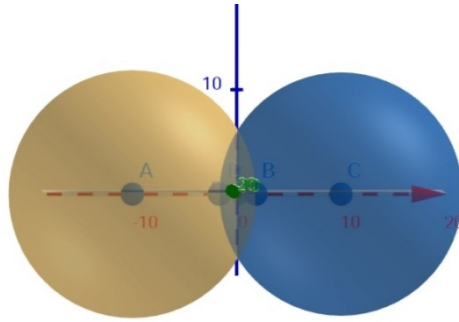
Theo bài ra ta có:  $h = 2R$  và  $r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ .

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3, V_2 = \pi r^2 h = \pi \frac{3R^2}{4} \cdot 2R = \frac{3\pi R^3}{2}$$

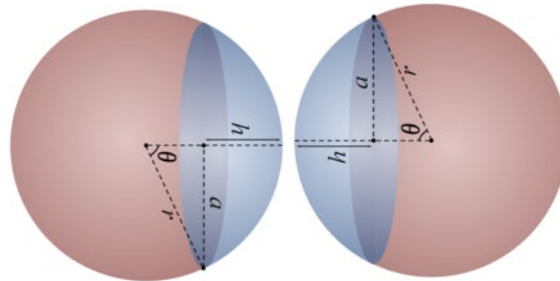
$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{9} \text{ hay } 9V_1 = 8V_2.$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{9}$$

**Bài 18.** Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính  $25cm$  khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là  $40cm$ . Giá mạ vàng  $1m^2$  là  $470.000$  đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó.



### Lời giải



(Phần màu nhạt là phần giao nhau của hai khối cầu)

Gọi  $h$  là chiều cao của chỏm cầu. Ta có  $h = \frac{2R - d}{2} = \frac{2 \cdot 25 - 40}{2} = 5 \text{ cm}$

( $d$  là khoảng cách giữa hai tâm)

Diện tích xung quanh của chỏm cầu là:  $S_{xq} = 2\pi Rh$

Vì 2 khối cầu bằng nhau nên 2 hình chỏm cầu bằng nhau.

$S_{xq}$  khối trang sức =  $2S_{xq}$  khối cầu -  $2S_{xq}$  chỏm cầu.

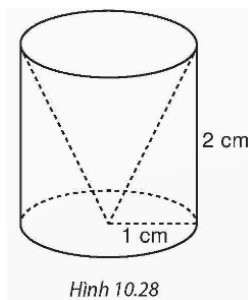
Khối trang sức có  $S_{xq} = 2 \cdot 4\pi R^2 - 2 \cdot 2\pi Rh = 2 \cdot 4\pi \cdot 25^2 - 2 \cdot 2\pi \cdot 25 \cdot 5 = 4500\pi \text{ cm}^2 = 0.45 \text{ m}^2$

Vậy số tiền dùng để mạ vàng khối trang sức đó là  $470.000 \cdot 0,45\pi \approx 664.000$  đồng.

## LUYỆN TẬP CHUNG

### A. VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

**Ví dụ 1.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm và chiều cao bằng 2 cm. Người ta khoan đi một phần có dạng hình nón như Hình 10.28 thì thể tích phần còn lại của hình trụ bằng bao nhiêu?



Hình 10.28

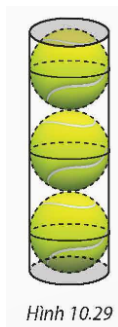
**Lời giải**

Thể tích của hình trụ là  $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Thể tích phần bị khoan có dạng hình nón là:  $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{2\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Thể tích phần còn lại là  $V = V_1 - V_2 = 2\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Ví dụ 2.** Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (H.10.29). Các quả bóng tennis có dạng hình cầu, đường kính 6,4 cm.



Hình 10.29

a) Tính thể tích hộp đựng bóng (bỏ qua bề dày của vỏ hộp, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).

b) Tính thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis.

**Lời giải**

a) Chiều cao hộp đựng bóng hình trụ là  $h = 6,4 \cdot 3 = 19,2 \text{ (cm)}$ .

Bán kính đáy hộp đựng bóng hình trụ là  $R = 6,4 : 2 = 3,2 \text{ (cm)}$ .

Thể tích hộp đựng bóng hình trụ nói trên là:  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 3,2^2 \cdot 19,2 \approx 618 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

b) Bán kính quả bóng tennis là  $R' = 6,4 : 2 = 3,2 \text{ (cm)}$ .

Thể tích của ba quả bóng tennis có dạng hình cầu là:  $V' = 3 \cdot \left( \frac{4}{3} \pi \cdot R'^3 \right) = 3 \cdot \left( \frac{4}{3} \pi \cdot 3,2^3 \right) \approx 412 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis là:

$$V'' = V - V' \approx 618 - 412 = 206 \text{ (cm}^3\text{)}$$

### BÀI TẬP

**10.11.** Cho một hình trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao và có thể tích bằng  $2\pi \text{ cm}^3$ .

a) Tính chiều cao của hình trụ.

b) Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ trên.

**Lời giải**

a) Gọi  $R(\text{cm})$  là đường kính đáy của hình trụ ( $R > 0$ ).

Khi đó, bán kính đáy của hình trụ là  $\frac{R}{2}(\text{cm})$  và chiều cao là  $R(\text{cm})$ .

Thể tích hình trụ là:  $V = \pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot R = \frac{R^3 \pi}{4} (\text{cm}^3)$ .

Vì thể tích hình trụ bằng  $2\pi \text{ cm}^3$  nên ta có:  $\frac{R^3 \pi}{4} = 2\pi$ . Suy ra  $R^3 = 8$  nên  $R = 2 \text{ cm}$  (do  $R > 0$ ).

Vậy chiều cao hình trụ là  $h = 2 \text{ cm}$ .

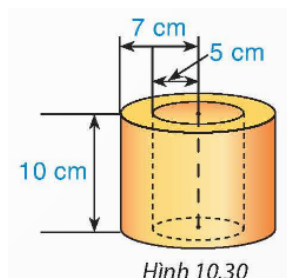
b) Diện tích xung quanh của hình trụ bán kính 1 cm và chiều cao 2 cm là:  $S_{xq} = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi (\text{cm}^2)$ .

Diện tích hai đáy của hình trụ bán kính 1 cm là:  $S_1 = 2\pi \cdot 1^2 = 2\pi (\text{cm}^2)$

Diện tích toàn phần của hình trụ là:  $S = S_{xq} + S_1 = 4\pi + 2\pi = 6\pi (\text{cm}^2)$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là  $6\pi \text{ cm}^2$ .

**10.12.** Một vòng bi bằng thép (phần thép giữa hai hình trụ) có hình dạng và kích thước như Hình 10.30. Tính thể tích của vòng bi đó.



**Lời giải**

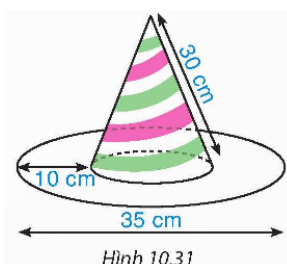
Thể tích hình trụ có bán kính 7 cm, chiều cao 10 cm là:  $V_1 = \pi \cdot 7^2 \cdot 10 = 490\pi (\text{cm}^3)$

Thể tích hình trụ có bán kính 5 cm, chiều cao 10 cm là:  $V_2 = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi (\text{cm}^3)$

Thể tích của vòng bi là:  $V = V_1 - V_2 = 490\pi - 250\pi = 240\pi (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của vòng bi đó là  $240\pi \text{ cm}^3$ .

**10.13.** Chiếc mũ của chú hề với các kích thước như Hình 10.31. Hãy tính tổng diện tích vải cần để làm chiếc mũ (coi mép khâu không đáng kể và làm tròn kết quả đến hàng phần mười của  $\text{cm}^2$ ).



**Lời giải**

Bán kính đường tròn đáy của hình nón là:  $r = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5(\text{cm})$ .

Diện tích xung quanh hình nón là:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 7,5 \cdot 30 = 225\pi (\text{cm}^2)$ .

Diện tích vành nón là:  $S_1 = \pi \cdot 17,52 - \pi \cdot 7,52 = 250\pi (\text{cm}^2)$ .

Diện tích vải cần dùng là:  $S = S_{xq} + S_1 = 225\pi + 250\pi = 475\pi \approx 1492,3 (\text{cm}^2)$

Vậy tổng diện tích vải cần để làm chiếc mũ khoảng  $1492,3 \text{ cm}^2$ .

**10.14.** Người ta nhả chìm hoàn toàn 5 viên bi có dạng hình cầu vào một chiếc cốc hình trụ đựng đầy nước, mỗi viên bi có đường kính 2 cm. Tính lượng nước tràn ra khỏi cốc.

*Lời giải*

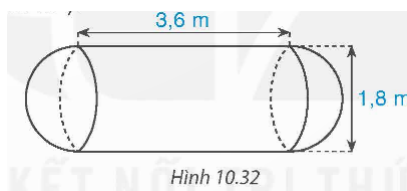
Bán kính mỗi viên bi là:  $R = \frac{2}{2} = 1(\text{cm})$ .

Thể tích nước tràn ra khỏi cốc bằng thể tích của 5 viên bi nên thể tích nước tràn ra ngoài là:

$$5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{20}{3} \pi (\text{cm}^3).$$

Vậy lượng nước tràn ra khỏi cốc bằng  $\frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$ .

**10.15.** Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính bằng 1,8 m và một hình trụ có chiều cao bằng 3,6 m (H.10.32). Tính thể tích của bồn chứa xăng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của  $\text{m}^3$ ).



*Lời giải*

Bán kính hai nửa hình cầu là:  $\frac{1,8}{2} = 0,9(\text{m})$ .

Thể tích hình trụ chiều cao 3,6 m và bán kính 0,9 m là:  $V_1 = \pi \cdot 0,9^2 \cdot 3,6 = 2,916\pi (\text{m}^3)$ .

Thể tích hai nửa hình cầu bán kính 0,9 m là:  $V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,9^3 = 0,972\pi (\text{m}^3)$

Thể tích bồn chứa xăng là:  $V = V_1 + V_2 = 2,916\pi + 0,972\pi = 3,888\pi \approx 12,21 (\text{m}^3)$

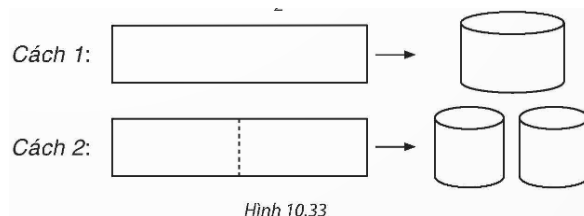
Vậy thể tích của bồn chứa xăng khoảng  $12,21 \text{ m}^3$ .

**10.16.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước  $50 \text{ cm} \times 240 \text{ cm}$ , người ta làm mặt xung quanh của các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (H.10.33):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng nước hình trụ.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm hình chữ nhật bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  $V_1$  là thể tích của thùng gò được theo Cách 1 và  $V_2$  là tổng thể tích của hai thùng gò được theo

Cách 2. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  (giả sử các mối hàn là không đáng kể).



Hình 10.33

### Lời giải

- Theo Cách 1, chu vi đường tròn đáy bằng 240 cm, ta có:  $2\pi R_1 = 240$  nên  $R_1 = \frac{120}{\pi}$  cm.

Thể tích của thùng gò hình trụ là:  $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{120}{\pi}\right)^2 \cdot 50 = \frac{720000}{\pi} (\text{cm}^3)$

- Theo Cách 2, chu vi đường tròn đáy bằng 120 cm, ta có:  $2\pi R_2 = 120$  nên  $R_2 = \frac{60}{\pi}$  cm.

Tổng thể tích hai hình trụ gò được là:  $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{60}{\pi}\right)^2 \cdot 50 = \frac{360000}{\pi} (\text{cm}^3)$

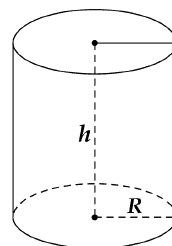
Do đó,  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{720000}{\pi}}{\frac{360000}{\pi}} = 2$ . Vậy  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .

## B. BÀI TẬP THÊM

**Bài 1.** Một cốc thủy tinh hình trụ có chiều cao bằng 10 cm và thể tích bằng  $90\pi \text{ cm}^3$ . Tính bán kính của đáy cốc thủy tinh đó?



### Lời giải



Vì cốc thủy tinh hình trụ có chiều cao  $h = 10 \text{ cm}$  và thể tích  $V_{\text{cốc}} = 90\pi \text{ cm}^3$  nên:

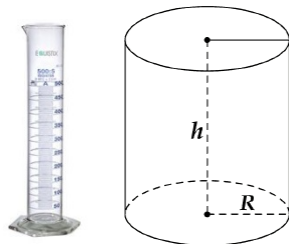
$$\begin{aligned} V_{\text{cốc}} &= S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h \\ \Rightarrow R^2 &= \frac{V_{\text{cốc}}}{\pi h} = \frac{90\pi}{\pi \cdot 10} = 9 \Rightarrow R = 3 (\text{cm}) \end{aligned}$$

Vậy bán kính đáy cốc thủy tinh là 3 cm.

**Bài 2.** Một ống đong hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đong bằng  $40\pi \text{ cm}^3$ . Tính chiều cao của ống đong đó.



### Lời giải



Vì ống đong hình trụ có  $h = 5r$  nên:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$40\pi = \pi r^2 \cdot 5r$$

$$r^3 = 8$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$$\Rightarrow h = 5 \cdot 2 = 10\text{cm}$$

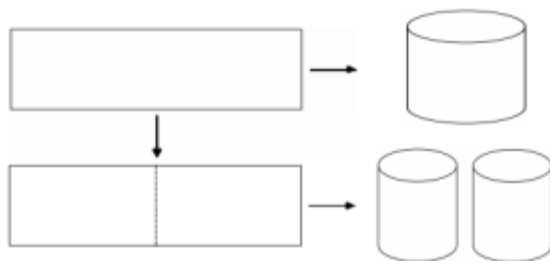
Vậy chiều cao của ống đong là 10cm.

**Bài 3.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm x 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  $V_1$  là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và  $V_2$  là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách

2. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .



### Lời giải

Ở cách 1, thùng hình trụ có chiều cao  $h = 50\text{cm}$ , chu vi đáy  $C_1 = 240\text{cm}$  nên bán kính đáy

$$R_1 = \frac{C_1}{2\pi} = \frac{120}{\pi} \text{ cm. Do đó thể tích của thùng là } V_1 = \pi R_1^2 h.$$

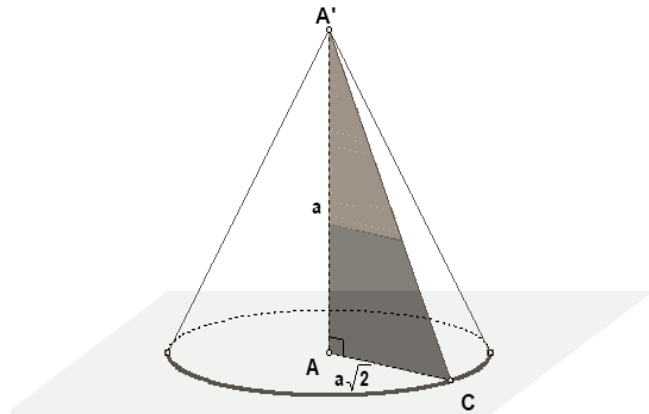
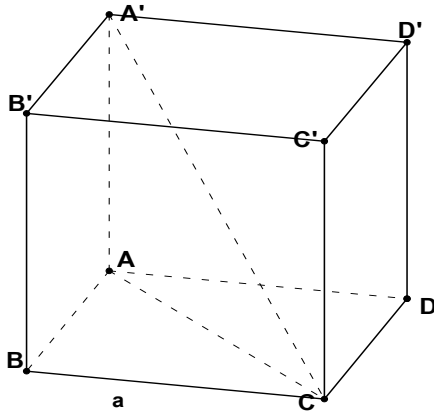
Ở cách 2, hai thùng đều có chiều cao  $h = 50\text{cm}$ , chu vi đáy  $C_2 = 120\text{cm}$  nên bán kính đáy

$$R_1 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{60}{\pi} \text{ cm. Do đó tổng thể tích của hai thùng là } V_2 = 2\pi R_2^2 h.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2 h}{2\pi R_2^2 h} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\frac{120}{\pi}}{\frac{60}{\pi}} \right)^2 = 2.$$

**Bài 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính diện tích toàn phần của hình nón thu được khi quay tam giác  $AA'C$  quanh trục  $AA'$ .

**Lời giải**

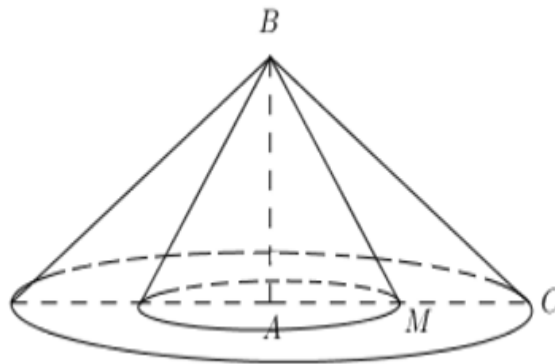


Quay tam giác  $AA'C$  một vòng quanh trục  $AA'$  tạo thành hình nón có chiều cao  $AA' = a$ , bán kính đáy  $r = AC = a\sqrt{2}$ , đường sinh  $l = A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$ .

Diện tích toàn phần của hình nón:  $S = \pi r(r + l) = \pi a\sqrt{2}(a\sqrt{2} + a\sqrt{3}) = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2$ .

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , cạnh  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  và  $M$  là trung điểm của cạnh  $AC$ . Tính thể tích của hình nón thu được do tam giác  $BMC$  quanh quanh  $AB$ .

**Lời giải**

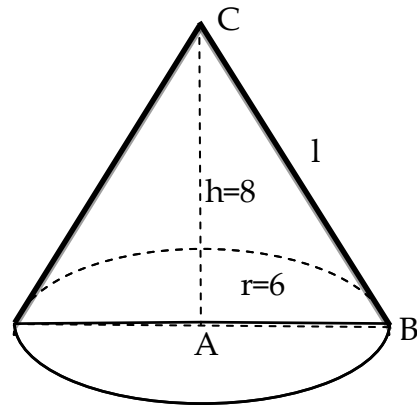
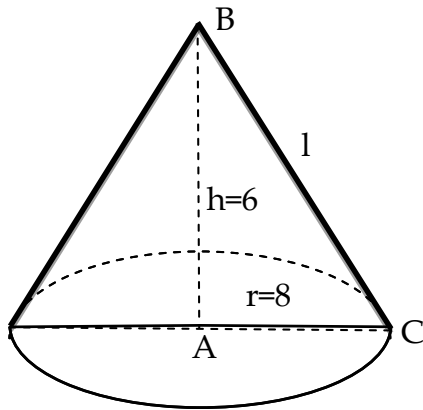


Khi tam giác  $BMC$  quanh quanh trục  $AB$  thì thể tích hình nón tạo thành là hiệu của thể tích hình nón có đường cao  $AB$ , đường sinh  $BC$  và hình nón có đường cao  $AB$ , đường sinh  $BM$ .

$$\text{Nên } V = \frac{1}{3} AB \cdot \pi \cdot AC^2 - \frac{1}{3} AB \cdot \pi \cdot AM^2 = \frac{1}{4} AB \cdot \pi \cdot AC^2 = 96\pi.$$

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Gọi  $V_1$  là thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AB$  và  $V_2$  là thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ . Tính tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

**Lời giải**



Ta có công thức tính thể tích hình nón có chiều cao  $h$  và bán kính  $r$  là  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

+ Khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AB$  thì:

$$h = AB = 6\text{cm} \text{ và } r = AC = 8\text{cm} \text{ thì } V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$$

+ Khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$  thì:

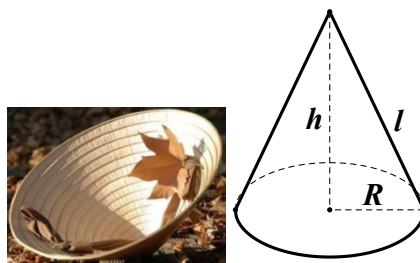
$$h = AC = 8\text{cm} \text{ và } r = AB = 6\text{cm} \text{ thì } V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$$

$$\text{Vậy: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$$

**Bài 7.** Chiếc nón do một làng nghề ở Việt Nam sản xuất là hình nón có đường sinh bằng  $30\text{ cm}$ , đường kính đáy bằng  $40\text{ cm}$ . Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng làm 5000 chiếc nón.



**Lời giải**



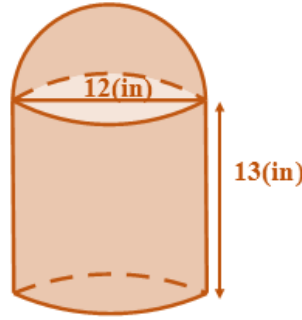
Vì chiếc nón hình nón có đường sinh  $l = 30\text{cm}$  và bán kính đáy  $R = 40 : 2 = 20\text{cm}$  nên diện tích xung quanh của chiếc nón là:

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 20 \cdot 30 = 600\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón là:  $2 \cdot 600\pi = 1200\pi \text{ cm}^2$ .

Vậy diện tích lá cần dùng làm 5000 chiếc nón là:  $500 \cdot 1200\pi = 600000\pi \text{ cm}^2$ .

**Bài 8.** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của một khối linh kiện máy (gồm một hình trụ và một nửa hình cầu có cùng đáy) với các kích thước đã cho ở hình vẽ sau theo đơn vị  $\text{in}^2$ .



Gọi  $h$  và  $r$  lần lượt là chiều cao và bán kính của hình trụ.

Bán kính của hình trụ:  $r = \frac{12}{2} = 6(\text{in})$ .

Diện tích xung quanh của hình trụ:  $S_1 = 2\pi rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 13 = 156\pi (\text{in}^2)$ .

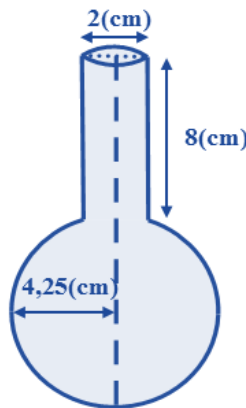
Diện tích xung quanh của nửa hình cầu:  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 6^2 = 72\pi (\text{in}^2)$ .

Diện tích xung quanh của khối linh kiện máy:  $S_{xq} = S_1 + S_2 = 156\pi + 72\pi = 228\pi (\text{in}^2)$ .

Diện tích toàn phần của hình trụ:  $S_3 = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 13 + 2\pi \cdot 6^2 = 228\pi (\text{in}^2)$ .

Diện tích toàn phần của khối linh kiện máy:  $S_{tp} = S_2 + S_3 = 300\pi (\text{in}^2)$ .

**Bài 9.** Người ta đổ đầy nước vào một bình đựng với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính thể tích của phần nước trong bình (giả sử bề dày của ống nghiệm không đáng kể).



### Lời giải

Ống nghiệm gồm 2 phần: phần trên có dạng hình trụ và phần dưới có dạng hình cầu.

Gọi  $R$  và  $r$  lần lượt là bán kính hình cầu và bán kính hình trụ.

Thể tích hình cầu:  $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (4,25)^3 = \frac{4913}{48}\pi (\text{cm}^3)$ .

Thể tích hình trụ:  $V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{2}{1}\right)^2 \cdot 8 = 8\pi (\text{cm}^3)$ .

Thể tích của phần nước trong bình:  $V = V_1 + V_2 = \frac{4913}{48}\pi + 8\pi = \frac{5297}{48}\pi (\text{cm}^3)$ .

**Bài 10.** Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính  $1,6(\text{cm})$ . Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn, bán kính  $0,2(\text{cm})$  cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng tiện sử dụng.

- a) Tính thể tích phần ống nhựa hình trụ cắm vào phần nửa viên kẹo.  
 b) Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào.



### Lời giải

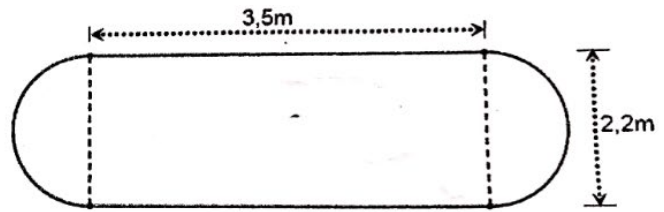
- a) Thể tích phần ống nhựa hình trụ cắm vào viên kẹo là:

$$V = \pi r^2 h = \pi (0,2)^2 \cdot 1,6 = 0,064\pi (\text{cm}^3).$$

- b) Thể tích hình cầu có bán kính 1,6 cm là:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (1,6)^3 = 5,46\pi (\text{cm}^3).$

Thể tích thực của viên kẹo là:  $V = 5,46\pi - 0,064\pi = 5,396\pi (\text{cm}^3).$

**Bài 11.** Một bồn chứa xăng đặt trên xe gồm hai nửa hình cầu có đường kính là 2,2m và một hình trụ có chiều dài 3,5m (hình 2). Tính thể tích của bồn chứa xăng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Hình 2

### Lời giải

$$V_{\text{khối cầu}} = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi (1,1)^3 \cong 5,58 (\text{m}^3).$$

$$V_{\text{khối trụ}} = \pi (1,1)^2 \cdot 3,5 \cong 13,3 (\text{m}^3).$$

$$\text{Thể tích của bồn chứa là: } V = V_{kc} + V_{kt} = 18,88 (\text{m}^3).$$

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG X

### PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

#### A. TRẮC NGHIỆM

**10.17.** Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  một vòng quanh cạnh  $AB$  ta được một hình trụ có bán kính đáy bằng độ dài đoạn thẳng

- A.  $AB$ .                      B.  $CD$ .                      C.  $AD$ .                      D.  $AC$ .

*Lời giải*

**Chọn C.**

Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  một vòng quanh cạnh  $AB$  ta được một hình trụ có bán kính đáy bằng độ dài đoạn thẳng  $AD$ .

**10.18.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 4\text{ cm}$ ,  $BC = 5\text{ cm}$ . Khi quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $AC$  ta được một hình nón có chiều cao bằng

- A.  $4\text{ cm}$ .                      B.  $3\text{ cm}$ .                      C.  $5\text{ cm}$ .                      D.  $9\text{ cm}$ .

*Lời giải*

**Chọn A.**

Khi quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $AC$ , ta được một hình nón có chiều cao là  $AC$ .

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ta có:  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ .

Suy ra  $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 9$ , do đó  $AC = 3\text{ cm}$ .

**10.19.** Diện tích mặt cầu có đường kính  $10\text{ cm}$  là

- A.  $10\pi\text{ cm}^2$ .                      B.  $400\pi\text{ cm}^2$ .                      C.  $50\pi\text{ cm}^2$ .                      D.  $100\pi\text{ cm}^2$ .

*Lời giải*

**Chọn D.**

Bán kính của mặt cầu là:  $R = \frac{10}{2} = 5(\text{cm})$ .

Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi.5^2 = 100\pi(\text{cm}^2)$ . Vậy diện tích mặt cầu có đường kính  $10\text{ cm}$  là  $100\pi\text{ cm}^2$ .

**10.20.** Cho hình nón có bán kính đáy  $R = 2\text{ cm}$ , độ dài đường sinh  $l = 5\text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $\frac{10\pi}{3}\text{ cm}^2$ .                      B.  $\frac{50\pi}{3}\text{ cm}^2$ .                      C.  $20\pi\text{ cm}^2$ .                      D.  $10\pi\text{ cm}^2$ .

*Lời giải*

**Chọn D.**

Diện tích xung quanh hình nón là:  $S = \pi.2.5 = 10\pi(\text{cm}^2)$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng  $10\pi\text{ cm}^2$ .

**10.21.** Một mặt phẳng đi qua tâm hình cầu, cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích  $9\pi\text{ cm}^2$ . Thể tích của hình cầu bằng

- A.  $972\pi\text{ cm}^3$ .                      B.  $36\pi\text{ cm}^3$ .                      C.  $6\pi\text{ cm}^3$ .                      D.  $81\pi\text{ cm}^3$ .

*Lời giải*

**Chọn B.**

Vì hình tròn đi qua tâm hình cầu có diện tích  $9\pi\text{ cm}^2$  nên  $\pi R^2 = 9\pi$ .

Khi đó, bán kính hình tròn đi qua tâm là  $R = 3$ . Thể tích hình cầu là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.3^3 = 36\pi (\text{cm}^3)$ .

Vậy thể tích của hình cầu bằng  $36\pi \text{cm}^3$ .

## B. TỰ LUẬN

**10.22.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm, chiều cao bằng 30 cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

b) Tính thể tích của hình trụ.

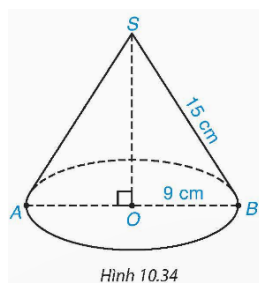
### Lời giải

a) Diện tích xung quanh hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi.20.30 = 1200\pi (\text{cm}^2)$ .

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là  $1200\pi \text{cm}^2$ .

b) Thể tích hình trụ là:  $V = \pi.20^2.30 = 12000\pi (\text{cm}^3)$ . Vậy thể tích của hình trụ là  $12000\pi \text{cm}^3$ .

**10.23.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 9 cm, độ dài đường sinh bằng 15 cm (H.10.34).



Hình 10.34

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.

c) Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy. Tính diện tích toàn phần của hình nón đã cho.

### Lời giải

Xét hình nón có đường sinh  $SB = 15 \text{cm}$  và bán kính đáy  $OB = 9 \text{cm}$ .

Tam giác SOB vuông tại O nên  $SO^2 + OB^2 = SB^2$  (theo định lý Pythagore)

Suy ra  $SO^2 = SB^2 - OB^2 = 15^2 - 9^2 = 144$  nên  $SO = 12 \text{cm}$ .

a) Diện tích xung quanh của hình nón là:  $S_{xq} = \pi.OB.SB = 9.15.\pi = 135\pi (\text{cm}^2)$ .

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là  $135\pi \text{cm}^2$ .

b) Thể tích của hình nón là:  $V = \frac{1}{3}\pi.OB^2.SO = \frac{1}{3}\pi.9^2.12 = 324\pi (\text{cm}^3)$ .

c) Diện tích đáy hình nón là:  $S_{\text{đáy}} = \pi.OB^2 = \pi.9^2 = 81\pi (\text{cm}^2)$ .

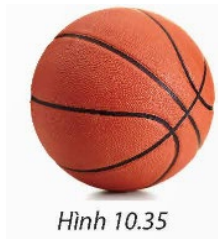
Diện tích toàn phần của hình nón là:  $S = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 135\pi + 81\pi = 216\pi (\text{cm}^2)$ .

Vậy diện tích toàn phần của hình nón đã cho là  $216\pi \text{cm}^2$ .

**10.24.** Quả bóng rổ sử dụng trong thi đấu có dạng hình cầu với đường kính bằng 24 cm (H.10.35). Hãy tính:

a) Diện tích bề mặt quả bóng.

b) Thể tích của quả bóng.



Hình 10.35

**Lời giải**

Bán kính quả bóng là:  $R = \frac{24}{2} = 12(\text{cm})$ .

a) Diện tích bề mặt quả bóng là:  $V = 4\pi.R^2 = 4\pi.12^2 = 576\pi(\text{cm}^2)$ . Vậy diện tích bề mặt quả bóng là  $576\pi\text{cm}^2$

b) Thể tích của quả bóng là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.12^3 = 2304\pi(\text{cm}^3)$ . Vậy thể tích của quả bóng là  $2304\pi\text{cm}^3$ .

**10.25.** Đèn trời có dạng hình trụ không có một đáy với đường kính đáy bằng 0,8m và thân đèn cao 1 m (H.10.36). Tính diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời (coi các mép dán không đáng kể).



Hình 10.36

**Lời giải**

Bán kính đáy đèn trời là:  $R = \frac{0,8}{2} = 0,4(\text{m})$ .

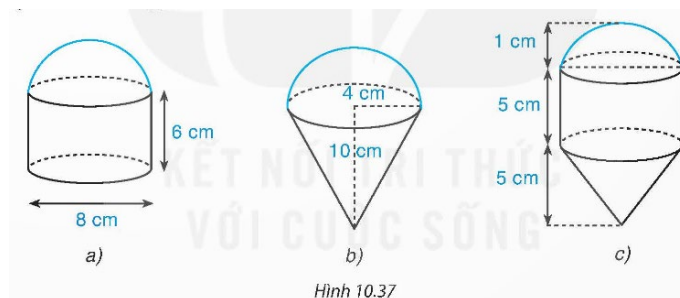
Diện tích xung quanh của đèn trời là:  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.0,4.1 = 0,8\pi(\text{m}^2)$ .

Diện tích đáy hình trụ là:  $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = \pi.0,4^2 = 0,16\pi(\text{m}^2)$ .

Diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời:  $S = S_{\text{đáy}} + S_{xq} = 0,16\pi + 0,8\pi = 0,96\pi(\text{m}^2)$ .

Vậy diện tích giấy dán bên ngoài đèn trời là  $0,96\pi\text{m}^2$ .

**10.26.** Các hình dưới đây (H.10.37) được tạo thành từ các nửa hình cầu, hình trụ và hình nón (có cùng bán kính đáy). Tính thể tích của các hình đó theo kích thước đã cho.



Hình 10.37

**Lời giải**

- Xét Hình 10.37 a): Bán kính đường tròn đáy là:  $R = \frac{8}{2} = 4(\text{cm})$ .

Thể tích của hình trụ có bán kính 4 cm, chiều cao 6 cm là:  $V_1 = \pi.4^2.6 = 96\pi(\text{cm}^3)$

Thể tích nửa hình cầu có bán kính 4 cm là:  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3} \pi (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của hình 10.37 a) là  $V = V_1 + V_2 = 96\pi + \frac{128}{3} \pi = \frac{416\pi}{3} (\text{cm}^3)$

- Xét Hình 10.37 b)

Thể tích của hình trụ có bán kính 4 cm , chiều cao 10 cm là:  $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = \frac{160\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Thể tích nửa hình cầu có bán kính 4 cm là:  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3} \pi (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của Hình 10. 37 b) là  $V = V_1 + V_2 = \frac{160\pi}{3} + \frac{128}{3} \pi = 96\pi (\text{cm}^3)$ .

- Xét Hình 10.37 c ): Thể tích của hình trụ có bán kính đáy 1 cm , chiều cao 5 cm là:  $V_1 = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi (\text{cm}^3)$

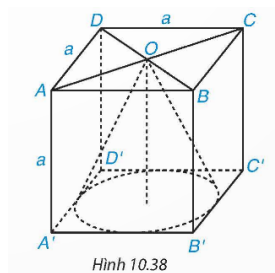
Thể tích của hình nón có bán kính đáy 1 cm , chiều cao 5 cm là:  $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = \frac{5\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Thể tích nửa hình cầu có bán kính 1 cm là:  $V_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{2\pi}{3} (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích của hình 10.37 c) là  $V = V_1 + V_2 + V_3 = 5\pi + \frac{5\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{22\pi}{3} (\text{cm}^3)$ .

Vậy trong Hình 10.37: thể tích hình a là  $\frac{416\pi}{3} \text{cm}^3$ ; thể tích hình b là  $96\pi \text{cm}^3$ ; thể tích hình c là  $\frac{22\pi}{3} \text{cm}^3$

**10.27.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh a. Tính thể tích của hình nón có đỉnh là tâm  $O$  của hình vuông  $ABCD$  và đáy là hình tròn tiếp xúc với các cạnh của hình vuông  $A'B'C'D'$  (H.10.38).



**Lời giải**

Hình nón đã cho có chiều cao  $h = a$  (đvdd). Vì đáy hình nón là đường tròn nội tiếp hình vuông  $A'B'C'D'$  nên bán

kính đáy là:  $R = \frac{A'B'}{2} = \frac{a}{2}$  (đvdd). Thể tích của hình nón là:  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{a^3 \pi}{12}$  (đvtt).

Vậy thể tích của hình nón đã cho là  $\frac{a^3 \pi}{12}$  (đvtt).

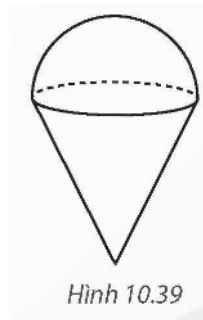
**10.28.** Bạn Khôi cho một hòn đá cảnh vào một bể nuôi cá hình trụ có đường kính đáy bằng 20 cm thì nước trong bể dâng lên 3 cm . Hỏi hòn đá cảnh đó có thể tích bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Bể cá có bán kính đáy là:  $R = \frac{20}{2} = 10(\text{cm})$ . Thể tích nước dâng lên là:  $V = \pi \cdot 10^2 \cdot 3 = 300\pi (\text{cm}^3)$

Vì thể tích hòn đá chính bằng thể tích nước dâng lên nên thể tích hòn đá cảnh đó bằng  $300\pi \text{ cm}^3$ .

**10.29.** Một chiếc kem ốc quế gồm hai phần: Phần phía dưới dạng hình nón có chiều cao gấp đôi bán kính đáy, phần trên là nửa hình cầu có đường kính bằng đường kính đáy của hình nón phía dưới (H.10.39). Thể tích phần kem phía trên bằng  $200 \text{ cm}^3$ . Tính thể tích của cả chiếc kem.



Hình 10.39

**Lời giải**

Gọi bán kính đáy của hình nón là  $R$ . Khi đó, chiều cao của hình nón là  $2R$ , hình cầu có bán kính là  $R$ .

Thể tích phần kem phía trên là  $200 \text{ cm}^3$  nên ta có:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 200$  nên  $\frac{2}{3} \pi R^3 = 200$ .

Thể tích hình nón phía dưới là:  $\frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 2R = \frac{2}{3} \pi R^3 = 200 (\text{cm}^3)$ .

Thể tích của cả chiếc kem là:  $200 + 200 = 400 (\text{cm}^3)$ . Vậy thể tích của cả chiếc kem  $400 \text{ cm}^3$ .

**10.30.** Mái nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm Văn hoá Nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng ba chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam (H.10.40). Tính diện tích một mái nhà hình nón có đường kính bằng 45 m và chiều cao bằng 24 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{m}^2$ ).



Hình 10.40

**Lời giải**

Bán kính đáy mái nhà là:  $R = \frac{45}{2} \text{ cm}$ . Độ dài đường sinh mái nhà là:  $l = \sqrt{\left(\frac{45}{2}\right)^2 + 24^2} = \frac{3\sqrt{481}}{2} (\text{m})$

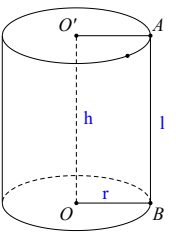
Diện tích một mái nhà là:  $S = \pi R l = \pi \cdot \frac{45}{2} \cdot \frac{3\sqrt{481}}{2} \approx 2325 (\text{m}^2)$ .

Vậy diện tích mái nhà hình nón khoảng  $2325 \text{ m}^2$ .

**PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM**

**Bài 1.** Thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình trụ | Bán kính đáy<br>(cm) | Chiều cao<br>(cm) | Diện tích xung<br>quanh ( $\text{cm}^2$ ) | Diện tích toàn<br>phần ( $\text{cm}^2$ ) | Thể tích<br>( $\text{cm}^3$ ) |
|----------|----------------------|-------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------|
|          | 3                    | 7                 | ?                                         | ?                                        | ?                             |
|          | 4                    | ?                 | $20\pi$                                   | ?                                        | ?                             |

|                                                                                   |   |   |   |         |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---------|----------|
|  | ? | 8 | ? | $18\pi$ | ?        |
|                                                                                   | ? | 5 | ? | ?       | $150\pi$ |

### Lời giải

• Với  $r = 3, h = 7$  ta có  $S_{xq} = 2\pi rh = 42\pi (cm^2)$ ;  $S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 60\pi (cm^2)$

$$V = \pi r^2 h = 63\pi (cm^3)$$

• Với  $r = 3, S_{xq} = 20\pi (cm^2)$  ta có:  $S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi r} = 2,5 (cm)$

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 52\pi (cm^2); V = \pi r^2 h = 40\pi (cm^3)$$

• Với  $h = 8, S_{xq} = 18\pi (cm^2)$  Ta có

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r)$$

$$18\pi = 2\pi r(h + r)$$

$$r^2 + 8r - 9 = 0$$

$$\Rightarrow r = 1$$

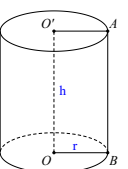
$$S_{xq} = 2\pi rh = 16\pi (cm^2)$$

$$V = \pi r^2 h = 8\pi (cm^3)$$

• Với  $h = 5, V = 150\pi$  ta có:  $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{150\pi}{25\pi} = 6 (cm)$

$$S_{xq} = 2\pi rh = 60\pi (cm^2); S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 110\pi (cm^2)$$

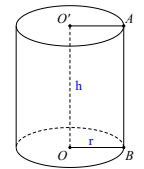
**Bài 2.** Điền đầy đủ các kết quả vào bảng sau

| Hình                                                                                | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Chu vi đáy (cm) | Diện tích đáy (cm <sup>2</sup> ) | Diện tích xung quanh (cm <sup>2</sup> ) | Thể tích (cm <sup>3</sup> ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------|-----------------|----------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------|
|  | 2                 | 20             |                 |                                  |                                         |                             |
|                                                                                     | 10                | 8              |                 |                                  |                                         |                             |
|                                                                                     |                   | 16             | $8\pi$          |                                  |                                         |                             |

### Lời giải

Ta có bảng sau

| Hình | Bán kính đáy (cm) | Chiều cao (cm) | Chu vi đáy (cm) | Diện tích đáy (cm <sup>2</sup> ) | Diện tích xung quanh (cm <sup>2</sup> ) | Thể tích (cm <sup>3</sup> ) |
|------|-------------------|----------------|-----------------|----------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------|
|------|-------------------|----------------|-----------------|----------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------|

|                                                                                   |    |    |         |          |          |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----|----|---------|----------|----------|----------|
|  | 2  | 20 | $4\pi$  | $4\pi$   | $80\pi$  | $80\pi$  |
|                                                                                   | 10 | 8  | $20\pi$ | $100\pi$ | $160\pi$ | $800\pi$ |
|                                                                                   | 4  | 16 | $8\pi$  | $16\pi$  | $128\pi$ | $256\pi$ |

**Bài 3.** Cho hình nón có bán kính  $r$ , đường kính đáy là  $d$ , chiều cao  $h$ , đường sinh  $l$ , thể tích  $V$ , diện tích xung quanh  $S_{xq}$ , diện tích toàn phần  $S_{tp}$ . Hoàn thành bảng sau:

| $r$ (cm) | $d$ (cm) | $h$ (cm) | $l$ (cm) | $S_{xq}$ (cm <sup>2</sup> ) | $S_{tp}$ (cm <sup>2</sup> ) | $V$ (cm <sup>3</sup> ) |
|----------|----------|----------|----------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 3        |          |          | 5        |                             |                             |                        |
|          |          | 8        |          |                             |                             | $96\pi$                |
|          | 10       |          |          | $65\pi$                     |                             |                        |
| 15       |          | 20       |          |                             |                             |                        |

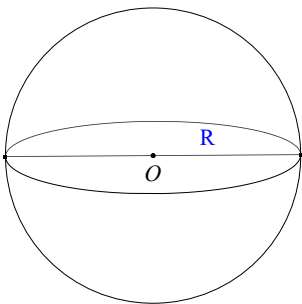
**Lời giải**

$$S_{xq} = \pi r l; S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 \text{ và } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Ta có bảng sau

| $r$ (cm) | $d$ (cm) | $h$ (cm) | $l$ (cm) | $S_{xq}$ (cm <sup>2</sup> ) | $S_{tp}$ (cm <sup>2</sup> ) | $V$ (cm <sup>3</sup> ) |
|----------|----------|----------|----------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 3        | 6        | 4        | 5        | $15\pi$                     | $24\pi$                     | $12\pi$                |
| 6        | 12       | 8        | 10       | $60\pi$                     | $96\pi$                     | $96\pi$                |
| 5        | 10       | 12       | 13       | $65\pi$                     | $90\pi$                     | $100\pi$               |
| 15       | 30       | 20       | 25       | $375\pi$                    | $600\pi$                    | $1500\pi$              |

**Bài 4.** Cho hình cầu có bán kính  $R$  như hình vẽ. Hãy thay dấu “?” bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau:

| Hình cầu                                                                            | Bán kính (dm) | Diện tích mặt cầu (dm <sup>2</sup> ) | Thể tích hình cầu (dm <sup>3</sup> ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|  | 4             | ?                                    | ?                                    |
|                                                                                     | ?             | $144\pi$                             | ?                                    |
|                                                                                     | ?             | ?                                    | $36\pi$                              |
|                                                                                     | ?             | $196\pi$                             |                                      |

**Lời giải**

• Với  $R = 4$

+ Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$  (dm<sup>2</sup>)

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

• Với  $S = 144\pi$

+ Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi R^2$  suy ra  $R^2 = \frac{S}{4\pi}$ , thay số  $R^2 = \frac{144\pi}{4\pi}$  nên  $R^2 = 36$

$\Rightarrow R = 6 \text{ (dm)}$

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

• Với  $V = 36\pi$

+ Thể tích mặt cầu là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  suy ra  $R^3 = \frac{3V}{4\pi}$  thay số  $R^3 = \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi}$  nên  $R^3 = 27$  hay

$R = 3 \text{ (dm)}$

+ Diện tích mặt cầu có bán kính  $R$  là:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (dm}^2\text{)}$

• Với  $S = 196\pi$

+ Diện tích mặt cầu là:  $S = 4\pi R^2$  hay  $R^2 = \frac{S}{4\pi}$  thay số  $R^2 = \frac{196\pi}{4\pi}$  suy ra  $R^2 = 49$  vậy

$R = 7 \text{ (dm)}$

+ Thể tích của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 = \frac{1372}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

**Bài 5.** Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 2 cm, chiều cao là 6 cm. Hãy tính:

a) Diện tích xung quanh của hình trụ.

b) Diện tích toàn phần của hình trụ.

c) Thể tích hình trụ.

**Lời giải**

a) Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi \approx 24 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 24\pi + 8\pi = 32\pi \approx 32 \cdot 3,14 = 100,48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

c) Thể tích hình trụ là:  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi \approx 24 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Bài 6.** Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính của đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là  $314 \text{ cm}^2$ . Tính:

a) Bán kính của đường tròn đáy (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Thể tích của khối trụ.

**Lời giải**

Theo giả thiết  $R = h$ .

Ta có  $S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi h^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{S_{xq}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{314}{2\pi}} = 7,07 \text{ cm}.$

Ta có  $V = \pi R^2 h = \pi h^3 = \pi \cdot 7,07^3 \approx 1110,22 \text{ cm}^3.$

**Bài 7.** Một hình trụ có bán kính của đường tròn đáy là 16 cm, chiều cao là 9 cm. Tính

a) Diện tích xung quanh của hình trụ.

b) Thể tích của hình trụ. (Lấy  $\pi = 3,142$  làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

a) Ta có  $S_{xq} = 2\pi R l = 2 \cdot 3,142 \cdot 16 \cdot 9 = 983 \text{ cm}^2.$

b) Ta có  $V = \pi R^2 h = 3,142 \cdot 16^2 \cdot 9 = 7239 \text{ cm}^3.$

**Bài 8.** Một hình trụ có diện tích xung quanh là  $20\pi \text{ cm}^2$  và diện tích toàn phần là  $28\pi \text{ cm}^2$ . Tính thể tích của hình trụ đó.

**Lời giải**

Ta có  $S_d = \frac{S_{tp} - S_{xq}}{2} = \frac{28\pi - 20\pi}{2} = 4\pi (\text{cm}^2).$

Mà  $S_d = \pi R^2 \Leftrightarrow \pi R^2 = 4\pi \Leftrightarrow R = 2 (\text{cm})$

Ta có  $S_{xq} = 2\pi R h \Rightarrow h = \frac{20\pi}{2\pi R} = \frac{10}{2} = 5 (\text{cm})$

Thể tích của hình trụ đó là  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 20\pi \approx 62,8 (\text{cm}^3).$

**Bài 9.** Một hình trụ có chiều cao bằng 5 cm. Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính thể tích hình trụ.

**Lời giải**

Vì diện tích toàn phần bằng hai lần diện tích xung quanh nên  $2\pi R h + 2\pi R^2 = 4\pi R h \Leftrightarrow 2\pi R^2 = 2\pi R h \Leftrightarrow R = h.$

Vậy bán kính đáy là 5 cm.

Thể tích của hình trụ là  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 5 = 125\pi (\text{cm}^3).$

**Bài 10.** Một thùng phuy hình trụ có số đo diện tích xung quanh (tính bằng mét vuông) đúng bằng số đo thể tích (tính bằng mét khối). Tính bán kính đáy của hình trụ.

**Lời giải**

Gọi bán kính đáy và chiều cao hình trụ lần lượt là  $R$  và  $h$ .

Ta có  $S_{xq} = 2\pi R h (\text{m}^2); V = \pi R^2 h (\text{m}^3).$

Theo đề bài hai số đo trên bằng nhau nên ta có  $2\pi R h = \pi R^2 h$  suy ra  $R = 2 (\text{m}).$

**Bài 11.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4, BC = 2$ . Quay hình chữ nhật đó quanh  $AB$  thì được hình trụ có thể tích  $V_1$ ; quay quanh  $BC$  thì được hình trụ có thể tích  $V_2$ . Trong các đẳng thức dưới đây đẳng thức nào đúng?

**A.**  $V_1 = V_2.$

**B.**  $V_1 = 2V_2.$

**C.**  $V_2 = 2V_1.$

**D.**  $V_2 = 3V_1.$

**Lời giải**

### Chọn C

Ta thấy rằng,

Khi quay hình chữ nhật quanh  $AB$  thì  $h = AB = 4$ ,  $R = BC = 2$  và  $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$ .

Khi quay hình chữ nhật quanh  $BC$  thì  $h = BC = 2$ ,  $R = AB = 4$  và  $V_2 = \pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 32\pi$ .

Suy ra  $V_2 = 2V_1$ .

**Bài 12.** Cho hình chữ nhật ABCD cạnh  $AB = 6\text{ cm}$ ;  $AD = 4\text{ cm}$

a) Quay quanh cạnh  $AB$  ta được 1 hình trụ có diện tích xung quanh bằng ?

b) Quay quanh cạnh  $AD$  ta được 1 hình trụ có thể tích bằng ?

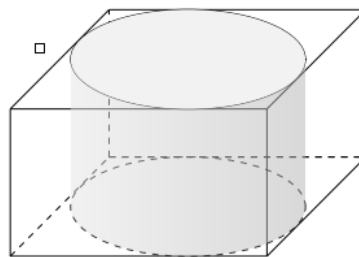
c) Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AB, CD$ . Nếu quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh trục  $MN$ , ta được một hình trụ có diện tích toàn phần là?

#### Lời giải

$$\text{a) } S_{xq} = 48\pi (\text{cm}^2); \quad \text{b) } V = 144\pi (\text{cm}^3); \quad \text{c) } S_{tp} = 42\pi (\text{cm}^2)$$

**Bài 13.** Một lọ hình trụ được "đặt khít" trong một hộp giấy hình hộp chữ nhật. Biết thể tích của lọ hình trụ là  $270\text{ cm}^3$ , tính thể tích của hộp giấy.

#### Lời giải



Gọi bán kính và chiều cao của hình trụ lần lượt là  $R$  và  $h$ .

Khi đó hình hộp chữ nhật có cạnh đáy là  $2R$  và chiều cao là  $h$ . Gọi  $V_1$  và  $V_2$  lần lượt là thể tích của hình trụ và hình hộp.

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R^2 h}{4R^2 h}. \text{ Do đó } \frac{270}{V_2} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Suy ra } V_2 = \frac{270 \cdot 4}{\pi} \approx 344 (\text{cm}^3)$$

Vậy thể tích hình hộp là  $344 (\text{cm}^3)$ .

**Bài 14.** Cho hình chữ nhật ABCD với  $AB = 2a, BC = a$ . Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có thể tích  $V_1$  và khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích  $V_2$ . Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$

#### Lời giải

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có chiều cao  $h = AB = 2a$ , bán kính đáy  $R = BC = a$  nên có thể tích

$$V_1 = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3 (\text{dvtt}).$$

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có chiều cao  $h' = BC = a$ , bán kính đáy  $R' = CD = 2a$  nên có thể tích

$$V_2 = \pi R'^2 h' = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3 \text{ ( dtt )}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{4\pi a^3} = \frac{1}{2}.$$

**Bài 15.** Một hộp sữa hình trụ có chiều cao hơn đường kính là 3cm. Biết diện tích vỏ hộp (kể cả nắp) là  $292,5\pi \text{ cm}^2$ . Tính thể tích của hộp sữa đó.

### Lời giải

Gọi  $R$  là bán kính đáy của hộp sữa,  $h$  là chiều cao của nó. Ta có  $h = 2R + 3$ . Vì diện tích toàn phần của hộp sữa là  $292,5\pi \text{ cm}^2$  nên

$$2\pi R(h + R) = 292,5\pi$$

$$2\pi R(h + R) = 292,5\pi$$

$$2\pi R(2R + 3 + R) = 292,5\pi$$

$$R(R + 1) = 48,75$$

$$R^2 + R - 48,75 = 0$$

Giải ra được  $R_1 = 6,5$  (chọn);  $R_2 = -7,5$  (loại).

Vậy bán kính đáy hộp sữa là 6,5cm.

Chiều cao hộp sữa là 16cm. Thể tích hộp sữa là  $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (6,5)^2 \cdot 16 = 676\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Bài 16.** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB > BC$ . Biết diện tích hình chữ nhật là  $48 \text{ cm}^2$ , chu vi là 28cm. Cho hình chữ nhật quay quanh cạnh AB một vòng ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ này.

### Lời giải

$$\text{Từ đề bài ta có } \begin{cases} AB + BC = 14 \\ AB \cdot BC = 48 \end{cases}.$$

Suy ra  $AB, BC$  là nghiệm của phương trình:  $x^2 - 14x + 48 = 0$ .

Giải phương trình ta được  $x_1 = 6, x_2 = 8$ .

Do  $AB > BC$  nên  $AB = 8; BC = 6$ .

a) Diện tích xung quanh của hình trụ là  $S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot BC \cdot AB = 2\pi \cdot 6 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Diện tích toàn phần của hình trụ là  $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 96\pi + 2\pi R^2 = 96\pi + 2\pi \cdot 6^2 = 168\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Thể tích của hình trụ là  $V = \pi \cdot BC^2 \cdot AB = \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Bài 17.** Hiện nay các văn phòng thường sử dụng loại thùng rác văn phòng, màu sắc, chất liệu thân thiện với môi trường. Trong ảnh là một thùng rác văn phòng có đường cao 0,8m, đường kính 0,4m. Tính thể tích của thùng rác này (Coi thùng rác văn phòng là hình trụ).



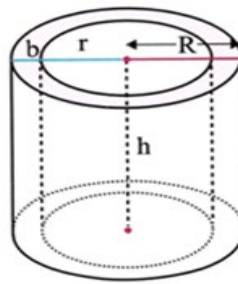
### Lời giải

Gọi bán kính đáy thùng rác văn phòng là  $R$  và chiều cao  $h$ .

Theo đề bài, ta có:  $R = \frac{0,4}{2} = 0,2\text{m}$ ;  $h = 0,8\text{m}$ .

Thể tích thùng rác:  $V = \pi R^2 h = \pi (0,2)^2 \cdot 0,8 = \frac{4}{125} \pi (\text{m}^3)$ .

**Bài 18.** Người ta xây một bể ga hình trụ có bán kính  $R = 1\text{m}$  (tính từ tâm bể đến mép ngoài), chiều dày của thành bể là  $b = 0,05\text{ m}$ , chiều cao của bể là  $h = 1,5\text{m}$ . Tính dung tích của bể ga (làm tròn đến hai chữ số thập phân).



### Lời giải

Bán kính hình trụ bên trong là:  $r = 1 - 0,05 = 0,95(\text{m})$ .

Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ, ta có:  $V = \pi r^2 h = \pi (0,95)^2 \cdot 1,5 \approx 4,25(\text{m}^3)$ .

**Bài 19.** Cho tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$  có  $OI = 4\text{cm}$  và  $IM = 3\text{cm}$ . Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón.

- Tính độ dài đường sinh hình nón.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.
- Tính diện tích toàn phần hình nón.
- Tính thể tích hình nón.

### Lời giải

a) Xét tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$ , Theo Pythagore ta có :

$$OM^2 = IM^2 + OI^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \Rightarrow OM = 5$$

Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OIM$  tạo thành hình nón có bán kính đáy  $r = IM = 3\text{cm}$ , chiều cao  $h = OI = 4\text{cm}$  và đường sinh là cạnh huyền  $l = OM = 5\text{cm}$ .

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là  $5\text{cm}$ .

b) Diện tích xung quanh hình nón là:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi (cm^2)$

c) Diện tích toàn phần hình nón là:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r (l + r) = \pi \cdot 3 (5 + 3) = 24\pi (cm^2)$

d) Thể tích hình nón là:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi (cm^3)$

**Bài 20.** Cho tam giác  $\triangle SO'A$  vuông tại  $S$ ,  $\triangle SOB$ , gọi  $\frac{R'}{R} = \frac{SO'}{SO}$  là trung điểm của

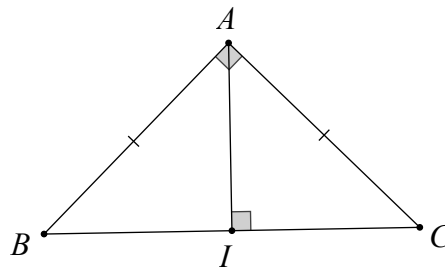
$\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}} = \frac{R'^2 \cdot SO'}{R^2 \cdot SO} = \left(\frac{SO'}{SO}\right)^3 = \frac{1}{8}$ ,  $BC = 2dm$ . Khi quay tam giác  $60^\circ$  xung quanh trục  $30 cm$  ta được

hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh hình nón.

b) Tính thể tích hình nón.

**Lời giải**



a) khi quay tam giác  $60^\circ$  xung quanh trục  $30 cm$ , tạo ra hình nón có:

bán kính đáy  $r = \frac{BC}{2} = 1dm$ , đường sinh là  $r_1, h_1, r_2, h_2$

Diện tích xung quanh hình nón là:  $60^\circ$

b) Chiều cao của hình nón:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1} = 1dm$

Thể tích hình nón:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{3} \pi (dm^3)$

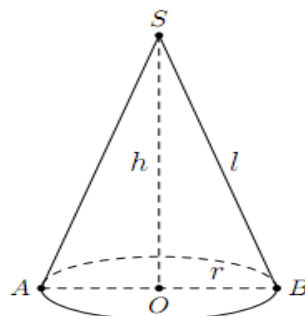
**Bài 21.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $r$ , diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy.

Tính theo  $r$

a) Diện tích xung quanh của hình nón;

b) Thể tích của hình nón.

**Lời giải**



a) Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy nên  $\pi r l = 2\pi r^2$ , suy ra  $l = 2r$ .

Vậy  $\pi r l = \pi r \cdot 2r = 2\pi r^2$ .

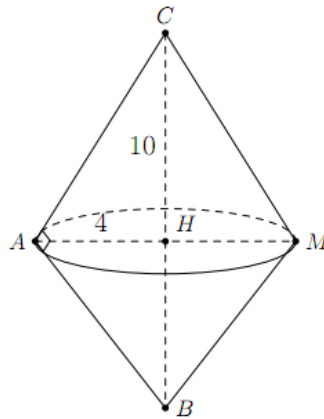
Diện tích xung quanh bằng  $2\pi r^2$ .

b) Xét tam giác  $SOA$  vuông tại  $O$ , ta có  $h^2 = l^2 - r^2 = (2r)^2 - r^2 = 3r^2$  nên  $h = r\sqrt{3}$ .

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 r\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3$$

**Bài 22.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BC = 10\text{ cm}$ , đường cao  $AH = 4\text{ cm}$ . Quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $BC$ . Tính thể tích hình tạo thành.

**Lời giải**

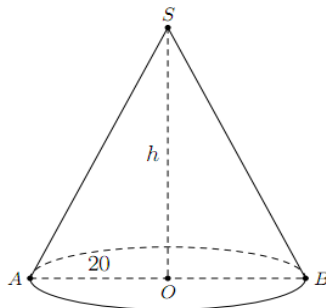


Khi quay tam giác  $ABC$  một vòng quanh cạnh  $BC$ , hình tạo thành gồm hai hình nón có đường cao theo thứ tự là  $HB$  và  $HC$ . Thể tích của hình tạo thành bằng.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot CH &= \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 (BH + CH) \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 10 = \frac{160}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$

**Bài 23.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $20\text{ cm}$ , số đo thể tích (tính bằng  $\text{cm}^3$ ) bằng bốn lần số đo diện tích xung quanh (tính bằng  $\text{cm}^2$ ). Tính chiều cao của hình nón.

**Lời giải**



Gọi  $h$  là chiều cao của hình nón. Thể tích của hình nón bằng

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 20^2 \cdot h = \frac{400}{3}\pi h.$$

Đường sinh  $SA$  bằng  $\sqrt{h^2 + 20^2}$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng  $S_{xq} = \pi \cdot 20\sqrt{h^2 + 400}$

$$\text{Do } V = 4S_{\text{xq}} \text{ nên } \frac{400}{3}\pi h = 4 \cdot 20\pi\sqrt{h^2 + 400}$$

$$5h = 3\sqrt{h^2 + 400}$$

$$25h^2 = 9(h^2 + 400)$$

$$h^2 = 225 \Leftrightarrow h = 15.$$

Vậy chiều cao của hình nón bằng 15 cm.

**Bài 24.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $r$ , đường sinh bằng  $l$ . Khai triển mặt xung quanh hình nón ta được một hình quạt. Tính số đo cung của hình quạt theo  $r$  và  $l$ .

### Lời giải

Khi cắt mặt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành một hình quạt. Khi đó bán kính hình quạt tròn  $SBC$  bằng độ dài đường sinh  $SB = l$  và độ dài  $\widehat{BC}$  bằng chu vi đáy. Độ dài  $\widehat{BC}$  của hình quạt bằng chu vi đáy của hình nón bằng  $2\pi r$ . Độ dài đường tròn  $(S; SA)$  bằng  $2\pi l$ .

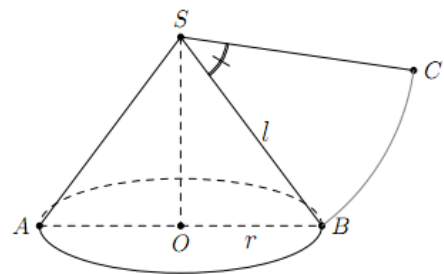
Ta có

$$S_q = \frac{2\pi \cdot l^2 \cdot n}{360} = l \cdot 2\pi \cdot r \Rightarrow \frac{2\pi \cdot l^2 \cdot n}{360} = l \cdot 2\pi \cdot r$$

$$\Rightarrow \frac{l \cdot n}{360} = r.$$

Do đó, số đo cung  $AB$  của hình quạt là

$$n^\circ = 360^\circ \cdot \frac{2\pi r}{2\pi l} = 360^\circ \cdot \frac{r}{l}.$$



**Bài 25.** Một hình nón có bán kính đáy bằng 7 cm, chiều cao bằng 24 cm.

- Tính số đo cung hình quạt khi khai triển mặt xung quanh của hình nón;
- Tính diện tích toàn phần của hình nón.

### Lời giải

a) Đường sinh bằng  $l = 25$  cm. Số đo cung của hình quạt là:  $n^\circ = 360^\circ \cdot \frac{r}{l} = 360^\circ \cdot \frac{7}{25} = 100,8^\circ$

b) Diện tích toàn phần của hình nón  $S_{\text{tp}} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r) = 224\pi$

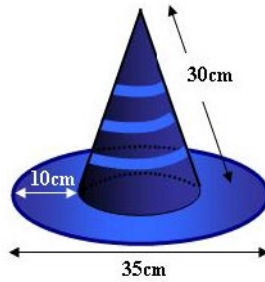
**Bài 26.** Một chiếc nón có đường kính đáy bằng 28 cm và đường sinh bằng 30 cm. Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết tỉ lệ hao hụt là 10% (lấy  $\pi = 3,14$ ).

### Lời giải

Vì chiếc nón hình nón có bán kính đáy  $R = 28 : 2 = 14$  cm và đường sinh  $l = 30$  cm nên diện tích xung quanh của chiếc nón là:  $S_{\text{xq}} = \pi R l = 3,14 \cdot 14 \cdot 30 = 1318,8 (\text{cm}^2)$

Vậy diện tích lá dùng để làm nón là  $110\% \cdot 1318,8 = 1450,68 \text{ cm}^2$ .

**Bài 27.** Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú Hề trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ khấu hao vải khi may nón là 15%.



### Lời giải

Đặt  $S$  là diện tích vải dùng để tạo ra nón. Ta có:  $S = S_1 + S_2$

$S_1 = \pi(R^2 - r^2)$ . Trong đó:

$R, r$  là diện tích hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn có bán kính lần lượt là:

$$R = \frac{35}{2}, r = \frac{35}{2} - 10 = \frac{15}{2}$$

$S_2$  là diện tích hình nón có  $r = \frac{15}{2}$ ,  $l = 30$ ,  $S_2 = \pi rl$ .

Do đó:  $S = S_1 + S_2 = \pi(R^2 - r^2) + \pi rl$

$$= \pi \left( \left( \frac{35}{2} \right)^2 - \left( \frac{15}{2} \right)^2 \right) + \pi \frac{15}{2} 30 = 475\pi$$

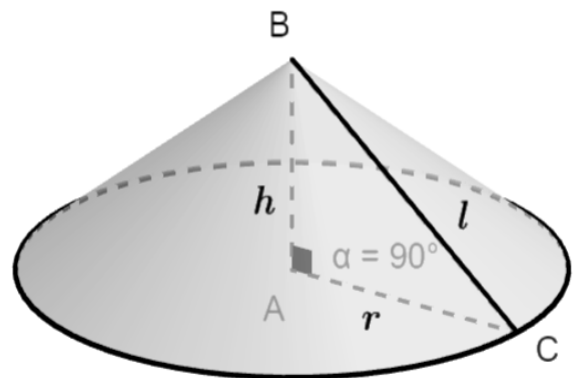
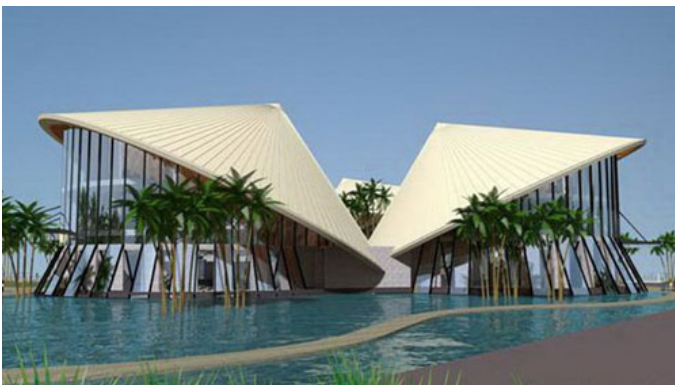
Vì tỉ lệ khấu hao vải khi may nón là 15%.

Nên diện tích vải cần dùng thực tế là:

$$S + 15\%S = 475\pi + 15\%.475\pi = 546,25\pi \approx 1715,23 (\text{cm}^2)$$

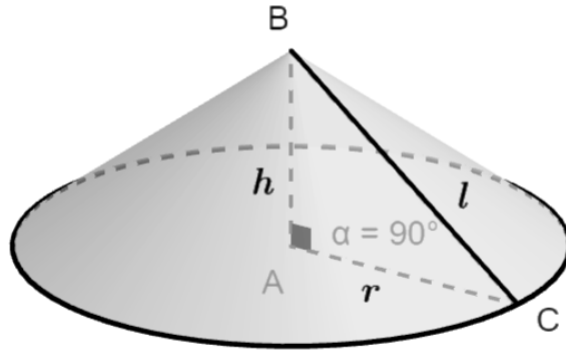
Vậy diện tích vải cần dùng là khoảng  $1715,23 \text{ cm}^2$ .

**Bài 28.** Nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính diện tích xung quanh và thể tích của mái nhà hình nón biết đường kính là 45m và chiều cao là 24m (lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



### Lời giải

Diện tích xung quanh hình nón được tính bởi công thức  $S_{xp} = 3,14rl$  với  $l$  là đường sinh được thể hiện như hình sau:

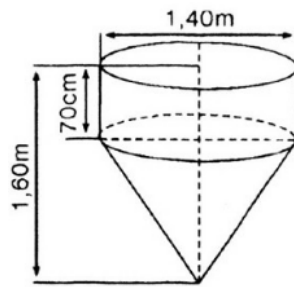


Như vậy, theo đề bài ta được  $S = 3S_{xp} = 3.3,14. \frac{45}{2} \sqrt{\left(\frac{45}{2}\right)^2 + 24^2} \approx 6973 \text{ (m}^2\text{)}$  (đề bài nên nói rõ là diện tích xung quanh của mái nhà như vậy sẽ hay hơn).

Tương tự, thể tích của mái nhà là:  $V = 3V' = 3. \frac{1}{3} 3,14 r^2 h = 3,14. \left(\frac{45}{2}\right)^2 24 = 38151 \text{ (m}^3\text{)}$ .

**Bài 29.** Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình bên. Hãy tính:

- Thể tích của dụng cụ này.
- Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy).



**Lời giải**

a) Thể tích phần hình trụ là:  $V_1 = \pi h r^2 = 0,7. \pi. \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 = 0,343\pi \text{ m}^3$

Thể tích phần hình nón là:  $V_2 = \frac{1}{3} \pi h r^2 = \frac{1}{3} . 0,9. \pi. \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 = 0,147\pi \text{ m}^3$

Thể tích của dụng cụ là:  $V = V_1 + V_2 = 0,343\pi + 0,147\pi = 0,49\pi \approx 1,5386 \text{ m}^3$

b) Diện tích xung quanh của phần hình trụ:  $S_1 = 2\pi r h = 2\pi. 0,7. 0,7 = 0,98\pi \text{ m}^2$

Độ dài đường sinh của hình nón:  $l = \sqrt{0,9^2 + 0,7^2} = \sqrt{1,3} \text{ m}$

Diện tích xung quanh của phần hình nón:  $S_2 = \pi r l = \pi. 0,7. \sqrt{1,3} = 0,07\sqrt{130}\pi \text{ (m}^2\text{)}$ .

Diện tích của mặt ngoài dụng cụ là:  $S = S_1 + S_2 = 0,98\pi + 0,07\sqrt{130}\pi \approx 5,58 \text{ (m}^2\text{)}$ .

**Bài 30.** Một phao cơ hình cầu tự động đóng nước chảy vào bể khi bể đầy. Biết diện tích bề mặt của phao là  $804 \text{ cm}^2$ , tính bán kính của phao.

**Lời giải**

Từ công thức  $S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ . Bán kính của phao là  $R = \sqrt{\frac{804}{4\pi}} \approx 8 \text{ cm}$ .

**Bài 31.** Một trái dưa có dạng hình cầu. Bỏ đôi trái dưa này ra thì mặt cắt có diện tích là  $314 \text{ cm}^2$ . Tính thể tích của trái dưa đó.

**Lời giải**

Khi bỏ đôi trái dưa thì mặt cắt là một hình tròn. Ta có:  $S = \pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx \sqrt{\frac{314}{3,14}} = 10 \text{ cm}$

Vậy bán kính của trái dưa là  $10 \text{ cm}$ . Thể tích của trái dưa là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 \approx 4187 \text{ cm}^3$$

**Bài 32.** Trái đất có bán kính  $6400 \text{ km}$ . Diện tích biển và đại dương chiếm  $\frac{3}{4}$  bề mặt Trái đất. Hãy tính diện tích biển và đại dương của Trái đất (làm tròn đến triệu  $\text{km}^2$ ).

**Lời giải**

Diện tích bề mặt trái đất là  $S = 4\pi R^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6400^2 \approx 514457600 \text{ km}^2$ .

Diện tích các biển và đại dương là  $514457600 \cdot \frac{3}{4} \approx 386000000 \text{ km}^2$ .

**Bài 33.** Bạn An lấy thước dây đo vòng theo đường xích đạo của quả địa cầu trong thư viện được độ dài  $94,2 \text{ cm}$ . Hãy tính

- a) Diện tích mặt ngoài của quả địa cầu.
- b) Thể tích của quả địa cầu.

**Lời giải**

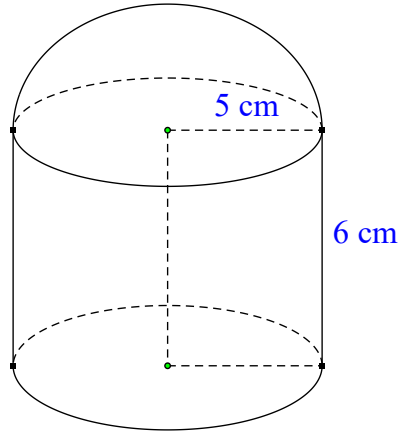
Ta có chu vi của đường tròn xích đạo là  $94,2 \text{ cm}$  nên  $R = \frac{C}{2\pi} \approx \frac{94,2}{2 \cdot 3,14} = 15 \text{ cm}$

Do đó

- a) Diện tích mặt ngoài của quả địa cầu là  $S = 4\pi R^2 = 900\pi \text{ cm}^2$ .
- b) Thể tích của quả địa cầu  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4500\pi \text{ cm}^3$ .

**Bài 34.** Hình bên minh họa bộ phận lọc của một bình nước. Bộ phận này gồm một hình trụ và một nửa hình cầu với kích thước ghi trên hình. Hãy tính:

- a) Thể tích của bộ phận đó;
- b) Diện tích mặt ngoài của bộ phận này.



### Lời giải

a) Thể tích phần hình trụ là  $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 6 = 150\pi \text{ cm}^3$ .

Thể tích nửa hình cầu:  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 5^3 = \frac{250}{3} \pi \text{ cm}^3$

Thể tích bộ phận lọc là:  $V = V_1 + V_2 = 150\pi + \frac{250}{3} \pi = \frac{700}{3} \pi \text{ cm}^3 \approx 733 \text{ cm}^3$ .

b) Diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S_1 = 2\pi R h = 2\pi \cdot 5 \cdot 6 = 60\pi \text{ cm}^2$ .

Diện tích đáy hình trụ là:  $S_2 = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$ .

Diện tích nửa mặt cầu là:  $S_3 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi R^2 = 2\pi \cdot 5^2 = 50\pi \text{ cm}^2$

Diện tích mặt ngoài của bộ phận lọc:  $S = S_1 + S_2 + S_3 = 60\pi + 25\pi + 50\pi = 135\pi \text{ cm}^2 \approx 424 \text{ cm}^2$ .

**Bài 35.** Một hình cầu đặt vừa khít trong một hình trụ có chiều cao là 18 cm. Tính thể tích phần không gian nằm trong hình trụ nhưng nằm bên ngoài hình cầu.

### Lời giải

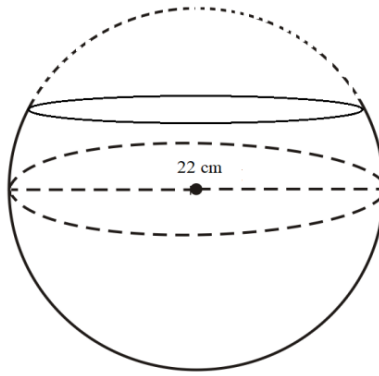
Vì hình cầu đặt vừa khít trong hình trụ nên chiều cao của hình trụ bằng đường kính đáy và bằng đường kính của hình cầu. Bán kính đáy của hình trụ là 9 cm.

Khi đó, thể tích hình trụ là  $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 9^2 \cdot 18 = 1458\pi \text{ cm}^3$ .

Thể tích hình cầu là  $V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = 972\pi \text{ cm}^3$ .

Vậy thể tích cần tính là  $V = V_1 - V_2 = 486\pi \approx 1526 \text{ cm}^3$ .

**Bài 36.** Cần phải có ít nhất bao nhiêu lít nước để thay nước ở liễn nuôi cá cảnh? Liễn được xem như một phần mặt cầu có đường kính 22 cm. Lượng nước đổ vào liễn chiếm  $\frac{2}{3}$  thể tích của hình cầu. (lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



### Lời giải

Ta có:  $V_{\text{cCu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{22}{2}\right)^3 \approx 5572,45 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Mà  $V_{\text{liÔn}} = \frac{2}{3}V_{\text{cCu}} = \frac{2}{3} \cdot 5572,45 \approx 3715 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Vậy thể tích nước ít nhất dùng để thay nước ở liễn nuôi cá là  $3715 \text{ (cm}^3\text{)}.$